Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 52(1) (2020) 31-34
DOI: 10.22060/mej.2018.14089.5795

Control of a Piezoelectric Nano-Actuator based on Flexoelectric Size-Dependent Theory

H. Vaghefpour, H. Arvin* , Y. Tadi

Solid Mechanics Department, Faculty of Engineering, Shahrekord University, Shahrekord, Iran

ABSTRACT: In this paper, for the first time feedback control algorithms and fuzzy control are implemented for tip tracking control of a piezoelectric size-dependent cantilever nanobeam as a nano-actuator to a desired path. The governing partial differential equation of motion is obtained based on a size-dependent high-order flexoelectric theory. The equations of motion for an isotropic piezoelectric Euler-Bernoulli nanobeam are derived based on the von-Karman geometric nonlinearity besides employing the Hamilton's principle and variational approach. In order to reduce the governing partial differential equations into a set of ordinary differential equations the Galerkin projection method is implemented. By introducing a new set of variables, the state space model of nanobeam is derived. The state feedback, integral state feedback and fuzzy control algorithms are employed to achieve a desired output for tip tracking. Regarding to the findings of this paper, it can be concluded that the fuzzy controller, integral state feedback and state feedback controller have the best performance in that order.

Review History:

Received: 14 Feb. 2018
Revised: 6 Jul. 2018
Accepted: 7 Sep. 2018
Available Online: 11 Sep. 2018

Keywords:

Piezoelectric nanobeam
Scale flexoelectric theory
Feedback control
Fuzzy control.

1- Introduction

In nano scale, the dielectric polarization depends not only on the strain tensor but also on the curvature tensor. Hence, it can be deduced that the flexoelectric effect is universally present in all nano scale dielectrics [1]. Tadi [2] attempted to derive piezoelectric nanobeam formulation in the general case by using the size-dependent piezoelectricity theory. Mechanical vibrating elements are used in a large number of NanoElectroMechanical Systems (NEMS), for sensing and actuating. In these systems, it is important to achieve a high sensitivity. So far the most focused control topic has been the stabilization of NEMS resonators. It can be seen that, although in recent years, several studies have developed the dynamic modeling and vibration analysis of nonclassical nanobeams however tracking control of the Piezoelectric Nanobeams (PNb) with the flexoelectric effects has not been considered yet. Hence, vibration of a PNb is formulated based on the nonclassical continuum mechanics. The governing equations and boundary conditions are derived using the Hamilton's principle. The Galerkin method is employed to discretize the governing partial differential equations. Tip tracking control algorithms for piezoelectric nanocantilever beam are developed, and the simulation results are presented and compared for the three proposed methods.

2- Nonclassical Piezoelectricity Model

Based on size-dependent piezoelectricity, the strain energy of piezoelectric isotropic elastic materials with infinitesimal deformations occupying volume $\mathcal{V}$ is expressed as [1]:

$$U = \frac{1}{2}\int_{v}\left(\sigma_{ji}e_{ij} + \mu_{ji}k_{ij} - D_i E_i\right)dv \tag{1}$$

where $\sigma_{ji}, e_{ij}, \mu_{ji}$ and κ_{ij} represent the components of the classical stress tensor, deformation strain tensor, couple-stress tensor, and curvature tensor, respectively [1]. D_i and E_i stand for electric displacement vector and the electric field, respectively [1]. The electric field and potential relationship is expressed by $E_i = -\Phi_{,i}$ [3].

Employing the Hamilton's principle beside neglecting the axial inertia i.e. $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0$ and the terms due to rotary inertia effects, i.e. $\frac{\partial^3 y}{\partial^2 t\,\partial x}=0$ and $\frac{\partial^4 y}{\partial x^2 \partial t^2}=0$, and supposing the dielectric charge density in the volume as $\rho_e = 0$, the equations of motion and the corresponding boundary conditions are obtained as:

$$\delta u: \quad EA\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right) = 0$$
$$\text{and } \delta u\left[\mathrm{EA}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\right]\Bigg|_0^L = 0 \tag{2}$$

*Corresponding author's email: hadi.arvin@sku.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

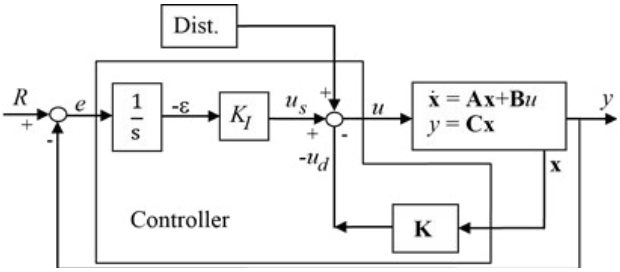


Fig. 1. Integral state feedback control system

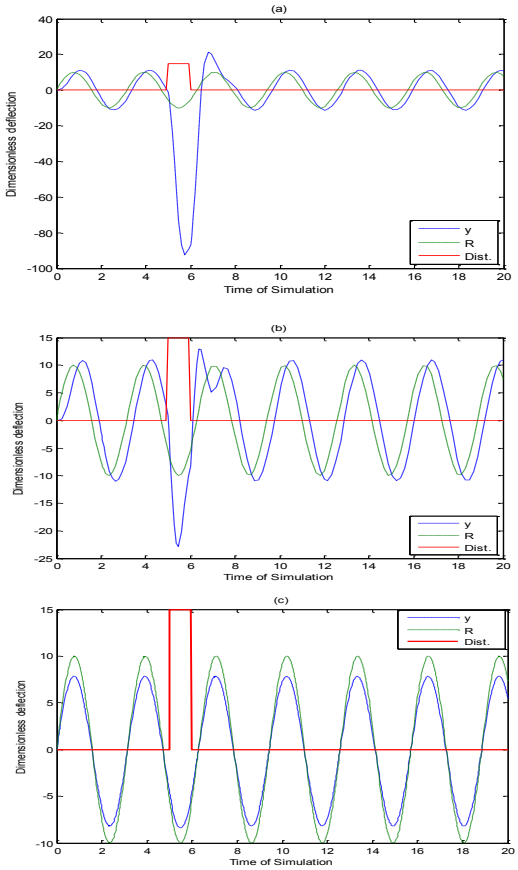


Fig. 2. Tip tracking of the PNb a) the state feedback control, b) the integral state feedback control and c) the Mamdani fuzzy control.

$$\delta y:\ \left(EI+4\mu l^2A\right)\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}-EA\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial y}{\partial x}\right)-2\frac{\partial^2 E_{11}}{\partial x^2}+F_{11}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}=0 \tag{3}$$

$$\text{and } \delta y\left[\left(EI+4\mu l^2A\right)\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}-EA\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial y}{\partial x}\right)-2\frac{\partial E_{11}}{\partial x}\right]_0^L=0$$

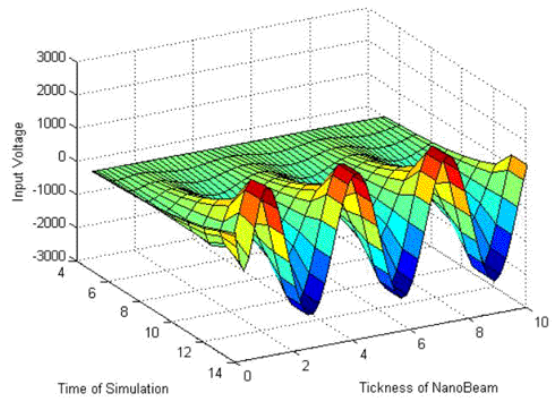


Fig. 3. Input voltage versus the PNb thickness

$$\delta\Phi:\quad \varepsilon\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right)+2\frac{\partial f}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)=\rho_e \text{ and}$$

$$\delta\Phi\left[\int_A\left[\varepsilon\frac{\partial\Phi}{\partial z}+2f\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)\right]dA\right]_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}=0 \text{ and} \tag{4}$$

$$\delta\Phi\left[\int_A d\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)\ A=0\right]_0^L=0$$

$$\delta\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right):\quad \delta\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\left[\left(EI+4\mu l^2A\right)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}-2E_{11}\right]_0^L=0 \tag{5}$$

where $E_{11}=\int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}}\int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}} f\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)dydz$ and $F_{11}=\int_{\frac{-b}{2}}^{\frac{b}{2}}\int_{\frac{-h}{2}}^{\frac{h}{2}}\rho dydz$.

Considering the reverse effect of a PNb, the electric potential field is assumed as $\phi(x,z,t)=\cos(\beta z)\hat{\phi}(x,t)+\frac{V_0(t)}{h}z$ [4].

The finite dimensional dynamic system will be derived through the conventional procedure of the Galerkin method beside considering the lateral deflection as $y(x,t)=\sum_{i=1}^{n}q_i(t)\phi_i(x)$:

$$M\ddot{q}(t)+kq(t)=BV_0(t) \tag{6}$$

where $\hat{M}_{ij}=\int_0^1\phi_i\phi_j dx$, $\hat{K}_{ij}=\left(1+\frac{4\mu l^2A}{EI}\right)\int_0^1\phi_i''\phi_j'' dx$ and $\hat{B}_j=\left(\frac{2bL^2f}{EIh}\right)\phi_j'(1)$

3- Tip Tracking Control

The control objective is to drive the deflection of the tip point of the PNb to a desired oscillation. For the control design purpose, it is convenient to rewrite the Ordinary Differential Equation (ODE), i.e. Eq. (6), into a state space model.

3- 1- State feedback control

The goal is to affect the system specifically to show a desired behavior tracking at tip point. For tip tracking, two state feedback controllers are designed (state feedback control and integral state feedback control). Uncertainties in the plant model parameters or disturbances acting on the plant may create steady-state control errors. In order to solve this problem, one can use an integral state feedback control (Fig. 1).

3- 2- Fuzzy controller design

For a proportional fuzzy controller with the control error $e(t)=R(t)-y(t)$ and differentiation of error with respect to the time t i.e. $(\dot{e})$ as an input, with the variable $u(t)$ as the output, one can obtain the rule base as:

IF $\mathrm{e}=\mathrm{P}$ and $\dot{\mathrm{e}}=\mathrm{P}$ THEN $\mathrm{u}=\mathrm{VLP}$ and so on.

4- Results and Discussion

In this section, to verify the effectiveness of the proposed control algorithms, for a PNb made of $BaTiO_3$ numerical simulations are carried out. The lateral tip tracking of the PNb for a sinusoidal wave reference input with the pulse noise at time 5 are depicted in Fig. 2.

As it can be seen the lateral tip tracking can be achieved. Also, it can be inferred that, the state feedback control is not a good robust controller as we expected, whereas the best controller is a fuzzy one. The effect of the beam thickness on the input voltage during the tracking time can be seen in Fig. 3. It can be deduced that by decreasing the nanobeam thickness, the input voltage decreases significantly.

5- Conclusions

The tip tracking of the reverse piezoelectric effect on the PNb based on size-dependent flexoelectric, was investigated. Hamilton's principle was employed to derive the governing equations on the basis of the Euler-Bernoulli beam theory. The Galerkin method was implemented to discretize the equations of motion for the control design purposes. Three different controllers, the fuzzy controller, the integral state feedback and the state feedback controller, were analyzed. Regarding the executed analysis and simulation, it was demonstrated that the fuzzy controller is the best one. It was also discussed that to achieve the tracking in the presence of a noise, system needs a very large supply input voltage. This raised issue can have several different solutions, such as, decreasing nanobeam thickness as it was illustrated by simulation.

References

[1] A.R. Hadjesfandiari, Size-dependent piezoelectricity, International Journal of Solids and Structures, 50(18) (2013) 2781-2791.

[2] Y.T. Beni, A nonlinear electro-mechanical analysis of nanobeams based on the size-dependent piezoelectricity theory, Journal of Mechanics, 33(3) (2017) 289-301.

[3] H.H.-H. Lu, D. Young, J. Sladek, V. Sladek, Three-dimensional analysis for functionally graded piezoelectric semiconductors, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 28(11) (2017) 1391-1406.

[4] L.-L. Ke, Y.-S. Wang, Z.-D. Wang, Nonlinear vibration of the piezoelectric nanobeams based on the nonlocal theory, Composite Structures, 94(6) (2012) 2038-2047.

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۱، سال ۱۳۹۹، صفحات ۱۰۹ تا ۱۲۶
DOI: 10.22060/mej.2018.14089.5795

کنترل نانو عملگر پیزوالکتریک با استفاده از تئوری فلکسوالکتریک وابسته به اندازه

حسین واقف پور، هادی آروین بروجنی*، یعقوب طادی بنی

گروه مهندسی مکانیک جامدات، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران.

خلاصه: در این مقاله برای اولین بار از کنترل پسخورد و کنترل فازی به منظور ردگیری مسیر دلخواه انتهای یک نانوتیر طره‌ای پیزوالکتریک به عنوان یک نانو عملگر استفاده شده است. معادلات حرکت بشکل معادلات دیفرانسیل با مشتقات پاره‌ایی به کمک تئوری فلکسوالکتریک مرتبه بالا وابسته به اندازه استخراج گردیده است. به منظور دستیابی به معادلات حاکم، فرمولاسیون غیرخطی برای نانوتیر اویلر-برنولی پیزوالکتریک با درنظر گرفتن غیرخطی‌گری فون-کارمن به کارگرفته شده است. معادلات غیر خطی به کمک حساب تغییرات و اصل همیلتون بدست آمده است. برای تبدیل معادلات دیفرانسیل پاره‌ایی به معادلات دیفرانسیل معمولی روش گسسته‌سازی گلرکین پیاده سازی شده است. با استفاده از متغیرهای فضای حالت، مدل فضای حالت نانوتیر برای طراحی کنترل‌کننده مناسب بدست آورده شده است. سپس طراحی کنترل پسخورد حالت بدون انتگرال‌گیر، کنترل پسخورد حالت با انتگرال‌گیر و کنترلر فازی برای کنترل انتهای نانوعملگر به منظور ردگیری مسیر دلخواه صورت پذیرفته است. در پایان اثر ورودی‌های متفاوت (سینوسی و پله) به همراه اغتشاش (ضربه) برروی کنترلرهای طراحی شده با استفاده از شبیه سازی کامپیوتری شرح داده شده است. با توجه به یافته‌های این مقاله می‌توان بیان نمود که به ترتیب کنترلر فازی، کنترلر پسخورد حالت با انتگرال‌گیر و کنترلر پسخورد حالت بدون انتگرال‌گیر بهترین عملکرد را داشته‌اند.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۶/۱۱/۲۵
بازنگری: ۱۳۹۷/۰۴/۱۵
پذیرش: ۱۳۹۷/۰۶/۱۶
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۰۶/۲۰

کلمات کلیدی:
نانوتیر پیزوالکتریک
تئوری فلکسوالکتریک وابسته به اندازه
کنترل پسخورد
کنترل فازی

۱- مقدمه

تیرها و ورق‌ها در صنعت و به طور خاص در سیستم‌های میکرو/نانو الکترومکانیک بصورت گسترده مورد استفاده قرار می‌گیرند [۱ و ۲]. در سیستم‌های نانوالکترومکانیک، نانوتیرهای طره‌ای به شکل وسیعی به عنوان نانوعملگر و نانوحسگر و یا به منظور تولید انرژی مورد استفاده قرار می‌گیرند [۳ و ۴]. در ابعاد میکرو مواد پیزوالکتریک به دلیل کوپل خواص مکانیکی والکتریکی توجه زیادی به خود جلب نموده‌اند که این خواص در ابعاد نانو هم جالب توجه هستند [۵]. آزمایش‌های متعدد نشان داده‌اند که اثر پیزوالکتریک می‌تواند در مواد غیرپیزوالکتریک (دی الکتریک) نیز در ابعاد نانو ایجاد گردد [۶]. بنابراین تجهیزات ساخته شده از مواد پیزوالکتریک و دی‌الکتریک در مقیاس میکرو یا نانو برای دسته وسیعی از تجهیزات الکترومکانیکی جهت کنترل اغتشاش و ارتعاش [۷]، تولید انرژی [۸]، ذخیره داده‌ها [۹]، وسایل سرما ساز [۱۰] و حسگرهای شبکه [۱۱] مورد استفاده قرار می‌گیرند. می‌توان دریافت مواد با مقیاس نانو همانند مواد پیزوالکتریک خواص جدیدی مانند خواص مکانیکی و الکتریکی در قیاس با ابعاد میکرو از خود نشان می‌دهند [۱۴-۱۲]. این خواص جدید فرصت استفاده از اینگونه مواد را در تجهیزات مختلفی با ابعاد نانو مانند تشدیدکننده‌ها [۱۵]، ترانزیستورها [۱۶]، دیودهای نوری [۱۷] و حسگرهای شیمیایی [۱۸] ایجاد می‌کند. از مواد پیزوالکتریک در سازه‌ها به منظور مستهلک نمودن مد ارتعاشی، کنترل ردگیر و به تاخیر انداختن کمانش نیز استفاده می‌گردد[۲۲-۱۹]. سازه‌های تیر شکل با مقیاس‌های مختلف کاربردهای فراوانی در مهندسی دارند. بنابراین مطالعه نانوتیرهای پیزوالکتریک محاسن زیادی در بر دارد. یانگ و همکاران [۲۵-۲۳] به تحلیل ژیرسکوپ پیزوالکتریک، رفتار سه بعدی تیرهای الکتروالاستیک با مقطع چهارگوش با استفاده از حل‌های سری توانی دوبل و عملگرهای هدفمند پیزوالکتریک پرداختند. ژو و همکاران [۲۶] به مطالعه تغییر شکل تیرهای خمیده که با لایه‌های پیزوالکتریک محصور شوده بودند پرداختند. وانگ و کوئک [۲۷ و ۲۸] ارتعاشات آزاد تیرهای اویلر-برنولی با عملگرهای پیزوالکتریک را مورد بررسی قرار دادند. در سال‌های اخیر جهت استخراج معادلات حاکم بر نانو سازه‌ها از تئوری‌های محیط پیوسته مرتبه بالا استفاده شده است. از مهمترین این تئوری‌ها

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: hadi.arvin@sku.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

می‌توان به تئوری تنش کوپل [۲۹ و ۳۰]، تئوری گرادیان کرنش [۳۱]، تئوری الاستیسیته غیرمحلی [۳۲] و مدل الاستیسیته سطح [۳۳] اشاره نمود. با توجه به توسعه‌های اخیر درسازه‌های میکرو/نانو الکترومکانیک، تئوری‌های وابسته به اندازه با اثر کوپل مکانیکی والکتریکی مانند تئوری وابسته به اندازه پیزوالکتریک ارائه شده‌اند. تئوری پیزوالکتریسیته در ابعاد میکرو رابطه بین قطبیت الکتریکی و کرنش غیریکنواخت در مواد نامتقارن مرکزی را می‌تواند نشان دهد [۳۴]، حال آنکه برخی تحقیقات نشان می‌دهند که خواص پیزوالکتریک وابسته به اندازه و کوپل خطی الکترومکانیک در دی‌الکتریک‌های ایزوتروپیک نیز ایجاد می‌گردد [۳۸-۳۵]. همچنین تئوری کلاسیک نمی‌تواند اثر وابستگی به اندازه را شرح دهد، بنابراین توسعه تئوری وابسته به اندازه پیزوالکتریک که برای نانو سازه‌ها قابل استفاده باشد و شامل گرادیان مرتبه بالا از تغییر شکل باشد ضروری به نظر می‌رسد. وانگ و همکاران [۳۹] بر اساس تئوری تنش کوپل یک تئوری وابسته به اندازه ارائه نمود. آنها اثر گرادیان پیچشی را درنظر گرفتند و فرمولاسیونی معرفی کردند که در آن قطبیت الکتریکی وابسته به گرادیان پیچی میکروسکوپی بود. قطبیت در مواد دی‌الکتریک نه تنها به تانسور کرنش بلکه به تانسور انحناء نیز بستگی دارد. بنابراین می‌توان گفت اثر فلکسوالکتریک در تمام دی‌الکتریک‌ها اتفاق می‌افتد [۴۰]. از این جهت تئوری‌های دیگری نیز ارائه شدند [۴۱ و ۴۲]. براساس فرمولاسیون الکترومکانیک، حاج‌اسفندیاری و دارگوش [۴۳] یک تئوری پیزوالکتریک وابسته به اندازه را بیان نمودند که در آن به بیان رفتار مواد در مقیاس کوچک پرداخته شده است. ایشان در این تئوری، مدل پیزوالکتریک وابسته به اندازه یا اثر فلکسوالکتریک که به تانسور انحناء وابسته است را استخراج نمودند. تعدادی از محققان با استفاده از این تئوری معادلات نانوتیر پیزوالکتریک را استخراج و مورد بررسی قرار دادند [۴۲]. طادی [۴۴] با استفاده از تئوری پیزوالکتریک وابسته به انداز حاج‌اسفندیاری مبادرت به استخراج معادلات و تحلیل ارتعاشات آزاد، کمانش و خمش نانوتیر هدفمند پیزوالکتریک نمود. تعداد زیادی از تجهیزات نانو الکترومکانیک از اجزاء مرتعش به‌عنوان حسگر و عملگر به منظور دستیابی به عملکرد بالا استفاده می‌کنند. در این زمینه تحقیقات متعددی در خصوص کنترل اینگونه سیستم‌ها انجام گرفته است. بیشتر تمرکز این تحقیق‌ها بر روی کنترل پایداری بوده است. وانگ [۴۵] کنترل پسخورد ارتعاشات در میکروتیر طره‌ای با عملگر الکترواستاتیک را مورد ارزیابی قرار داد. السالم و یونس [۴۶ و ۴۷] پایداری تشدیدکننده میکروالکترومکانیک در نزدیکی نقطه پولین را با به کارگیری کنترلر تاخیر زمانی مورد مطالعه قرار دادند. همچنین اثر بهره کنترل بر روی عملگر الکتریکی نیز مورد بررسی قرار گرفته است [۴۸]. کنترل آشوب تشدیدکننده میکروالکترومکانیک توسط سو و هگازی [۴۹] برای مشخص نمودن تاثیر کاهش دامنه نوسان پارامتر تحریک بر روی کنترل آشوب مورد بررسی قرار گرفت. سلیم و همکاران [۵۰] کنترل حلقه بسته یک تشدید کننده میکروالکترومکانیک را در نظر گرفتند و ناحیه بهین عملکرد آن را بدست آوردند. وطن‌خواه و همکاران [۵۱] مسئله پایداری مرزی با در نظر گرفتن قانون کنترل مرزی خطی به منظور پایدارسازی ارتعاشات یک میکرو تیر غیر کلاسیک را مورد بررسی قرار دادند. نگوین و کرایلوف [۵۲] یک الگوریتم کنترل غیر خطی را به منظور تنظیم دامنه نوسان یک تیر میکروالکترومکانیک تحت یک تحریک پارامتری ارائه نمودند.

همانطور که از مرور منابع دیده می‌شود هرچند که تعدادی تحقیق در زمینه تحلیل دینامیکی و ارتعاشی نانوتیرهای غیر کلاسیک در سال‌های اخیر صورت گرفته است، ردگیری نانوتیر پیزوالکتریک با در نظر گرفتن تئوری‌های غیرکلاسیک شامل اثر اندازه و اثر فلکسوالکتریک مورد بررسی قرار نگرفته است. لذا در این مقاله برای نخستین بار براساس تئوری پیزوالکتریسیته وابسته به اندازه، معادلات ارتعاشی نانوتیرطره‌ای اویلر-برنولی که تحت ولتاژ خارجی قرار گرفته است به منظور استخراج معادلات مناسب برای طراحی کنترلر پیاده سازی می‌گردد (بخش دوم). سپس معادلات حاکم و شرایط مرزی با استفاده از حساب تغییرات و اصل همیلتون بدست آورده می‌شود (بخش دوم). از روش گلرکین برای کاهش مرتبه معادلات دیفرانسیل با مشتقات پاره‌ای به معادلات دیفرانسیل معمولی استفاده می‌گردد (بخش دوم). در ادامه الگوریتم‌های کنترل ردگیری برای نانوتیر طره‌ای پیزوالکتریک طراحی می‌گردد (بخش سوم). پس از آن نتایج شبیه‌سازی برای سه کنترل‌کننده طراحی شده، بدست آمده و با هم مقایسه خواهند گردید (بخش چهارم). در پایان نتایج در بخش پنجم مورد بحث قرار خواهند گرفت.

۲- معادلات حاکم

۲- ۱- مدل غیرکلاسیک پیزوالکتریسیته

طرحواره نانوتیر پیزوالکتریک در شکل ۱ آورده شده است:

براساس مدل پیزوالکتریسیته وابسته به اندازه، انرژی کرنشی مواد پیزوالکتریک ایزوتروپیک الاستیک با تغییر شکل کوچک در حجم V به‌صورت رابطه (۱) بیان می‌گردد [۴۰]:

$$U = \frac{1}{2}\int_{V}\left(\sigma_{ji}e_{ij} + \mu_{ji}\kappa_{ij} - D_iE_i\right)dV \qquad (۱)$$

در جایی که μ_{ji} ، e_{ij} ، σ_{ji} و κ_{ij} بترتیب نشان دهنده، تانسور تنش

شکل ۱: شمای نانو عملگر پیزوالکتریک تحت ولتاژ V_0

Fig. 1. A schema of piezoelectric nano actuator subjected to voltage V_0

کوپل، تانسور کرنش، تانسور تنش کلاسیک و تانسور انحناء می‌باشند. D_i و E_i نیز به ترتیب نشان دهنده بردار جابجایی الکتریکی و میدان الکتریکی می‌باشند. κ_{ij} ,μ_{ji} ,σ_{ji} و D_i از طریق رابطه (۲) بدست می‌آیند [۴۰]:

$$\begin{aligned}
&\sigma_{ji} = \lambda e_{kk}\delta_{ij} + 2\mu e_{ij},\\
&\mu_{ji} = \varepsilon_{ijk}\mu_k,\\
&\kappa_{ij} = \frac{1}{2}\left(\omega_{i,j} - \omega_{j,i}\right),\\
&D_i = \varepsilon E_i + 4f\kappa_i
\end{aligned} \tag{۲}$$

که درآن $\omega_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}u_{k,j}$ ، $\kappa_i = \frac{1}{2}\varepsilon_{ijk}\kappa_{ij}$ و $\mu_i = -8\mu l^2\kappa_i + 2fE_i$. همچنین λ و μ ثابت‌های لامه، f، 1 و ε بترتیب ضریب فلکسوالکتریک، پارامتر اثر اندازه و ثابت دی‌الکتریک هستند. از طرفی رابطه بین میدان الکتریکی و پتانسیل الکتریکی به صورت رابطه (۳) قابل بیان است [۱۶]:

$$E_i = -\Phi_{,i} \tag{۳}$$

میدان جابجایی را نیز براساس تئوری تیر اویلر-برنولی با توجه به شکل ۱ می‌توان به‌صورت رابطه (۴) نوشت [۴۴]:

$$\begin{aligned}
&u_x\left(x,z,t\right) = u\left(x,t\right) - z\frac{\partial y\left(x,t\right)}{\partial x},\\
&u_y\left(x,z,t\right) = 0,\\
&u_z\left(x,z,t\right) = y\left(x,t\right)
\end{aligned} \tag{۴}$$

که در این رابطه $y(x,t)$ تغییر شکل عرضی در امتداد محور z و $u(x,t)$ تغییر شکل طولی در امتداد محور x برای تار خنثی می‌باشند. برمبنای غیرخطی‌گری فون-کارمن رابطه کرنش-جابجایی در تیر اویلر-برنولی به‌صورت رابطه (۵) بدست می‌آید:

$$e_{11} = \frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_z}{\partial x}\right)^2 = \frac{\partial u}{\partial x} - z\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2 \tag{۵}$$

۲- ۲- معادلات حرکت حاکم

با درنظر گرفتن رابطه (۱) و جایگذاری مولفه‌های غیر صفر رابطه‌های (۲) و (۴) و اعمال رابطه (۳)، وریشن انرژی کرنشی به‌صورت رابطه (۶) حاصل می‌گردد.

$$\begin{aligned}
\delta U = &\int_V \begin{pmatrix}\sigma_{11}\delta e_{11} + 2\mu_{12}\delta\kappa_{21}\\ -D_1\delta E_1 - D_3\delta E_3\end{pmatrix} dV = \\
&\int_0^L \left\{\begin{matrix}\left(EI + 4\mu l^2 A\right)\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \\ EA\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial y}{\partial x}\right)\\ -2\frac{\partial^2 E_{11}}{\partial x^2}\end{matrix}\right\}\delta y dx\\
&+\int_0^L \left\{-EA\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\right\}\delta u dx\\
&+\left\{\begin{matrix}-\left(EI + 4\mu l^2 A\right)\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\\ +EA\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial y}{\partial x}\\ +2\frac{\partial E_{11}}{\partial x}\end{matrix}\right\}\delta y\Bigg|_0^L\\
&+\left\{EA\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\right\}\delta u\Bigg|_0^L +\\
&\left\{\left(EI + 4\mu l^2 A\right)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - 2E_{11}\right\}\delta\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\Bigg|_0^L +\\
&\int_V \left\{\varepsilon\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right) + 2\frac{\partial f}{\partial z}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right\}\delta\Phi dV\\
&-\int_{-\frac{b}{2}}^{\frac{b}{2}}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\varepsilon\frac{\partial\Phi}{\partial x}\delta\Phi dy dz\Bigg|_0^L -\\
&\int_{-b/2}^{b/2}\int_0^L\left(\varepsilon\frac{\partial\Phi}{\partial z} + 2f\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)\delta\Phi dy dx\Bigg|_{-h/2}^{h/2}
\end{aligned} \tag{۶}$$

که در آن E_{11} به‌صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$E_{11}=\int_{-h/2}^{h/2}\int_{-b/2}^{b/2} f\left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)dydz$$

با در نظر گرفتن میدان جابجای تیر اویلر-برنولی، رابطه (۵)، وردش انرژی جنبشی نانوتیر نیز در حضور انتگرال تغییرات زمان با رابطه (۷) بیان می‌گردد.

$$\begin{aligned}
&\int_{t_0}^{t_1}\delta T\,dt=\int_{t_0}^{t_1}\delta\times\\
&\left\{\frac{1}{2}\int_0^L\left(\int_A\rho\left(\begin{array}{c}\left(\frac{\partial u_x}{\partial t}\right)^2\\+\left(\frac{\partial u_z}{\partial t}\right)^2\end{array}\right)\right)dA\,dx\right\}dt=\\
&\int_{t_0}^{t_1}\delta\left\{\frac{1}{2}\int_0^L\left(\int_A\rho\left(\left(\frac{\partial u}{\partial t}\right)^2-2z\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial^2 y}{\partial t\partial x}+\right.\right.\right.\\
&\left.\left.\left.z^2\left(\frac{\partial^2 y}{\partial t\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial t}\right)^2\right)\right)dA\,dx\right\}dt=\\
&\int_{t_0}^{t_1}\left\{-\int_0^L\left(F_{11}\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right)\delta u\,dx-\int_0^L\left(F_{11}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-\right.\right.\\
&\left.\left.H_{11}\frac{\partial^4 y}{\partial t^2\partial x^2}\right)\delta y\,dx\right\}dt-\int_{t_0}^{t_1}H_{11}\frac{\partial^3 y}{\partial t^2\partial x}dt\delta y\Big|_0^L
\end{aligned}\qquad(۷)$$

در رابطه (۷) بترتیب F_{11} و H_{11} به‌صورت زیر قابل محاسبه می‌باشند:

$$(F_{11},H_{11})=\int_{-b/2}^{+b/2}\int_{-h/2}^{+h/2}\rho(1,z^2)dyd$$

۲- ۳- اصل همیلتون

با اعمال اصل همیلتون، رابطه (۸)، معادلات حرکت و شرایط مرزی مربوطه بدست می‌آید [۴۲]:

$$\int_{t_0}^{t_1}\left(\delta T-\delta U\right)dt=0\qquad(۸)$$

با جایگذاری رابطه‌های (۶) و (۷) در رابطه (۸)، و برابر صفر قرار دادن ضرایب تغییرشکل‌های مکانیکی و الکتریکی روابط (۹) تا (۱۱) و شرایط مرزی وابسته (روابط (۱۲) تا (۱۵)) حاصل می‌گردند:

$$\delta u:\quad EA\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)-\rho A\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=0\qquad(۹)$$

$$\begin{aligned}
\delta y:\ &\left(EI+4\mu l^2A\right)\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}-\\
&EA\frac{\partial}{\partial x}\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial y}{\partial x}\right)-\\
&2\frac{\partial^2 E_{11}}{\partial x^2}+F_{11}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-H_{11}\frac{\partial^4 y}{\partial x^2\partial t^2}=0
\end{aligned}\qquad(۱۰)$$

$$\delta\Phi:\varepsilon\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right)+2\frac{\partial f}{\partial z}\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)=\rho_e\qquad(۱۱)$$

$$\delta u:\quad \delta u\left[EA\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\right]\Bigg|_0^L=0\qquad(۱۲)$$

$$\delta y:\quad \delta y\left[\begin{array}{l}\left(EI+4\mu l^2A\right)\frac{\partial^3 y}{\partial x^3}\\-EA\left(\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial y}{\partial x}\right)\\-2\frac{\partial E_{11}}{\partial x}-H_{11}\frac{\partial^3 y}{\partial x\,\partial t^2}\end{array}\right]\Bigg|_0^L=0\qquad(۱۳)$$

$$\delta\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right):\ \delta\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\left[\begin{array}{l}\left(EI+4\mu l^2A\right)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\\-2E_{11}\end{array}\right]\Bigg|_0^L=0\qquad(۱۴)$$

$$\delta\Phi : \delta\Phi\left[\int_A \varepsilon\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)dA\right]\Bigg|_0^L = 0,$$
$$\delta\Phi\left[\int_A\left[\varepsilon\frac{\partial\Phi}{\partial z}+2f\left(\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}\right)\right]dA\right]\Bigg|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = 0 \qquad (۱۵)$$

بدین ترتیب شرایط مرزی (روابط (۱۲) تا (۱۴)) برای یک نانوتیر یکسرگیردار مطابق رابطه‌های (۱۶) تا (۱۸) قابل بیان است.

$$u\big|_0 = 0,$$
$$\left[EA\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}(\frac{\partial y}{\partial x})^2\right)\right]\Bigg|^L = 0 \qquad (۱۶)$$

$$y\big|_0 = 0,\ \left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)\Bigg|_0 = 0$$
$$\left(EI+4\mu Al^2\right)\frac{\partial^3 y}{\partial x^3} - EA\left((\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial y}{\partial x}\right) - 2\frac{\partial E_{11}}{\partial x} - H_{11}\frac{\partial^3 y}{\partial x\,\partial t^2}\Bigg|^L = 0 \qquad (۱۷)$$

$$[(EI+4\mu Al^2)\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - 2E_{11}]|^L = 0 \qquad (۱۸)$$

در این مقاله با درنظر گرفتن اثر معکوس پیزوالکتریک، فرض می‌گردد که پتانسیل الکتریکی $\Phi(x,z,t)$ با توجه به شکل ۱ در بالا و پایین نانوتیر دارای مقدار مشخصی باشد یعنی در بالای نانوتیر دارای مقدار $V_0/2$ و در پایین آن دارای مقدار $-V_0/2$ باشد و لذا با معین بودن میدان در این دو قسمت وردش میدان در بالا و پایین نانوتیر صفر خواهد شد یعنی شرط مرزی دوم در رابطه (۱۵) بصورت رابطه (۱۹) ساده خواهد شد:

$$\delta\Phi : \delta\Phi\Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = 0 \qquad (۱۹)$$

همچنین با فرض اینکه ابتدا و انتهای نانوتیر نیز عایق نباشد، شرط مرزی اول رابطه (۱۵) بصورت زیر ساده می‌گردد:

$$\delta\Phi : \delta\Phi\Big|_0^L = 0 \qquad (۲۰)$$

حال با فرض ثابت بودن f و صفر بودن دانسیته شارژ دی‌الکتریک، $\rho_e = 0$، رابطه (۱۱) به‌صورت رابطه زیر ساده می‌گردد:

$$\delta\Phi : \varepsilon\left(\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\Phi}{\partial z^2}\right) = 0 \qquad (۲۱)$$

که به آن معادله ماکسول گویند. حل این معادله با شرایط مرزی متناظر آن، یعنی رابطه‌های (۱۹) و (۲۰)، به‌صورت رابطه (۲۲) فرض می‌گردد [۳۲ و ۵۴ -۵۳]:

$$\Phi(x,z,t) = \cos(\beta z)\hat{\Phi}(x,t) + \frac{V_0(t)}{h}z \qquad (۲۲)$$

که در رابطه (۲۲)، $\beta = \frac{\pi}{h}$ است. با جایگذاری رابطه (۲۲) در تعریف E_{11}، $E_{11} = fV_0 b$ خواهد شد و لذا دارای مقدار ثابتی است و بدین ترتیب $\frac{\partial E_{11}}{\partial x} = 0$ و $\frac{\partial^2 E_{11}}{\partial x^2} = 0$ خواهد گردید.

از طرفی از اثر اینرسی محوری، $\rho A\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$، بدلیل فرکانس‌های طبیعی بسیار بالاتر طولی (ω_a) در برابر فرکانس‌های عرضی (ω_L) صرف نظر می‌گردد [۴۴ و ۵۴ -۵۳]. به منظور شفاف سازی بیشتر این مهم، در شکل ۵ در بخش ۴ نسبت فرکانس اول طولی به سه فرکانس پایه عرضی برای نسبت‌های متفاوت پارامتر اثر اندازه به ضخامت نانوتیر نمایش داده شده است. با این فرض و در نظر گرفتن $\frac{\partial^2 E_{11}}{\partial x^2} = 0$، روابط (۹) و (۱۰) به‌صورت روابط (۲۳) و (۲۴) قابل بازنویسی می‌باشند:

$$EA\frac{\partial}{\partial x}(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2) = 0 \qquad (۲۳)$$

$$\left(EI+4\mu l^2 A\right)\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - EA\frac{\partial}{\partial x}\left((\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial y}{\partial x}\right) + F_{11}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - H_{11}\frac{\partial^4 y}{\partial x^2\partial t^2} = 0 \qquad (۲۴)$$

حال با در نظر گرفتن رابطه (۲۳) می‌توان نتیجه گرفت که $\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}(\frac{\partial y}{\partial x})^2$ دارای مقداری ثابت در کل طول نانوتیر است. از طرفی با توجه به شرط مرزی دوم رابطه (۱۶) مقدار این ثابت در انتهای نانوتیر برابر صفر است. بدین ترتیب:

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}(\frac{\partial y}{\partial x})^2=0 \qquad (۲۵)$$

در کل طول نانوتیر برقرار است. به رابطه به‌دست آمده در رابطه (۱۵) شرط گسترش‌ناپذیری تیرها گفته می‌شود. لذا با توجه به رابطه (۲۵) ترم $-EA\frac{\partial}{\partial x}\left((\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{1}{2}\left(\frac{\partial y}{\partial x}\right)^2\right)\frac{\partial y}{\partial x}\right)$ در رابطه (۲۴) صفر خواهد شد.

بنابراین در این‌صورت معاله حاکم بر نانو تیر پیزوالکتریک به‌صورت رابطه (۲۶) قابل بیان است:

$$\left(EI+4\mu Al^2\right)\frac{\partial^4 y}{\partial x^4}+F_{11}\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}-H_{11}\frac{\partial^4 y}{\partial x^2\partial t^2}=0 \qquad (۲۶)$$

به منظور عمومی سازی، با تعریف متغییرهای بدون بعد معرفی شده در رابطه (۲۷)،

$$\bar{y}=\frac{y}{h},\quad \bar{x}=\frac{x}{L},\quad \tau=t\sqrt{\frac{(\lambda+2\mu)I}{\rho AL^4}} \qquad (۲۷)$$

صورت بدون بعد معادله حاکم، رابطه (۲۶)، و شرایط مرزی وابسته، رابطه‌های (۱۷) و (۱۸)، با در نظر گرفتن $E_{11}=fV_0b$ و رابطه (۲۵) و $\frac{\partial E_{11}}{\partial x}=0$ به‌ترتیب بصورت روابط (۲۸) و (۲۹) استخراج می‌گردند.

$$\left(1+4\frac{\mu Al^2}{EI}\right)\frac{\partial^4\bar{y}}{\partial\bar{x}^4}+\bar{F}\frac{\partial^2\bar{y}}{\partial\tau^2}-\bar{H}\frac{\partial^4\bar{y}}{\partial\bar{x}^2\partial\tau^2}=0, \qquad (۲۸)$$

$$\bar{y}\big|_0=0,\ \frac{\partial\bar{y}}{\partial\bar{x}}\bigg|_0=0,$$
$$\left[\left(1+4\frac{\mu Al^2}{EI}\right)\frac{\partial^3\bar{y}}{\partial\bar{x}^3}-\bar{H}\frac{\partial^3\bar{y}}{\partial\bar{x}\partial\tau^2}\right]\Bigg|^1$$
$$\left[\left(1+4\frac{\mu Al^2}{EI}\right)\frac{\partial^2\bar{y}}{\partial\bar{x}^2}-\left(2\frac{bL^2f}{EIh}\right)V_0(\tau)\right]\Bigg|^1=0 \qquad (۲۹)$$

به‌گونه ای که در این رابطه‌ها $\bar{F}=F_{11}\frac{(\lambda+2\mu)I}{EI\rho A}$ و $\bar{H}=H_{11}\frac{(\lambda+2\mu)I}{L^2EI\rho A}$ می‌باشد. لازم بذکر است چون طبق تعریف $F_{11}=\rho A$ و $\lambda+2\mu$ نیز برابر E می‌باشد، $\bar{F}=1$ می‌باشد. در ضمن برای نانوتیر با مقطع مستطیل شکل $(h\times b)$، $\bar{H}=\rho\frac{bh^3}{12}$ می‌باشد و بدین ترتیب $\bar{H}=\frac{h^2}{12L}$ حاصل می‌گردد که در اینصورت طبق داده‌های مورد استفاده در این مقاله، ارائه شده در جدول ۱، $\bar{H}=2\times10^{-4}$ می‌گردد که در مقایسه با $\bar{F}=1$ قابل صرف‌نظر بوده و لذا در فرم گسسته معادلات از اینرسی دورانی صرف‌نظر می‌شود.

۲- ۴- گسسته‌سازی و کاهش مرتبه معادلات

کاهش مرتبه با گسسته‌سازی معادله دیفرانسیل با مشتق پاره‌ای (رابطه (۲۸)) و شرایط مرزی (رابطه (۲۹)) به سیستم با درجه آزادی محدود صورت می‌پذیرد. براساس روش گلرکین تغییر شکل عرضی نانوتیر پیزوالکتریک به‌صورت رابطه (۳۰) تخمین زده می‌شود [۵۲]:

$$y(x,t)=\sum_{i=1}^{n}q_i(t)\phi_i(x) \qquad (۳۰)$$

که درآن $q_i(t)$ ، iاُمین مختصه عمومی و $\phi_i(x)$ نشان دهنده iاُمین شکل مود میرانشده بوده که حاصل از ارتعاشات آزاد خطی است و به‌صورت رابطه (۳۱) در نظر گرفته می‌شود [۵۲]:

$$\phi_i(x)=\cosh(r_i x)-\cos(r_i x)+\frac{\cos(r_i)+\cosh(r_i)}{\sin(r_i)+\sinh(r_i)}\times\left(\sin(r_i x)-\sinh(r_i x)\right) \quad (۳۱)$$

که در آن $r_i^4=\dfrac{\omega_i^2}{(\frac{EI+4\mu l^2 A}{\overline{F}})^2}$ است و r_i، iاُمین ریشه معادله مشخصه $\cos(r)\cosh(r)=-1$ [۵۲] و ω_i، iاُمین فرکانس طبیعی خطی نانوتیر می‌باشند.

با در نظر گرفتن فرآیند معمول روش گلرکین، معادله دیفرانسیل معمولی حاکم بر نانوتیر پیزوالکتریک به‌صورت رابطه (۳۲) بدست می‌آید:

$$\hat{\mathbf{M}}\ddot{\mathbf{q}}(t)+\hat{\mathbf{K}}\mathbf{q}(t)=\hat{\mathbf{B}}V_0(t) \quad (۳۲)$$

در رابطه (۳۲) $\mathbf{q}(t)$، $\hat{\mathbf{M}}$ و $\hat{\mathbf{K}}$ به‌ترتیب بردار وابسته به زمان مختصات عمومی، ماتریس جرم و ماتریس سختی می‌باشند. مولفه‌های ماتریس‌های $\hat{\mathbf{M}}$ و $\hat{\mathbf{K}}$ و بردار $\hat{\mathbf{B}}$ با رابطه (۳۳) بیان می‌گردند.

$$\hat{M}_{ij}=\overline{F}\int_0^1\phi_i\phi_j dx,\quad \hat{K}_{ij}=\left(1+\frac{4\mu l^2 A}{EI}\right)\int_0^1\phi_i''\phi_j'' dx,\quad \hat{B}_j=\left(\frac{2bL^2 f}{EIh}\right)\phi_j'(1) \quad (۳۳)$$

۳- کنترل ردگیر عملگر پیزوالکتریک

در این بخش هدف کنترل انتهای نانوتیر پیزوالکتریک به عنوان یک عملگر جهت ردگیری مسیر دلخواه است. برای هدف کنترلی مذکور ابتدا معادله دیفرانسیل سیستم یعنی رابطه (۳۲) در قالب فضای حالت بیان می‌گردد.

۳- ۱- مدل فضای حالت

بردار فضای حالت و ولتاژ اعمالی به عملگر به عنوان ورودی کنترلر به‌صورت رابطه‌های (۳۴) و (۳۵) معرفی می‌گردند:

$$\mathbf{x}(t)=(\mathbf{q}^{\mathrm{T}},\dot{\mathbf{q}}^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}}\in \mathrm{R}^{2n} \quad (۳۴)$$

$$u(t)=V_0(t) \quad (۳۵)$$

با به کارگیری بردار حالت (رابطه (۳۴)) و ورودی (رابطه (۳۵)) مدل فضای حالت عملگر پیزوالکتریک مطابق رابطه (۳۶) قابل بیان است.

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{A}\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}u(t),\mathbf{x}(0)=(\mathbf{q}_0^{\mathrm{T}},\dot{\mathbf{q}}_0^{\mathrm{T}})^{\mathrm{T}} \quad (۳۶)$$

که در رابطه (۳۶)

$$\mathbf{A}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{n\times n} & \mathbf{I}_{n\times n}\\ -\hat{\mathbf{M}}^{-1}\hat{\mathbf{K}} & \mathbf{0}_{n\times n}\end{bmatrix},\mathbf{B}=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{n\times 1}\\ \hat{\mathbf{M}}^{-1}\hat{\mathbf{B}}\end{bmatrix} \quad (۳۷)$$

می‌باشند. به منظور طراحی کنترلر، خیز انتهای عملگر پیزوالکتریک، به عنوان خروجی کنترلر درنظر گرفته می‌شود و به‌صورت رابطه (۳۸) بیان می‌گردد:

$$y=\mathbf{C}\mathbf{x} \quad (۳۸)$$

که در آن

$$\mathbf{C}=\left[\phi_1(1)\phi_2(1)\ldots\phi_n(1)\mathbf{0}_{1\times n}\right] \quad (۳۹)$$

می‌باشد.

۳- ۲- کنترل پسخورد حالت

مشخصه‌های دینامیکی مهم مانند پایداری، نسبت میرایی و فرکانس طبیعی مطلوب با پراکندگی مقادیر ویژه ماتریس $\mathbf{A}$ در صفحه S تخمین زده می‌شود. بطور کلی هدف این است که پارامترها به گونه‌ای تنظیم گردند که سیستم رفتار مطلوب از خود نشان دهد.

با در نظر گرفتن سیستم مطابق با رابطه‌های (۳۶) تا (۳۹)، با ورودی مرجع R، ورودی کنترلی $u(t)$ برای تضمین ردگیر خروجی $y(t)$ به گونه‌ای طراحی می‌گردد که $\lim_{t\to\infty}\left(R-y(t)\right)=0$ شود.

فرض می‌گردد کلیه متغیرهای حالت قابل اندازه‌گیری هستند و ماتریس $\mathbf{A}$ کنترل پذیر است. مطابق بلوک دیاگرام سیستم در شکل ۲ ورودی کنترل $u(t)$ شامل ترکیب خطی از متغیرهای حالت بوده و شامل پسخورد سیستم نیز می‌باشد. این پسخورد رفتار دینامیکی سیستم را تخمین می‌زند. از طرف دیگر پیشخورد متغییر R به همراه بهره K_I بر رفتار استاتیکی سیستم مؤثر است.

$$u(t)=u_d(t)+u_s(t)=-\mathbf{K}\mathbf{x}(t)+K_I R(t) \qquad (۴۰)$$

پس از جایگذاری ورودی کنترل، رابطه (۴۰)، در رابطه (۳۶) سیستم حلقه بسته‌ای مطابق رابطه (۴۱) بدست می‌آید:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=[\mathbf{A}-\mathbf{B}\mathbf{K}]\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}K_I R(t) \qquad (۴۱)$$

که دارای شرایط اولیه $x(t_0)$ و خروجی

$$y(t)=\mathbf{C}\mathbf{x}(t) \qquad (۴۲)$$

می‌باشد.

جهت کنترل رفتار دینامیکی و استاتیکی مشخصه‌های زیر فرض می‌گردد:

- رفتار دینامیکی حلقه بسته باید با قطب‌های مورد نیاز مشخص گردد.
- در حالت پایا خطای کنترل باید حذف گردد. بدین ترتیب،

$$\lim_{t\to\infty} y(t)=\mathbf{C}\lim_{t\to\infty}\mathbf{x}(t)=\lim_{t\to\infty}R(t)$$

می‌گردد. برای دستیابی به بردار پسخورد $\mathbf{K}$، بهره پسخورد K_I می‌تواند از رابطه (۴۱) محاسبه گردد. بدین ترتیب سیستم حلقه بسته شکل ۲ رفتار استاتیکی مطلوب با خطای کنترل صفر را نشان می‌دهد.

در این مورد کنترل کننده نسبت به خطای کنترل خیلی مقاوم نیست به این دلیل که از این خطا، پسخوردی وجود ندارد. نامعینی‌ها در مدل و یا اغتشاش‌های خارجی ممکن است مسبب خطای کنترل ماندگار شوند. به منظور حل این مشکل یک راه حل می‌تواند مشابه آنچه که در بلوک دیاگرام شکل ۳ آورده شده است باشد. در این بلوک دیاگرام متغییر کنترل y با ورودی مرجع R مقایسه می‌گردد و خطای کنترل e پسخورد می‌شود و سپس انتگرال آن گرفته می‌شود. از بهره پیشخورد K_I نیز در این حالت انتگرال‌گیری می‌شود. با توجه به بلوک دیاگرام حلقه بسته (شکل ۳) با این پیکربندی، می‌توان دریافت که بردار بهره $\mathbf{K}$ حاوی پارامترهای بازخورد است.

با درنظر گرفتن شکل ۳ معادله حلقه بسته سیستم به‌صورت روابط (۴۳) تا (۴۶) بدست می‌آید:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=[\mathbf{A}-\mathbf{B}\mathbf{K}]\mathbf{x}(t)-\mathbf{B}K_I\varepsilon(t),\quad \mathbf{x}(t_0)=\mathbf{x}_0 \qquad (۴۳)$$

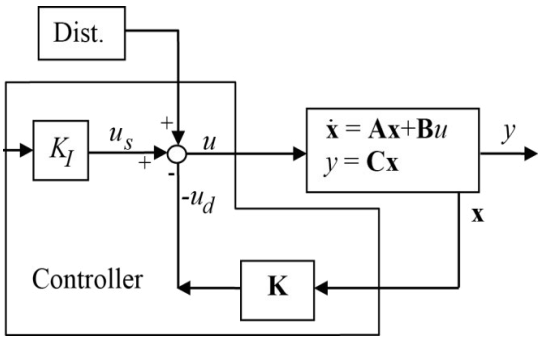
$$y(t)=\mathbf{C}\mathbf{x}(t) \qquad (۴۴)$$

$$\dot{\varepsilon}(t)=y(t)-R(t) \qquad (۴۵)$$

$$u(t)=u_d(t)+u_s(t)=-\mathbf{K}\mathbf{x}(t)-K_I\varepsilon(t) \qquad (۴۶)$$

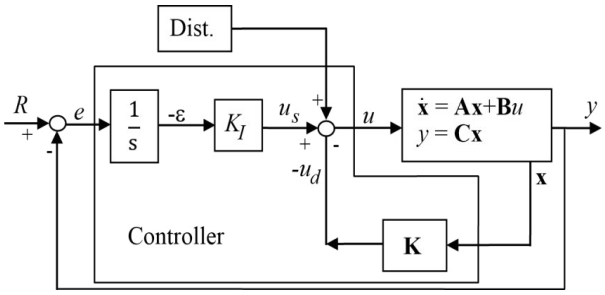
شکل ماتریسی روابط (۴۳) تا (۴۶) به صورت رابطه‌های (۴۷) و (۴۸) بازنویسی می‌گردد:

$$\begin{bmatrix}\dot{\mathbf{x}}(t)\\ \dot{\varepsilon}(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\mathbf{A} & 0\\ \mathbf{C} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}(t)\\ \varepsilon(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\mathbf{B}\\ 0\end{bmatrix}u(t)+\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ -1\end{bmatrix}R(t) \qquad (۴۷)$$



شکل ۲: بلوک دیاگرام سیستم کنترل پسخورد حالت

Fig. 2. Block diagram of the state feedback control system



شکل ۳: بلوک دیاگرام سیستم کنترل پسخورد انتگرال حالت

Fig. 3. Block diagram of the integral state feedback control system

$$\bar{u}(t) = -\begin{bmatrix}\mathbf{K} & K_I\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\mathbf{x}(t)\\ \varepsilon(t)\end{bmatrix} \tag{۴۸}$$

با معرفی ماتریس‌های جدید حالت به‌صورت:

$$\bar{\mathbf{A}} = \begin{bmatrix}\mathbf{A} & 0\\ \mathbf{C} & 0\end{bmatrix}, \bar{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix}\mathbf{B}\\ 0\end{bmatrix}, \bar{\mathbf{K}}_I = \begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ -1\end{bmatrix},$$
$$\bar{\mathbf{K}} = \begin{bmatrix}\mathbf{K} & K_I\end{bmatrix}, \bar{\mathbf{x}}(t) = \begin{bmatrix}\mathbf{x}(t)\\ \varepsilon(t)\end{bmatrix} \tag{۴۹}$$

روابط (۴۷) و (۴۸) را می‌توان به‌صورت رابطه‌های (۵۰) و (۵۱) بازنویسی نمود.

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \bar{\mathbf{A}}\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{B}}u(t) + \bar{\mathbf{K}}_I R(t),$$
$$\bar{\mathbf{x}}(t_0) = \bar{\mathbf{x}}_0 \tag{۵۰}$$

$$u(t) = -\bar{\mathbf{K}}\bar{\mathbf{x}}(t) \tag{۵۱}$$

در حالت سیستم حلقه بسته با جایگذاری معادله (۵۱) در معادله (۵۰) معادله (۵۲) بدست می‌آید:

$$\dot{\bar{\mathbf{x}}}(t) = \left[\bar{\mathbf{A}} - \bar{\mathbf{B}}\bar{\mathbf{K}}\right]\bar{\mathbf{x}}(t) + \bar{\mathbf{K}}_I R(t),$$
$$\bar{\mathbf{x}}(t_0) = \bar{\mathbf{x}}_0 \tag{۵۲}$$

که با سیستم پسخورد استاندارد همانند است.

۳- ۳- کنترل فازی

سیستم فازی دربرگیرنده استراتژی کنترل و مولفه‌های آن است. برای کنترل‌کننده فازی متناسب با خطای کنترل $e(t) = R(t) - y(t)$ و متشق زمانی خطا به عنوان ورودی $\dot{e}$ و $u(t)$ به عنوان خروجی می‌توان قانون اساسی کنترل را بصورت زیر بیان نمود:

(۱) $IF \quad e = P \quad and \quad \dot{e} = P \quad THEN \quad u = VLP$

(۲) $IF \quad e = P \quad and \quad \dot{e} = Z \quad THEN \quad u = LP$

(۳) $IF \quad e = P \quad and \quad \dot{e} = N \quad THEN \quad u = P$

(۴) $IF \quad e = Z \quad and \quad \dot{e} = P \quad THEN \quad u = SP$

(۵) $IF \quad e = Z \quad and \quad \dot{e} = Z \quad THEN \quad u = Z$

(۶) $IF \quad e = Z \quad and \quad \dot{e} = N \quad THEN \quad u = SN$

(۷) $IF \quad e = N \quad and \quad \dot{e} = P \quad THEN \quad u = N$

(۸) $IF \quad e = N \quad and \quad \dot{e} = Z \quad THEN \quad u = LN$

(۹) $IF \quad e = N \quad and \quad \dot{e} = N \quad THEN \quad u = VLN$

در جائیکه e، $\dot{e}$ و u بترتیب خطا، مشتق خطا و ورودی کنترل و N،P و Z بترتیب معرف مثبت، منفی و صفر می‌باشند. همچنین منظور از حروف VL، L و S بترتیب خیلی زیاد، زیاد و کم می‌باشد. بنابراین در قوانین فازی فوق منظور از عبارت $IF \quad e = P \quad and \quad \dot{e} = P \quad THEN \quad u = VLP$ ، اگر خطا مثبت باشد و مشتق خطا نیز مثبت باشد آنگاه ورودی کنترل خیلی بزرگ مثبت درنظر گرفته می‌شود، است.

برای ایجاد پایگاه داده زبانی، محدوده توابع عضویت خطا و تغییر خطا (ورودی‌های کنترل کننده فازی و خروجی‌های نانوتیر) به نواحی فازی تقسیم می‌گردد. انواع توابع عضویت را می‌توان بسته به نوع مساله انتخاب نمود. در این پژوهش برای کمیت‌های ورودی و خروجی توابع عضویت مثلثی متقارن انتخاب شده است (شکل ۴). همچنین به منظور غیر فازی سازی کمیت‌های خروجی کنترلر فازی، از غیر فازی ساز مرکز سطح استفاده شده است.

٤- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش برای ارزیابی نتایج الگوریتم‌های کنترلی فرض شده برای یک نانوعملگر پیزوالکتریک ساخته شده از $BaTiO_3$ با متغییرهای سیستمی بیان شده در جدول ۱ شبیه سازی عددی صورت پذیرفته است.

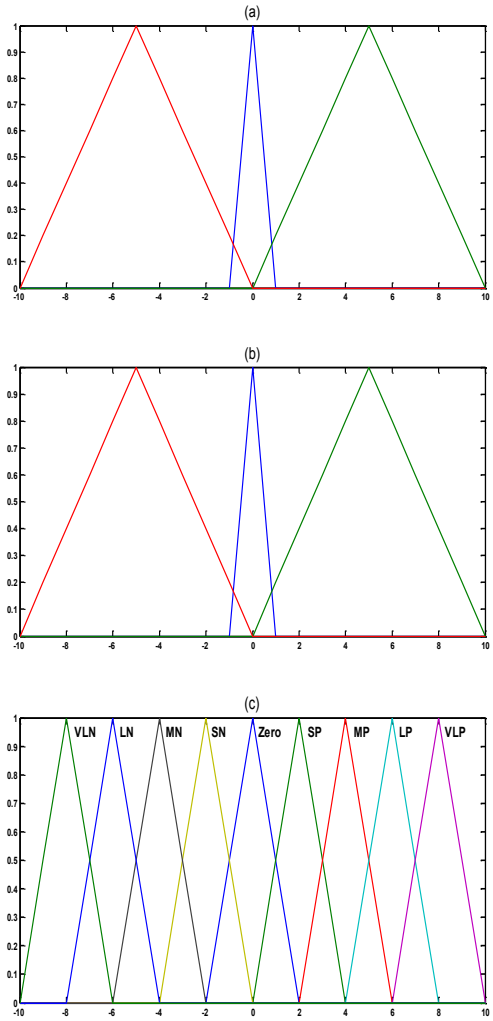
در ابتدا به منظور بررسی دلیل حذف اینرسی طولی در این مقاله نسبت فرکانس اول طولی به سه فرکانس عرضی پایه برای نسبت‌های مختلف پارامتر اثر اندازه به ضخامت نانوتیر در گستره پارامترهای مورد استفاده در این مقاله در شکل ۵ ارائه شده است. همانگونه که مشاهده می‌گردد این نسبت برای فرکانس طبیعی عرضی اول در کمترین مقدار در حدود ۱۸ و برای فرکانس طبیعی عرضی سوم در حدود ۵ می‌باشد. لذا اینرسی طولی در این مقاله در مقایسه با اینرسی عرضی قابل صرف نظر است.

در ادامه به انجام مراحل شبیه‌سازی عددی پرداخته می‌شود. مرحله اول در روش طراحی مکان هندسی قطب‌ها انتخاب مکان مطلوب قطب‌های حلقه بسته است. اغلب مواقع مکان قطب‌ها براساس میزان فراجهش مجاز و زمان نشت مطلوب به کمک آزمایش تعیین می‌گردد. در این مقاله به منظور دستیابی به فراجهشی معادل با عرض نانوتیر و زمان نشست حدود یک ثانیه

Table 1. The electro-mechanical and geometrical specifications of the piezoelectric nano ac

جدول ۱: خواص الکترومکانیکی و هندسی نانوعملگرپیزوالکتریک

ثابت لامه	ثابت لامه	ضریب فلکسوالکتریک	فاکتور اندازه	ضخامت تیر	عرض تیر	طول تیر
λ	μ	f	l	h	b	L
۴۵,۲ (GPa)	۴۲,۹ (GPa)	$۵e^{-۱۲}$(C/m)	$۰,۲h$	۱۵ (nm)	۱۰ (nm)	۳۰۰ (nm)



شکل ٤: توابع عضویت a) ورودی خطا b) ورودی تغییرات خطا و c) ولتاژ خروجی

Fig. 4. Membership functions a) error input b) error derivative input c) input voltage

قطب‌های مطلوب به‌ترتیب برای کنترل پسخورد و کنترل پسخورد انتگرالی بصورت $[-2+4j,-2-4j]$ و $[-2+4j,-2-4j,-10]$ بدست آمده‌اند. جهت جداسازی معادلات حرکت مود اول نانوتیر در نظر گرفته شده است. پاسخ‌های دینامیکی نانوعملگر پیزوالکتریک در سه حالت کنترل پسخورد حالت، کنترل پسخور انتگرال حالت و کنترل فازی ممدانی شبیه‌سازی شده است. با استفاده از روش اکرمن بهره کنترل $\mathbf{K}$ به‌صورت زیر بدست آمده است:

– کنترل پسخورد حالت:

$$\mathbf{K}=\left[32.9543,892.2049,2.2305\times10^{3}\right]$$

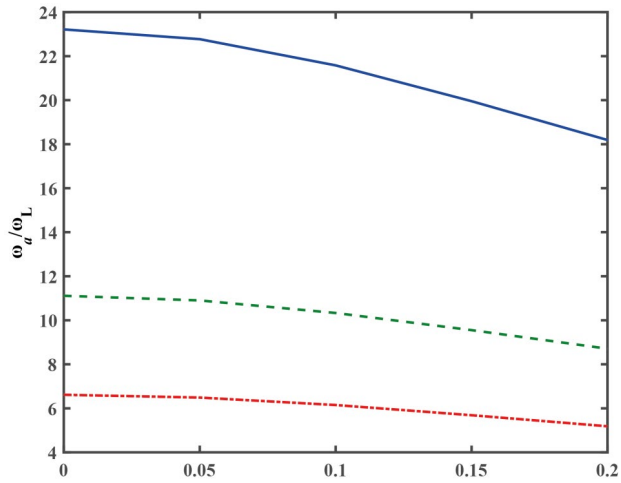
– کنترل پسخورد انتگرال حالت:

$$\mathbf{K}=\left[0.8955,0.3123,2.2305\right]\times10^{4}$$

شکل ۶ پاسخ حلقه باز سیستم (از پسخورد حالت برای کنترل استفاده نمی‌گردد) در غیاب اغتشاش و شکل ۷ ردگیری نانوعملگر حلقه بسته (از پسخورد حالت برای کنترل استفاده می‌گردد) با ورودی سینوسی را نشان می‌دهد که در ثانیه ۵ اُم، اغتشاشی به‌شکل ضربه (با دامنه‌ی ۱۵ برابر ضخامت نانوتیر) به سیستم اعمال شده است.

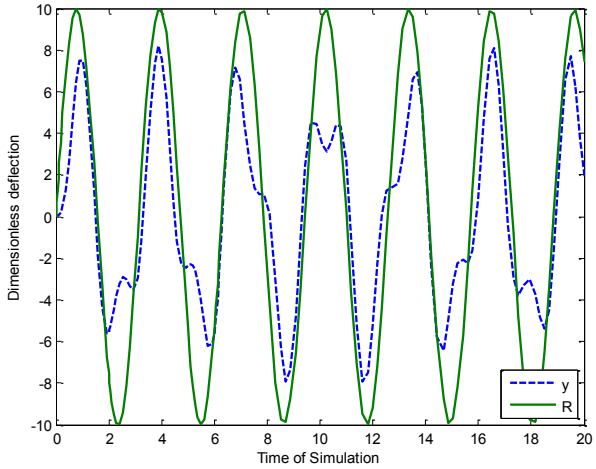
از شکل ۶ می‌توان نتیجه گرفت که در غیاب اغتشاش ردگیری در سیستم حلقه باز بخوبی انجام نمی‌پذیرد و بدیهی است در سیستم حلقه باز بدلیل عدم استفاده از پسخورد با اعمال اغتشاش ردگیری مسیر دچار اختلال بیشتری نیز می‌گردد. حلقه بسته امکان پذیر است حال آنکه زمان نشست و مقاوم بودن سیستم متفاوت است.

با توجه به شکل ۷ (سیستم حلقه بسته) می‌توان دریافت در کنترلر با پسخورد حالت (SFC)، شکل ۷–a، ردگیری مسیر دلخواه (R) با خطا صورت



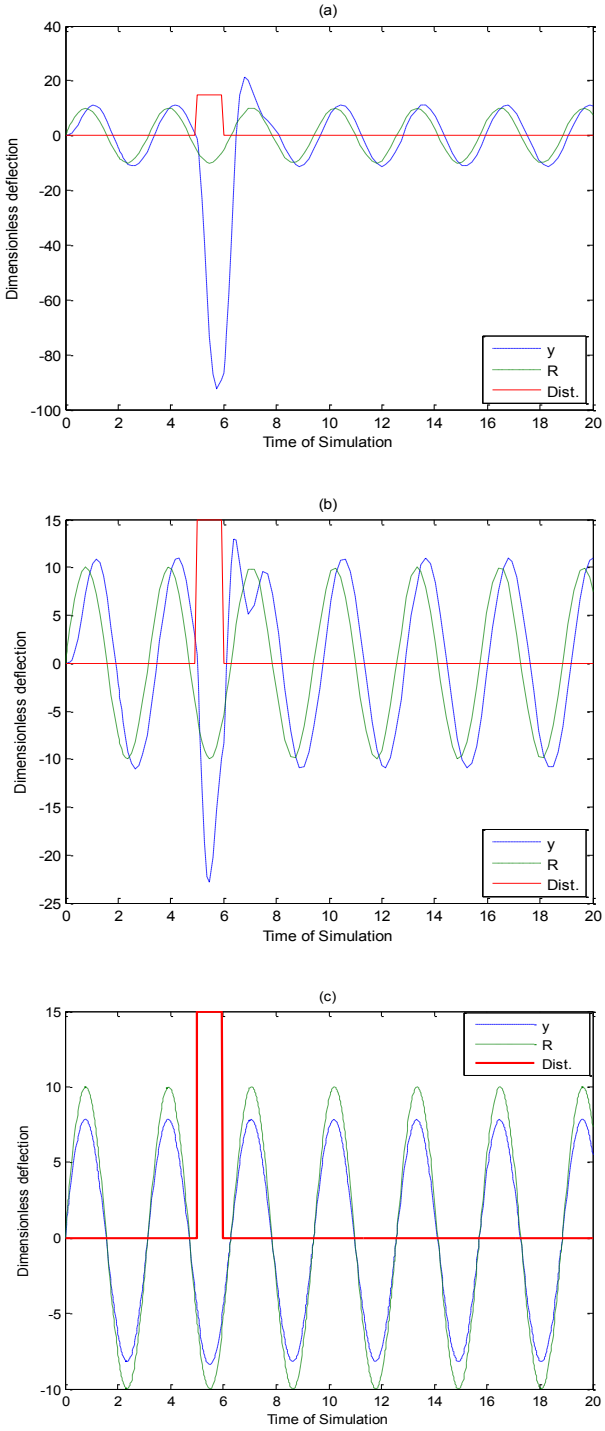
شکل ۵: نسبت فرکانس طبیعی طولی، ω_a، به فرکانس طبیعی عرضی، ω_L، نانوتیر برای مد اول (خط پر)، مد دوم (خط چین) و مد سوم (خط نقطه)

Fig. 5. Axial natural frequency, , to lateral natural frequency, , ratio of nano beam for the first mode (solid-lines), second mode (dashed-lines) and third mode (dotted-dashed-lines)



شکل ٦: پاسخ حلقه باز نانوعملگر پیزوالکتریک

Fig. 6. Open-loop response of the piezoelectric nano actuator



شکل ۷: ردگیری نانوعملگر پیزوالکتریک با ورودی سینوسی و اغتشاش ضربه در ثانیه ۵اُم a) کنترل پسخورد حالت b) کنترل پسخورد انتگرال حالت c) کنترل فازی

Fig. 7. Tip tracking of the piezoelectric nano actuator for a sinusoidal wave reference input with an impulse disturbance at time 5-second, a) the state feedback control, b) the integral state feedback control and c) the Mamdani fuzzy control

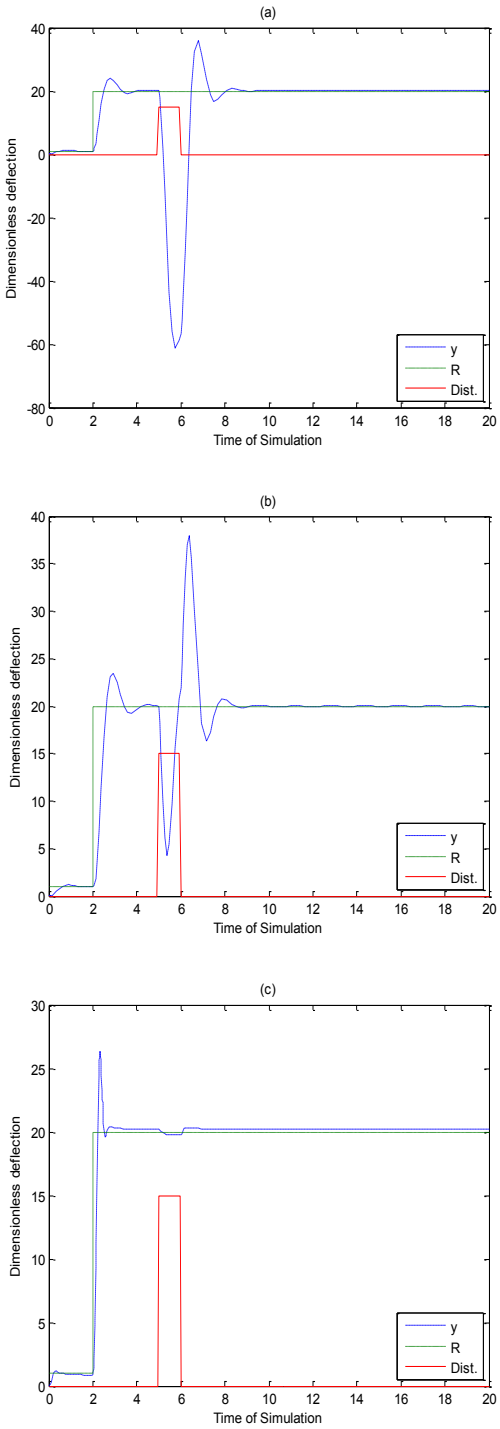
می‌پذیرد و با اعمال اغتشاش (ضربه) در ثانیه ۵ از شبیه سازی، ردگیری با دامنه نوسان زیاد و زمان نشست کم صورت می‌پذیرد. در همین راستا می‌توان گفت در کنترلر با پسخورد انتگرال حالت (ISFC) ، شکل ۷-b، ردگیری مسیر دلخواه (R) با دامنه نوسان کمتر (حدود ۳۸) و زمان نشست

بیشتر (۸ ثانیه) نسبت به کنترلر با پسخورد حالت اتفاق می‌افتد. با بررسی شکل ۷-c دیده می‌شود که کنترلر فازی ردگیری بهتری نسبت به دو کنترلر پسخورد حالت و پسخورد انتگرال حالت از خود نشان می‌دهد. همچنین ملاحظه می‌گردد که کنترلر فازی مقاومت بسیار خوبی در مواجه با اغتشاش از خود نشان می‌دهد که در طراحی کنترلرها از اهمیت بالایی برخوردار است.

شکل ۸ ردگیری نانوعملگر با ورودی پله با دامنه ۲۰ برابر ضخامت نانوتیر (درعمل امکان اعمال چنین ورودی وجود ندارد و صرفا به منظور مشاهده هرچه بهتر کارایی کنترلرهای طراحی شده درنظر گرفته شده است که خود باعث خطای ردگیری اولیه در هر سه کنترلر گردیده است) را نشان می‌دهد که در ثانیه ۵ اُم، اغتشاشی به‌شکل ضربه به سیستم اعمال شده است. همانطور که در خصوص ورودی سینوسی گفته شد در این شکل نیز می‌توان دید که کنترلر فازی ردگیری بهتری نسبت به دو کنترلر پسخورد حالت و پسخورد انتگرال حالت از خود نشان می‌دهد. همچنین ملاحظه می‌گردد که کنترلر فازی مقاومت بسیار خوبی در مواجهه با اغتشاش از خود نشان می‌دهد که در طراحی کنترلرها از اهمیت بالایی برخوردار است.

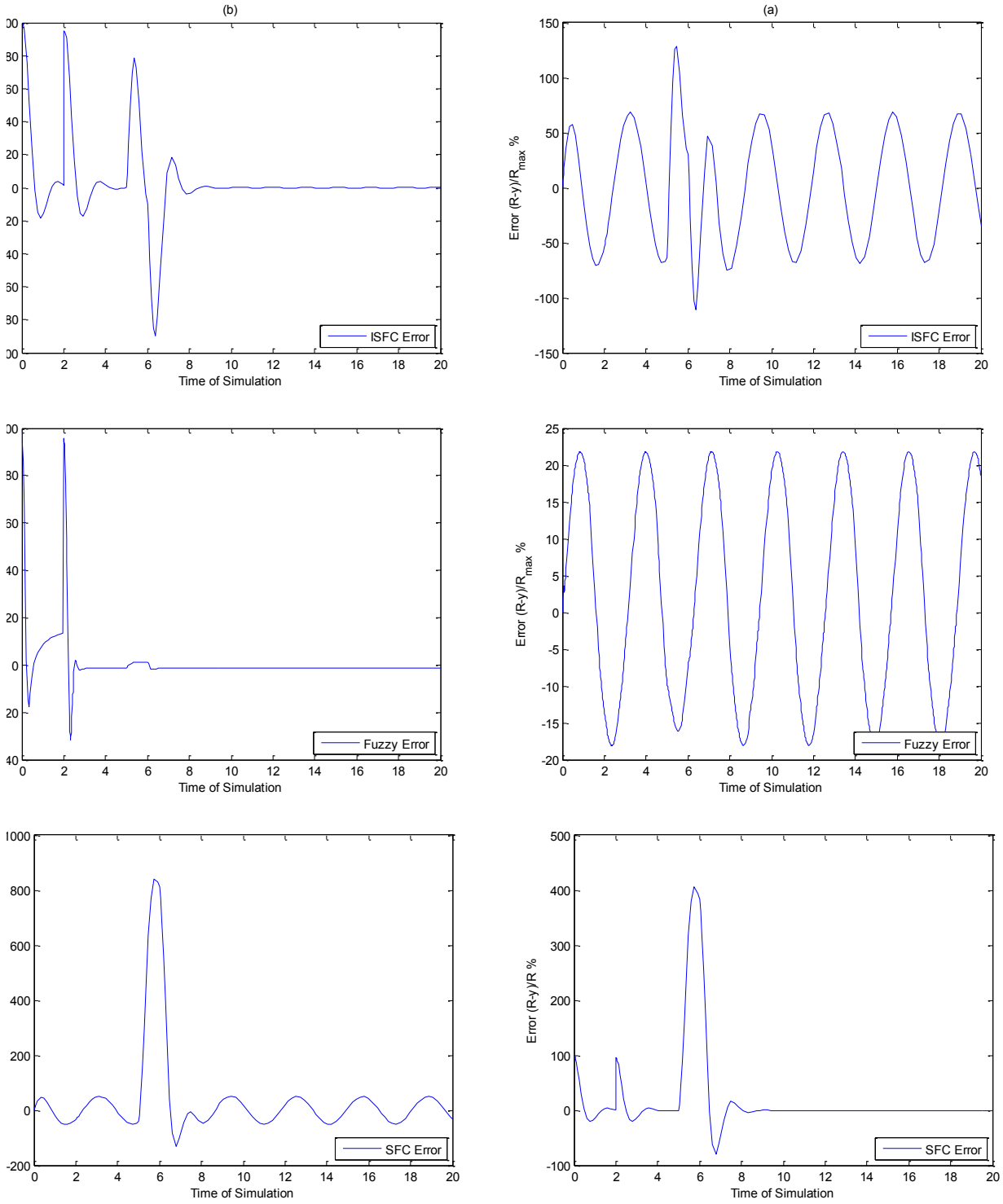
جهت بررسی مناسب‌تر خطای کنترلرها در مورد پاسخ‌های مشاهده شده در شکل‌های ۷ و ۸، خطای کنترل تمامی کنترل کننده‌ها در شکل ۹ به نمایش گذاشته شده است. با توجه به شکل ۹ می‌توان پی‌برد که همان‌گونه که انتظار می‌رفت برای هر دو ورودی مرجع سینوسی و پله کنترل پسخورد حالت، کنترل کننده مقاوم خوبی نیست و نسبت به اغتشاش وارده شده به سیستم حساسیت بالایی دارد. از این منظر کنترلر پسخورد انتگرال حالت عملکرد مطلوبتری نسبت به کنترلر پسخورد حالت در هر دو ورودی از خود نشان می‌دهد. همانطور که از شکل ۹ مشخص است برای هر دو ورودی اعمال شده به سیستم، کنترل فازی عملکرد بهتری را از خود نشان می‌دهد و میزان خطای ردگیری برای ورودی سینوسی با وجود اغتشاش با دامنه بزرگ، حدود بیست درصد بوده است.

در عمل به منظور هدایت نانوعملگر پیزوالکتریک بر مسیر دلخواه، می‌بایست ولتاژ ورودی مناسبی اعمال گردد. جهت مشاهده ولتاژ مورد نیاز کنترلرها در حالت‌های مختلف پاسخ‌های مشاهده شده در شکل‌های ۷ و ۸، منحنی ولتاژ ورودی نسبت به زمان شبیه‌سازی در شکل ۱۰ نشان داده شده است. این شکل نشان می‌دهد که در کنترل کننده‌های پسخورد حالت و پسخورد انتگرال حالت هنگام بروز اغتشاش برای دستیابی مجدد به ردگیری مسیر ولتاژ بسیار بالایی (حدود 10^5 ولت) نیاز می‌باشد که ممکن است از ولتاژ شکست نانوعملگر بیشتر باشد. این بدان معناست که



شکل ۸: ردگیری نانوعملگر پیزوالکتریک با ورودی پله و اغتشاش ضربه در ثانیه ۵ اُم
a) کنترل پسخورد حالت b) کنترل پسخورد انتگرال حالت c) کنترل فازی

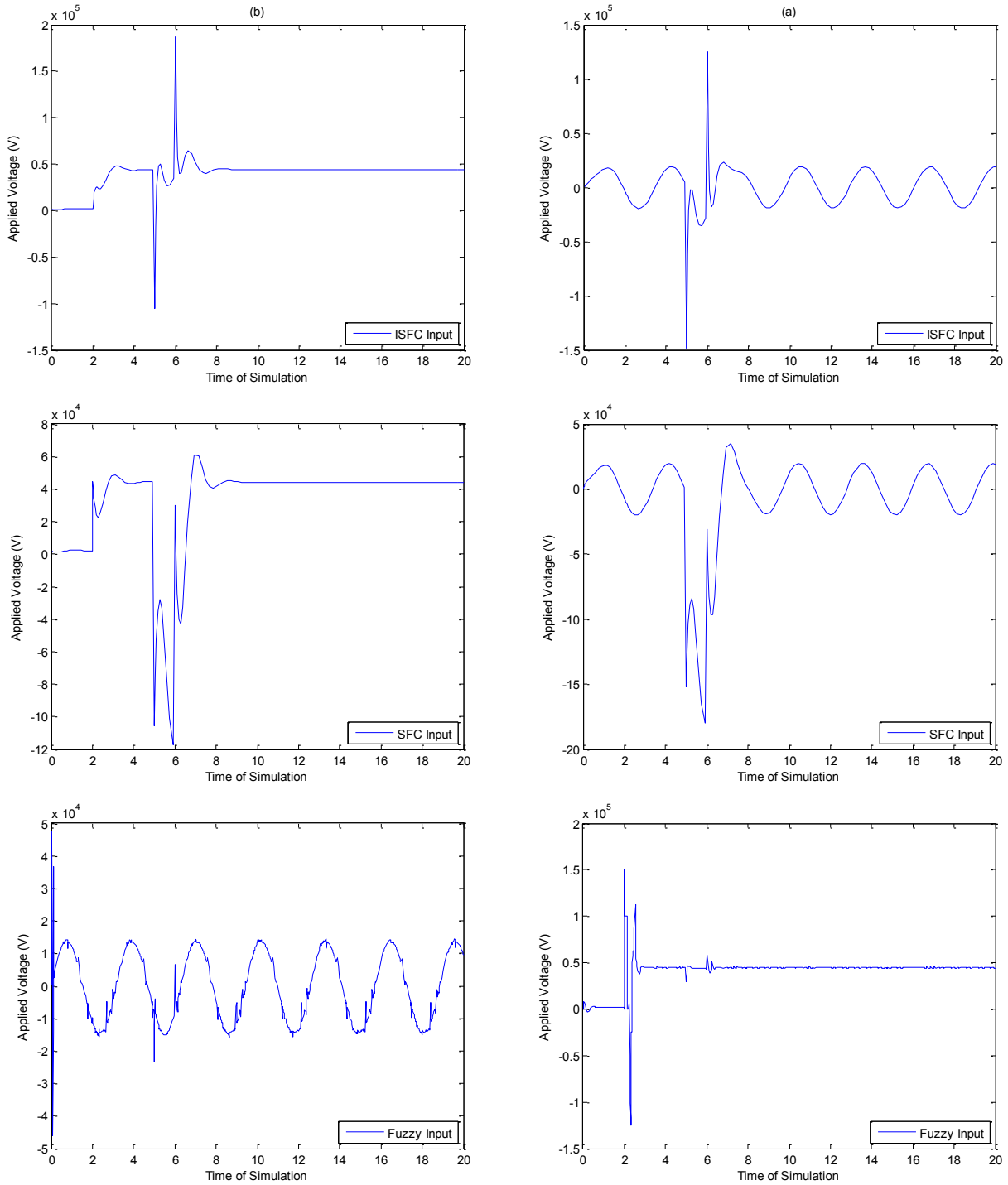
Fig. 8. Tip tracking of the piezoelectric nano actuator for a step reference input with an impulse disturbance at time 5-second, a) the state feedback control, b) the integral state feedback control and c) the Mamdani fuzzy control



شکل ۹: خطای ردگیری نانوعملگر پیزوالکتریک a) ورودی سینوسی b) ورودی پله

Fig. 9. Tip tracking error of the piezoelectric nano actuator for a) a sinusoidal wave reference input and b) a step reference

در این شرایط ردگیری مسیر امکان پذیر نمی‌باشد. لازم بذکر است که در این مقاله به منظور امکان نمایش کارایی کنترلرها مقدار پالس اغتشاش بسیار زیاد (۱۵ برابر ضخامت تیر) در نظر گرفته شده است. بدیهی است اعمال چنین ضربه‌ی به سیستم باعث فروپاشی آن می‌گردد. از سوی دیگر با بررسی شکل۱۰ می‌توان دریافت که در هر دو ورودی سینوسی و پله، با اعمال اغتشاش، ولتاژ ورودی کنترلر فازی نسبت به دو کنترلر دیگر کمترین



شکل ۱۰: ولتاژ ورودی a) ورودی سینوسی b) ورودی پله

Fig. 10. Input voltage a) a sinusoidal wave reference input and b) a step reference input

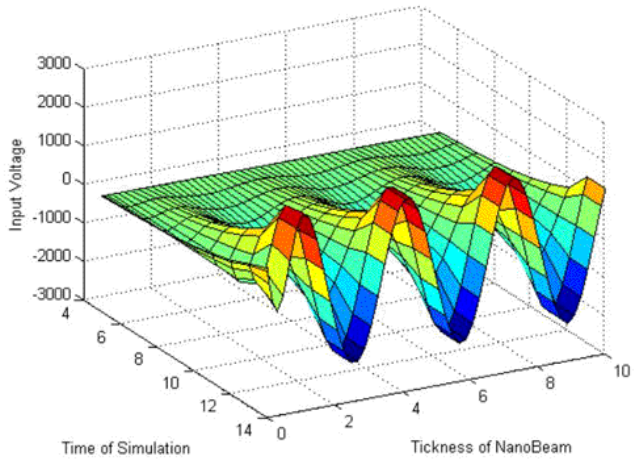
تغییرات را از خود نشان می‌دهد که این امر به دلیل مقاوم بدون کنترلر فازی در برابر اغتشاش است.

در عمل برای کاهش اثر اغتشاش بر ولتاژ ورودی راهکارهایی از جمله کاهش ضخامت تیر و یا استفاده از تیرهای هدفمند پیشنهاد می‌گردد. بدین منظور در این قسمت در شکل ۱۱ شبیه سازی جامع عددیی که جهت بررسی اثر ضخامت نانوعملگر بر روی ورودی کنترل صورت گرفته ارائه شده است.

همانطور که انتظار می‌رود با کاهش ضخامت، ولتاژ ورودی بشکل معناداری کاهش می‌یابد و بدین ترتیب می‌توان با انتخاب مناسب ضخامت نانوتیر از رسیدن به ولتاژ شکست نانوعملگر جلوگیری نمود.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش برای نخستین بار ردگیری نانوعملگر با اثر پیزوالکتریک معکوس براساس تئوری فلکسوالکتریک وابسته به اندازه مورد بررسی قرار گرفت. به کمک اصل همیلتون و با درنظر گرفتن غیرخطی‌گری فون-کارمن، معادلات حاکم بر نانوتیر پیزوالکتریک بعنوان نانو عملگر استخراج گردید. با استفاده از روش گلرکین، معادلات با مشتقات پاره‌ای حاکم، گسسته سازی گردید. معادلات حاصل به شکل معادلات دیفرانسیل معمولی بازنویسی شدند. سه کنترل کننده متفاوت برای ردگیری مسیر دو ورودی مرجع (سینوسی و پله) طراحی گردیدند. با توجه به نتایج شبیه‌سازی، نشان داده شد که در هر دو ورودی سینوسی و پله، کنترلر فازی نسبت به دو کنترلر دیگر در برابر اغتشاش اعمالی عملکرد مطلوب‌تری از خود نشان داد. همچنین دیده شد که با اعمال اغتشاش با دامنه بزرگ، به منظور ردگیری مسیر در کنترلرهای پسخورد حالت و پسخورد انتگرالی حالت نیاز به اعمال ولتاژ کنترلی بسیار زیاد می‌باشد که ممکن است از تحمل سیستم خارج باشد. حال آنکه بدلیل مقاوم بودن کنترلر فازی، اغتشاش ورودی اثر محسوسی بر ولتاژ ورودی کنترلر فازی ندارد. در انتها ملاحظه گردید می‌توان با کاهش ضخامت نانوتیر ولتاژ کنترل را کاهش و به ولتاژ مناسبی جهت جلوگیری از رسیدن به ولتاژ شکست نانو تیر دست یافت.



شکل ۱۱: ولتاژ ورودی نسبت به ضخامت نانوعملگر پیزوالکتریک

Fig. 11. Input voltage versus the nano actuator thickness during the simulation time

٦- فهرست علائم

علائم انگلیسی

D_i	بردار جابجایی الکتریکی، C/m^2
E_i	میدان الکتریکی، V/m
e_{ij}	تانسور کرنش، m/m
f	ضریب فلکسوالکتریک، C/m
u_i	بردارجابجایی، m

علائم یونانی

ε	ثابت دی‌الکتریک، C/Vm
λ	ثابت لامه، Pa
μ	ثابت لامه، Pa
μ_{ij}	تانسور تنش کوپل، Pa
σ	تانسور تنش کلاسیک، Pa
φ	پتانسیل الکتریکی، V/m^2

منابع

[1] H.G. Craighead, Nanoelectromechanical systems, Science, 290(5496) (2000) 1532-1535.

[2] P. Janphuang, R. Lockhart, N. Uffer, D. Briand, N.F. de Rooij, Vibrational piezoelectric energy harvesters based on thinned bulk PZT sheets fabricated at the wafer level, Sensors and Actuators A: Physical, 210 (2014) 1-9.

[3] S. Park, X. Gao, Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, Journal of Micromechanics and Microengineering, 16(11) (2006) 2355.

[4] Z.L. Wang, J. Song, Piezoelectric nanogenerators based on zinc oxide nanowire arrays, Science, 312(5771) (2006) 242-246.

[5] A. Lazarus, O. Thomas, J.-F. Deü, Finite element reduced order models for nonlinear vibrations of piezoelectric layered beams with applications to NEMS, Finite

Elements in Analysis and Design, 49(1) (2012) 35-51.

[6] M. Majdoub, P. Sharma, T. Cagin, Enhanced size-dependent piezoelectricity and elasticity in nanostructures due to the flexoelectric effect, Physical Review B, 77(12) (2008) 125424.

[7] F. Casadei, L. Dozio, M. Ruzzene, K.A. Cunefare, Periodic shunted arrays for the control of noise radiation in an enclosure, Journal of sound and vibration, 329(18) (2010) 3632-3646.

[8] W. Al-Ashtari, M. Hunstig, T. Hemsel, W. Sextro, Enhanced energy harvesting using multiple piezoelectric elements: theory and experiments, Sensors and Actuators A: Physical, 200 (2013) 138-146.

[9] P. Vettiger, M. Despont, U. Drechsler, U. Durig, W. Haberle, M.I. Lutwyche, H.E. Rothuizen, R. Stutz, R. Widmer, G.K. Binnig, The "Millipede"—More than thousand tips for future AFM storage, IBM Journal of Research and Development, 44(3) (2000) 323-340.

[10] T. Wu, Modeling and design of a novel cooling device for microelectronics using piezoelectric resonating beams, (2003).

[11] Z. Hao, B. Liao, An analytical study on interfacial dissipation in piezoelectric rectangular block resonators with in-plane longitudinal-mode vibrations, Sensors and Actuators A: Physical, 163(1) (2010) 401-409.

[12] Z.L. Wang, ZnO nanowire and nanobelt platform for nanotechnology, Materials Science and Engineering: R: Reports, 64(3-4) (2009) 33-71.

[13] K.-I. Park, S. Xu, Y. Liu, G.-T. Hwang, S.-J.L. Kang, Z.L. Wang, K.J. Lee, Piezoelectric BaTiO3 thin film nanogenerator on plastic substrates, Nano letters, 10(12) (2010) 4939-4943.

[14] S. Xu, Z.L. Wang, One-dimensional ZnO nanostructures: solution growth and functional properties, Nano Research, 4(11) (2011) 1013-1098.

[15] S.M. Tanner, J.M. Gray, C. Rogers, K.A. Bertness, N.A. Sanford, High-Q GaN nanowire resonators and oscillators, Applied Physics Letters, 91(20) (2007) 203117.

[16] P. Fei, P.-H. Yeh, J. Zhou, S. Xu, Y. Gao, J. Song, Y. Gu, Y. Huang, Z.L. Wang, Piezoelectric potential gated field-effect transistor based on a free-standing ZnO wire, Nano letters, 9(10) (2009) 3435-3439.

[17] J.H. He, C.L. Hsin, J. Liu, L.J. Chen, Z.L. Wang, Piezoelectric gated diode of a single ZnO nanowire, Advanced Materials, 19(6) (2007) 781-784.

[18] Q. Wan, Q. Li, Y. Chen, T.-H. Wang, X. He, J. Li, C. Lin, Fabrication and ethanol sensing characteristics of ZnO nanowire gas sensors, Applied Physics Letters, 84(18) (2004) 3654-3656.

[19] H. Tzou, Piezoelectric shells: Distributed sensing and control of continua: vol. 19, in, Springer Science & Business Media, 2012.

[20] B. Zheng, J. Yang, Vibration analysis of base structure on SINS using PZT actuators, Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 20(6) (2012) 901-913.

[21] J. Yang, The mechanics of piezoelectric structures, World Scientific, 2006.

[22] J. Yang, W. Zhang, A thickness□shear high voltage piezoelectric transformer, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 10(2) (1999) 105-121.

[23] J. Yang, H. Fang, Q. Jiang, Analysis of a ceramic bimorph piezoelectric gyroscope, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 10(6)

(1999) 459-473.

[24] J. Yang, Equations for the extension and flexure of a piezoelectric beam with rectangular cross section and applications, International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics, 9(4) (1998) 409-420.

[25] J. Yang, H. Xiang, Thermo-electro-mechanical characteristics of functionally graded piezoelectric actuators, Smart Materials and Structures, 16(3) (2007) 784.

[26] Y. Zhou, T.R. Nyberg, G. Xiong, S. Li, H. Zhou, Analysis of finite deformation of curved beams bonded with piezoelectric actuating layers, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 28(12) (2017) 1553-1564.

[27] Q. Wang, S. Quek, A model for the analysis of beams with embedded piezoelectric layers, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 13(1) (2002) 61-70.

[28] Q. Wang, S. Quek, Flexural vibration analysis of sandwich beam coupled with piezoelectric actuator, Smart Materials and Structures, 9(1) (2000) 103.

[29] H. Zeighampour, Y.T. Beni, Size-dependent vibration of fluid-conveying double-walled carbon nanotubes using couple stress shell theory, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 61 (2014) 28-39.

[30] H. Zeighampour, Y.T. Beni, Analysis of conical shells in the framework of coupled stresses theory, International Journal of Engineering Science, 81 (2014) 107-122.

[31] M.K. Zeverdejani, Y.T. Beni, The nano scale vibration of protein microtubules based on modified strain gradient theory, Current Applied Physics, 13(8) (2013) 1566-1576.

[32] L.-L. Ke, Y.-S. Wang, Z.-D. Wang, Nonlinear vibration of the piezoelectric nanobeams based on the nonlocal theory, Composite Structures, 94(6) (2012) 2038-2047.

[33] R. Ansari, V. Mohammadi, M.F. Shojaei, R. Gholami, S. Sahmani, Postbuckling characteristics of nanobeams based on the surface elasticity theory, Composites Part B: Engineering, 55 (2013) 240-246.

[34] W.G. Cady, Piezoelectricity: Volume Two: An Introduction to the Theory and Applications of Electromechanical Phenomena in Crystals, Courier Dover Publications, 2018.

[35] T. Mishima, H. Fujioka, S. Nagakari, K. Kamigaki, S. Nambu, Lattice image observations of nanoscale ordered regions in Pb (Mg1/3Nb2/3) O3, Japanese journal of applied physics, 36(9S) (1997) 6141.

[36] L.E. Cross, Flexoelectric effects: Charge separation in insulating solids subjected to elastic strain gradients, Journal of Materials Science, 41(1) (2006) 53-63.

[37] S. Baskaran, X. He, Q. Chen, J.Y. Fu, Experimental studies on the direct flexoelectric effect in α-phase polyvinylidene fluoride films, Applied Physics Letters, 98(24) (2011) 242901.

[38] G. Catalan, A. Lubk, A. Vlooswijk, E. Snoeck, C. Magen, A. Janssens, G. Rispens, G. Rijnders, D.H. Blank, B. Noheda, Flexoelectric rotation of polarization in ferroelectric thin films, Nature materials, 10(12) (2011) 963-967.

[39] G.-F. Wang, S.-W. Yu, X.-Q. Feng, A piezoelectric constitutive theory with rotation gradient effects, European Journal of Mechanics-A/Solids, 23(3) (2004) 455-466.

[40] A.R. Hadjesfandiari, Size-dependent piezoelectricity, International Journal of Solids and Structures, 50(18) (2013) 2781-2791.

[41] R. Maranganti, N. Sharma, P. Sharma, Electromechanical

coupling in nonpiezoelectric materials due to nanoscale nonlocal size effects: Green's function solutions and embedded inclusions, Physical Review B, 74(1) (2006) 014110.

[42] Z. Yan, L. Jiang, Size-dependent bending and vibration behaviour of piezoelectric nanobeams due to flexoelectricity, Journal of Physics D: Applied Physics, 46(35) (2013) 355502.

[43] A.R. Hadjesfandiari, G.F. Dargush, Couple stress theory for solids, International Journal of Solids and Structures, 48(18) (2011) 2496-2510.

[44] Y. Tadi Beni, Size-dependent electromechanical bending, buckling, and free vibration analysis of functionally graded piezoelectric nanobeams, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 27(16) (2016) 2199-2215.

[45] P. Wang, Feedback control of vibrations in a micromachined cantilever beam with electrostatic actuators, Journal of Sound and Vibration, 213(3) (1998) 537-550.

[46] F.M. Alsaleem, M.I. Younis, Stabilization of electrostatic MEMS resonators using a delayed feedback controller, Smart Materials and Structures, 19(3) (2010) 035016.

[47] F. Alsaleem, M.I. Younis, Integrity analysis of electrically actuated resonators with delayed feedback controller, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 133(3) (2011) 031011.

[48] S. Shao, K. Masri, M.I. Younis, The effect of time-delayed feedback controller on an electrically actuated resonator, Nonlinear Dynamics, 74(1-2) (2013) 257-270.

[49] M.S. Siewe, U.H. Hegazy, Homoclinic bifurcation and chaos control in MEMS resonators, Applied Mathematical Modelling, 35(12) (2011) 5533-5552.

[50] A. Seleim, S. Towfighian, E. Delande, E. Abdel-Rahman, G. Heppler, Dynamics of a close-loop controlled MEMS resonator, Nonlinear Dynamics, 69(1-2) (2012) 615-633.

[51] R. Vatankhah, A. Najafi, H. Salarieh, A. Alasty, Boundary stabilization of non-classical micro-scale beams, Applied Mathematical Modelling, 37(20-21) (2013) 8709-8724.

[52] Q.C. Nguyen, S. Krylov, Nonlinear tracking control of vibration amplitude for a parametrically excited microcantilever beam, Journal of Sound and Vibration, 338 (2015) 91-104.

[53] M. Komijani, J. Reddy, M. Eslami, Nonlinear analysis of microstructure-dependent functionally graded piezoelectric material actuators, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 63 (2014) 214-227.

[54] A. Jandaghian, O. Rahmani, An analytical solution for free vibration of piezoelectric nanobeams based on a nonlocal elasticity theory, Journal of Mechanics, 32(2) (2016) 143-151.