

Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 52(4) (2020) 227-230 DOI: 10.22060/mej.2018.14557.5886

Influences of Viscoelasticity and Streaming Potential on Surface Reaction Kinetics in Micro reactors

M. Fattahi¹, A. Sadeghi²*

¹Department of Chemical Engineering, Petroleum University of Technology, Abadan, Iran ² Mechanical Engineering Group, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran

ABSTRACT: The present study deals with investigating the influences of the streaming potential and a non-linear rheology of the carrier fluid on mass transport and surface reactions in heterogeneous microreactors. To this end, the Phan-Thien and Tanner viscoelastic model is used to predict the nonlinear behavior of the fluid. The governing equations are solved in a dimensionless form utilizing the finite-difference method for a non-uniform grid. The results show that the streaming potential effects are pronounced by increasing the ionic strength of the electrolyte and thickening the electric double layer. Upon magnifying these effects, the fluid velocity and, accordingly, the speed of analyte transfer to the downstream are lowered, thereby reducing the surface reaction rates. The streaming potential effects are so severe that may lead to a 100% increase in the saturation time at limiting conditions. Although the elasticity effects decrease the saturation time by increasing the fluid velocity near the wall, they are less important as compared to the streaming potential effects.

Review History:

Received: 4 Jun. 2018 Revised: 23 Sep. 2018 Accepted: 10 Nov. 2018 Available Online: 20 Nov. 2018

Keywords:

Viscoelasticity Streaming potential Microreactor Surface reactions

1-Introduction

Microreactors are among the main components of the modern lab-on-a-chip (LOC) devices. As compared with their macroscale counterparts, microreactors offer many unique advantages such as higher reaction rates [1].

The mass transport process in microreactors can be considered as a branch of solute dispersion with chemical reaction. By tracking the literature, one may come across the work of Taylor [2], as one of the landmark research works on solute dispersion. The first research work extending the dispersion problem to the situations including surface reactions was conducted by Sankarasubramanian and Gill [3].

Unlike the types of reactions occurred in chemical engineering-related fields, the reactions that take place in biological applications are usually reversible. One of the first attempts in modeling the reversible surface reactions was made by Glaser [4] who numerically investigated the kinetics of association and dissociation between a soluble analyte and an immobilized ligand.

Despite the fact that the biofluids being tested in LOCs show non-linear rheological behaviors, all the available studies pertinent to pressure-driven flow microreactors deal with Newtonian fluids. Moreover, although pressure-driven flow in micro geometries is subject to streaming potential effects, there is no study considering such effects. These gaps are filled in this study by considering the surface reaction rates in a microreactor of rectangular cross-section with a viscoelastic working fluid.

*Corresponding author's email: a.sadeghi@eng.uok.ac.ir

2- Problem Formulation

As shown in Fig. 1 and Table 1, H2 and H3 are heights of the The mass transport and surface reactions in a microreactor, shown schematically in Fig. 1, is numerically studied. The flow is considered to be fully developed and the rheological behavior of the fluid is assumed to be accurately represented by the Phan-Thien and Tanner (PTT) viscoelastic model. Moreover,



Fig. 1. Schematic representation of the microreactor under consideration including the reactive components



Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.



Fig. 2. Axial variations of dimensionless perimeter-averaged concentration of surface-bound analytes at different times

it is assumed that the liquid contains a fully dissociated and symmetric salt and the wall zeta potential is uniform. It can be shown that the dimensionless governing equations under these circumstances are given as

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} = K^2 \frac{\sinh \psi^*}{1 + 4\nu \sinh^2(\psi^*/2)} \tag{1}$$

$$\tau_{xz}^* = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial u^*}{\partial x^*}, \quad \tau_{yz}^* = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial u^*}{\partial y^*}$$
(2)

$$\Lambda = 1 + 2 \frac{\in We^2}{K^2} (\tau_{xz}^{*2} + \tau_{yz}^{*2})$$
(3)

$$\frac{1}{\Lambda} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) - \frac{1}{\Lambda^2} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial x^*} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \Lambda}{\partial y^*} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right)$$

= $-2 + GE_s^* K^2 \frac{\sinh \psi^*}{1 + 4\nu \sinh^2(\psi^*/2)}$ (4)

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial \Theta}{\partial z^*} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^{*2}} + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^{*2}}$$
(5)

$$\frac{\partial \Theta_{S}}{\partial t^{*}} = \Xi Da[\Theta_{w} (1 - \Theta_{S}) - K_{D} \Theta_{S}]$$
(6)



Fig. 3. Temporal variations of the dimensionless average concentration of surface-bound analytes at different values of G and K

In these equations, $x^* = \frac{x}{H}$, $y^* = \frac{y}{H}$, $z^* = \frac{z}{HPe}$, $\psi^* = \frac{Ze\psi}{k_BT}$, $K = H / \lambda_D$ with $\lambda_D = (2n_0e^2Z^2/\varepsilon k_BT)^{-1/2}$ being the Debye length, $\tau^* = H \tau / \mu u_{ref}$ with $u_{ref} = -H^2(\partial p / \partial z)/2\mu$ denoting

the reference velocity,
$$u^* = \frac{u_z}{u_{ref}}$$
, $G = 4e^2 Z^2 n_0^2 \lambda_D^2 / \mu \lambda_m$,
 $We = \lambda u_{ref} / \lambda_D$, $\Theta = \frac{c}{c_{in}}$, $\Theta_S = \frac{c_S}{c_{S0}}$, $t^* = \frac{Dt}{H^2}$, $\Xi = \frac{c_{in}H}{c_{S0}}$, $Da = \frac{k_a c_{S0}H}{D}$,
 $K_D = \frac{k_d}{k_a c_{in}}$, and

$$E_{S}^{*} = \frac{\int_{0}^{1} \int_{0}^{\alpha} \frac{u^{*} \sinh \psi^{*}}{1 + 4\nu \sinh^{2}(\psi^{*}/2)} dx^{*} dy^{*}}{\alpha}$$
(7)

where $\alpha = \frac{W}{H}$ In addition, the parameter ν is the steric factor. The set of the governing equations are solved numerically utilizing a finite-difference scheme for a non-uniform grid system subject to the pertinent boundary conditions including the prescribed zeta potential and zero velocity at the walls and the following coupling between the analyte concentration Θ and the concentration of the surface-bound analytes Θ_{c}

$$\frac{\partial \Theta}{\partial x^*}\Big|_{x^*=\alpha} = -\frac{1}{\Xi} \frac{\partial \Theta_S}{\partial t^*}, \frac{\partial \Theta}{\partial y^*}\Big|_{y^*=1} = -\frac{1}{\Xi} \frac{\partial \Theta_S}{\partial t^*}$$
(8)

Moreover, a uniform inlet concentration and a zero initial concentration are assumed.

3- Results and Discussion

The axial variations of dimensionless perimeter-averaged

concentration of surface-bound analytes at different times are illustrated in Fig. 2. in the beginning, the analytes only exist near the entrance; hence, the reaction only occurs in this region. Because of the high availability of the binding sites, the reaction takes place at a high rate, leading to the depletion of the solution. As time passes, the reaction rate decreases in the entrance. Furthermore, the analytes have sufficient time to reach higher axial positions. Hence, the region within which reaction occurs is extended to the downstream.

One of the main objectives of the present study is to examine the influences of the streaming potential on surface reaction rates. For a given channel, the influence of the streaming potential is dependent upon the parameters G and K. The former may be considered as the ratio of the ionic strength of the liquid to its viscosity. Hence, increasing G may be thought of as increasing the ionic strength for a given viscosity. Accordingly, it is anticipated to see lower velocities as a result of higher streaming potential effects. With increasing velocity, the analytes move slower and, hence, their presence decreases near the wall, especially at the downstream. Therefore, as observed in Fig. 3, the reaction rates decrease and more times are needed to reach the saturated state. This figure also demonstrates that a higher K is accompanied by a smaller saturation time. The reason is that the Electrical Double Layer (EDL) is thinner for a higher K, leading to lower streaming potential effects and, hence, higher fluid velocities.

It should be pointed out that the simulations showed that the saturation time is a decreasing function of both the fluid elasticity (only a weak dependence) and the steric factor but the results are not presented for the sake of brevity.

4- Conclusions

Mass transfer and surface reaction rates in a microreactor of rectangular cross-section were numerically studied. The main objective was to investigate the influences of the fluid elasticity and streaming potential on surface reaction rates. The set of the governing equations was solved utilizing a finite-difference scheme for a non-uniform grid. It was shown that the streaming potential effects may lead to significant reductions in the reaction rates. Moreover, although the saturation time was found to be a decreasing function of both the fluid elasticity and the steric factor, the impact of the former was found to be marginal.

References

- W. Ehrfeld, V. Hessel, H. Löwe, Microreactors: New Technology for Modern Chemistry, Wiley, Weinheim, 2000.
- [2] G. Taylor, Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly through a Tube, Proc. R. Soc. London, Ser. A, 219(1137) (1953) 186-203.
- [3] R. Sankarasubramanian, W.N. Gill, Unsteady Convective Diffusion with Interphase Mass Transfer, Proc. R. Soc. London, Ser. A, 333 (1973) 115-132.
- [4] R.W. Glaser, Antigen-antibody binding and mass transport by convection and diffusion to a surface: A twodimensional computer model of binding and dissociation kinetics, Anal. Biochem., 213(1) (1993) 152-161.

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر



نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۴، سال ۱۳۹۹، صفحات ۸۹۳ تا ۹۰۶ DOI: 10.22060/mej.2018.14557.5886

اثرات ویسکوالاستیسیته و پتانسیل جریانی بر واکنشهای سطح در میکرورآکتورها

مسلم فتاحی'، آرمان صادقی'*

۱ دانشکده مهندسی نفت آبادان، دانشگاه صنعت نفت، آبادان، ایران ۲گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه کردستان، سنندج، ایران

تاریخچه داوری: دریافت: ۱۳۹۷/۰۳/۱۴ بازنگری: ۱۳۹۷/۷/۰۱ پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۱۹ ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۰۸/۲۹

> کلمات کلیدی: ویسکوالاستیسیته پتانسیل جریانی میکرورآکتور واکنشهای سطح

خلاصه: بسیاری از سیالات زیستی مورد بررسی در آزمایشگاههای روی تراشه رفتاری غیرخطی دارند. همچنین به علت اندازه بسیار کوچک مجاری موجود در اجزای مختلف آزمایشگاههای روی تراشه، همانند میکرورآکتورها و میکروهمزنها، جریان فشار –محرک مایعات در این اجزا با پدیده پتانسیل جریانی همراه خواهد بود که تمایل به کاهش سرعت سیال دارد. تحقیق حاضر به بررسی اثرات پتانسیل جریانی و رفتار غیرنیوتنی سیال حامل بر انتقال جرم و واکنشهای سطح در میکرورآکتورهای ناهمگن میپردازد. در این راستا از مدل ویسکوالاستیک پی–تی–تی برای پیشبینی رفتار غیرخطی سیال استفاده میشود. معادلات حاکم در حالت بدون بعد به وسیله روش تفاضل محدود بر اساس شبکهبندی غیریکنواخت حل میشوند. نتایج نشان می دهند که اثرات پتانسیل جریانی با افزایش قدرت یونی الکترولیت و افزایش ضخامت دولایه الکتریکی تقویت میشود. نتایج نشان می دهند که اثرات پتانسیل جریانی با افزایش آن سرعت انتقال آنالیت به پاییندست میکرورآکتور شده و در نهایت منجر به کاهش نرخ واکنشهای سطح میشود. اثرات پتانسیل جریانی چنان شدید است که در حالات حدی ممکن است باعث افزایش ۱۰۰ درصدی زمان رسیدن سطح به حالت اشباع شود. اگرچه آن سرعت انتقال آنالیت به پاییندست میکرورآکتور شده و در نهایت منجر به کاهش نرخ واکنشهای سطح میشود. اثرات پتانسیل جریانی چنان شدید است که در حالات حدی ممکن است باعث افزایش ۱۰۰ درصدی زمان رسیدن سطح به حالت اشباع شود. اگرچه الاستیسیته با افزایش سرعت سیال در نزدیکی جدار منجر به کاهش زمان اشباع میشود، با این وجود اثرات آن بسیار کمتر از اثرات

۱- مقدمه

در سالهای اخیر، سامانههای میکروالکترومکانیکی^۱ به خاطر کاربردهای وسیع مخصوصاً در صنایع درمانی و بیولوژیکی که ابزارهای ریزسیالشی به نام آزمایشگاههای-روی-تراشه (آزروشه)^۲ در حال توسعه هستند، محبوبیت زیادی پیدا کردهاند [۳–۱]. آزروشهها ریزآزمایشگاههایی بر روی یک ریزتراشه میباشند که برای تشخیصهای بالینی مورد استفاده قرار می گیرند. مزایای اصلی این دستگاهها سهولت استفاده، سرعت تجزیه و تحلیل بالا و مصرف کم نمونه است [۴].

میکرور آکتورها یکی از اجزای اصلی آزروشهها هستند که در مقایسه با همتایانشان در مقیاس متعارف دارای ویژگیهای منحصر به فردی هستند. به عنوان نمونه، کاهش طول مشخصه در این وسیلهها باعث افزایش گرادیان غلظت میشود که در واقع نیروی محرکه انتقال جرم است. همچنین، نسبت سطح به حجم بالا در مقیاس میکرو باعث افزایش سرعت واکنشهای سطح

1 Micro-Electro-Mechanical-Systems (MEMS)

2 Lab-on-a-Chip (LOC)

به افزایش اندازه آنها. بنابراین، انعطاف پذیری بیشتری در زمینه پاسخ به تقاضای ت متغیر بدست میآید زیرا، در صورت نیاز، به راحتی تعداد معینی از سیستمها ی میتوانند خاموش شوند یا سیستمهای بیشتری به واحد تولیدی اضافه شوند د. [۵]. و میکرورآکتورها بطورکلی به دو دسته همگن و ناهمگن تقسیم میشوند

می شود. از آن گذشته، افزایش کارایی در واحدهای مبتنی بر میکرورآکتورها

بوسيله رويكرد افزايش تعداد ميكرورآكتورها اتفاق مىافتد نه به وسيله

که در میکرورآکتورهای همگن واکنش در فاز محلول اتفاق میافتد اما در مورد ناهمگن، یکی از واکنشگرها روی یک سطح جامد ثابت شده و دیگر واکنشدهندهها به وسیله سیال حامل به سطح نزدیک میشوند [۶]. در هر دو مورد، فرایند انتقال جرم را میتوان به عنوان زیر مجموعهای از مسئله پراکندگی حل شونده با واکنش شیمیایی درنظر گرفت. با مرور پیشینه این موضوع، در مورد پراکندگی حل شونده در محلول به یکی از تحقیقات برجسته انجام شده بوسیله تیلور [۷] روبرو می شویم. تیلور در سال ۱۹۵۳، روشی را برای بررسی تغییرات محوری غلظت متوسط در داخل یک کانال دایرهای

ت محقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) هر او این ماه قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس bttps://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode

^{*} نویسنده عهدهدار مکاتبات: a.sadeghi@eng.uok.ac.ir

ارائه نمود که این روش و همچنین نمونههای پیشرفتهتر آن که بوسیله محققان دیگری ارائه شدهاند [۱۰–۸] به عنوان تئوری پراکندگی تیلور شناخته میشود. اولین کار در زمینه تعمیم مسئله پراکندگی به شرایطی که در سطح واکنش انجام میشود توسط سوبرامانیان و گیل انجام شده است (۱۱]. این محققین، یک حل تحلیلی را برای پراکندگی امتزاج پذیر در جریان لایهای داخل لولههای مدور در حضور یک واکنش درجه اول برگشت ناپذیر در جدارههای کانال توسعه دادند.

برخلاف انواع واکنشهایی که معمولاً در تحقیقات مرتبط با مهندسی شیمی صورت می گیرد، واکنشهایی که در کاربردهای بیولوژیکی اتفاق میافتد عمدتاً برگشتپذیر هستند. یکی از اولین تلاشها در مدلسازی واکنشهای سطحی برگشتپذیر در دستگاههای بیولوژیکی توسط گلیسر انجام شد [۱۲]. او بصورت عددی سینتیک اتصال و تفکیک بین آنالیت حل شده در سیال و یک لیگاند ثابت بر روی سطح را بررسی کرد. این کار به وسیله کارهای تحقیقاتی دیگری بر روی واکنشهای سطحی در وسیلههای بیولوژیکی ریزسیالشی، هم به روشهای تئوری [۱۳–۶ و ۱۵] و هم تجربی ا ما –۱۶]، ادامه داده شده است.

در تمامی تحقیقات انجام شده در زمینه میکرورآکتورهای بیولوژیکی فشار-محرك اثرات رفتار رئولوژيك غيرخطي سيال حامل ناچيز فرض شده است. این در حالیست که بسیاری از سیالات زیستی مورد بررسی در آزروشهها دارای رفتاری ویسکوالاستیک هستند [۱۹]. به علاوه، جریان مایعات در ميكروكانالها الزاماً تحت تأثير اثرات الكتروسينتيك است؛ بدين صورت كه جداره کانال در تماس با سیال با آن یون مبادله می نماید که منجر به تجمع یونها در داخل سیال و در نزدیکی جدار جهت خنثی شدن بار الکتریکی آن می شود. تجمع یون ها در نزدیکی جدار منجر به ایجاد یک ناحیه ی دارای بار الکتریکی خالص می گردد که دو لایه الکتریکی نامیده می شود [۲۰]. جریان سیال منجر به تجمع یون های موجود در دولایه الکتریکی در انتهای کانال می شود که در نهایت به ایجاد یک اختلاف پتانسیل بین دو سر کانال، معروف به پتانسیل جریانی، میانجامد. میدان الکتریکی متناظر با پتانسیل جریانی با اثر گذاری بر روی یون ها منجر به ایجاد یک نیروی بازدارنده در مقابل حرکت سیال می شود که به کاهش سرعت جریان می انجامد. با وجود اهمیت اثرات پتانسیل جریانی، این پدیده نیز در مطالعات مربوط به میکرورآکتورها مورد توجه قرار نگرفته است.

در تحقیق حاضر برای اولین بار به اثرات ویسکوالاستیسیته و پتانسیل

1 Electrical Double Layer (EDL)

جریانی بر روی واکنشهای سطح در میکرورآکتورهای بیولوژیکی ناهمگن فشار–محرک پرداخته میشود. جهت مدلسازی رفتار ویسکوالاستیک سیال از مدل پی–تی–تی^۲ استفاده میشود. سطح مقطع میکرورآکتور به صورت مستطیلی در نظر گرفته شده و جریان سیال توسعه یافته فرض میشود. حل معادلات در حالت بدون بعد توسط روش تفاضل محدود صورت میگیرد و در ادامه تأثیر ضخامت نسبی دولایه الکتریکی، رفتار رئولوژیک سیال و قدرت یونی الکترولیت بر سینتیک واکنشهای سطح مورد بررسی قرار میگیرد.

۲- پیکربندی مسئله

در این تحقیق انتقال ذرات از لحاظ الکتریکی خنئی در یک میکروراً کتور ناهمگن با سطح مقطع مستطیلی و اتصال آن با سایتهای ثابتشده بر جداره مورد بررسی قرار می گیرد. شماتیک مسئله به همراه سیستم مختصات و دیگر جزئیات در شکل ۱ نشان داده شده است. فرض می شود که سیال حامل یک سیال زیستی با رفتار رئولوژیکی ویسکوالاستیک قابل توصیف بوسیله مدل پی-تی-تی است. همچنین فرض می شود که این سیال دارای خواص ترموفیزیکی ثابت است و حاوی یک نمک متقارن است که به گونههای آنیون وکاتیون تجزیه شده است. پتانسیل زتای جداره نیز ثابت و یکنواخت درنظر گرفته می شود به این معنی که تغییرات احتمالی ویژگیهای سطحی به دلیل مکانیزم جذب و دفع ناچیز فرض می شود. همچنین از تغییرات لزجت سیال بر اثر غیریکنواختی غلظت یونی صرفنظر می شود. از آنجایی که طول ورودی هیدرودینامیکی جریانهای با عدد رینولدز کوچک فقط کسر ناچیزی از قطر هیدرولیکی کانال است، جریان بطور کامل توسعه مانعه در نظر گرفته می شود. باتوجه به تقارن، تحلیل به یک چهارم سطح مانه در نظر گرفته می شود. باتوجه به تقارن، تحلیل به یک چهارم سطح

۲- ۱- توزيع پتانسيل الکتريکي

پتانسیل الکترواستاتیکی φ در هر نقطه از کانال حاصل اعمال پتانسیل خارجی در امتداد کانال Φ و پتانسیل دولایه الکتریکی ψ است. تحت شرایط توسعه یافته هیدرودینامیکی $\psi = \psi(x, y) = \psi$ و بنابراین φ بصورت زیر داده می شود:

$$\varphi(x, y, z) = \Phi(z) + \psi(x, y) \tag{1}$$

² Phan-Thien and Tanner (PTT)



شکل ۱: شماتیک میکرورآکتور؛ (الف) نمای سطح مقطعی شامل دو لایههای الکتریکی بین جداره داخلی کانال و خطوط هاشور و (ب) نمای جانبی شامل اجزای واکنش دهنده

Fig. 1. Schematic representation of the microreactor; (a) transverse view including the EDLs between the channel inner wall and the dashed lines and (b) lateral view containing the reactive components

پتانسیل الکترواستاتیکی به وسیله معادلهی پواسون با دانسیته بار خالص در هر نقطه از محلول مرتبط می شود [۲۱]: $abla^2 \varphi = - \frac{\rho_e}{\varepsilon}$ (۲)

در این معادله ۶ ثابت گذردهی می باشد. به منظور محاسبه ی دانسیته ی بار ابتدا باید توزیع یونی محاسبه شود. از آنجایی که ما با شرایط توسعه یافته هیدرودینامی کی مواجه هستیم غلظت گونه یونیام با استفاده از توزیع بولتزمن حاصل می شود [۲۱]:

$$n_i = \frac{n_0 e^{\left(-\frac{Z_i e\psi}{k_B T}\right)}}{1 + 4\nu \sinh^2\left(\frac{Z e\psi}{2k_B T}\right)} \tag{(7)}$$

، در این معادله پارامترهای ج ${\rm T}$ ،
e ، Z، $k_{_B}$ رامترهای بارامترهای
 T ، در این معادله پارامترهای د

عدد والانس یون، بار پروتون، دمای مطلق و غلظت یون در شرایط خنثی میباشند. همچنین پارامتر v نمایانگر فاکتور فضایی است که اهمیت اندازه یون را در توزیع آن نشان میدهد و به صورت $n_{.} = v = b^{r} n_{.}$ تعریف می شود که در آن d اندازه مؤثر یونی است. دانسیته یبار برای یک محلول متقارن که برای آن میتوان نوشت $Z_{-} = Z_{-} = Z_{-}$ به صورت زیر میباشد [۲۲]:

$$\rho_e = Ze(n_+ - n_-) = \frac{\sinh(\frac{Ze\psi}{k_BT})}{-2n_0 Ze} \frac{\sinh(\frac{Ze\psi}{k_BT})}{1 + 4\nu \sinh^2(\frac{Ze\psi}{2k_BT})}$$
(*)

با جایگذاری عبارت دانسیته بار در معادله (۲) و بی بعد کردن آن با توجه به معادله (۱) و همچنین این نکته که Φ یک تابع خطی از مختصه محوری است، رابطه زیر به دست می آید:

$$\frac{\partial^2 \psi^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \psi^*}{\partial y^{*2}} =$$

$$K^2 \frac{\sinh \psi^*}{1 + 4\nu \sinh^2(\psi^*/2)}$$
(δ)

 $K = H / \lambda_D g \ y^* = \frac{y}{H} \ x^* = \frac{x}{H} \ \psi^* = \frac{Ze\psi}{k_BT}$ در این معادله $\lambda_D = (rn.e^r Z^r / \varepsilon k_B T)^{-\sqrt{r}}$ پارامتر بی بعد دبای – هاکل است که در آن $\sqrt{r} - (rn.e^r Z^r / \varepsilon k_B T)^{-\sqrt{r}}$ مقدار طول دبای را نشان می دهد که معیاری از ضخامت دو لایه است. معادله پتانسیل الکتریکی بی بعد، معادله (۵)، تحت شرایط مرزی بی بعد زیر حل می شود.

$$\frac{\partial \psi^*}{\partial x^*}\Big|_{x^*=0} = \frac{\partial \psi^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0} = 0,$$
(5)

$$\left.\psi^*\right|_{x^*=lpha} = \psi^*\right|_{y^*=1} = \zeta^*$$

So a constraint $\alpha = \frac{W}{H}$ is a constraint of α in the second second

۲– ۲– توزیع سرعت

چگونگی تبادل مومنتوم در داخل جریان بوسیله معادل کوشی بیان می شود که به صورت زیر است [۱۹]:

$$\rho \frac{D\boldsymbol{u}}{Dt} = -\nabla p + \nabla_{\boldsymbol{\cdot}} \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{F}$$
(Y)

در این معادله ρ دانسیتهی سیال، p فشار، τ تانسور تنش و F بردار نیروهای حجمی است. نیروی حجمی برای مسئله حاضر به وسیله $P_{e}E$ داده می شود که در آن E میدان الکتریکی است. در شرایط توسعه یافته، اثرات مؤلفه های سرعت عرضی نسبت به سرعت محوری ناچیز است؛ بنابراین، با توجه به معادله پیوستگی که به صورت $\cdot = \mathbf{u}$ است، بردار سرعت به فرم $[(x, y)] = \mathbf{u}$ در می آید. با یادآوری این که برای جریان توسعه یافته پایا $\frac{Du}{Dt}$ ، معادله مومنتوم در جهت محوری به فرم زیر ساده می شود:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \rho_e E_s \tag{A}$$

که در آن گرادیان فشار محوری فقط ناشی از اختلاف فشار اعمالی به دو سر کانال است چرا که فشار اسمزی، به دلیل اینکه در جهت محوری گرادیان غلظت یونی وجود ندارد، صفر است. همچنین E_s میدان الکتریکی ایجاد شده توسط پتانسیل جریانی است و بنابراین، با توجه به وابستگی آن به جریان، نامشخص است. برای به دست آوردن E_s توجه به این نکته ضروری است که در حالت پایا جریان الکتریکی عبوری از هر سطح مقطح ضروری است که در حالت پایا جریان الکتریکی عبوری از هر سطح مقطح برای تداوم جریان وجود ندارد. چنین چیزی بدین معنی است که جریان ناشی از E_s ، که در اینجا با M نشان داده می شود، با جریان ایجاد شده توسط جریان سیال I_s بالانس می شود یعنی

$$I = I_S + I_M = 0 \tag{9}$$

برای
$${I}_{M}$$
و ${I}_{S}$ میتوان نوشت [۲۳]:

$$I_{s} = 4 \int_{0}^{H} \int_{0}^{W} u_{z} \rho_{e} dx dy \qquad (1)$$

$$I_M = 4\lambda_m E_S HW \tag{11}$$

در رابطه (۱۱) پارامتر λ_m نمایانگر هدایت الکتریکی میانگین در سطح مقطع کانال است. با جایگذاری رابطه (۴) در معادله (۱۰) و جایگذاری معادله حاصل و رابطه (۱۱) در معادله (۹) و بدون بعد سازی به دست میآوریم:

$$E_{s}^{*} = \frac{\lambda_{m}E_{s}}{2eZn_{0}u_{ref}} = \frac{\int_{0}^{1}\int_{0}^{\alpha}\frac{u^{*}\sinh\psi^{*}}{1+4v\sinh^{2}(\psi^{*}/2)}dx^{*}dy^{*}}{\alpha} \qquad (17)$$

که در آن
$$u_{ref}^* = -H^r(\partial p / \partial z) / r\mu$$
 و $u^* = \frac{u_z}{u_{ref}}$ سرعت مرجع است.
قدم بعدی تعیین اجزای تانسور تنش در معادله (۸) است که لازمه آن

مشخص بعدی عیی جربی مسور عس در معدی (۲۰) مست که این مؤلفههای مشخص بودن رئولوژی سیال است. میتوان نشان داد که این مؤلفههای تنش برای مدل پی-تی-تی به صورت زیر هستند [۱۹]:

$$\tau_{xz} = \frac{\mu}{\Lambda} \frac{\partial u_z}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = \frac{\mu}{\Lambda} \frac{\partial u_z}{\partial y}$$
(17)

که در آن μ ضریب لزجت بوده و Λ تابع ضریب تنش است که به صورت زیر داده می شود:

$$\Lambda = 1 + 2 \frac{\in \lambda^2}{\mu^2} (\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2)$$
(14)

در معادله (۱۴) پارامترهای $\exists e$ و λ به ترتیب نمایانگر ضریب کشش e زمان آسایش سیال هستند. با جایگذاری مؤلفهای تنش از رابطه (۱۳) در رابطه (۸) خواهیم داشت:

$$0 = -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho_e E_s + \frac{\mu}{\Lambda} \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial y^2} \right) - \frac{\mu}{\Lambda^2} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial x} \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial \Lambda}{\partial y} \frac{\partial u_z}{\partial y} \right)$$
(10)

$$\tau_{xz}^* = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial u^*}{\partial x^*}, \quad \tau_{yz}^* = \frac{1}{\Lambda} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \tag{19}$$

$$\Lambda = 1 + 2 \frac{\in W e^2}{K^2} (\tau_{xz}^{*2} + \tau_{yz}^{*2})$$
(19)

$$\frac{1}{\Lambda} \left(\frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} \right) - \frac{1}{\Lambda^2} \left(\frac{\partial \Lambda}{\partial x^*} \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial \Lambda}{\partial y^*} \frac{\partial u^*}{\partial y^*} \right) =$$

$$-2 + GE_s^* K^2 \frac{\sinh \psi^*}{1 + 4\nu \sinh^2(\psi^*/2)}$$
(1A)

 $G = \operatorname{Fe}^{r} Z^{r} n_{.}^{r} \lambda_{D}^{r} / \mu \lambda_{m} \quad e^{*} = H \tau / \mu u_{ref} \, u_{ref}$ که در آنها $\mathcal{M}_{ref} = H \tau / \mu u_{ref}$ همچنین \mathcal{A}_{D} نمایانگر عدد وایزنبرگ است که معیاری از میزان الاستیسیته سیال است. لازم به ذکر است که جملات سمت راست معادله (۱۸) به ترتیب از بی بعد سازی گرادیان فشار و نیروی حجمی الکتروسینتیکی در معادله (۱۵) ناشی شدهاند. واضح است که روابط (۱۲) و (۱۶) تا (۱۸) کوپل بوده و بنابراین می بایست به صورت همزمان با در نظر

$$\frac{\partial u^*}{\partial x^*}\Big|_{x^*=0} = \frac{\partial u^*}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0} = 0,$$

$$u^*\Big|_{x^*=\alpha} = u^*\Big|_{y^*=1} = 0$$
(19)

لازم به ذکر است که، با وجود ابعاد بسیار کوچک ابزار مورد بررسی، در معادله (۱۹) از شرط مرزی عدم لغزش استفاده شده است. علت این است که عدد نادسن، که به عنوان معیار اعتبار فرض محیط پیوسته و شرایط مرزی عدم لغزش استفاده میشود، به علت کوچکی فاصله بین مولکولی در مایعات (از مرتبه آنگستروم) بسیار کوچکتر از مقدار آستانه ۰/۰۰۱ برای آغاز انحراف از شرایط مرزی عدم لغزش است [۲۴].

۲- ۳- توزيع غلظت

درک اولیهای از مکانیزم واکنش برای توسعه معادلات انتقال جرم در یک میکرورآکتور ضروری است. در مکانیزم معمول جذب – دفع، سه جزء در واکنش وجود دارد. اولین جزء در واقع نمونهای است که به کانال تزریق میشود که آنالیت نام دارد و غلظت آن در اینجا با نشان داده میشود. آنالیتها تنها جزء موجود در سیال حامل هستند. همچنین نمونههایی با ویژگیهای معلوم با غلظت $_s$ بر روی سطح قرار میگیرند که آنها را سایتهای اتصال دهنده گویند و، درنهایت، آنالیتهایی را که با سایتهای اتصال دهنده پیوند برقرار میکنند آنالیتهای جذب شده گویند که غلظت آنها را با $_s$ نشان می دهیم. معادله حاکم بر انتقال آنالیت بصورت زیر است:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \nabla .(\boldsymbol{u}c) = \nabla .(D\nabla c) \tag{(Y \cdot)}$$

که در آن D ضریب نفوذ آنالیت است. شرایط مرزی مربوط به معادله ی (۲۰) شامل تقارن در صفحات میانی کانال، شرایط ورودی معلوم با غلظت c، شامل تقارن در صفحات میانی کانال، شرایط ورودی معلوم با غلظت c_{in} در خروجی و برابری شار جرمی آنالیت در دیواره و نرخ افزایش غلظت آنالیتهای جذب شده است که آخری به صورت زیر بیان می شود [۱۵]:

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} = -D\nabla c.\hat{N} = -D\frac{\partial c}{\partial N} \tag{(1)}$$

در این معادله \widehat{N} جهت نرمال به سمت خارج دیواره و \widehat{N} بردار واحد

$$\frac{\partial \Theta_{S}}{\partial t^{*}} = \Xi Da[\Theta_{w} (1 - \Theta_{S}) - K_{D}\Theta_{S}]$$
(Y9)

در این معادله Da و $K_{_D}$ به ترتیب عدد دامکوهلر و ثابت تعادل سینتیکی هستند که به فرم زیر داده میشوند:

$$Da = \frac{k_a c_{s_0} H}{D}, \quad K_D = \frac{k_d}{k_a c_{in}} \tag{(7.)}$$

با فرض اینکه در زمان صفر غلظت اولیه صفر باشد، شرایط اولیه بدون بعد برای معادلهی (۲۹) به صورت زیر میباشد:

$$\Theta_S \big|_{t^*=0} = 0 \tag{(71)}$$

مجموعهی معادلات حاکم به همراه شرایط اولیه و مرزی با استفاده از روش تفاضل محدود حل می گردند. جزئیات حل عددی مربوطه در بخش ۲–۴ ارائه شده است. پس از محاسبهی میدان غلظت، پارامترهای فیزیکی مورد نظر قابل محاسبه هستند. یکی از اصلی ترین پارامترها در مقالات بیوشیمی غلظت متوسط محیطی آنالیتهای جذب شده می باشد. فرم بدون بعد این پارامتر بصورت زیر ارائه می شود:

$$\Theta_{S,pav}(z^{*},t^{*}) = \frac{\int_{0}^{1} \Theta_{S}|_{x^{*}=\alpha} dy^{*} + \int_{0}^{\alpha} \Theta_{S}|_{y^{*}=1} dx^{*}}{1+\alpha}$$
(37)

پارامتر مهم دیگر متوسط مقداری Θ_s برروی کل سطح کانال میباشد که بصورت زیر بیان می گردد:

$$\Theta_{S,av}(t^*) = \frac{\int_{0}^{L^*} \Theta_{S,pav} dz^*}{L^*}$$
(MW)

درجهت N میباشد. به طور معمول، سمت چپ معادله (۲۱) به c_s ، و c_s ، و N میاند [۱۵] در مجاورت جدار c_w بصورت زیر ارتباط مییابد [۱۵]:

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} = k_a c_w \left(c_{S0} - c_S \right) - k_d c_s \tag{YY}$$

در این معادله k_a و k_a به ترتیب نرخهای همبستگی و تفکیک را نشان میدهند. غلظت آنالیت و از طریق معادلات (۲۱) و (۲۲) به همدیگر وابسته هستند. با فرض ضریب نفوذ ثابت برای آنالیت، معادله بقای بدون بعد آنالیت برای جریان توسعه یافته پایا به همراه شرایط اولیه و مرزی مربوطه به صورت زیر درمیآیند:

$$\frac{\partial \Theta}{\partial t^*} + u^* \frac{\partial \Theta}{\partial z^*} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial y^{*2}} + \frac{1}{Pe^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^{*2}}$$
(YY)

$$\Theta\Big|_{t^*=0} = \frac{\partial \Theta}{\partial x^*}\Big|_{x^*=0} = \frac{\partial \Theta}{\partial y^*}\Big|_{y^*=0} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^{*2}}\Big|_{z^*=L^*} = 0$$
(74)

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial x^*} \right|_{x^* = \alpha} = -\frac{1}{\Xi} \frac{\partial \Theta_S}{\partial t^*} \tag{Ya}$$

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial y^*} \right|_{y^*=1} = -\frac{1}{\Xi} \frac{\partial \Theta_S}{\partial t^*} \tag{179}$$

$$\Theta\big|_{z^*=0,t^*\succ 0} = 1 \tag{YY}$$

که

$$\Theta = \frac{c}{c_{in}}, \quad \Theta_S = \frac{c_S}{c_{S0}}, \quad t^* = \frac{Dt}{H^2},$$

$$z^* = \frac{z}{HPe}, \quad Pe = \frac{Hu_{ref}}{D}, \quad \Xi = \frac{c_{in}H}{c_{S0}}, \quad L^* = \frac{L}{HPe}$$
(YA)

در این معادلات L طول کانال، Pe عدد پکلت و Ξ ظرفیت جذب نسبی را نشان میدهند. فرم بدون بعد معادلهی (۲۲) نیز به صورت زیر است:

۲- ۴- حل عددی

مجموعهی معادلات حاکم به همراه شرایط اولیه و مرزی با استفاده از روش تفاضل محدود حل شد. به دلیل گرادیانهای زیاد پتانسیل الکتریکی در نزدیکیهای جدار، لازم است که گرههای بیشتری در این نواحی قرار گیرد. همچنین در مراحل اولیه واکنش گرادیان غلظت در ابتدای کانال بسیار

بیشتر از دیگر نواحی است و بنابراین فاصله بین گرهها در این نواحی نیز باید کمتر باشد. جهت ریز کردن شبکه محاسباتی در نواحی ذکر شده از نگاشتهای زیر استفاده گردید [۲۵]:

$$\widehat{x} = \frac{\ln\left[\left(\beta + \frac{x^*}{W^*}\right) \middle/ \left(\beta - \frac{x^*}{W^*}\right)\right]}{\ln\left[(\beta + 1)/(\beta - 1)\right]} \tag{(34)}$$

$$\widehat{y} = \frac{\ln\left[\left(\beta + \frac{y^*}{H^*}\right) / \left(\beta - \frac{y^*}{H^*}\right)\right]}{\ln\left[(\beta + 1) / (\beta - 1)\right]} \tag{Ya}$$

$$\widehat{z} = 1 - \frac{\ln\left[\left(\beta_z + 1 - \frac{z^*}{L^*}\right) / \left(\beta_z - 1 + \frac{z^*}{L^*}\right)\right]}{\ln\left[\left(\beta_z + 1\right) / \left(\beta_z - 1\right)\right]}$$
(3.8)

اتساع در جهات عرضی و β_z پارامتر اتساع در جهت محوری است. با استفاده از تبدیلات (۳۴) تا (۳۶) با ایجاد یک شبکه بندی یکنواخت در فضای محاسباتی $\widehat{x} - \widehat{y} - \widehat{z}$ میتوان به یک شبکه بندی غیریکنواخت در فضای فیزیکی دست یافت. بدین منظور، معادلات حاکم و شرایط مرزی مربوطه با استفاده از تبدیلات ذکر شده به فضای محاسباتی منتقل شدند. سپس معادلات حاکم تبدیل یافته با استفاده از روش تفاضل مرکزی برای مشتقات مکانی و روش تفاضل پیشرو برای مشتقات زمانی گسسته شده و معادلات جبری حاصل با بهره گیری از الگوریتم ماتریس سه قطری حل شدند. معیار نسبی همگرایی برای همه معادلات برابر $^{-v}$ قرار گرفت. در ابتدا میدانهای پتانسیل الکتریکی و سرعت با استفاده از یک شبکه محاسباتی ۱۰۰ در ۱۰۰ حل شدند. به علت وابستگی گرادیان پتانسیل الکتریکی به پارامتر K، پارامتر اتساع در جهات عرضی برای میدانهای پتانسیل الکتریکی و سرعت به صورت eta = 1 + 1/(rK) در نظر گرفته K شد. از آنجا که گرادیان های عرضی در میدان غلظت چندان به پارامتر وابسته نیستند، مقدار ثابت ۱/۱ برای eta در نظر گرفته شد. به همین دلیل و همچنین توجه به این مسئله که به علت هزینه محاسباتی بسیار سنگین حل معادلات غلظت امکان استفاده از ۱۰۰ گره در جهات عرضی مقدور نبود، دادههای میدان سرعت با استفاده از الگوریتم میانیابی دو خطی به گرههای محاسباتی میدان غلظت منتقل شدند. همچنین پارامتر eta_z برابر ۱/۲ قرار

گرفت و با انجام تحلیل وابستگی به مش و وابستگی به تعداد فواصل زمانی برای میدان غلظت مشخص شد که استفاده از ۴۰ گره در جهات عرضی، ۸۰ گره در جهت محوری و ۸۰ فاصله زمانی از زمان تزریق تا اشباع برای اخذ نتایج دقیق کافی است. از آنجا که نرخ واکنش در زمانهای کوچک بزرگتر است، جهت رسیدن به دقت بالاتر، فواصل زمانی ابتدایی کوچکتر در نظر گرفته شدند طوری که نسبت دو فاصله زمانی پیاپی برابر ۲/۰۳ در نظر گرفته شد.

۲– ۵– اعتبار سنجی

از آنجا که هیچ کدام از کارهای موجود به طور دقیق منطبق با کار حاضر نیست، جهت اعتبار سنجی مدلسازی از حلهای تحلیلی ارائه شده یا قابل ارائه برای حالتهای خاص استفاده مینماییم. در این راستا، جهت بررسی مدلسازی صحیح رفتار ویسکوالاستیک سیال از حل تحلیلی ارائه شده توسط اولیویرا و پینهو برای جریان توسعه یافته سیال پی-تی-تی در کانال دو صفحه موازی در غیاب اثرات الکتروسینتیک استفاده میکنیم [۲۶]. این محققین رابطه زیر را برای سرعت متوسط بدون بعد جریان ارائه نمودند:

$$u_m^* = \frac{2}{3} + \frac{16}{5} \in We^2 \tag{(YY)}$$

لازم به ذکر است که اولیویرا و پینهو در تعریف عدد بدون بعد وایزنبرگ از مقیاس طولی H استفاده نمودهاند در حالی که در تحقیق حاضر از \mathcal{A}_{D} استفاده شده است. بنابراین مقایسه صحیح فقط برای حالتی ممکن است که H برابر \mathcal{A}_{D} در نظر گرفته شود و این یعنی 1 = X. با در نظر گرفتن این مقدار و انتخاب = G جهت حذف اثرات پتانسیل جریانی و همچنین اعمال ۱۰۰۰۰ = α جهت حذف اثرات جدارههای جانبی، مقایسه صحیح ممکن خواهد بود. در این شرایط مقادیر سرعت متوسط بدون بعد در جدول ۸ مقایسه شدهاند که انطباق بسیار خوب نتایج در آن قابل مشاهده است.

از آنجا که در مقایسه قبل از اثرات الکتروسینتیک صرفنظر شده بود، لازم است مقایسهای شامل این اثرات نیز انجام گیرد تا بتوان از صحت حل عددی میدانهای پتانسیل الکتریکی و سرعت اطمینان یافت. بدین منظور، دادههای عددی را با نتایج رابطه تحلیلی برای E_s^* با استفاده از فرضیات کوچک بودن پتانسیل الکتریکی جهت اعمال خطیسازی $\psi^* \cong \psi^* \cong \sinh\psi^*$ در معادلات حاکم و ناچیز بودن اثرات الاستیسیته و اندازه یونی مقایسه مینماییم. به راحتی میتوان نشان داد که در این شرایط، E_s^* با در نظر

 Table 1. Comparison between the values of dimensionless average velocity obtained in the present study for large aspect ratios in the absence of the electrokinetic effects and those obtained from the analytical expression of Ref. [26] for pressure-driven flow in parallel-plate channels

تفاضل نسبی (./)	مرجع [۲۶]	کار حاضر	$\in We^r$
•/٢•	37/1881	٣/٨۵٩١	١
•/• ٩	1 <i>8/88</i> V	18/802	۵
•/•٢	37/887	37/872	۱.
•/۵٣	\& •/&V	181/22	۵۰
•/٩٣	WT • /8V	878/80	١٠٠

جدول ۱: مقایسه مقادیر سرعت متوسط بدون بعد به دست آمده در تحقیق حاضر در مقادیر بزرگ نسبت منظر در غیاب اثرات الکتروسینتیک و مقادیر به دست آمده از رابطه تحلیلی مرجع [۲۶]برای جریان فشار محرک در کانال دو صفحه موازی

Table 2. Comparison between the values of dimensionless induced electric field obtained from the numeri-
cal solution for large aspect ratios in the absence of the viscoelastic and steric effects assuming and and
the predictions of Eq. (38)

جدول ۲: مقایسه مقادیر میدان الکتریکی القایی بدون بعد به دست آمده از حل عددی در مقادیر بزرگ نسبت منظر در غیاب اثرات الاستیسیته و فضایی با فرض t = * 2 و t = G و پیش بینی های رابطه (۳۸)

تفاضل نسبی (٪)	رابطه (۳۸)	حل عددی	K
• /Y٩	•/7141	۰/۲۱۶۵	٢
• /٣ ١	•/1779	•/١٢٨٣	٣
•/1۴	•/• \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \ \	•/• ٨٣۵٣	۴
•/• ٩	۰/۰۵۸۱۹	•/•۵۸۲۴	۵

گرفتن یک کانال دو صفحه موازی به ارتفاع H به صورت زیر است:

$$E_{S}^{*} = 4\zeta^{*} \frac{K \cosh K - \sinh K}{2K^{3} \cosh K + GK^{2} \zeta^{*2} \left(\sinh K - K/\cosh K\right)}$$
(°A)

دادههای عددی بدست آمده با خطی سازی معادلات و همچنین اعمال دادههای عددی بدست آمده با خطی سازی معادلات و همچنین اعمال G = 1 و $I = V = \cdot \zeta^* = 1$ ($We^r = \cdot \alpha = 1 \cdot \cdot \cdot c$ پیش بینیهای حل تحلیلی (۳۸) مقایسه شدهاند. همانطور که مشاهده میشود انطباق کاملی بین نتایج برقرار است.

بعد از اعتبارسنجی هیدرودینامیک جریان، نوبت به واکنشهای سطح میرسد. برای به دست آوردن رابطهای تحلیلی برای واکنشهای سطح به مفهوم فیزیکی عدد دامکوهلر توجه مینماییم. این پارامتر نسبت مقیاس

زمانی نفوذ به مقیاس زمانی واکنش را نشان میدهد. بنابراین در حالت حدی $\to \to Da$ زمان پخش آنالیتها در کانال در مقایسه با زمان واکنش در جدار صفر است و این یعنی میتوان فرض نمود که در تمامی نقاط غلظت آنالیت به صورت آنی به غلظت تزریق در ابتدای کانال میرسد [۱۵]. به عبارت دیگر، در همه نقاط از جمله در نزدیکی جدار خواهیم داشت $I = \Theta$. با جایگذاری این مقدار در معادله (۲۹) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial \Theta_{S}}{\partial t^{*}} = \Xi Da[1 - (1 + K_{D})\Theta_{S}]$$
(٣٩)

که با توجه به شرط اولیه (۳۱) نتیجه میدهد:



Kو G و K و G و K توزیع سرعت در صفحه میانی عمودی برای مقادیر مختلف G و Fig. 3. Normalized velocity distribution at the vertical midplane for

different values of G and K

تحلیل نرخ واکنشهای سطح لازم هستند.

شکل ۳ توزیع سرعت در صفحه میانی عمودی را برای $e^r = We^r = c$ متناظر با حالتی است مقادیر مختلف G و K نشان میدهد. مورد = G متناظر با حالتی است که از اثرات پتانسیل جریانی صرفنظر میشود. همانطور که انتظار میرود، به علت نبود مقاومت الکتروسینتیکی در مقابل جریان، در این شرایط سیال با سرعتهای بیشتری حرکت خواهد کرد. ملاحظه میشود که با کاهش Kسرعت جریان کاهش مییابد. دلیل فیزیکی این روند این است که با کاهش



 $v = \cdot$ بدون بعد آنالیت در موقعیت محوری $z^* = -1.4$ برای $z^* = 0.4$ ($z^* = 1.4$ برای $t^* = 1.4$) $z^* = 1.4$

Fig. 4. Distribution of dimensionless analyte concentration at the axial position of $z^* = 0.084$ for v = 0, G = 1, K = 10, $\in We^2 = 1$, and $t^* = 13$



شکل ۲: مقایسه بین نتایج عددی غلظت متوسط بدون بعد آنالیتهای جذب شده برای ^{۲۰۰}- Da و پیش بینیهای رابطه (۴۰)

Fig. 2. Comparison between the numerical results for dimensionless average concentration of surface bound analytes for $Da = 10^{-10}$ and the predictions of Eq. (40)

$$\Theta_{S} = \frac{1 - e^{-\Xi Da(1+K_{D})t^{*}}}{1 + K_{D}} \tag{(f.)}$$

جهت مقایسه نتایج عددی با پیش بینیهای رابطه (۴۰) مقدار مقدار $Da = 10^{-1}$ در نظر گرفته شده و نتیجه در شکل ۲ نشان داده شده است. این شکل که مقادیر غلظت متوسط بدون بعد آنالیتهای جذب شده را بر حسب زمان نشان می دهد حاکی از انطباق کامل نتایج عددی و تحلیلی است.

۳- نتایج و بحث

تحلیل انجام گرفته در قسمت قبل نشان داد که ۱۰ پارامتر بدون بعد شامل α ، K، α , B، E، $Pe = We^{r}$, G, v, K, α در یک میکروراکتور با سیال حامل ویسکوالاستیک را کنترل میکنند. از آنجا که تعداد پارامترهای حاکم مسئله بسیار زیاد است، در اینجا تنها به اثرات K، $\alpha = \sqrt{V}$ و T = 0 میپردازیم و مابقی پارامترها را به صورت $T\sqrt{r} = \alpha$. v, $B = \sqrt{V} = 0$ میپردازیم و مابقی پارامترها را به صورت $T\sqrt{r} = \alpha$. v، $T = \sqrt{V}$ و T = 0 میپردازیم و مابقی پارامترها را به صورت $T\sqrt{r} = \alpha$ v, $V = \sqrt{V} = 0$ میپردازیم و مابقی پارامترها را به صورت $T\sqrt{r} = 0$ V در نظر n, $V = \sqrt{V}$ و V = 0 میپردازیم و مابقی پارامترها را به صورت V در نظر v برابر ۲ قرار میدهیم. تمامی مقادیر در نظر گرفته شده برای پارامترهای بدون بعد با استفاده از محدوده کاربردی پارامترها، ارائه شده در جدول π ، انتخاب شدهاند. ارائه نتایج را با ویژگیهای هیدرودینامیکی آغاز مینماییم که برای

پارامتر	محدوده كاربردى	مرجع
Н	·/۵-γα μm	گرویس و جنسن [۱۵]
W	۱۰-۲۵۰ µm	گرویس و جنسن [۱۵]
L	•/_Y mm	گرویس و جنسن [۱۵]
ζ	$_{N-1}\cdots mV$	کارنیاداکیس و همکاران [۲۷]
$\lambda_{_D}$	$1-1 \cdot \cdot nm$	کارنیاداکیس و همکاران [۲۷]
b	~\ nm	احمدیان یزدی و همکاران [۲۸]
$\lambda_{_{m}}$	$\cdot/\mathfrak{F}_{-1}/\mathfrak{F} \mathbf{m}^{-1}$	هوتینک و همکاران [۲۹]
μ	$\cdot/\cdot\cdot\cdot$)- \cdot/\cdot a Pas	کامپو-دیانو و همکاران [۳۰]
λ	•-Y S	کامپو-دیانو و همکاران [۳۰]
E	•-•/ Δ	کامپو-دیانو و همکاران [۳۰]
D	$fr_{-1}\cdots \mu m^2 s^{-1}$	گرویس و جنسن [۱۵]
C_{in}	·/ μM	گرویس و جنسن [۱۵]
<i>C</i> _{<i>S</i>0}	$_{\lambda-\gamma}$ fmolmm ⁻²	گرویس و جنسن [۱۵]
k_{a}	$1/\Upsilon \times 1 \cdot {}^{\vartriangle}_{-} \Upsilon/F \times 1 \cdot {}^{\circlearrowright} M^{-1} s^{-1}$	گرویس و جنسن [۱۵]
k_{d}	$\cdot - \Upsilon / \Delta \times 1 \cdot \overline{}^{-r} S^{-1}$	گرویس و جنسن [۱۵]

جدول ۳: محدوده کاربردی پارامترهای فیزیکی

K ضخامت نسبی دولایه الکتریکی افزایش مییابد. چنین چیزی بدین معناست که یونهای دارای بار مخالف سطح در ناحیه وسیعتری حضور دارند و انتقال یونها به پایین دست جریان و در نتیجه اختلاف پتانسیل جریانی بیشتر می شود.

شکل ۴ یک نمونه از توزیع سطح مقطعی Θ را نمایش میدهد. این شکل نشان میدهد که بیشینه پروفیل غلظت آنالیت در محور کانال، جائی که اثرات سطحی کمینه است، اتفاق میافتد. آنالیتهایی که نزدیک گوشه کانال حرکت میکنند دارای سرعت کمی هستند و همچنین در معرض واکنش با سایتهای سطحی هر دو جداره افقی و عمودی هستند. بنابراین، بیشتر آنالیتها به وسیله سایتهای سطحی دیوارهها به دام میافتند و، با توجه به شکل، کمینه غلظت آنالیت در آنجا حاصل میشود.



شکل ۵: توزیع غلظت بدون بعد آنالیتهای جذب شده در جداره عمودی برای $t^* = 1$ $v = \cdot \cdot G = 1 \cdot K = 1 \cdot \cdot \in We^{\tau} = 1$

Fig. 5. Distribution of dimensionless concentration of surface bound analytes at the vertical wall for v = 0, G = 1, K = 10, $\in We^2 = 1$, and $t^* = 13$



شکل ۷: تغییرات زمانی غلظت متوسط بدون بعد آنالیتهای جذب شده در مقادیر $eWe^{v} = v = v = v$ برای K = v = v = v

Fig. 7. Temporal variations of dimensionless average concentration of surface bound analytes at different values of G and K for v = 0 and $\in We^2 = 1$

وابسته به دو پارامتر G و X است. پارامتر اول را به نوعی می توان نمایانگر نسبت قدرت یونی الکترولیت به لزجت سیال در نظر گرفت. بنابراین، افزایش این پارامتر را می توان به معنای افزایش قدرت یونی الکترولیت به ازای مقدار ثابت لزجت فرض نمود. در نتیجه، طبیعی است که افزایش G منجر به افزایش اثرات پتانسیل جریانی و نهایتاً کاهش سرعت سیال شود. با کاهش سرعت سیال، آنالیتها کندتر حرکت کرده و بنابراین حضور کمتری در نزدیکی سطح، خصوصاً در نواحی پایین دستی جریان، خواهند داشت. پس قابل انتظار است که با افزایش G نرخ واکنشهای سطحی کاهش پیدا کرده و زمان بیشتری برای رسیدن سطح به حالت اشباع لازم باشد. چنین چیزی در شکل ۷ که تغییرات زمانی $m_{S,av}$ را در مقادیر مختلف G و X برای در شکل ۳ که افزایش X منجر به کاهش زمان اشباع سطح می شود. دلیل این است که، با توجه به شکل ۳، سرعت سیال تابعی افزایشی از X است.

در شکل ۸ تغییرات زمانی $\Theta_{s,av}$ در مقادیر مختلف We^* مورد e^* مورد e^* توجه قرار گرفته است. همانطور که قبلاً گفته شد $We^2 = 0$ معیاری از میزان الاستیسیته سیال است. با افزایش $We^2 = 0$ سیال بیشتر و بیشتر مشابه یک جامد الاستیک رفتار می نماید. بنابراین، توزیع سرعت سیال بیشتر و بیشتر به یک توزیع یکنواخت نزدیک می شود. این بدین معنی است که سرعت در نزدیکی جدار افزایش می یابد که باعث انتقال سریعتر آنالیتها به نقاط پایین



شکل ۶: تغییرات محوری غلظت متوسط محیطی بدون بعد آنالیتهای جذب شده در $v = \cdots$ $G = 1 \cdot K = 1 \cdot \cdot \in We^{\tau} = 1$

Fig. 6. Axial variations of dimensionless perimeter-averaged concentration of surface bound analytes at different times for $\nu = 0$, G = 1, $K = 10, \in We^2 = 1$

در ادامه، یک نمونه توزیع ${}_{S}\Theta$ در جداره عمودی در شکل ۵ مورد بررسی قرار می گیرد. به علت حضور کمتر آنالیتها در پایین دست جریان، غلظت آنالیتهای جذب شده تابعی کاهشی از مختصات محوری است. در ابتدای کانال، به خاطر یکنواختی غلظت آنالیت، ${}_{S}\Theta$ مستقل از * Y است. برای دیگر نقاط محوری، به خاطر حضور کم آنالیتها در مقادیر بزرگتر * Y ، ${}_{S}\Theta$ با نزدیک شدن به گوشه کم می شود.

سیر تکامل زمانی $S_{s,pav}$ در شکل ۶ نشان داده شده است. در ابتدا، آنالیتها صرفاً در نزدیکی ورودی وجود دارند. از اینرو، واکنش فقط در این ناحیه اتفاق میافتد. با توجه به وجود سایتهای اتصالدهنده زیاد، فرایند واکنش با سرعت بالا اتفاق میافتد که باعث تخلیه محلول میشود. با افزایش زمان، سرعت واکنش در ناحیه ورودی کانال کاهش مییابد. همچنین آنالیتها زمان کافی برای رسیدن به نقاط محوری بزرگتر را دارند. در نتیجه، ناحیه واکنش به پایین دست جریان گسترش مییابد. در مقیاسهای زمانی بزرگتر، ناحیه بالادست جریان اشباع میشود که تحت این شرایط سرعت جذب با سرعت دفع برابر میشود. از اینرو، آنالیتهای ورودی به طور کامل به ناحیه پایین دست جریان انتقال مییابند.

یکی از مهمترین اهداف مطالعه حاضر بررسی اثرات پتانسیل جریانی بر واکنشهای سطح است. برای یک کانال مشخص، اهمیت پتانسیل جریانی



شکل ۹: تغییرات زمانی غلظت متوسط بدون بعد آنالیتهای جذبشده در مقادیر $G = \mathfrak{l} \cdot K = \mathfrak{l} \cdot \epsilon W e^{\mathfrak{r}} = \mathfrak{l}$

Fig. 9. Temporal variations of dimensionless average concentration of surface bound analytes at different values of V for $G = 1, \in We^2 = 1$

الكتريكي بالاتر در صورت عدم لحاظ اندازه يوني انباشت غير فيزيكي يونها اتفاق خواهد افتاد. جهت ملاحظه اثرات سایز یونی، پتانسیل زتای بدون بعد را به ۴ افزایش داده و تغییرات زمانی غلظت متوسط بدون بعد آنالیتهای جذب شده را در سه مقدار مختلف از ν در شکل ۹ نشان داده شده است. این شکل نشان میدهد که زمان اشباع تابعی افزایشی از فاکتور فضایی است. به عبارت دیگر، با افزایش اهمیت اندازه یونی نرخ واکنشهای سطح کاهش می یابد. جهت تحلیل فیزیکی این نتایج باید به این نکته توجه کنیم که با در نظر گرفتن اندازه یونها حد بالایی برای غلظت یونی در دو لایه الکتریکی ایجاد می گردد. در نتیجه، برای خنثی سازی بار الکتریکی جدار که در هر دو حالت با و بدون در نظر گرفتن اثرات فضایی ثابت است، لازم است که وسعت دو لایه افزایش یابد. با توسعه دو لایه به نواحی دور از جدار، که در آنها ذرات سیال دارای سرعت بیشتری هستند، انتقال یونها به پایین دست جریان شدت می یابد و بنابراین میدان القایی قوی تری ایجاد می گردد. میدان قوى تر به معنى مقاومت بيشتر الكتروسينتيكي در مقابل جريان است و به کاهش سرعت سیال میانجامد که خود باعث کاهش آنالیت در پایین دست جریان و کاهش نرخ واکنشهای سطح می گردد. لازم به ذکر است که مقدار $f = {}^{*} \mathcal{L}$ حد بالای یتانسیل زتا در بسیاری از کاربردهای مربوطه است $f = {}^{*}$ و بنابراین در بیشتر مسائل کاربردی می توان از اثرات فضایی صرفنظر نمود.



شکل ۸: تغییرات زمانی غلظت متوسط بدون بعد آنالیتهای جذب شده در مقادیر $v = \cdot \cdot G = 1 \cdot K = 1 \cdot V$ مختلف e^r

Fig. 8. Temporal variations of dimensionless average concentration of surface bound analytes at different values of $\in We^2$ for $\nu = 0$, G = 1, K = 10,

دست سطح میشود. بنابراین، میتوان انتظار داشت که زمان رسیدن به اشباع با افزایش کاهش یابد؛ چنین چیزی در شکل ۸ مشاهده میشود. با مقایسه شکلهای ۷ و ۸ واضح است که اثرات پتانسیل جریانی بر روی واکنشهای سطح بسیار مهمتر از اثرات الاسیتیسیته سیال هستند و حتی میتوانند موجب افزایش حدود ۱۰۰ درصدی زمان رسیدن به حالت اشباع شوند.

نکته جالب توجه در شکلهای ۲ و ۸ این است که $\Theta_{S,av}$ حتی در حالت اشباع نیز به ۱ نمی رسد. علت این امر جدا شدن مداوم درصدی از آنالیتهای جذب شده حتی در حالت تعادل است. برای به دست آوردن مقدار \mathcal{O}_S در حالت تعادل که آن را با $\mathcal{O}_{S,eq}$ نمایش می دهیم می توان از رابطه (۲۹) استفاده کرد. در شرایط پایا $1 = \mathcal{O}_W$ و $\cdot = * 16 / _S \mathcal{O}_S$ که نتیجه می دهد (۲۹) استفاده کرد. در شرایط پایا $1 = \mathcal{O}_W$ و $\cdot = * 16 / _S \mathcal{O}_S$ که نتیجه می دهد ($(1+K_D)$) استفاده کرد. در شرایط پایا د نتیجه می دهد ($(1+K_D)$) مقدار $\mathcal{O}_{S,eq}$ به ۱ می رسد. به ازای 1/2 حال خواهیم برای $\mathcal{O}_S = (1 - 1)$ که در تطابق کامل با نتایج حل عددی است.

در تمامی شکلهای پیشین مقدار فاکتور فضایی برابر صفر در نظر گرفته شده بود. این بدین معنی است که در بدست آوردن توزیع یونی اثرات اندازه یونها نادیده گرفته شده بود. چنین فرضی برای مقادیر کوچک پتانسیل زتا، از جمله مقدار ۳ = * کی که در شکلهای پیشین اعمال شده بود، منجر به خطای قابل توجه در نتایج نمی شود چون تراکم یونها آنقدر زیاد نیست که منجر به انباشت غیر فیزیکی آنها گردد. با این وجود، در پتانسیلهای reveals epigenetic chimerism in preimplantation embryos, Science 341 (2013) 1110-1112.

- [4] M. Sadeghi, A. Sadeghi, M.H. Saidi, Electroosmotic Flow in Hydrophobic Microchannels of General Cross Section, Journal of Fluids Engineering, Transactions of the ASME, 138(3) (2016) 031104.
- [5] W. Ehrfeld, V. Hessel, H. Löwe, Microreactors: New Technology for Modern Chemistry, Wiley, Weinheim, 2000.
- [6] S. Jomeh, M. Hoorfar, Numerical modeling of mass transport in microfluidic biomolecule-capturing devices equipped with reactive surfaces, Chem. Eng. J., 165(2) (2010) 668-677.
- [7] G. Taylor, Dispersion of Soluble Matter in Solvent Flowing Slowly through a Tube, Proc. R. Soc. London, Ser. A, 219(1137) (1953) 186-203.
- [8] R. Aris, On the Dispersion of a Solute in a Fluid Flowing through a Tube, Proc. R. Soc. London, Ser. A, 235 (1956) 67-77.
- [9] M. Pagitsas, A. Nadim, H. Brenner, Projection operator analysis of macrotransport processes, J. Chem. Phys., 84 (1986) 2801-2807.
- [10] G.N. Mercer, A.J. Roberts, A Centre Manifold Description of Contaminant Dispersion in Channels with Varying Flow Properties, SIAM J. Appl. Math., 50 (1990) 1547-1565.
- [11] R. Sankarasubramanian, W.N. Gill, Unsteady Convective Diffusion with Interphase Mass Transfer, Proc. R. Soc. London, Ser. A, 333 (1973) 115-132.
- [12] R.W. Glaser, Antigen-antibody binding and mass transport by convection and diffusion to a surface: A twodimensional computer model of binding and dissociation kinetics, Anal. Biochem., 213(1) (1993) 152-161.

۴- نتیجه گیری

در این تحقیق انتقال جرم و واکنشهای سطح در یک میکرورآکتور بيولوژيكى ناهمگن فشار-محرك مورد بررسى قرار گرفت. مهمترين هدف تحقيق بررسي اثرات پتانسيل جرياني و الاستيسيته سيال بر روى واکنش های سطح بود. یتانسیل زتای جداره ثابت و یکنواخت در نظر گرفته شده و جریان به صورت توسعه یافته فرض شد. برای در نظر گرفتن اثرات رئولوژی غیرخطی سیال از مدل ویسکوالاستیک پی-تی-تی استفاده شد. معادلات حاکم در حالت بدون بعد توسط روش تفاضل محدود بر اساس شبکه بندی غیریکنواخت حل شدند. نتایج نشان دادند که افزایش قدرت يونى الكتروليت در لزجت ثابت و همچنين ضخيم شدن دولايه الكتريكي منجر به کاهش بیشتر سرعت سیال در نتیجه ایجاد پتانسیل جریانی می شود. با افزایش پتانسیل جریانی سرعت انتقال آنالیتها به پاییندست کم شده و در نتیجه نرخ واکنشهای سطح کاهش می یابد. نتایج نشان دادند که افزایش زمان اشباع در نتیجه اثرات پتانسیل جریانی می تواند تا ۱۰۰ درصد نیز باشد. به علاوه، نشان داده شد که الاستیسیته سیال منجر به کاهش زمان رسیدن به حالت اشباع می شود، با این وجود اثرات آن بسیار کمتر از پتانسیل جریانی است. همچنین نشان داده شد که اثرات اندازه یون بر واکنشهای سطح نيز مشابه اثرات الاستيسيته هستند با اين تفاوت كه مي توانند اندكي تأثير گذاری شدیدتری داشته باشند. البته این اثرات تنها در مقادیر بزرگ پتانسیل الکتریکی خود را نشان میدهند و بنابراین در مقادیر معمول پتانسیل زتا قابل صرف نظر هستند.

منابع

- K.S. Elvira, X.C. i Solvas, R.C.R. Wootton, A.J. deMello, The past, present and potential for microfluidic reactor technology in chemical synthesis, Nat. Chem., 5(11) (2013) 905-915.
- [2] L. Martin, M. Meier, S.M. Lyons, R.V. Sit, W.F. Marzluff, S.R. Quake, H.Y. Chang, Systematic reconstruction of RNA functional motifs with high-throughput microfluidics, Nat. Methods, 9(12) (2012) 1192-1194.
- [3] C. Lorthongpanich, L.F. Cheow, S. Balu, S.R. Quake,B.B. Knowles, W.F. Burkholder, D. Solter, D.M. Messerschmidt, Single-cell DNA-methylation analysis

- [22] A. Sadeghi, M.H. Saidi, Z. Waezi, S. Chakraborty, Variational formulation on Joule heating in combined electroosmotic and pressure driven microflows, Int. J. Heat Mass Transfer, 61(1) (2013) 254-265.
- [23] C. Yang, D. Li, J.H. Masliyah, Modeling forced liquid convection in rectangular microchannels with electrokinetic effects, Int. J. Heat Mass Transfer, 41(24) (1998) 4229-4249.
- [24] S.G. Kandlikar, S. Garimella, D. Li, S. Colin, M.R. King, Heat Transfer and Fluid Flow in Minichannels and Microchannels, Elsevier, Oxford, 2006.
- [25] A. Anderson, J.C. Tannehill, R.H. Pletcher, Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer, Hemisphere, Washington, 1984.
- [26] P.J. Oliveira, F.T. Pinho, Analytical solution for fully developed channel and pipe flow of Phan-Thien–Tanner fluids, J. Fluid Mech., 387 (1999) 271-280.
- [27] G. Karniadakis, A. Beskok, N. Aluru, Microflows and Nanoflows, Fundamentals and Simulation, Springer, New York, 2005.
- [28] A. Ahmadian-Yazdi, A. Sadeghi, M.H. Saidi, Electrokinetic mixing at high zeta potentials: Ionic size effects on cross stream diffusion, J. Colloid Interface Sci., 442 (2015) 8–14.
- [29] A.E. Hoetink, T.J.C. Faes, K.R. Visser, R.M. Heethaar, On the flow dependency of the electrical conductivity of blood, IEEE Trans. Biomed. Eng., 51(7) (2004) 1251-1261.
- [30] L. Campo-Deano, R.P.A. Dullens, D.G.A.L. Aarts, F.T. Pinho, M.S.N. Oliveira, Viscoelasticity of blood and viscoelastic blood analogues for use in polydymethylsiloxane in vitro models of the circulatory system, Biomicrofluidics, 7 (2013) 034102.

- [13] D. Dutta, Solutal transport in rectangular nanochannels under pressure-driven flow conditions, Microfluid Nanofluid, 10(3) (2011) 691-696.
- [14] R. Hansen, H. Bruus, T.H. Callisen, O. Hassager, Transient convection, diffusion, and adsorption in surface-based biosensors, Langmuir, 28(19) (2012) 7557-7563.
- T. Gervais, K.F. Jensen, Mass transport and surface reactions in microfluidic systems, Chem. Eng. Sci., 61(4) (2006) 1102-1121.
- [16] B. Roy, T. Das, T.K. Maiti, S. Chakraborty, Effect of fluidic transport on the reaction kinetics in lectin microarrays, Anal. Chim. Acta, 701(1) (2011) 6-14.
- [17] H. Parsa, C.D. Chin, P. Mongkolwisetwara, B.W. Lee, J.J. Wang, S.K. Sia, Effect of volume- and timebased constraints on capture of analytes in microfluidic heterogeneous immunoassays, Lab Chip, 8(12) (2008) 2062-2070.
- [18] D. Mocanu, A. Kolesnychenko, S. Aarts, A. Troost-Dejong, A. Pierik, E. Vossenaar, H. Stapert, Mass transfer effects on DNA hybridization in a flow-through microarray, J. Biotechnol., 139(2) (2009) 179-185.
- [19] H. Helisaz, M.H. Saidi, A. Sadeghi, Reduction of production rate in Y-shaped microreactors in the presence of viscoelasticity, Anal. Chim. Acta, 990 (2017) 121-134.
- [20] A. Sadeghi, Y. Kazemi, M.H. Saidi, Joule heating effects in electrokinetically driven flow through rectangular microchannels: An analytical approach, Nanoscale Microscale Thermophys. Eng., 17(3) (2013) 173-193.
- [21] J.H. Masliyah, S. Bhattacharjee, Electrokinetic and Colloid Transport Phenomena, First ed., Wiley, New Jersey, 2006.