نشریه مهندسی عمران امیرکبیر

نشریه مهندسی عمران امیرکبیر، دوره ۵۲ شماره ۱، سال ۱۳۹۹، صفحات ۲۲۵ تا ۲۴۲
DOI: 10.22060/ceej.2018.14682.5719

شبیه سازی یک بعدی ضربه قوچ در سیالات غیرنیوتنی

علیرضا خاموشی[۱]، علیرضا کرامت[۱،*]، علی مجد[۲]

[۱] دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی جندی شاپور دزفول، خوزستان، ایران
[۲] دکتری عمران هیدرولیک، سازمان آب و برق خوزستان، خوزستان، ایران

خلاصه: برخلاف مطالعه های گذشته در جریان های غیرماندگار سیالات غیر نیوتنی که از مدل های پیچیده دو بعدی جهت محاسبه گرادیان سرعت استفاده شده است، در این تحقیق مدل های یک بعدی جهت محاسبه افت غیرماندگار به کار گرفته شده است که امکان پیاده سازی سریع تر و سرعت اجرایی بالاتری دارند. هدف اصلی این تحقیق بررسی پدیده ضربه قوچ در سیالات غیرنیوتنی از نوع توانی (Power law) با استفاده از مدل های برونون و زیلک می باشد. جهت محاسبه تنش برشی در رابطه مومنتم از مدل زیلک و برونون و به منظور حل معادلات از روش خطوط مشخصه ها جهت حل سیالات غیرنیوتنی استفاده شده است. مدل برونون بر این اساس حاکم است که تنش برشی دیواره به دلیل تغییر شتاب، متناسب با شتاب سیال تغییر می کند. روش زیلک برای محاسبه ضریب اصطکاک غیر ماندگار، مدلی بر اساس انتگرال کانولوشن که به صورت تحلیلی هست را ارائه می دهد. برای بدست آوردن گرادیان سرعت سیال توانی در مدل زیلک، از گرادیان سرعت در حالت ماندگار استفاده شده است. در انتها برای حصول اطمینان از صحت آلگوریتم حل، نتایج عددی با نتایج مقالات دیگر مقایسه شده اند. نتایج حاصل از مدل سازی سیال غیرنیوتنی نشان دهنده تغییراتی قابل توجه در مقادیر فشار می باشند. فرمول های ارائه شده مشابه مدل های دو بعدی می توانند این تغییرات را شبیه سازی کنند. مطابق انتظار در شرایط جریان ماندگار یکسان، مقدار بیشترین خطا در فشار حداکثر در محل شیر حدود یک درصد نسبت به حالت دو بعدی می باشد که با کاهش لزجت سیال مقدار این خطا نزدیک به صفر می شود.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۴-۰۴-۱۳۹۷
بازنگری: ۱۱-۰۵-۱۳۹۷
پذیرش: ۱۱-۰۵-۱۳۹۷
ارائه آنلاین: ۰۳-۰۶-۱۳۹۷

کلمات کلیدی:
ضربه قوچ
اصطکاک غیرماندگار
مدل زیلک
مدل برونون
سیال مدل توانی

۱- مقدمه

شناخت خصوصیات جریان گذرا از موضوعات مهم در تحقیقات پایه در حوزه مکانیک سیالات است. در سیستم های خطوط لوله، هرگونه اغتشاش می تواند باعث تغییر شرایط حالت ماندگار و ایجاد جریان گذرا شود. جریان های سیال غیرنیوتنی در بسیاری از موارد طبیعی و کاربردهای صنعتی استفاده می شود، از جمله این کاربردها می توان به خطوط انتقال محصولات صنعتی، فرآیندهای پلیمری و در بسیاری از کاربردهای بیولوژیکی مانند جریان خون در بدن و برخی از دستگاه ها مانند قلب مصنوعی اشاره نمود. موضوع مورد مطالعه از سه دیدگاه کلی قابل بررسی است. دیدگاه اول در تفکیک جریان آرام و آشفته، دوم ماندگاری و غیرماندگاری جریان و سوم در تفاوت سیال نیوتنی و سیال غیرنیوتنی می باشد [۱].

برای مدل سازی تغییرات تنش برشی در رابطه مومنتم از مدل های اصطکاک غیرماندگار استفاده می شود. از بارزترین تحقیق های انجام

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: keramat.alireza@gmail.com

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

شده در زمینه اصطکاک غیرماندگار در سیال نیوتنی می‌توان به مقاله تحلیلی زیلک[1] اشاره نمود [۲]. وی در این تحقیق برای جریان‌های غیرماندگار لایه ای در حالت تک بعدی روابطی تحلیلی بدست آورد که همچنان به عنوان مرجع برای مقایسه دیگر مسائل مشابه به کار می‌رود. یکی از مشکلات استفاده از این مدل، پیچیده بودن آن و نیاز به محاسبات سنگین کامپیوتری است. در حقیقت به علت وابسته بودن اصطکاک غیرماندگار به تاریخچه سرعت از شروع غیرماندگاری، لازم است که برای همه گام‌های زمانی محاسبات از ابتدای شروع جریان گذرا تکرار گردد. به همین سبب نیاز به محاسبات عددی قابل توجه ای می‌باشد؛ بطوری که استفاده از آن را در کارهای مهندسی محدود می‌نماید.

واردی و براون[2] [۳ و ۴] تحقیقات ارزنده ای در ارتباط با یافتن مدل‌های ریاضی برای اصطکاک غیرماندگار در جریان‌های آشفته انجام دادند. این روابط بر اساس زبری و صاف بودن جداره لوله تقسیم بندی می‌شوند، اما روش استخراج این روابط یکسان می‌باشد. نویسندگان با تقسیم سطح مقطع لوله به نواحی مختلف برای هر کدام توزیع لزجت‌های مختلفی در نظر گرفته و بر این اساس روابطی ارائه نموده‌اند که به ازای مقادیر متفاوت عدد رینولدز جریان و مشخصات فیزیکی و هندسی مسئله عبارت اصطکاک غیرماندگار محاسبه می‌گردد. اما مشکلی که همچنان با آن مواجه هستیم مشابه روش زیلک انجام محاسبات پیچیده با حجم بالا و زمانگیر بودن آن می باشد.

ویتکوفسکی و همکاران[3] [۵] برای برطرف نمودن حجم محاسبات زیاد در مدل‌های پیشین با استفاده از تخمین توابع وزنی مورد استفاده در روش‌های قبل توسط توابع نمایی توانستند راه حلی سریع و مقرون به صرفه برای به کار بردن مدل‌های پیشین پیشنهاد دهند. آنان با معادل سازی توابع ده‌جمله‌ای نمایی با توابع وزنی در مدل‌های قبل، ضرایب توابع پیشنهادی را به‌گونه‌ای تخمین زدند که کمترین خطا در مدل‌های پیشنهادی ایجاد گردد.

از طرفی، محققینی همچون دیلی و همکاران[4] [۶] میکوشیدند تا برای محاسبه افت جریان گذرا، مدل های تجربی بر پایه شتاب لحظه ای ارائه نمایند. آن ها بر اساس نتایج آزمایشگاهی دریافتند که مقدار تنش برشی جداره در حالت جریان تند شونده، مثبت و در حالت جریان کند شونده، این مقدار منفی می باشد. آنها استدلال کردند که در حین جریان تندشونده قسمت مرکزی خطوط جریان، مقداری حرکت می کند در نتیجه پروفیل سرعت دارای شیب تندتری می گردد که تنش برشی بزرگ تری ایجاد می نماید.

در ادامه برونون و همکاران[5] [۷] مدلی توسعه یافته از مدل دیلی استخراج کردند، که در آن شتاب جابه جایی به مدل اولیه دیلی اضافه شده است. آنها برای مدل سازی شتاب لحظه ای محلی یک ترم اضافی برای محاسبه تلفات اصطکاک غیر یکنواخت با ضریب کاهنده K که مرتبط با توزیع سرعت در مقطع عرضی بود را ارائه دادند. ضریب K بوسیله مدل آزمایشگاهی و مدل عددی دوبعدی کالیبره شده است (پزینگا[6]]۸[). در مدل اصلی برونون ضریب K که با زمان و جابه جایی متغیر بود را در نظر گرفتند. مدل برونون نسبتاً ساده است و تطبیق خوبی بین نتایج اندازه گیری و محاسبه شده را نشان می دهد و جایگزین خوبی برای روشِ مشکل و پیچیده زیلک می باشد.

از سال ۱۹۴۸ مطالعه های بسیاری در زمینه رفتار سیال غیرنیوتنی به خصوص سیالات نیوتنی تعمیم یافته صورت گرفته است. اولین مطالعه صورت گرفته توسط توماس[7] [۹] در زمینه سیالات غیرنیوتنی قابل توجه می باشد. در ادامه مطالعات آزمایشگاهی و مدل سازی ریاضی و عددی بسیاری در مورد جریان سیال غیرنیوتنی در لوله ها انجام شده است که می توان به مطالعه اولیویرا و همکاران[8] [۱۰] اشاره کرد. آن ها انتقال فشار در یک لوله با انتهای بسته حاوی سیال بینگهام را به صورت تحلیلی بررسی کرده اند. در این مقاله به بررسی جریان غیرماندگار لایه ای حاوی سیال غیرنیوتنی پرداخته شده است.

پینهو و وایتلاو[9] [۱۱] تحقیقاتی را در زمینه اندازه گیری سرعت محوری متوسط و تنش‌های نرمال جریان در یک لوله انجام داده اند. سیال به کار رفته ترکیب یک پلیمر (سدیم کربوکسی متیل سلولز) در محلول رقیق با چهار غلظت متفاوت است. محدوده عدد رینولدز در نظر گرفته شده بین ۲۴۰ تا ۱۱۱۰۰۰ می‌باشد. نتایج آن‌ها نشان دهنده ی آن است که در اثر خاصیت نازک شدگی برش سیال،

1 Zielke
2 Vardy, A.E. and J.M.B. Brown
3 Vítkovský, J., et al.
4 Daily, et al.
5 Brunone, B., et al.
6 Pezzinga
7 Toms, B.A.
8 Oliveira, G.M., et al.
9 Pinho, F.T. and J.H. Whitelaw

محدوده ی ناحیه ی انتقال جریان از جریان لایه ای به جریان آشفته مقداری به سمت اعداد رینولدز بالاتر متمایل گشته، که علت آن را استهلاک نوسانات جریان آشفته خصوصاً در مؤلفه‌های شعاعی و مماسی تنش نرمال بیان داشته‌اند.

همچنین وهبا[1] با استفاده از مدل سازی دو بعدی جریان غیرماندگار، اثرات ناشی از رفتار غیرنیوتنی سیال توانی را مورد بررسی قرار داده است [۱۲]. تمرکز وی در این مقاله بر روش‌های عددی می باشد. وی در نتایج خود آورده است که جریان غیرماندگار لایه ای، به شدت تحت تأثیر اثرات غیرنیوتنی سیال شامل رفتار نازک شدگی برش و ضخیم شدن برش قرار می‌گیرد.

مجد و همکاران [۱۳] در مقاله ای به بررسی اثر سیال غیرنیوتنی در جریان غیرماندگار پرداختند. آن ها پس از اطمینان از روش مدل سازی عددی، دو بعدی، از مدل های غیرنیوتنی توانی (Power law) و کراس (Cross) استفاده کردند و حالت های مختلف سیال غیرنیوتنی را مورد بررسی قرار دادند. افزایش اثر غیرنیوتنی سیال شبه پلاستیک (سیال به کار رفته در این مطالعه) و در نتیجه کاهش مقدار لزجت، سبب کاهش میزان افت در لوله شده و در پی آن میزان فشار ایجاد شده در محل شیر افزایش پیدا می کند. همچنین کاهش مقدار لزجت ظاهری در جداره سبب کاهش میزان افت انرژی شده که به دنبال آن اثر فشردگی مسیر (Line packing) کمتر شده است.

اژدری و همکاران [۱۴] نیز مطالعه ای بر روی جریان سریع انتقالی سیالات غیرنیوتنی در خط لوله انجام داده اند. آن ها در این مقاله به ویژگی هایی از جمله جنس لوله و نوع سیالات غیرنیوتنی اشاره دارند. مدل استفاده شده در این پژوهش مدل توانی می باشد. نتایج حاصل از تجزیه و تحلیل عددی در این مقاله ارائه شده است.

در مقاله حاضر به بررسی جریان غیرماندگار سیال غیرنیوتنی در حالت تک بعدی پرداخته می شود که این موضوع امکان پیاده سازی سریعتر و سرعت اجرایی بالاتری معادلات ضربه قوچ نسبت به حالت پیچید دو بعدی را دارد. مسأله مورد بررسی یک سیستم مخزن-لوله-شیر می باشد که در اثر بسته شدن شیر انتهای لوله، مقادیر فشار در طول لوله دچار نوسان می گردد. سیال به کار رفته از جنس سیال مدل توانی می باشد. ابتدا معادلات جریان غیرماندگار برای سیالات غیرنیوتنی بدست آمده اند. در ادامه، روش عددی برای حل معادلات شرح داده شده و به بررسی و تحلیل نتایج پرداخته شده است.

۲- معادلات حاکم بر جریان های گذرا

معادله های حاکم بر جریان گذرا شامل معادلات مومنتم و پیوستگی می باشند که به شکل زیر قابل ارائه هستند (چادری[2] [۱۵]):

$$\frac{\partial H}{\partial x}+\frac{1}{gA}\frac{\partial Q}{\partial t}+\tau\frac{Q|Q|}{2DgA^2}=0 \quad , \quad \tau=\tau_s+\tau_u \tag{۱}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{a^2}{gA}\frac{\partial Q}{\partial x}=0 \tag{۲}$$

در روابط فوق H هد پیزومتریک، Q دبی جریان، r شعاع لوله، x فاصله در طول لوله، t زمان، g شتاب جاذبه، A سطح مقطع لوله و ρ جرم حجمی سیال می باشد. τ_s بخش شبه ماندگار و τ_u بخش گذرای اصطکاک می باشد که برای حل قسمت گذرا دیدگاه های مختلفی وجود دارد. همچنین سرعت موج فشاری a، در رابطه پیوستگی برابر است با:

$$a=\frac{\sqrt{\frac{E_w}{\rho}}}{\sqrt{1+\left(\frac{E_w}{E_f}\right)\left(\frac{D}{S}\right)}} \tag{۳}$$

که در آن D قطر داخلی لوله، E_w مدول الاستیسیته یانگ مواد دیواره لوله، E_f مدول حجمی الاستیسیته مایع، ρ جرم حجمی سیال است و s ضخامت دیواره لوله است. آزمایش ها نشان داده اند تنش برشی در دیواره τ_w تابعی از دانسیته (چگالی) سیال، سرعت جریان، لزجت دینامیکی سیال، قطر و زبری دیواره لوله است یعنی:

$$\tau_w=\tau_w\left(\rho,V,\mu,D,\varepsilon\right) \tag{۴}$$

بخش شبه ماندگار تنش برشی τ_s از رابطه زیر محاسبه می گردد [۱۵]:

$$\tau_s=\lambda\frac{L}{D}\frac{V^2}{2g} \tag{۵}$$

1 Wahba, E.M

2 Chaudhry

معادله (۵) همان معادله دارسی-ویسباخ می باشد و رابطه بسیار مهمی در تعیین افت اصطکاکی در جریان های داخلی می باشد که مقدار λ در حالت آرام برابر است با [۱۵]:

$$\lambda = \frac{\mathrm{Re}}{64} \qquad (۶)$$

که در آن Re عدد رینولدز است.

۳- اصطکاک غیرماندگار در سیال نیوتنی

۳-۱- مدل زیلک

در قسمت غیرماندگار ضریب اصطکاک τ_u در مدل زیلک[1] [۱۶] به سابقه شتاب در هر مقطع محاسباتی وابسته است. زیلک برای جریان‌های خطی گذرا مدلی اساساً پیچیده (استفاده از انتگرال کانولوشن) را برای ضریب اصطکاک غیرماندگار به صورت تحلیلی گسترش داد که جزء غیرماندگار آن به وسیله یک تابع وزنی مطابق فرمول زیر به تغییرات دبی در طی زمان مرتبط می‌گردد.

$$\tau_u = \frac{32\vartheta A}{DQ|Q|}\int_0^t \frac{\partial Q}{\partial t^*} W_0(t-t^*)dt^* \qquad (۷)$$

در رابطه فوق ϑ لزجت سینماتیک و W_0 تابع وزنی بر اساس شرایط اولیه جریان شامل عدد رینولدز جریان و زبری نسبی جداره لوله که تابعی از متغیر انتگرال گیری t^* وابسته می باشد. زیلک برای بدست آوردن عبارت دقیق برای تابع وزنی W_0 روش تحلیلی تبدیل معکوس را برگزید که منجر به یک سری نامحدود شد. نتایج بدست آمده به سادگی قابل استفاده در روش های عددی نبود اما او نشان داد که می توان از عبارت ساده تری برای تخمین آن بهره جست. همچنین انتگرال‌گیری از معادله (۷) بسیار پیچیده و وقت گیر می باشد به این دلیل که می بایست در هر گام زمانی بر روی تمامی دبی‌های گذشته در تمامی نقاط انتگرال گیری عددی انجام گیرد. برای حل این مشکل واردی و براون[2] [۱۷] تلاش نمودند برای محاسبه ضریب اصطکاک غیرماندگار، رابطه تابع وزن دیگری را ارائه دهند (پیوست ۲). همچنین گیداوی و همکاران[3] [۱۸] به جای استفاده از تابع تقریب مدل واردی و بروان، مقدار دقیق انتگرال کانولوشن را حساب کردند.

۳-۲- مدل برونون

در این مدل جمله اصطکاک غیرماندگار τ_u به سرعت جریان متوسط لحظه ای V، شتاب محلی لحظه ای $\frac{dV}{dt}$ و شتاب جابه جایی لحظه ای $\frac{dV}{dx}$ ، وابسته است. بر اساس مدل اصلی برونون[4] [۷] اصطکاک غیرماندگار τ_u، به صورت زیر ارائه می شود.

$$\tau_u = \frac{KD}{V|V|}\left[\frac{\partial V}{\partial t} - a\frac{\partial V}{\partial x}\right] \qquad (۸)$$

که در آن K ضریب اصطکاک برونون و فاصله می باشد. از سوی دیگر، رابطه (۸) با وجود اینکه هر دو ترم شتاب مکانی و زمانی را در خود لحاظ نموده است اما تأثیر هر دو ترم یکسان می باشد. همچنین مدل اصلی برونون قادر به تشخیص علامت صحیح سرعت در هنگام بسته شدن شیر در بالادست در یک سیستم خطی لوله ای ساده با جریان اولیه در جهت x، نمی باشد. البته این نکته قابل ذکر است که فرمول اصلی برونون در صورت بسته شدن شیر در پایین دست، عملکرد درستی دارد. لذا برای برطرف نمودن این مشکل رابطه اصلاح شده زیر توسط ویتکوفسکی [۱۹]ارئه شد.

$$\tau_u = \frac{KD}{V|V|}\left[\frac{\partial V}{\partial t} + a\,\mathrm{sign}(V)\left|\frac{\partial V}{\partial x}\right|\right] \qquad (۹)$$

$$\mathrm{sign}(V) = \begin{cases} +1 & V \geq 0 \\ -1 & V < 0 \end{cases}$$

در ابتدا، ضریب اصطکاک K مستقیماً به صورت تجربی بدست می آمد. بطوریکه برونون و همکاران [۲۰] مقادیر تجربی را بین ۰/۰۳ و ۰/۱۵ ذکر کرده اند. سپس، واردی و براون [۲۱] رابطه مناسبی را برای ضریب تحلیلی K در دو رژیم آرام و آشفته یافتند (پیوست ۲).

$$K = \frac{\sqrt{C^*}}{2} \qquad (۱۰)$$

$$C^* = \begin{cases} 0.00476 & \mathrm{Re} \leq 2300 \text{ جریان آرام} \\ \dfrac{7.41}{Re^{log\,(14.3Re^{-0.05})}} & \mathrm{Re} > 2300 \text{ جریان آشفته} \end{cases} \qquad (۱۱)$$

1 Zeilke, W.
2 Vardy, A. and J. Brown
3 Ghidaoui, M., S. Mansour
4 Brunone, B.

۴- معادلات حاکم بر سیال غیر نیوتنی

۴-۱- مدل توانی

سیالات غیرنیوتنی را در یک دسته بندی می توان به سه دسته کلی تقسیم نمود: دسته اول سیالات مستقل از زمان، دوم سیالات وابسته به زمان و دسته سوم سیالات ویسکوالاستیک. در این مقاله به بررسی اثرات سیال مدل توانی (مستقل از زمان) در جریان های غیرماندگار پرداخته خواهد شد. سیالات مدل توانی که در زمره مجموعه سیالات غیرالاستیک قرار می گیرند به نام سیالات نیوتنی تعمیم یافته نیز معروف می باشند. این دسته، مشابه سیالات نیوتنی هستند با این تفاوت که رابطه تنش برشی و نرخ کرنش برشی سیال مانند سیال نیوتنی خطی نخواهد بود. در حقیقت مقدار تنش برشی تابعی غیر خطی از مقدار کرنش برشی خواهد بود. بر این اساس و نوع رابطه ای که بین کرنش برشی و تنش برشی برقرار می باشد که از ویژگی های ذاتی سیال نشأت می گیرد، این دسته از سیالات خود به زیر گروه های دیگری تقسیم بندی می شوند. این مجموعه را می توان به دو بخش دارای تنش تسلیم و بدون تنش تسلیم تقسیم بندی کرد. در دسته بدون تنش تسلیم دو گروه شبه پلاستیک ها و سیالات دایلاتنت قرار دارند که گروه اول موضوع این تحقیق خواهد بود. در این تحقیق جهت مدل سازی ریاضی سیالات شبه پلاستیک مدل توانی استفاده می شود. این مدل به دلیل آن‌که می‌توان توسط جواب تحلیلی و دقیق برخی از مسائل را بدست آورد یکی از مدل‌های محبوب به شمار می‌رود. لزجت سینماتیکی در این مدل که دارای دو پارامتر ثابت است به صورت زیر بیان می‌شود.

$$\text{ç} = m(\frac{dV}{dr})^{n-1} = m(\dot{\gamma})^{n-1} \qquad (۱۲)$$

در این رابطه n اندیس توانی است که بی‌بعد می‌باشد و m اندیس سازگاری است که دارای بعد پاسکال ثانیه به توان n است ($Pa.s^n$). در این مدل چنانچه مقدار n برابر با یک فرض شود مدل سیال نیوتنی خواهد بود و در نتیجه ضریب سازگاری (m) همان لزجت سیال نیوتنی (μ) است. به ازای $n<1$ در مقادیر بسیار کوچک نرخ برش، مدل برای لزجت سیال مقادیر بسیار بزرگ را ایجاد می‌کند و در مقادیر بزرگ نرخ برش لزجت بسیار کوچک خواهد شد. چنانچه $n>1$ باشد، به ازا نرخ برش‌های کم لزجت سیال به سمت صفر میل خواهد کرد، در حالی که اگر نرخ برش افزایش یابد با افزایش بی‌اندازه مقدار لزجت روبه‌رو خواهیم بود.

۴-۲- حالت ماندگار در سیالات غیر نیوتنی

در این قسمت به بررسی میزان افت، رفتار غیر نیوتنی سیال در حالت ماندگار پرداخته می شود. به دلیل رفتار متفاوت سیال غیر نیوتنی، معادله دارسی وایسباخ معمول قابل استفاده نیست. در این پژوهش سعی بر این است که رفتار سیال غیرنیوتنی با استفاده از رابطه بین تنش برشی و نرخ کرنش توصیف گردد. لذا در این قسمت با توجه به مدل توانی (معادله (۱۲))، رابطه ای برای حالت ماندگار سیال غیرنیوتنی بدست خواهد آمد. برای یک سیال توانی، رابطه رئولوژیکی مربوط به تنش برشی محلی برحسب نرخ کرنش محلی را می‌توان به صورت زیر ارائه داد [۲۲].

$$\hat{o} = m\left|\frac{dV}{dr}\right|^{n-1}\frac{dV}{dr} = \mu\frac{\partial V}{\partial r} \qquad (۱۳)$$

در نهایت در مدل توانی مقدار تنش برشی در حالت ماندگار τ_s، برای جریان آرام به صورت زیر بدست می آید (پیوست ۱).

$$\tau_s = \frac{\Delta PD}{4L} = m\left(\frac{8V}{D}\left(\frac{3n+1}{4n}\right)\right)^n \qquad (۱۴)$$

در رابطه فوق چنانچه n برابر یک فرض شود، تنش برشی در حالت آرام برای سیال نیوتنی بدست خواهد آمد. همچنین در رابطه (۱۴) سرعت میانگین V با رابطه زیر محاسبه می شود.

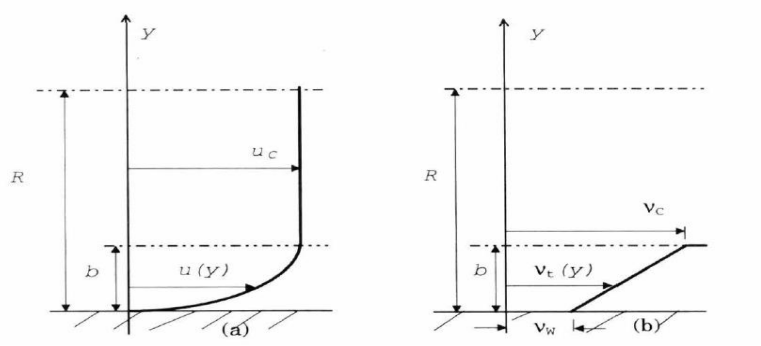
$$V = \frac{\int_0^R 2\pi urdr}{\pi R^2} \qquad (۱۵)$$

که در آن R شعاع لوله و u سرعت جریان در مقطع لوله است.

۴-۳- حالت غیر ماندگار در سیالات غیر نیوتنی

۴-۳-۱- مدل برونون

همان طور که قبلاً ذکر شد در مدل برونون اصطکاک غیرماندگار τ_u، به ضریب اصطکاک K وابسته است. لذا در این قسمت با توجه به این موضوع برای سیال غیرنیوتنی ضریب اصطکاکی را برای حالت



سرعت　　لزجت سینماتیکی

شکل ۱. تغییر ویسکوزیته از دیوار لوله تا هسته سیال [۲۳]

Fig. 1. Geometry of the shear layer; velocity and kinematic viscosity profiles.

غیرماندگار ارائه خواهیم کرد. در حالت غیرماندگار توزیع ویسکوزیته در اطراف لوله به صورت زیر بدست می آید [۲۳].

$$\vartheta = \vartheta_w \left(1+\alpha y\right) \qquad (۱۶)$$

که در آن ϑ_w ویسکوزیته سینماتیک در دیوار و á نرخ تغییر ویسکوزیته سینماتیک در دیوار تا ویسکوزیته هسته را تعیین می کند (شکلb -۱). نسبت ویسکوزیته هسته به ویسکوزیته دیواره طبق فرمول زیر بیان می شود [۲۳].

$$ó \equiv \frac{\vartheta_c}{\vartheta_w} = 1+\alpha b \qquad (۱۷)$$

که در آن ó نسبت ویسکوزیته در لایه برش و b. ضخامت لایه برش را نشان می دهد. نسبت ویسکوزیته در لایه برش ó، با توجه به رابطه (۲۱) به اصطکاک f و عدد رینولدز Re بستگی دارد. همچنین ویسکوزیته در دیوار صاف ϑ_w، معادل ویسکوزیته آرام ϑ_l است. اهمی و همکاران[۲۴] معادله ای را بر اساس نتایج آزمایشگاهی به صورت زیر ارائه دادند.

$$\frac{\vartheta_c}{u_t R} = 0.07 \qquad (۱۸)$$

که در آن R شعاع لوله و u_t سرعت اصطکاک می باشد که طبق رابطه زیر بدست می آید [۲۴].

$$u_t = \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}} = \sqrt{0.5 f V^2} \qquad (۱۹)$$

در رابطه فوق V سرعت متوسط جریان در لوله و f اصطکاک می باشد. با جایگذاری رابطه (۱۹) در معادله (۱۸) رابطه زیر حاصل می شود.

$$\vartheta_c = 0.07 R \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}} \qquad (۲۰)$$

با توجه به رابطه فوق و رابطه عدد رینولدز که بر حسب لزجت ویسکوزیته ϑ_w ($\mathrm{Re} = \frac{2VR}{\vartheta_w}$) می باشد، لذا با جایگذاری این دو رابطه در معادله (۱۷) مقدار نسبت ویسکوزیته در لایه برش σ، را می توان به دو صورت بدست آورد.

$$ó \equiv \frac{\vartheta_c}{\vartheta_w} = 0.035 \mathrm{Re} \sqrt{0.5 f} = \frac{0.035 \mathrm{Re} \sqrt{\frac{\tau_s}{\rho}}}{V} \qquad (۲۱)$$

با توجه به رابطه فوق به جای مقدار ¡τ_s رابطه تنش برشی در حالت ماندگار (معادله ۱۴) را جایگذاری خواهیم کرد. در نهایت، ضریبی به عنوان B^* تعریف می کنیم که برابر است با:

جدول ۱. تغییرات ضریب C^* نسبت به n و m

Table 1. Coefficient changes C^* to n and m

m	n	M^*
0/03483	0/6	0/0402
0/03483	0/8	0/0442
0/03483	1	0/0458
0/03483	1/2	0/0531
0/03483	1/4	0/0581

$$B^* = \frac{0.035\mathrm{Re}\sqrt{\dfrac{m(\dfrac{8V}{D}\left(\dfrac{3n+1}{4n}\right))^n}{\rho}}}{V} \qquad (۲۲)$$

با توجه به رابطه C^* در پیوست۲ ، مقدار ۰/۰۱۵ برای این ضریب بدست آمده است. از طرفی دیگر، ضریب C^* برحسب B^* می باشد $\left(C^* = \frac{1}{B^*}\right)$ ، که در نهایت معادله (۲۲) به صورت زیر نوشته می شود.

$$M^* = 0.015\left(\frac{0.035\mathrm{Re}\sqrt{\dfrac{m(\dfrac{8V}{D}\left(\dfrac{3n+1}{4n}\right))^n}{\rho}}}{V}\right) \qquad (۲۳)$$

در اینجا متغیر جدیدی به نام M^* تعریف می شود که با جایگزینی مقادیر مختلف n و m برای انواع سیالات غیر نیوتنی مقدار M^* تغیر می کند که در جدول ۱ آمده است. لذا برای استفاده از رابطه برونون (معادله (۱۰)) به جای C^* از M^* استفاده خواهد شد. همچنین برای اطمینان از رابطه فوق چنانچه n برابر یک قرار گیرد (سیال نیوتنی) نتایج آن با نتایج دیگر مقالات برای حالت نیوتنی یکی می شود که در ادامه این موضوع بررسی می شود.

۴-۳-۲- مدل زیلک

با توجه به رابطه (۷) که توسط زیلک برای جریان غیرماندگار ارائه شد، واردی و براون [۲۱] برای محاسبه ضریب اصطکاک غیرماندگار، تابع وزنی به شکل زیر ارائه دادند (پیوست ۲).

$$W(\tau) = \frac{A^* e^{-\frac{\tau}{C^*}}}{\sqrt{\tau}} \qquad (۲۴)$$

که در آن τ متغیر زمان بدون بعد ($\tau = 4\vartheta t / D^2$) است. در رابطه (۲۴) مقادیر A^* و C^* ثابت هستند که در پیوست ۲ آمده است. از طرفی دیگر، رابطه متغیر زمان τ، بر حسب لزجت می باشد که با توجه به رابطه لزجت ($\vartheta = \frac{\eta}{\rho}$) با جایگذاری رابطه مدل توانی (معادله ۱۲) به جای لزجت دینامیکی می توان از این رابطه برای سیالات غیر نیوتنی استفاده کرد، یعنی:

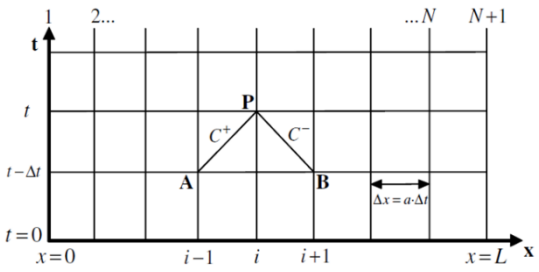
$$\vartheta = \frac{\eta}{\rho} = \frac{m(\frac{dV_z}{dr})^{n-1}}{\rho} \qquad (۲۵)$$

همان طور که از رابطه فوق پیدا است برای محاسبه گرادیان سرعت، احتیاج به حل عددی به صورت دو بعدی می باشد. لذا برای حل این مشکل از معادله (۲۶) که گرادیان سرعت بر حسب سرعت متوسط در حالت ماندگار است، استفاده می شود.

$$(\frac{dV_z}{dr})_w = \left[\frac{3n+1}{4n}\right]\left(\frac{8V}{D}\right) \qquad (۲۶)$$

که در آن n اندیس توانی، V سرعت متوسط جریان و D قطر لوله می باشد. روش استخراج رابطه گرادیان سرعت در حالت ماندگار به طور کامل در پیوست ۱ شرح داده شده است. با جایگذاری معادله (۲۵) و (۲۶) در معادله متغیر زمان τ، رابطه زیر حاصل می شود.

$$\tau = \frac{4\vartheta t}{D^2} = \frac{4\left(\dfrac{m(\dfrac{dV_z}{dr})^{n-1}}{\rho}\right)t}{D^2} = \frac{4\left(\dfrac{m(\left[\dfrac{3n+1}{4n}\right]\left(\dfrac{8V}{D}\right))^{n-1}}{\rho}\right)t}{D^2} \qquad (۲۷)$$



شکل ۲. خطوط مشخصه در صفحه x-t

Fig. 2. Characteristic lines in *x-t* plane.

۵- روش عددی

در این مقاله از روش عددی خطوط مشخصه ها جهت حل معادلات مومنتم و پیوستگی استفاده می شود. معادلات نهایی در امتداد خطوط مشخصه مثبت c^+ و منفی c^- به ترتیب به شرح زیر می باشد (شکل ۲).

$$C^+ : Q_{Pi} = C_P - C_{a+} H_{Pi}$$

$$C^- : Q_{Pi} = C_N + C_{a-} H_{Pi} \qquad (۲۸)$$

که در آن i نقطه موردنظر در لوله و C_P، C_N، C_{a+} و C_{a-} ضرایب وابسته به طرح عددی استفاده شده برای توصیف اصطکاک ماندگار و مدل اصطکاک غیرماندگار اتخاذ شده است که این ضرایب در جدول ۱-۳ در پیوست ۳ آمده است.

$$C_P = \frac{Q_{i-1.t-\Delta t} + Ca_i H_{i-1.t-\Delta t} + C'_{P1} + C''_{P1}}{1 + C'_{P2} + C''_{P2}} \qquad (۲۹)$$

$$C_N = \frac{Q_{i+1.t-\Delta t} - Ca_i H_{i+1.t-\Delta t} + C'_{N1} + C''_{N1}}{1 + C'_{N2} + C''_{N2}} \qquad (۳۰)$$

$$C_{a+} = \frac{Ca_i}{1 + C'_{P2} + C''_{P2}} \qquad (۳۱)$$

$$C_{a-} = \frac{Ca_i}{1 + C'_{N2} + C''_{N2}} \qquad (۳۲)$$

که در آن $Ca_i = \frac{gA}{a}$ و علامت های ' و " به ترتیب اصطکاک ماندگار و اصطکاک غیرماندگار را مشخص می‌کند.

۵-۱- شرایط مرزی

مخزن بالادست به گرهی گفته می شود که همواره دارای هد ثابتی باشد. بدیهی است که مقدار این هد ثابت، یکی از پارامترهای عمده ای است که در مقدار جوابی که برای H و Q تمام گره های شبکه در نهایت به دست خواهد آمد، تأثیر گذار خواهد بود. در این حالت در محل مخزن تنها می توان معادلهٔ C^- را نوشت.

$$C^- : Q_{Pi} = C_N + C_{a-} H_{Pi} \qquad (۳۳)$$

همچنین مخزن پایین دست (یا شیر در پایین دست) هم در بعضی شبکه ها می تواند وجود داشته باشد که تفاوت آن ها در این است که مخزن بالا دست گرهی است که سیال در حالت جریان ماندگارِ خود، از آن خارج می شود و مخزن پایین دست گرهی است که سیال به آن وارد می شود. محاسبه گره های مخزن پایین دست مشابه حالت قبل است، با این تفاوت که برای گره مخزن باید معادلهٔ C^+ را نوشت.

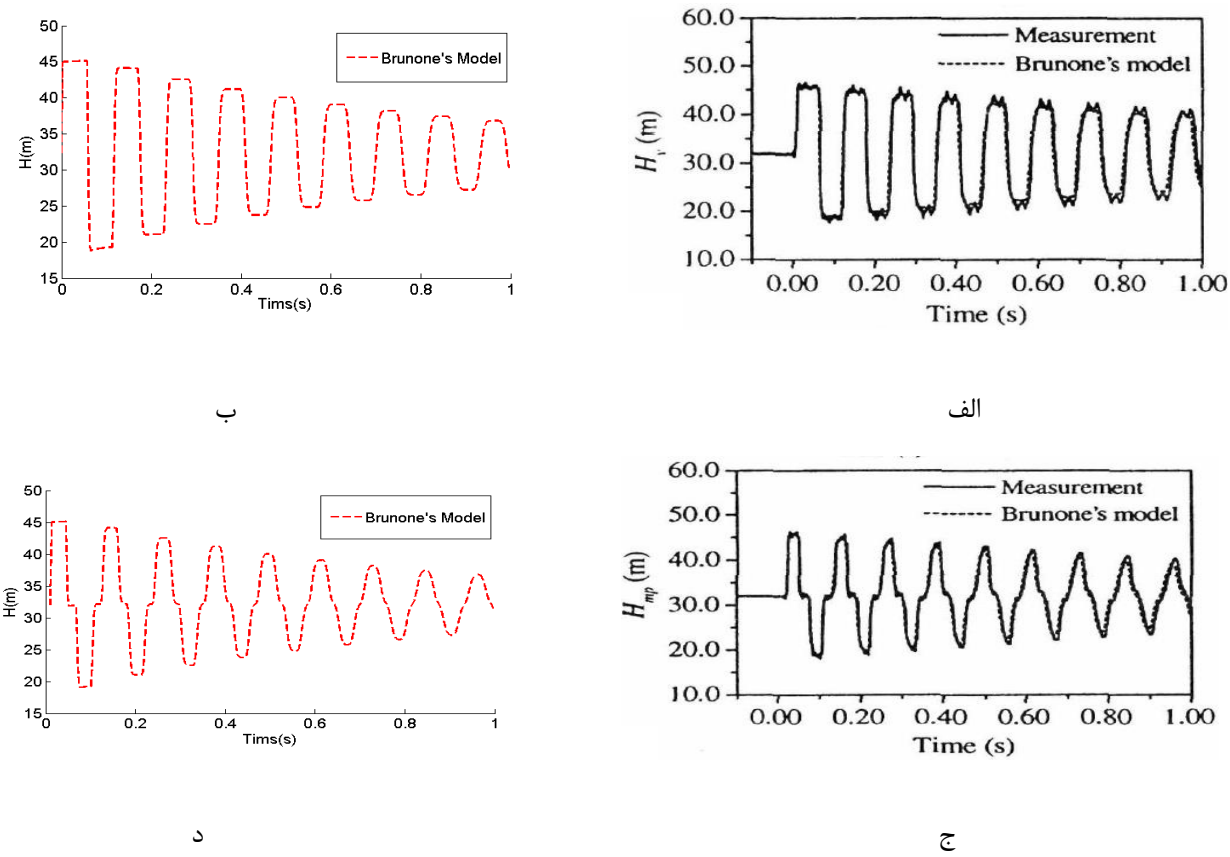
$$C^+ : Q_{Pi} = C_P - C_{a+} H_{Pi} \qquad (۳۴)$$

۶- صحت سنجی مدل عددی

برای اطمینان از کارکرد صحیح مدل عددی و آلگوریتم های حل، مقایسه ای بین نتایج آزمایشگاهی و نتایج عددی انجام شده است. در قسمت اول نتایج سیال نیوتنی و در ادامه نتایج روش عددی سیالات غیرنیوتنی در تحقیق حاضر و حالت دو بعدی که توسط مجد و همکاران [۱۱] انجام گرفته است را مورد بررسی قرار خواهیم داد. در حالت آزمایشگاهی این آزمایش که توسط هلمبو و رئلو انجام شده است [۲۷]، یک سیستم مخزن-لوله-شیر بوده که مشخصات آن به شرح زیر است مورد بررسی قرار می گیرد. در مدل سیال غیرنیوتنی لوله دارای طول ۳۶/۰۹ متر و قطر ۰/۰۲۵ متر می باشد، سیال به کار گرفته از جنس روغن با چگالی ۸۷۸/۴ کیلوگرم بر متر مکعب و لزجت دینامیکی ۰/۰۳۴۸۳ پاسکال ثانیه می باشد. سرعت اولیه سیال ۰/۰۱ متر بر ثانیه، سرعت موج ۱۳۲۴ متر بر ثانیه و عدد رینولدز ۸۲ بدست آمده است.

۶-۱- بررسی رفتار سیال نیوتنی در جریان گذرا

برای صحت سنجی در مدل نیوتنی (با همان لزجت دینامیکی ۰/۰۳۴۸۳) لوله دارای طول ۳۷/۲۳متر و قطر ۰/۰۲۲ متر و هد مخزن ۳۲ متر می باشد. سرعت اولیه سیال ۰/۱ متر بر ثانیه و سرعت



شکل ۳. نتایج حاصل از حل عددی مدل برونون در محل شیر و نقطه میانی: الف) فشار در محل شیر تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵]، ب) تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۱ ، ج) فشار در گره میانی لوله تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵] و د) تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۱

Fig. 3. Results of numerical solution of Brunon's model at valve and midpoint: a) pressure at valve researche by Bergant et al. [25] b) present study for the velocity of 0.1 *m/sc*) pressure in the midpoint researche by Bergant et al. [25] and d) present study for the velocity of 0.1 *m/s*

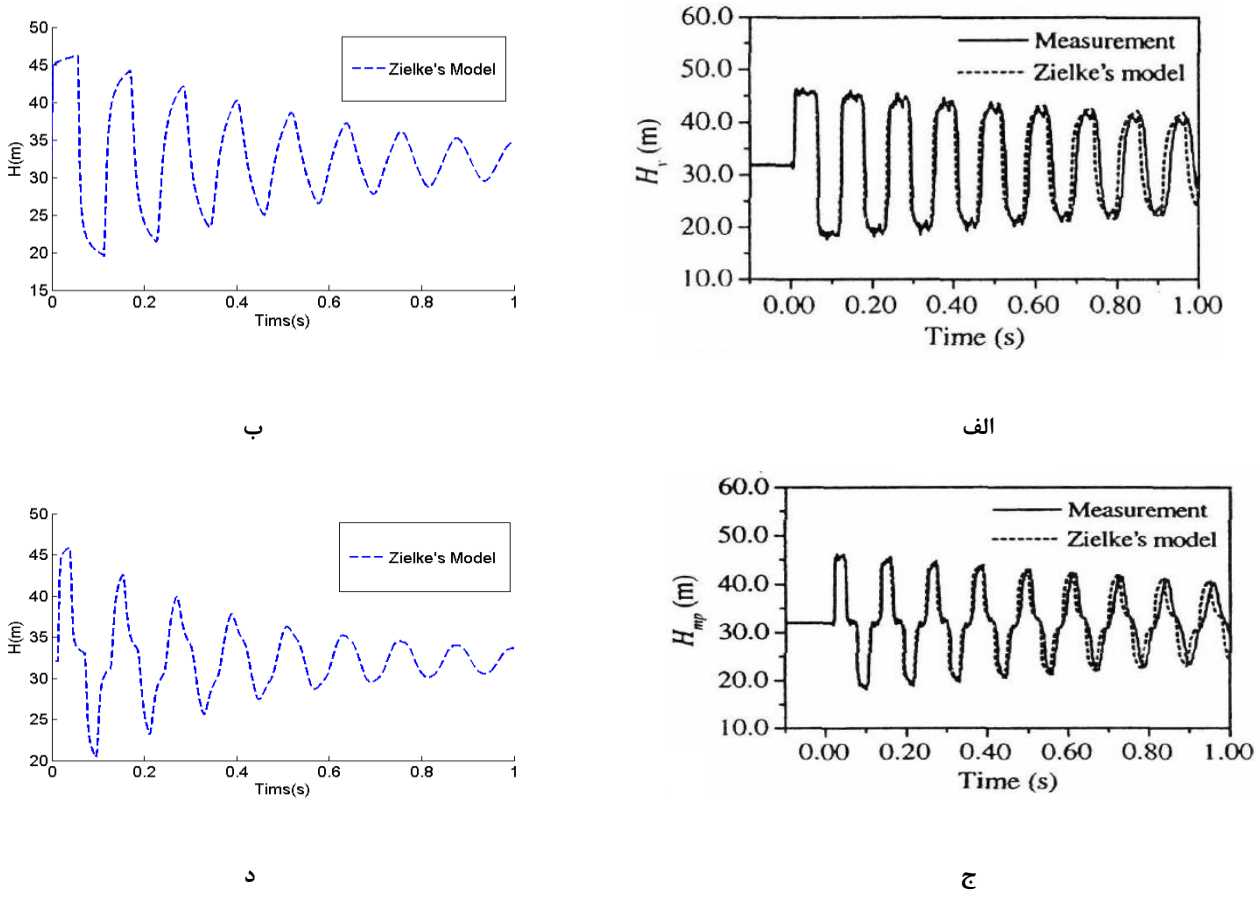
موج ۱۳۱۹ متر بر ثانیه برای هر دو مدل برونون و زیلک مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. روش آزمایش بدین گونه است که بستن سریع شیر سبب قطع جریان سیال در محل شیر شده و سبب ایجاد نوسان در مقادیر فشار و سرعت سیال در طول لوله می گردد.

با توجه به نمودارهای فوق در این پژوهش مقدار دمپینگ بیشتر است که این به خاطر لزجت دینامیکی μ برابر ۰/۰۳۴۸۳ می باشد. لذا جهت اطمینان چنانچه لزجت دینامیکی آب برابر ۰/۰۰۱ قرار گیرد، دمپینگ یکسانی با تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵] خواهد داشت (شکل ۵).

۶-۲- بررسی رفتار سیال غیرنیوتنی در جریان گذرا

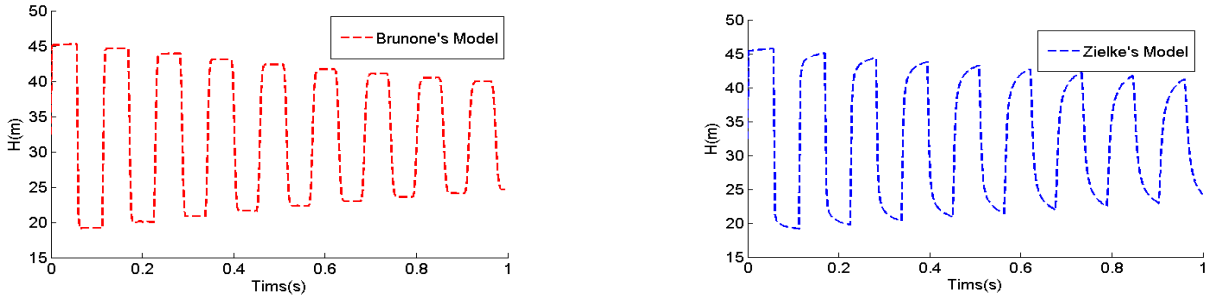
در این بخش به بررسی اثرات وجود یک سیال غیرنیوتنی یا به عبارت دیگر اثرات ناشی از تغییرات لزجت سیال پرداخته می شود. برای صحت سنجی مدل غیرنیوتنی با توجه به شرایط آزمایشگاهی که در قسمت ۶ ذکر شد، مدل را با روش زیلک و برونون برای سیالات غیرنیوتنی حل کرده و نتایج را برای راست آزمایی با مقاله مجد و همکاران [۱۳] مقایسه می شود. در این مدل سازی برای یکسان بودن مقدار اولیه فشار جوکوفسکی ($\Delta H = \frac{CV_0}{g}$) سرعت حالت ماندگار جریان یکسان فرض شده است. در این نمودارها محور افقی، محور زمان بوده که به صورت بی بعد شده (با استفاده از سرعت موج و طول لوله) نمایش داده شده است و محور عمودی مقادیر فشار هستند، که به نسبت فشار جوکوفسکی بی بعد شده اند. همان طور که در شکل ۶ مشاهده می شود نتایج عددی در مقاله مجد و همکاران [۱۳] در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی از دقت قابل قبولی برخوردار می باشند، که نشان دهنده صحت و درستی روش عددی می باشد.

نتایج عددی پژوهش های وهبا [۲۶] در حالت یک بعدی برای



شکل ۴. نتایج حاصل از حل عددی مدل زیلک در محل شیر و نقطه میانی: الف) فشار در محل شیر تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵]، ب) تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۱، ج) فشار در گره میانی لوله تحقیقات برگانت و همکاران [۲۵] و د) تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۱

Fig. 4. Results of numerical solution of Zielke's model at valve and midpoint: a) pressure at valve researche by Bergant et al. [25] b) present study for the velocity of 0.1 *m/s* c) pressure in the midpoint researche by Bergant et al. [25] and d) present study for the velocity of 0.1 *m/s*

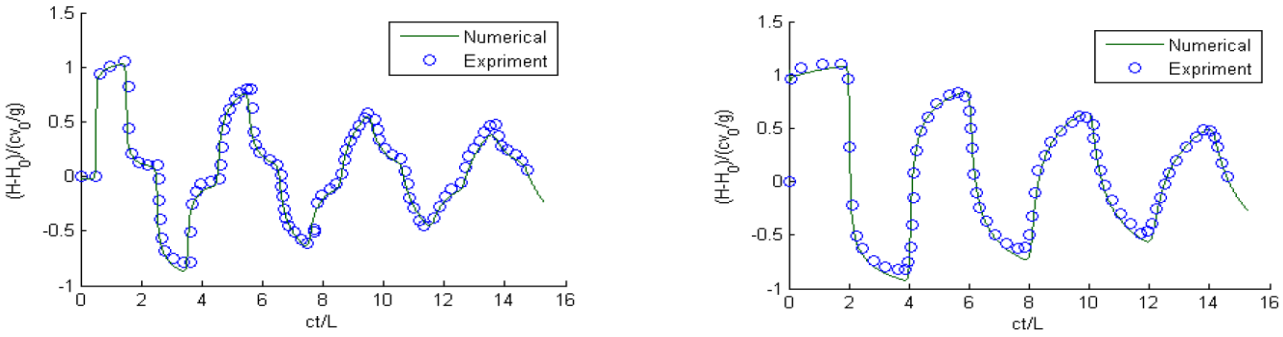


شکل ۵. فشار در محل شیر مدل برونون و زیلک برای سیال نیوتنی (لزجت دینامیکی ۰/۰۰۱) در تحقیق حاضر برای سرعت ۰/۰۱

Fig. 5. Pressure at valve Brunon and Zielke's model for Newtonian fluid (Dynamic viscosity 0.001) present study for velocity 0.01.

رژیم آرام با توجه به مشخصات لوله دارای طول ۳۶/۰۹ متر، قطر ۰/۰۲۵ متر، سیال با لزجت دینامیکی ۰/۰۳۴۸۳، سرعت اولیه سیال ۰/۰۱ متر بر ثانیه و سرعت موج ۱۳۲۴ متر بر ثانیه در شکل ۷ نشان داده شده است. جهت صحت سنجی و راست آزمایی، نتایج مدل برونون را با نتایج مدل وهبا مقایسه شده است.

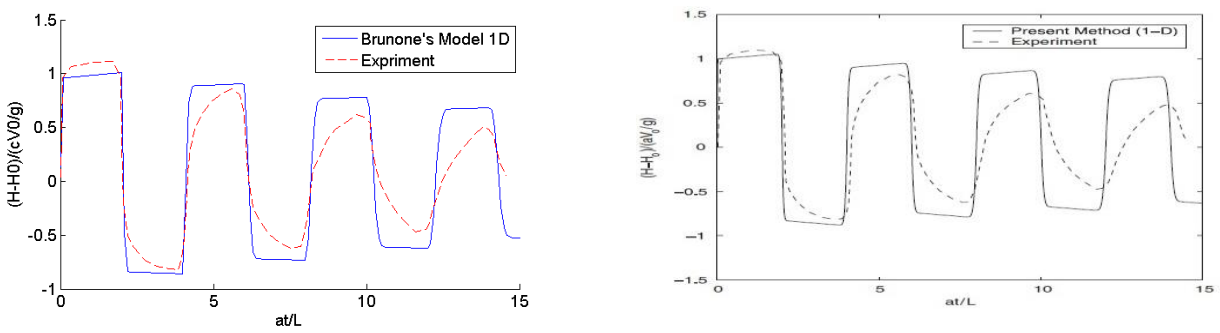
لذا با حل عددی معادلات بدست آمده در قسمت ۴-۳-۱ و ۴-۳-



ب الف

شکل ۶. الف) مقدار فشار در محل شیر و ب) گره میانی [۱۳]

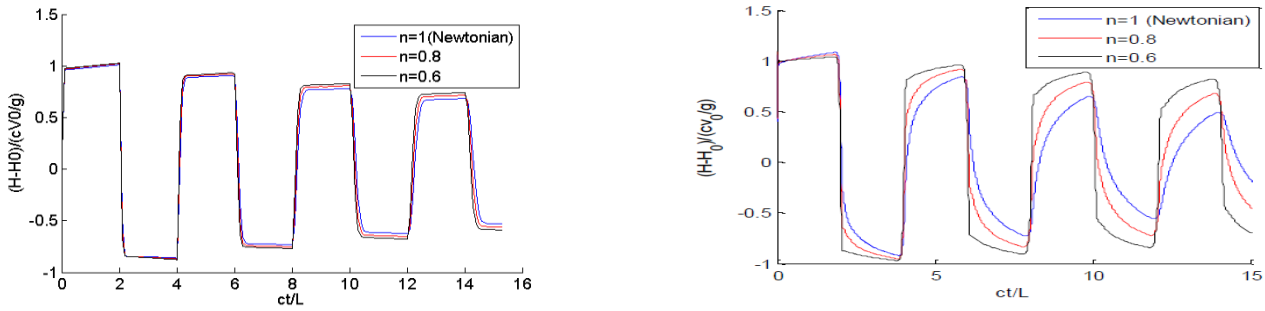
Fig. 6. a) Pressure at valve and b) midpoint [13].



ب الف

شکل ۷. الف) فشار در محل شیر تحقیقات وهبا [۲۶] و ب) تحقیق حاظر برای مدل برونون

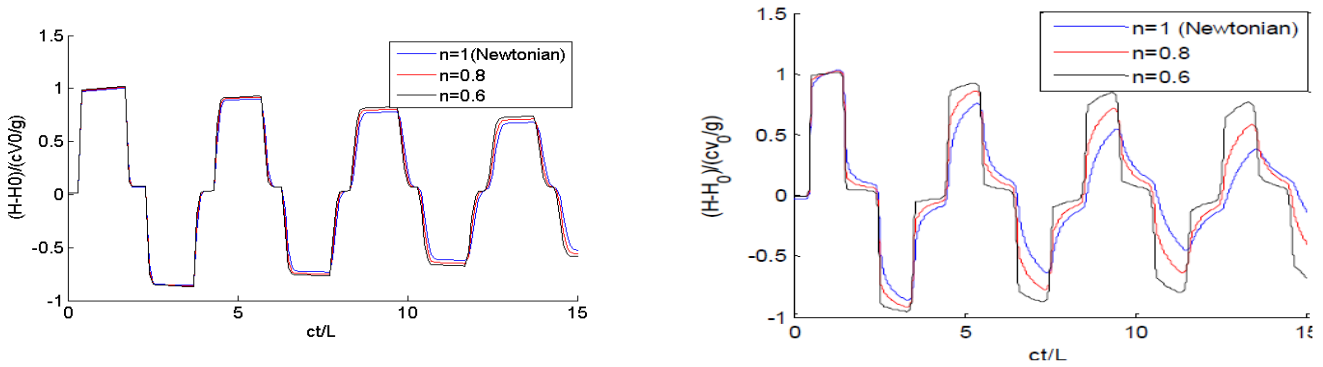
Fig. 7. a) Pressure at valve researche by Wahba [26] and b) Present study for Brunon's model.



ب الف

شکل ۸. الف) تاریخچه فشار در محل شیر تحقیقات مجد و همکاران [۱۳] و ب) تحقیق حاظر مدل برونون

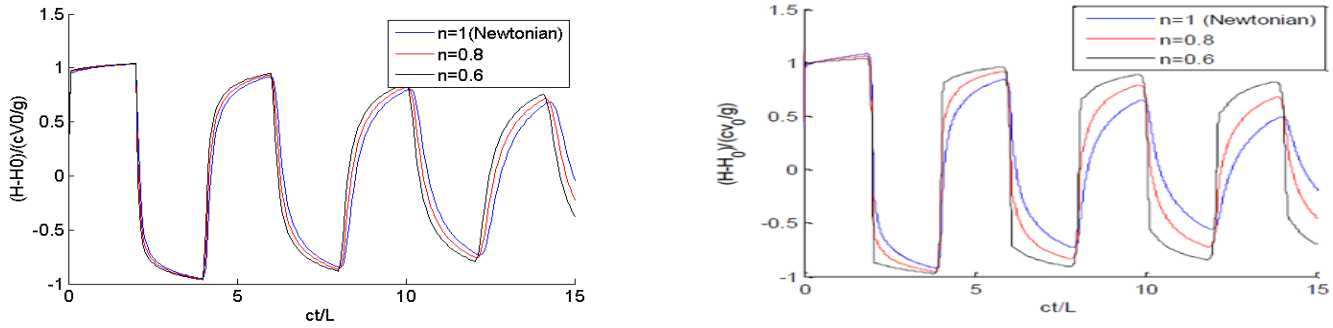
Fig. 8. a) Pressure time-history at the valve researche by Majd et al. [13] and b) Present study for Brunon's model.



ب الف

شکل ۹. الف) فشار در گره میانی لوله تحقیقات مجد و همکاران [۱۳] و ب) تحقیق حاظر مدل برونون

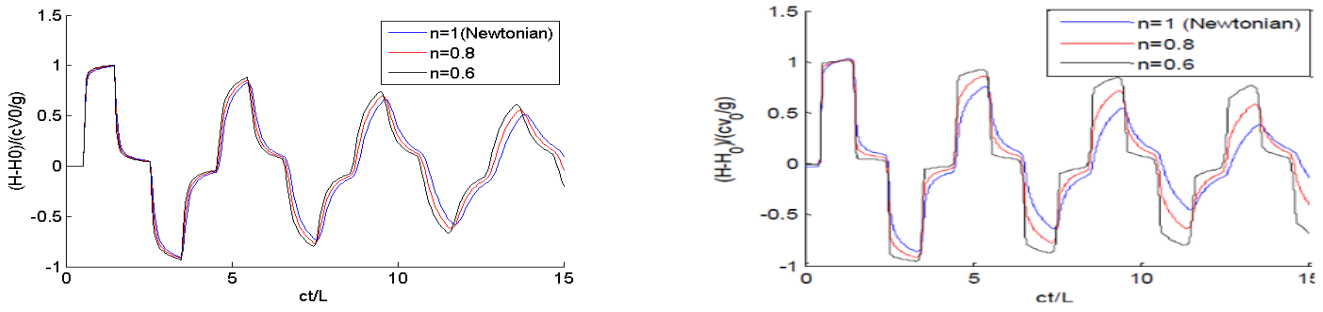
Fig. 9. a) Pressure time-history at midpoint of pipe researche by Majd et al. [13] and b) Present study for Brunon's model.



ب الف

شکل ۱۰. الف) تاریخچه فشار در محل شیر تحقیقات مجد و همکاران [۱۳] و ب) تحقیق حاظر مدل زیلک

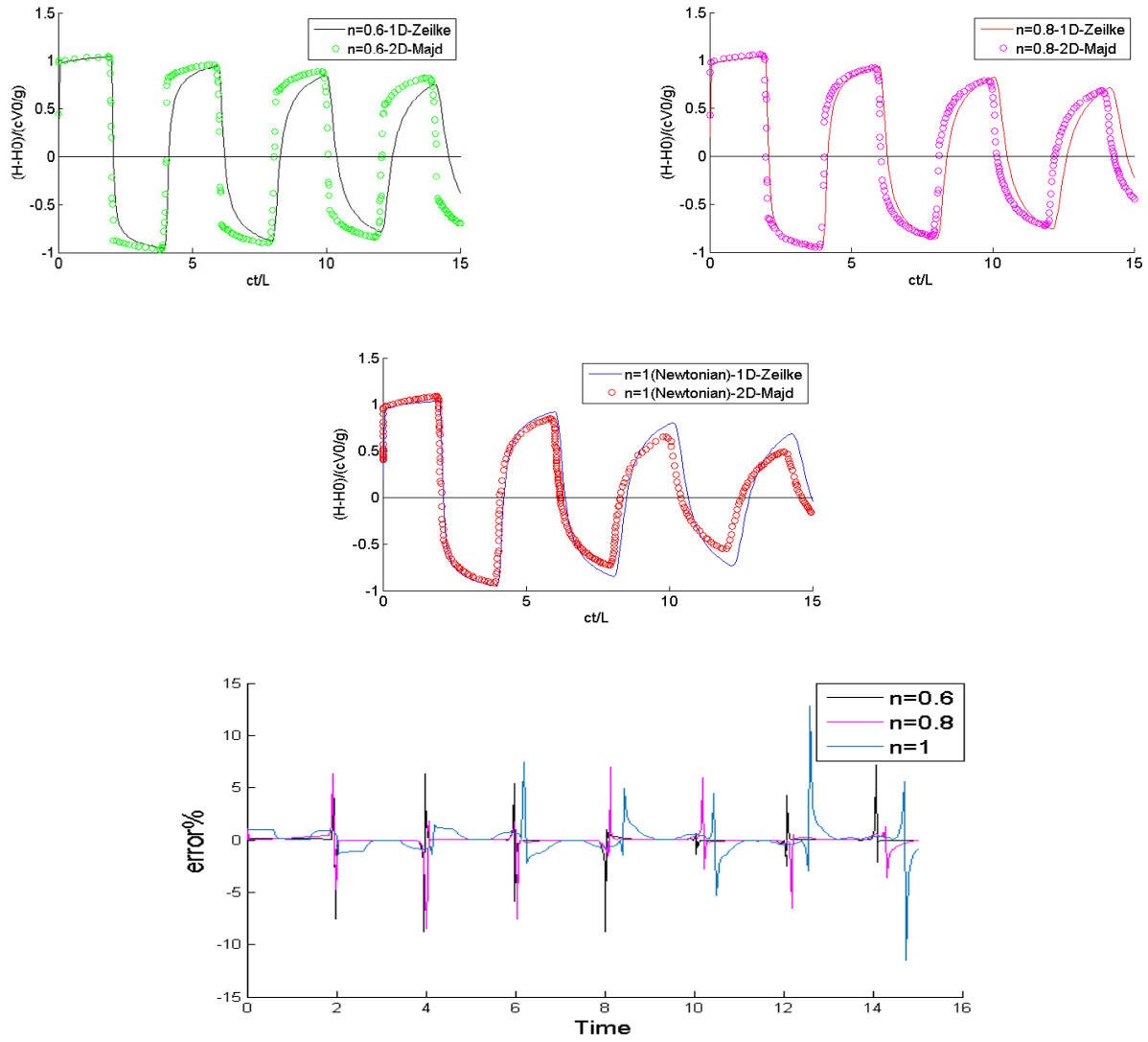
Fig. 10. a) Pressure time-history at the valve researche by Majd et al. [13] and b) Present study for Zielke's model.



ب الف

شکل ۱۱. الف) فشار در گره میانی لوله تحقیقات مجد و همکاران [۱۳] و ب) تحقیق حاظر مدل زیلک

Fig. 11. a) Pressure time-history at midpoint of pipe researche by Majd et al. [13] and b) Present study for Zielke's model.



شکل ۱۲: مقایسه درصد خطا مدل زیلک و مدل مجد [۱۳] برای مقادیر مختلف

Fig. 12. Comparison of error percentage of Zielke's model and Majd model [13] for different values.

۲ و مقایسه نتایج آن ها با (حالت دوبعدی) تحقیقات مجد و همکاران شکل های ۸ و ۹ حاصل شده است.

تأثیر اعمال جمله اصطکاک غیرماندگار مدل برونون در محاسبه تغییرات هد شیر و نقطه میانی در نمودار شکل های ۸ و ۹ برای سیال غیرنیوتنی نشان داده شده است. مقایسه نتایج بین مقادیر مختلف ضریب C^* در نمودارهای فوق بیانگر این است که هرچه این ضریب بزرگتر بدست آید دامنه نوسانات سریع تر مستهلک می شود که این ضریب در سیال غیرنیوتنی به مقادیر n، m و عدد رینولدز Re وابسته است. همچنین در شکل های ۱۰ و ۱۱ نتایج حاصل از مدل زیلک بدست آمده است. همان طور که از نمودار ها پیدا است، مدل زیلک نتایج بهتر و دقیق تری نسبت به روش برونون در گام های زمانی مختلف در مقایسه با حالت دو بعدی دارد. اگر چه دامنه نوسانات در مدل یک بعدی زیلک در مقایسه با مدل دو بعدی دارای کمی خطا می باشد که این امر به خاطر در نظر گرفتن پروفیل سرعت در حالت ماندگار می باشد. در دوره های متناوب جریان غیرماندگار، مطابق انتظار مقادیر حداکثر فشار با کاهش لزجت سیال، کاسته می گردد. به عبارت دیگر با کاهش لزجت سیال مقادیر افت در طول مسیر لوله کم خواهد شد که این موضوع در نمودارهای فوق به وضوح دیده می شود.

در شکل ۱۲ مقدار درصد خطای مدل زیلک با مدل مجد [۱۳] نشان داده شده است. با توجه به نمودار ها برای nهای ۰/۶ و ۰/۸، مقدار فشار در محل شیر در گام های زمانی اولیه برابر با مدل دو بعدی می باشد. چنانچه برای n برابر یک مقدار این فشار در گام های زمانی اولیه، کمی با مدل دو بعدی اختلاف دارد.

۷- نتیجه گیری

پس از بدست آوردن معادلات حاکم برای جریان غیرماندگار غیرنیوتنی، روش عددی مشخصه ها جهت حل معادلات به کار برده شد. تفاوت اساسی که در استخراج معادلات با روش‌های گذشته وجود دارد عدم جایگزینی رابطه خطی تنش برشی سیال نیوتنی با نرخ برش است، چرا که خصوصیات و ویژگی‌های ذاتی سیالات غیرنیوتنی متغیر بوده و با افزایش اثر غیرنیوتنی سیال، تغییرات لزجت و تنش برشی به سمت جداره لوله وجود دارد.

در مدل برونون تنش برشی دیواره در حالت گذرا افزایش یافته و باعث استهلاکِ زودتر اثرات نوسانی می شود. ضریب M^* بیانگر مقدار جمله اصطکاک غیرماندگار در سیال غیر نیوتنی است یعنی هر چه این ضریب بزرگتر به دست آید دامنه نوسانات بیشتر مستهلک می شود که این ضریب در سیال غیرنیوتنی به مقادیر n، m و عدد رینولدز Re وابسته است. لذا برای بدست آوردن یک مقدار مناسب M^* برای سیال غیرنیوتنی نیازمند نتایج آزمایشگاهی مشابه است.

از طرفی دیگر نتایج بدست آمده از مدل زیلک، نتایج بهتر و دقیق تری نسبت به روش برونون در گام های زمانی مختلف در مقایسه با حالت دو بعدی دارند. به عبارت دیگر، این مدل نسبت به روش برونون قوی تر عمل می کند. نتایج حاکی از آن است که برای ادامه کار در زمینه سیالات غیرنیوتنی روش زیلک بهتر می باشد. همان طورکه در دوره اول تناوب مشاهده می شود، با کاهش لزجت سیال میزان افزایش فشار (اثر فشردگی مسیر) در طی آن دوره کاهش می یابد که این امر ناشی از کاهش لزجت متوسط و در نتیجه کاهش افت در طول لوله می باشد.

با توجه به معادلات بدست آمده برای حالت غیرماندگار سیال غیرنیوتنی در حالت آرام که بر حسب عدد رینولدز می باشد، لذا جهت استفاده از این معادلات در حالت آشفته نیازمند نتایج آزمایشگاهی بوده که با مقایسه نتایج عددی و آزمایشگاهی از صحت روابط برای حالت آشفته اطمینان حاصل کنیم.

در انتها مقدار درصد خطا برای مدل یک بعدی (روش زیلک) نسبت به مدل دو بعدی ارائه شد. نتایج حاصل نشان دهنده این است که، مقدار بیشترین خطا در فشار حداکثر در محل شیر برای nهای ۰/۶ و ۰/۸، در گامهای زمانی اولیه نزدیک به صفر است و برای n برابر یک مقدار این خطا در حدود یک درصد می باشد.

مراجع

[1] E.B. Wylie, V.L.A. Streeter, L. Suo, Fluid Transients in Systems, Prentice Hall PTR, (1993).

[2] M. H. Chaudhry, Applied Hydraulic Transients, Springer New York, (2014).

[3] A.E. Vardy, J.M.B. Brown, Laminar pipe flow with time-dependent viscosity, Journal of Hydroinform, 13(4) (2011) 729–740.

[4] A. Vardy, J. Brown, Transient turbulent friction in fully rough pipe flows, Journal of Sound and Vibration, 270(1) (2004) 233-257.

[5] J. Vítkovský et al. Efficient and accurate calculation of Zielke and Vardy-Brown unsteady friction in pipe transients, in Proceedings of the 9th International Conference on Pressure Surges, (2004).

[6] J. W. Daily, W. L. Hankey, R. W. Olive, J. M. Jordaan. Resistance Coefficients for Accelerated and Decelerated Flows through Smooth Tubes and Orifices, Trans, ASME, 78 (1956) 1071–1077.

[7] B. Brunone, U.M. Golia, Greco M. Modelling of fast transients by numerical methods. International meeting on hydraulic transients with column separation, Ninth round table, IAHR, Valencia, (1991).

[8] G. Pezzinga, Quasi-2D Model for Unsteady Flow in Pipe Networks. Journal of Hydraulic Engineering, 125(7) (1999) 676-685.

[9] B.A. Toms, Some Observation on the Flow of Linear Polymer Solutions Through Straight Tubes at Large {R}eynolds Numbers, (1948).

[10] G.M Oliveira, C.O.R. Negrão, A.T. Franco, Pressure transmission in Bingham fluids compressed within a closed pipe, Journal of Non-Newtonian Fluid Mech,

pipe flow, Journal of Hydraulic Research, 256 IAHR, 33(4) (1995) 435-456.

[24] N. OHMI, T. Usui, Pressure and velocity distributions in pulsating turbulent pipe flow,Theoretical treatments, Bulletin JSME, 19 (1976) 307-313.

[25] A. Bergant, A. R. Simpson, J. Vitkovsky, Developments in unsteady pipe flow friction modellin Journal of Hydraulic Research, 39(3) (2001) 249-257.

[26] E.M. Wahba, Runge–Kutta time-stepping schemes with TVD central differencing for the water hammer equations, 52 (5) (2006) 571–590.

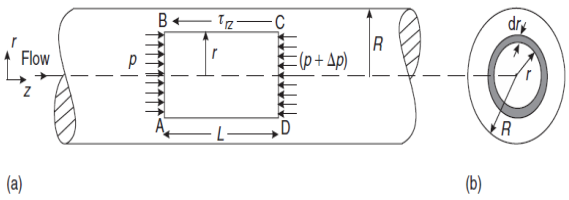
[27] E.L. Holmboe, W.T. Rouleau, The Effect of Viscous Shear on Transients in Liquid Lines, Journal of Basic Engineering, 89(1) (1967) 174-180.

[28] M.M.K Khan, friction factor and flow characterisation of non-newtonian fluids Department of Mechanical Engineering, University of Central Queensland Rockhampton Mail Centre, (1992).

پیوست ۱ : محاسبه افت اصطکاک در جریان ماندگار سیال غیرنیوتنی مدل توانی

جریان کاملاً توسعه یافته یکنواخت سیال تراکم ناپذیر در یک لوله با شعاع R در شکل ذیل نمایش داده می شود. جریان ناشی از اختلاف فشار در دو انتهای لوله حاکم می باشد. از آنجایی که هیچ سرعت زاویه‌ای وجود ندارد و سیال در یک حالت یکنواخت جریان دارد، نیروی حرکت خطی بر روی یک المان سیال ABCD از شعاع r و طول L می تواند به صورت زیر نوشته شود [۲۲].

$$p(\pi r^2) - (P + \Delta P)(\pi r^2) = \tau_{rz}(2\pi rL) \qquad (۱-۱)$$



شکل ۱-۱. نیروهای وارده به سیال در لوله

Fig. 1.1. Schematics of flow in a pipe.

169–170(0) (2012) 121-125.

[11] F.T. Pinho, J.H. Whitelaw, Flow of non-newtonian fluids in a pipe, Journal of Non-Newtonian Fluid Mech, 34(2) (1990) 129-144.

[12] E.M. Wahba, Non-Newtonian fluid hammer in elastic circular pipes, Shear-thinning and shear-thickening effecs, Journal of Non-Newtonian Fluid Mech, 198(0) (2013) 24-30.

[13] A. Majd, A. Ahmadi, A. Keramat, Investigation of non-Newtonian fluid effects during transient flows in a pipeline, Strojniški vestnik – Journal of Mechanical Engineering, 62 (2016) 105-115.

[14] M. Azhdari, A. Riasi, P. Tazraei, Numerical Study of Non-Newtonian Effects on Fast Transient Flows in Helical Pipes, preprint arXiv, (2017).

[15] M. H. Chaudhry, Applied Hydraulic Transients, Springer New York, (2014).

[16] W. Zeilke, Frequency-dependent friction in transient pipe flow, Journal of Basic Engineer, (1968) 109–115.

[17] A. Vardy, J. Brown, Transient turbulent friction in fully rough pipe flows, Journal of Sound and Vibration, 270(1) (2004) 233-257.

[18] M. Ghidaoui, S. Mansour, Efficient Treatment of the Vardy–Brown Unsteady Shear in Pipe Transients, Journal of Hydraulic Engineering, 128(10) (2008) 102-112.

[19] J. P. Vitkovsky, M. F. Lambert, A. R. Simpson, Advances in unsteady friction modelling in transient pipe flow, Publication No. 39, Suffolk, UK, (2000) 471-498.

[20] B. Brunone, U.M.Golia, M. Greco, Effects of Two-Dimensionality on Pipe Transients Modeling, Journal of Hydraulic Engineering, 121(12) (1995) 906-912.

[21] A. Vardy, J. Brown, On turbulent, unsteady, smooth-pipe flow, Proc, International Conferenceon Pressure Surges and Fluid Transients, (1996) 289-311.

[22] R.P. Chhabra, J.F. Richardson, Non-Newtonian Flow and Applied Rheology, Engineering Applications, Elsevier Science, (2011).

[23] A. Vardy, J. Brown, Transient, turbulent, smooth

$$\tau_{rz} = (\frac{r}{2})(-\frac{\Delta P}{L}) \quad (۲-۱)$$

بنابراین تنش برشی روی جداره لوله مدور در حالت افقی در حالت آرام به صورت زیر ارائه می شود.

$$\tau_w = (\frac{R}{2})(-\frac{\Delta P}{L}) \quad (۳-۱)$$

همان طور که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است. دبی جریان عبارت است از:

$$dQ = 2\pi r V_z(r)\,dr \quad (۴-۱)$$

به خاطر ساده سازی $V_z(r)$ به صورت V_z نوشته می شود. نرخ حجمی کل جریان توسط انتگرال‌گیری بر معادله (۴-۱) روی مقطع لوله به صورت زیر می باشد:

$$Q = \int_0^R 2\pi r V_Z dr$$

$$= 2\pi\left\{\left(\frac{r^2}{2}V_z\right)|_0^R + \int_0^R \frac{r^2}{2}\left(\frac{-dV_z}{dr}\right)dr\right\} \quad (۵-۱)$$

فرض کنید شرایط بدون لغزش در دیوار لوله وجود دارد، یعنی $V_z = 0$ هنگامی که $r=R$ است و اولین‌ترم در سمت راست معادله (۵-۱) صفر می‌شود. بنابراین، معادله (۵-۱) به صورت معادله زیر ساده می شود:

$$Q = \pi\int_0^R r^2\left(\frac{-dV_z}{dr}\right)dr \quad (۶-۱)$$

برای جریان آرام سیالات مستقل از زمان، نرخ برشی $\left(\frac{-dV_z}{dr}\right)$ تنها با مقدار تنش برش τ_{rz} تعیین می شود. بدین ترتیب، بدون از بین رفتن کلیات موضوع، رابطه کاربردی فوق را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$-\frac{dV_z}{dr} = f(\tau_{rz}) \quad (۷-۱)$$

که در آن f یک تابع نامشخص است. همچنین، از ترکیب معادله (۴-۱) و (۵-۱) داریم:

$$\frac{\tau_{rz}}{\tau_w} = \frac{r}{R} \quad (۸-۱)$$

و با مشتق‌گیری بر رابطه فوق (برای مقادیر ثابت R و τ_w) معادله زیر حاصل می شود.

$$dr = \left(\frac{R}{\tau_w}\right)d\tau_{rz} \quad (۹-۱)$$

با جایگذاری معادله (۹-۱) و (۷-۱) در معادله (۶-۱) دبی جریان بدست می آید.

$$Q = \frac{\pi R^3}{\tau_w^3}\int_0^{\tau_w}\tau_{rz}^2 f(\tau_{rz})\,d\tau_{rz} \quad (۱۰-۱)$$

برای تعیین برش و نرخ تنش برشی خصوصیات سیال مستقل از زمان که جهت داده های رئولوژیکی برای مایع در این بخش نشان داده شده، لازم است که معادله فوق دوباره بازسازی شود:

$$\left(\frac{Q}{\pi R^3}\right)\tau_w^3 = \int_0^{\tau_w}\tau_{rz}^2 f(\tau_{rz})\,d\tau_{rz} \quad (۱۱-۱)$$

از آنجا که سمت راست معادله فوق مفهوم یک انتگرال نهایی است لذا نتیجه نهایی، تنها به مقدار تنش برشی دیوار بستگی دارد و بر ماهیت عملکرد $f(\tau_{rz})$ بستگی ندارد. بنابراین، لازم است فقط تنش برشی دیواره τ_w و میزان برش متناظر در دیوار $\left(\frac{-dV_z}{dr}\right)$ در $r=R$ و یا مدل ساده $f(\tau_w)$ ارزیابی کنیم. با استفاده از قانون لایبنیتس، یک انتگرال مشخص از فرم $\left(\frac{d}{ds'}\right)\{\int_0^{s'}s^2 f(s)ds\}$ را می‌توان به صورت $(s')^2 f(s')$ نوشت [۲۱]. جایی که S یک متغیر انتگرالی است که در اینجا τ_{rz} می باشد و S' به طور طبیعی τ_w تعریف شده است. با استفاده از این قاعده معادله (۱۱-۱) را تفکیک می کنیم.

$$\frac{d}{d\tau_w}\left\{\left(\frac{Q}{\pi R^3}\right)\tau_w^3\right\} = \quad (۱۲-۱)$$
$$\frac{d}{d\tau_w}\left\{\int_0^{\tau_w}\tau_{rz}^2 f(\tau_{rz})\,d\tau_{rz}\right\}$$

که پس از ساده سازی رابطه زیر بدست می آید.

$$\left(3\tau_w^2\right)\left(\frac{Q}{\pi R^3}\right) + \tau_w^3\frac{d}{d\tau_w}\left(\frac{Q}{\pi R^3}\right) =$$
$$\tau_w^2 f(\tau_w)$$

$$f(\tau_w)=3\left(\frac{Q}{\pi R^3}\right)+\tau_w\frac{d}{d\tau_w}\left(\frac{Q}{\pi R^3}\right) \qquad (۱۳-۱)$$

معرفی عامل چهارم در سمت راست معادله فوق و استفاده از تعریف مشتق تابع لگاریتمی $d\,lnx=dx/x$ معادله زیر بدست می آید.

$$f(\tau_w)=(-\frac{dV_z}{dr})_w= \qquad (۱۴-۱)$$
$$\frac{4Q}{\pi R^3}\left\{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\frac{d\ln\left(\frac{4Q}{\pi R^3}\right)}{d\ln\tau_w}\right\}$$

با توجه به ترم متوسط سرعت در مقطع عرضی، $V=\frac{Q}{\pi r^2}$ ، و قطر لوله D داریم:

$$-\frac{dV_z}{dr}|_w=\left(\frac{8V}{D}\right)\left\{\frac{3}{4}+\frac{1}{4}\frac{d\ln\left(\frac{8V}{D}\right)}{d\ln(\tau_w)}\right\} \qquad (۱۵-۱)$$

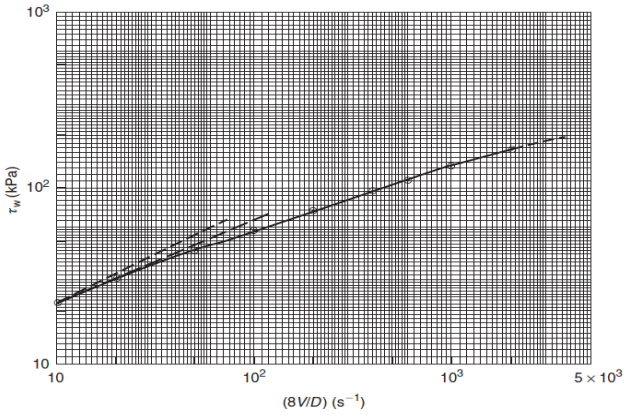
در جریان آرام سیال در لوله های مدور، افت انرژی ناشی از اصطکاک به صورت زیر بدست می آید که به معادله هاگن-پوازی معروف است.

$$V=(-\frac{\Delta P}{L})\left(\frac{R^2}{8\mu}\right) \qquad (۱۶-۱)$$

با توجه به رابطه فوق و رابطه (۳-۱) داریم:

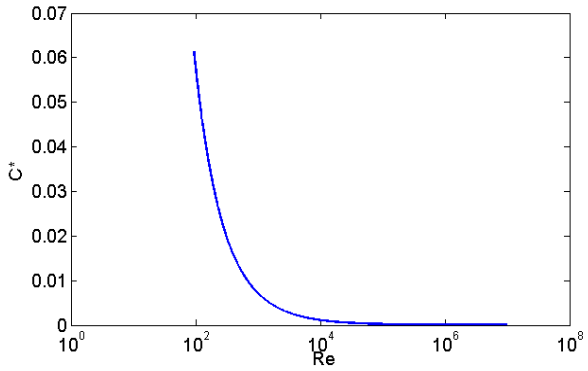
$$\left(-\frac{\Delta P}{L}\right)\left(\frac{R}{2}\right)=\tau_w=\mu\left(\frac{8V}{D}\right) \qquad (۱۷-۱)$$

بدین ترتیب، در معادله (۱۷-۱) نرخ برشی واقعی $(8\,V/D)$ در دیواره برای یک سیال نیوتنی دیده می‌شود، اما معادله (۱۷-۱) نشان می‌دهد که یک فاکتور اصلاحی باید برای سیالات غیر نیوتنی اضافه شود چرا که لزجت دینامیکی سیال ثابت نیست و نسبت به نرخ برش تغییر می کند. با این حال، $(8\,V/D)$ اغلب به عنوان نرخ اسمی (یا ظاهری) برش در دیوار برای مایعات غیر نیوتنی نیز استفاده می شود.



شکل ۱-۲. تغیرات تنش برشی نسبت به (8V/ D) برای سیال غیرنیوتنی [۲۲]

Fig. 2.1. Shear stress changes relative to (8V / D) for non-Newtonian fluid



شکل ۲-۱. تغیرات ضریب اصطکاک نسبت به عدد رینولدز

Fig. 1.2. Changes in the coefficient of friction with respect to the Reynolds number

با توجه به معادله (۱۵-۱) و شکل لگاریتمی (۲-۱) تنش برشی در مقابل $(8\,V/D)$ برای سیال غیر نیوتنی و با تعریف پارامتر، n، می توان معادله گرادیان سرعت مدل توانی در دیواره لوله برای جریان آرام را به صورت زیر نوشت ۲۲[و]۲۸:

$$n=\frac{d\ln\tau_w}{d\ln(8\,V/D)} \qquad (۱۸-۱)$$

$$(\frac{dV_z}{dr})_w=\left[\frac{3n+1}{4n}\right]\left(\frac{8V}{D}\right) \qquad (۱۹-۱)$$

بدین ترتیب مقدار نرخ برش در دیواره لوله به صورت زیر بدست می آید [۲۲و۲۸]

$$\dot{\gamma}_w = (-\frac{dV_z}{dr})_w = \left(\frac{8V}{D}\right)(\frac{3n+1}{4n}) \qquad (۲۰-۱)$$

در نهایت در مدل توانی در جریان آرام مقدار تنش برشی در حالت ماندگار به صورت زیر بدست می آید:

$$\tau_s = \frac{\Delta PD}{4L} = m\left(\frac{8V}{D}\left(\frac{3n+1}{4n}\right)\right)^n \qquad (۲۱-۱)$$

پیوست ۲: تخمین تابع وزنِ مدل زیلک توسط واردی و براون

واردی و براون [۲۱] برای محاسبه ضریب اصطکاک غیرماندگار مدل زیلک، تابع وزنی برای دو رژیم آرام و آشفته روابطی را به صورت زیر ارائه کردند.

$$W_{(\tau)} = \frac{A^* e^{-\frac{\tau}{C^*}}}{\sqrt{\tau}} \qquad (۱-۲)$$

که τ متغیر زمان بدون بعد ($\tau = 4\vartheta t / D^2$) است. برای جریان‌های آرام و خطی $A^* = 1/2\sqrt{\pi}$ و $C^* = \frac{1}{B^*}$ می باشد [۲۱]. از طرفی دیگر، برای جریان‌های آشفته این ضرایب به عدد رینولدز جریان و در نتیجه به سرعت متوسط جریان وابسته می‌باشند، که رابطه C^* به شکل زیر اصلاح می‌شود.

$$C^* = \frac{7.41}{\mathrm{Re}^k} \qquad k = \log\left(143\mathrm{Re}^{-0.05}\right) \qquad (۲-۲)$$

با توجه به معادله فوق واردی و براون [۲۱] برای سیال نیوتنی با مقدار دهی به عدد رینولدز Re در حالت آرام، مقدار C^* را برابر ۰/۰۰۴۷۶ بدست آوردند. لذا در این تحقیق با توجه به رابطه عدد رینولدز در سیالات غیر نیوتنی ($\mathrm{Re} = \frac{8\rho V^{2-n} D^n}{m(6+2/n)^n}$) و معادله (۲-۲)، مقدار C^* برای حالت آرام در سیالات غیرنیوتنی مقدار ۰/۰۱۵ بدست می آید (شکل ۲-۱).

پیوست ۳: ضرایب استفاده شده جهت کد نویسی

جدول ۱-۳: ضرایب $C_{P1}, C_{P2}, C_{N1}, C_{N2}$

Table 3.1. Coefficients *CP*1,*CP*2 ,*CN*1 and *CN* 2 .

$$\textit{No-unsteady friction} \quad C''_{P1} = C''_{P2} = 0 \quad , \quad C''_{N1} = C''_{N2} = 0$$

$$\textit{Trikha's or Vardy et al.'s} \quad C''_{P1} = C''_{N1} = gA\Delta t \frac{16\nu'}{gD^2}\Sigma_K\left(e^{-n_k \frac{4\nu'}{D^2}\Delta t} Y_{k,t-1} - \frac{m_k}{A} Q_{i,t-1}\right)$$

$$C''_{P2} = C''_{N2} = gA\Delta t \frac{16\nu'}{gD^2}\Sigma_K\left(\frac{m_k}{A}\right)$$

$$\textit{Vitkovsky et al.'s} \quad C''_{P1} = k'\theta Q_{i,t-1} - k'(1-\theta)(Q_{i-1,t-1} - Q_{i-1,t-2}) - \mathrm{k'SGN}(Q_{i-1,t-1})\left|Q_{i,t-1} - Q_{i-1,t-1}\right|$$

$$C''_{N1} = k'\theta Q_{i,t-1} - k'(1-\theta)(Q_{i+1,t-1} - Q_{i+1,t-2}) - \mathrm{k'SGN}(Q_{i+1,t-1})\left|Q_{i,t-1} - Q_{i+1,t-1}\right|$$

$$C''_{P2} = C''_{N2} = k'\theta$$

$$\textit{Frictionless} \quad C'_{P1} = C'_{P2} = 0 \quad , \quad C'_{N1} = C'_{N2} = 0$$

$$\textit{First-order accuracy} \quad C'_{P1} = -R\Delta t\left|Q_{i-1,t-1}\right| Q_{i-1,t-1} \quad C'_{N1} = -R\Delta t\left|Q_{i+1,t-1}\right| Q_{i+1,t-1}$$

$$C'_{P2} = 0 \quad , \quad C'_{N2} = 0$$

$$\textit{Second-order accuracy} \quad C'_{P1} = 0 \quad , \quad C'_{N1} = 0$$

$$C'_{P2} = R\Delta t\left|Q_{i-1,t-1}\right| \quad C'_{N2} = R\Delta t\left|Q_{i+1,t-1}\right|$$

$$R = f\frac{(3n+1)}{(4n)}\left(\frac{8V}{D}\right)^n$$

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Khamoshi, A. Keramat , A. Majd, One-Dimensional Simulation of Water Hammer in Non-Newtonian Fluids, Amirkabir J. Civil Eng., 52(1) (2020) 225-242.

DOI: 10.22060/ceej.2018.14682.5719