

بهینه‌سازی تقویت ستون‌های بتن آرمه با مقطع مستطیلی توسط ورق‌های FRP به روش دورپیچ

کوروش ندیمی شهرکی، محمد رئیسی*

دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه آزاد اسلامی خمینی شهر، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۰۳-۰۳

بازنگری: ۱۳۹۷-۰۵-۰۶

پذیرش: ۱۳۹۷-۰۵-۰۷

ارائه آنلاین: ۱۳۹۷-۰۵-۲۳

کلمات کلیدی:

بتن محصور شده

ورق‌های FRP

منحنی تنش-کرنش

بهینه‌سازی

خلاصه: دورپیچ نمودن ستون بتن آرمه توسط ورق‌های FRP باعث افزایش مقاومت فشاری بتن می‌شود. منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده توسط FRP با منحنی تنش-کرنش بتن معمولی متفاوت است؛ لذا از روابطی که آیین‌نامه‌ها جهت طراحی و آنالیز ستون بتن آرمه‌ی معمولی (تقویت نشده) ارائه نموده‌اند و مبتنی بر منحنی تنش-کرنش بتن معمولی است، نمی‌توان برای آنالیز و طراحی ستون تقویت شده توسط FRP استفاده نمود. در این تحقیق در ابتدا با استفاده از منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده که توسط محققین و آیین‌نامه‌ی ACI ارائه شده است، الگوریتمی برای تعیین ظرفیت محوری و خمشی ستون تقویت شده طراحی شد و با برنامه‌نویسی در محیط #Visual C پیاده‌سازی گردید. صحت این کار با مقایسه‌ی نتایج بدست آمده از برنامه‌نویسی با نتایج آزمایشگاهی بررسی و تأیید گردید. در ادامه‌ی این تحقیق، برنامه‌نویسی طوری توسعه داده شد که بتوان از آن جهت بهینه‌سازی طراحی استفاده نمود. بدین‌صورت که با مشخص کردن ابعاد مقطع و میزان آرماتور موجود همراه با بار محوری و لنگر خمشی وارد بر ستون و همچنین معرفی مشخصات ورق‌های FRP در دسترس به همراه قیمت آن‌ها، برنامه‌نویسی انجام شده می‌تواند مشخص کند که کدام نوع FRP در صورت استفاده، ضمن تأمین ظرفیت خمشی و محوری مورد نیاز دارای حداقل قیمت نیز می‌باشد.

۱- مقدمه

بعضی از سازه‌های بتن آرمه به دلایل مختلف از جمله اجرای نادرست بتن، تغییر کاربری سازه و یا تغییر آیین‌نامه‌های طراحی، نیاز به تقویت دارند. استفاده از کامپوزیت‌های FRP از دهه‌ی ۱۹۸۰ به دلیل ویژگی‌های ممتاز آن همچون نسبت مقاومت کششی به وزن بسیار بالا، مقاومت خوردگی و دوام مطلوب، سهولت در حمل‌ونقل و به‌کارگیری و نیز تغییر ناچیز ابعاد سازه، رونق زیادی پیدا کرده‌است. دورپیچ نمودن ستون توسط ورق‌های FRP به دلیل محصور نمودن بتن، باعث افزایش مقاومت فشاری بتن و شکل‌پذیری ستون می‌گردد. تحقیقات انجام شده بر روی ستون‌های تقویت شده توسط FRP را می‌توان به ۳ دسته‌ی کلی زیر تقسیم‌بندی نمود.

۱-۱ ستون تقویت شده تحت بار محوری خالص

تمرکز اصلی تحقیقات انجام شده بر روی ستون تقویت شده تحت اثر بار محوری خالص جهت تعیین منحنی تنش-کرنش بتن تقویت شده می‌باشد و مجموع این تحقیقات را می‌توان به سه دسته تقسیم‌بندی نمود.

الف- برخی از محققین با انجام تست‌های آزمایشگاهی بر روی نمونه‌های بتنی تقویت شده تحت اثر بار محوری خالص، منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده با FRP را تعیین نمودند که از این جمله می‌توان به تحقیقات زیائو و وو بر روی نمونه‌های استوانه‌ای در سال ۲۰۰۰ [۱]، صافی و همکاران بر روی لوله‌های FRP و نمونه‌های استوانه‌ای در سال ۱۹۹۹ [۲]، توتانجی بر روی نمونه‌های استوانه‌ای در سال ۱۹۹۹ [۳] اشاره نمود.

ب- برخی دیگر از محققین با استفاده از نتایج آزمایشگاهی خود و

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mreisi@iaukhsh.ac.ir



و یا سایر محققین و با بهره‌گیری از معادلات همسازی و تعادل مشابه آنچه که در مورد ستون‌های بتن‌آرمه بدون تقویت انجام می‌شود، منحنی M-P را بدست آوردند که از این جمله می‌توان به تحقیقات روکا و همکاران بر روی نمونه‌های دایره‌ای در سال ۲۰۰۹ [۲۲]، هادی بر روی نمونه‌های استوانه‌ای در سال ۲۰۰۷ [۲۳]، هادی بر روی نمونه‌های دایره‌ای در سال ۲۰۰۶ [۲۴]، پسیکی و همکاران بر روی نمونه‌های با مقطع دایره‌ای و مربعی در سال ۲۰۰۱ [۲۵] اشاره نمود.

ج- برخی از محققین نیز با استفاده از نرم‌افزارهای اجزای محدود رفتار مکانیکی نمونه‌های بتنی تقویت شده تحت اثر بار محوری و لنگر خمشی یک محوره را بررسی و نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از محاسبات عددی را با یکدیگر مقایسه نموده و منحنی M-P را بدست آوردند، که از این جمله می‌توان به تحقیقات زاکی بر روی نمونه‌های مستطیلی در سال ۲۰۱۳ [۲۶]، بوهو و همکاران بر روی نمونه‌های مستطیلی در سال ۲۰۱۱ [۲۷]، مستوفی‌نژاد و سعادت‌مند بر روی نمونه‌های دایره‌ای و مستطیلی در سال ۲۰۰۴ [۲۸]، برقیان و همکاران بر روی نمونه‌های دایره‌ای [۲۹] اشاره نمود.

۱-۳-۱- ستون تقویت شده تحت اثر بار محوری و لنگر خمشی دو محوره

معمولاً ستون‌های بتن مسلح در اثر ترکیبات مختلف بارگذاری تحت تاثیر نیروی محوری و لنگر خمشی دو محوره قرار دارند. در اثر لنگر خمشی دو محوره تار خنثی بصورت مورب قرار می‌گیرد. رفتار اعضای تحت اثر بار محوری و لنگر خمشی دو محوره تقویت شده با FRP یکی از موضوعات مهم تحقیقاتی در سال‌های اخیر می‌باشد، از جمله تحقیقات انجام گرفته در این زمینه که تعداد آن نیز محدود می‌باشد، می‌توان به موارد زیر اشاره نمود.

الف- برخی از محققین با انجام تست‌های آزمایشگاهی بر روی نمونه‌های بتنی تقویت شده با FRP تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی دو محوره، رفتار ستون بتنی تقویت شده را مورد بررسی قرار دادند. دوندار و همکاران در سال ۲۰۱۵ به بررسی نمونه‌های مربعی بتنی مسلح و بتنی مسلح با الیاف فولادی دورپیچ شده با FRP تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی دو محوره پرداختند [۳۰]. رهایی و اکبرپور در سال ۲۰۱۴ مطالعه‌ی آزمایشگاهی بر روی ستون‌های بتن

یا سایر محققین به ارائه‌ی مدل ریاضی برای منحنی تنش-کرنش بتن تقویت شده با FRP پرداختند که از این جمله می‌توان به مدل‌های ارائه شده توسط لم و تنگ بر روی نمونه‌های دایره‌ای در سال ۲۰۰۹ [۴]، لم و تنگ بر روی نمونه‌های دایره‌ای در سال ۲۰۰۳ [۵]، سامان و همکاران بر روی نمونه‌های استوانه‌ای در سال ۱۹۹۸ [۶]، سعادت‌منش و همکاران بر روی نمونه‌های استوانه‌ای در سال ۱۹۹۴ [۷]، میرمیران و همکاران بر روی نمونه‌های استوانه‌ای و مربعی در سال ۱۹۹۸ [۸]، فردیس و خلیلی بر روی نمونه‌های دایره‌ای در سال ۱۹۸۱ [۹] و عبدالفتاح بر روی نمونه‌های مربعی در سال ۲۰۱۸ [۱۰] اشاره نمود.

ج- برخی از محققین نیز تلاش نمودند با مدل‌سازی و با استفاده از نرم‌افزارهای اجزای محدود منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده توسط FRP را بدست آورند؛ که از این جمله می‌توان به وو و همکاران بر روی نمونه‌های دایره‌ای در سال ۲۰۰۹ [۱۱]، کوسال و همکاران بر روی نمونه‌های مربع و مستطیلی در سال ۲۰۰۹ [۱۲]، ملوار و همکاران بر روی نمونه‌های استوانه‌ای در سال ۲۰۰۴ [۱۳]، لی و همکاران بر روی نمونه‌های استوانه‌ای در سال ۲۰۰۳ [۱۴]، میرمیران و همکاران بر روی نمونه‌های استوانه‌ای و مربعی در سال ۲۰۰۰ [۱۵] و مستوفی‌نژاد و همکاران بر روی نمونه‌های مربعی در سال ۲۰۱۸ [۱۶] اشاره نمود.

۱-۲-۱- ستون تقویت شده تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی یک محوره

الف- برخی از محققین با انجام تست‌های آزمایشگاهی و اعمال نیروی محوری و لنگر خمشی یک محوره بر روی ستون‌های تقویت شده با FRP، منحنی‌های اندرکرنش نیروی محوری و لنگر خمشی (M-P) برای آن ستون‌ها تعیین نمودند که از این جمله می‌توان به تحقیقات یزدچی و هادی بر روی ستون‌های دایره‌ای توخالی در سال ۲۰۰۹ [۱۷]، حراجلی بر روی نمونه‌های مستطیلی در سال ۲۰۰۵ [۱۸]، بوسپاس و همکاران بر روی نمونه‌های مستطیلی در سال ۲۰۰۴ [۱۹]، شیخ و یو بر روی نمونه‌های استوانه‌ای در سال ۲۰۰۲ [۲۰] و یوگای کائو بر روی نمونه‌های دایره‌ای در سال ۲۰۱۸ [۲۱] اشاره نمود.

ب- برخی دیگر از محققین با استفاده از نتایج آزمایشگاهی خود

منحنی تنش-کرنش بتن محصورشده توسط FRP ارائه شده است [۷-۵، ۳، ۴۱-۳۶]. از بین این مدل‌ها، مدل‌هایی که منحنی تنش-کرنش را برای ستون‌های با مقطع دایره‌ای و مستطیلی ارائه نموده‌اند، می‌توان به مدل‌های میرمیران و همکاران در سال ۱۹۹۷ [۳۹]، کمپیونی و میراگلیا در سال ۲۰۰۳ [۳۶]، لم و تنگ در سال ۲۰۰۳ [۵] و مدل ارائه شده توسط ACI 440 در سال ۲۰۰۸ [۴۱] اشاره نمود. در ادامه، روابط ارائه شده توسط این محققین برای منحنی تنش-کرنش ستون بتن‌آرمه با مقطع دایره‌ای و مستطیلی ارائه می‌شود.

۲-۱- ستون با مقطع دایره‌ای

در صورتی که ستون بتن‌آرمه با مقطع دایره‌ای که توسط ورق‌های FRP به روش دورپیچ محصور شده است، تحت تاثیر فشار خالص قرار گیرد، کرنش‌های محوری در ستون در اثر نیروی فشاری ایجاد می‌شود؛ به خاطر ضریب پواسون، بتن دچار تغییر حجم جانبی می‌شود. این تغییر حجم توسط فشار جانبی محصور کننده (f_l) که توسط FRP اعمال می‌شود، ممانعت می‌گردد و در ضمن در داخل FRP تنش کششی (σ_{FRP}) ایجاد می‌شود. با توجه به رفتار خطی FRP می‌توان رابطه‌ی ۱ را نوشت. در این رابطه، E_{FRP} ، مدول الاستیسیته‌ی FRP و ϵ_{FRP} کرنش ایجاد شده در FRP می‌باشد.

$$\sigma_{FRP} = E_{FRP} \times \epsilon_{FRP} \quad (1)$$

شکل ۱ تنش‌ها و نیروهای وارد به ورق FRP را نشان می‌دهد. با نوشتن معادله‌ی تعادل نیرو برای یک المان کوچک از FRP به طول dx می‌توان فشار محصور شدگی (f_l) را با استفاده از رابطه‌ی ۲ تعیین نمود. در این رابطه، t ضخامت FRP، n تعداد لایه‌های FRP و D قطر نمونه‌ی استوانه‌ای بتن می‌باشد. در لحظه‌ی نهائی که با پارگی FRP مواجه هستیم، میزان فشار جانبی (f_l)، از رابطه‌ی ۳ بدست می‌آید. در این رابطه، $\epsilon_{FRP,rup}$ کرنش حلقوی پاره‌شدگی FRP و $f_{FRP,rup}$ تنش پاره‌شدگی FRP می‌باشد.

$$2 \times n \times t \times E_{FRP} \times \epsilon_{FRP} \times dx = \int_0^{\pi} f_l \times dx \times \sin \theta \times \frac{D}{2} d\theta = 2f_l \times R \rightarrow \quad (2)$$

$$f_l = \frac{2 \times n \times t \times E_{FRP} \times \epsilon_{FRP}}{D} = \frac{2 \times n \times t \times f_{FRP,rup}}{D}$$

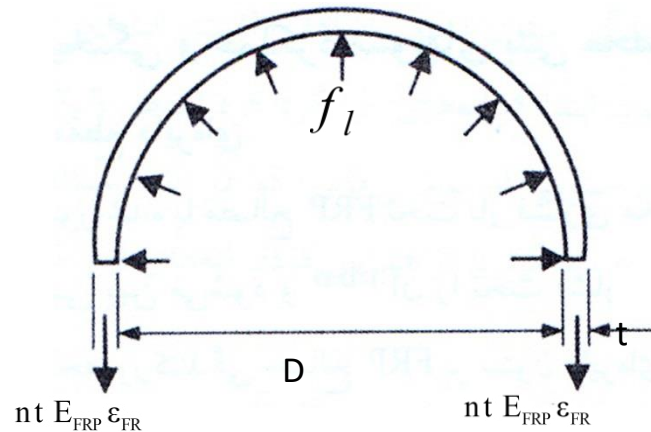
$$f_l = \frac{2 \times n \times t \times E_{FRP} \times \epsilon_{FRP,rup}}{D} = \frac{2 \times n \times t \times f_{FRP,rup}}{D} \quad (3)$$

مسلح با مقطع مستطیلی دورپیچ شده با FRP تحت زوایای مختلف و ضخامت‌های لایه‌های مختلف FRP در هر دو جهت قوی و ضعیف را مورد بررسی قرار دادند [۳۱]. پونوری و همکاران در سال ۲۰۱۳ آزمایشی بر روی ستون‌های بتن مسلح بلند و باریک با مقطع مستطیلی دورپیچ شده با FRP با لایه‌های مختلف و جهت طولی و عرضی انجام دادند. آن‌ها با برنامه‌نویسی توانستند به منحنی‌های M-P که مطابقت خوبی با نتایج بدست آمده از آزمایشات داشتند، دست پیدا کنند [۳۲]. ب- برخی دیگر از محققین با استفاده از نتایج آزمایشگاهی خود و یا سایر محققین به ارائه‌ی مدل ریاضی برای بتن تقویت شده با FRP پرداختند. السید و مدداوی در سال ۲۰۱۱ با مطالعه بر روی نمونه‌های دایره‌ای و مستطیلی، مدل تحلیلی برای پیش‌بینی ظرفیت باربری ستون‌های بتن مسلح تقویت شده با FRP را ارائه نمودند [۳۳]. آن‌ها برای این کار از مدل لم و تنگ و ACI 440 استفاده نموده‌اند. الکساندردی و مونتی در سال ۲۰۰۸ با مطالعه بر روی نمونه‌های مستطیلی، مدلی برای تعیین ظرفیت خمشی و شکل‌پذیری ستون‌های بتن مسلح تقویت شده و تقویت نشده تحت اثر بار محوری و لنگر خمشی دو محوره ارائه کرده‌اند. مدل آن‌ها مبتنی بر روش برسلر می‌باشد [۳۴].

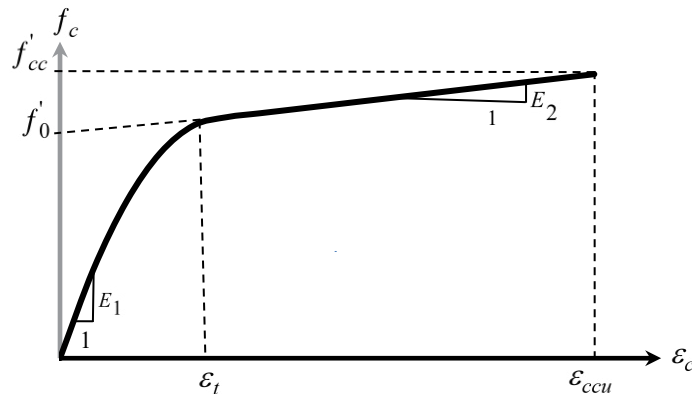
ج- برخی از محققین با نوشتن برنامه‌ی اجزای محدود سعی نمودند منحنی‌های اندرکنش نیروی محوری و لنگر خمشی (M-P) برای طراحی بتن محصور شده توسط FRP را تعیین کنند؛ از این جمله می‌توان به تحقیقات زاکی در سال ۲۰۱۱ بر روی نمونه‌های دایره‌ای اشاره نمود [۳۵].

۲-۲ منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده توسط FRP

منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده توسط FRP با منحنی تنش-کرنش بتن معمولی متفاوت است؛ لذا از روابطی که آئین‌نامه‌ها جهت طراحی و آنالیز ستون بتن‌آرمه معمولی (تقویت نشده) ارائه نموده‌اند و مبتنی بر منحنی تنش-کرنش بتن معمولی است، نمی‌توان برای آنالیز و طراحی ستون تقویت شده توسط FRP استفاده نمود. تلاش‌های فراوانی در قالب تست‌های آزمایشگاهی و تحقیقات تئوری از دهه‌ی ۱۹۸۰ برای بیان مدلی جهت منحنی تنش-کرنش بتن محصورشده توسط FRP شروع شده و همچنان علیرغم گذشت نزدیک به ۳۰ سال همچنان ادامه دارد. تاکنون بیش از ۱۰ مدل برای بیان



شکل ۱. تنش کششی ایجاد شده در FRP در اثر محصور نمودن هسته بتن
 Fig. 1. Tensile stress FRP due to confinement of concrete core



شکل ۲. منحنی تنش کرنش بتن محصور شده توسط FRP
 Fig. 2. Stress-strain curve of FRP confined concrete

مدل‌های میرمیران و همکاران [۳۹]، کمپیونی و میراگلیا [۳۶]، لم و تنگ [۵] و ACI 440 [۴۱] استفاده می‌شود. در جدول ۱ رابطه‌ی تنش (f_c) و کرنش (ϵ_c) بتن محصور شده و همچنین نحوه‌ی محاسبه‌ی مقاومت فشاری بتن محصور شده (f_{cc}') و کرنش متناظر با مقاومت فشاری بتن محصور شده (ϵ_{ccu}) بر اساس ۴ مدل فوق برای ستون با مقطع دایره‌ای ارائه شده است. لازم به ذکر است که مدل ارائه شده توسط ACI مبتنی بر مدل لم و تنگ [۵] می‌باشد و همان‌طور که در جدول ۱ مشاهده می‌شود، اختلاف مدل ACI و لم و تنگ در نحوه‌ی محاسبه‌ی ϵ_{ccu} می‌باشد.

۲-۲- ستون با مقطع مستطیلی

میزان و نحوه‌ی توزیع فشار محصور کنندگی در ستون‌های با مقطع مستطیلی و مربعی بر خلاف ستون‌های با مقطع دایره‌ای

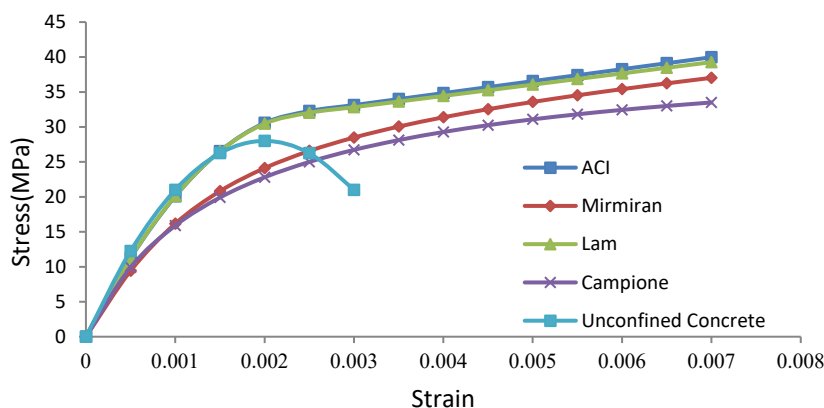
منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده توسط FRP در ستون‌های با مقطع دایره‌ای حالت دو خطی دارد که نمونه‌ای از آن در شکل ۲ مشاهده می‌شود. در قسمت خطی اول که تنش محوری کمتر از مقاومت فشاری بتن محصور نشده (f_c') است، شیب نمودار شبیه شیب نمودار بتن محصور نشده می‌باشد ($E_1 = E_c$). در زمانی که فشار محوری بیش‌تر از مقاومت فشاری بتن محصور نشده (f_c') است، بتن ترک خورده و عملکرد محصور کنندگی FRP فعال می‌شود و با افزایش کرنش محوری FRP، مقدار فشار محصور کنندگی نیز به طور خطی افزایش می‌یابد تا جایی که تنش در FRP به مقاومت کششی خود برسد. لحظه‌ی شکست مقطع با پاره شدن FRP همراه است. همان‌طور که در شکل ۲ نشان داده شده است، مقاومت فشاری و کرنش فشاری نهایی بتن محصور شده به ترتیب با f_{cc}' و ϵ_{ccu} نشان داده می‌شود. همان‌طور که قبلاً عنوان شد، در این تحقیق از

FRP جدول ۱. روابط مربوط به منحنی تنش-کرنش ستون بتن آرمه با مقطع دایره‌ای شکل محصور شده توسط
Table 1. Equations for stress-strain curves of FRP confined circular RC columns

f_c	f'_{cc}	ϵ_{ccu}	معادلات	مدل
$E_c \epsilon_c + \frac{(E_c - E_2)^2}{4f'_c} \epsilon_c^2$ $f'_c + E_2 \epsilon_c$ $0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon'_t$ $\epsilon'_t \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{ccu}$	$f'_c + \psi_f 3.3k_a f_l$ $k_a = 1$ $\psi_f = 0.95$	$\epsilon'_c (1.50 + 12k_b \frac{f_l}{f'_c} (\frac{\epsilon'_{fe}}{\epsilon'_c})^{0.45})$ $k_b = 1$ $\epsilon_{ccu} \leq 0.01$	$f_0 = f'_c, \quad \epsilon'_t = \frac{2f'_c}{E_c - E_2}$ $\epsilon'_{fe} = 0.004 \leq k_\epsilon \epsilon'_{fu}, \quad k_\epsilon = 0.55$ $E_2 = \frac{f'_{cc} - f'_c}{\epsilon_{ccu}}, \quad E_c = 4700 \sqrt{f'_c}$ $f'_{fu} = C_E \times f'_{fu}, \quad \epsilon'_{fu} = C_E \times \epsilon'_{fu}$	ACI440.2R-08 [۴۱]
$E_c \epsilon_c + \frac{(E_c - E_2)^2}{4f'_c} \epsilon_c^2$ $f'_c + E_2 \epsilon_c$ $0 \leq \epsilon_c \leq \epsilon'_t$ $\epsilon'_t \leq \epsilon_c \leq \epsilon_{ccu}$	$f'_c + 3.3f_l$	$\epsilon'_c (1.75 + 12 \frac{f_l}{f'_c} (\frac{\epsilon'_{fe}}{\epsilon'_c})^{0.45})$	$f_0 = f'_c, \quad \epsilon'_t = \frac{2f'_c}{E_c - E_2}$ $E_2 = \frac{f'_{cc} - f'_c}{\epsilon_{ccu}}, \quad E_c = 4700 \sqrt{f'_c}$	لم و تنگ [۵]
$\frac{(E_1 - E_2) \epsilon_c}{\left[1 + \left(\frac{(E_1 - E_2) \epsilon_c}{f_0} \right)^{1.5} \right]^{1/1.5}} + E_2 \epsilon_c$	$f'_c + 6 \times f_l^{0.7}$	$\frac{f'_{cc} - f_0}{E_2}$	$f_0 = 0.872 f'_c + 0.371 f_l + 6.258$ $E_2 = 245.61 (f'_c)^{0.2} + 1.3456 \frac{E_c f_l}{D}$	میرمیران و همکاران [۳۹]
$\frac{f'_{cc} \times \frac{\epsilon_c}{\epsilon_{ccu}} \times \gamma}{\gamma - 1 + \left(\frac{\epsilon_c}{\epsilon_{ccu}} \right)^\gamma}$ $\gamma = \frac{E_c}{E_c - \frac{f'_{cc}}{\epsilon_{ccu}}}$	$f'_c + k_e f_l, \quad k_e = 1$	$\epsilon'_c (1 + \rho_f \frac{1}{\epsilon_c} \frac{1}{E_f} \frac{1}{f'_c + f_l})$	$f_r = f_f$ $f_l = \frac{2t f_u}{D}$	کمپونه و میراگلیا [۳۶]

جدول ۲. روابط مربوط به منحنی تنش- کرنش ستون بتن آرمه با مقطع مستطیلی شکل محصور شده توسط FRP
 Table 2. Equations for stress-strain curves of FRP confined rectangular RC columns

f'_{cc}	ϵ_{ccu}	k_s	معادلات	مدل
$1 + 3.3\psi_f k_a f_l$ $\psi_f = 0.95$	$\epsilon'_c (1.50 + 12k_b \frac{f_l \epsilon'_{fe} (0.45)}{f'_c \epsilon_c})$ $\epsilon_{ccu} \leq 0.01$	$k_a = \left(\frac{b}{h}\right)^2 \frac{A_e}{A_c}$ $k_b = \left(\frac{h}{b}\right)^{0.5} \frac{A_e}{A_c}$	$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \frac{\left[\left(\frac{b}{h}\right)(h-2r)^2 + \left(\frac{h}{b}\right)(b-2r)^2\right]}{3A_g} - \rho}{1 - \rho}$ $D = \sqrt{h^2 + b^2}$	ACI440.2R -08 [۴۱]
$1 + 3.3k_a f_l$	$\epsilon'_c (1.75 + 12k_b \frac{f_l \epsilon'_{h,np} (0.45)}{f'_c \epsilon_c})$	$k_a = \left(\frac{b}{h}\right)^2 \frac{A_e}{A_c}$ $k_b = \left(\frac{h}{b}\right)^{0.5} \frac{A_e}{A_c}$	$\frac{A_e}{A_c} = \frac{1 - \frac{\left[\left(\frac{b}{h}\right)(h-2r)^2 + \left(\frac{h}{b}\right)(b-2r)^2\right]}{3A_g} - \rho}{1 - \rho}$ $D = \sqrt{h^2 + b^2}$	لم و تنگ [۵]
$f'_c + 6 \times f_l^{0.7}$	$\frac{f'_{cc} - f_0}{E_2}$	$\frac{2 \times r}{h} > 0.15$	$D = h$ $f_{le} = k_s f_l$, $f_l = \frac{2f_f t_f}{h}$	میزمیران و همکاران [۳۹]
$f'_c + k_a f_l$	$\epsilon'_c (1 + \rho_f \frac{1}{\epsilon_c} \frac{f_r^2}{E_f} \frac{1}{f'_c + f_l})$	$k_e = \frac{A_e}{A_c}$	$D = b$ $f_r = f_f \left[\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \times k_i\right) \times \frac{2r}{b_d} + k_i \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$, $k_i = 0.2121$ $\frac{A_e}{A_c} = \frac{\left[b^2 - 4 \left(r^2 - \frac{\pi r^2}{4} \right) \right] - \frac{2}{3} (b-2r)^2}{b^2 - (4-\pi)r^2}$ $\rho_f = \frac{2 \left[2(b-2r) + \pi r \right] n_r t_f}{b^2 - (4-\pi)r^2}$	کمپونه و میراکلیا [۳۶]



شکل ۳. منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده توسط FRP بر اساس ۴ مدل و بتن محصور نشده
 Fig. 3. Stress-strain curve of FRP confined concrete based on 4 models and unconfined concrete

اصلی تقویت ستون محسوب می‌شود. هدف اصلی از تحقیق حاضر، بهینه‌سازی طراحی تقویت ستون‌های بتن‌آرمه با مقطع مستطیلی که توسط ورق‌های FRP به روش دورپیچ تقویت شده‌اند، می‌باشد. در این تحقیق با توجه به منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده و استفاده از روابط تعادل و همسازی، روشی جهت تعیین ظرفیت محوری و خمشی (در هر دو جهت) ستون بتن‌آرمه‌ی تقویت شده توسط FRP توسعه داده می‌شود و سپس نتایج آن با نتایج آزمایشگاهی که توسط سایر محققین انجام شده‌است، مقایسه می‌گردد و صحت این روش بررسی می‌شود و سپس روشی جهت بهینه‌سازی توسعه داده می‌شود. زاکی و همکاران [۲۶] تحقیق مشابهی جهت بهینه‌سازی تقویت ستون با مقطع دایره‌ای انجام دادند.

۳- روند انجام تحقیق و نتایج بدست آمده

۳-۱- تعیین ظرفیت محوری و خمشی ستون بتن‌آرمه تقویت شده

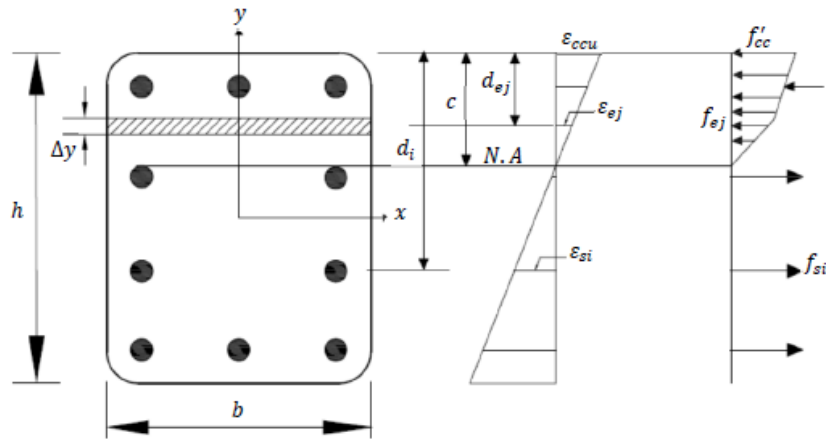
با مقطع مستطیلی با توجه به منحنی تنش-کرنش

۳-۱-۱- ستون تحت اثر لنگر خمشی یک‌محوره

برای یک مقطع مستطیلی تقویت شده توسط FRP که تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی یک محوره قرار دارد، تار خنثای مقطع (N.A) مطابق شکل ۴ به صورت افقی می‌باشد. در لحظه‌ی شکست نهائی مقطع که با خرد شدن بتن در دورترین تار فشاری همراه است، کرنش بتن به کرنش خردشدگی بتن در حالت محصور شده (ϵ_{ccu}) می‌رسد. توزیع کرنش در مقطع همان‌طور که در شکل

یکنواخت نمی‌باشد و میزان فشار محصورکنندگی در گوشه‌ها بیش‌تر و در وجوه مقطع کم‌تر است؛ معمولاً محققین برای بیان منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده توسط FRP در یک مقطع مستطیلی، مقطع مستطیلی را به یک مقطع دایره‌ای معادل با قطر D تبدیل می‌کنند و از همان روابط منحنی تنش-کرنش مقطع دایره‌ای استفاده می‌کنند؛ فقط در محاسبه‌ی f'_{cc} و ϵ_{ccu} از ضرایبی استفاده می‌شود تا به نوعی تاثیر شکل مقطع در نظر گرفته شود و اصطلاحاً به این ضرایب، ضریب شکل می‌گویند. در جدول ۲ نحوه‌ی محاسبه‌ی f'_{cc} و ϵ_{ccu} برای ستون‌های با مقطع مستطیلی برای هر ۴ مدل مورد مطالعه ارائه شده است. همان‌طور که در فوق نیز اشاره شد، در هر ۴ مدل، منحنی تنش-کرنش ستون با مقطع مستطیلی مشابه مقطع دایره‌ای است که در جدول ۱ اشاره شده است.

در شکل ۳ منحنی تنش-کرنش یک ستون بتن‌آرمه با مقطع مربعی به ابعاد ۴۰۰ mm و با مقاومت فشاری بتن ۲۵ MPa که توسط یک لایه ورق FRP با مقاومت کششی ۳۷۹۲ MPa و مدول الاستیسیته‌ی ۲۲۷ GPa و ضخامت ۰/۳۳ mm دورپیچ شده‌است، بر اساس ۴ مدل اشاره شده، نشان داده شده‌است. در شکل ۳ علاوه بر منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده، منحنی تنش-کرنش بتن محصور نشده نیز ارائه شده‌است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده و نشده کاملاً متفاوت می‌باشد. با توجه به گران بودن قیمت ورق‌های FRP، استفاده از حداقل مصالح FRP جهت تقویت ستون‌های بتن‌آرمه همیشه جزو اهداف



شکل ۴. توزیع تنش و کرنش در یک مقطع بتن آرمه‌ی محصور شده توسط FRP تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی یک محوره
 Fig. 4. Stress-strain distribution in RC section, confined with FRP, subjected to axial force and uniaxial bending moment

ناشی از زامین المان در مقطع ایجاد می‌شود (F_{ej}) ، برابر $f_{ej} b' \Delta y$ می‌باشد که b' و به ترتیب عرض و ضخامت المان می‌باشند. میزان لنگر خمشی که حول محور x ناشی از نیروی فشاری ایجاد می‌شود، برابر $F_{ej} y_{ej}$ می‌باشد که y_{ej} فاصله‌ی زامین المان تا مرکز پلاستیک مقطع است. لازم به ذکر است تنش المان‌هایی که تحت اثر کرنش کششی قرار دارند، برابر صفر در نظر گرفته می‌شود.

$$\frac{\epsilon_{ccu}}{\epsilon_{ej}} = \frac{c}{c - d_{ej}} \rightarrow \dot{a}_{ej} = \dot{a}_{ccu} \times \frac{c - d_{ej}}{c} \quad (۶)$$

با توجه به توضیحات فوق، نیروی فشاری (P_n) و لنگر خمشی (M_{nx}) که مقطع می‌تواند تحمل کند، برابر مجموع نیروها و لنگرهای خمشی است که ناشی از میلگردها و المان‌های مقطع ایجاد می‌شود؛ بنابراین می‌توان روابط ۷ و ۸ را نوشت.

$$P_n = \sum_{i=1}^{Nor} F_{si} + \sum_{j=1}^{Noe} F_{ej} = \sum_{i=1}^{Nor} f_{si} A_{si} + \sum_{j=1}^{Noe} f_{ej} b' \Delta y \quad (۷)$$

$$M_{nx} = \sum_{i=1}^{Nor} f_{si} A_{si} y_{si} + \sum_{j=1}^{Noe} f_{ej} b' \Delta y y_{ej} \quad (۸)$$

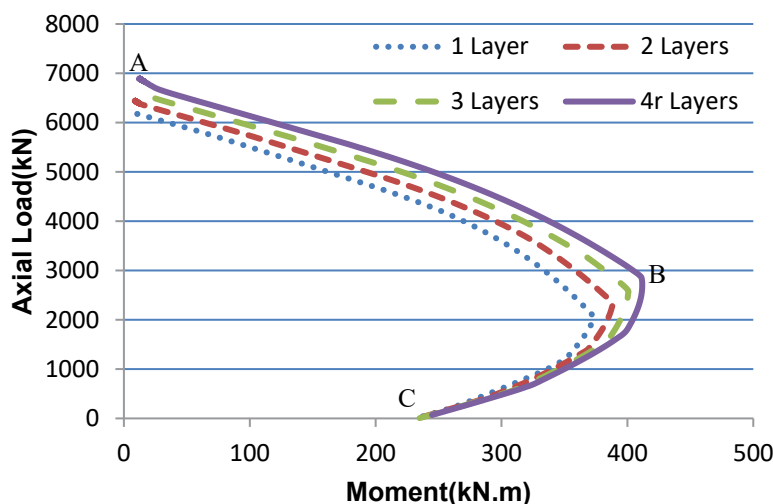
با توجه به روابط ارائه شده در فوق، الگوریتمی جهت تعیین ظرفیت محوری و خمشی ستون تقویت شده توسط FRP طراحی گردید و این الگوریتم در محیط Visual C# برنامه‌نویسی و پیاده‌سازی شد. در

۴ نشان داده شده است، به صورت خطی می‌باشد؛ بنابراین با توجه به شکل ۴ می‌توان کرنش زامین میلگرد موجود در مقطع (ϵ_{si}) را که به فاصله‌ی d_i از دورترین تار فشاری قرار دارد، با نوشتن تشابه در دیاگرام کرنش با استفاده از رابطه‌ی ۴ تعیین نمود و تنش آن (f_{si}) را نیز می‌توان با توجه به منحنی تنش-کرنش فولاد که یک منحنی دو خطی الاستوپلاستیک است، با استفاده از رابطه‌ی ۵ تعیین نمود. در رابطه‌ی ۴، c ارتفاع تار خنثی می‌باشد. بسته به مثبت یا منفی بودن کرنش هر میلگرد، تنش میلگرد به صورت فشاری یا کششی خواهد بود. نیروی ایجاد شده (F_{si}) ناشی از زامین میلگرد با مساحت A_{si} برابر $f_{si} A_{si}$ می‌باشد و میزان لنگر خمشی ایجاد شده در مقطع ناشی از میلگرد حول محور x برابر $F_{si} y_{si}$ می‌باشد که در آن y_{si} فاصله‌ی زامین میلگرد تا مرکز پلاستیک مقطع است.

$$\frac{\epsilon_{ccu}}{\epsilon_{si}} = \frac{c}{c - d_i} \rightarrow \epsilon_{si} = \epsilon_{ccu} \times \frac{c - d_i}{c} \quad (۴)$$

$$f_{si} = E_s \times \dot{a}_{si} \leq f_{yi} \quad (۵)$$

برای محاسبه‌ی نیروی فشاری مقطع ناشی از بتن، مقطع مطابق شکل ۴ به صورت نواری المان‌بندی می‌شود. کرنش زامین المان (ϵ_{ej}) که به فاصله‌ی d_{ej} از دورترین تار فشاری قرار دارد را می‌توان با نوشتن تشابه در دیاگرام کرنش با توجه به شکل ۴ با استفاده از رابطه‌ی ۶ تعیین نمود و تنش آن (f_{ej}) را با توجه به منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده بدست آورید؛ بنابراین نیروی فشاری که



شکل ۵. منحنی M-P ستون نمونه تقویت شده

Fig. 5. M-P curve of a confined concrete column

FRP، از تست‌های آزمایشگاهی انجام شده توسط یاکوبوچی و همکاران [۴۲]، بوسیاس و همکاران [۱۹] استفاده شد. این محققین تست‌های آزمایشگاهی بر روی ستون‌های تقویت شده توسط FRP تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی یک‌محوره انجام دادند. مشخصات نمونه‌های مورد استفاده برای صحت‌سنجی در جدول ۳ ارائه شده است. این محققین ستون‌ها را تحت اثر بار محوری ارائه شده در جدول ۳ قرار دادند و ظرفیت خمشی ستون را با توجه به بار محوری وارده اندازه‌گیری کردند که نتایج آن در جدول ۴ ارائه شده است. در تحقیق حاضر نیز با معرفی بارهای محوری مشابه با آنچه که محققین اعمال کردند، ظرفیت خمشی ستون برای هر ۴ مدل تعیین گردید که نتایج آن در جدول ۴ ارائه شده است. در جدول ۴ اختلاف بین نتایج بدست آمده از تست‌های آزمایشگاهی و برنامه‌نویسی انجام شده ارائه شده است.

با توجه به خطای کم نتایج برنامه‌نویسی انجام شده با نتایج آزمایشگاهی می‌توان استنتاج نمود که برنامه‌نویسی انجام شده از دقت کافی برای پیش‌گویی ظرفیت محوری و خمشی یک محوره‌ی ستون برخوردار است.

۳-۱-۲ ستون تحت اثر لنگر خمشی دو محوره

برای یک مقطع مستطیلی تقویت شده توسط FRP که تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی دو محوره قرار دارد، تار خنثای مقطع (N.A) مطابق شکل ۶ به صورت مورب می‌باشد. در لحظه‌ی شکست

برنامه‌نویسی انجام شده، منحنی‌های تنش-کرنش بتن محصور شده که توسط میرمیران و همکاران [۳۹]، لم و تنگ [۵]، ACI 440 [۴۱] و کمپیونه و میراگلیا [۳۶] ارائه شده است، برای برنامه معرفی شد؛ به طوری که برنامه‌نویسی انجام شده این قابلیت را دارد که ظرفیت محوری و خمشی ستون را برای هر ۴ مدل فوق به ازای مقادیر مختلف ارتفاع تار خنثی (c) محاسبه کند. در ضمن می‌توان منحنی اندرکنش نیروی محوری - لنگر خمشی ($M_n - P_n$) را رسم نمود. در شکل ۵ منحنی $M_n - P_n$ برای ستونی که منحنی تنش-کرنش بتن محصورشده‌ی آن توسط ورق FRP در شکل ۳ رسم شده است برای ۱، ۲، ۳ و ۴ لایه ورق FRP نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، مشابه ستون‌های بتن‌آرمه‌ی معمولی (تقویت نشده) در ستون‌های تقویت شده نیز منحنی $M_n - P_n$ دارای دو شاخه (AB و BC) می‌باشد. نقطه‌ی B که وضعیت بالانس (متوازن) مقطع است؛ مشابه ستون بتن‌آرمه معمولی وضعیت بالانس مقطع، زمانی رخ می‌دهد که در لحظه‌ی شکست مقطع که کرنش دورترین تار فشاری به کرنش خردشدگی می‌رسد، کرنش دورترین میلگرد کششی مقطع نسبت به تارخنثی به کرنش تسلیم (ϵ_y) برسد. روکا و همکاران [۲۲] نیز روابط ریاضی برای رسم منحنی اندرکنش نیروی محوری و لنگر خمشی ستون تقویت شده ارائه نمودند؛ البته این محققین برای ناحیه‌ی کشش کنترل رابطه‌ای ارائه نکرده‌اند.

جهت صحت‌سنجی الگوریتم و برنامه‌نویسی انجام شده برای تعیین ظرفیت محوری و خمشی ستون تقویت شده توسط ورق‌های

جدول ۳. مشخصات نمونه‌های تست‌های آزمایشگاهی تحت اثر خروج از مرکزیت یک محوره
Table 3. Specifications of experimental test specimens under eccentric load

تعداد لایه FRP	t_f (mm)	f_{fu} (MPa)	E_f (GPa)	ρ (%)	F_y (MPa)	f'_c (MPa)	مشخصات مقطع			P_{Exp}	کد نمونه	محقق
							R_c (mm)	h (mm)	b (mm)			
۱	۱/۰	۹۶۲	۷۶/۳۵۰	۲/۵۸	۴۶۵	۳۶/۵	۱۶	۳۰۵	۳۰۵	۱۲۹۰/۰	IA2-a	یاکوبچی و همکاران [۴۲]
۲	۱/۰	۹۶۲	۷۶/۳۵۰	۲/۵۸	۴۶۵	۳۶/۹	۱۶	۳۰۵	۳۰۵	۲۲۳۱/۰	IA3-a	
۱	۱/۰	۹۶۲	۷۶/۳۵۰	۲/۵۸	۴۶۵	۳۶/۹	۱۶	۳۰۵	۳۰۵	۲۲۳۱/۰	IA4-a	
۳	۱/۰	۹۶۲	۷۶/۳۵۰	۲/۵۸	۴۶۵	۳۷/۰	۱۶	۳۰۵	۳۰۵	۲۲۳۷/۰	IA5-a	
۲	۱/۰	۹۶۲	۷۶/۳۵۰	۲/۵۸	۴۶۵	۳۷/۰	۱۶	۳۰۵	۳۰۵	۱۳۰۸/۰	IA6-a	
۲	۰/۱۳	۳۴۵۰	۲۳۰	۰/۸۳	۵۶۰	۱۸/۱	۱۳	۲۵۰	۵۰۰	۱۱۲/۰	BO2-b	
۵	۰/۱۳	۳۴۵۰	۲۳۰	۰/۸۳	۵۶۰	۱۷/۹	۱۳	۲۵۰	۵۰۰	۱۲۲/۰	BO3-b	

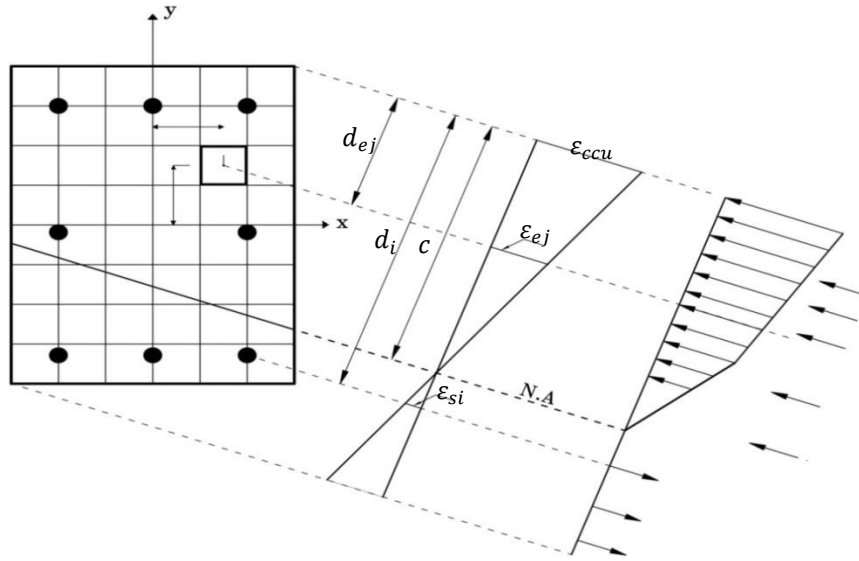
b = عرض مقطع، h = ارتفاع مقطع، R_c = شعاع گرد شدگی گوشه در مقاطع مستطیلی، f'_c = مقاومت فشاری بتن محصور نشده، f_y = تنش تسلیم آرماتور، ρ = درصد آرماتور موجود در مقطع، E_f = مدول الاستیسیته FRP، f_{fu} = مقاومت کششی FRP، t_f = ضخامت ورق FRP

جدول ۴. مقایسه‌ی نتایج تست آزمایشگاهی انجام شده توسط محققین با نتایج بدست آمده از برنامه‌نویسی انجام شده
Table 4. Comparison of experimental test results performed by the researchers with programming

درصد خطا (%)				M (kN.m)					کد نمونه	محقق
کمپیونه و میراگلیا	لم و تنگ	میرمیران و همکاران	ACI	کمپیونه و میراگلیا	لم و تنگ	میرمیران و همکاران	ACI	EXP.		
-۲۵	-۱۱	-۱۰	-۱۴	۱۸۳/۶	۲۰۶/۲	۲۰۷/۶	۲۰۰/۳	۲۲۹	IA2-a	یاکوبچی و همکاران [۴۲]
-۴۰	-۱۶	-۵	-۱۸	۱۶۶/۱	۲۰۱/۸	۲۲۱/۳	۱۹۷/۴	۲۳۳	IA3-a	
-۳۱	-۱۵	-۳	-۱۹	۱۶۶/۱	۱۸۹/۶	۲۱۹/۸	۱۸۳/۹	۲۱۸	IA4-a	
-۵۶	-۲۲	-۱۴	-۲۴	۱۶۶/۳	۲۱۳/۹	۲۲۹/۷	۲۱۰/۰	۲۶۰	IA5-a	
-۳۳	-۱۶	-۱۳	-۱۶	۱۸۴/۹	۲۱۲/۹	۲۱۶/۸	۲۱۱/۴	۲۴۶	IA6-a	
۴	۳	۲	۱	۱۰۸/۰	۱۱۵/۷	۱۱۰/۱	۱۱۳/۶	۱۱۲	BO2-b	
-۱۳	۳	-۷	۱	۱۰۸/۳	۱۲۵/۹	۱۱۴/۲	۱۲۳/۷	۱۲۲	BO3-b	

دارد، را می‌توان با نوشتن تشابه در دیاگرام کرنش با توجه به شکل ۶ با استفاده از رابطه‌ی ۴ تعیین نمود و تنش آن (f_{si}) را با توجه به منحنی تنش-کرنش فولاد که یک منحنی دو خطی الاستوپلاستیک است، می‌توان با استفاده از رابطه‌ی ۵ تعیین نمود. در رابطه‌ی ۴، c ارتفاع تار خنثی می‌باشد. بسته به مثبت یا منفی بودن کرنش

نهائی مقطع که با خرد شدن بتن در دورترین تار فشاری همراه است، کرنش بتن به کرنش خرد شدگی بتن در حالت محصور شده (ϵ_{cc}) می‌رسد. توزیع کرنش در مقطع همان‌طور که در شکل ۶ نشان داده شده است، به صورت خطی می‌باشد؛ بنابراین کرنش نامین میلگرد موجود در مقطع (ϵ_{si}) که به فاصله‌ی d_i از دورترین تار فشاری قرار



شکل ۶. توزیع تنش و کرنش در یک مقطع بتن آرمه‌ی محصور شده توسط FRP تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی دو محوره

Fig. 6. Stress-strain distribution in RC section, confined with FRP, subjected to axial force and biaxial bending moment

لنگرهای خمشی است که ناشی از میلگردها و المان‌های بتن مقطع ایجاد می‌شود؛ بنابراین می‌توان روابط ۹ تا ۱۱ را نوشت.

$$P_n = \sum_{i=1}^{Nor} F_{si} + \sum_{j=1}^{Noe} F_{ej} = \sum_{i=1}^{Nor} f_{si} A_{si} + \sum_{j=1}^{Noe} f_{cj} \Delta x \Delta y \quad (9)$$

$$M_{nx} = \sum_{i=1}^{Noe} f_{si} A_{si} y_{si} + \sum_{j=1}^{Noe} f_{cj} \Delta x \Delta y y_{ej} \quad (10)$$

$$M_{ny} = \sum_{i=1}^{Nor} f_{si} A_{si} x_{si} + \sum_{j=1}^{Noe} f_{ej} \Delta x \Delta y x_{ej} \quad (11)$$

با توجه به روابط ارائه شده در فوق، الگوریتمی جهت تعیین ظرفیت محوری و خمشی دو محوره‌ی ستون تقویت شده توسط FRP طراحی گردید و این الگوریتم در محیط Visual C# برنامه‌نویسی و پیاده‌سازی شد. در برنامه‌نویسی انجام شده، منحنی‌های تنش-کرنش بتن محصور شده که توسط میرمیران و همکاران [۳۹]، لم و تنگ [۵]، ACI 440 [۴۱] و کمپیونه و میراگلیا [۳۶] ارائه شده است، برای برنامه معرفی شد؛ به طوری که برنامه‌نویسی انجام شده این قابلیت را دارد که ظرفیت محوری و خمشی دو محوره‌ی ستون را برای هر ۴ مدل فوق به ازای مقادیر مختلف ارتفاع تار خنثی (c) و زاویه‌ی تار خنثی محاسبه کند. در شکل ۵ نمونه‌ای از صفحه‌ی گرافیکی ورود اطلاعات ارائه شده است.

هر میلگرد، تنش میلگرد به صورت فشاری یا کششی خواهد بود. نیروی ایجاد شده (F_{si}) ناشی از آمین میلگرد با مساحت A_{si} برابر می‌باشد و میزان لنگر خمشی ایجاد شده در مقطع حول محورهای x و y به ترتیب برابر $F_{si} y_{si}$ و $F_{si} x_{si}$ می‌باشد که در آن x_{si} و y_{si} فاصله‌ی آمین میلگرد تا مرکز پلاستیک مقطع است. برای محاسبه‌ی نیروی فشاری مقطع ناشی از بتن، مقطع مطابق شکل ۶ المان‌بندی می‌شود. کرنش زامین المان (ϵ_{ej}) را که به فاصله‌ی d_{ej} از دورترین تار فشاری قرار دارد را می‌توان با نوشتن تشابه در دیاگرام کرنش با توجه به شکل ۶ با استفاده از رابطه‌ی ۶ تعیین نمود و تنش آن (f_{ej}) را با توجه به منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده بدست آورید؛ بنابراین نیروی فشاری که ناشی از زامین المان در مقطع ایجاد می‌شود (F_{ej})، برابر $f_{ej} \times \Delta x \times \Delta y$ می‌باشد که Δx و Δy ابعاد المان می‌باشند. میزان لنگر خمشی که حول محورهای x و y ناشی از نیروی فشاری ایجاد می‌شود، به ترتیب برابر $F_{ej} x_{ej}$ و $F_{ej} y_{ej}$ می‌باشد که x_{ej} و y_{ej} فاصله‌ی زامین المان تا مرکز پلاستیک مقطع است. لازم به ذکر است تنش المان‌هایی که تحت اثر کرنش کششی قرار دارند، برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. با توجه به توضیحات فوق، نیروی فشاری P_n و لنگرهای خمشی (M_{nx}, M_{ny}) که مقطع می‌تواند تحمل کند، برابر مجموع نیروها و

جدول ۵. مشخصات نمونه‌های تست‌های آزمایشگاهی تحت اثر خروج از مرکزیت دو محوره
Table 5. Specifications of experimental test specimens under biaxial load

تعداد لایه FRP	t_f (mm)	f_{fu} (MPa)	E_f (GPa)	ρ (%)	f_y (MPa)	f'_c (MPa)	ابعاد مقطع (mm)			کد نمونه	محقق
							R_c	h	b		
۱	۰/۳۸۱	۸۷۰	۶۵/۴	۱/۵	۵۵۰	۲۰/۰	۱۰	۱۵۰	۱۲۰	M-R	السید و مداوی [۳۳]
۱	۰/۳۸۱	۸۷۰	۶۵/۴	۰/۲۶	۵۰۰	۲۹/۰	-	۷۰	۷۰	Y-S1	یوسف و همکاران [۴۳]
۲	۰/۳۸۱	۸۷۰	۶۵/۴	۰/۲۶	۵۰۰	۲۹/۰	-	۷۰	۷۰	Y-S2	
۳	۰/۳۸۱	۸۷۰	۶۵/۴	۰/۲۶	۵۰۰	۲۹/۰	-	۷۰	۷۰	Y-S3	
۱	۰/۳۸۱	۸۹۴	۶۵/۴	۴/۹	۴۰۰	۳۹/۹	-	۷۶	۷۶	P1	پونورایی و همکاران [۳۲]
۲	۰/۳۸۱	۸۹۴	۶۵/۴	۴/۹	۴۰۰	۳۹/۹	-	۷۶	۷۶	P2	

b = عرض مقطع، h = ارتفاع مقطع، R_c = شعاع گرد شدگی گوشه در مقاطع مستطیلی، f'_c = مقاومت فشاری بتن محصور نشده، f_y = تنش تسلیم آرماتور، ρ = درصد آرماتور موجود در مقطع، E_f = مدول الاستیسیته FRP، f_{fu} = مقاومت کششی FRP، t_f = ضخامت لایه FRP

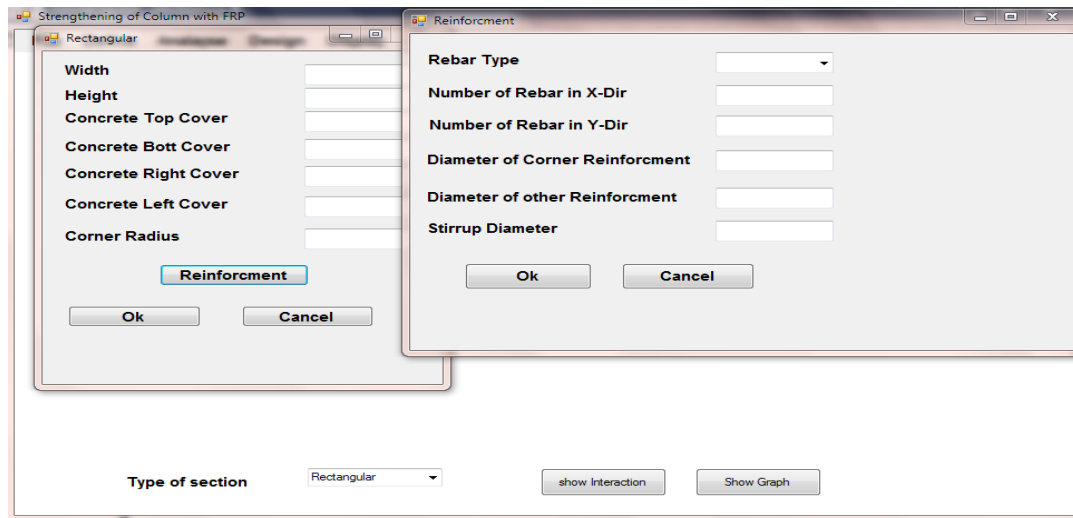
جدول ۶. مقایسه‌ی نتایج تست آزمایشگاهی دو محوره انجام شده توسط محققین با برنامه‌نویسی انجام شده

Table 6. Comparison of experimental test results performed by the researchers under biaxial loading with programming

درصد خطا (%)			P (kN)						e_y (mm)	e_x (mm)	کد نمونه	محقق
کمپونه و	لم و تنگ	میرمیران و ACI	کمپونه و	لم و تنگ	میرمیران و	ACI	EXP.					
۳	-۵	۲	-۷	۱۷۶/۵	۱۶۲/۶	۱۷۴/۸	۱۶۱/۰	۱۷۱/۵	۴۹/۹	۴۳/۱	M-R	السید و مداوی [۳۳]
۳۸	-۴	-۲	۴	۲۷/۶	۱۹/۳	۱۹/۷	۲۰/۷	۲۰	۵۱/۲۱	۵۱/۲۱	Y-S ₁	یوسف و همکاران [۴۳]
۴۰	-۲	۱	۴	۲۹/۵	۲۰/۵	۲۱/۲	۲۱/۹	۲۱	۵۱/۲۱	۵۱/۲۱	Y-S ₂	
۲۸	۱۱	۱۰	۶	۲۷/۶	۲۳/۸	۲۳/۱	۲۲/۸	۲۱/۵	۵۱/۲۱	۵۱/۲۱	Y-S ₃	
-۳۸	-۴	۸	۱	۳۱/۶	۴۲/۱	۴۷/۳	۴۴/۰	۴۳/۶	۵۰/۸	۵۰/۸	P-S ₁	پونورایی و همکاران [۳۲]
-۴۲	-۱	-۲	-۴	۳۱/۶	۴۴/۵	۴۴/۰	۴۳/۲	۴۵/۰	۵۰/۸	۵۰/۸	P-S ₂	

در جدول ۵ ارائه شده‌است. این محققین ستون‌ها را تحت اثر خروج از مرکزیت‌های ارائه شده در جدول ۶ قرار دادند و ظرفیت محوری ستون را با توجه به خروج از مرکزیت‌های فوق اندازه‌گیری کردند که نتایج آن در جدول ۶ ارائه شده است. در تحقیق حاضر نیز با اعمال خروج از مرکزیت‌های مشابه با آنچه که محققین اعمال کردند، ظرفیت محوری ستون برای هر ۴ مدل توسط برنامه‌نویسی انجام شده تعیین گردید که نتایج آن در جدول ۶ ارائه شده است. در جدول ۶ اختلاف

جهت صحت‌سنجی الگوریتم و برنامه‌نویسی انجام شده برای تعیین ظرفیت محوری و خمشی ستون تقویت شده توسط ورق‌های FRP، از تست‌های آزمایشگاهی انجام شده توسط یوسف و همکاران [۴۳]، السید و مداوی [۳۳] و پونورایی و همکاران [۳۲] استفاده شد. این محققین تست‌های آزمایشگاهی بر روی ستون‌های تقویت شده توسط FRP تحت اثر نیروی محوری و لنگر خمشی دو محوره انجام دادند. مشخصات نمونه‌های مورد استفاده برای صحت‌سنجی



شکل ۷. صفحه‌ی گرافیکی ورود اطلاعات در برنامه‌نویسی انجام شده در محیط Visual C#

Fig. 7. Graphic view for entering information in programming performed in Visual C# environment

که تحت اثر لنگر خمشی M_u و نیروی محوری P_u قرار گرفته است، به این روش عمل می‌شود که منحنی اندرکنش نیروی محوری- لنگر خمشی $(\phi M_n - \phi P_n)$ ستون برای لایه‌های مختلف از ورق FRP مورد نظر بر اساس یکی از مدل‌های تنش- کرنش بتن محصور شده رسم می‌شود و سپس بار اعمالی به ستون بر روی نمودار اندرکنش به صورت نقطه‌ای نمایش داده می‌شود. اگر این نقطه داخل منحنی اندرکنش قرار گیرد، ستون با تقویت انجام شده ظرفیت تحمل بار اعمالی را دارا می‌باشد و در غیر این صورت تقویت انجام شده کافی نمی‌باشد. از میان منحنی‌های قابل قبول، آن منحنی که به نقطه‌ی مورد نظر نزدیک‌ترین فاصله را داشته باشد، بهینه‌ترین روش تقویت ستون با FRP مورد نظر می‌باشد. در شکل ۸ نمونه‌ای از منحنی $(\phi M_n - \phi P_n)$ به همراه نقطه‌ی A متناظر با بار اعمالی نشان داده شده است. خطی که مبدا مختصات را به نقطه‌ی A متصل نموده است، منحنی را در نقطه‌ی D قطع نموده است. هر چه نسبت $\frac{OA}{OD}$ به ۱ نزدیک‌تر باشد، طراحی بهینه‌تر خواهد بود. جهت مشخص نمودن نقطه‌ی D بر روی منحنی به این روش عمل می‌شود که از مبدا خطی به نقطه‌ی A وصل می‌کنیم و شیب OA را تعیین می‌کنیم سپس دو نقطه‌ای مثل B و C را بر روی منحنی طوری پیدا می‌کنیم که شیب OC و OD به ترتیب بیشتر و کمتر از شیب OA باشد. سپس تلاقی خط OA با BC تعیین می‌شود تا نقطه D بدست آید. لازم به ذکر است که نسبت $\frac{OA}{OD}$ در حقیقت همان نسبت تقاضا به ظرفیت

بین نتایج بدست آمده از تست‌های آزمایشگاهی و برنامه‌نویسی انجام شده ارائه شده است.

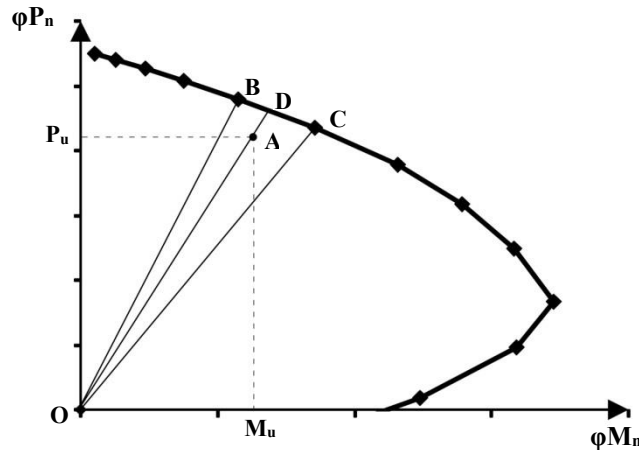
با توجه به خطای کم نتایج برنامه‌نویسی انجام شده با نتایج آزمایشگاهی می‌توان استنتاج نمود که برنامه‌نویسی انجام شده از دقت کافی برای پیش‌گویی ظرفیت محوری و خمشی دو محوره‌ی ستون برخوردار است. همان‌طور که در جدول ۶ مشاهده می‌شود، مدل ACI نسبت به ۳ مدل دیگر به‌طور متوسط خطای کم‌تری در تخمین ظرفیت مقطع دارد. ۳ مدل دیگر دارای خطاهای بیش از ۱۰٪ نیز می‌باشند اما حداکثر خطای ACI در تخمین ظرفیت محوری ۷٪ است. السید و مداوی نیز مدلی ریاضی برای پیش‌بینی ظرفیت محوری و خمشی ارائه کردند. آن‌ها خطای مدل خود را ۷٪ گزارش کرده‌اند [۳۳].

۲-۳- بهینه‌سازی تقویت ستون

در بهینه‌سازی تقویت ستون با ورق‌های FRP همیشه این هدف دنبال می‌شود که از بین انواع ورق‌های FRP در دسترس، نوعی را انتخاب کنیم که در صورت استفاده جهت تقویت، ضمن تامین ظرفیت خمشی و محوری مورد نیاز، دارای حداقل قیمت نیز باشد.

۲-۲-۱- ستون تحت اثر لنگر خمشی یک‌محوره

برای طراحی تعداد لایه‌ی ورق FRP برای تقویت ستون بتن‌آرمه



شکل ۸. روش تعیین نسبت تقاضا به ظرفیت (D/C)

Fig. 8. Method for determination demand to capacity ratio (D/C)

ستون می‌بایست بار محوری معادل ۳۴۵۰ kN و لنگر خمشی kN.m ۱۶۱ را تحمل نماید. جهت تقویت ستون از الیاف Kor-CFW از گروه کارخانجات Sika و Korea RE&T و SikaCarbodur از گروه کارخانجات Sika استفاده شد. FRPهای مورد استفاده همگی از جنس کربن می‌باشند. با ورود اطلاعات فوق و معرفی مشخصات مصالح به برنامه و اجرای برنامه، نتایج ارائه شده در جدول ۷ حاصل شده است. تعداد لایه‌های مورد نیاز که باید مورد استفاده قرار گیرد تا ستون بتواند بار محوری و لنگر خمشی را تحمل کند در جدول ۷ ارائه شده است. در جدول ۷ مشخصات ورق‌های FRP و قیمت تمام شده آن‌ها ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود از بین گزینه‌های مختلف، ۲ لایه FRP با ضخامت ۰/۲۵۵ mm حالت بهینه‌ی تقویت ستون برای این مثال است؛ زیرا همان‌طور که در جدول ۷ مشاهده می‌شود قیمت تمام‌شده‌ی مصالح این نوع FRP نسبت به سایر FRPها کم‌تر است. لازم به ذکر است که برای طراحی از منحنی تنش-کرنش ارائه شده توسط آئین‌نامه‌ی ACI [۴۱] استفاده شده است. نحوه‌ی تعیین ضریب کاهش مقاومت (ϕ) در بتن آرمه‌ی تقویت شده مشابه بتن آرمه‌ی معمولی است؛ یعنی اینکه مطابق آئین‌نامه ACI در صورتی که کرنش دورترین میلگرد از تار خنثی (ϵ_t) از کرنش تسلیم (ϵ_y) کم‌تر باشد ($\epsilon_t \leq \epsilon_y$) (مقطع در حالت فشار کنترل قرار دارد)، $\phi = 0/65$ و در صورتی که $\epsilon_t \geq 0/005$ (مقطع در حالت کشش کنترل قرار دارد) باشد، $\phi = 0/9$ و در صورتی که $0/005 \leq \epsilon_t \leq \epsilon_y$ مقدار ϕ به صورت خطی بین $0/65$ و $0/9$ تغییر می‌کند.

$(D/C = \frac{\text{Demand}}{\text{Capacity}})$ است و در طراحی بهینه باید کم‌تر از ۱ باشد و تا حد امکان نزدیک به ۱ باشد. با توجه به این‌که برنامه‌نویسی انجام شده می‌توانست ظرفیت خمشی و محوری ستون تقویت شده را با دقت خوبی پیش‌بینی کند؛ لذا برنامه‌نویسی انجام شده طوری توسعه داده شد که مقدار D/C را برای لایه‌های مختلف از یک نوع FRP مشخص، محاسبه کند و با توجه به آن، حداقل تعداد لایه‌ی مورد نیاز برای بهینه و اقتصادی شدن طراحی را تعیین نماید. در ضمن برنامه طوری توسعه داده شد که با معرفی مشخصات ورق‌های FRP در دسترس به همراه قیمت آن‌ها، برنامه‌نویسی انجام شده می‌تواند مشخص کند که کدام نوع FRP در صورت استفاده، ضمن تامین ظرفیت خمشی و محوری مورد نیاز دارای حداقل قیمت نیز باشد. نمونه‌ای از بهینه‌سازی انجام شده در ادامه توضیح داده می‌شود. نمونه‌ی مثال انجام شده جهت بهینه‌سازی، یک ستون بتن آرمه با مقطع مربعی به ابعاد 500×500 میلی‌متر با شعاع گرد شدگی گوشه (R_c) برابر با ۲۰ میلی‌متر می‌باشد که با ۱۲ عدد میلگرد با قطر ۲۰ mm مسلح شده است. آرماتورهای استفاده شده از نوع ۴۰۰S با تنش تسلیم (f_y) برابر ۴۰۰ مگاپاسکال و مدول الاستیسیته‌ی (E_s) برابر ۲۰۰۰۰۰ مگاپاسکال می‌باشد. مقاومت فشاری بتن (f'_c) برابر ۲۸ مگاپاسکال، کرنش خردشدگی بتن تقویت نشده (ϵ_{cu}) برابر ۰/۰۰۳ و کرنش متناظر با مقاومت فشاری بتن محصور نشده (ϵ_0) برابر با ۰/۰۰۲ می‌باشد. این ستون به دلیل اشتباه در اجرا با ابعاد 400×400 میلی‌متر اجرا شده است. طبق محاسبات انجام شده این

جدول ۷. مشخصات ورق‌های FRP و تعداد لایه‌های مورد نیاز و قیمت تمام شده جهت تقویت ستون نمونه

Table 7. Specifications of FRP sheets and the number of layers required and the cost to strengthen the sample column

قیمت تمام شده اجرا برای یک متر طول ستون (ریال)	قیمت هر مترمربع ورق FRP به همراه اجرا (ریال)	نسبت تقاضا به ظرفیت (D/C)	تعداد لایه مورد نیاز FRP	مشخصات FRP			نام تجاری FRP
				ضخامت (mm)	مدول الاستیسیته (MPa)	مقاومت کششی (MPa)	
۹۶۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۰/۹۷۸۹	۶	۰/۰۸۶	۲۳۰۰۰۰	۴۹۰۰	Kor-CFW150
۶۴۰۰۰۰۰	۱۱۰۰۰۰۰	۰/۹۹۷۹	۴	۰/۱۱۱	۲۳۰۰۰۰	۴۹۰۰	Kor-CFW200
۷۶۸۰۰۰۰	۱۲۰۰۰۰۰	۰/۹۷۶۸	۴	۰/۱۳۱	۲۳۰۰۰۰	۴۹۰۰	Kor-CFW230
۶۷۲۰۰۰۰	۱۴۰۰۰۰۰	۰/۹۸۳۵	۳	۰/۱۶۶	۲۳۰۰۰۰	۴۹۰۰	Kor-CFW300
۵۷۶۰۰۰۰	۱۸۰۰۰۰۰	۰/۹۸۰۴	۲	۰/۲۵۵	۲۳۰۰۰۰	۴۹۰۰	Kor-CFW450
۶۴۰۰۰۰۰	۲۰۰۰۰۰۰	۰/۹۶۱۰	۲	۰/۲۹۳	۲۳۰۰۰۰	۴۹۰۰	Kor-CFW530
۷۰۴۰۰۰۰	۲۲۰۰۰۰۰	۰/۹۳۹۵	۲	۰/۳۳۷	۲۳۰۰۰۰	۴۹۰۰	Kor-CFW600
۵۹۲۰۰۰۰	۱۸۵۰۰۰۰	۰/۹۸۵۴	۲	۰/۱۶۶	۳۴۰۰۰۰	۴۶۰۰	Kor-CFWH300
۶۴۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۰/۹۹۷۹	۴	۰/۱۱۱	۲۳۰۰۰۰	۳۹۰۰	SikaWrap-200C

جدول ۸. مشخصات ورق‌های FRP و تعداد لایه‌های مورد نیاز جهت تقویت ستون نمونه

Table 8. Specifications of FRP sheets and the number of layers required to strengthen the sample column

قیمت تمام شده اجرا برای یک متر طول ستون (ریال)	قیمت هر مترمربع ورق FRP به همراه اجرا (ریال)	نسبت تقاضا به ظرفیت (D/C)	تعداد لایه مورد نیاز FRP	مشخصات FRP			نام تجاری FRP
				ضخامت (mm)	مدول الاستیسیته (MPa)	مقاومت کششی (MPa)	
۶۴۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۰/۹۶۳	۴	۰/۰۸۶	۲۳۰۰۰۰	۴۹۰۰	Kor-CFW150
۳۵۲۰۰۰۰	۱۱۰۰۰۰۰	۰/۹۹۹	۲	۰/۱۱۱	۲۳۰۰۰۰	۴۹۰۰	Kor-CFW200
۲۲۴۰۰۰۰	۱۴۰۰۰۰۰	۰/۹۶۹	۱	۰/۱۶۶	۳۴۰۰۰۰	۴۶۰۰	Kor-CFW300
۴۸۰۰۰۰۰	۱۰۰۰۰۰۰	۰/۹۵۷	۳	۰/۱۱۱	۲۳۰۰۰۰	۳۹۰۰	SikaWrap-200C

۳-۲-۲- ستون تحت اثر لنگر خمشی دومحوره

برای طراحی تعداد لایه‌های مورد نیاز برای هر نوع FRP که تحت تاثیر نیروی محوری و لنگر خمشی دو محوره قرار دارد، الگوریتم به این صورت طراحی شد که برنامه به ازای مقادیر مختلف شیب تار خنثی و ارتفاع تار خنثی (c)، مجموعه‌ای از نیروهای محوری و لنگرهای خمشی حول محور x و y ($\phi M_{nx} - \phi M_{ny} - \phi P_n$) را به ازای هر لایه از FRP بدست می‌آورد و سپس بین این مجموعه از نیروها و لنگرهای خمشی جستجو می‌کند. در این جستجو برنامه‌نویسی طوری انجام گرفته است که حداقل تعداد لایه که باید ستون تقویت شود تا ظرفیت خمشی و محوری ستون تقویت شده به میزانی که به برنامه معرفی می‌شود (مثلاً ۳٪) بیش‌تر از مقادیر متناظر نیروی محوری و لنگرهای خمشی وارد بر ستون باشد. با تعیین تعداد لایه‌ی مورد نیاز برای هر FRP می‌توان قیمت تمام شده‌ی تقویت ستون توسط آن نوع FRP را بدست آورد و به‌تبع آن می‌توان تعیین نمود که برای انواع FRP‌های موجود کدام نوع در صورت استفاده دارای کم‌ترین قیمت تمام شده خواهد بود.

نمونه‌ای از بهینه‌سازی انجام شده در ادامه توضیح داده می‌شود. نمونه‌ی مثال انجام شده جهت بهینه‌سازی یک ستون بتن‌آرمه با ابعاد 500×500 میلی‌مترمربع با شعاع گردشگی گوشه (R_c) برابر با ۲۰ میلی‌متر می‌باشد که با ۱۲ عدد میلگرد با قطر mm ۲۰ مسلح شده‌است. آرماتورهای استفاده شده از نوع ۴۰۰S با تنش تسلیم (f_y) برابر ۴۰۰ مگاپاسکال و مدول الاستیسیته‌ی (E_s) برابر ۲۰۰۰۰۰ مگاپاسکال می‌باشند. مقاومت فشاری بتن (f'_c) برابر ۲۸ مگاپاسکال، کرنش خردشدگی بتن تقویت نشده (ϵ_{cu}) برابر با ۰/۰۰۳ و کرنش متناظر با مقاومت فشاری بتن محصور نشده (ϵ_0) برابر با ۰/۰۰۲ می‌باشد. این ستون به دلیل اشتباه در اجرا با ابعاد 400×400 میلی‌متر اجرا شده است. طبق محاسبات انجام شده این ستون می‌بایست بار محوری برابر ۱۴۲ kN و لنگر خمشی حول محور x برابر ۱۸۰ kN.m و لنگر خمشی حول محور y برابر ۷۷ kN.m را تحمل کند. جهت تقویت ستون از الیاف Kor-CFW از گروه کارخانجات SikaCarbodur و Korea RE&T از گروه کارخانجات Sika استفاده شد. FRP‌های مورد استفاده همگی از جنس کربن می‌باشند. با ورود اطلاعات فوق و معرفی مشخصات مصالح به برنامه و اجرای برنامه، نتایج ارائه شده در جدول ۸ حاصل شده است. تعداد

لایه‌های مورد نیاز که برای هر نوع FRP باید مورد استفاده قرار گیرد تا ستون بتواند بار محوری و لنگرهای خمشی را تحمل کند در به همراه قیمت تمام شده آن نوع FRP ارائه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود از بین گزینه‌های مختلف، ۱ لایه FRP با ضخامت mm ۰/۱۶۶ حالت بهینه‌ی تقویت ستون برای این مثال است؛ زیرا قیمت تمام‌شده‌ی مصالح این نوع FRP نسبت به سایر FRP‌ها کم‌تر است. لازم به ذکر است که برای طراحی از منحنی تنش-کرنش ارائه شده توسط آئین‌نامه‌ی ACI [۴۱] استفاده شده است.

۴- نتیجه‌گیری

هدف از تحقیق حاضر، بهینه‌سازی طراحی تقویت ستون‌های بتن‌آرمه‌ی تقویت شده با ورق‌های FRP به روش دروپچ می‌باشد. بدین منظور در ابتدا الگوریتمی مبتنی بر منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده توسط FRP (که توسط محققین و آئین‌نامه‌ی ACI ارائه شده است) و معادلات تعادل و همسازی جهت تعیین ظرفیت محوری و خمشی (یک و دو محوره) ستون تقویت شده طراحی گردید در محاسبه‌ی نیروهای مقطع در مورد لنگر خمشی یک محوره از المان‌بندی نواری و در مورد لنگر خمشی دو محوره از المان‌بندی مربعی استفاده شد. الگوریتم طراحی شده در محیط Visual C# برنامه‌نویسی گردید. جهت صحت‌سنجی الگوریتم و برنامه‌نویسی انجام شده، نتایج بدست آمده از برنامه‌نویسی با نتایج تست‌های آزمایشگاهی که توسط سایر محققین انجام شده است، مقایسه گردید. نتایج بدست آمده نشان داد که خروجی‌های بدست آمده از برنامه‌نویسی انجام شده تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد. در بین ۶ تست آزمایشگاهی که در مورد ستون تحت اثر خمش دو محوره مورد بررسی قرار گرفته است، حداکثر خطای بدست آمده بر اساس مدل ACI، لم و تنگ، میرمیران و همکاران و کمپینونی و میراگلیا به ترتیب برابر ۷٪، ۱۱٪، ۱۰٪ و ۳۸٪ می‌باشد و در مورد ستون تحت اثر خمش یک‌محوره، حداکثر خطاهای بدست آمده به ترتیب ۲۴٪، ۲۲٪، ۱۴٪ و ۵۶٪ می‌باشد؛ این نتایج نشان می‌دهد که ۳ مدل ACI، میرمیران و همکاران و لم و تنگ تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی دارد و لذا می‌توان این‌طور استنتاج نمود که از برنامه‌نویسی انجام شده که مبتنی بر معادلات تعادل و همسازی بر اساس منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده توسط FRP است، می‌توان برای پیشگویی

ماکزیمم فشار محصور شدگی توسط FRP، MPa	f_l
عرض از مبدا بخش دوم نمودار تنش- کرنش بتن محصور شده با FRP، MPa	f_0
مقاومت فشاری بتن محصور نشده، MPa	f_c'
مقاومت فشاری بتن محصور شده، MPa	f_{cc}'
فشار محصور شدگی توسط FRP، MPa	f_r
مقاومت کششی FRP، MPa	f_{fu}
مقاومت کششی نهایی FRP ارائه شده توسط شرکت سازنده، MPa	f_{fu}^*
تنش z آمین المان مقطع، MPa	f_{ej}
تنش i آمین میلگرد، MPa	f_{si}
تنش تسلیم i آمین میلگرد، MPa	f_{yi}
تنش تسلیم میلگرد، MPa	f_y
نیروی فشاری ناشی از z آمین المان مقطع، N	F_{ej}
نیروی ایجاد شده ناشی از i آمین میلگرد، N	F_{si}
ارتفاع مقطع، mm	h
ضریب تاثیر شکل (هندسه) مقطع در تعیین مقاومت فشاری بتن محصور شده با FRP	k_a
ضریب تاثیر شکل (هندسه) مقطع در تعیین کرنش نهایی بتن محصور شده با FRP	k_b
ضریب تاثیر شکل (هندسه) مقطع در کاهش تنش در FRP	k_i
ضریب تاثیر شکل (هندسه) مقطع در محصور شدگی بتن با FRP	k_s
ضریب تاثیر تفاوت کرنش پارگی در هنگام محصور شدگی با کرنش پارگی در آزمایش کششی FRP	k_ϵ
تعداد ورق تقویت با FRP	n
تار خنثای مقطع	N.A
ظرفیت فشاری اسمی مقطع، N	P_n
نیروی فشاری نمونه‌های آزمایشگاهی، N	P_{Exp}
نیروی نهایی وارد بر مقطع، N	P_u
ظرفیت خمشی اسمی مقطع حول محور x ، N.mm	M_{nx}
ظرفیت خمشی اسمی مقطع حول محور y ، N.mm	M_{ny}
شعاع گردشدگی گوشه در مقاطع مستطیلی، mm	r
ضخامت لایه FRP، mm	t_f
فاصله z آمین المان مقطع تا مرکز پلاستیک مقطع در جهت محور x ، mm	x_{ej}
فاصله z آمین المان مقطع تا مرکز پلاستیک مقطع در جهت محور y ، mm	y_{ej}
فاصله i آمین میلگرد در امتداد محور x تا مرکز پلاستیک مقطع، mm	x_{si}

ظرفیت خمشی (یک و دو محوره) و نیروی محوری ستون بتن‌آرمه استفاده نمود. در این تحقیق هم‌چنین الگوریتمی جهت تعیین نسبت تقاضا به ظرفیت (D/C) ستون تقویت شده توسط FRP که تحت تاثیر نیروی محوری و لنگر خمشی (یک‌محوره و دو محوره) قرار دارد، توسعه داده شد و برنامه‌نویسی آن در محیط Visual C# انجام گرفت. بر اساس برنامه‌نویسی انجام شده، امکان طراحی تعداد ورق‌های FRP که باید برای تقویت ستون مورد استفاده قرار گیرد تا $D/C \leq 1$ شود، فراهم گردید؛ سپس برنامه‌نویسی طوری توسعه داده شد که بتوان از آن جهت بهینه‌سازی طراحی استفاده نمود؛ بدین‌صورت که با مشخص کردن ابعاد مقطع و میزان آرماتور موجود همراه با بار محوری و لنگر خمشی وارد بر ستون و هم‌چنین معرفی مشخصات ورق‌های FRP در دسترس به همراه قیمت آن‌ها، برنامه‌نویسی انجام شده این قابلیت را دارد که مشخص کند که کدام نوع FRP در صورت استفاده، ضمن تامین ظرفیت خمشی و محوری مورد نیاز، دارای حداقل قیمت نیز می‌باشد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

مساحت بتن مقطع mm^2	A_c
مساحت موثر بتن مقطع محصور شده mm^2	A_e
مساحت FRP	A_f
مساحت ناخالص مقطع، mm^2	A_g
مساحت i آمین میلگرد، mm^2	A_{si}
عرض مقطع، mm	b
ارتفاع تار خنثی، mm	c
ضریب کاهش مقاومت به جهت شرایط محیطی	C_E
قطر عضو فشاری با سطح مقطع دایره‌ای	D
فاصله i آمین میلگرد موجود در مقطع از دورترین تار فشاری، mm	d_i
فاصله z آمین المان مقطع از دورترین تار فشاری، mm	d_{ej}
مدول الاستیسیته بتن MPa	E_c
مدول الاستیسیته FRP، MPa	E_f
شیب قسمت دوم خطی نمودار تنش-کرنش بتن محصور شده با FRP، MPa	E_2
مدول الاستیسیته فولاد، MPa	E_s
میزان تنش در FRP، MPa	f_f

- Confined Concrete under Cyclic Axial Compression, Journal of Composites for Construction, ASCE, (31) (2009) 308- 321.
- [5] L. Lam, J.G. Teng, Design-Oriented Stress-Strain Model for FRP-Confined Concrete, Journal of Construction and Building Materials, (17) (2003) 471-489.
- [6] M. Samaan, A. Mirmiran, M. Shahawy, Model of Concrete Confined by Fiber Composite, Journal of Structural Engineering, 124 (9) (1998) 1025–1031.
- [7] H. Saadatmanesh, M.R. Ehsani, M.W. Li, Strength and Ductility of Concrete Columns Externally Reinforced with Fiber Composite Straps, Journal of Materials, ACI 91(4) (1994) 434-447.
- [8] A. Mirmiran, M. Shahawy, M. Samaan, H.E. Echary, J.C. Mastrapa, O. Pico, Effect of Column Parameters on FRP-Confined Concrete, Journal of Composite Construction, ASCE 2(4) (1998) 175–185.
- [9] M.N. Fardis, H. Khalili, Concrete Encased in Fiberglass Reinforced Plastic, Journal of Structural, ACI 78 (1981) 440-445.
- [10] Ahmed Abd El Fattah, New Axial Stress-Strain Model of Square Concrete Columns Confined with Lateral Steel and FRP, Composite Structures,, (2018,).
- [11] H.L. Wu, Y.F. Wang, L. Yu, X.R. Li, Experimental and Computational Studies on High-Strength Concrete Circular Columns Confined by Aramid Fiber-Reinforced Polymer Sheets, Journal of Composite Construction, ASCE, 13(2) (2009) 125-134.
- [12] H.O. Koksall, B. Doran, T. Turgay, A Practical Approach for Modeling FRP Wrapped Concrete Columns, Journal of Construction and Building Materials, (23) (2009) 1429-1437.
- [13] L.J. Malvar, K.B. Morrill, J.E. Crawford, Numerical Modeling of Concrete Confined by Fiber-Reinforced Composites, Journal of Composite Construction, ASCE, 8(4) (2004) 315-322.
- [14] G.K. Li, S., S.S. Pang, J.E. Helms, M.A. Stubblefield, Investigation into FRP Repaired RC Columns, Compos Structure, 62 (2003) 83-90.

فاصله ی i امین میلگرد در امتداد محور y تا مرکز پلاستیک مقطع، y_{si} mm

فاصله ی j امین المان تا مرکز پلاستیک مقطع، y_{ej} mm

فاصله ی i امین میلگرد تا مرکز پلاستیک مقطع، y_{si} mm

علائم یونانی

نسبت مساحت آرماتور موجود به مساحت مقطع، ρ %

کرنش متناظر با مقاومت فشاری بتن محصور نشده ϵ_0

کرنش خردشدگی بتن تقویت نشده ϵ_{cu}

کرنش خرد شدگی بتن در حالت محصور شده ϵ_{ccu}

کرنش i امین المان مقطع ϵ_{ej}

کرنش FRP ϵ_f

کرنش موثر در هنگام شکست FRP ϵ_{fe}

کرنش نهایی طراحی FRP ϵ_{fu}

کرنش نهایی FRP ϵ_{fu}^*

کرنش نقطه‌ی تقاطعی قسمت اول و دوم منحنی تنش-کرنش بتن محصور شده با FRP ϵ_i'

کرنش i امین میلگرد موجود در مقطع ϵ_{si}

عرض المان مستطیلی در جهت محور x ، Δx mm

عرض المان مستطیلی در جهت محور y ، Δy mm

نسبت FRP در مقطع ρ_f

ضریب کاهش ظرفیت مقطع ϕ

ضریب شکل منحنی تنش-کرنش γ

ضریب کاهش مقاومت در FRP Ψ_f

مراجع

- [1] Xiao, W. H, Compressive Behavior of Concrete Confined by Carbon Fiber Composite Jackets, Journal of Materials in Civil Engineering, ASCE (12) (2000) 139-146.
- [2] M. Saafi, H.A. Toutanji, Z. Li, Behavior of Concrete Columns Confined with Fiber Reinforced Polymer Tubes, Journal of Materials, "ACI 96 (4) (1999) 500–509.
- [3] H.A. Toutanji, Stress-Strain Characteristics of Concrete Columns Externally Confined with Advanced Fiber Composite Sheets, Journal of Materials, ACI, 96 (3) (1999) 397–404.
- [4] L. Lam, J.G. Teng, Stress Strain Model for FRP-

- Strength Concrete Columns under Eccentric Loading, *Journal of Composite Structures*, 72 (2006) 503–511.
- [25] S. Pessiki, K.A. Harries, K. J.T., Richard Sause, J.M. Ricles., Axial Behavior of Reinforced Concrete Columns Confined with FRP Jackets, *Journal of Composites for Construction*, ASCE, (5) (2001) 237–245.
- [26] M.K. Zaki, Optimal Performance of FRP Strengthened Concrete Columns under Combined Axial–Flexural Loading, *Journal of Engineering Structures*, 46(14-27.) (2013).
- [27] Bo Hu, Jian-guo Wang, G.-q. Li., Numerical Simulation and Strength Models of FRP-Wrapped Reinforced Concrete Columns under Eccentric Loading, *Journal of Construction and Building Materials*, 25 (2011) 2751-2763.
- [28] D. Mostofinejad, H. Saadatmand, Investigation of the Effect of Reinforced Concrete Column with Frp Slab on Column Behavior under Axial Load and Bending Moment, in: *The First Specialized Conference on the Use of FRP Composites in the Rehabilitation and Construction of Structures*, Tehran, (2005), (in Persian).
- [29] M. Barghian, M. Farzam, P. Ramezani, Interaction Diagram of Hollow Rc Columns Wrapping with FRP,, *Amirkabir Journal of Science & Research, Civil and Environmental Engineering*, (ASJR-CEE,) (1395,(in Persian)),).
- [30] C. Dundar, D. Erturkmen, S. Tokgoz., Studies on Carbon Fiber Polymer Confined Slender Plain and Steel Fiber Reinforced Concrete Columns, *Journal of Engineering Structures*, 102 (2015) 31–39.
- [31] A. Rahai, A. H., Experimental Investigation on Rectangular RC Columns Strengthened with CFRP Composites under Axial Load and Biaxial Bending, *Journal of Composite Structures*, 108 (2014) 538-546.
- [32] W Punurai, C. T. T Hsu, S Punurai, J Chen, Biaxially Loaded RC Slender Columns Strengthened by CFRP Composite Fabrics, *Journal of Engineering*
- [15] A. Mirmiran, K. Zagers, W. Yuan, Nonlinear Finite Element Modeling of Concrete Confined by Fiber Composites, *Journal of Finite Elements in Analysis and Design*, 35 (2000) 79-96.
- [16] Mostofinejad D, Mortazavi N, Ilia E, Fibre-reinforced polymer efficiency in square columns with different corner radii, *Institution of Civil Engineers Structures and Buildings*, 171,(SB3,) (2018,) 241–252,.
- [17] V. Yazici1, M.N.S. Hadi, Axial Load-Bending Moment Diagrams of Carbon-FRP Wrapped Hollow Core Reinforced Concrete Columns, *Journal of Composite Construction*, ASCE, 13(4) (2009).
- [18] M. Harajli, A.m. Rteil, Effect of Confinement using Fiber-Reinforced Polymer or Fiber Reinforced Concrete on Seismic Performance of Gravity Load-Designed Columns, *Journal of Structural*, ACI, 101(1) (2004) 47–56.
- [19] S. Bousias, Triantafillou T, Fardis M, S. L, O.R. B., Fiber-Reinforced Polymer Retrofitting of Rectangular Reinforced Concrete Columns with or without Corrosion, *Journal of Structural*, ACI 101 (4) (2004) 512-520.
- [20] S. Sheikh, G. Yau, Seismic Behavior of Concrete Columns Confined with Steel and Fiber-Reinforced Polymers, *Journal of Structural*, ACI 99(1) (2002) 72–80.
- [21] YuguiCao, Yu-FeiWu, ChengJiang, Stress-Strain Relationship of FRP Confined Concrete Columns under Combined Axial Load and Bending Moment, *Composites Part B: Engineering*, 134, (2018,) 207-217.
- [22] S. Rocca, N. Galato, A. Nanni, Interaction Diagram Methodology for Design of FRP-Confined Reinforced Concrete Columns, *Construction Building Material*, 23 (2009) 1508–1520.
- [23] M.N.S. Hadi, Behaviour of FRP Strengthened Concrete Columns under Eccentric Compression Loading, *Journal of Composite Structures*, 77 (2007) 92–96.
- [24] M.N.S. Hadi, Behaviour of FRP Wrapped Normal

- Stress–Strain Model for Confined Concrete, *Journal of Structural Engineering*, 114(8) (1988) 1804–1826.
- [39] A. Mirmiran, M. Shahawy, Behavior of Concrete Columns Confined by Fiber Composites, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 123(5) (1997) 583-590.
- [40] M. Shahawy, A. Mirmiran, T. Beitelman, Tests and Modeling of Carbon-Wrapped Concrete Columns, Part B, *Journal of Composites for Construction*, ASCE, 31 (2000) 471–480.
- [41] A.C. Institution, ACI Committee 440.2R-08, “Guide for The Design and Construction of Externally Bonded FRP Systems for Strengthening Concrete Structures., in: ACI Committee 440.2R-08,, ACI, First Printing., ACI, 2008.
- [42] R.D. Lacobucci, S.A. Sheikh, O. Bayrak, Retrofit of Square Concrete Columns with Carbon Fiber-Reinforced Polymer for Seismic Resistance, *Journal of Structural Engineering*, ACI, 100(S81) (2003).
- [43] Y.S. Youcef, S. Amziane, M. Chemrouk, The Influence of CFRP on the Behavior of Reinforced Concrete Subjected to Buckling, in: Proc. of the: 4th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering, Zurich: Switzerland, 2008.
- Structures, 46 (2013) 311-321.
- [33] M. El Sayed, T. El Maaddawy, Analytical Model for Prediction of Load Capacity of RC Columns Confined with CFRP under Uniaxial and Biaxial Eccentric Loading, *Journal of Materials and Structures*, 44 (2011) 299-311.
- [34] S. Alessandri, G. Monti, Design Equations for the Assessment and FRP Strengthening of Reinforced Rectangular Concrete Columns under Combined Biaxial Bending and Axial Loads, *Journal of Mechanics of Composite Materials*, 44(3) (2008) 309-322.
- [35] M.K. Zaki, Investigation of FRP Strengthened Circular Columns under Biaxial Bending, *Journal of Engineering Structures*, 33 (2011) 1666-1679.
- [36] G. Campione, N. Miraglia, Strength and Strain Capacities of Concrete Compression Members Reinforced with FRP, *Journal of Cement & Concrete*, 25 (2003) 31-41.
- [37] D. Cusson, P. Paultre, Stress–Strain Model for Confined High Strength Concrete, *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 121(3) (1995) 468–477.
- [38] J.B. Mander, M.J.N. Priestley, R. Park, Theoretical

HOW TO CITE THIS ARTICLE

K. Nadimi Shahraki, M. Reisi, Strengthening Optimization of RC Columns with Rectangular Section by FRP Wrapping, Amirkabir J. Civil Eng., 51(6) (2020) 1241-1260.

DOI: [10.22060/ceej.2018.14493.5672](https://doi.org/10.22060/ceej.2018.14493.5672)

