نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۱، سال ۱۳۹۹، صفحات ۳ تا ۱۶
DOI: 10.22060/mej.2018.14743.5926

تحلیل دینامیکی میکرولوله‌های حامل سیال واقع بر بسترهای مختلف

سید حامد میرطالبی[1]، علی ابراهیمی ممقانی[2*]

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران.
۲- باشگاه پژوهشگران جوان و نخبگان، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران.

خلاصه: در این مقاله تحلیل دینامیکی میکرولوله‌های حامل سیال قرار گرفته بر انواع بسترها با استفاده از تئوری الاستیسیته کوپل اصلاح یافته به‌طور کامل مورد بررسی قرار گرفته است. معادلات دینامیکی حاکم بر سیستم با استفاده از اصل همیلتون توسعه‌یافته استخراج شده‌اند. حل عددی معادله با کمک روش گالرکین انجام شده است. برای صحت‌سنجی راه‌حل ارائه‌شده، نتایج مدل ساده‌شده با نتایج موجود در ادبیات فنی مطابقت داده شده‌اند. نمودارهای پایداری برای هر بستر استخراج شده‌اند و مطالعه جامعی برای بررسی اثرات پارامترهای مختلف همچون پارامتر مقیاس طولی ماده، قطر خارجی، بسترهای الاستیک غیریکنواخت، جزئی، سری و پاسترناک انجام شده است. نتایج نشان می‌دهند با توجه به مقدار پارامتر بی‌بعد جرم، بسترهای الاستیک می‌توانند باعث افزایش و همچنین کاهش نواحی پایداری سیستم شوند. علاوه بر آن مشخص شده است بسترهای سری نه‌تنها توانایی شبیه‌سازی محیط‌های گوناگون اطراف میکرولوله را دارند، بلکه می‌توانند در طراحی بهینه میکرولوله‌ها، پایداری آن‌ها را برای محدوده‌های کاری مختلف، به‌صورت چشمگیری افزایش دهند.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۷/۰۴/۳۰
بازنگری: ۱۳۹۷/۰۷/۰۷
پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۱۹
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۰۸/۲۹

کلمات کلیدی:
میکرولوله حامل جریان سیال،
تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده،
مرزهای پایداری،
بسترهای الاستیک و پاسترناک،
فرکانس مختلط

۱- مقدمه

در سال‌های اخیر موضوع برهمکنش سیال و سازه[1] به‌صورت گسترده‌ای توسط محققین موردمطالعه قرار گرفته است. به دلیل کاربرد بسیار وسیع لوله‌های حامل جریان سیال در نیروگاه‌ها، فاضلاب و سیستم انتقال آب شهری، مبدل‌های گرمایی، راکتورهای آب جوش، دستگاه‌های تولید الکتریسیته‌ی آبی، خطوط خروجی پمپ‌ها و...، مطالعه دینامیکی این سامانه‌ها از اهمیت بسزایی برخوردار است. اولین مطالعات در این زمینه به کارهای اشلی و همکاران [۱] و نیز بنجامین [۲] برمی‌گردد. فهم عمیق دینامیک لوله‌های حامل جریان سیال به‌صورت تحلیلی و آزمایشگاهی توسط پایدوسیس [۳ و ۴] انجام شده است.

در دو دهه‌ی اخیر به‌کارگیری میکرو و نانو ساختارها در زمینه‌های مختلف علمی افزایش بسیار چشمگیری داشته است، ازاین‌رو، تحلیل ارتعاشات و طراحی این سازه‌ها یک مسئله چالش برانگیز دینامیکی است. به‌عنوان مثال در علم پزشکی از میکرو و نانولوله‌ها جهت تزریق دارو به‌صورت هدفمند به بافت‌های بیمار سرطانی استفاده می‌شود تا میزان مصرف دارو و اثرات جانبی آن در مقایسه با روش‌های سنتی به حداقل برسد [۵]. از دیگر کاربردهای میکرو و نانولوله‌های حامل جریان سیال می‌توان به کاربرد آن‌ها در نیمه‌هادی‌ها، ذخیره‌سازی و انتقال سیال و نیز در حسگرها و عملگرهای زیستی اشاره کرد [۹-۶]. پیشرفت‌های به‌دست‌آمده در فناوری ساخت میکرو و نانوساختارها محققان را بر آن داشته تا با ارائه‌ی مدل‌های دقیق‌تر ریاضی پیش‌بینی دقیق‌تری از رفتار دینامیکی این ساختارها داشته باشند و تطابق بهتری با نتایج آزمایشگاهی ارائه دهند. نتایج پژوهش‌ها نشان داده‌اند که مواد در مقیاس میکرو و نانو، رفتارهایی کاملاً وابسته به اندازه نشان می‌دهند. مک‌فارلند و همکاران [۱۰] به‌صورت تجربی نشان دادند خواص مواد به‌صورت چشمگیری با کوچک‌تر شدن ابعاد آن در مقیاس‌های میکرو و نانو به اندازه وابسته می‌شوند. به‌عنوان مثال

1- Fluid-solid interactions

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: a.ebrahimimamaghani@gmail.com

آن‌ها دریافتند سفتی خمشی یک میکروتیر چهار برابر بزرگ‌تر از پیش‌بینی‌های تئوری کلاسیک است. به‌منظور بررسی اثرات ابعاد، تئوری‌های اصلاح‌شده مختلفی ارائه شده‌اند. تئوری تنش کوپل، یک تئوری الاستیسیته مرتبه بالا است که توسط میندلین و همکاران [۱۱] ارائه شد که در آن تانسور تنش کوپل[1] به‌صورت متقارن در نظر گرفته می‌شود. یانگ و همکاران [۱۲] تئوری اصلاح‌شده تنش کوپل را ارائه کردند که در آن به‌جای بهره‌گیری از دو شاخصه‌ی وابسته به ماده، تنها از یک پارامتر مقیاس طولی ماده استفاده می‌شود. با استفاده از این تئوری اصلاح‌شده، پارک و گائو [۱۳] به بررسی ارتعاشات عرضی یک میکروتیر اویلر برنولی پرداختند و متوجه شدند این مدل جدید، مقادیر سفتی خمشی به‌مراتب بالاتری را پیش‌بینی می‌کند که با نتایج حاصل از بررسی‌های آزمایشگاهی تطابق خوبی دارد. علاوه بر آن وانگ و همکاران [۱۴] و نیز که و همکاران [۷] اذعان داشتند تئوری کوپل به‌صورت قدرتمندی قادر به بیان رفتار دینامیکی میکروساختارها است. براید و همکاران [۵] از نانولوله‌های کربنی در تزریق داروی ضد سرطان به غدد سرطانی و تومورهای داخل و بیرون از بدن بیماران استفاده کردند و علی‌رغم نقش آن در بهبود چشمگیر درمان به چالش‌هایی همچون تعیین حدود پایداری نانولوله محاط [۱۵] شده در بافت نرم پرداختند. برای آشنایی بیشتر با جزئیات تئوری اصلاح‌شده تنش کوپل می‌توان به مقالات [۱۹-۱۶] مراجعه کرد. لازم به ذکر است که در زمینه مدل‌سازی میکرو و نانو ساختارها، نظریه‌های مختلف دیگری مانند گرادیان کرنش [۱۲] و غیرمحلی [۲۰] ارائه شده است. به عنوان مثال بهالدینی و حسینی [۲۱] پایداری نانولوله‌های حامل سیال را در حضور میدان‌های مغناطیسی مطالعه کردند. در پژوهشی دیگر [۲۲] این نویسندگان به مقایسه تئوری‌های اصلاح‌شده‌ی تنش کوپل و گرادیان کرنش پرداختند. اما برای سازه‌های در ابعاد میکرو، تئوری اصلاح‌شده‌ی تنش کوپل کارایی بالاتری دارد و از نقطه نظر پیچیدگی، منجر به استخراج معادلات نهایی به فرم ساده‌تری هم می‌شود که این امر نیز منجر به کاهش زمان حل در عین دقت مطلوب می‌شود [۶ و ۱۴].

مهم‌ترین چالش در سامانه‌های حامل جریان، ناپایداری ایجادشده در اثر حرکت سیال است و این موضوع در سال‌های اخیر توجه محققان زیادی را به خود جلب کرده است. افزایش نواحی پایداری این سازه‌ها مهم‌ترین مسئله‌ای است که مورد توجه محققین قرار گرفته است [۲۳]. بدون شک انتظار می‌رود که در نظر گرفتن بستر برای سامانه‌های حامل سیال، منجر به جابجایی مرزهای پایداری این سازه‌ها شود. پیش‌تر، در مقیاس ماکرو، لوتاتی و همکاران [۲۴] یک مطالعه پارامتریک بر روی لوله‌های یکسرگیردار و دوسرگیردار انجام دادند و دریافتند علی‌رغم اینکه سرعت سیال داخلی می‌تواند نقش پایدارکننده یا ناپایدارکننده داشته باشد، اما اعمال بسترهای الاستیک، همواره نقش پایدارکننده برای سیستم ایفا می‌کنند. در پژوهشی دیگر دیجوندرو [۲۵]، ارتعاشات یک لوله یکسرگیردار بر روی بسترهای الاستیک با طول‌ها و محل‌های قرارگیری مختلفی مورد تحلیل و بررسی قراردادند و نشان دادند درصورتی‌که مکان و سفتی بستر به‌درستی تعیین شود بهترین شرایط از دیدگاه پایداری برای سازه موردنظر به دست می‌آید.

به دلیل نتایج کاربردی و جذاب مستخرج از پژوهش‌های صورت گرفته در سامانه‌های ماکرو محاط در بسترهای الاستیک، اخیراً مطالعات محدودی در خصوص بررسی ارتعاشات میکرو و نانوساختارهای قرار گرفته روی بسترهای الاستیک صورت پذیرفته است. به‌عنوان مثال یون و همکاران [۲۶] به بررسی ارتعاشات یک نانولوله کربنی قرار گرفته بر روی یک بستر وینکلر پرداختند و دریافتند نانولوله‌های قرار گرفته بر روی بسترهای با سختی بیشتر، نسبت به سرعت سیال داخلی حساسیت کمتری دارند و ارتعاشات ناخواسته سیستم را بهتر از بین می‌برند. بهالدینی و همکاران [۲۱] با اعمال تئوری تنش غیرمحلی[2] متوجه شدند قرار دادن نانوساختار بر روی بستر علاوه بر بهبود عملکرد سازه، باعث افزایش مقادیر سرعت و فرکانس بحرانی[3] می‌شوند. همچنین لازم به ذکر است که مطالعه اثر بسترهای مختلف بر روی عملکرد میکروسازه‌های حامل سیال به منظور افزایش پایداری و بهبود اهمیت بالایی دارد و در علوم مختلف حتی مهندسی پزشکی نیز کاربرد فروان دارد، به عنوان مثال می‌توان برای مدل‌سازی عمل تزریق دارو در بافت‌های مختلف بدن که مشخصات مکانیکی گوناگونی دارند و یا حتی به مدل‌سازی بافت‌های متنوع بدن پرداخت.

با توجه به‌ضرورت طراحی سامانه‌های میکرو و نانو حاوی جریان در سرعت‌های بالا، در تحقیق پیش‌رو مطالعه‌ی جامعی بر روی رفتار دینامیکی میکرولوله حاوی جریان سیال محاط شده توسط بسترهای

1 Couple stress tensor

2 Nonlocal elasticity theory
3 Critical velocity and ffrequency

الاستیک مختلف نظیر وینکلر[1]، غیریکنواخت[2]، جزئی[3]، سری[4] و بسترهای پاسترناک[5] انجام شده است. مهم‌ترین مشخصه دینامیکی این سازه‌ها، یعنی سرعت‌ها و فرکانس‌های بحرانی به‌دست‌آمده و مورد تحلیل و بررسی قرارگرفته‌اند. همچنین اثر پارامترهایی همچون پارامتر مقیاس طولی ماده[6] و قطر خارجی بر روی پاسخ دینامیکی موردبررسی قرارگرفته‌اند. در این مقاله معادله‌ی حرکت و شرایط مرزی متناظر به‌دست‌آمده از اصل توسعه‌یافته همیلتون[7]، با کمک روش گالرکین[8] جداسازی شده و یک مسئله مقدار ویژه[9] به‌صورت عددی حل شده است. نمودارهای پایداری رسم شده و اثر اعمال انواع بسترها و مشخصه‌های آن‌ها با توجه به ویژگی‌های سیستم بررسی‌شده‌اند. نتایج نشان داده‌اند که پارامتر مقیاس طولی و نیز انواع مختلف بسترها تأثیری شگرف در پایداری سیستم دارند و در نظرگیری نقش آن‌ها در پاسخ دینامیکی سیستم غیرقابل انکار است.

۲- مدل‌سازی ریاضی

در شکل ۱ شماتیک یک میکرولوله به طول L و قطر داخلی و خارجی d و D دارای جرم بر واحد طول m و سفتی خمشی EI حاوی جریان سیال با جرم بر واحد طول M نشان داده شده است. یک دستگاه مختصات کارتزین در سمت چپ لوله در نظر گرفته می‌شود که محور x آن در جهت طول لوله قرار گرفته است. میکرولوله توسط بسترهای الاستیک مختلفی از جمله بستر وینکلر (الاستیک با ضریب ثابت)، غیریکنواخت (سفت‌شونده و نرم‌شونده)، بستر جزئی (با طول و ضریب الاستیک متغیر)، بستر سری (ضریب الاستیک با توابع چندجمله‌ای) و همچنین بستر برشی پاسترناک نیز محاط شده است.

چگالی انرژی کرنشی تابعی هم‌زمان از تانسورهای تنش و انحنا است و برای جسمی که حجم S را اشغال کرده است به‌صورت زیر نوشته می‌شود [۱۲]:

$$U = \int_S \left(\sigma_{ij}\varepsilon_{ij} + m_{ij}\chi_{ij}\right) d\upsilon \quad (i,j=1,2,3) \qquad (۱)$$

که در آن $\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, m_{ij}$ و χ_{ij} به ترتیب بیانگر تانسورهای تنش کرنش، قسمت انحرافی تنش کوپل و نیز قسمت متقارن تانسور انحنا می‌باشند. این پارامترها به‌صورت رابطه (۲) تا (۵) تعریف می‌شوند:

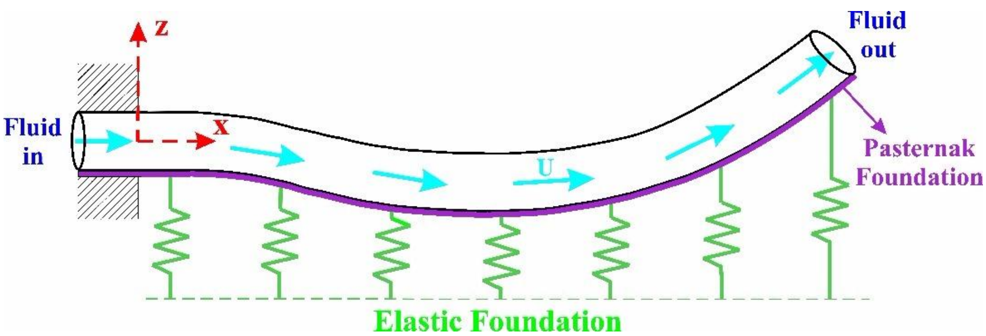
$$\sigma_{ij} = \lambda tr\left(\varepsilon_{ij}\right)\delta_{ij} + 2G\varepsilon_{ij} \qquad (۲)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left[\nabla u_i + \left(\nabla u_i\right)^T\right] \qquad (۳)$$

$$m_{ij} = 2\ell G\chi_{ij} \qquad (۴)$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2}\left[\nabla\theta_i + \left(\nabla\theta_i\right)^T\right] \qquad (۵)$$

که در آن λ, G و ℓ نمایانگر ثوابت اول و دوم لامه[10] و نیز پارامتر مقیاس طولی ماده می‌باشند. همچنین پارامترهای u_i و δ_{ij} نشان‌دهنده مؤلفه‌های سرعت و دلتای کرونکر[11] می‌باشند. بردار چرخش[12] نیز θ به‌صورت رابطه (۶) بیان می‌شود:



شکل ۱- تصویر شماتیک میکرولوله یکسرگیردار حاوی جریان سیال داخلی مستقر بر بستر

Fig 1. Schematic of a fluid conveying micro-tube embedded in elastic and Pasternak foundations

1 Winkler
2 Variable
3 Partial
4 Series
5 Pasternak
6 Material length Scale parameter
7 Extended Hamilton
8 Galerkin
9 Eigenvalue

10 Lame constants
11 Kronecker
12 Rotation vector

$$\theta = \frac{1}{2}\nabla \times \vec{u} \qquad (۶)$$

در اینجا فرض می‌شود دیواره‌های میکرولوله در طی حرکت ارتعاشی به‌اندازه‌ای ضخیم هستند که شکل دایروی سطح مقطع آن بدون تغییر باقی می‌ماند. بنابراین با توجه به تئوری اویلر-برنولی می‌توان مؤلفه‌های جابجایی را به‌صورت رابطه (۷) در نظر گرفت:

$$u = -z\psi(x,t), \mathrm{v} = 0, w = w(x,t) \qquad (۷)$$

زاویه چرخش خط میانی میکرولوله را می‌توان به‌صورت رابطه (۸) تقریب زد:

$$\psi(x,t) \approx \frac{\partial w(x,t)}{\partial x} \qquad (۸)$$

با استفاده از روابط (۳) و (۷) و (۸) تنش‌های کوچی[1] به‌صورت رابطه (۹) نوشته می‌شوند:

$$\sigma_{xx} = -Ez\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}, \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{yz} = \sigma_{zz} = \sigma_{yy} = 0 \qquad (۹)$$

با در نظر داشتن رابطه (۶) می‌توان نوشت:

$$\theta_y = -\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}, \theta_x = \theta_z = 0 \qquad (۱۰)$$

همچنین با استفاده از روابط (۵) و (۱۰) می‌توان نوشت:

$$\chi_{xy} = -\frac{1}{2}\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}, \chi_{xx} = \chi_{yy} = \chi_{zz} = \chi_{xz} = \chi_{yz} = 0 \qquad (۱۱)$$

با استفاده از روابط (۴) و (۱۱)، رابطه (۱۲) حاصل می‌شود:

$$m_{xy} = -G\ell^2\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}, m_{xx} = m_{yy} = m_{zz} = m_{zx} = m_{yz} = 0 \qquad (۱۲)$$

با توجه به رابطه‌ی (۱) داریم:

$$U = \frac{1}{2}\int_0^L \left(EI + GA\ell^2\right)\left(\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}\right)dx \qquad (۱۳)$$

که در آن A سطح مقطع و I ممان دوم سطح مقطع میکرولوله است. در رابطه (۱۳) جمله اول و دوم به ترتیب مربوط به انرژی کرنشی خمشی و تغییر شکل برشی است. انرژی جنبشی میکرولوله حاوی جریان سیال نیز به‌صورت رابطه (۱۴) نوشته می‌شود [۴ و ۲۷]:

[1] Cauchy

$$T_t = T_p + T_f = \frac{1}{2}\left\{ m\int_0^L \left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}\right)^2 dx + M\int_0^L \left[\left(\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial t}\right) + V\left(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\right)\right)^2 + V^2\right]dx \right\} \qquad (۱۴)$$

کار انجام‌شده توسط بسترهای الاستیک و پاسترناک (W_b) به‌صورت رابطه (۱۵) می‌باشند [۲۱]:

$$W_b = \int_0^L k_W(x) w(x,t)^2 dx - \int_0^L k_w \frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}dx \qquad (۱۵)$$

که k_w و k_G به ترتیب مدول الاسیسته وینکلر و پاسترناک می‌باشند. اصل همیلتون برای لوله‌های مقید به‌صورت رابطه (۱۶) نوشته می‌شود:

$$\delta\int_{t_1}^{t_2} L\,dt = 0 \qquad (۱۶)$$

که در آن $L = T_T - U + W_b$ است.

با جایگذاری روابط (۱۳) و (۱۴) در رابطه (۱۶)، معادله دینامیکی حاکم بر میکرولوله حاوی جریان سیال به همراه شرایط مرزی به دست می‌آیند:

$$\begin{aligned}&(EI + GA\ell^2)\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4} + MV^2\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} + (\mathrm{m}+\mathrm{M})\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}\\ &+2MV\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x \partial t} + \mathrm{K}w(x,t) - \mathrm{K}_G\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2} = 0\end{aligned} \qquad (۱۷)$$

شرایط مرزی مسئله فوق طبق رابطه (۱۸) نوشته می‌شوند:

$$\begin{aligned}&\left(EI + GA\ell^2\right)\frac{\partial w^2(w,t)}{\partial x^2}\left(\delta\left(\frac{\partial w^2(w,t)}{\partial x^2}\right)\right) = 0,\\ &\left(EI + GA\ell^2\right)\frac{\partial w^3(w,t)}{\partial x^3}\left(\delta w(x,t)\right) = 0\end{aligned} \qquad (۱۸)$$

و در نهایت شرایط مرزی یکسرگیردار طبق رابطه (۱۹) نوشته می‌شوند:

$$w(0,t) = \frac{\partial w(0,t)}{\partial x} = 0, \frac{\partial w^2(0,t)}{\partial x^2} = \frac{\partial w^3(0,t)}{\partial x^3} = 0 \qquad (۱۹)$$

جهت سهولت در فرآیند تحلیل نتایج، پارامترهای بی‌بعد رابطه (۲۰) در معادله دینامیکی (رابطه (۱۷)) جایگذاری می‌شوند:

$$\begin{aligned}&\eta = \frac{w}{L}, \xi = \frac{x}{L}, \tau = \frac{t}{L^2}\sqrt{\frac{EI}{M+m}}, \mathrm{k}_w(\xi) = \frac{L^4}{EI}K_w\left(\frac{x}{L}\right),\\ &\mathrm{k}_G(\xi) = \frac{L^2}{EI}K_G\left(\frac{x}{L}\right), \beta = \frac{M}{M+m} u = LV\sqrt{\left(\frac{M}{EI}\right)}, \theta = \frac{8\ell^2}{(1+\upsilon)(1+\alpha^2)D}\end{aligned} \qquad (۲۰)$$

که در آن $\alpha = \dfrac{d}{D}$ است. بنابراین شکل بی‌بعد معادله‌ی دینامیکی حاکم بر سیستم به همراه شرایط مرزی متناظر با آن به‌صورت رابطه (۲۱) خواهد بود:

$$(1+\theta)\frac{\partial^4\eta}{\partial\xi^4}+u^2\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2}+2\sqrt{\beta}u\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi\,\partial\tau}+\frac{\partial^2\eta}{\partial\tau^2}+K_w(\xi)\eta-K_G\frac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2}=0 \quad (۲۱)$$

$$\eta(0,\tau)=\frac{\partial\eta(0,\tau)}{\partial\xi}=0,\frac{\partial\eta^2(0,\tau)}{\partial\xi^2}=\frac{\partial\eta^3(0,\tau)}{\partial\xi^3}=0 \quad (۲۲)$$

۲-۱- روش گالرکین

در این بخش جهت تفکیک معادله مشتق جزئی حرکت از روش گالرکین استفاده شده است. توابع وزنی مناسب η که شرایط مرزی ضروری مسئله را ارضا می‌کنند، در نظر گرفته‌شده‌اند. جابجایی‌های عرضی نرمال شده را می‌توان به کمک سری بیان‌شده در رابطه (۲۳) تقریب زد [۳۰-۲۸]:

$$\eta(\xi,\tau)=\sum_{r=0}^{n}\varphi_r(\xi)q_r(\tau) \quad (۲۳)$$

که در آن n، $q_r(\tau)$ و $\phi_r(\xi)$ به ترتیب نمایانگر تعداد مودهای در نظر گرفته‌شده، مختصات عمومی و مودهای طبیعی ارتعاشات عرضی تیر متناظر با شرایط مرزی میکرولوله تحت بررسی می‌باشند. با جایگذاری این سری در معادله حرکت بی‌بعد (رابطه (۲۱))، معادله زمانی سیستم به‌صورت ماتریس به دست می‌آید:

$$[M]\{\ddot{q}(\tau)\}+[C]\{\dot{q}(\tau)\}+[K]\{q(\tau)\}=0 \quad (۲۴)$$

مقادیر ویژه (λ_r) و بردارهای ویژه متناظر با آن‌ها، با حل مسئله مقدار ویژه رابطه (۲۴) به دست می‌آیند [۳].

توجه به این نکته ضروری است که $\lambda_r = i\,\omega_r \left(i=\sqrt{-1}\right)$ که در آن قسمت حقیقی و موهومی فرکانس به ترتیب با فرکانس طبیعی و میرایی سیستم در ارتباط هستند.

۳- نتایج و بحث‌ها

ماده سازنده میکرولوله همگن، ایزوتروپ و الاستیک خطی است. مشخصات فیزیکی و مادی آن نیز در ادامه بیان‌شده است:

۱/۴۴ GPa و $\rho_p=\rho_f=$ ۱۰۰۰ $\mathrm{kg/m^3}$ و $\alpha = d/D =$ ۰/۳۵ و $L/1d =$ ۰/۸ و $\upsilon =$ و $E =$ ۲۰.

جدول ۱- فرمولاسیون نیرویی انواع بسترها

Table 1. Load distribution of various foundations

عنوان	فرمولاسیون نیرو
بستر وینکلر	k_0
بستر غیریکنواخت سفت‌شونده	$K(\xi)=K_0\left[4(1-\gamma)\left(\xi^2-\xi\right)+1\right],\gamma\succ 1$
بستر غیریکنواخت نرم‌شونده	$K(\xi)=K_0\left[4(1-\gamma)\left(\xi^2-\xi\right)+1\right],\gamma\prec 1$
بستر جزئی	$K(\xi)=K_0\left[H\left(\xi-\xi_{f_0}\right)-H\left(\xi-\xi_{f_1}\right)\right]$
بستر سری	$c_0+\sum_{m=1}^{p}c_m\xi^m$
بستر پاسترناک	$K_G\dfrac{\partial^2\eta}{\partial\xi^2}$

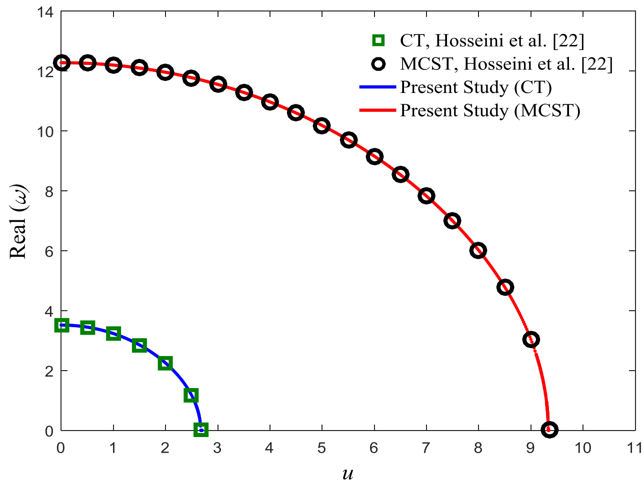
همچنین مقدار پارامتر دارای بعد مقیاس طولی ۶ μm /= ℓ ۱۷ در نظر گرفته شده است [۷-۶ و ۱۴و ۲۳-۲۲]. لازم به ذکر است که این پارامتر دارای وابستگی به جنس ماده نمی‌باشد و مبنای انتخاب مقادیر مقیاس‌های طولی ماده در پژوهش حاضر، براساس جنس ماده و نتایج آزمایشگاهی (ماده اپوکسی) بوده است.

۳-۱- صحت‌سنجی

برای مقایسه نتایج حاضر با نتایج موجود در ادبیات فنی از تقریب ۸ مود استفاده شده است. ابتدا از اثرات بستر صرف‌نظر شده و نتایج به‌دست‌آمده با نتایج مرجع [۲۲] مقایسه شده است. همچنین با صرف‌نظر کردن از اثرات ابعاد کوچک، نتایج با نتایج حالت ماکرو در مرجع [۲۲] مورد مقایسه قرارگرفته‌اند.

در شکل ۲ محورهای افقی و عمودی به ترتیب نمایانگر سرعت بی‌بعد و فرکانس‌های طبیعی سیستم هستند. با افزایش سرعت سیال داخلی فرکانس نوسانات سیستم کاهش پیدا می‌کنند تا نهایتاً به صفر می‌رسد. در این نقطه انشعاب فلاتر مود-کوپل[1] رخ می‌دهد. هنگامی‌که قسمت موهومی یکی از فرکانس‌های طبیعی سازه‌های حامل از محور افقی عبور کند (قسمت موهومی فرکانس، مقدار منفی داشته باشد)، سازه پایداری خود را از دست می‌دهد و ناپایداری فلاتر (نوسانی) را تجربه می‌کند. در این حالت سازه از سیال در حال حرکت انرژی دریافت می‌کند و دامنه حرکت آن رفته رفته افزایش می‌یابد. همچنین یکی از انشعابات که در نمودارهای مرتبط با پاسخ دینامیکی لوله‌های حامل سیال رخ می‌دهد، انشعاب فلاتر مود-کوپل می‌باشد که در آرگاند دیاگرام هنگامی‌که دو شاخه مکان هندسی فرکانس‌های

1 Coupled-mode flutter



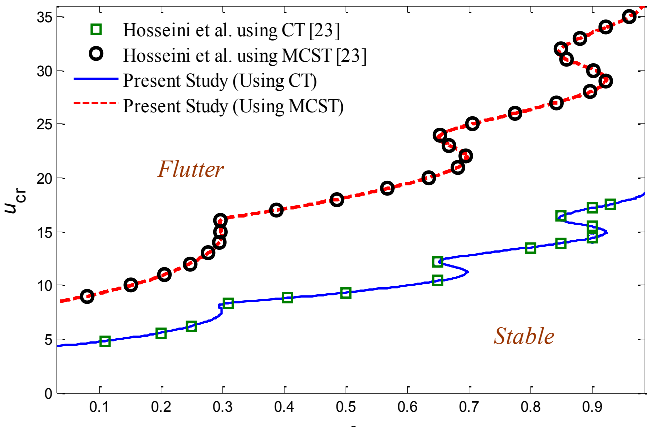
شکل ۲- مقایسه فرکانس‌های طبیعی مود اول با کمک تئوری‌های کلاسیک و کوپل اصلاحشده و $D = 10\mu m,\ KG = Kw = 0$

Fig 2. Comparison of the first mode natural frequencies based on couple stress and classical theories as a function of flow velocity; $D = 10\mu m,\ KG = Kw = 0$

لوله، با افزایش سرعت سیال درونی بر روی محور موهومی به هم برخورد کند یا از هم جدا شوند [۳]. نتایج بهدستآمده از راهحل ارائهشده، برای هر دو تئوری کلاسیک[1] و نظریه کوپل اصلاحشده[2] با نتایج مرجع [۲۲] تطابق دارد. مقادیر فرکانس‌های طبیعی بهدستآمده توسط تئوری کوپل اصلاحشده، بالاتر از مقادیر بهدستآمده از تئوری کلاسیک می‌باشند. بنابراین درنظرگیری اثرات کوچکی ماده برای استخراج نتایج قابل‌مقایسه با نتایج آزمایشگاهی اهمیت بالایی دارد [۱۰ و ۳۱]. در حقیقت در نظر گرفتن اثرات اندازه، باعث تعویق در رخداد انشعابات فلاتر مود-کوپل می‌شود. همچنین با بررسی‌های بیشتر به‌راحتی مشخص می‌شود تنها زمانی که مقدار پارامتر مقیاس طولی ماده با قطر خارجی میکرولوله قابل مقایسه باشد، در نظر گرفتن اثرات اندازه غیرقابل انکار است. به‌بیان دیگر، زمانی که قطر خارجی لوله از مقدار پارامتر مقیاس طولی بیشتر می‌شود، در نظر گرفتن ترم‌های مربوط به ابعاد میکرو در معادله حرکت تغییر چندانی در جواب ایجاد نخواهد کرد. اما زمانی که قطر میکرو لوله کوچک‌تر می‌شود این ترم ها بسیار با اهمیت می‌شوند.

در شکل ۳ مرزهای پایداری مدل تحت مطالعه مشاهده می‌شوند. سیستم تنها برای مقادیری از سرعت سیال که زیر منحنی قرار می‌گیرند پایدار بوده و در غیر این صورت ناپایدار شده و پدیده فلاتر را تجربه می‌کند. قرار گرفتن در زیر منحنی به معنی از بین رفتن

1 Classical Theory (CT)
2 MCST



شکل ۳- مرزهای ناپایداری فلاتر برحسب پارامتر بی‌بعد جرم برای $D = 20\mu m,\ KG = Kw = 0$

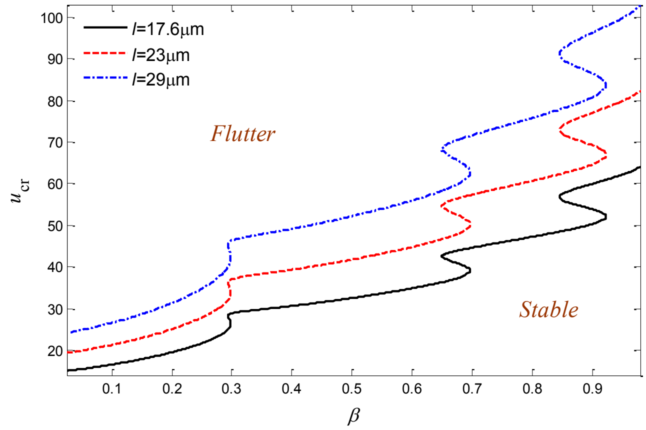
Fig 3. Validation of flutter instability boundaries in terms of β; $D = 20\mu m,\ KG = Kw = 0$

تدریجی ارتعاشات و نوسانات سیستم است. در این صورت سیستم انرژی ازدست‌داده و پس از مدت‌زمان مشخصی به حالت سکون می‌رسد. در غیر این صورت، سیستم از سیال در حال حرکت انرژی دریافت کرده و دامنه‌ی ارتعاشات سیستم به‌تدریج افزایش پیدا می‌کند. قسمت‌های S شکل در نمودار در ارتباط با توالی ناپایداری-پایداری مجدد-ناپایداری[3] می‌باشند که قسمت‌های با شیب منفی در ارتباط با آستانه‌ی پایداری مجدد می‌باشند. با توجه به شکل ۳ مشخص است که مدل تنش کوپل اصلاحشده، سرعت‌های بحرانی به‌مراتب بالاتری نسبت به تئوری کلاسیک پیش‌بینی می‌کند. بنابراین در نظر گرفتن اثرات ابعاد کوچک، منجر به پیش‌بینی سیستمی پایدارتر خواهد شد. در شکل ۳ نیز، اگرچه S شکل‌های واضح‌تری در منحنی بالایی مشاهده می‌شوند اما تعداد این پرش‌ها ثابت باقی می‌مانند.

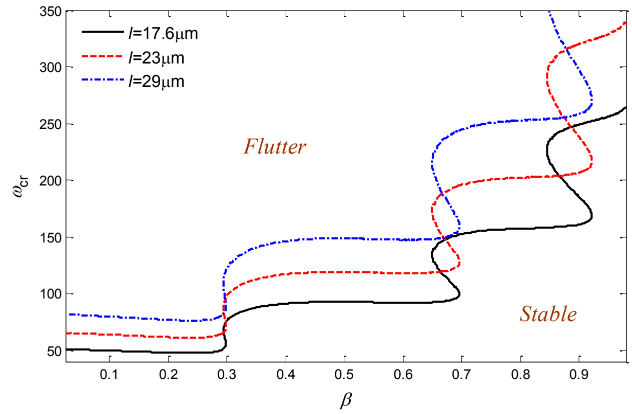
۳-۲- تأثیرات پارامتر مقیاس طولی ماده

در شکل ۴ تأثیر پارامتر مقیاس طولی بر نواحی پایداری و فلاتر میکرولوله یکسرگیردار به‌خوبی نشان داده شده است. در شکل ۴ (الف) و (ب) نمودارهای پایداری برای سرعت‌ها و فرکانس‌های بحرانی برحسب پارامتر بی‌بعد جرم برای سه مقدار مختلف پارامتر بی‌بعد جرم رسم شده‌اند. با کاهش مقدار این پارامتر، سرعت‌ها و فرکانس‌های بحرانی کاهش پیدا می‌کنند. همچنین با افزایش مقدار β، قسمت‌های S شکل واضح‌تری در همه‌ی منحنی‌ها پیدا می‌کنند. این پدیده به

3 Instability-restabilization-instability



(الف)



(ب)

شکل ۴- مرزهای ناپایداری فلاتر برحسب β و برحسب سه مقدار مختلف پارامتر $D = 10\mu m, KG = Kw = 0$ و ℓ

Fig 4. Flutter instability boundaries for three distinct values of ℓ in terms of dimensionless mass ratio β; $D = 10\mu m$, $KG = Kw = 0$

مفهوم افزایش گستره‌ی توالی ناپایداری-پایداری مجدد-ناپایداری است. همچنین مقادیر بیشتر ℓ منجر به تعویق در رخداد پدیده‌ی ناپایداری فلاتر می‌شوند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت با افزایش پارامتر ℓ سیستم سفت‌تر و همان‌طور که در شکل ۴ (ب) مشخص است، موجب افزایش فرکانس طبیعی می‌شود. ضمناً، مشابه آنچه در منحنی سرعت‌های بحرانی مشاهده می‌شود (شکل ۴ (الف))، سیستم فقط در مقادیر خاص β که پرش‌ها رخ می‌دهند، دچار افزایش ناگهانی در فرکانس بحرانی می‌شود.

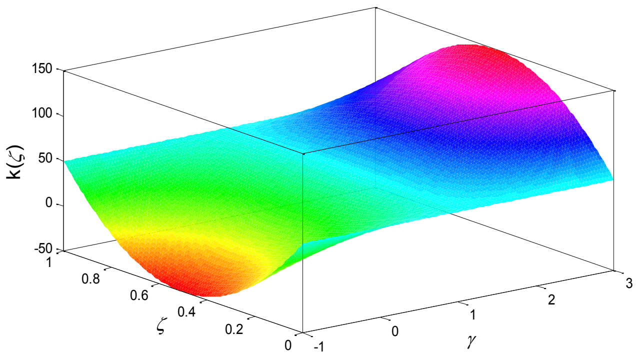
۳-۳- بسترهای الاستیک غیریکنواخت

در گام اول بستر الاستیک غیریکنواخت با سه رفتار متفاوت نرم‌شونده[1]، وینکلر و سفت‌شونده[2] در نظر گرفته شده و نقش آن در پایداری سیستم بررسی‌شده است. توزیع مدول الاستیک بستر غیریکنواخت، طبق رابطه (۲۵) بیان می‌شود [۲۵]:

$$K(\xi)=K_0\left[4(1-\gamma)\left(\xi^2-\xi\right)+1\right] \quad (۲۵)$$

که در آن k_0 ضریب ثابت بستر و γ ضریب بستر متغیر هستند. توزیع مدول الاستیک بستر را در شکل ۵ می‌توان مشاهده کرد.

در شکل ۵ می‌توان مشاهده کرد که $\gamma<1$ متناظر با بستر نرم‌شونده است، اما $\gamma>1$ متناظر با بستر سفت‌شونده می‌باشند. در حالت اول دو انتهای بستر سفت‌تر از قسمت‌های میانی بوده، درحالی‌که در حالت دوم بستر حالت محدب شکل داشته و میانه آن سفت‌ترین محل آن خواهد بود. در حالتی که $\gamma=1$ باشد نیز سیستم محاط در یک بستر الاستیک وینکلر است.



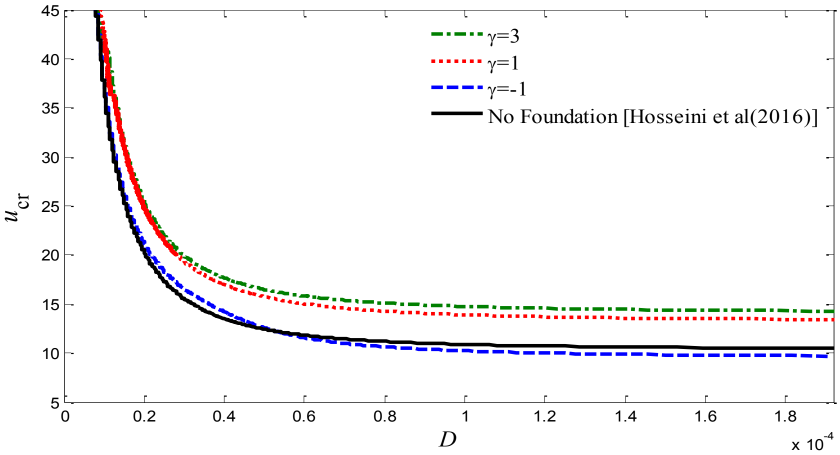
شکل ۵- توزیع سه‌بعدی مدول بستر الاستیک غیریکنواخت

Fig 5. The 3-D dimensionless variable foundation modulus distribution of relation

شکل ۶ باهدف بررسی تأثیر قطر خارجی بر روی مقادیر سرعت‌های بحرانی (u_{cr}) و برای سه مقدار متفاوت از پارامتر γ ترسیم شده است. واضح است برای $\gamma=1.3$ وجود بستر مخصوصاً برای مقادیر بزرگ‌تر قطر خارجی پایداری سیستم را به میزان چشمگیری افزایش می‌دهد. لازم به ذکر است که برای $\gamma=-1$ وجود بستر فقط برای $D<5/5\,\mu m$ منجر به افزایش پایداری و در مقادیر بزرگ‌تر از این مقدار، منجر به کاهش نواحی پایداری می‌شود؛ نتیجه‌ای که غیرقابل انتظار است.

با کوچک‌تر شدن قطر خارجی تفاوت میان منحنی‌ها رفته‌رفته کاهش پیدا می‌کنند و درنهایت همه آن‌ها به منحنی حالت بدون بستر

1 Weakening
2 Strengthening

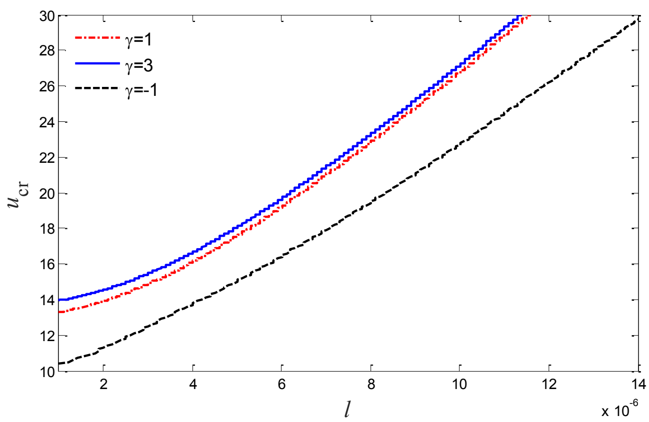


شکل ۶- منحنی ناپایداری فلاتر برحسب قطر خارجی برای K0= ۲۰۰
Fig 6. Flutter instability diagrams as a function of external diameter; k0=200

سیستم میل پیدا می‌کنند. لازم به ذکر است که نتایج استخراجی برای حالت بدون بستر ارائه شده، مطابقت خوبی با نتایج مرجع [۲۲] دارد.

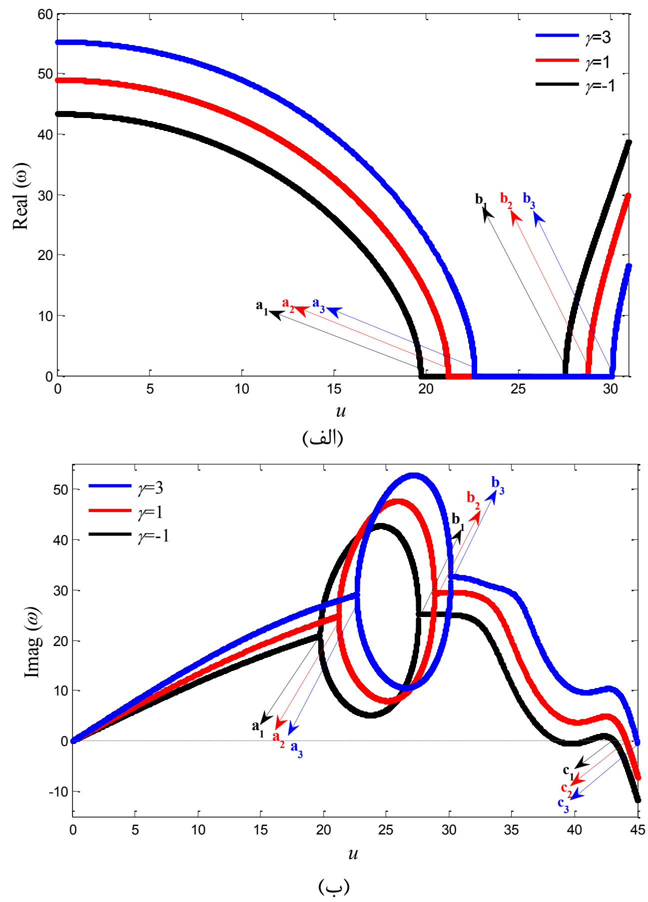
در شکل ۷ تأثیر پارامتر مقیاس طولی در یک دامنه مشخص برای سه مقدار متفاوت از پارامتر γ نشان داده شده است. مشاهده می‌شود با افزایش مقدار γ نواحی پایداری افزایش پیدا می‌کنند. پدیده مهمی که در $\ell > ۰/۴\ \mu m$ مشاهده می‌شود این است که در این گستره شیب نمودار افزایش چشمگیری یافته و وابستگی نواحی پایداری سیستم به این پارامتر به‌شدت افزایش پیدا می‌کند. در مقادیر خارج از این گستره با تقریب خوبی می‌توان از اثرات پارامتر ℓ صرف‌نظر کرد. همچنین می‌توان مشاهده کرد تفاوت منحنی‌های وینکلر و نرم‌شونده به‌مراتب بیشتر از منحنی سفت‌شونده است.

برای درک بهتر رفتار دینامیکی میکرولوله محاط در بسترهای



شکل ۷- مرزهای ناپایداری فلاتر برحسب پارامتر مقیاس طولی ماده برای سه مقدار مختلف γ
Fig 7. Flutter instability velocity boundaries versus material length scale parameter ℓ

غیریکنواخت نمودارهای Re(ω)-u و همچنین Im(ω)-u رسم شده‌اند. شکل‌های ۸ (الف) و (ب) به ترتیب قسمت‌های حقیقی و موهومی مقادیر ویژه سیستم را نشان می‌دهند. همان‌طور که قبلاً ذکر شد قسمت‌های موهومی و حقیقی مقادیر ویژه سیستم در ارتباط با فرکانس‌های طبیعی و میرایی سیستم می‌باشند. در شکل ۸ (الف) فقط مقادیر حقیقی فرکانس مود اول سیستم نشان داده‌شده است چراکه توانایی آشکارسازی ویژگی‌های اصلی رفتار دینامیکی سیستم در این مود قابل نمایش است [۱۴]. با افزایش سرعت سیال، میرایی در سیستم به‌تدریج افزایش می‌یابد، درحالی‌که فرکانس سازه به‌طور پیوسته کاهش پیدا می‌کند تا در نقاط a_i (i=۱،۲،۳) به صفر میل پیدا می‌کنند. در این نقاط قسمت موهومی فرکانس به دو شاخه مجزا تبدیل می‌شوند. در این حالت ارتعاشات سیستم در فاصله نقاط a_i تا b_i متوقف می‌شود. با افزایش بیشتر سرعت سیال پس از نقاط b_i، فرکانس طبیعی سیستم دارای مقدار غیر صفر شده و سیستم مجدداً شروع به نوسان می‌کند. در شکل ۸ (الف) مشخص است سفت‌تر شدن بستر باعث تعویق در رخداد انشعاب فلاتر مود-کوپل می‌شود. علاوه بر آن تغییر در مقدار پارامتر γ بزرگی محدوده سرعتی که در آن سیستم در حالت فوق میرا قرار دارد را دستخوش تغییر نمی‌کند. همچنین مشاهده می‌شود هرچه سیستم زودتر در شرایط فوق میرا قرار گیرد، زودتر هم مجدداً به ارتعاش واداشته می‌شود. افزایش سرعت منجر به کاهش مقدار میرایی شده تا جایی که سیستم پس از رخداد فلاتر در نقاط c_i شروع به جذب انرژی از سیال کرده و دامنه‌ی ارتعاشات به‌تدریج افزایش پیدا می‌کند. همچنین در شکل ۸ (ب) مشاهده

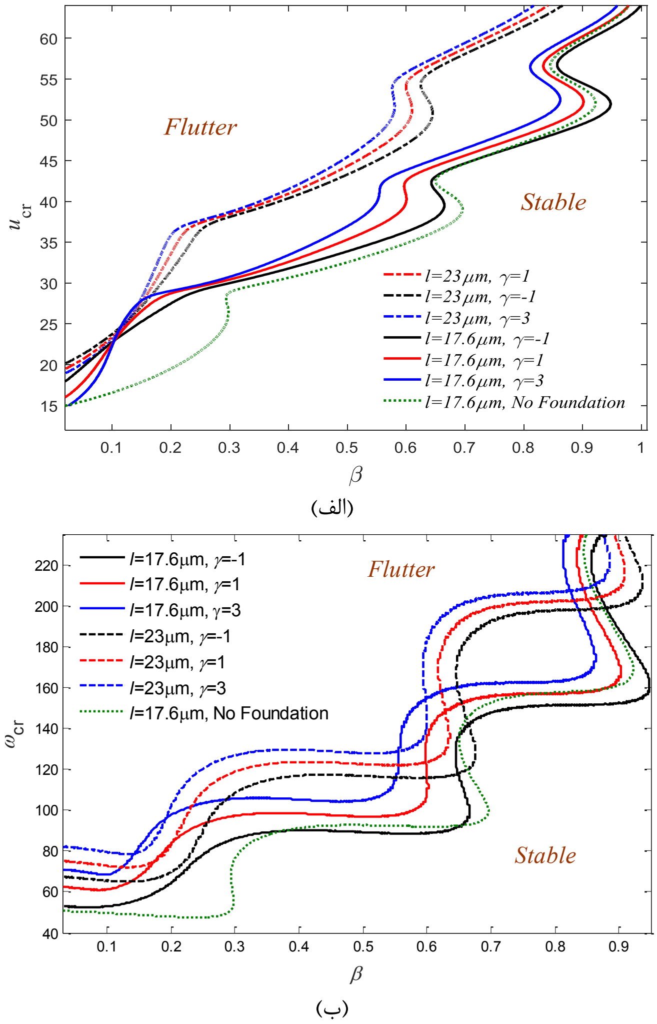


شکل ۸- تغییرات قسمت‌های حقیقی و موهومی فرکانس برحسب سرعت الف) قسمت حقیقی ب) قسمت موهومی برای $D = 20\mu m$, γ=-1, 1, 3

Fig 8.Variations of the first mode eigenfrequencies of the micro-tube; D=10μm predicted for γ=-1, 1, 3 (a) Real part (b) Imaginary part

می‌شود با افزایش مقدار پارامتر γ مقدار میرایی و سرعت فلاتر در سیستم رخ می‌دهد، افزایش پیدا می‌کند. بنابراین بسترها توانایی جابجایی نقاط انشعابی سیستم را دارند.

در شکل ۹ (الف) نمودارهای پایداری برای دو مقدار مختلف پارامتر مقیاس طولی رسم شده است. برای هر مقدار مشخص از پارامتر مقیاس طولی، منحنی‌های پایداری به ازای سه γ مختلف ترسیم شده‌اند. همان‌طور که انتظار می‌رود بسترها نواحی پایداری سیستم را افزایش داده‌اند. با در نظر گرفتن شکل ۹ (الف) می‌توان متوجه شد با ثابت نگه‌داشتن k_0، افزایش پارامتر γ به‌جز برای $\ell =$ ۱۷/۶μm در محدوده $۰<\beta<۰/۱۱$ و همچنین برای $\ell =$ ۲۳μm در محدوده $۰<\beta<۰/۱۳$، پایداری سیستم افزایش می‌یابد. ذکر این نکته بسیار با اهمیت است که با افزایش سفتی بستر در محدوده‌های

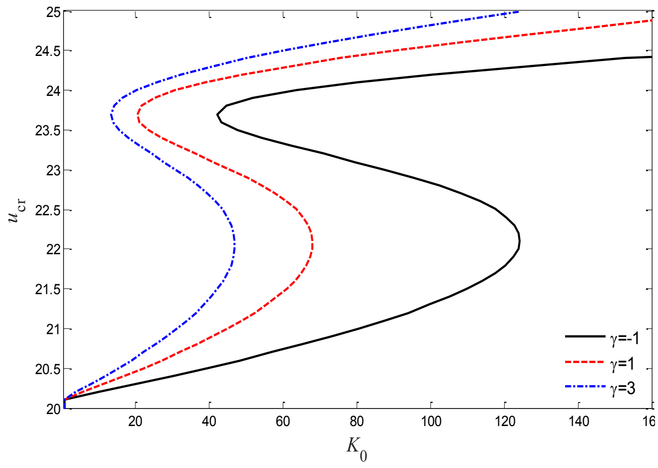


شکل ۹- الف) سرعت‌های بحرانی ب) فرکانس‌های بحرانی برحسب پارامتر بی‌بعد جرم برای سه مقدار γ و k0= ۶۰۰

Fig 9. The dimensionless critical flow velocity and frequency for the flutter of a cantilevered micro-tube in terms of β for varying γ; k0=600; (a) critical velocities (b) critical frequencies

ذکرشده، پایداری سیستم کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌شود افزایش پارامتر ℓ، موجب افزایش نواحی پایداری سیستم شده و درنتیجه افزایش این پارامتر را می‌توان معادل با افزایش سفتی خمشی سیستم در نظر گرفت. در شکل ۹ (ب) مشاهده می‌شود جز در نواحی نزدیک پرش‌ها، با افزایش سرعت داخلی سیال فرکانس‌های بحرانی همواره روند کاهشی دارند. همچنین با افزایش γ، فرکانس‌های بحرانی نیز به ازای تمامی مقادیر β افزایش پیدا می‌کنند. به‌علاوه در شکل ۹ (الف) و (ب) مشاهده می‌شود اثر پارامتر ℓ بر روی مکان قرارگیری S شکل‌ها، بسیار بیشتر از تأثیر پارامتر γ است.

در شکل ۱۰ تأثیر پارامتر k_0 را بر پایداری سیستم می‌توان مشاهده کرد. در اینجا مشابه آنچه قبلاً هم دیده شد، توالی ناپایداری-



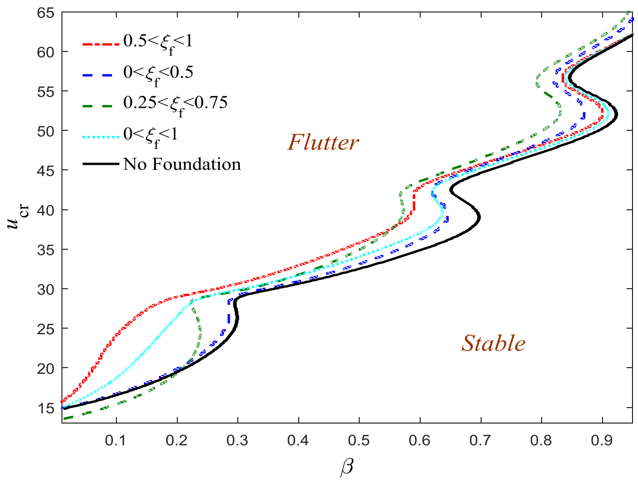
شکل ۱۰- منحنی سرعت فلاتر برحسب مدول سفتی برای مقادیر مختلف γ و $D = 20\mu m$

Fig 3. Flutter velocities as a function of stiffness modulus$k0$for various values of γ; $D = 20\mu m$

پایداری مجدد-ناپایداری رخ می‌دهد. با افزایش مقدار پارامتر γ این توالی در محدوده کوچک‌تری از پارامتر k_0 رخ می‌دهد. علاوه‌براین مشاهده می‌شود که این توالی برای γ=-۱ در محدوده $۴۲ < k_0 < ۱۲۲$ رخ می‌دهد، درحالی‌که به ازای γ=۳ این توالی در محدوده $۱۰ < k_0 < ۴۰$ رخ می‌دهد. شایان‌ذکر است هرچه مقدار پارامتر γ بیشتر باشد محدوده شیب منفی منحنی کوچک‌تر خواهد شد.

۳-۴- بسترهای الاستیک جزئی

در این بخش به بررسی این موضوع می‌پردازد که آیا اعمال یک بستر جزئی وینکلر که سطح زیر منحنی سفتی آن معادل سطح زیر منحنی بستر سفت‌شونده (یعنی حالت۳ = γ) است، پایداری سیستم را بهبود می‌دهد یا خیر؟ در این بخش طول بستر نصف طول میکرولوله فرض شده و محل قرارگیری آن در مکان‌های $۰ \le \xi_f \le ۰/۵$، $۰/۲۵ \le \xi_f \le ۰/۷۵$ و $۰/۵ \le \xi_f \le ۱$ در نظر گرفته‌شده است. در شکل ۱۱ مشاهده می‌شود قرارگیری بستر در بالادست لوله ($۰ \le \xi_f \le ۰/۵$) وضعیت پایداری سیستم را نسبت به حالتی که میکرولوله توسط یک بستر وینکلر سرتاسری محاط شده است، به‌جز در محدوده‌ی $۰/۶۲ \le \beta \le ۱$ کاهش می‌دهد، اما از طرف دیگر، قرارگیری بستر در ناحیه‌ی پایین‌دست لوله به‌جز $\beta \ge ۰/۷۵$ موجب بهبود چشمگیری در پایداری سیستم می‌شود.

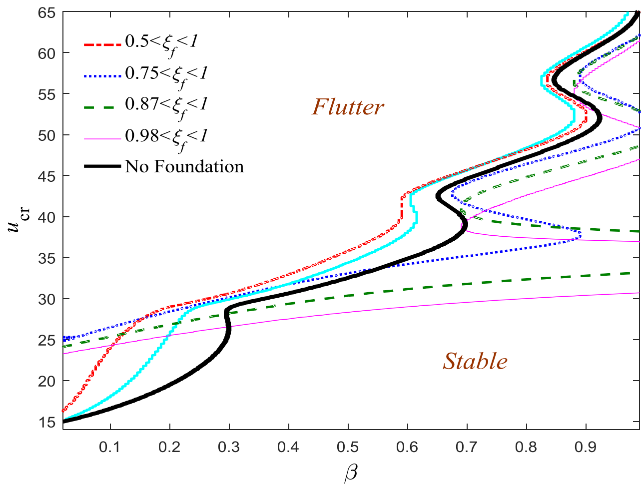


شکل ۱۱- سرعت بحرانی میکرولوله محاط شده در بستر الاستیک جزئی برحسب β ,$D = 10\mu m$

Fig 11. Flutter instability boarders of a cantilevered-micro tube as a function of β embedded in partly supported elastic foundation; $D = 10\mu m$.

درنهایت قرار دادن بستر در میانه میکرولوله به ازای $\beta \le ۰/۲$، منجر به کمترین وضعیت پایداری می‌شود، درحالی‌که به ازای $\beta \ge ۰/۵۵$ بیشترین پایداری حاصل خواهد بود. نتیجه‌گیری کلی که از شکل ۱۱ به دست می‌آید محاط کردن میکرولوله در بستر جزئی می‌تواند پایداری سیستم را به‌صورت چشمگیری افزایش دهد.

در شکل ۱۲ مرزهای پایداری میکرولوله یکسرگیردار برای بسترهای پایین‌دست با طول‌های مختلف (با ثابت نگه‌داشتن سطح زیر منحنی سفتی)، نشان داده شده است. مشاهده می‌شود اعمال



شکل ۱۲- سرعت بحرانی برحسب پارامتر بی‌بعد جرم با طول‌های مختلف بستر الاستیک و $D = ۱۰\ \mu m$

Fig 12. Flutter instability boarders of a cantilevered-micro tube as a function of β embedded in shortening elastic foundation; $D = 10\ \mu m$

بستر الاستیک در محدوده $۰/۷۵ \le \xi_f \le ۱$ برای $\beta \le ۰/۱۵$ موجب پایداری سیستم شده و در غیر این صورت نواحی پایداری سیستم نسبت به دیگر حالت‌های ممکن کاهش پیدا می‌کند. مشاهده می‌شود کوچک‌تر شدن طول بستر الاستیک، به‌عنوان‌مثال تا $\ell/۶۴$ ، ($۰ < \xi_f < ۰/۹۸$) مخصوصاً در مقادیر بزرگ‌تر β، به‌طور چشمگیری پایداری را کاهش می‌دهد. بنابراین برای مقادیر کوچک β، می‌توان طولی از بستر را در نظر گرفت که به ازای آن پایداری بهبود یابد. همچنین کوتاه شدن طول بستر باعث بزرگ‌تر شدن محدوده رخداد S شکل‌ها و نیز تغییر مکان آن‌ها به سمت مقادیر بزرگ‌تر β می‌شود.

۳-۵- بستر سری

بسترهای الاستیک سری با درجات مختلف توانایی شبیه‌سازی تمامی بسترهای الاستیک واقعی را با دقت بسیار بالا دارا می‌باشند. در این بخش بسترهای الاستیک متقارن و غیرمتقارن به فرم چندجمله‌ای با توان‌های مختلف، طبق رابطه (۲۶) تعریف شده‌اند [۲۵]:

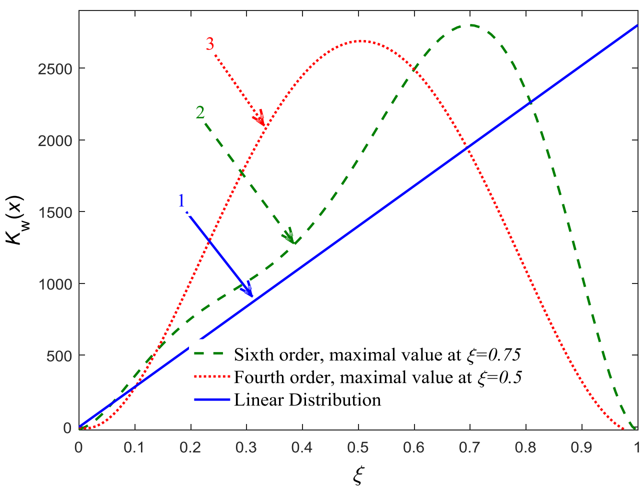
$$K_w(\xi)=c_0+\sum_{m=1}^{p} c_m \xi^m \qquad (۲۶)$$

که در آن p حداقل توان چندجمله‌ای است. در این بخش، سه بستر مختلف معرفی می‌شوند که در شکل ۱۳ (الف) نیز سختی هر بستر برحسب طول میکرولوله نمایش داده‌شده است. ضرایب سری متناظر با این منحنی‌ها در جدول ۲ معرفی شده‌اند. ذکر این نکته ضروری است که سطح سفتی سیستم همان‌طور که قبلاً ذکر شد ثابت نگه‌داشته می‌شود.

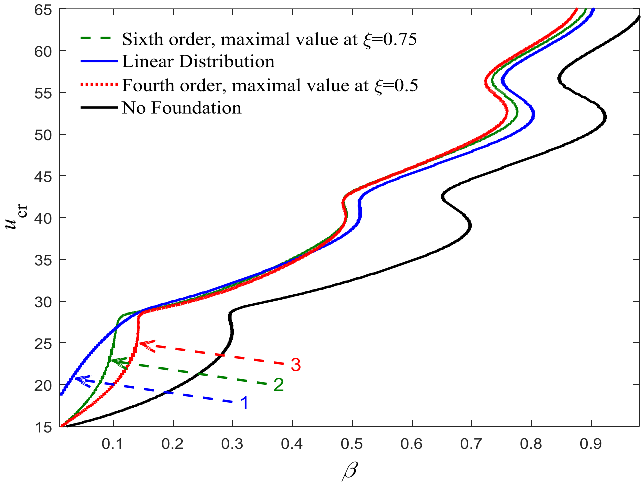
منحنی‌های پایداری متناظر با منحنی‌های شکل ۱۳ (الف) در شکل ۱۳ (ب) مشاهده می‌شوند. همان‌طور که مشخص است

جدول ۲. ضرایب چندجمله‌ای رابطه (۲۶) نشان داده شده در شکل ۱۳ (الف)
Table 2. Coefficients of the polynomials of equation (26) shown in figure 13-a

شماره نمودار	۱	۲	۳
c_0	۲۸۰۰	-۱۵/۳۲۸۶	-۱/۸۳۹
c_1	-۲۸۰۰	۸۰۳/۷	-۱۱۴۹
c_2	۰	۵۴۱۸۰	۴۷۹۰۰
c_4	۰	-۳۲۱۵۰۰	-۹۲۵۸۰
c_5	۰	۷۸۷۷۰۰	۴۵۷۹۰
c_6	۰	-۸۲۹۶۰۰	۰



(الف)

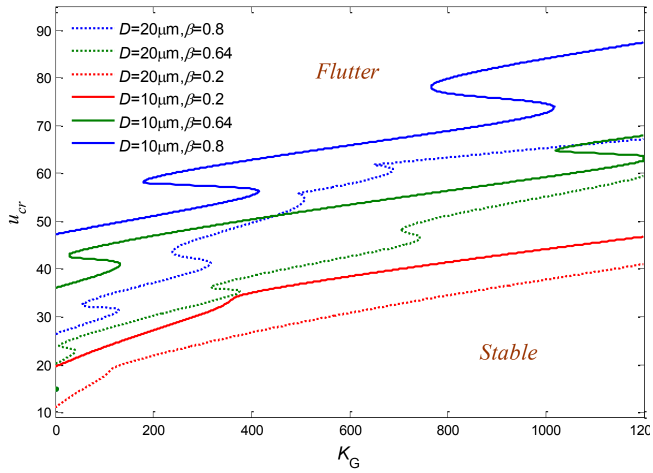


(ب)

شکل ۱۳- الف) توزیع سفتی بستر الاستیک سری مطابق با رابطه (۲۳) ب) منحنی پایداری متناظر با بسترهای ارائه‌شده در شکل ۱۳ (الف)

Fig 13. Foundation stiffness modulus of equation (23): the coefficients of all polynomials are represented in Table1. b) The critical flow velocities in terms of mass ratio β embedded in series elastic foundations

بسترهای سری، در مقایسه با دیگر انواع بسترهای معرفی‌شده تاکنون، با توجه به محدوده‌ی عملکرد β، توانایی بهبود قابل‌ملاحظه‌ای در پایداری سیستم دارند. به‌طور مثال برای بستر مثلثی شکل (منحنی شماره ۱)، در محدوده $۰ \le \beta \le ۰/۱۱$ بهترین پایداری به دست می‌آید، درحالی‌که برای منحنی شماره ۲ در محدوده $۰/۱۱ \le \beta \le ۰/۴۹$ بهترین پایداری حاصل می‌شود. از سوی دیگر، برای مقادیر بزرگ‌تر β، بستر الاستیک متقارن (منحنی شماره ۳) بهترین وضعیت از لحاظ پایداری را دارا است. بنابراین با مشخص شدن محدوده پارامتر β، می‌توان بستری را تعریف کرد که از لحاظ پایداری بهترین وضعیت را دارا باشد. لازم به ذکر است که این بسترها، تقریباً توانایی شبیه‌سازی



شکل ۱۴- سرعت بی‌بعد بحرانی سیال برحسب KG برای مقادیر مختلف شعاع خارجی و پارامتر بی‌بعد جرم

Fig 14. Dimensionless critical velocities in terms of dimensionless shearing modulus of Pasternak foundation for different external diameters and mass ratios

هر بستری ازجمله بسترهای غیریکنواخت و جزئی را دارا می‌باشند.

۳-۶- بستر پاسترناک

نمودار ناپایداری فلاتر برحسب مقادیر مختلف مدول برشی بستر پاسترناک برای دو مقدار متفاوت از قطر خارجی میکرولوله در شکل ۱۴ نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود هرگونه افزایش در مدول برشی (K_G) سفتی سیستم و درنتیجه‌ی پایداری سیستم را به میزان قابل توجهی افزایش می‌دهد. به‌طورکلی مشاهده می‌شود هر چه میکرولوله دارای قطر خارجی کوچک‌تری باشد، دارای نواحی پایداری بزرگ‌تری خواهد بود. این پدیده به دلیل افزایش میزان پارامتر بی‌بعد کوپل ϑ در قطرهای کوچک‌تر و درنتیجه افزایش سفتی سیستم است. همچنین مشاهده می‌شود که با افزایش K_G برای مقادیر کم پارامتر β، منحنی پایداری تقریباً به‌صورت یکنواخت شیب صعودی دارد درحالی‌که در مقادیر بیشتر β، توالی ناپایداری-پایداری مجدد-ناپایداری به‌صورت کاملاً مشخص دیده می‌شوند. برای مثال در $\beta = ۰/۶۴$ و $\beta = ۰/۸$ نه‌تنها پایداری سیستم بسیار بیشتر می‌شود بلکه S شکل‌های واضح‌تری نیز در شکل ظاهر می‌شوند. این حقیقت نشان می‌دهد که پدیده تبادل مودهای بیشتری در سیستم رخداده و مودهای متفاوتی دستخوش ناپایداری شده‌اند. درنهایت مشخص است که اثر پایدارکننده بسترهای پاسترناک، بسیار چشمگیرتر از بسترهای الاستیک است.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله با بهره‌گیری از تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده و اصل همیلتون توسعه‌یافته، معادله حاکم بر حرکت یک میکرولوله یکسرگیردار حاوی جریان سیال استخراج شده است. توسط روش جداسازی گالرکین معادله دینامیکی سیستم به شکل ماتریسی بازنویسی شده است. در ادامه تأثیر پارامترهایی نظیر قطر خارجی میکرولوله، پارامتر مقیاس طولی و نیز انواع مختلف بسترهای الاستیک و پاسترناک به‌صورت پارامتریک مورد بحث و بررسی قرار گرفته‌اند. برخی از نتایج کلیدی به شرح زیر می‌باشند:

✓ پارامتر مقیاس طولی ماده نقش بسزایی در رفتار دینامیکی میکرولوله حاوی جریان سیال دارد، به‌طوری‌که افزایش پارامتر ℓ روش مطمئنی برای افزایش نواحی پایداری سیستم است.

✓ در نظر گرفتن بسترهای الاستیک برای میکرولوله‌ها، بسته به میزان پارامتر β می‌تواند نقش پایدارکننده و یا ناپایدارکننده بر دینامیک میکرولوله حامل جریان سیال داشته باشد.

✓ برای بسترهای الاستیک غیریکنواخت، به‌طورکلی هر چه میزان پارامتر ثابت γ بیشتر باشد، در سیستم استهلاک بیشتری مورد انتظار خواهد بود. از سوی دیگر در γ های بزرگ‌تر، پدیده ناپایداری فلاتر دیرتر رخ می‌دهد.

✓ منحنی $u_{cr} - k_0$ در بسترهای الاستیک غیریکنواخت نشان می‌دهد که افزایش مقدار γ باعث می‌شود تا توالی ناپایداری-پایداری مجدد-ناپایداری در محدوده کوچک‌تری از k_0 رخ دهد. بنابراین مقادیر سرعت و فرکانس‌های بحرانی برای γ های کوچک‌تر، کمتر خواهند بود.

✓ با ثابت نگه‌داشتن سطح زیر منحنی سفتی برحسب طول میکرولوله و همچنین تعیین محدوده β، می‌توان محل قرارگیری بستر الاستیک جزئی را به نحوی تعیین کرد که پایداری سیستم به‌طور قابل توجهی افزایش یابد. علاوه بر آن، با تعیین محدوده β، با کاهش طول بستر می‌توان سیستم را بسیار پایدارتر کرد.

✓ با در نظر گرفتن بسترهای سری از درجات مختلف، تقریباً شبیه‌سازی هر محیط الاستیک واقعی قابل انجام است و می‌توان با تعریف تابع بهینه برای بستر پایداری سیستم را به‌خوبی افزایش داد.

✓ با بررسی نقش بستر پاسترناک بر روی نواحی پایداری سیستم مشخص شد این دسته از بسترها توانایی بالقوه‌ای نسبت

به بسترهای الاستیک در افزایش قابل توجه پایداری سیستم دارند. در مقادیر کمتر β با افزایش مدول برشی بستر پاسترناک، پایداری به‌صورت یکنواخت افزایش پیدا می‌کند درحالی‌که با افزایش پارامتر بی‌بعد جرم، علی‌رغم بهبود چشمگیر پایداری، این افزایش پایداری دیگر به‌صورت یکنواخت نبوده و توالی ناپایداری-پایداری مجدد-ناپایداری در نواحی S شکل منحنی رخ می‌دهند.

درنهایت نشان داده شده است که می‌توان عملکرد میکرولوله‌ها را با تعیین دقیق شرایط عملیاتی و سازه‌ای به‌خوبی بهبود داد. بدون شک نتایج تحقیق حال حاضر می‌تواند برای مهندسین مکانیک و پزشکی که در امر طراحی و بهینه‌سازی سامانه‌های میکرو و نانولوله حاوی جریان سیال فعال هستند مفید باشد.

مراجع

[1] H. Ashley, G. Haviland, Bending vibrations of a pipe line containing flowing fluid, Journal of Applied Mechanics-Transactions of the ASME, 17(3) (1950) 229-232.

[2] T.B. Benjamin, Dynamics of a system of articulated pipes conveying fluid-I. Theory, Proc. R. Soc. Lond. A, 261(1307) (1962) 457-486.

[3] M.P. Paidoussis, Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow, Academic press, 1998.

[4] M. Paidoussis, Dynamics of tubular cantilevers conveying fluid, Journal of Mechanical Engineering Science, 12(2) (1970) 85-103.

[5] A.A. Bhirde, V. Patel, J. Gavard, G. Zhang, A.A. Sousa, A. Masedunskas, R.D. Leapman, R. Weigert, J.S. Gutkind, J.F. Rusling, Targeted killing of cancer cells in vivo and in vitro with EGF-directed carbon nanotube-based drug delivery, ACS nano, 3(2) (2009) 307-316.

[6] W. Xia, L. Wang, Microfluid-induced vibration and stability of structures modeled as microscale pipes conveying fluid based on non-classical Timoshenko beam theory, Microfluidics and Nanofluidics, 9(4-5) (2010) 955-962.

[7] L.-L. Ke, Y.-S. Wang, Flow-induced vibration and instability of embedded double-walled carbon nanotubes based on a modified couple stress theory, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 43(5) (2011) 1031-1039.

[8] T.-Z. Yang, S. Ji, X.-D. Yang, B. Fang, Microfluid-induced nonlinear free vibration of microtubes, International Journal of Engineering Science, 76 (2014) 47-55.

[9] M. Mohammadimehr, A. Mohammadi-Dehabadi, Z.K. Maraghi, The effect of non-local higher order stress to predict the nonlinear vibration behavior of carbon nanotube conveying viscous nanoflow, Physica B: Condensed Matter, 510 (2017) 48-59.

[10] A.W. McFarland, J.S. Colton, Role of material microstructure in plate stiffness with relevance to microcantilever sensors, Journal of Micromechanics and Microengineering, 15(5) (2005) 1060.

[11] R.D. Mindlin, Micro-structure in linear elasticity, Archive for Rational Mechanics and Analysis, 16(1) (1964) 51-78.

[12] F. Yang, A. Chong, D.C.C. Lam, P. Tong, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, International Journal of Solids and Structures, 39(10) (2002) 2731-2743.

[13] S. Park, X. Gao, Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, Journal of Micromechanics and Microengineering, 16(11) (2006) 2355.

[14] L. Wang, Size-dependent vibration characteristics of fluid-conveying microtubes, Journal of Fluids and Structures, 26(4) (2010) 675-684.

[15] R. Bahaadini, A.R. Saidi, M. Hosseini, On dynamics of nanotubes conveying nanoflow, International Journal of Engineering Science, 123 (2018) 181-196.

[16] S. Ahangar, G. Rezazadeh, R. Shabani, G. Ahmadi, A. Toloei, On the stability of a microbeam conveying fluid considering modified couple stress theory, International Journal of Mechanics and Materials in Design, 7(4) (2011) 327.

[17] R. Ansari, R. Gholami, A. Norouzzadeh, S. Sahmani, Size-dependent vibration and instability of fluid-conveying functionally graded microshells based on the modified couple stress theory, Microfluidics and nanofluidics, 19(3) (2015) 509-522.

[18] H. Zeighampour, Y.T. Beni, Size-dependent vibration of fluid-conveying double-walled carbon nanotubes using couple stress shell theory, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures, 61 (2014) 28-39.

[19] A.G. Arani, M. Bagheri, R. Kolahchi, Z.K. Maraghi, Nonlinear vibration and instability of fluid-conveying DWBNNT embedded in a visco-Pasternak medium using modified couple stress theory, Journal of Mechanical Science and Technology, 27(9) (2013) 2645-2658.

[20] A.C. Eringen, D. Edelen, On nonlocal elasticity, International Journal of Engineering Science, 10(3) (1972) 233-248.

[21] R. Bahaadini, M. Hosseini, Nonlocal divergence and flutter instability analysis of embedded fluid-conveying carbon nanotube under magnetic field, Microfluidics and Nanofluidics, 20(7) (2016) 108.

[22] M. Hosseini, R. Bahaadini, Size dependent stability analysis of cantilever micro-pipes conveying fluid based on modified strain gradient theory, International Journal of Engineering Science, 101 (2016) 1-13.

[23] L. Yin, Q. Qian, L. Wang, Strain gradient beam model for dynamics of microscale pipes conveying fluid, Applied Mathematical Modelling, 35(6) (2011) 2864-2873.

[24] I. Lottati, A. Kornecki, The effect of an elastic foundation and of dissipative forces on the stability of fluid-conveying pipes, Journal of Sound Vibration, 109 (1986) 327-338.

[25] P. Djondjorov, V. Vassilev, V. Dzhupanov, Dynamic stability of fluid conveying cantilevered pipes on elastic foundations, in, Academic Press, 2001.

[26] J. Yoon, C. Ru, A. Mioduchowski, Flow-induced flutter instability of cantilever carbon nanotubes, International Journal of Solids and Structures, 43(11-12) (2006) 3337-3349.

[27] A.M. Dehrouyeh-Semnani, M. Nikkhah-Bahrami, M.R.H. Yazdi, On nonlinear vibrations of micropipes conveying fluid, International Journal of Engineering Science, 117 (2017) 20-33.

[28] A.E. Mamaghani, S. Khadem, S. Bab, Vibration control of a pipe conveying fluid under external periodic excitation using a nonlinear energy sink, Nonlinear Dynamics, 86(3) (2016) 1761-1795.

[29] A.E. Mamaghani, S.E. Khadem, S. Bab, S.M. Pourkiaee, Irreversible passive energy transfer of an immersed beam subjected to a sinusoidal flow via local nonlinear attachment, International Journal of Mechanical Sciences, 138 (2018) 427-447.

[30] R. Hosseini, M. Hamedi, A. Ebrahimi Mamaghani, H.C. Kim, J. Kim, J. Dayou, Parameter identification of partially covered piezoelectric cantilever power scavenger based on the coupled distributed parameter solution, International Journal of Smart and Nano Materials, 8(2-3) (2017) 110-124.

[31] M.A. Khorshidi, The material length scale parameter used in couple stress theories is not a material constant, International Journal of Engineering Science, 133 (2018) 15-25.