

کنترل نانو عملگر پیزوالکتریک با استفاده از تئوری فلکسوالکتریک وابسته به اندازه

حسین واقف پور، هادی آروین بروجنی*، یعقوب طادی بنی

گروه مهندسی مکانیک جامدات، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۶/۱/۲۵

بازنگری: ۱۳۹۷/۰۴/۱۵

پذیرش: ۱۳۹۷/۰۶/۱۶

ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۰۶/۲۰

کلمات کلیدی:

نانوتیر پیزوالکتریک

تئوری فلکسوالکتریک وابسته به اندازه

کنترل پسخورد

کنترل فازی

خلاصه: در این مقاله برای اولین بار از کنترل پسخورد و کنترل فازی به منظور ردگیری مسیر دلخواه انتهای یک نانوتیر طرهای پیزوالکتریک به عنوان یک نانو عملگر استفاده شده است. معادلات حرکت بشکل معادلات دیفرانسیل با مشتقات پارهایی به کمک تئوری فلکسوالکتریک مرتبه بالا وابسته به اندازه استخراج گردیده است. به منظور دستیابی به معادلات حاکم، فرمولاسیون غیرخطی برای نانوتیر اویلر-برنولی پیزوالکتریک با درنظر گرفتن غیرخطی گرفته شده است. معادلات غیر خطی به کمک حساب تغییرات و اصل همیلتون بدست آمده است. برای تبدیل معادلات دیفرانسیل پارهایی به معادلات دیفرانسیل معمولی روش گسسته‌سازی گلرکین پیاده سازی شده است. با استفاده از متغیرهای فضایی حالت، مدل فضایی حالت نانوتیر برای طراحی کنترل کننده مناسب بدست آورده شده است. سپس طراحی کنترل پسخورد حالت بدون انتگرال‌گیر، کنترل پسخورد حالت با انتگرال‌گیر و کنترل فازی برای کنترل انتهای نانو عملگر به منظور ردگیری مسیر دلخواه صورت پذیرفته است. در پایان اثر ورودی‌های مختلف (سینوسی و پله) به همراه اختشاش (خرقه) برروی کنترلرهای طراحی شده با استفاده از شبیه سازی کامپیوتری شرح داده شده است. با توجه به یافته‌های این مقاله می‌توان بیان نمود که به ترتیب کنترل فازی، کنترل پسخورد حالت با انتگرال‌گیر و کنترل پسخورد حالت بدون انتگرال‌گیر بهترین عملکرد را داشته‌اند.

۱- مقدمه

مکانیکی و الکتریکی در قیاس با ابعاد میکرو از خود نشان می‌دهند [۱۴-۱۲]. این خواص جدید فرصت استفاده از اینگونه مواد را در تجهیزات مختلفی با ابعاد نانو مانند تشدیدکننده‌ها [۱۵]، ترانزیستورها [۱۶]، دیودهای نوری [۱۷] و حسگرهای شیمیایی [۱۸] ایجاد می‌کند. از مواد پیزوالکتریک در سازه‌ها به منظور مستهلك نمودن مد ارتعاشی، کنترل ردگیر و به تاخیر انداختن کمانش نیز استفاده می‌گردد [۲۲-۱۹]. سازه‌های تیر شکل با مقیاس‌های مختلف کاربردهای فراوانی در مهندسی دارند. بنابراین مطالعه نانوتیرهای پیزوالکتریک محسن زیادی در بر دارد. یانگ و همکاران [۲۵-۲۳] به تحلیل ژیرسکوپ پیزوالکتریک، رفتار سه بعدی تیرهای الکتروالاستیک با مقطع چهارگوش با استفاده از حل‌های سری توانی دوبل و عملگرهای هدفمند پیزوالکتریک پرداختند. ژو و همکاران [۲۶] به مطالعه تعییر شکل تیرهای خمیده که با لایه‌های پیزوالکتریک محصور شوده بودند پرداختند. وانگ و کوئک [۲۷ و ۲۸] ارتعاشات آزاد تیرهای اویلر-برنولی با عملگرهای پیزوالکتریک را مورد بررسی قرار دادند. در سال‌های اخیر جهت استخراج معادلات حاکم بر نانو سازه‌ها از تئوری‌های محیط پیوسته مرتبه بالا استفاده شده است. از مهمترین این تئوری‌ها

تیرها و ورق‌ها در صنعت و به طور خاص در سیستم‌های میکرو/ نانو الکترومکانیک بصورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱ و ۲]. در سیستم‌های نانو الکترومکانیک، نانوتیرهای طرهای به شکل وسیعی به عنوان نانو عملگر و نانوحسگر و یا به منظور تولید انرژی مورد استفاده قرار می‌گیرند [۳ و ۴]. در ابعاد میکرو مواد پیزوالکتریک به دلیل کوپل خواص مکانیکی والکتریکی توجه زیادی به خود جلب نموده‌اند که این خواص در ابعاد نانو هم جالب توجه هستند [۵]. آزمایش‌های متعدد نشان داده‌اند که اثر پیزوالکتریک می‌تواند در مواد غیرپیزوالکتریک (دی الکتریک) نیز در ابعاد نانو ایجاد گردد [۶]. بنابراین تجهیزات ساخته شده از مواد پیزوالکتریک و دی الکتریک در مقیاس میکرو یا نانو برای دسته وسیعی از تجهیزات الکترومکانیکی جهت کنترل اختشاش و ارتعاش [۷، تولید انرژی]، ذخیره داده‌ها [۸]، وسائل سرما ساز [۹] و حسگرهای شبکه [۱۱] مورد استفاده قرار می‌گیرند. می‌توان در میان مواد با مقیاس نانو همانند مواد پیزوالکتریک خواص جدیدی مانند خواص

* نویسنده عهدهدار مکاتبات: hadi.arvin@sku.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسنده‌گان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



تشدیدکننده میکروالکترومکانیک توسط سو و هگازی [۴۹] برای مشخص نمودن تاثیر کاهش دامنه نوسان پارامتر تحریک بر روی کنترل آشوب مورد بررسی قرار گرفت. سلیم و همکاران [۵۰] کنترل حلقه بسته یک تشدیدکننده میکروالکترومکانیک را در نظر گرفتند و ناحیه بهین عملکرد آن را بدست آوردن. وطن خواه و همکاران [۵۱] مسئله پایداری مرزی با در نظر گرفتن قانون کنترل مرزی خطی به منظور پایدارسازی ارتعاشات یک میکرو تیر غیر کلاسیک را مورد بررسی قرار دادند. نگوین و کرایلوف [۵۲] یک الگوریتم کنترل غیر خطی را به منظور تنظیم دامنه نوسان یک تیر میکروالکترومکانیک تحت یک تحریک پارامتری ارائه نمودند.

همانطور که از مرور منابع دیده می‌شود هرچند که تعدادی تحقیق در زمینه تحلیل دینامیکی و ارتعاشی نانوتیرهای غیر کلاسیک در سال‌های اخیر صورت گرفته است، ردگیری نانوتیر پیزوالکتریک با در نظر گرفتن تئوری‌های غیر کلاسیک شامل اثر اندازه و اثر فلکسوالکتریک مورد بررسی قرار نگرفته است. لذا در این مقاله برای نخستین بار براساس تئوری پیزوالکتریسیته وابسته به اندازه، معادلات ارتعاشی نانوتیرهای اویلر-برنولی که تحت ولتاژ خارجی قرار گرفته است به منظور استخراج معادلات مناسب برای طراحی کنترل پایاده سازی می‌گردد (بخش دوم). سپس معادلات حاکم و شرایط مرزی با استفاده از حساب تغییرات و اصل همیلتون بدست آورده می‌شود (بخش دوم). از روش گلرکین برای کاهش مرتبه معادلات دیفرانسیل با مشتقات پاره‌ای به معادلات دیفرانسیل معمولی استفاده می‌گردد (بخش دوم). در ادامه الگوریتم‌های کنترل ردگیری برای نانوتیر طرها پیزوالکتریک طراحی می‌گردد (بخش سوم). پس از آن نتایج شبیه‌سازی برای سه کنترل کننده طراحی شده، بدست آمده و با هم مقایسه خواهد گردید (بخش چهارم). در پایان نتایج در بخش پنجم مورد بحث قرار خواهد گرفت.

۲- معادلات حاکم

۲-۱- مدل غیرکلاسیک پیزوالکتریسیته

طرحواره نانوتیر پیزوالکتریک در شکل ۱ آورده شده است:

براساس مدل پیزوالکتریسیته وابسته به اندازه، انرژی کرنشی مواد پیزوالکتریک ایزوتروپیک الاستیک با تغییر شکل کوچک در حجم V به صورت رابطه (۱) بیان می‌گردد [۴۰]:

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\sigma_{ij} e_{ij} + \mu_{ji} \kappa_{ij} - D_i E_i) dV \quad (1)$$

در جایی که μ_{ji} , e_{ij} , σ_{ij} و κ_{ij} بترتیب نشان دهنده، تانسور تنش

می‌توان به تئوری تنش کوپل [۳۰ و ۳۱]، تئوری گرادیان کرنش [۳۱]، تئوری الاستیسیته غیر محلی [۳۲] و مدل الاستیسیته سطح [۳۳] اشاره نمود. با توجه به توسعه‌های اخیر درسازه‌های میکرو/نانو الکترومکانیک، تئوری‌های وابسته به اندازه با اثر کوپل مکانیکی والکتریکی مانند تئوری وابسته به اندازه پیزوالکتریک ارائه شده‌اند. تئوری پیزوالکتریسیته در ابعاد میکرو رابطه بین قطبیت الکتریکی و کرنش غیریکنواخت در مواد نامتقارن مرکزی را می‌تواند نشان دهد [۳۴]، حال آنکه برخی تحقیقات نشان می‌دهند که خواص پیزوالکتریک وابسته به اندازه و کوپل خطی الکترومکانیک در دیالکتریک‌های ایزوتروپیک نیز ایجاد می‌گردد [۳۵-۳۸]. همچنین تئوری کلاسیک نمی‌تواند اثر وابستگی به اندازه را شرح دهد، بنابراین توسعه تئوری وابسته به اندازه پیزوالکتریک که برای نانو سازه‌ها قابل استفاده باشد و شامل گرادیان مرتبه بالا از تغییر شکل باشد ضروری به نظر می‌رسد. وانگ و همکاران [۳۹] بر اساس تئوری تنش کوپل یک تئوری وابسته به اندازه ارائه نمود. آنها اثر گرادیان پیچشی را در نظر گرفتند و فرمولاسیونی معرفی کردند که در آن قطبیت الکتریکی وابسته به گرادیان پیچی میکروسکوپی بود. قطبیت در مواد دیالکتریک نه تنها به تانسور کرنش بلکه به تانسور انحنای نیز بستگی دارد. بنابراین می‌توان گفت اثر فلکسوالکتریک در تمام دیالکتریک‌ها اتفاق می‌افتد [۴۰]. از این جهت تئوری‌های دیگری نیز ارائه شدند [۴۱ و ۴۲] براساس فرمولاسیون الکترومکانیک، حاج‌اسفندیاری و دارگوش [۴۳] یک تئوری پیزوالکتریک وابسته به اندازه را بیان نمودند که در آن به بیان رفتار مواد در مقیاس کوچک پرداخته شده است. ایشان در این تئوری، مدل پیزوالکتریک وابسته به اندازه یا اثر فلکسوالکتریک که به تانسور انحنای وابسته است را استخراج نمودند. تعدادی از محققان با استفاده از این تئوری معادلات نانوتیر پیزوالکتریک را استخراج و مورد بررسی قرار دادند [۴۲]. طلای [۴۴] با استفاده از تئوری پیزوالکتریک وابسته به انداز حاج‌اسفندیاری مبادرت به استخراج معادلات و تحلیل ارتعاشات آزاد، کمانش و خم شانو تیر ہدفمند پیزوالکتریک نمود. تعداد زیادی از تجهیزات نانو الکترومکانیک از اجزاء مرتضی به عنوان حسگر و عملگر به منظور دستیابی به عملکرد بالا استفاده می‌کنند. در این زمینه تحقیقات متعددی در خصوص کنترل اینگونه سیستم‌ها انجام گرفته است. بیشتر تمرکز این تحقیقات بر روی کنترل پایداری بوده است. وانگ [۴۵] کنترل پسخورد ارتعاشات در میکروتیر طرها با عملگر الکترواستاتیک را مورد ارزیابی قرار داد. السالم و یونس [۴۶ و ۴۷] پایداری تشدیدکننده میکروالکترومکانیک در نزدیکی نقطه پولین را با به کارگیری کنترل تاخیر زمانی مورد مطالعه قرار دادند. همچنین اثر بهره کنترل بر روی عملگر الکتریکی نیز مورد بررسی قرار گرفته است [۴۸]. کنترل آشوب

برنولی به صورت رابطه (۵) بدست می‌آید:

$$e_{11} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_z}{\partial x} \right)^2 = \frac{\partial u}{\partial x} - z \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \quad (5)$$

۲-۲ معادلات حرکت حاکم

با درنظر گرفتن رابطه (۱) و جایگذاری مولفه‌های غیر صفر رابطه‌های (۲) و (۴) و اعمال رابطه (۳)، وریشن انرژی کرنشی به صورت رابطه (۶) حاصل می‌گردد.

$$\begin{aligned} \delta U &= \int_V \left(\sigma_{11} \delta e_{11} + \mu_{12} \delta \kappa_{21} \right) dV = \\ &\int_0^L \left\{ \begin{array}{l} (EI + \epsilon \mu l A) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \\ EA \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial y}{\partial x} \right) \end{array} \right\} \delta y dx \\ &+ \int_0^L \left\{ -EA \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \right\} \delta u dx \\ &+ \left\{ - (EI + \epsilon \mu l A) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right. \\ &+ EA \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial y}{\partial x} \left. \right\} \delta y \Big|_0^L \\ &+ \left\{ EA \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \right\} \delta u \Big|_0^L + \\ &\left. \left\{ (EI + \epsilon \mu l A) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - E_{11} \right\} \delta \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \right|_0^L + \\ &\int_V \left\{ \epsilon \left(\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} + \frac{\partial^4 \Phi}{\partial z^4} \right) + \frac{1}{2} \frac{\partial f}{\partial z} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right\} \delta \Phi dV \\ &- \int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \epsilon \frac{\partial \Phi}{\partial x} \delta \Phi dy dz \Big|_0^L - \\ &\int_{-b/2}^{b/2} \int_{-h/2}^{h/2} \left(\epsilon \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{1}{2} f \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} \right) \delta \Phi dy dx \Big|_{-h/2}^{h/2} \end{aligned} \quad (6)$$

که در آن E_{11} به صورت زیر تعریف می‌گردد:



شکل ۱: شماتیک نانو عملکر پیزوالکتریک تحت ولتاژ V_0

Fig. 1. A schema of piezoelectric nano actuator subjected to voltage V_0

کوپل، تانسور کرنش، تانسور تنش کلاسیک و تانسور انحناء می‌باشند. D_i و E_i نیز به ترتیب نشان دهنده بردار جابجایی الکتریکی و میدان الکتریکی می‌باشند. D_i از طریق رابطه (۲) بدست می‌آید [۴۰]:

$$\begin{aligned} \sigma_{ji} &= \lambda e_{kk} \delta_{ij} + \mu e_{ij}, \\ \mu_{ji} &= \epsilon_{ijk} \mu_k, \\ \kappa_{ij} &= \frac{1}{2} (\omega_{i,j} - \omega_{j,i}), \\ D_i &= \epsilon E_i + \epsilon f \kappa_i \end{aligned} \quad (2)$$

که در آن $\omega_i = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \kappa_{ij}$ و $\omega_i = -8 \mu l^2 \kappa_i + 2 f E_i$. همچنین λ و μ ثابت‌های لامه، f و ϵ بترتیب ضریب فلکسوالکتریک، پارامتر اثر اندازه و ثابت دی‌الکتریک هستند. از طرفی رابطه بین میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی به صورت رابطه (۳) قابل بیان است [۱۶]:

$$E_i = -\Phi_{,i} \quad (3)$$

میدان جابجایی را نیز براساس تئوری تیر اویلر-برنولی با توجه به شکل ۱ می‌توان به صورت رابطه (۴) نوشت [۴۴]:

$$\begin{aligned} u_x(x, z, t) &= u(x, t) - z \frac{\partial y(x, t)}{\partial x}, \\ u_y(x, z, t) &= 0, \\ u_z(x, z, t) &= y(x, t) \end{aligned} \quad (4)$$

که در این رابطه $y(x, t)$ تغییر شکل عرضی در امتداد محور z و $u(x, t)$ تغییر شکل طولی در امتداد محور x برای تار خنثی می‌باشند. برنمبنای غیرخطی‌گری فون-کارمن رابطه کرنش-جابجایی در تیر اویلر-

با جایگذاری رابطه‌های (۶) و (۷) در رابطه (۸)، و برابر صفر قرار دادن ضرایب تغییرشکل‌های مکانیکی و الکتریکی روابط (۹) تا (۱۱) و شرایط مرزی وابسته (روابط (۱۵) تا (۱۶)) حاصل می‌گردد:

$$\delta u : EA \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \delta y : & \left(EI + 4\mu l^2 A \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \\ & EA \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial y}{\partial x} \right) - \\ & 2 \frac{\partial^2 E_{11}}{\partial x^2} + F_{11} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - H_{11} \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

$$\delta \Phi : \varepsilon \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) + 2 \frac{\partial f}{\partial z} \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) = \rho_e \quad (11)$$

$$\delta u : \delta u \left[EA \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \right]_0^L = 0 \quad (12)$$

$$\delta y : \delta y \left[\begin{array}{l} \left(EI + 4\mu l^2 A \right) \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} \\ - EA \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial y}{\partial x} \\ - 2 \frac{\partial E_{11}}{\partial x} - H_{11} \frac{\partial^3 y}{\partial x \partial t^2} \end{array} \right]_0^L = 0 \quad (13)$$

$$\delta \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) : \delta \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right) \left[\begin{array}{l} \left(EI + 4\mu l^2 A \right) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \\ - 2E_{11} \end{array} \right]_0^L = 0 \quad (14)$$

$$E_{11} = \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-b/2}^{b/2} f \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right) dy dz$$

با در نظر گرفتن میدان جابجای تیر اویلر-برنولی، رابطه (۵)، وردش انرژی جنبشی نانوتیر نیز در حضور انتگرال تغییرات زمان با رابطه (۷) بیان می‌گردد.

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_1} \delta T dt &= \int_{t_0}^{t_1} \delta \times \\ &\left\{ \frac{1}{2} \int_0^L \left(\int_A \rho \left(\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial u_z}{\partial t} \right)^2 \right) dA dx \right) dt = \right. \\ &\left. \int_{t_0}^{t_1} \delta \left\{ \frac{1}{2} \int_0^L \left(\int_A \rho \left(\left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 - 2z \frac{\partial u}{\partial t} \frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} + \right. \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. \left. z^2 \left(\frac{\partial^2 y}{\partial t \partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial t} \right)^2 \right) \right) dA dx \right\} dt = \right. \\ &\left. \int_{t_0}^{t_1} \left\{ - \int_0^L \left(F_{11} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) \delta u dx - \int_0^L \left(F_{11} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - \right. \right. \right. \\ &\left. \left. \left. H_{11} \frac{\partial^4 y}{\partial t^2 \partial x^2} \right) \delta y dx \right\} dt - \int_{t_0}^{t_1} H_{11} \frac{\partial^3 y}{\partial t^2 \partial x} dt \delta y \Big|_0^L \right. \end{aligned} \quad (7)$$

در رابطه (۷) بترتیب H_{11} و F_{11} به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشند:

$$(F_{11}, H_{11}) = \int_{-b/2}^{+b/2} \int_{-h/2}^{+h/2} \rho(1, z^2) dy dz$$

-۳- اصل همیلتون

با اعمال اصل همیلتون، رابطه (۸)، معادلات حرکت و شرایط مرزی مربوطه بدست می‌آید [۴۲]:

$$\int_{t_0}^{t_1} (\delta T - \delta U) dt = 0 \quad (8)$$

$$\delta\Phi : \delta\Phi|_0^L = 0 \quad (20)$$

حال با فرض ثابت بودن f و صفر بودن دانسیته شارژ دی الکتریک، رابطه (۱۱) به صورت رابطه زیر ساده می‌گردد:

$$\delta\Phi : \varepsilon \left(\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} \right) = 0 \quad (21)$$

که به آن معادله ماکسول گویند. حل این معادله با شرایط مرزی متناظر آن، یعنی رابطه‌های (۱۹) و (۲۰)، به صورت رابطه (۲۲) فرض می‌گردد [۳۲] و:

$$\Phi(x, z, t) = \cos(\beta z) \hat{\Phi}(x, t) + \frac{V_0(t)}{h} z \quad (22)$$

که در رابطه (۲۲)، $\beta = \frac{\pi}{h}$ است. با جایگذاری رابطه (۲۲) در تعریف خواهد شد و لذا دارای مقدار ثابتی است و بدین ترتیب

$$\frac{\partial^2 E_{11}}{\partial x^2} = 0 \quad \text{و} \quad \frac{\partial E_{11}}{\partial x} = 0 \quad \text{خواهد گردید.}$$

از طرفی از اثر اینرسی محوری، $\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$ ، بدليل فرکанс‌های طبیعی بسیار بالاتر طولی (ω_a) در برابر فرکанс‌های عرضی (ω_L) صرف نظر می‌گردد [۴۴ و ۵۳-۵۴]. به منظور شفاف سازی بیشتر این مهم، در شکل ۵ در بخش ۴ نسبت فرکانس اول طولی به سه فرکانس پایه عرضی برای نسبت‌های متفاوت پارامتر اثر اندازه به ضخامت نانوتیر نمایش داده شده است.

با این فرض و در نظر گرفتن $\frac{\partial^2 E_{11}}{\partial x^2} = 0$ ، روابط (۹) و (۱۰) به صورت روابط (۲۳) و (۲۴) قابل بازنویسی می‌باشند:

$$EA \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) = 0 \quad (23)$$

$$\begin{aligned} & \left(EI + 4\mu l^2 A \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \\ & EA \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial y}{\partial x} \right) \\ & + F_{11} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - H_{11} \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

$$\delta\Phi : \delta\Phi \left[\int_A \varepsilon \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right) dA \right]_0^L = 0, \quad (15)$$

$$\delta\Phi \left[\int_A \left[\varepsilon \frac{\partial \Phi}{\partial z} + 2f \left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \right) \right] dA \right]_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = 0$$

بدین ترتیب شرایط مرزی (روابط ۱۲) تا (۱۴) برای یک نانوتیر یکسرگیردار مطابق رابطه‌های (۱۶) تا (۱۸) قابل بیان است.

$$\begin{aligned} u|_0 &= 0, \\ \left[EA \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \right]_0^L &= 0 \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} y|_0 &= 0, \quad \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)_0 = 0 \\ \left(EI + 4\mu Al^2 \right) \frac{\partial^3 y}{\partial x^3} - & \\ EA \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial y}{\partial x} \right) - & \\ 2 \frac{\partial E_{11}}{\partial x} - H_{11} \frac{\partial^3 y}{\partial x \partial t^2} \Big|_0^L &= 0 \end{aligned} \quad (17)$$

$$\left[(EI + 4\mu Al^2) \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - 2E_{11} \right]_0^L = 0 \quad (18)$$

در این مقاله با درنظر گرفتن اثر معکوس پیزوالکتریک، فرض می‌گردد که پتانسیل الکتریکی ($\Phi(x, z, t)$) با توجه به شکل ۱ در بالا و پایین نانوتیر دارای مقدار مشخصی باشد یعنی در بالای نانوتیر دارای مقدار $V_0/2$ و در پایین آن دارای مقدار $-V_0/2$ باشد و لذا با معین بودن میدان در این دو قسمت وردش میدان در بالا و پایین نانوتیر صفر خواهد شد یعنی شرط مرزی دوم در رابطه (۱۵) به صورت رابطه (۱۹) ساده خواهد شد:

$$\delta\Phi : \delta\Phi \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = 0 \quad (19)$$

همچنین با فرض اینکه ابتدا و انتهای نانوتیر نیز عایق نباشد، شرط مرزی اول رابطه (۱۵) به صورت زیر ساده می‌گردد:

$$\begin{aligned} \bar{y}|_0 = 0, \frac{\partial \bar{y}}{\partial x}|_0 = 0, \\ \left[\left(1 + 4 \frac{\mu A l^2}{EI} \right) \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial x^3} - \bar{H} \frac{\partial^3 \bar{y}}{\partial x \partial \tau^2} \right]^1 \\ \left[\left(1 + 4 \frac{\mu A l^2}{EI} \right) \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial x^2} \right] = 0 \\ - \left(2 \frac{b L^2 f}{EI h} \right) V_0(\tau) \end{aligned} \quad (29)$$

$\bar{F} = F_{11} \frac{(\lambda + 2\mu)I}{EI\rho A}$ و به‌گونه‌ای که در این رابطه‌ها

$\bar{H} = H_{11} \frac{(\lambda + 2\mu)I}{L^2 EI \rho A}$ می‌باشد. لازم بذکر است چون طبق تعریف داده‌های مورد استفاده در این مقاله، ارائه شده در جدول ۱، $E = 2 \times 10^{-4}$ نیز برابر $\lambda + 2\mu$ می‌باشد. در

ضمن برای نانوتیر با مقطع مستطیل شکل $(h \times b)$ $\bar{H} = \rho \frac{bh^3}{12}$

می‌باشد و بدین ترتیب $\bar{H} = \frac{h^2}{12L}$ حاصل می‌گردد که در اینصورت طبق داده‌های مورد استفاده در این مقاله، ارائه شده در جدول ۱، $\bar{F} = 1$ قابل صرفنظر بوده و لذا در فرم گسسته می‌گردد که در مقایسه با

معادلات از اینرسی دورانی صرفنظر می‌شود.

۴-۲- گسسته‌سازی و کاهش مرتبه معادلات

کاهش مرتبه با گسسته‌سازی معادله دیفرانسیل با مشتق پاره‌ای (رابطه (۲۸)) و شرایط مرزی (رابطه (۲۹)) به سیستم با درجه آزادی محدود صورت می‌پذیرد. براساس روش گلرکین تغییر شکل عرضی نانوتیر پیزوالکتریک بهصورت رابطه (۳۰) تخمین زده می‌شود [۵۲]:

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n q_i(t) \phi_i(x) \quad (30)$$

که در آن $q_i(t)$ ، $\phi_i(x)$ نامین مختصه عمومی و $\phi_i(x)$ نشان دهنده نامین شکل مود میرانشده بوده که حاصل از ارتعاشات آزاد خطی است و بهصورت رابطه (۳۱) در نظر گرفته می‌شود [۵۲]:

حال با در نظر گرفتن رابطه (۲۳) می‌توان نتیجه گرفت که دارای مقداری ثابت در کل طول نانوتیر است. از طرفی با توجه به شرط مرزی دوم رابطه (۱۶) مقدار این ثابت در انتهای نانوتیر برابر صفر است. بدین ترتیب:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 = 0 \quad (25)$$

در کل طول نانوتیر برقرار است. به رابطه بهدست آمده در رابطه (۱۵) شرط گسترش‌ناپذیری تیرها گفته می‌شود. لذا با توجه به رابطه (۲۵) ترم

$$-EA \frac{\partial}{\partial x} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial y}{\partial x} \right)^2 \right) \frac{\partial y}{\partial x} \right) \quad (26)$$

بنابراین در اینصورت معاله حاکم بر نانو تیر پیزوالکتریک بهصورت رابطه (۲۶) قابل بیان است:

$$\begin{aligned} \left(EI + 4\mu A l^2 \right) \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + F_{11} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} \\ - H_{11} \frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2} = 0 \end{aligned} \quad (26)$$

به منظور عمومی سازی، با تعریف متغیرهای بدون بعد معرفی شده در رابطه (۲۷)،

$$\begin{aligned} \bar{y} &= \frac{y}{h}, \\ \bar{x} &= \frac{x}{L}, \\ \tau &= t \sqrt{\frac{(\lambda + 2\mu)I}{\rho A L^4}} \end{aligned} \quad (27)$$

صورت بدون بعد معادله حاکم، رابطه (۲۶)، و شرایط مرزی وابسته، رابطه‌های (۱۷) و (۱۸)، با در نظر گرفتن $E_{11} = fV_0 b$ و رابطه (۲۵)

$$\frac{\partial E_{11}}{\partial x} = 0 \quad \text{به ترتیب بصورت روابط (۲۸) و (۲۹) استخراج می‌گردد.}$$

$$\begin{aligned} \left(1 + 4 \frac{\mu A l^2}{EI} \right) \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{x}^4} + \bar{F} \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial \tau^2} - \\ \bar{H} \frac{\partial^4 \bar{y}}{\partial \bar{x}^2 \partial \tau^2} = 0, \end{aligned} \quad (28)$$

$$u(t) = V_0(t) \quad (35)$$

با به کارگیری بردار حالت (رابطه (۳۴)) و ورودی (رابطه (۳۵)) مدل فضایی حالت عملگر پیزوالکتریک مطابق رابطه (۳۶) قابل بیان است.

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{Ax}(t) + \mathbf{Bu}(t), \mathbf{x}(0) = (\mathbf{q}_0^T, \dot{\mathbf{q}}_0^T)^T \quad (36)$$

که در رابطه (۳۶)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times n} & \mathbf{I}_{n \times n} \\ -\hat{\mathbf{M}}^{-1}\hat{\mathbf{K}} & \mathbf{0}_{n \times n} \end{bmatrix}, \mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{n \times 1} \\ \hat{\mathbf{M}}^{-1}\hat{\mathbf{B}} \end{bmatrix} \quad (37)$$

می باشد. به منظور طراحی کنترلر، خیز انتهای عملگر پیزوالکتریک، به عنوان خروجی کنترلر درنظر گرفته می شود و به صورت رابطه (۳۸) بیان می گردد:

$$y = \mathbf{Cx} \quad (38)$$

که در آن

$$\mathbf{C} = [\phi_1(1) \phi_2(1) \dots \phi_n(1) \mathbf{0}_{1 \times n}] \quad (39)$$

می باشد.

۳-۲- کنترل پسخورد حالت

مشخصه های دینامیکی مهم مانند پایداری، نسبت میرایی و فرکанс طبیعی مطلوب با پراکندگی مقادیر ویژه ماتریس \mathbf{A} در صفحه S تخمین زده می شود. بطور کلی هدف این است که پارامترها به گونه ای تنظیم گرددند که سیستم رفتار مطلوب از خود نشان دهد.

با در نظر گرفتن سیستم مطابق با رابطه های (۳۶) تا (۳۹)، با ورودی مرجع R، ورودی کنترلی $u(t)$ برای تضمین ردگیر خروجی $y(t)$ به

گونه ای طراحی می گردد که $\lim_{t \rightarrow \infty} (R - y(t)) = 0$ شود.

فرض می گردد کلیه متغیرهای حالت قبل اندازه گیری هستند و ماتریس \mathbf{A} کنترل پذیر است. مطابق بلوک دیاگرام سیستم در شکل ۲ ورودی کنترل $u(t)$ شامل ترکیب خطی از متغیرهای حالت بوده و شامل پسخورد سیستم نیز می باشد. این پسخورد رفتار دینامیکی سیستم را تخمین می زند. از طرف دیگر پیشخورد متغیر R به همراه بهره K_I بر رفتار استاتیکی سیستم مؤثر است.

$$\phi_i(x) = \cosh(r_i x) - \cos(r_i x) + \frac{\cos(r_i) + \cosh(r_i)}{\sin(r_i) + \sinh(r_i)} \times (\sin(r_i x) - \sinh(r_i x)) \quad (31)$$

$$\text{که در آن } r_i^4 = \frac{\omega_i^2}{\left(\frac{EI + 4\mu l^2 A}{\bar{F}}\right)^2} \text{ است و } r_i \text{، آمین ریشه معادله}$$

مشخصه [۵۲] $\cos(r) \cosh(r) = -1$ و ω_i ، آمین فرکانس طبیعی خطی نانوتیر می باشد.

با در نظر گرفتن فرآیند معمول روش گلرکین، معادله دیفرانسیل معمولی حاکم بر نانوتیر پیزوالکتریک به صورت رابطه (۳۲) بدست می آید:

$$\hat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \hat{\mathbf{K}}\dot{\mathbf{q}}(t) = \hat{\mathbf{B}}V_0(t) \quad (32)$$

در رابطه (۳۲)، $\hat{\mathbf{M}}$ ، $\hat{\mathbf{K}}$ و $\hat{\mathbf{q}}(t)$ به ترتیب بردار وابسته به زمان مختصات عمومی، ماتریس جرم و ماتریس سختی می باشند. مولفه های ماتریس های $\hat{\mathbf{M}}$ و $\hat{\mathbf{K}}$ با رابطه (۳۳) بیان می گردند.

$$\begin{aligned} \hat{M}_{ij} &= \bar{F} \int_0^1 \phi_i \phi_j dx, \\ \hat{K}_{ij} &= \left(1 + \frac{4\mu l^2 A}{EI}\right) \int_0^1 \phi_i'' \phi_j'' dx \\ \hat{B}_j &= \left(\frac{2bL^2 f}{EIh}\right) \phi_j'(1) \end{aligned} \quad (33)$$

۳- کنترل ردگیر عملگر پیزوالکتریک

در این بخش هدف کنترل انتهای نانوتیر پیزوالکتریک به عنوان یک عملگر جهت ردگیری مسیر دلخواه است. برای هدف کنترلی مذکور ابتدا معادله دیفرانسیل سیستم یعنی رابطه (۳۲) در قالب فضایی حالت بیان می گردد.

۳-۱- مدل فضایی حالت

بردار فضایی حالت و ولتاژ اعمالی به عملگر به عنوان ورودی کنترلر به صورت رابطه های (۳۴) و (۳۵) معرفی می گردد:

$$\mathbf{x}(t) = (\mathbf{q}^T, \dot{\mathbf{q}}^T)^T \in \mathbb{R}^{2n} \quad (34)$$

دیاگرام شکل ۳ آورده شده است باشد. در این بلوک دیاگرام متغیر کنترل y با ورودی مرجع R مقایسه می‌گردد و خطای کنترل u پسخورد می‌شود و سپس انتگرال آن گرفته می‌شود. از بهره پسخورد K_I نیز در این حالت انتگرال گیری می‌شود. با توجه به بلوک دیاگرام حلقه بسته (شکل ۳) با این پیکربندی، می‌توان دریافت که بردار بهره \mathbf{K} حاوی پارامترهای بازخورد است.

با درنظر گرفتن شکل ۳ معادله حلقه بسته سیستم به صورت روابط (۴۳) تا (۴۶) بدست می‌آید:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= [\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}]\mathbf{x}(t) - \mathbf{B}K_I\varepsilon(t), \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0\end{aligned}\quad (43)$$

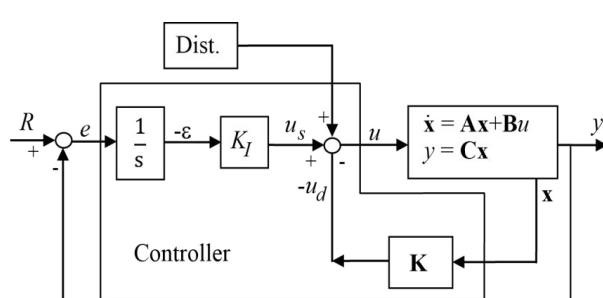
$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (44)$$

$$\dot{\varepsilon}(t) = y(t) - R(t) \quad (45)$$

$$u(t) = u_d(t) + u_s(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) - K_I\varepsilon(t) \quad (46)$$

شکل ماتریسی روابط (۴۶) تا (۴۸) به صورت رابطه‌های (۴۷) و (۴۸) بازنویسی می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{x}}(t) \\ \dot{\varepsilon}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \varepsilon(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -1 \end{bmatrix} R(t) \quad (47)$$



شکل ۳: بلوک دیاگرام سیستم کنترل پسخورد انتگرال حالت

Fig. 3. Block diagram of the integral state feedback control system

$$u(t) = u_d(t) + u_s(t) = -\mathbf{K}\mathbf{x}(t) + K_I R(t) \quad (40)$$

پس از جایگذاری ورودی کنترل، رابطه (۴۰)، در رابطه (۳۶) سیستم حلقه بسته‌ای مطابق رابطه (۴۱) بدست می‌آید:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = [\mathbf{A} - \mathbf{B}\mathbf{K}]\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}K_I R(t) \quad (41)$$

که دارای شرایط اولیه $x(t_0)$ و خروجی

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t) \quad (42)$$

می‌باشد.

جهت کنترل رفتار دینامیکی و استاتیکی مشخصه‌های زیر فرض می‌گردد:

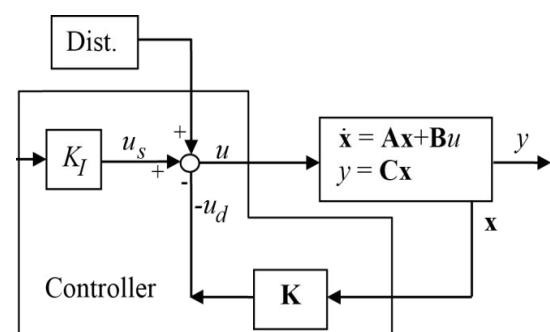
- رفتار دینامیکی حلقه بسته باید با قطب‌های مورد نیاز مشخص گردد.

- در حالت پایا خطای کنترل باید حذف گردد. بدین ترتیب،

$$\lim_{t \rightarrow \infty} y(t) = \mathbf{C} \lim_{t \rightarrow \infty} \mathbf{x}(t) = \lim_{t \rightarrow \infty} R(t)$$

می‌گردد. برای دستیابی به بردار پسخورد \mathbf{K} ، بهره پسخورد K_I می‌تواند از رابطه (۴۱) محاسبه گردد. بدین ترتیب سیستم حلقه بسته شکل ۲ رفتار استاتیکی مطلوب با خطای کنترل صفر را نشان می‌دهد.

در این مورد کنترل کننده نسبت به خطای کنترل خیلی مقاوم نیست به این دلیل که از این خطای پسخوردی وجود ندارد. نامعینی‌ها در مدل و یا اغتشاش‌های خارجی ممکن است مسبب خطای کنترل ماندگار شوند. به منظور حل این مشکل یک راه حل می‌تواند مشابه آنچه که در بلوک



شکل ۲: بلوک دیاگرام سیستم کنترل پسخورد حالت

Fig. 2. Block diagram of the state feedback control system

- (۷) $IF \ e = Z \ and \ \dot{e} = N \ THEN \ u = SN$
- (۸) $IF \ e = N \ and \ \dot{e} = P \ THEN \ u = N$
- (۹) $IF \ e = N \ and \ \dot{e} = Z \ THEN \ u = LN$
- (۱۰) $IF \ e = N \ and \ \dot{e} = N \ THEN \ u = VLN$

در جاییکه e , \dot{e} و u بترتیب خطأ، مشتق خطأ و ورودی کنترل و N, P, L, VL و S بترتیب معرف مثبت، منفی و صفر می‌باشند. همچنین منظور از حروف Z ، VL و LN بترتیب خیلی زیاد، زیاد و کم می‌باشد. بنابراین در قوانین فازی فوق منظور $IF \ e = P \ and \ \dot{e} = P \ THEN \ u = VLP$ از عبارت $IF \ e = P \ and \ \dot{e} = P \ THEN \ u = VLP$ برآید. اگر خطأ مثبت باشد و مشتق خطأ نیز مثبت باشد آنگاه ورودی کنترل خیلی بزرگ مثبت در نظر گرفته می‌شود، است.

برای ایجاد پایگاه داده زبانی، محدوده توابع عضویت خطأ و تغییر خطأ (ورودی‌های کنترل کننده فازی و خروجی‌های نانوتیر) به نواحی فازی تقسیم می‌گردد. انواع توابع عضویت را می‌توان بسته به نوع مساله انتخاب نمود. در این پژوهش برای کمیت‌های ورودی و خروجی توابع عضویت مثلثی متقاضی انتخاب شده است (شکل ۴). همچنین به منظور غیر فازی سازی کمیت‌های خروجی کنترلر فازی، از غیر فازی ساز مرکز سطح استفاده شده است.

۴- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش برای ارزیابی نتایج الگوریتم‌های کنترلی فرض شده برای یک نانو عملکر پیزوالکتریک ساخته شده از $BaTiO_3$ با متغیرهای سیستمی بیان شده در جدول ۱ شبیه‌سازی عددی صورت پذیرفته است. در ابتدا به منظور بررسی دلیل حذف اینرسی طولی در این مقاله نسبت فرکانس اول طولی به سه فرکانس عرضی پایه برای نسبت‌های مختلف پارامتر اثر اندازه به ضخامت نانوتیر در گستره پارامترهای مورد استفاده در این مقاله در شکل ۵ ارائه شده است. همانگونه که مشاهده می‌گردد این نسبت برای فرکانس طبیعی عرضی اول در کمترین مقدار در حدود ۱۸ و برای فرکانس طبیعی عرضی سوم در حدود ۵ می‌باشد. لذا اینرسی طولی در این مقاله در مقایسه با اینرسی عرضی قابل صرف نظر است.

در ادامه به انجام مراحل شبیه‌سازی عددی پرداخته می‌شود. مرحله اول در روش طراحی مکان هندسی قطب‌ها انتخاب مکان مطلوب قطب‌های حلقه بسته است. اغلب موقع مکان قطب‌ها براساس میزان فراجهش مجاز و زمان نشت مطلوب به کمک آزمایش تعیین می‌گردد. در این مقاله به منظور دستیابی به فراجهشی معادل با عرض نانوتیر و زمان نشت حدود یک ثانیه

$$\bar{u}(t) = -[\mathbf{K} \quad K_I] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \varepsilon(t) \end{bmatrix} \quad (48)$$

با معرفی ماتریس‌های جدید حالت به صورت:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & 0 \\ \mathbf{C} & 0 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{B} \\ 0 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{K}}_I = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -1 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{K}} = [\mathbf{K} \quad K_I], \bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \varepsilon(t) \end{bmatrix} \quad (49)$$

روابط (۴۷) و (۴۸) را می‌توان به صورت رابطه‌های (۵۰) و (۵۱) بازنویسی نمود.

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}u(t) + \bar{\mathbf{K}}_I R(t), \quad (50)$$

$$\bar{\mathbf{x}}(t_0) = \bar{\mathbf{x}}_0$$

$$u(t) = -\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{x}}(t) \quad (51)$$

در حالت سیستم حلقه بسته با جایگذاری معادله (۵۰) در معادله (۵۱) معادله (۵۲) بدست می‌آید:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = [\bar{\mathbf{A}} - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{K}}]\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{K}}_I R(t), \quad (52)$$

$$\bar{\mathbf{x}}(t_0) = \bar{\mathbf{x}}_0$$

که با سیستم پسخورد استاندارد همانند است.

۳-۳- کنترل فازی

سیستم فازی در برگیرنده استراتژی کنترل و مولقه‌های آن است. برای کنترل کننده فازی متناسب با خطای کنترل $e(t) = R(t) - y(t)$ و $\dot{e}(t) = u(t)$ به عنوان خروجی می‌توان قانون اساسی کنترل را بصورت زیر بیان نمود:

- (۱) $IF \ e = P \ and \ \dot{e} = P \ THEN \ u = VLP$
- (۲) $IF \ e = P \ and \ \dot{e} = Z \ THEN \ u = LP$
- (۳) $IF \ e = P \ and \ \dot{e} = N \ THEN \ u = P$
- (۴) $IF \ e = Z \ and \ \dot{e} = P \ THEN \ u = SP$
- (۵) $IF \ e = Z \ and \ \dot{e} = Z \ THEN \ u = Z$

Table 1. The electro-mechanical and geometrical specifications of the piezoelectric nano actuator

جدول ۱: خواص الکترومکانیکی و هندسی نانو عملکر پیزوالکتریک

ثابت لامه	ضریب فلکسوالکتریک	فاکتور اندازه	ضخامت تیر	طول تیر	
λ	μ	f	l	b	L
۴۵.۲ (GPa)	$5e^{-12}$ (C/m)	۰.۲ h	۱۵ (nm)	۱۰ (nm)	۳۰۰ (nm)

قطبهای مطلوب به ترتیب برای کنترل پسخورد و کنترل پسخورد انتگرالی بصورت $[-2+4j, -2-4j]$ و $[-2+4j, -2-4j, -10]$ بدست آمدند. جهت جداسازی معادلات حرکت مود اول نانوتیر در نظر گرفته شده است. پاسخ‌های دینامیکی نانو عملکر پیزوالکتریک در سه حالت کنترل پسخورد حالت، کنترل پسخورد انتگرال حالت و کنترل فازی ممدادی شبیه‌سازی شده است. با استفاده از روش اکرم‌بهره کنترل \mathbf{K} به صورت زیر بدست آمده است:

- کنترل پسخورد حالت:

$$\mathbf{K} = [32.9543, 892.2049, 2.2305 \times 10^3]$$

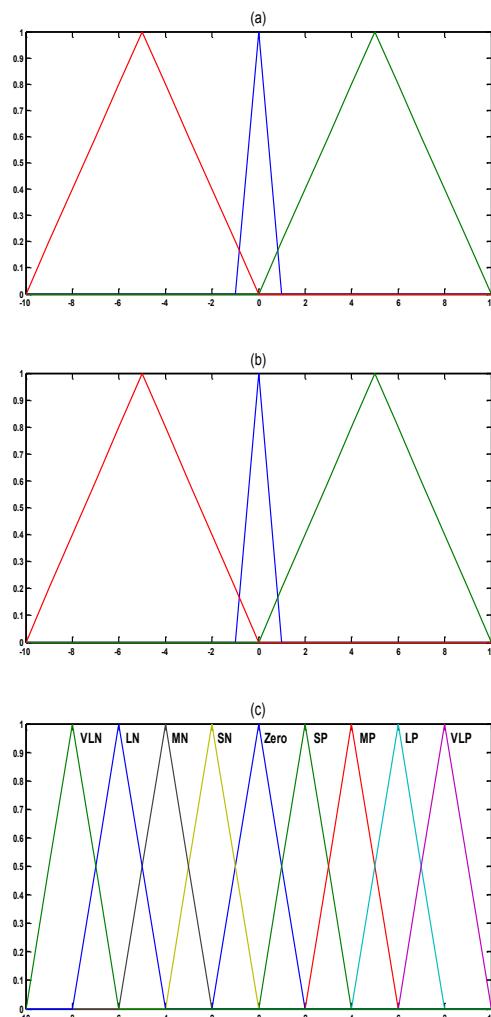
- کنترل پسخورد انتگرال حالت:

$$\mathbf{K} = [0.8955, 0.3123, 2.2305] \times 10^4$$

شکل ۶ پاسخ حلقه باز سیستم (از پسخورد حالت برای کنترل استفاده نمی‌گردد) در غیاب اغتشاش و شکل ۷ ردگیری نانو عملکر حلقه بسته (از پسخورد حالت برای کنترل استفاده می‌گردد) با ورودی سینوسی را نشان می‌دهد که در ثانیه ۵ $^{\circ}$ ، اغتشاشی به شکل ضربه (با دامنه ۱۵ برابر ضخامت نانوتیر) به سیستم اعمال شده است.

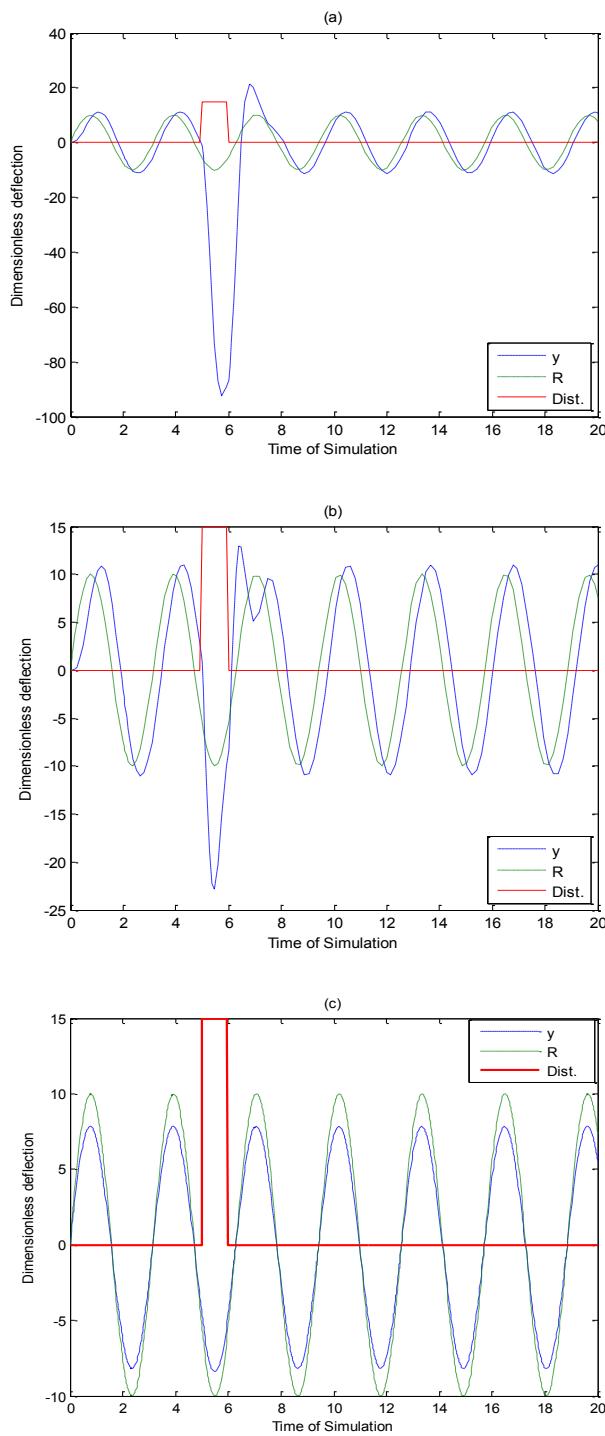
از شکل ۶ می‌توان نتیجه گرفت که در غیاب اغتشاش ردگیری در سیستم حلقه باز بخوبی انجام نمی‌پذیرد و بدینهی است در سیستم حلقه باز بدليل عدم استفاده از پسخورد با اعمال اغتشاش ردگیری مسیر دچار اختلال بیشتری نیز می‌گردد. حلقه بسته امکان پذیر است حال آنکه زمان نشست و مقاوم بودن سیستم متفاوت است.

با توجه به شکل ۷ (سیستم حلقه بسته) می‌توان دریافت در کنترلر با پسخورد حالت (SFC)، شکل ۷-a، ردگیری مسیر دلخواه (R) با خطای صورت



شکل ۴: توابع عضویت a) ورودی خطای b) ورودی تغییرات خطای c) ولتاژ خروجی

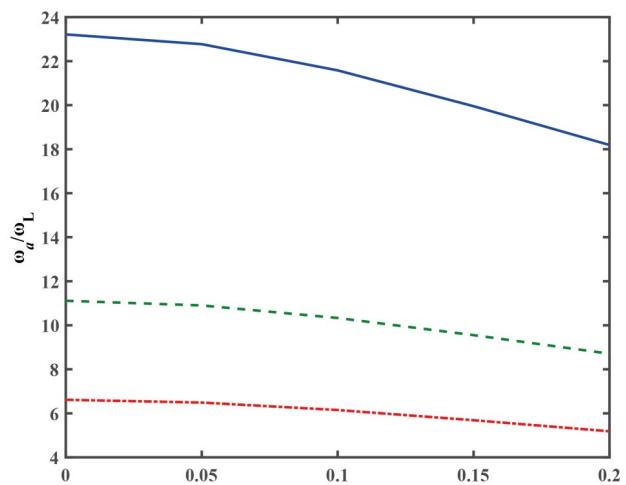
Fig. 4. Membership functions a) error input b) error derivative input c) input voltage



شکل ۷: ردگیری نانو عملگر پیزوالکتریک با ورودی سینوسی و اغتشاش ضربه در ثانیه

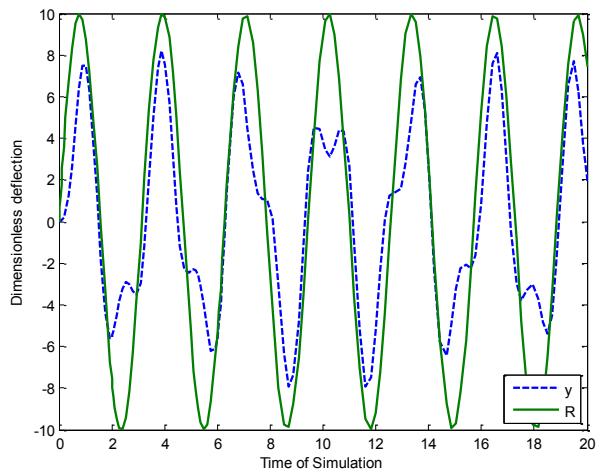
۵ام (a) کنترل پسخورد حالت (b) کنترل پسخورد انتگرال حالت (C) کنترل فازی

Fig. 7. Tip tracking of the piezoelectric nano actuator for a sinusoidal wave reference input with an impulse disturbance at time 5-second, a) the state feedback control, b) the integral state feedback control and c) the Mamdani fuzzy control



شکل ۵: نسبت فرکانس طبیعی طولی، ω_a ، به فرکانس طبیعی عرضی، ω_L ، ناتویت برای مد اول (خط پر)، مد دوم (خط چین) و مد سوم (خط نقطه)

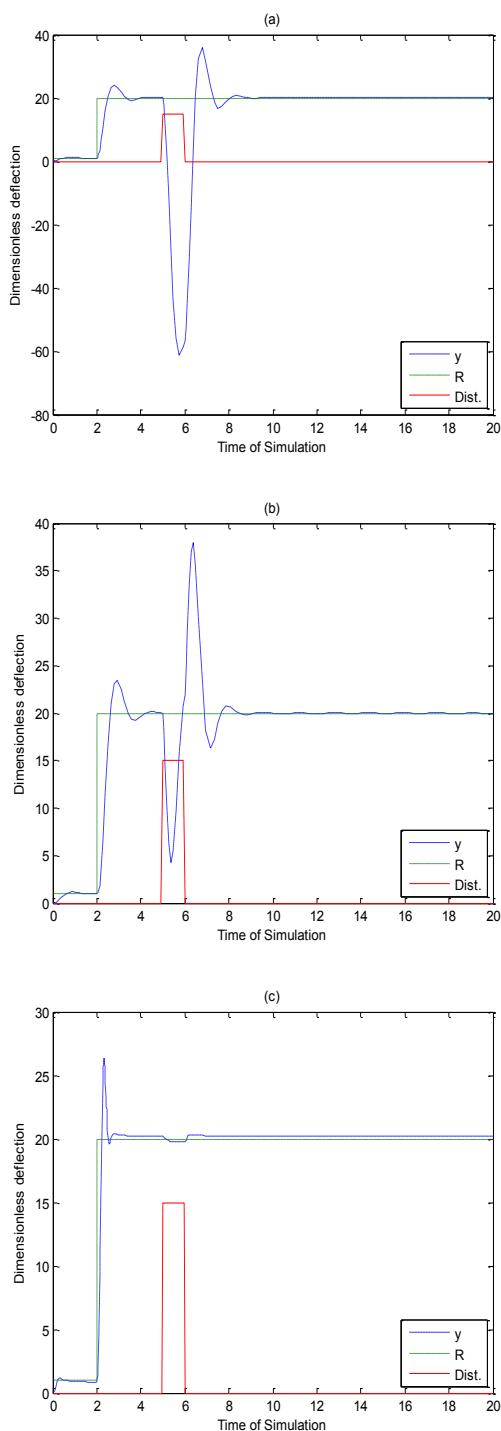
Fig. 5. Axial natural frequency, ω_a , to lateral natural frequency, ω_L , ratio of nano beam for the first mode (solid-lines), second mode (dashed-lines) and third mode (dotted-dashed-lines)



شکل ۶: پاسخ حلقه باز نانو عملگر پیزوالکتریک

Fig. 6. Open-loop response of the piezoelectric nano actuator

می‌پذیرد و با اعمال اغتشاش (ضربه) در ثانیه ۵ از شبیه سازی، ردگیری با دامنه نوسان زیاد و زمان نشست کم صورت می‌پذیرد. در همین راستا می‌توان گفت در کنترلر با پسخورد انتگرال حالت (ISFC)، شکل ۷، a-b، ردگیری مسیر دلخواه (R) با دامنه نوسان کمتر (حدود ۳۸) و زمان نشست



شکل ۸: ردگیری نانو عملگر پیزوالکتریک با ورودی پله و اغتشاش ضربه در ثانیه ۵ ^{اُم}
 a) کنترل پسخورد حالت b) کنترل انتگرال حالت c) کنترل فازی

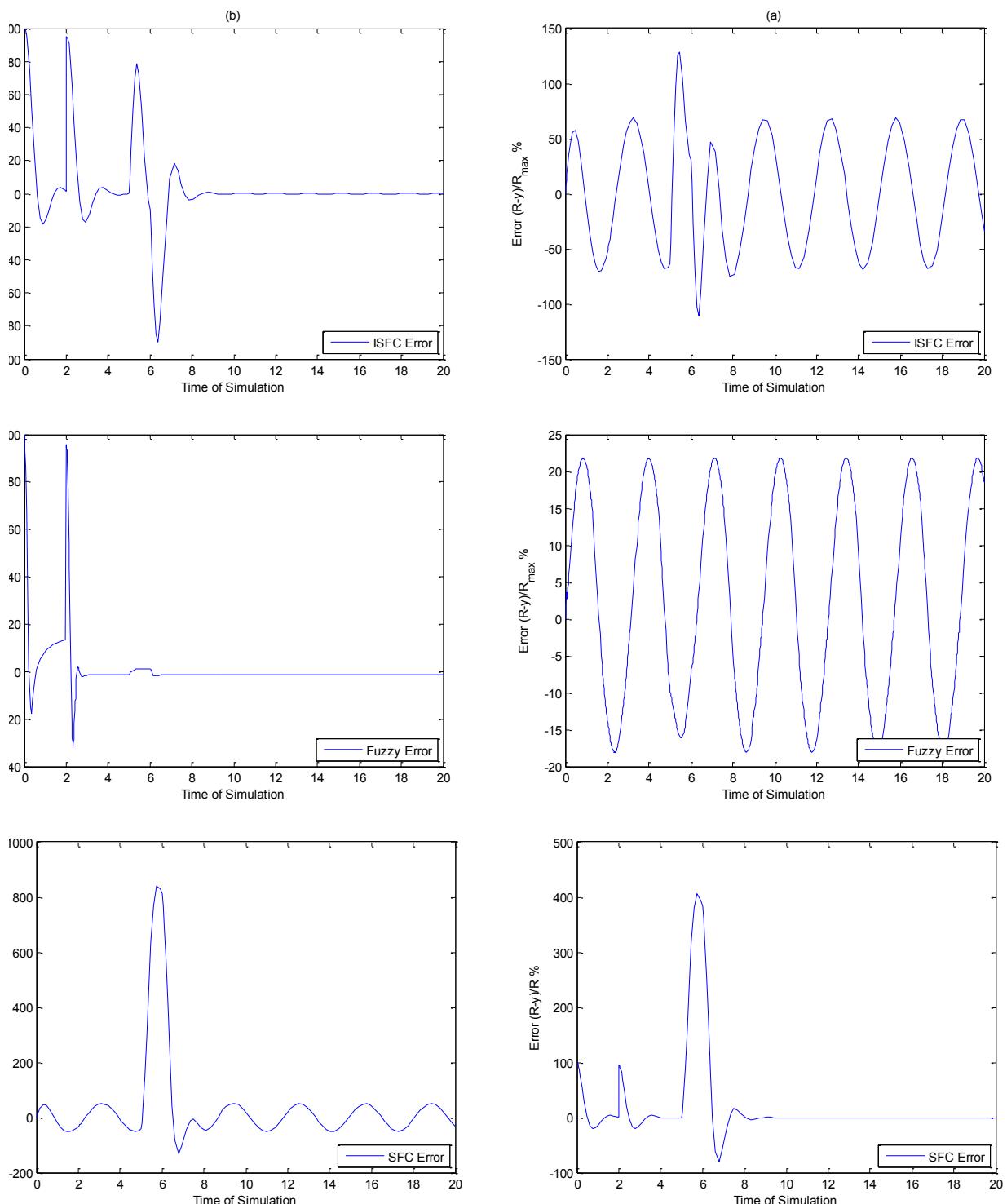
Fig. 8. Tip tracking of the piezoelectric nano actuator for a step reference input with an impulse disturbance at time 5-second, a) the state feedback control, b) the integral state feedback control and c) the Mamdani fuzzy control

بیشتر (۸ ثانیه) نسبت به کنترلر با پسخورد حالت اتفاق می‌افتد. با بررسی شکل ۷-۸ دیده می‌شود که کنترلر فازی ردگیری بهتری نسبت به دو کنترلر پسخورد حالت و پسخورد انتگرال حالت از خود نشان می‌دهد. همچنین ملاحظه می‌گردد که کنترلر فازی مقاومت بسیار خوبی در مواجهه با اغتشاش از خود نشان می‌دهد که در طراحی کنترلرها از اهمیت بالایی برخوردار است.

شکل ۸ ردگیری نانو عملگر با ورودی پله با دامنه ۲۰ برابر ضخامت نانوتیر (در عمل امکان اعمال چنین ورودی وجود ندارد و صرفاً به منظور مشاهده هرچه بهتر کارایی کنترلرها طراحی شده درنظر گرفته شده است که خود باعث خطای ردگیری اولیه در هر سه کنترلر گردیده است) را نشان می‌دهد که در ثانیه ۵ ^{اُم}، اغتشاشی بهشکل ضربه به سیستم اعمال شده است. همانطور که در خصوص ورودی سینوسی گفته شد در این شکل نیز می‌توان دید که کنترلر فازی ردگیری بهتری نسبت به دو کنترلر پسخورد حالت و پسخورد انتگرال حالت از خود نشان می‌دهد. همچنین ملاحظه می‌گردد که کنترلر فازی مقاومت بسیار خوبی در مواجهه با اغتشاش از خود نشان می‌دهد که در طراحی کنترلرها از اهمیت بالایی برخوردار است.

جهت بررسی مناسبتر خطای کنترلرها در مورد پاسخهای مشاهده شده در شکل‌های ۷ و ۸، خطای کنترل تمامی کنترل کننده‌ها در شکل ۹ به نمایش گذاشته شده است. با توجه به شکل ۹ می‌توان پی‌برد که همان‌گونه که انتظار می‌رفت برای هر دو ورودی مرجع سینوسی و پله کنترل پسخورد حالت، کنترل کننده مقاوم خوبی نیست و نسبت به اغتشاش وارد شده به سیستم حساسیت بالایی دارد. از این منظر کنترلر پسخورد انتگرال حالت عملکرد مطلوبتری نسبت به کنترلر پسخورد حالت در هر دو ورودی از خود نشان می‌دهد. همانطور که از شکل ۹ مشخص است برای هر دو ورودی از خود اعمال شده به سیستم، کنترل فازی عملکرد بهتری را از خود نشان می‌دهد و میزان خطای ردگیری برای ورودی سینوسی با وجود اغتشاش با دامنه بزرگ، حدود بیست درصد بوده است.

در عمل به منظور هدایت نانو عملگر پیزوالکتریک بر مسیر دلخواه، می‌باشد ولتاژ ورودی مناسبی اعمال گردد. جهت مشاهده ولتاژ مورد نیاز کنترلرها در حالت‌های مختلف پاسخهای مشاهده شده در شکل‌های ۷ و ۸ منحنی ولتاژ ورودی نسبت به زمان شبیه‌سازی در شکل ۱۰ نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که در کنترل کننده‌های پسخورد حالت و پسخورد انتگرال حالت هنگام بروز اغتشاش برای دستیابی مجدد به ردگیری مسیر ولتاژ بسیار بالایی (حدود 10^5 ولت) نیاز می‌باشد که ممکن است از ولتاژ شکست نانو عملگر بیشتر باشد. این بدان معناست که

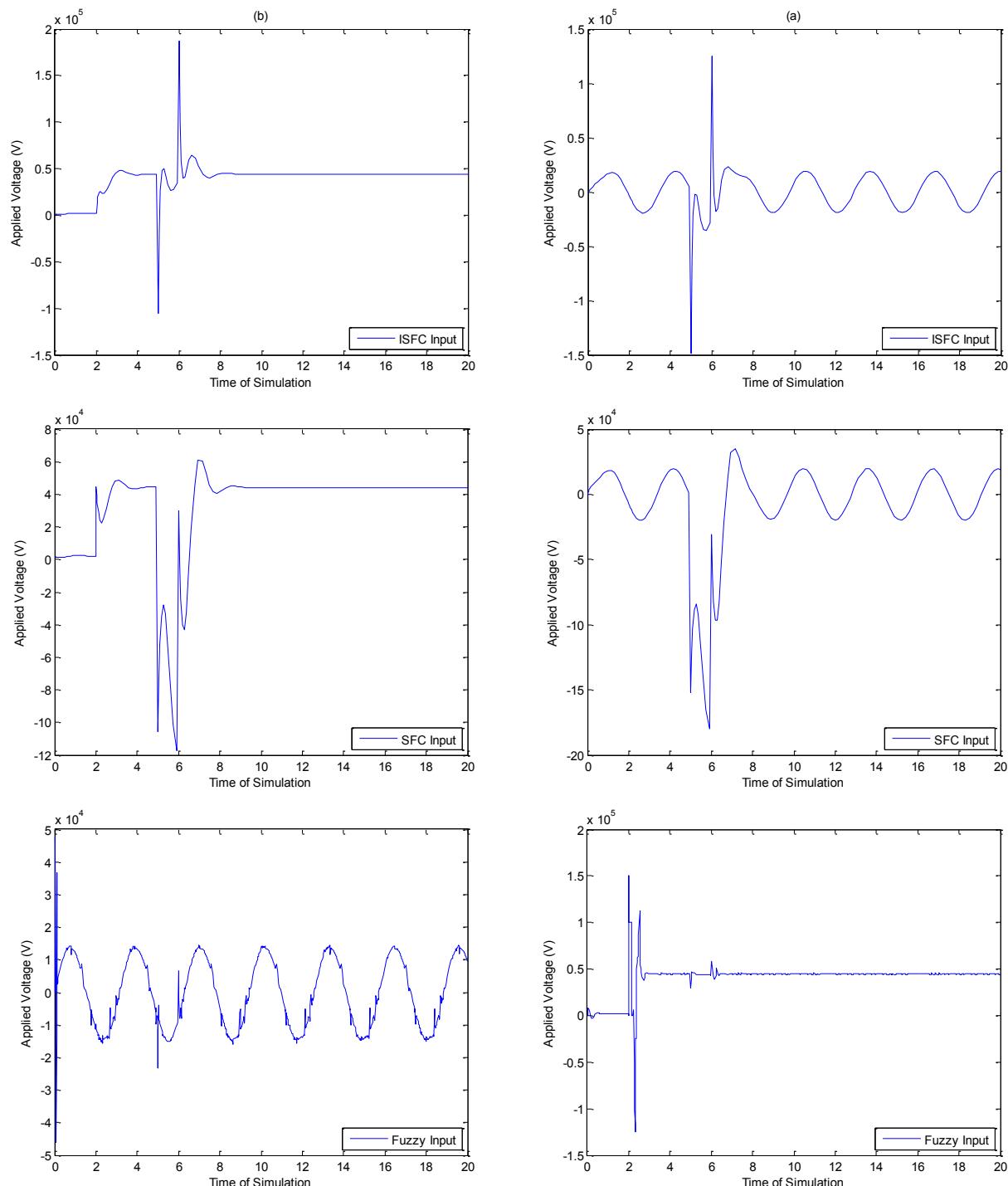


شکل ۹: خطای ردگیری نانو عملگر پیزوالکتریک a) ورودی سینوسی b) ورودی پله

Fig. 9. Tip tracking error of the piezoelectric nano actuator for a) a sinusoidal wave reference input and b) a step reference

اعمال چنین ضربه‌ی به سیستم باعث فروپاشی آن می‌گردد. از سوی دیگر با بررسی شکل ۱۰ می‌توان دریافت که در هر دو ورودی سینوسی و پله، با اعمال اغتشاش، ولتاژ ورودی کنترلر فازی نسبت به دو کنترلر دیگر کمترین

در این شرایط ردگیری مسیر امکان پذیر نمی‌باشد. لازم بذکر است که در این مقاله به منظور امکان نمایش کارایی کنترلرها مقدار پالس اغتشاش بسیار زیاد (۱۵ برابر ضخامت تیر) در نظر گرفته شده است. بدینهی است



شکل ۱۰: ولتاژ ورودی a) ورودی سینوسی b) ورودی پله

Fig. 10. Input voltage a) a sinusoidal wave reference input and b) a step reference input

کاهش ضخامت تیر و یا استفاده از تیرهای هدفمند پیشنهاد می‌گردد. بدین منظور در این قسمت در شکل ۱۱ شبیه سازی جامع عددی که جهت بررسی اثر ضخامت نانو عملگر بر روی ورودی کنترل صورت گرفته ارائه شده است.

تغییرات را از خود نشان می‌دهد که این امر به دلیل مقاوم بدون کنترل فازی در برابر اغتشاش است.

در عمل برای کاهش اثر اغتشاش بر ولتاژ ورودی راهکارهایی از جمله

ولتاژ ورودی کنترلر فازی ندارد. در انتها ملاحظه گردید می‌توان با کاهش ضخامت نانوتیر ولتاژ کنترل را کاهش و به ولتاژ مناسب جهت جلوگیری از رسیدن به ولتاژ شکست نانوتیر دست یافت.

همانطور که انتظار می‌رود با کاهش ضخامت، ولتاژ ورودی بشکل معناداری کاهش می‌یابد و بدین ترتیب می‌توان با انتخاب مناسب ضخامت نانوتیر از رسیدن به ولتاژ شکست نانو عملگر جلوگیری نمود.

۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

C/m^3	بردار جابجایی الکتریکی،	D_i
V/m	میدان الکتریکی،	E_i
m/m	تансور کرنش،	e_{ij}
C/m	ضریب فلکسوالکتریک،	f
m	بردار جابجایی،	u_i

علائم یونانی

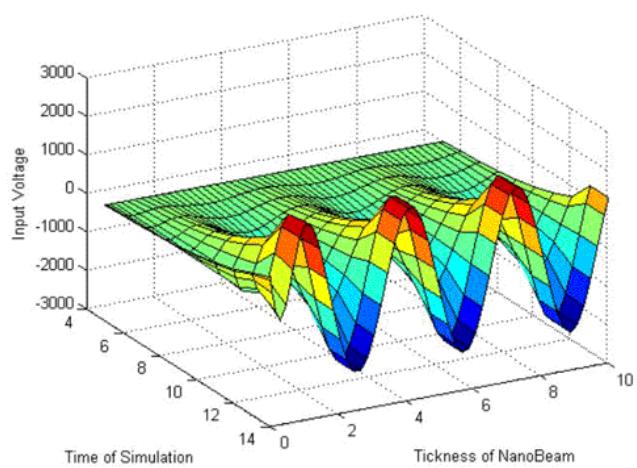
ϵ	ثابت دیالکتریک،	C/Vm
λ	ثابت لامه،	P_a
μ	ثابت لامه،	P_a
μ_m	تансور تنش کوپل،	P_a
σ	تансور تنش کلاسیک،	
V/m^3	پتانسیل الکتریکی،	ϕ

منابع

- [1] H.G. Craighead, Nanoelectromechanical systems, Science, 290(5496) (2000) 1532-1535.
- [2] P. Janphuang, R. Lockhart, N. Uffer, D. Briand, N.F. de Rooij, Vibrational piezoelectric energy harvesters based on thinned bulk PZT sheets fabricated at the wafer level, Sensors and Actuators A: Physical, 210 (2014) 1-9.
- [3] S. Park, X. Gao, Bernoulli-Euler beam model based on a modified couple stress theory, Journal of Micromechanics and Microengineering, 16(11) (2006) 2355.
- [4] Z.L. Wang, J. Song, Piezoelectric nanogenerators based on zinc oxide nanowire arrays, Science, 312(5771) (2006) 242-246.
- [5] A. Lazarus, O. Thomas, J.-F. Deü, Finite element reduced order models for nonlinear vibrations of piezoelectric layered beams with applications to NEMS, Finite

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش برای نخستین بار ردگیری نانو عملگر با اثر پیزوالکتریک معکوس براساس تئوری فلکسوالکتریک وابسته به اندازه مورد بررسی قرار گرفت. به کمک اصل همیلتون و با درنظر گرفتن غیرخطی‌گری فون-کارمن، معادلات حاکم بر نانوتیر پیزوالکتریک بعنوان نانو عملگر استخراج گردید. با استفاده از روش گلرکین، معادلات با مشتقات پاره‌ای حاکم، گسسته سازی گردید. معادلات حاصل به شکل معادلات دیفرانسیل معمولی بازنوبسی شدند. سه کنترل کننده متفاوت برای ردگیری مسیر دو ورودی مرجع (سینوسی و پله) طراحی گردیدند. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، نشان داده شد که در هر دو ورودی سینوسی و پله، کنترلر فازی نسبت به دو کنترلر دیگر در برابر اختشاش اعمالی عملکرد مطلوب‌تری از خود نشان داد. همچنین دیده شد که با اعمال اختشاش با دامنه بزرگ، به منظور ردگیری مسیر در کنترلرهای پسخورد حالت و پسخورد انتگرالی حالت نیاز به اعمال ولتاژ کنترلی بسیار زیاد می‌باشد که ممکن است از تحمل سیستم خارج باشد. حال آنکه بدلیل مقاوم بودن کنترلر فازی، اختشاش ورودی اثر محسوسی بر



شکل ۱۱: ولتاژ ورودی نسبت به ضخامت نانو عملگر پیزوالکتریک

Fig. 11. Input voltage versus the nano actuator thickness during the simulation time

- solution growth and functional properties, *Nano Research*, 4(11) (2011) 1013-1098.
- [15] S.M. Tanner, J.M. Gray, C. Rogers, K.A. Bertness, N.A. Sanford, High-Q GaN nanowire resonators and oscillators, *Applied Physics Letters*, 91(20) (2007) 203117.
- [16] P. Fei, P.-H. Yeh, J. Zhou, S. Xu, Y. Gao, J. Song, Y. Gu, Y. Huang, Z.L. Wang, Piezoelectric potential gated field-effect transistor based on a free-standing ZnO wire, *Nano letters*, 9(10) (2009) 3435-3439.
- [17] J.H. He, C.L. Hsin, J. Liu, L.J. Chen, Z.L. Wang, Piezoelectric gated diode of a single ZnO nanowire, *Advanced Materials*, 19(6) (2007) 781-784.
- [18] Q. Wan, Q. Li, Y. Chen, T.-H. Wang, X. He, J. Li, C. Lin, Fabrication and ethanol sensing characteristics of ZnO nanowire gas sensors, *Applied Physics Letters*, 84(18) (2004) 3654-3656.
- [19] H. Tzou, *Piezoelectric shells: Distributed sensing and control of continua*: vol. 19, in, Springer Science & Business Media, 2012.
- [20] B. Zheng, J. Yang, Vibration analysis of base structure on SINS using PZT actuators, *Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences*, 20(6) (2012) 901-913.
- [21] J. Yang, *The mechanics of piezoelectric structures*, World Scientific, 2006.
- [22] J. Yang, W. Zhang, A thickness-shear high voltage piezoelectric transformer, *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 10(2) (1999) 105-121.
- [23] J. Yang, H. Fang, Q. Jiang, Analysis of a ceramic bimorph piezoelectric gyroscope, *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, 10(6) Elements in Analysis and Design, 49(1) (2012) 35-51.
- [6] M. Majdoub, P. Sharma, T. Cagin, Enhanced size-dependent piezoelectricity and elasticity in nanostructures due to the flexoelectric effect, *Physical Review B*, 77(12) (2008) 125424.
- [7] F. Casadei, L. Dozio, M. Ruzzene, K.A. Cunefare, Periodic shunted arrays for the control of noise radiation in an enclosure, *Journal of sound and vibration*, 329(18) (2010) 3632-3646.
- [8] W. Al-Ashtari, M. Hunstig, T. Hemsel, W. Sextro, Enhanced energy harvesting using multiple piezoelectric elements: theory and experiments, *Sensors and Actuators A: Physical*, 200 (2013) 138-146.
- [9] P. Vettiger, M. Despont, U. Drechsler, U. Durig, W. Haberle, M.I. Lutwyche, H.E. Rothuizen, R. Stutz, R. Widmer, G.K. Binnig, The “Millipede”—More than thousand tips for future AFM storage, *IBM Journal of Research and Development*, 44(3) (2000) 323-340.
- [10] T. Wu, Modeling and design of a novel cooling device for microelectronics using piezoelectric resonating beams, (2003).
- [11] Z. Hao, B. Liao, An analytical study on interfacial dissipation in piezoelectric rectangular block resonators with in-plane longitudinal-mode vibrations, *Sensors and Actuators A: Physical*, 163(1) (2010) 401-409.
- [12] Z.L. Wang, ZnO nanowire and nanobelt platform for nanotechnology, *Materials Science and Engineering: R: Reports*, 64(3-4) (2009) 33-71.
- [13] K.-I. Park, S. Xu, Y. Liu, G.-T. Hwang, S.-J.L. Kang, Z.L. Wang, K.J. Lee, Piezoelectric BaTiO₃ thin film nanogenerator on plastic substrates, *Nano letters*, 10(12) (2010) 4939-4943.
- [14] S. Xu, Z.L. Wang, One-dimensional ZnO nanostructures:

- theory, Composite Structures, 94(6) (2012) 2038-2047.
- [33] R. Ansari, V. Mohammadi, M.F. Shojaei, R. Gholami, S. Sahmani, Postbuckling characteristics of nanobeams based on the surface elasticity theory, Composites Part B: Engineering, 55 (2013) 240-246.
- [34] W.G. Cady, Piezoelectricity: Volume Two: An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals, Courier Dover Publications, 2018.
- [35] T. Mishima, H. Fujioka, S. Nagakari, K. Kamigaki, S. Nambu, Lattice image observations of nanoscale ordered regions in Pb (Mg_{1/3}Nb_{2/3}) O₃, Japanese journal of applied physics, 36(9S) (1997) 6141.
- [36] L.E. Cross, Flexoelectric effects: Charge separation in insulating solids subjected to elastic strain gradients, Journal of Materials Science, 41(1) (2006) 53-63.
- [37] S. Baskaran, X. He, Q. Chen, J.Y. Fu, Experimental studies on the direct flexoelectric effect in α -phase polyvinylidene fluoride films, Applied Physics Letters, 98(24) (2011) 242901.
- [38] G. Catalan, A. Lubk, A. Vlooswijk, E. Snoeck, C. Magen, A. Janssens, G. Rispens, G. Rijnders, D.H. Blank, B. Noheda, Flexoelectric rotation of polarization in ferroelectric thin films, Nature materials, 10(12) (2011) 963-967.
- [39] G.-F. Wang, S.-W. Yu, X.-Q. Feng, A piezoelectric constitutive theory with rotation gradient effects, European Journal of Mechanics-A/Solids, 23(3) (2004) 455-466.
- [40] A.R. Hadjesfandiari, Size-dependent piezoelectricity, International Journal of Solids and Structures, 50(18) (2013) 2781-2791.
- [41] R. Maranganti, N. Sharma, P. Sharma, Electromechanical (1999) 459-473.
- [24] J. Yang, Equations for the extension and flexure of a piezoelectric beam with rectangular cross section and applications, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 9(4) (1998) 409-420.
- [25] J. Yang, H. Xiang, Thermo-electro-mechanical characteristics of functionally graded piezoelectric actuators, Smart Materials and Structures, 16(3) (2007) 784.
- [26] Y. Zhou, T.R. Nyberg, G. Xiong, S. Li, H. Zhou, Analysis of finite deformation of curved beams bonded with piezoelectric actuating layers, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 28(12) (2017) 1553-1564.
- [27] Q. Wang, S. Quek, A model for the analysis of beams with embedded piezoelectric layers, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 13(1) (2002) 61-70.
- [28] Q. Wang, S. Quek, Flexural vibration analysis of sandwich beam coupled with piezoelectric actuator, Smart Materials and Structures, 9(1) (2000) 103.
- [29] H. Zeighampour, Y.T. Beni, Size-dependent vibration of fluid-conveying double-walled carbon nanotubes using couple stress shell theory, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 61 (2014) 28-39.
- [30] H. Zeighampour, Y.T. Beni, Analysis of conical shells in the framework of coupled stresses theory, International Journal of Engineering Science, 81 (2014) 107-122.
- [31] M.K. Zeverdejani, Y.T. Beni, The nano scale vibration of protein microtubules based on modified strain gradient theory, Current Applied Physics, 13(8) (2013) 1566-1576.
- [32] L.-L. Ke, Y.-S. Wang, Z.-D. Wang, Nonlinear vibration of the piezoelectric nanobeams based on the nonlocal

- and Control, 133(3) (2011) 031011.
- [48] S. Shao, K. Masri, M.I. Younis, The effect of time-delayed feedback controller on an electrically actuated resonator, *Nonlinear Dynamics*, 74(1-2) (2013) 257-270.
- [49] M.S. Siewe, U.H. Hegazy, Homoclinic bifurcation and chaos control in MEMS resonators, *Applied Mathematical Modelling*, 35(12) (2011) 5533-5552.
- [50] A. Seleim, S. Towfighian, E. Delande, E. Abdel-Rahman, G. Heppler, Dynamics of a close-loop controlled MEMS resonator, *Nonlinear Dynamics*, 69(1-2) (2012) 615-633.
- [51] R. Vatankhah, A. Najafi, H. Salarieh, A. Alasty, Boundary stabilization of non-classical micro-scale beams, *Applied Mathematical Modelling*, 37(20-21) (2013) 8709-8724.
- [52] Q.C. Nguyen, S. Krylov, Nonlinear tracking control of vibration amplitude for a parametrically excited microcantilever beam, *Journal of Sound and Vibration*, 338 (2015) 91-104.
- [53] M. Komijani, J. Reddy, M. Eslami, Nonlinear analysis of microstructure-dependent functionally graded piezoelectric material actuators, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 63 (2014) 214-227.
- [54] A. Jandaghian, O. Rahmani, An analytical solution for free vibration of piezoelectric nanobeams based on a nonlocal elasticity theory, *Journal of Mechanics*, 32(2) (2016) 143-151.
- coupling in nonpiezoelectric materials due to nanoscale nonlocal size effects: Green's function solutions and embedded inclusions, *Physical Review B*, 74(1) (2006) 014110.
- [42] Z. Yan, L. Jiang, Size-dependent bending and vibration behaviour of piezoelectric nanobeams due to flexoelectricity, *Journal of Physics D: Applied Physics*, 46(35) (2013) 355502.
- [43] A.R. Hadjesfandiari, G.F. Dargush, Couple stress theory for solids, *International Journal of Solids and Structures*, 48(18) (2011) 2496-2510.
- [44] Y. Tadi Beni, Size-dependent electromechanical bending, buckling, and free vibration analysis of functionally graded piezoelectric nanobeams, *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 27(16) (2016) 2199-2215.
- [45] P. Wang, Feedback control of vibrations in a micromachined cantilever beam with electrostatic actuators, *Journal of Sound and Vibration*, 213(3) (1998) 537-550.
- [46] F.M. Alsaleem, M.I. Younis, Stabilization of electrostatic MEMS resonators using a delayed feedback controller, *Smart Materials and Structures*, 19(3) (2010) 035016.
- [47] F. Alsaleem, M.I. Younis, Integrity analysis of electrically actuated resonators with delayed feedback controller, *Journal of Dynamic Systems, Measurement,*