



Theoretical Analysis of the Temperature and Strain Rate Effects on the Forming Limit Diagram of AA3104

S. M. Mirfalah Nasiri¹, A. Basti^{1*}, R. Hashemi², A. Darvizeh¹

¹ Department of Mechanical Engineering, Guilan University, Rasht, Iran

² Department of Mechanical Engineering, Iran University of Science and Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT: Forming limit diagram is one of the most applicable methods for prediction of the plastic instability in sheet metal forming in which is very much affected by the influences of strain rate and temperature. In this paper, taking the temperature and strain rate effects into account, the true stress-true strain and forming limit curves of AA3104 aluminum alloy are analytically investigated by considering the Marciniak-Kuczynski method and Johnson-cook model. The obtained theoretical results based on the Ludwik model are validated with the experimental ones. Furthermore, according to the stress-strain curves based on the Ludwik equation, Johnson-Cook coefficients are calculated for sheet metal AA3104. The stress-strain respond and forming limit diagram are produced over a range of strain rates (10^{-5} to 10^{-3} S⁻¹) and temperatures (50-400 °C). The results show that the stress-strain curve decreases with increasing temperature and increases with increasing strain rate. Also the forming limit diagram increases with increasing temperature and decreases with increasing the strain rate. The results exhibit a positive sensitivity of the temperature on the limit strain due to the thermal softening and the negative strain rate sensitivity on the forming limit diagram AA3104 due to the behavior of crystallographic structure of the material.

Review History:

Received: 5/4/2018

Revised: 10/8/2018

Accepted: 11/10/2018

Available Online: 11/20/2018

Keywords:

Forming limit diagram

Marciniak-Kuczynski method

Johnson-Cook model

Temperature

Strain rate

1- Introduction

The effect of strain rate on the formability of metal sheets materials which are strain rate dependent behavior, researchers are still studying. Several experimental researches had been carried out to understand the strain rate sensitivity on Forming Limit Diagram (FLD) using Marciniak-Kuczynski (M-K) model. Employing Johnson-Cook constitutive law, Gerdooei and Dariani [1] analytically investigated the effect of strain rate on FLD and dynamic instability of non-homogeneous Oxygen-Free High Conductivity (OFHC) copper metal sheets under biaxial stretching. Dariani *et al.* [2] experimentally carried out the forming velocity sensitivity on FLD of Al6061-T6 and AISI1045 sheets. Johnson-Cook constitutive model and the Jones-Wilkins-Lee (JWL) model were used to investigate the strain rate effect for metal sheets and the explosive charge, respectively. They concluded that the impact loading has a positive sensitivity on permeability of both Al6061-T6 and AISI1045 sheets.

The positive temperature effect on the formability validate only for sheet metal with low capability of formability at room temperature. The effects of strain rate and temperature on the FLD with YLD96 anisotropic yield surface were theoretically performed by Khan and Baig [3]. A modified Ludwick hardening law was employed to investigate the strain rate and temperature effects of the formability of AA5086 by Chu *et al.* [4]. Zhang *et al.* [5] experimentally investigated the effects of strain rate and temperature on the forming limit curves of

AA5086 sheets using the modified Voce constitutive model.

In this paper, the effects of temperature and strain rate on FLD of AA3104 are theoretically investigated based on the M-K model and Johnson-Cook hardening law.

2- M-K Model

The Marciniak-Kuczynski method is considered based on initial geometrical inhomogeneity or initial imperfection as a groove which grows continuously by increasing the plastic strains to form finally from a localized neck. Non-linear system of equations can be derived from strain compatibility equation, energy equation and two force equilibrium equations.

$$\frac{d\varepsilon_{nn}^b \sigma_{nn}^b + d\varepsilon_{tt}^b \sigma_{tt}^b + 2d\varepsilon_{nt}^b \sigma_{nt}^b}{d\bar{\varepsilon}^b \bar{\sigma}_Y^b} - 1 = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d\varepsilon_{tt}^b}{d\varepsilon_{tt}^a} - 1 = 0 \quad (2)$$

$$f \frac{\sigma_{nn}^b}{\sigma_{nn}^a} - 1 = 0 \quad (3)$$

$$f \frac{\sigma_{nt}^b}{\sigma_{nt}^a} - 1 = 0 \quad (4)$$

3- Yld2011 Yield Function

The Yld2011-18p yield criterion with two linear

*Corresponding author's email: basti@guilan.ac.ir



transformations is defined according to [6].

$$\bar{\sigma}_Y = \left\{ \frac{1}{\xi} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 \left| S'_i + S''_j \right|^M \right\}^{1/M} \quad (5)$$

$$\xi = \left(\frac{4}{3} \right)^M + 4 \left(\frac{2}{3} \right)^M + 4 \left(\frac{1}{3} \right)^M, M > 1 \quad (6)$$

4- Johnson–Cook Model

The Johnson–Cook constitutive model incorporating strain rate and temperature functions can be employed [7].

$$\bar{\sigma}_Y = \left(A + B \bar{\varepsilon}^n \right) \left(1 + C \ln \left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\dot{\varepsilon}_0} \right) \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right) \quad (7)$$

5- Results and Discussion

Prediction of the stress - strain curve by using J-C model at temperatures 50, 300 and 400 °C and the strain rate of 10^{-5} , 10^{-4} and 10^{-3} s^{-1} for AA3104 are presented in Fig. 1. The positive strain rate sensitivity and the negative temperature sensitivity on the stress-strain response can be concluded at quasi-static conditions.

The influences of temperature and strain rate on the forming limit diagram of AA3104 are showed in Fig.2 using the M-K theory. The results show that by increasing the temperature, the FLD increases and the formability increases. So by increasing the strain rate, the FLD decreases and the formability decreases. The strain limit at in-plane strain condition is illustrated in Table 1. By changing the temperature of 50 to 300 °C, FLD_0 increases more than 50 percent and occurs more than three times with increasing temperature to 400 °C. By increasing the strain rate, in temperature 300 °C, FLD_0 decreases about 28% and decreases almost 11% in temperature 400 °C.

6- Conclusions

The main conclusions of the paper are as follows:

- Increasing of temperature decreases the stress-strain response and increases the forming limit curve of AA3104 aluminum alloy.
- Increasing of strain rate increases the stress-strain response and decreases the forming limit diagram of AA3104 sheet.
- For AA3104 aluminum sheet metal, the maximum strain limit result in up temperature and down strain rate.

References

- [1] M. Gerdooei, B. Dariani, Strain-rate-dependent forming limit diagrams for sheet metals, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 222(12) (2008) 1651-1659.
- [2] B. Dariani, G. Liaghat, M. Gerdooei, Experimental investigation of sheet metal formability under various strain rates, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 223(6) (2009) 703-712.
- [3] A.S. Khan, M. Baig, Anisotropic responses, constitutive modeling and the effects of strain-rate and temperature on the formability of an aluminum alloy, International Journal of Plasticity, 27(4)

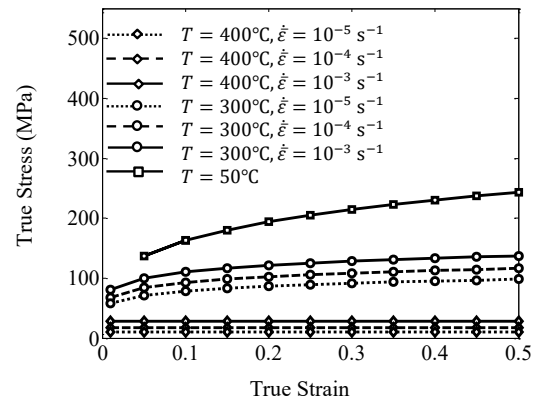


Fig. 1. The effect of temperature and strain rate on stress-strain response of AA3104

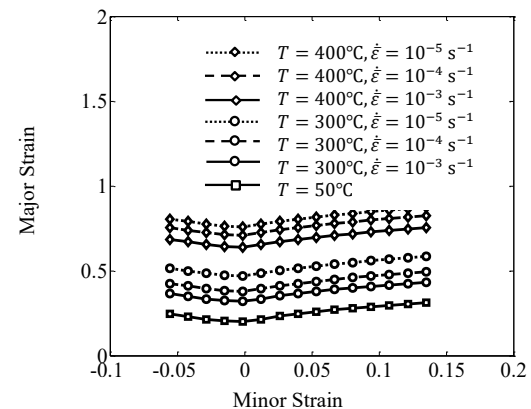


Fig. 2. The effect of temperature and strain rate on FLD of AA3104

Table 1. FLD_0 at different temperature and strain rate

Temperature, °C	50	300	400
Strain rate, s^{-1}			
10^{-5}	0.214	0.462	0.737
10^{-4}	0.214	0.402	0.707
10^{-3}	0.214	0.334	0.657

(2011) 522-538.

- [4] X. Chu, L. Leotoing, D. Guines, E. Ragneau, Temperature and strain rate influence on AA5086 Forming Limit Curves: Experimental results and discussion on the validity of the MK model, International Journal of Mechanical Sciences, 78 (2014) 27-34.
- [5] C. Zhang, X. Chu, D. Guines, L. Leotoing, J. Ding, G. Zhao, Dedicated linear–Voce model and its application in investigating temperature and strain rate effects on sheet formability of aluminum alloys, Materials & Design, 67 (2015) 522-530.
- [6] H. Aretz, F. Barlat, New convex yield functions for orthotropic metal plasticity, International Journal of non-linear mechanics, 51 (2013) 97-111.
- [7] G.R. Johnson, W.H. Cook, Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, Engineering fracture mechanics, 21(1) (1985) 31-48.



تحلیل تئوری اثر دما و نرخ کرنش بر نمودار حد شکل دهی آلومینیوم AA ۳۱۰۴

سیده مریم میرفلاح نصیری^۱، علی باستی^{۲*}، رامین هاشمی^۲، ابوالفضل درویزه^۱

^۱ مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

^۲ مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۰۲-۱۴

بازنگری: ۱۳۹۷-۰۷-۱۶

پذیرش: ۱۳۹۷-۰۸-۱۹

ارائه آنلاین: ۱۳۹۷-۰۸-۲۹

کلمات کلیدی:

نمودار حد شکل دهی

روش مارسینیاک-کوزینسکی

مدل جانسون-کوک

دما

نرخ کرنش

خلاصه: نمودار حد شکل دهی یکی از پرکاربردترین روش ها در پیش بینی ناپایداری پلاستیک در فرآیند شکل دهی ورق های فلزی است که دما و نرخ کرنش از جمله عوامل تأثیرگذار بر این منحنی ها است. در این مقاله، اثر دما و نرخ کرنش در شرایط بارگذاری نیمه استاتیکی، بر رفتار تنش-کرنش و نمودار حد شکل دهی آلایژ آلومینیومی AA ۳۱۰۴ بر اساس روش مارسینیاک-کوزینسکی و مدل کارسختی جانسون-کوک بررسی شده است. ابتدا صحت سنجی نتایج عددی پاسخ تنش-کرنش با استفاده از به مدل کارسختی لودویک با نتایج تجربی انجام شد که نتایج تئوری مطابقت خوبی را با نتایج تجربی نشان داد. سپس با توجه به منحنی های تنش-کرنش به دست آمده بر اساس معادله لودویک، ثابت های مدل جانسون-کوک برای ورق فلزی AA ۳۱۰۴ محاسبه و برای دماهای مختلف ۵۰، ۳۰۰ و ۴۰۰ درجه سانتی گراد و نرخ کرنش های متفاوت 10^{-4} ، 10^{-3} و 10^{-2} بر ثانیه، منحنی های تنش-کرنش و نمودار حد شکل دهی استخراج شد. سطح منحنی تنش-کرنش ورق با افزایش دما به علت کاهش استحکام، حداکثر تا حدود یک دهم کاهش و با افزایش نرخ کرنش به سبب افزایش استحکام، حداقل تا حدود ده درصد افزایش یافت. همچنین سطح نمودار حد شکل دهی آلایژ با افزایش دما افزایش و با افزایش نرخ کرنش کاهش پیدا کرد. به طوری که مقدار کرنش حدی در حالت کرنش صفحه ای در بالاترین دما و پایین ترین سرعت شکل دهی بیش از سه برابر مقدار اولیه شد. نتایج بیانگر اثر مثبت دما بر کرنش های حدی به علت نرم شدن حرارتی و کاهش استحکام ماده و اثر منفی نرخ کرنش بر نمودار حد شکل دهی AA ۳۱۰۴ به علت افزایش استحکام آلایژ است.

۱- مقدمه

گلولی ایجاد شود. با توجه به اهمیت موضوع، در این زمینه تاکنون پژوهش های متعددی صورت گرفته و تأثیر عوامل گوناگون، خواص مکانیکی، مسیر کرنش، معیار تسلیم و غیره روی این منحنی ها بررسی شده است. از آنجایی که تنش مؤثر به نرخ کرنش نیز وابسته است بسیاری از تحقیق ها با در نظر گرفتن این پارامتر در رابطه سخت شوندگی در تحلیل شکل پذیری ورق ها همراه بوده و نتایج حاکی از آن است که پیش بینی عددی رفتار تنش-کرنش مواد تطابق خوبی با نتایج تجربی دارد [۱-۳]. لاکونیس و گوش [۴]، نشان دادند که نرخ کرنش تأثیر زیادی بر فولاد مخصوصاً نزدیک به حالت کشش دو محوری دارد، در حالی که بر آلومینیم بی تأثیر است. مارسینیاک و همکاران [۵]، حساسیت به نرخ های کرنش کوچک و مثبت را با استفاده از رابطه کار سختی سوئیفت بررسی کردند. گوش و هکر [۶]، طی تحقیقی نشان دادند که نتایج حاصل از اعمال نرخ کرنش

فرآیند شکل دهی ورق با ایجاد واماندگی هایی نظیر چروکیدگی، ناپایداری کششی یا گلولی شدن و نهایتاً پارگی محدود می شود که با بهینه نمودن مسیر بار در این امر تأخیر حاصل می شود. شکل نهایی ایجاد شده در قطعه وابسته به رفتار ماده و مقدار مشخصی است. در شکل دهی ورق ها، بررسی رفتار ورق با استفاده از نمودار حد شکل دهی^۱ انجام می شود که یکی از روش های کارآمد در طراحی فرآیندهای شکل دهی ورق های فلزی به شمار می رود. نمودار حد شکل دهی شرایط بارگذاری از کرنش تک محوره، کرنش صفحه ای و کرنش دو محوره یکسان را در برمی گیرد. این نمودارها مشخص می سازد که در حین شکل دهی چه تلفیقی از کرنش ها در صفحه می تواند در ورق ایجاد شود بدون آن که در آن واماندگی صرفاً از نوع

1 Forming Limit Diagram (FLD)

* نویسنده عهده دار مکاتبات: basti@guilan.ac.ir

بیانگر این بود که کاهش اندازه دانه‌ها در سرعت‌های بالا نه تنها سبب افزایش استحکام ورق بلکه باعث افزایش احتمال شکستگی در مرز دانه‌ها می‌شود.

افزایش سطح نمودار حد شکل‌دهی با افزایش دما برای ورق‌های فلزی که در دمای اتاق از شکل‌پذیری ضعیفی برخوردارند، کاربرد دارد. به طوریکه برای آلیاژ AA۵۷۵۴ با افزایش جزئی دما، کرنش‌های حدی افزایش قابل توجهی می‌یابد درحالی‌که برای آلیاژ AA۶۱۱۱، تغییر دما در بازه کم تأثیر ناچیزی روی نمودار حد شکل‌دهی دارد [۱۴]. علاوه بر آلیاژهای آلومینیوم، پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی آلیاژهای منیزیم در دمایی غیر از دمای محیط توسط پژوهشگران مورد توجه و بررسی قرار گرفته است [۱۵ و ۱۶].

به نظر می‌رسد در سال‌های اخیر توجه به تأثیر دما و نرخ کرنش بر منحنی‌های حد شکل‌دهی به ویژه ورق‌های آلومینیومی افزایش یافته است. ناکا و همکاران [۱۷]، اثر سرعت تغییر شکل را در دماهای مختلف بر روی نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA۵۰۸۳ بررسی کردند. آن‌ها مشاهده نمودند که در محدوده دمایی ۱۵۰ تا ۳۰۰ درجه سانتی‌گراد نمودار حد شکل‌دهی با کاهش سرعت شکل‌دهی شدیداً افزایش می‌یابد، درحالی‌که سرعت شکل‌دهی در دمای اتاق بر روی نمودار حد شکل‌دهی تأثیر چندانی ندارد. خان و بایگ [۳]، اثر نرخ کرنش در محدوده 10^{-4} تا 10^0 بر ثانیه و دما در بازه ۲۹۳ تا ۴۷۳ کلوین، را بر روی رفتار ناهمسانگرد و نمودار حد شکل‌دهی ورق AA۵۱۵۸ با استفاده از سطح تسلیم Yld۹۶ و مدل ساختاری KHL مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آن‌ها بیانگر اثر متفاوت نرخ کرنش در دماهای متفاوت بر شکل‌پذیری آلومینیوم AA۵۱۵۸ است. به طوریکه اثر مثبت نرخ کرنش در دمای ۲۰ درجه سانتی‌گراد و اثر منفی نرخ کرنش در دمای ۲۰۰ درجه سانتی‌گراد بر حد شکل‌پذیری این آلیاژ مشاهده شد. چو و همکاران [۱۸]، با بررسی رفتار ترموالاستیک-ویسکوپلاستیک آلیاژ AA۵۰۸۶ بر اساس کارسختی اصلاح شده لودویک که تابعی از نرخ کرنش و دما است، نشان دادند که شکل‌پذیری این آلیاژ آلومینیومی با افزایش دما و کاهش نرخ کرنش بهبود می‌یابد به‌طوری‌که در دماهای بالا با کاهش سرعت شکل‌دهی در مقدار نمودار حد شکل‌دهی افزایش محسوس رخ می‌دهد درحالی‌که در دمای محیط با تغییر نرخ کرنش، در کرنش‌های حدی تغییر چندانی مشاهده نمی‌شود. عمر الفکیر و

در آزمایش‌های تجربی، حد شکل‌دهی ورق فلزی را با دقت بیش‌تری پیش‌بینی می‌کند و حتی برای مقادیر کوچک ضریب حساسیت نرخ کرنش، شکل‌پذیری مواد به مقدار قابل توجهی افزایش می‌یابد.

تأثیر نرخ کرنش بر شکل‌پذیری ورق‌های فلزی به ویژه موادی که دارای رفتاری وابسته به نرخ کرنش هستند، هم‌چنان مورد توجه و مطالعه محققین است. گردویی و دریانی [۷]، با استفاده از معادله حرکت و با به کارگیری رابطه ساختاری جانسون-کوک و معیار تسلیم هیل غیر درجه دو، حل تحلیلی از ناپایداری ورق ارائه کردند. برای آلیاژ مس، نتایج آن‌ها بهبود شکل‌پذیری در سرعت بالا و تطابق خوبی را با نتایج تجربی نشان داد. دریانی و همکاران [۸]، تأثیر سرعت شکل‌دهی را با استفاده از فرآیند شکل‌دهی چکش ضربه‌ای و انفجاری برای دو ورق فولادی AISI ۱۰۴۵ و آلیاژ آلومینیومی AA۶۰۶۱ به صورت تجربی بررسی نمودند و نشان دادند که افزایش سرعت شکل‌دهی از حالت شبه استاتیکی به ضربه‌ای و انفجاری باعث بهبود محسوس شکل‌پذیری در این آلیاژها می‌شود. جی و همکاران [۹]، گلولی موضعی را بر اساس تئوری اصلاح شده ورتکس و کارسختی توانی برای فولاد AKDQ و با نرخ کرنش‌های متفاوت بین 10^{-5} تا 10^0 بر ثانیه بررسی نمودند و نشان دادند که برای مواد وابسته به نرخ کرنش ضریب حساسیت نرخ کرنش ثابت نبوده و وابسته به نرخ کرنش است. کیم و همکاران [۱۰]، تأثیر نرخ کرنش را روی معیار حد شکل‌دهی فولاد CQ و DP۵۹۰ بررسی کردند و با انجام آزمایش در جهت‌های مختلف نسبت به نورد ثابت نمودند که شکل‌پذیری این مواد به نرخ کرنش وابسته است. صفری و همکاران [۱۱]، اثر نرخ کرنش را بر نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیومی AA۳۱۰۵ با استفاده از شبیه‌سازی عددی و نرم‌افزار المان محدود آباکوس بررسی کردند و بیان نمودند که با افزایش نرخ کرنش شکل‌پذیری این آلیاژ افزایش قابل توجهی می‌یابد. سرادار و همکاران [۱۲]، اثر نرخ کرنش بر ویژگی‌های کششی تک محوره و نمودار حد شکل‌دهی فولاد St۱۳ به صورت عددی بررسی نمودند و نشان دادند که با افزایش نرخ کرنش حد شکل‌دهی افزایش یافت. هم‌چنین آزمایش‌های تجربی با یک دستگاه چکش ضربه‌ای و شبیه‌سازی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس برای تأیید نتایج عددی انجام دادند. چنگ و لی [۱۳]، اثر اندازه دانه و نرخ کرنش را روی شکل‌پذیری آلیاژ آلومینیوم AA۵۰۵۲ در سرعت‌های بالای شکل‌دهی مورد مطالعه قرار دادند. نتایج آن‌ها

تئوری M-K فرم ریاضیاتی ساده و اثر فیزیکی واضح و روشنی دارد. از این رو یکی از مناسب‌ترین و پرکاربردترین روش‌های تئوری در مسائل مهندسی برای ترسیم نمودار حد شکل‌دهی است [۹]. این مدل بر اساس وجود یک ناهمگنی اولیه f_0 و به صورت یک شیار مطابق شکل ۱، در نظر گرفته شده که با افزایش کرنش‌های پلاستیک رشد کرده و سبب موضعی شدن کرنش‌ها می‌شود.

$$f_0 = \frac{t_0^b}{t_0^a} < 1 \quad (1)$$

در رابطه (۱)، t_0^b ضخامت اولیه ورق در قسمت ناهمگن و t_0^a ضخامت اولیه ورق در ناحیه‌ی همگن است. ضریب ناهمگنی به صورت نسبت ضخامت ناحیه ناهمگن به همگن طبق رابطه (۲) تعریف می‌شود.

$$f = \frac{t^b}{t^a} = f_0 \exp(\varepsilon_3^b - \varepsilon_3^a) \quad (2)$$

که ε_3 کرنش در راستای ضخامت بوده و با در نظر گرفتن ثابت بودن حجم از رابطه (۳) محاسبه می‌شود.

$$\varepsilon_3 = -(\varepsilon_1 + \varepsilon_2) \quad (3)$$

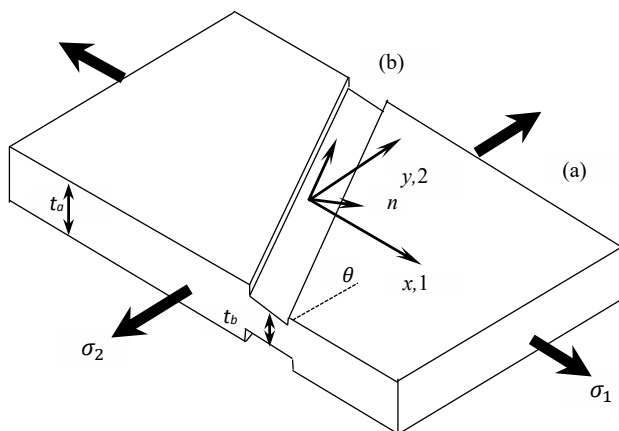
در مدل اولیه مارسینیاک-کوزینسکی فرض شده که راستای شیار عمود بر راستای تنش اصلی بزرگ‌تر، راستای ۱ است و کرنش‌های حدی تحت تأثیر زاویه راستای شیار نیست. هاتچینسن و نیپل [۲۴-۲۲]، نشان دادند که تحت بارگذاری‌های مختلف، کرنش‌های حدی در سمت چپ نمودار حد شکل‌دهی به زاویه راستای شیار، θ بستگی

همکاران [۱۹]، اثر دما، نرخ کرنش و مسیر کرنش را بر منحنی تنش-کرنش و نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA۵۷۵۴ مطالعه کردند و نشان دادند که کرنش‌های حدی وابسته به مسیر کرنش است و نرخ کرنش اثر منفی و دما اثر مثبت بر نمودار حد شکل‌دهی ورق دارد. ژانگ و همکاران [۲۰]، تأثیر دما و نرخ کرنش را بر منحنی حد شکل‌دهی آلیاژ AA۵۰۸۶ بر اساس قانون سخت‌شوندگی اصلاح شده وس (مدل لین-وس) مورد بررسی قرار دادند و نتیجه گرفتند که رفتار این آلیاژ در دمای اتاق وابسته به نرخ کرنش است و در نرخ‌های کرنش پایین با افزایش دما شکل‌پذیری این نوع ورق فلزی افزایش می‌یابد. سرعت تغییر شکل در فرآیندهای شکل‌دهی ورق‌های فلزی و بهبود شکل‌پذیری اکثر فلزات در سرعت‌ها بالا و نرم‌شدگی حرارتی در اثر افزایش دما دارای اهمیت است. از این رو در این مقاله، به بررسی تئوری اثر دما در بازه دمایی ۵۰ تا ۴۰۰ درجه سانتی‌گراد و نرخ کرنش در شرایط بارگذاری نیمه‌استاتیکی با نرخ کرنش ۱۰^{-۵} تا ۱۰^{-۳} بر ثانیه، بر رفتار تنش-کرنش و نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیومی AA۳۱۰۴ بر اساس مدل مارسینیاک-کوزینسکی و مدل کارسختی جانسون-کوک پرداخته شده است. با توجه به نتایج تجربی پاسخ تنش-کرنش بر اساس مدل ساختاری لودویک، ابتدا ثابت‌های مدل ساختاری جانسون-کوک برای ورق استخراج و سپس منحنی‌های تنش-کرنش و نمودار حد شکل‌دهی در دماها و نرخ کرنش‌های مختلف ترسیم شد. با توجه به بکارگیری روزافزون آلیاژهای آلومینیومی از جمله ورق AA۳۱۰۴ در صنعت بسته‌بندی صنایع غذایی، نتایج می‌تواند در صنعت استفاده شود.

۲- پیش‌بینی تئوری نمودار حد شکل‌دهی

۲-۱ مدل M-K

تعیین تجربی کرنش‌های حدی در تمام فرآیندهای شکل‌دهی طاقت‌فرسا و پرهزینه است. بنابراین تحلیل نظری ناپایداری پلاستیک به منظور پیش‌بینی حدود شکل‌دهی، می‌تواند ابزاری مفید برای بررسی تأثیر پارامترها بر زمان وقوع گلوپی شدن باشد. روش‌های تئوری مختلفی برای توصیف پدیده گلوپی شدن، تحلیل خطی در ورق‌های همگن و تحلیل غیرخطی در ورق‌های ناهمگن، ارائه شده است. در این مقاله از تئوری غیرخطی ناپایداری پلاستیکی مارسینیاک-کوزینسکی [۴ و ۲۱]، مدل M-K استفاده شده است.



شکل ۱: شمای تفصیلی از مدل M-K
Fig. 1. A detailed view of the M-K model

دارد. می‌توان نشان داد که راستای شیار تابعی از نمو کرنش در ناحیه همگن است [۲۵].

$$\tan(\theta + d\theta) = \frac{1 + d\varepsilon_1^a}{1 + d\varepsilon_1^b} \tan(\theta) \quad (4)$$

همچنین در مدل M-K فرض می‌شود که ناحیه همگن تحت بارگذاری نسبی $\alpha = \sigma_2^a / \sigma_1^a$ بوده و نمو کرنش‌ها در راستای شیار، جهت t مطابق شکل ۱، در هر دو ناحیه همگن و ناهمگن یکسان است.

$$d\varepsilon_{tt}^b = d\varepsilon_{tt}^a \quad (5)$$

با توجه به تعریف نرخ کرنش

$$\dot{\varepsilon} = \frac{d\varepsilon}{dt} \quad (6)$$

می‌توان نتیجه گرفت که

$$\dot{\varepsilon}_{tt}^b = \dot{\varepsilon}_{tt}^a \quad (7)$$

در مدل M-K نیروی یکسانی در جهت عمود بر شیار، راستای n میان دو ناحیه همگن و ناهمگن منتقل می‌شود. بنابراین روابط تعادل نیرو به صورت معادله‌های (۸) و (۹) است.

$$F_{nn}^b = F_{nn}^a \Rightarrow f \sigma_{nn}^b = \sigma_{nn}^a \quad (8)$$

$$F_{nt}^b = F_{nt}^a \Rightarrow f \sigma_{nt}^b = \sigma_{nt}^a \quad (9)$$

که σ_{ij} مؤلفه‌های تانسور تنش است. همچنین معادله تعادل انرژی طبق معادله (۱۰) تعریف می‌شود [۲۶].

$$d\varepsilon_{nn}^b \sigma_{nn}^b + d\varepsilon_{tt}^b \sigma_{tt}^b + 2d\varepsilon_{nt}^b \sigma_{nt}^b = d\bar{\varepsilon}^b \bar{\sigma}_Y^b \quad (10)$$

که $\bar{\sigma}_Y^b$ تنش مؤثر مربوط به منطقه ناهمگن بوده و از رابطه کار سختی محاسبه می‌شود. روش مورد استفاده برای محاسبه کرنش‌های حدی مطابق روند نمای ترسیم شده در پیوست به صورت زیر است:

۱. فرض مقدار ثابتی برای نسبت تنش‌ها در قسمت همگن $(0 < \alpha < 1)$.

۲. تعیین راستای شیار $(0^\circ < \theta < 90^\circ)$.

۳. فرض مقدار کوچک برای نمو کرنش مؤثر در ناحیه همگن $(d\bar{\varepsilon}^a = 0.0001)$.

۴. محاسبه مؤلفه‌های تانسور نمو کرنش قسمت (a) با استفاده از قانون شارش پلاستیک و معیار تسلیم.

۵. استخراج مؤلفه‌های تانسور تنش ناحیه (a) با استفاده از قانون کارسختی.

۶. انتقال تانسورهای تنش و کرنش منطقه همگن از مختصات مادی (۱۲) به مختصات شیار (nt).

۷. محاسبه نمو کرنش مؤثر در ناحیه ناهمگن $d\bar{\varepsilon}^b$ با حل دستگاه معادلات غیر خطی (روابط (۵)، (۸)، (۹) و (۱۰))، به روش نیوتن-رافسون.

۸. تکرار مراحل ۴ تا ۷ با افزایش $d\bar{\varepsilon}^a$ تا زمان پدیده گلویی شدن با تعریف شرط $d\bar{\varepsilon}^b / d\bar{\varepsilon}^a \geq 10$ [۲۷].

۹. ذخیره کرنش‌های اصلی منطقه همگن.

۱۰. اصلاح زاویه شیار با استفاده از معادله (۴).

۱۱. تکرار مراحل ۳ تا ۱۰ با راستای شیار جدید.

۱۲. انتخاب کم‌ترین کرنش اصلی بیشینه، ε_1^a و کرنش اصلی کمینه متناظر با آن، ε_2^a .

۱۳. تکرار همه مراحل قبلی به ازای نسبت تنش جدید α .

۱۴. ترسیم کرنش اصلی بزرگ‌تر بر حسب کرنش اصلی کوچک‌تر (منحنی حد شکل‌دهی)

۲-۲- معیار تسلیم Yld2011

معیار تسلیم، فرض اساسی برای مواد به منظور تعیین شروع تغییر شکل و صورت ریاضی سطح تسلیم است. سطح تسلیم مکان هندسی حالت تنش در یک نقطه است که ماده از حالت الاستیک خارج و تغییر شکل پلاستیک در آن آغاز می‌شود. شرایط تسلیم یک ماده ناهمسانگرد، نه تنها به مقدار تانسور تنش (بزرگی و اندازه‌ی تنش‌های اصلی)، بلکه به جهت و راستای آن نیز بستگی دارد. توصیف معیار تسلیم برای مواد ناهمسانگرد دشوارتر از مواد همسانگرد است. همچنین ثابت‌های بیش‌تری برای توصیف رفتار این دسته از مواد نیاز است. برای مثال، مقاومت تسلیم کشش تک‌محوری در یک جهت با جهت دیگر می‌تواند بسیار متفاوت باشد.

یکی از معیارهای تسلیم کلاسیک برای مواد ناهمسانگرد، تابع درجه دوم پیشنهاد شده توسط هیل [۲۸] است، که بسیار قدیمی بوده و برای فولادها مناسب است ولی برای آلیاژهای آلومینیوم خطا دارد. امروزه توابع تسلیم جدید در روش M-K بررسی می‌شود [۲۹]. در این مقاله برای پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ از تابع

است. پارامترهای مادی ورق آلومینیومی AA ۳۱۰۴ برای تابع تسلیم Yld۱۸-۲۰۱۱p در جدول ۱ بیان شده است [۳۰].

۲-۳- قانون کارسختی

از آنجایی که توصیف دقیق رفتار ورق برای پیش‌بینی رفتار آن و تعیین حدود درست شکل‌دهی امری ضروری است بنابراین بازنگری مدل‌های ساختاری مختلف می‌تواند از اهمیت زیادی برخوردار باشد. اکثر فلزات و آلیاژ آن‌ها، در حین انجام فرآیندهای شکل‌دهی علاوه بر تغییری که در شکل فلز حاصل می‌شود، استحکام افزایش می‌یابد و منظور از اصطلاحاتی مانند کارسختی یا کرنش سختی همین نوع افزایش استحکام از طریق انجام عملیات است. تعیین رفتار سخت‌شوندگی به صورت کمی بدون داشتن دانش درباره رابطه تنش-کرنش تغییر شکل پلاستیک، بسیار سخت است. برای بررسی رفتار ترموالاستو-پلاستیک مواد، مدل ساختاری توسعه یافته لودویک [۲]، به صورت رابطه (۱۷) تعریف شده است.

$$\bar{\sigma}_Y = K(T) \bar{\varepsilon}^{n_L(T)} \left(\frac{\dot{\bar{\varepsilon}}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^{m_L(T)} \quad (17)$$

که $\bar{\sigma}_Y$ تنش مؤثر، $\bar{\varepsilon}$ کرنش مؤثر، $\dot{\bar{\varepsilon}}$ نرخ کرنش و $\dot{\varepsilon}_0$ مقدار ثابتی معادل ۱ بر ثانیه است. همچنین در معادله (۱۷) ثابت‌های K, n_L, m_L به ترتیب ضریب کارسختی یا ضریب استحکام، نمای کرنش سختی و ضریب حساسیت نرخ کرنش است که تابعی از دمای ماده، T است. در شرایط نیمه‌استاتیکی، نرخ کرنش بین 10^{-5} تا 10^{-3} بر ثانیه، پارامترهای ثابت معادله‌ی لودویک در بازه دمایی ۵۰ تا ۵۰۰ درجه سانتی‌گراد برای ورق AA ۳۱۰۴ در جدول ۲ آورده شده است [۲].

با بسط معادلات تعادل، روابط (۸) و (۹) در مدل M-K به کمک رابطه کارسختی لودویک پارامتر نمو زمان dt ، حذف می‌شود. بنابراین نرخ کرنش در مدل M-K با در نظر گرفتن این مدل ساختاری روی کرنش‌های حدی اثر ندارد [۳۱] و تنها می‌توان اثر دما را بر نمودار حد شکل‌دهی بررسی نمود. برای بررسی اثر نرخ کرنش بر روی کرنش‌های حدی در نظریه‌ی M-K از مدل ساختاری جانسون-کوک استفاده شده است. جانسون و کوک [۱]، جهت توصیف رفتار مکانیکی مواد، تنش مؤثر ماده را به صورت تابعی از کرنش، نرخ کرنش و دما تعریف نمودند و رابطه کارسختی به نام مدل ساختاری J-C را به صورت

تسلیم پیشرفته Yld۲۰۱۱ استفاده شده است. آرتز و بارلات [۳۰]، معیارهای تسلیم قبلی Yld را مورد بازنگری و اصلاح قرار دادند و تابع تسلیم جدیدی را برای ورق‌های فلزی اورتوتروپیک در حالت سه بعدی تنش با ۱۸ و ۲۷ پارامتر کالیبره شده با داده‌های تجربی به نام Yld۲۰۱۱-۱۸p با دو تبدیل خطی از تانسور تنش انحرافی و Yld۲۰۱۱-۱۸p با سه تبدیل خطی از تانسور تنش انحرافی معرفی کردند. معیار تسلیم جدید Yld۲۰۱۱-۲۷p با دو تبدیل خطی S'_i و S''_j به شکل زیر تعریف می‌شود.

$$\bar{\sigma}_y = \left\{ \frac{1}{\xi} \sum_{i=1}^3 \sum_{j=1}^3 |S'_i + S''_j|^M \right\}^{1/M} \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)، M مقداری ثابت و معرف درجه ناهمسانگردی ورق است که برای آلیاژ AA ۳۱۰۴ معادل ۱۲ است. همچنین اسکالر ξ از معادله (۱۲) محاسبه می‌شود.

$$\xi = \left(\frac{4}{3} \right)^M + 4 \left(\frac{2}{3} \right)^M + 4 \left(\frac{1}{3} \right)^M, M > 1 \quad (12)$$

S'_i و S''_j در معادله (۱۲) به ترتیب تنش‌های اصلی تانسورهای تنش S' و S'' است که با تعریف تبدیل خطی از تانسور تنش انحرافی S طبق معادلات (۱۳) و (۱۴) حاصل می‌شود.

$$S' = C' : S \quad (13)$$

$$S'' = C'' : S \quad (14)$$

بسط روابط (۱۳) و (۱۴) به صورت زیر است.

$$\begin{bmatrix} S'_{11} \\ S'_{22} \\ S'_{33} \\ S'_{32} \\ S'_{31} \\ S'_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & C'_{12} & C'_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -C'_{21} & 0 & -C'_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -C'_{31} & -C'_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C'_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C'_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{32} \\ S_{31} \\ S_{21} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$\begin{bmatrix} S''_{11} \\ S''_{22} \\ S''_{33} \\ S''_{32} \\ S''_{31} \\ S''_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & C''_{12} & C''_{13} & 0 & 0 & 0 \\ -C''_{21} & 0 & -C''_{23} & 0 & 0 & 0 \\ -C''_{31} & -C''_{32} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C''_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C''_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C''_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ S_{32} \\ S_{31} \\ S_{21} \end{bmatrix} \quad (16)$$

در معادلات (۱۵) و (۱۶)، C'_{ij} و C''_{ij} پارامترهای ماده

جدول ۱: پارامترهای تابع تسلیم برای آلیاژ ۳۱۰۴ AA [۳۰]
Table 1. The yield function parameters for AA3104 alloy [30]

C'_{ij}		C''_{ij}	
C'_{12}	۱/۲۸۰۲۵	C''_{12}	۰/۷۹۵۷۶۷
C'_{13}	۰/۸۵۳۷۲۳	C''_{13}	۰/۷۱۵۲۸۸
C'_{21}	۰/۷۵۸۹۸۳	C''_{21}	۱/۱۸۷۷۴
C'_{23}	۱/۵۰۰	C''_{23}	۰/۳۱۵۲۳۳
C'_{31}	۱/۶۳۱۸۰	C''_{31}	-۰/۰۶۰۸۷۲۴
C'_{32}	۱/۴۵۳۳۹	C''_{32}	۰/۶۹۳۹۷۵
C'_{44}	۱	C''_{44}	۱
C'_{55}	۱	C''_{55}	۱
C'_{66}	۰/۸۸۰۶۰۸	C''_{66}	۱/۱۹۸۸۷

جدول ۲: پارامترهای مدل لودویک برای آلیاژ ۳۱۰۴ AA در نرخ کرنش 10^{-5} تا 10^{-3} بر ثانیه [۲]
Table 2. Parameters of Ludwik model for AA3104 at strain rates from 10^{-5} to 10^{-3} s⁻¹ [2]

m_L	n_L	K, MPa	$T, ^\circ\text{C}$
۰	۰/۲۵۰	۲۹۰	۵۰
۰	۰/۲۶۵	۲۷۳	۱۰۰
۰	۰/۲۷۲	۲۹۹۰	۱۵۰
۰	۰/۲۴۷	۲۶۸	۲۰۰
۰	۰/۲۳۷	۲۶۰	۲۵۰
۰/۰۷۳	۰/۱۳۷	۲۵۰	۳۰۰
۰/۱۷۹	۰/۰۳۹	۲۴۰	۳۵۰
۰/۲۰۹	۰	۱۱۷	۴۰۰
۰/۲۴۹	۰	۱۰۲	۴۵۰
۰/۲۷۰	۰	۱۰۷	۵۰۰

معادله (۱۸) ارائه کردند. مقدار ثابتی معادل ۱ بر ثانیه فرض می‌شود.

۳- نتایج و بحث

در طراحی فرآیندهای ورق‌کاری، دانستن مقدار کرنش بیشینه در ورق پیش از گلوپی‌شدن از اهمیت بالایی برخوردار است و مطالعات تئوری در زمینه تحلیل حد شکل‌پذیری یک ورق فلزی در مقابل کرنش‌های مختلف، به تحلیل منحنی‌های حد شکل‌دهی منجر شده است. استخراج این منحنی‌ها به صورت تجربی مستلزم آزمایش‌های

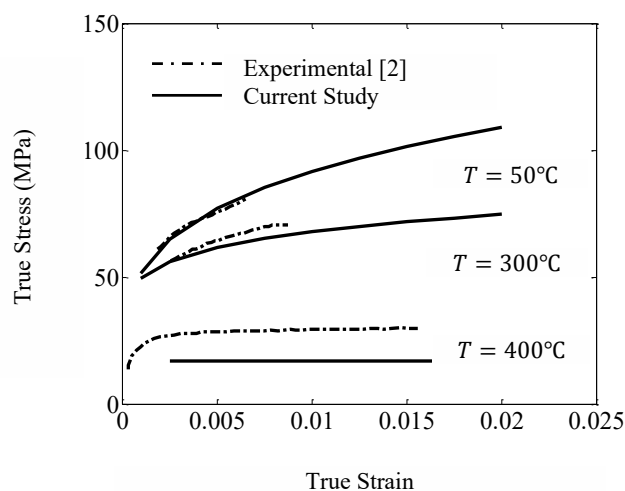
$$\bar{\sigma}_Y = \left(A + B \bar{\epsilon}^n \right) \left(1 + C \ln \left(\frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\dot{\bar{\epsilon}}_0} \right) \right) \left(1 - \left(\frac{T - T_r}{T_m - T_r} \right)^m \right) \quad (18)$$

در این قانون کارسختی A تنش تسلیم اولیه ماده در دمای اتاق، B ضریب استحکام، n توان کرنش سختی و C ضریب حساسیت نرخ کرنش است. T دمای ماده، T_r دمای اتاق، T_m دمای ذوب ماده و m ثابت مادی در مدل J-C است. $\dot{\bar{\epsilon}}_0$ نیز مشابه مدل لودویک

کرنش 10^{-4} بر ثانیه در شکل ۲ نشان داده شده است. افزایش دما باعث کاهش استحکام ماده می شود و همان طور که انتظار می رود با بالا رفتن دما، نرم شدگی حرارتی رخ و ماده رفتار نرم تری را از خود نشان می دهد. مقایسه بین نتایج عددی به دست آمده با فرض مدل کارسختی لودویک و ثابت های ارائه شده در جدول ۲ با نتایج تجربی ون هافتن [۲]، نشان دهنده دقت قابل قبول تحلیل نظری رفتار تنش-کرنش است. هم چنین رفتار این ورق در دماهای بالا ($T \geq 400^\circ\text{C}$) به صورت کاملاً پلاستیک و منحنی تنش-کرنش ثابت است و میان نتایج عددی و تجربی تفاوتی مشاهده می شود. جهت اعتبارسنجی روند ترسیم منحنی حد شکل دهی با در نظر گرفتن نظریه مارسینیاک-کوزینسکی و استفاده از رابطه کارسختی جانسون-کوک با توجه به داده های جدول ۳، پیش بینی کرنش های حدی ورق آلومینیومی AA۶۰۶۱-T۶ با سه نرخ کرنش متفاوت، بارگذاری نیمه استاتیکی ($\dot{\epsilon} = 0.01\text{s}^{-1}$)، بارگذاری با نرخ کرنش متوسط ($\dot{\epsilon} = 50\text{s}^{-1}$) و بارگذاری با نرخ کرنش بالا ($\dot{\epsilon} = 1000\text{s}^{-1}$) در شکل ۳ نمایش داده شده است. نتایج تجربی ارائه شده توسط سایر محققان [۸] با نتایج عددی به دست آمده در این مقاله برای نمودارهای حد شکل دهی

دقیق و صرف زمان و هزینه زیاد است. بنابراین، تعیین منحنی حد شکل دهی به روش های تئوری و با دقت قابل قبول بسیار ضرورت داشته و از مهم ترین خواسته های صنایع مختلف شکل دهی فلزات است. نمودار حد شکل دهی ارتباط میان کرنش های اصلی را به هنگام شروع گلوپی شدن نشان و حالت های کرنش از کشش تک محوره تا کشش دومحوره یکسان را پوشش می دهد. مواد معمولاً شکل پذیری محدودی دارند، از این رو مطالعه جامع فرآیند تغییر شکل و عوامل محدود کننده شکل دهی آنان مهم است. با توجه به اهمیت موضوع، در این زمینه تاکنون پژوهش ها و مطالعات متعددی صورت گرفته و تأثیر عوامل گوناگون روی این منحنی های حد شکل دهی بررسی شده است. یکی از عوامل تأثیرگذار بر کرنش های حدی دما و سرعت تغییر شکل، به عبارت دیگر نرخ کرنش است. اثر دما بر کرنش های حدی برای ورق های فلزی که در دمای اتاق از شکل پذیری ضعیفی برخوردارند هم چنین در نظر گرفتن اثر نرخ کرنش به ویژه در فرآیندهای شکل دهی پرسرعت از جمله الکترومغناطیس، ضربه ای و انفجاری از اهمیت بیش تری برخوردار است.

اثر دما بر رفتار تنش-کرنش آلیاژ آلومینیومی AA ۳۱۰۴ و با نرخ



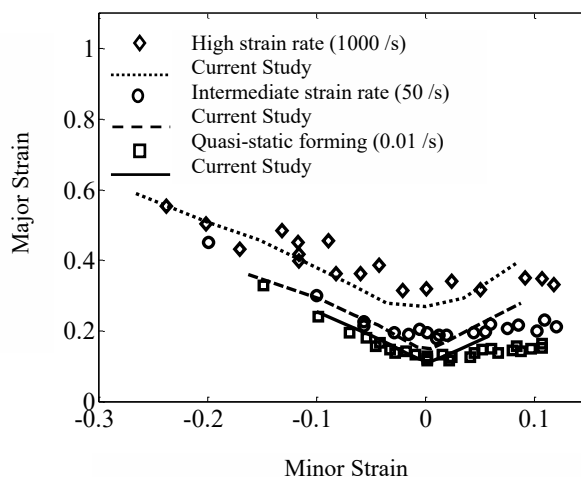
شکل ۲: مقایسه نتایج عددی پاسخ تنش-کرنش آلیاژ AA ۳۱۰۴ با نتایج تجربی ون هافتن و همکاران [۲]

Fig. 2. Comparing the true stress – true strain response of AA3104 in the present work to that reported by Von Haaften et al [2]

جدول ۳: ضرایب مدل جانسون-کوک برای آلیاژ AA۶۰۶۱-T۶ [۸]

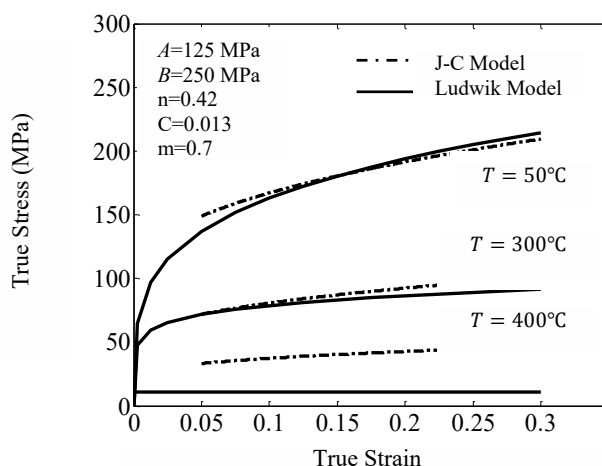
Table 3. Johnson–Cook equation constants for AA 6061-T6 [8]

ماده	A, MPa	B, MPa	n	C	m
AA۶۰۶۱-T۶	۲۷۵	۳۹۳/۱۶	۰/۴۴۱	۰/۰۱۱	۱/۳۴



شکل ۳: مقایسه نتایج عددی پاسخ به نرخ کرنش برای آلیاژ ۶۰۶۱-T۶ با نتایج تجربی دریانی و همکاران [۸]

Fig. 3. Comparing strain rate response of Al6061-T6 in the present work to that reported by Dariani et al.[8]



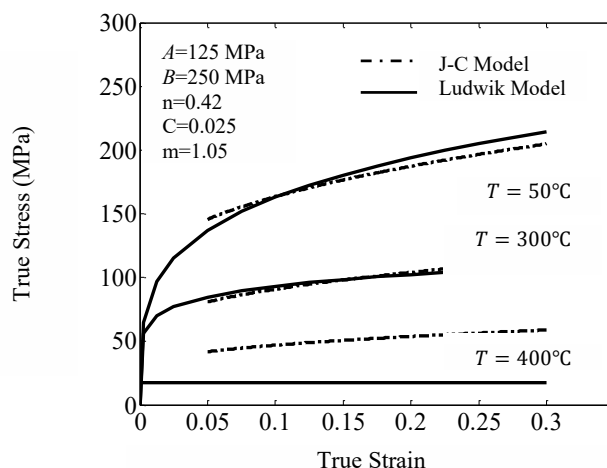
شکل ۴: رفتار تنش-کرنش AA ۳۱۰۴ در نرخ کرنش 10^{-5} بر ثانیه و سازگاری با مدل جانسون-کوک

Fig. 4. True stress-true strain response of AA3104 at strain rate 10^{-5} s^{-1} along with correlation from Johnson-Cook model

مدل ساختاری جانسون-کوک استفاده می‌شود. بنابراین با استفاده از پاسخ تنش-کرنش مربوط به مدل لودویک، شکل‌های ۴ تا ۶، برای دما و نرخ کرنش‌های مختلف و با استفاده از روش‌های عددی پیشنهادی خان و بایگ [۳]، پنج پارامتر مدل جانسون-کوک، A, B, n, C و m ، برای آلیاژ آلومینیومی ۳۱۰۴ استخراج شد که این پارامترهای ثابت در شکل‌های ۴ تا ۶ ارائه شده است. همان‌طوری‌که در شکل ۲ برای دمای ۴۰۰ درجه سانتی‌گراد میان نتایج عددی و تجربی تفاوت مشاهده شد، خطای نسبی بین منحنی‌های تنش-کرنش در این دما نیز در شکل‌های ۴ تا ۶ ایجاد شده است که می‌تواند خطای محاسبات ناشی از استفاده از

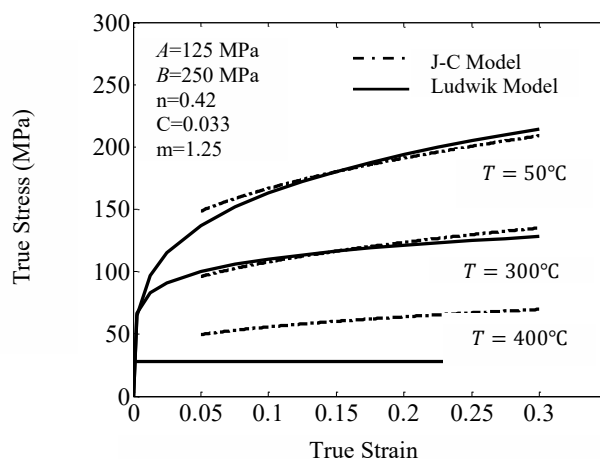
آلیاژ فلزی ۶۰۶۱-T۶ مقایسه و در این شکل نشان داده شده است که بیانگر تطابق خوب نتایج با هم است.

اثر دما بر رفتار تنش-کرنش ورق فلزی AA ۳۱۰۴ با فرض مدل لودویک و با سه نرخ کرنش متفاوت 10^{-5} ، 10^{-4} و 10^{-3} بر ثانیه در شکل‌های ۴ تا ۶ ترسیم شده است. دما بر پاسخ تنش-کرنش ماده به علت نرم‌شدگی حرارتی و کاهش استحکام اثر منفی دارد و سطح منحنی‌های تنش-کرنش در نرخ کرنش‌های مختلف کاهش می‌یابد و به سمت پایین منتقل می‌شود. مدل ساختاری لودویک همان‌طور که قبلاً اشاره شد، در بررسی اثر نرخ کرنش بر حد شکل‌پذیری ورق‌ها به روش M-K کاربرد ندارد و برای مطالعه اثر سرعت تغییر شکل از



شکل ۵: رفتار تنش-کرنش AA ۳۱۰۴ در نرخ کرنش 10^{-4} بر ثانیه و سازگاری با مدل جانسون-کوک

Fig. 5. True stress-true strain response of AA3104 at strain rate 10^{-4} s^{-1} along with correlation from Johnson-Cook model



شکل ۶: رفتار تنش-کرنش AA ۳۱۰۴ در نرخ کرنش 10^{-3} بر ثانیه و سازگاری با مدل جانسون-کوک

Fig. 6. True stress-true strain response of AA3104 at strain rate 10^{-3} s^{-1} along with correlation from Johnson-Cook model

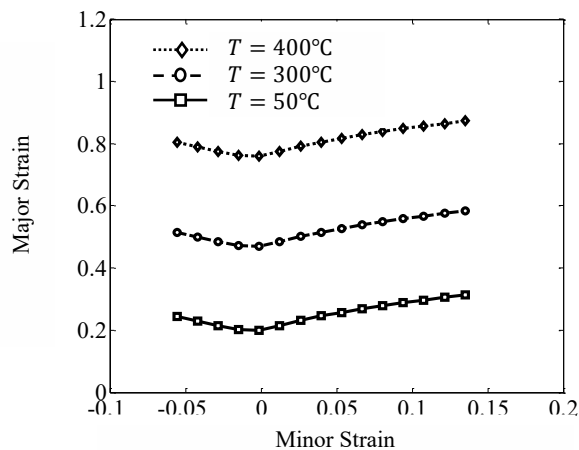
زد [۳۲]. هم‌چنین بر اساس تحقیقات انجام شده [۳۳]، ضریب نقص اولیه به زبری سطح، اندازه دانه، ضخامت اولیه ورق و مقدار کرنش بستگی دارد. در ترسیم نمودارهای حد شکل‌دهی آلیاژ AA ۳۱۰۴ ضریب ناهمگنی اولیه ۰/۹۹۲ فرض شده است [۳۴].

شکل ۱۰ اثر نرخ کرنش و دما را بر منحنی تنش-کرنش ورق AA ۳۱۰۴ بیان می‌کند. مشاهده می‌شود که افزایش نرخ کرنش باعث افزایش استحکام و افزایش دما موجب کاهش استحکام می‌شود. بنابراین با بالا رفتن سرعت تغییر شکل استحکام ماده بیش‌تر و با بالا رفتن دما ماده نرم‌تر می‌شود. در دمای ۵۰ درجه سانتی‌گراد

روش‌های عددی و هم‌چنین به سبب رفتار کاملاً پلاستیک ورق که منجر به ثابت بودن منحنی تنش-کرنش می‌شود، باشد.

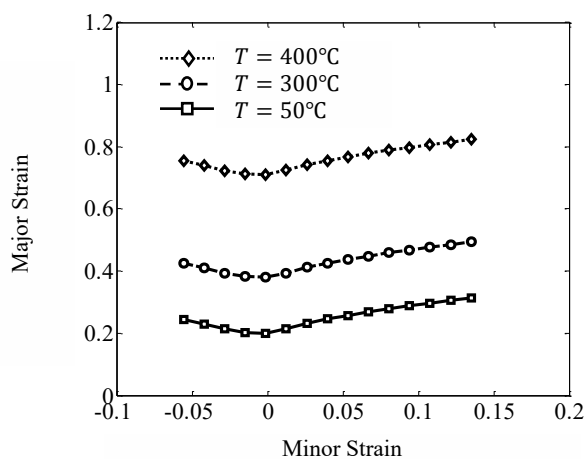
اثر دما بر منحنی شکل‌دهی ورق AA ۳۱۰۴ با استفاده از مدل کارسختی جانسون-کوک و با فرض سه نرخ کرنش 10^{-5} ، 10^{-4} و 10^{-3} بر ثانیه در شکل‌های ۷ تا ۹ نشان داده شده است. دما بر حد شکل‌پذیری ماده به علت نرم‌شدگی حرارتی اثر مثبت دارد و افزایش آن منجر به کاهش استحکام ماده می‌شود.

ضریب ناهمگنی اولیه را می‌توان با مقایسه مقادیر پیش‌بینی شده برای کرنش‌های حدی و نتایج تجربی و به روش سعی و خطا تخمین



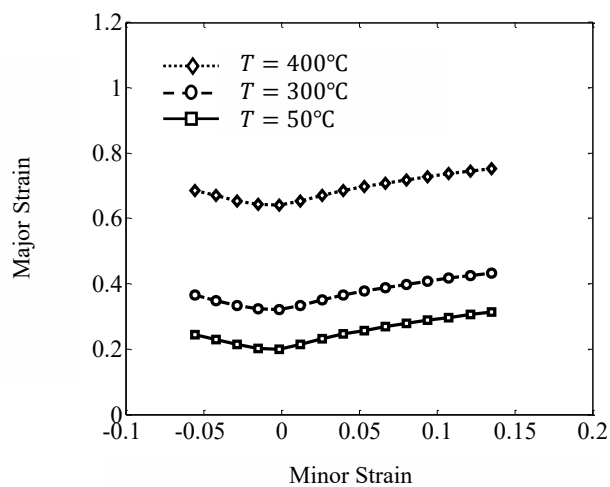
شکل ۷: اثر دما بر نمودار حد شکل دهی AA ۳۱۰۴ در نرخ کرنش 10^{-5} بر ثانیه با استفاده از مدل ساختاری J-C

Fig. 7. The effect of temperature on FLD of AA3104 at strain rate $10^{-5} s^{-1}$



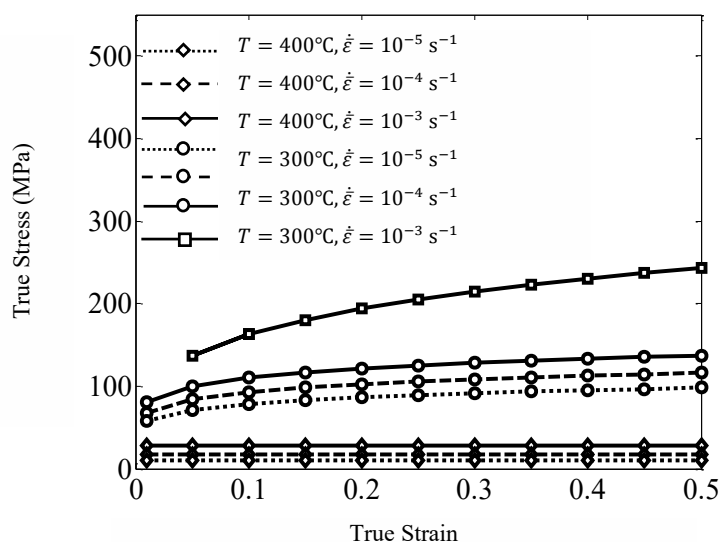
شکل ۸: اثر دما بر نمودار حد شکل دهی AA ۳۱۰۴ در نرخ کرنش 10^{-4} بر ثانیه با استفاده از مدل ساختاری J-C

Fig. 8. The effect of temperature on FLD of AA3104 at strain rate $10^{-4} s^{-1}$



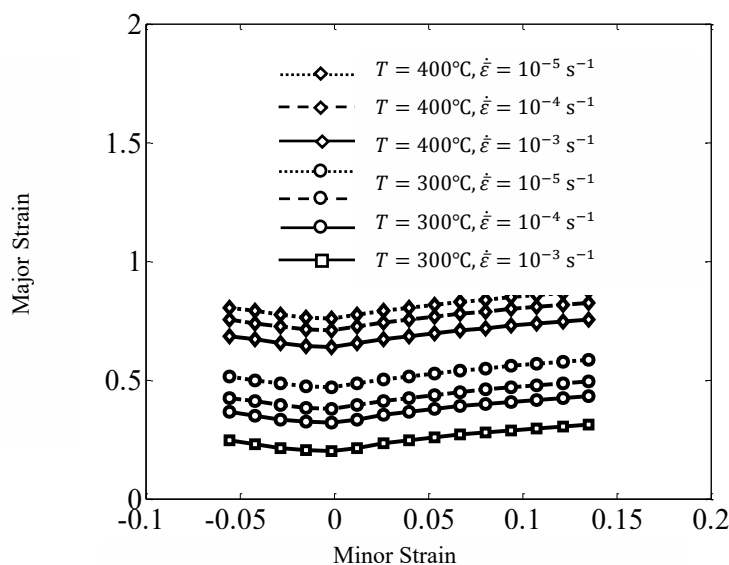
شکل ۹: اثر دما بر نمودار حد شکل دهی AA ۳۱۰۴ در نرخ کرنش 10^{-3} بر ثانیه با استفاده از مدل ساختاری J-C

Fig. 9. The effect of temperature on FLD of AA3104 at strain rate $10^{-3} s^{-1}$



شکل ۱۰: اثر دما و نرخ کرنش بر منحنی تنش-کرنش

Fig. 10. The effect of temperature and strain rate on the stress-strain curve



شکل ۱۱: اثر دما و نرخ کرنش بر نمودار حد شکل‌دهی AA ۳۱۰۴

Fig. 11. The effect of temperature and strain rate on FLD of AA3104

که اثر نرخ کرنش روی کاهش شکل‌پذیری ورق در دمای ۳۰۰ درجه سانتی‌گراد در مقایسه با دمای ۴۰۰ درجه سانتی‌گراد محسوس‌تر است. افزایش دما به علت نرم‌تر شدن رفتار آلیاژ و کاهش منحنی تنش-کرنش موجب افزایش کرنش‌های حدی می‌شود که اثر دما بر افزایش کرنش‌های حدی و شکل‌پذیری آلیاژ به علت تمایل رفتار ورق AA ۳۱۰۴ به صورت رفتار کاملاً پلاستیک در دماهای بالا، در تغییر دمای ۳۰۰ به ۴۰۰ درجه سانتی‌گراد در مقایسه با تغییر دمای ۵۰ به ۳۰۰ درجه سانتی‌گراد محسوس‌تر است.

نرخ کرنش بر پاسخ تنش-کرنش آلیاژ اثر ندارد که با توجه به مقدار حساسیت نرخ کرنش در جدول ۲، $m_L = 0$ ، توجیه می‌شود. از این رو نرخ کرنش بر رفتار تنش-کرنش ورق در دمای پایین و محیط تأثیری ندارد.

اثر نرخ کرنش و دما بر منحنی حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیومی AA ۳۱۰۴ در شکل ۱۱ نشان داده شده است. افزایش نرخ کرنش افزایش استحکام ورق را به دنبال دارد و این سبب کاهش کرنش‌های حدی و کاهش سطح نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ AA ۳۱۰۴ می‌شود.

جدول ۴: FLD_0 در دما و نرخ کرنش های متفاوت

Table 4. FLD_0 at the different temperatures and strain rates

دما °C	نرخ کرنش s^{-1}	۵۰	۳۰۰	۴۰۰
۱۰-۵	۰/۲۱۴	۰/۴۶۲	۰/۷۳۷	
۱۰-۴	۰/۲۱۴	۰/۴۰۲	۰/۷۰۷	
۱۰-۳	۰/۲۱۴	۰/۳۳۴	۰/۶۵۷	

حرارتی رفتار نرم تری را از خود نشان می دهد، همان طور که انتظار می رفت با بالا رفتن دما استحکام آلیاژ آلومینیومی ۳۱۰۴ AA کاهش یافت. بنابراین دما بر کرنش های حدی و نمودار حد شکل دهی این ورق اثر مثبت داشت و افزایش دما سبب شکل پذیری بیش تر ورق شد.

اگرچه شکل پذیری بسیاری از آلیاژهای فلزی از جمله AA۶۰۶۱-T۶ در سرعت های بالا بهبود می یابد [۸] ولی نتایج بررسی سرعت تغییر شکل بر نمودار حد شکل دهی آلیاژ ۳۱۰۴ AA نشان دهنده اثر منفی نرخ کرنش بر شکل پذیری این ورق بود و با افزایش نرخ کرنش استحکام آلیاژ افزایش یافت و شکل پذیری ورق کم تر شد. این مغایرت ناشی از آن است که در سرعت های بالا شکل دهی لزوماً بهبود پیدا نمی کند. اثر متمایز نرخ کرنش بر شکل پذیری فلزات مختلف را می توان به تفاوت های رفتار ساختاری مواد مختلف، اثرات اینرسی و نیز ضربه قالب نسبت داد [۳].

برای ورق ۳۱۰۴ AA بیش ترین کرنش های حدی و در نتیجه بیش ترین میزان شکل پذیری ورق در بالاترین دما، ۴۰۰ درجه سانتی گراد و پایین ترین نرخ کرنش، 10^{-5} بر ثانیه به دست آمد.

فهرست علائم

تنش تسلیم اولیه ماده، MPa	A
ضریب کارسختی، MPa	B
ضریب حساسیت نرخ کرنش در معادله J-C	C
پارامترهای ثابت تابع تسلیم $2011Yld$	$C_{ij}^{\bar{u}}, C_{ij}$
نیرو در مختصات شیار، N	F_m, F_{nt}
ضریب ناهمگنی	f

با توجه به نتایج تجربی ضریب حساسیت نرخ کرنش، m_L تا دمای ۲۵۰ درجه سانتی گراد صفر است بنابراین انتظار می رود که سرعت تغییر شکل در دماهای بالاتر از ۲۵۰ درجه سانتی گراد که ضریب حساسیت نرخ کرنش غیر صفر است، بر روی پاسخ تنش-کرنش ورق و متعاقب آن بر شکل پذیری آلیاژ آلومینیومی ۳۱۰۴ AA اثر داشته باشد. تغییرات مقدار کرنش حدی در نمودار حد شکل دهی آلیاژ ۳۱۰۴ AA، نمودارهای ترسیم شده در شکل ۱۱، در حالت کرنش صفحه ای، نمودار حد شکل دهی بر حسب تغییرات نرخ کرنش و دما در جدول ۴ آورده شده است. با تغییر دما از ۵۰ به ۳۰۰ درجه سانتی گراد، نمودار حد شکل دهی در بالاترین نرخ کرنش حدود ۵۶ درصد و در پایین ترین بیش از ۱۰۰ درصد افزایش می یابد و با افزایش دما تا ۴۰۰ درجه سانتی گراد این مقدار در سرعت های مختلف شکل دهی ورق بیش از سه برابر می شود. با افزایش نرخ کرنش، نمودار حد شکل دهی در دمای ۳۰۰ درجه سانتی گراد، حدود ۲۸ درصد و در دمای ۴۰۰ درجه سانتی گراد، تقریباً ۱۱ درصد کاهش می یابد. همانطور که قبلاً اشاره شد تأثیرگذاری نرخ کرنش بر روی کرنش های حدی ورق ۳۱۰۴ AA در دمای ۳۰۰ درجه سانتی گراد در مقایسه با دمای ۴۰۰ درجه سانتی گراد بیش تر است.

۴- نتیجه گیری

اثر دما در بازه دمایی ۵۰ تا ۴۰۰ درجه سانتی گراد و نرخ کرنش در محدوده تغییرات 10^{-5} تا 10^{-3} بر ثانیه، بر منحنی تنش-کرنش و نمودار حد شکل دهی ورق ۳۱۰۴ AA بر اساس مدل M-K و قانون کارسختی J-C مورد مطالعه نظری قرار گرفت. از آنجائیکه با افزایش دما ورق های فلزی به علت نرم شدگی

	بالانویس‌ها	ضریب ناهمگنی اولیه	f_0
ناحیه همگن	a	ضریب استحکام، MPa	K
ناحیه ناهمگن	b	توان تابع تسلیم Yld۲۰۱۱	M
		ثابت مادی در معادله‌ی J-C	m
		ضریب حساسیت نرخ کرنش در معادله لودویک	m_L
		توان کرنش سختی در معادله J-C	n
		توان کرنش سختی در معادله لودویک	n_L
		تانسور تنش انحرافی، MPa	$\mathbf{S}$
		ضخامت، m	t
		ضخامت اولیه، m	t_0
		دما، °C	T
		دمای ذوب °C	T_m
		دمای اتاق °C	T_r
		علایم یونانی	
		نسبت تنش	α
		نرخ کرنش مؤثر s^{-1}	$\dot{\epsilon}$
		ثابت معادله کار سختی s^{-1}	$\dot{\epsilon}_0$
		کرنش در مختصات مادی	$\epsilon_i, i = 1, 2, 3$
		نمو کرنش در مختصات مادی	$d\epsilon_i, i = 1, 2, 3$
		نمو کرنش در مختصات شیار	$d\epsilon_{nn}, d\epsilon_{tt}, d\epsilon_{nt}$
		نمو کرنش مؤثر	$d\bar{\epsilon}$
		نمو زاویه	$d\theta$
		ثابت اسکالر تابع تسلیم Yld ۲۰۱۱	ξ
		تنش اصلی در مختصات مادی، MPa	$\sigma_i, i = 1, 2, 3$
		تنش در مختصات شیار، MPa	$\sigma_{nn}, \sigma_{tt}, \sigma_{nt}$
		تنش برشی در مختصات شیار، MPa	$\tau_{nn}, \tau_{tt}, \tau_{nt}$
		تنش مؤثر بدست آمده از قانون کار سختی، MPa	$\bar{\sigma}_Y$
		تنش مؤثر بدست آمده از معیار تسلیم، MPa	$\bar{\sigma}_y$

مراجع

- [1] G.R. Johnson, W.H. Cook, Fracture characteristics of three metals subjected to various strains, strain rates, temperatures and pressures, Engineering fracture mechanics, 21(1) (1985) 31-48.
- [2] W. Van Haaften, B. Magnin, W. Kool, L. Katgerman, Constitutive behavior of as-cast AA1050, AA3104, and AA5182, Metallurgical and Materials Transactions A, 33(7) (2002) 1971-1980.
- [3] A.S. Khan, M. Baig, Anisotropic responses, constitutive modeling and the effects of strain-rate and temperature on the formability of an aluminum alloy, International Journal of Plasticity, 27(4) (2011) 522-538.
- [4] J.V. Laukonis, A.K. Ghosh, Effects of strain path changes on the formability of sheet metals, Metallurgical Transactions A, 9(12) (1978) 1849-1856.
- [5] Z. Marciniak, K. Kuczyński, T. Pokora, Influence of the plastic properties of a material on the forming limit diagram for sheet metal in tension, International Journal of Mechanical Sciences, 15(10) (1973) 789-800.
- [6] A.K. Ghosh, S.S. Hecker, Failure in thin sheets stretched over rigid punches, Metallurgical Transactions A, 6(5) (1975) 1065-1074.
- [7] M. Gerdooei, B. Dariani, Strain-rate-dependent forming limit diagrams for sheet metals, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 222(12) (2008) 1651-1659.
- [8] B. Dariani, G. Liaghat, M. Gerdooei, Experimental investigation of sheet metal formability under various strain rates, Proceedings of the Institution of

- 113(1-3) (2001) 648-653.
- [18] X. Chu, L. Leotoing, D. Guines, E. Ragneau, Temperature and strain rate influence on AA5086 Forming Limit Curves: Experimental results and discussion on the validity of the MK model, *International Journal of Mechanical Sciences*, 78 (2014) 27-34.
- [19] O. El Fakir, L. Wang, D. Balint, J.P. Dear, J. Lin, Predicting effect of temperature, strain rate and strain path changes on forming limit of lightweight sheet metal alloys, *Procedia Engineering*, 81 (2014) 736-741.
- [20] C. Zhang, X. Chu, D. Guines, L. Leotoing, J. Ding, G. Zhao, Dedicated linear-Voce model and its application in investigating temperature and strain rate effects on sheet formability of aluminum alloys, *Materials & Design*, 67 (2015) 522-530.
- [21] Z. Marciniak, K. Kuczyński, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, *International journal of mechanical sciences*, 9(9) (1967) 609-620.
- [22] J. Hutchinson, K. Neale, Sheet necking-II. Time-independent behavior, in: *Mechanics of sheet metal forming*, Springer, 1978, pp. 127-153.
- [23] J. Hutchinson, K. Neale, Sheet necking-III. Strain-rate effects, in: *Mechanics of sheet metal forming*, Springer, 1978, pp. 269-285.
- [24] J. Hutchinson, K. Neale, A. Needleman, Sheet necking—I. Validity of plane stress assumptions of the long-wavelength approximation, in: *Mechanics of sheet metal forming*, Springer, 1978, pp. 111-126.
- [25] R. Sowerby, J. Duncan, Failure in sheet metal in biaxial tension, *International Journal of Mechanical Sciences*, 13(3) (1971) 217-229.
- [26] M. Ganjiani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, *Journal of materials processing technology*, 182(1-3) (2007) 598-607.
- [27] A.B. Da Rocha, F. Barlat, J. Jalinier, Prediction of the forming limit diagrams of anisotropic sheets in *Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, 223(6) (2009) 703-712.
- [9] M. Jie, C. Cheng, L. Chan, C. Chow, Forming limit diagrams of strain-rate-dependent sheet metals, *International Journal of Mechanical Sciences*, 51(4) (2009) 269-275.
- [10] S. Kim, H. Huh, H. Bok, M. Moon, Forming limit diagram of auto-body steel sheets for high-speed sheet metal forming, *Journal of Materials Processing Technology*, 211(5) (2011) 851-862.
- [11] M. Safari, S. Hosseini-pour, H. Azodi, An investigation into the effect of strain rate on forming limit diagram using ductile fracture criteria, *Meccanica*, 47(6) (2012) 1391-1399.
- [12] M. Saradar, A. Basti, M. Zaeimi, Numerical study of the effect of strain rate on damage prediction by dynamic forming limit diagram in high velocity sheet metal forming, *Modares Mechanical Engineering*, 14(16) (2015) 212-222. (in Persian)
- [13] T.C. Cheng, R.S. Lee, The influence of grain size and strain rate effects on formability of aluminium alloy sheet at high-speed forming, *Journal of Materials Processing Technology*, 253 (2018) 134-159.
- [14] D. Li, A.K. Ghosh, Biaxial warm forming behavior of aluminum sheet alloys, *Journal of Materials Processing Technology*, 145(3) (2004) 281-293.
- [15] X.-q. Cao, P.-p. Xu, F. Qi, W.-x. Wang, Theoretical prediction of forming limit diagram of AZ31 magnesium alloy sheet at warm temperatures, *Transactions of Nonferrous Metals Society of China*, 26(9) (2016) 2426-2432.
- [16] J. Zhou, Y. Mu, B. Wang, A damage-coupled unified viscoplastic constitutive model for prediction of forming limits of 22MnB5 at high temperatures, *International Journal of Mechanical Sciences*, 133 (2017) 457-468.
- [17] T. Naka, G. Torikai, R. Hino, F. Yoshida, The effects of temperature and forming speed on the forming limit diagram for type 5083 aluminum-magnesium alloy sheet, *Journal of Materials Processing Technology*,

- influence on AA5083 formability, Journal of materials processing technology, 209(8) (2009) 3849-3858.
- [32] P. Wu, M. Jain, J. Savoie, S. MacEwen, P. Tuğcu, K. Neale, Evaluation of anisotropic yield functions for aluminum sheets, International Journal of Plasticity, 19(1) (2003) 121-138.
- [33] F. Stachowicz, Effect of annealing temperature on plastic flow properties and forming limit diagrams of titanium and titanium alloy sheets, Transactions of the Japan institute of metals, 29(6) (1988) 484-493.
- [34] S.C. Soare, Theoretical considerations upon the MK model for limit strains prediction: The plane strain case, strain-rate effects, yield surface influence, and material heterogeneity, European Journal of Mechanics-A/Solids, 29(6) (2010) 938-950.
- linear and non-linear loading, Materials science and engineering, 68(2) (1985) 151-164.
- [28] R. Hill, A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals, Proc. R. Soc. Lond. A, 193(1033) (1948) 281-297.
- [29] S.M. Mirfalah Nasiri, A. Basti, R. Hashemi, Numerical analysis of the effect of advanced yield criterion on prediction of strains and stresses in anisotropic aluminum sheets, Modares Mechanical Engineering, 15(8) (2015) 393-401. (in Persian)
- [30] H. Aretz, F. Barlat, New convex yield functions for orthotropic metal plasticity, International Journal of non-linear mechanics, 51 (2013) 97-111.
- [31] C. Zhang, L. Leotoing, D. Guines, E. Ragneau, Theoretical and numerical study of strain rate

