

# Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 52(4) (2020) 251-254 DOI: 10.22060/mej.2018.14642.5903

# Frequency Domain Analysis of Water Hammer with Fluid-Structure Interaction in Viscoelastic pipe

H. Karimian Aliabadi<sup>1</sup>\* , A. Ahmadi<sup>1</sup>, A. Keramat<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Civil Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran <sup>2</sup> Department of Civil Engineering, JundiShapoor University of Technology, Dezful, Iran

ABSTRACT: In this research, fluid-structure interaction including transient flow in a viscoelastic pipe has been studied in the frequency domain. The main purpose was to investigate the water hammer problem using extended transfer matrix method in a typical reservoir-viscoelastic pipe-valve system. One of the generally expected advantages of frequency domain analysis is that the integral form of equations in the time domain would be transformed into algebraic form. Here it would be more beneficial to utilize frequency domain methods since convolution integral which appears in viscoelastic models in time domain will also vanish. Transfer matrix method has been adopted to the transient flow in a viscoelastic pipe to derive field matrix where a non-oscillating valve is considered as a boundary condition. The generalized Kelvin-Voigt model was used to simulate the viscoelastic behavior of the pipe wall. The proposed model has been explored to solve two well-known case studies of fluid-structure interaction in the frequency domain. Results of both cases confirm the good agreement between analytical and experimental data. To investigate the simultaneous effects of viscoelasticity and fluid-structure interaction in the frequency domain a sample problem has been analyzed. Results for different conditions including interactional and non-interactional system together with both viscoelastic and elastic pipe material have been illustrated and compared. Also, a comparison among 3-element, 5-element, and higher order Kelvin-Voigt models has been performed based on which one may deduce the appropriateness of 3-element model.

# **Review History:**

Received: 22 Jun. 2018 Revised: 16 Sep. 2018 Accepted: 10 Nov. 201 Available Online: 21 Nov. 2018

#### **Keywords:**

Transient analysis Frequency domain Viscoelastic pipe Fluid-structure interaction Kelvin-Voigt model

### **1-Introduction**

For the two recent decades, modeling and analyzing transient flow in flexible pipes has been the subject of extensive research activities. Standard solution procedures in this field can be divided into two main groups including time and frequency domain analysis.

Although time domain solutions provide an in-depth knowledge about pressure fluctuations during transients, frequency response spectrum also contains valuable information such as standing waves (mode shapes), frequency dependent wave speed or friction and resonant frequencies of the system [1]. However, frequency domain solutions, though being less difficult in terms of implementation, received less attention. Many articles on frequency domain solutions of water hammer with Fluid-Structure Interaction (FSI) mechanisms are available in the literature, so are significant research works on Viscoelastic (VE) pipes is frequency domain. However, frequency domain investigations of FSI in VE pipes have not been reported until now. This paper aims at modeling water hammer with FSI including Poisson and junction coupling in a VE pipe in the frequency domain. Laplace transform of fluid and structural equations have been obtained to exploit Transfer Matrix Method (TMM).

Common boundary conditions, as well as Kelvin-Voight mathematical model for VE pipes, have also been transformed

#### \*Corresponding author's email: nozar@ssau.ac.ir

into Laplace domain which they ultimately allow for frequency domain solutions of the problem. The proposed model has been implemented in MATLAB software. Various results to assess VE and FSI effect separately and simultaneously and make comparisons with elastic or no-FSI conditions are presented.

#### 2- Mathematical Model

### 2-1-Viscoelastic pipe model

According to the literature, two widely-established mechanical models including Kelvin-Voigt and Maxwell are provided to simulate viscoelastic materials [2]. Here a generalized Kelvin-Voigt model with a default of one KV cell is used. The general form of the KV transfer function is obtained from stress-strain relation [3] and is defined as follows:

$$[KV] = s\overline{J} = \sum_{k=0}^{N_{KV}} J_k - s \sum_{k=1}^{N_{KV}} \frac{J_k \tau_k}{1 + S \tau_k} = J_0 + \sum_{k=1}^{N_{KV}} \left(\frac{J_k}{1 + S \tau_k}\right)$$
(1)

### 2-2-Governing equations

The time domain set of governing equations includes six preliminary equations. They respectively include: continuity and momentum of fluid, the equilibrium of forces, axial strain definition and axial and circumferential stress-strain relations.



Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

These equations could be reduced to four equations by substituting and simplifications. Then to obtain an analytical solution for the problem and to adopt the equations for the TMM method, Laplace transform has been applied to this set of equations. The result could be presented in a typical matrix form below [4]:

$$AY + B\frac{\partial y}{\partial z} = \overline{r}$$
<sup>(27)</sup>

in which matrix Y, A, B, and r are as follows:

$$Y = \begin{bmatrix} V, H, \dot{u}_{z}, \sigma_{h} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_{f}g}{K} + \frac{D\rho_{f}g}{e} [KV](1-v^{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{gD\rho_{f}v}{2Ee} + \frac{gD\rho_{f}v}{2e} ([KV] - J_{0}) & 0 & \frac{-1}{\rho_{c}c_{t}^{2}} - [KV] + J_{0} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2v & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\rho_{t}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$r = \begin{bmatrix} V(t=0) \\ K \\ F \\ R \\ -\frac{g\rho_{f}}{K} H(t=0) + (1-v^{2}) \frac{gD\rho_{f}}{2Ee} J_{0} H(t=0) \\ 0 \\ -\frac{1}{\rho_{c}t_{t}^{2}} \sigma_{z}(t=0) + g \frac{D\rho_{f}v}{2Ee} H(t=0) \end{bmatrix}$$

$$(28)$$

After evaluating and verifying the application of the proposed model to water hammer problems, the model has been applied to a sample Reservoir-Pipe-Valve (RPV) system with viscoelastic Polyvinyl Chloride )PVC( pipe. This is discussed in the next section

#### **3- Results and Discussion**

In the case study, a PVC pipe with L=20m, R=398.5mm and wall thickness of 8mm is connected to an upstream reservoir with constant water level and a valve at its downstream end. The upstream end is considered to be immovable while the valve end is unrestrained and therefore providing Poisson and junction couplings. Other main mechanical properties of the system are:  $\vec{E}=1.43$  GPa, K=2.1 GPa,  $\upsilon=0.46$ ,  $\rho_f = \rho_s = 1000$ kg/m3. Values of creep coefficients which will be used in the Kelvin-Voigt model are derived from sample values based on calibration done by Keramat and Haghighi [5] for the Imperial college experiment performed by Covas et al.[6]. For comparison purposes, some different cases are analyzed. Two types of elastic and viscoelastic pipe material, have been considered and each was analyzed using three different scenarios: No FSI analysis, FSI analysis including only Poisson coupling and FSI analysis including Poisson and junction couplings. Some of the resulting comparative diagrams are presented here.

As seen in Fig. 1 the VE properties particularly the retardation function put dissipation in the system and cause a lag dynamic, reduces the amplitude sparks and make the frequency response to be more smooth. Results also reveal



### Fig. 1. The amplitude of pressure oscillation at the downstream end for Elastic and VE pipe a: without FSI, b: considering Poisson coupling and c: considering Poisson and junction couplings

that junction coupling could cause a significant influence of boundary conditions. It is observed from the presented graphs that odd harmonics are being more influenced and dissipated when junction coupling is taken into account.

### **4-** Conclusions

A frequency domain model was developed to study transient flow in a viscoelastic pipe. The model was verified and then a typical case study was performed to obtain and evaluate the frequency response diagram of a PVC pipe including Poisson and junction coupling. Here for evaluation purpose, several combinations of different physics have been studied through frequency response analysis. From the results, it can be concluded that: 1-Viscoelastic pipe behavior has considerable damping like effect on the response, especially in the peak regions. Therefore, neglecting the VE properties will cause the result to be overestimated. 2-Natural frequencies in both cases of VE and elastic pipe were almost identical, but the amplitude of oscillations is only deliverable by a correct VE model. 3-Neglecting Poisson coupling will lead to a considerable shift in frequency response. It means exact mechanisms of FSI shall be distinctly identified and be precisely introduced in the model in order to achieve reliable results.

### References

[1]L. Zhang, S.A. Tijsseling, E.A. Vardy, Fsi Analysis of Liquid-Filled Pipes, Journal of Sound and Vibration, 224 (1999) 69-99.

- [2] J.D. Ferry, J.D. Ferry, Viscoelastic Properties of Polymers, Wiley, 1980.
- [3] A.S. Wineman, K.R. Rajagopal, Mechanical Response of Polymers: An Introduction, Cambridge University Press, 2000.
- [4] Q.S. Li, K. Yang, L. Zhang, N. Zhang, Frequency domain analysis of fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems by transfer matrix method, International Journal of Mechanical Sciences, 44 (2002) 2067-2087.
- [5] A. Keramat, A. Haghighi, Straightforward Transient-Based Approach for the Creep Function Determination in Viscoelastic Pipes, Journal of Hydraulic Engineering, (2014) 1-9.
- [6] D. Covas, Stoianov, I., Mano, J., Ramos, H., Graham, N., and Maksimovic, C., The dynamic effect of pipewall viscoelasticity in hydraulic transients. Part I— Experimental analysis and creep characterization, Journal of Hydraulic Research, 42 (2004) 516-530.

This page intentionally left blank

نشريه مهندسي مكانيك اميركبير

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۴، سال ۱۳۹۹، صفحات ۹۸۵ تا ۱۰۰۴ DOI: 10.22060/mej.2018.14642.5903

# مطالعه جریان گذرا در لوله ویسکوالاستیک با احتساب اثرات اندرکنشی بر مبنای پاسخ تحلیلی در حوزه فرکانس

حامد کریمیان علی آبادی (\*، احمد احمدی ، علیرضا کرامت

<sup>۱</sup> دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران <sup>۲</sup>دانشکده مهندسی عمران، دانشگاه صنعتی جندی شاپور، دزفول، ایران

تاريخچه داورى: **خلاصه:** در این تحقیق اندرکنش سیال و سازه با احتساب شرایط گذرا درون یک لوله ویسکوالاستیک با استفاده از ابزارهای تحلیل دریافت: ۱۳۹۷/۰۴/۰۱ در حوزه فرکانس مطالعه شده است. هدف اصلی، بررسی پدیده ضربه قوچ در جداره ویسکوالاستیک از طریق مطالعه فرکانسی و بویژه بازنگری: ۱۳۹۷/۰۶/۲۵ مبتنی بر شیوه تعمیم یافته ماتریس انتقال بوده است. در خلال این فعالیت تطبیق پذیری و مزیتهای نسبی روش تحلیلی ماتریس پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۱۹ انتقال در حل یک مسئله کوپل و مشتمل بر دینامیک سازه پیچیده، تبیین شده است. یکی از مزیتهای اصلی حل در حوزه فرکانس ارائه أنلاين: ١٣٩٧/٠٨/٣٠ تبدیل فرم انتگرالی معادلات حاکم به معادلات جبری و سادهسازی آنها میباشد. در اینجا استفاده از تحلیل حوزه فرکانس برای كلمات كليدى: مدلسازی لوله ویسکوالاستیک به دلیل حذف انتگرال کانولوشن که در مدل زمانی ماده ویسکوالاستیک ظاهر می شود، مزیت نسبی شيوه ماتريس انتقال و تأثیر بیشتری دارد. برای مسئله حاضر که تحلیل جریان گذرای حاصل از بسته شدن آنی شیر پاییندست در لوله ویسکوالاستیک تحليل گذرا میباشد، ماتریس انتقال تعمیم یافته که شامل متغیرهای حالت سازهای علاوه بر متغیرهای هیدرولیکی است، ارائه شده است. بعنوان آناليز حوزه فركانس نوآوری کلیدی در تعمیم این شیوه، دو جنبه تحریک غیرهارمونیک و مدل جداره ویسکوالاستیک لحاظ شده است. معادلات کلوین-جداره ويسكوالاستيك ویت برای مدلسازی رفتار جداره ویسکوالاستیک مورد استفاده قرار گرفته است. صحت عملکرد مدل حاضر از طریق مقایسه نتایج با دو اندر کنش سیال- سازه دسته دادههای تحلیلی و آزمایشگاهی بررسی و تأیید شده است. برای بررسی همزمان اثرات ویسکوالاستیسیته و اندر کنش سیال-سازه مدل كلوين ويت یک مسئله نمونه تعریف شده که نتایج حاصل به منظور قیاس بین حالتهای مختلف تحلیل اندرکنشی و غیر اندرکنشی و نیز در ازای فرض جداره الاستیک و یا ویسکوالاستیک استخراج و ارائه شده است.

۱ – مقدمه

در دو دهه اخیر مدلسازی و آنالیز جریان گذرا در مجاری انعطاف پذیر موضوع تحقیقات گستردهای بوده است. این تحقیقات عموما انتشار موج فشاری یا ضربه قوچ را همزمان با برخی پدیدههای مرتبط مثل اصطکاک غیرماندگار، کاویتاسیون و رزنانس بررسی کردهاند. همچنین تاثیر عیوب خط لوله مانند گرفتگی و یا نشت بر انتشار امواج از موضوعات مهم در این حوزه بوده است. فرآیندهای حل در این زمینه به دو دسته کلی شامل حل در حوزه زمان و حوزه فرکانس قابل تفکیک است. در حوزه زمان اغلب روش خطوط مشخصه ابرای حل مسائل در خط لوله به کار گرفته می شود. از میان پژوهشهای صورت پذیرفته به کمک روش خطوط مشخصه، می توان به مقالههای منتخب شامل تحقیق ژانگ و وایراوامورتی که در آن اندرکنش سیال– سازه لحاظ شده است [1]، پژوهش فِراس و همکاران [۲] که با

1 Method of Characteristics (MOC)

\* نویسنده عهدهدار مکاتبات: hamed.karimian@gmail.com

احتساب اثرات اصطکاک غیرماندگار انجام شده، تحقیق کرامت و همکاران [۳] که در آن ویسکوالاستیسیته لوله مدلسازی شده است، برخی فعالیتها که با در نظر گرفتن پدیده جدایی ستون مایع در خلال ضربه قوچ انجام شده نظیر برگانت و سمسون [۴] و هم چنین احمدی و کرامت [ ۵]، کارهای دیگری که تنوع شرایط مرزی و اثرات تکیه گاه در انها تبیین شده است نظیر پژوهش تنتارلی [۶]، افشار و روحانی [۷] و زنگنه و همکاران [۸]، اشاره نمود که اینها از جمله مقالات مبسوط و دقیق در این حوزه هستند.

اگرچه نتایج حل در حوزه زمان فهم دقیق و شهودی از نوسانات فشار در سیستم را منتقل می کند، نتایج حل در حوزه فرکانس از جمله منحنی پاسخ فرکانسی نیز حاوی اطلاعات ارزشمندی از قبیل شکل مودهای سیستم، سرعت موج وابسته به فرکانس، فرکانسهای تشدید سیستم میباشد [۹]. درحقیقت ماهیت هایپربولیک سیگنالها در جریان گذرا امکان حل تحلیلی در حوزه فرکانس را فراهم می کند [۱۰]. بخصوص زمانی که پدیدههای وابسته به فرکانس از قبیل اصطکاک غیرماندگار و ویسکوالاستیسیته

(Creative Commons License) حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) (Creative Commons Sorg/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

نیز مدنظر باشند روشهای فرکانسی بهینه خواهند بود [۱۱]. با این حال روشهای حل در حوزه فرکانس که از نظر پیاده سازی پیچیدگی کمتری دارند، تا بحال توجه محققین کمتری را به خود جلب کرده است و هنوز مدل فرکانسی جریان گذرا که اثرات اساسی اندرکنش سیال و سازه در لوله ویسکوالاستیک را حتی برای یک سیستم ساده مخزن–لوله–شیر شبیه سازی نماید ارائه نشده است. از اولین تحقیقات انجام شده در حوزه فرکانس میتوان به تحقیق انجام شده در سال ۱۹۶۴ اشاره نمود که در آن از فرم تبدیل یافته لاپلاس معادلات حاکم با احتساب اثرات اندرکنش سیال–سازه<sup>۱</sup> استفاده شده است [۱۲].

دی جونگ [۱۳] در سال ۱۹۹۵روش ماتریس انتقال ۲ در حوزه فرکانس را برای مسائل یک بعدی انتشار موج پیاده سازی کرد. روش ماتریس انتقال از اوایل دهه ۷۰ میلادی به صورت گستردهای برای آنالیز لرزهای سیستمهای مکانیکی توسعه پیدا کرد [۱۴]. با این حال این روش حل که به صورت مبسوط توسط چادری [۱۵] برای خطوط انتقال سیال تشریح گردیده است، غالباً با هدف بررسی انتشار موج در سیال مورد استفاده قرار گرفته است و انتشار موج تنش در سازه و نیز مکانیزمهای اندرکنشی سیال–سازه کمتر از این روش مدلسازی و تحلیل شدهاند. به علاوه بسیاری از منابع از جمله کتاب معرفی شده چادری در هنگام استفاده از روش ماتریس انتقال تحریک سیستم را هارمونیک فرض کردهاند. ژانگ و همکاران [۹] اولین محققینی بودند که در سال ۱۹۹۹ تحریک غیرهارمونیک سیستم را در مدل فرکانسی خود شبیه سازی کردند. آن ها با موفقیت بارهای ضربهای که باعث ایجاد جریان گذرا در سیستم میشدند را مدل کردند. این مدل قادر بود برای تعیین فرکانسهای طبيعي سيستم و شکل مودهاي سيستم سيال-سازه مورد استفاده قرار بگيرد. لی و همکاران [۱۶] این مدل را برای سیستم مشابهی شامل لولههای سری با قطرهاى مختلف توسعه دادند. مقايسه نتايج مدل توسعه يافته كلوين-ويت با نتایج آزمایشگاهی براساس بازسازی زمانی سیگنالها توسط نگارندگان مقاله حاضر در پژوهش قبلی ارائه شده است [۱۷].

در سالهای اخیر استفاده از لولههای پلی وینیل کلراید<sup>۳</sup> و پلی اتیلنی<sup>۴</sup> رواج بیشتری یافته است. این موضوع به دلیل قیمت نسبتاً پایینتر و مشخصات مکانیکی مناسب این مواد به خصوص برای مجاری انتقال آب است [۱۸ و ۱۹]. این مواد با داشتن کرنش تاخیری یا ویسکوز

علاوه بر کرنش آنی یا الاستیک در اثر اعمال نیرو، ویسکوالاستیک نقش نامیده میشوند. این خاصیت منحصر به فرد مواد ویسکوالاستیک نقش مهمی در تحلیل جریان گذرا در خط لوله ایفا می کند. مشاهدات آزمایشگاهی در مسئله ضربه قوچ در لولههای ویسکوالاستیک نشان می دهد که مدل های کلاسیک ضربه قوچ نمی توانند پیش بینی درستی از نوسانات فشار در لوله را ارائه کنند. چشمپوشی از رفتار ویسکوالاستیک جداره در تحلیل جریان گذرا و به کارگیری مدل الاستیک به جای مدل ویسکوالاستیک می تواند خطای قابل توجهی را در نتایج مدل عددی نسبت واقعیت ایجاد کند [۲۰]. کواچ و همکاران [۲۱ و ۲۲] در مقالاتی که در سال های ۲۰۰۴ و ۲۰۰۵ منتشر پیوستگی، تغییر شکل شعاعی لوله ویسکوالاستیک را شبیه سازی می کرد. سرعت و میرایی (کاهش دامنه) موج در لوله ویسکوالاستیک توسط پر ک اسرعت و میرایی (کاهش دامنه) موج در لوله ویسکوالاستیک توسط پر ک مدرد تحلیلی استفاده گردید که در آن از نتایج مدل آزمایشگاهی جهت کالیبره کردن

یک مدل تحلیلی که در سال ۲۰۱۰ توسط دوآن و همکاران [۲۳] ارائه شد نشان داد که خواص میرایی و اختلاف فاز ایجاد شده در اثر ویسکوالاستیسیته جداره به خصوص پس از مرحله گذرای اولیه جریان، موثرتر و مهمتر از میرایی حاصل از اصطکاک غیرماندگار میباشد. نتیجه گیری دیگر تحقیق نامبرده این است که تأثیر ویسکوالاستیسیته درصورتیکه که زمان تأخیر ماده ويسكوالاستيك كمتر از زمان انتشار موج در طول خط لوله باشد، بيشتر و تعیین کننده تر خواهد بود. کرامت و همکاران [۲۴] در سال ۲۰۱۲ یک مدل جامع ضربه قوچ در لوله ویسکوالاستیک در حوزه زمان ارائه کردند که در آن امکان کالیبراسیون تابع خزش و نیز امکان تعیین مقادیر ضرایب مدل کلوین-ویت فراهم شده بود. منیکونی و همکاران [۲۵] در سال ۲۰۱۲ تأثیر تغییر مقطع در لولههای ویسکوالاستیک متصل شده به صورت سری بر امواج فشاری ضربه قوچ را بررسی کردند. این تحقیق نیز که در حوزه زمان انجام شده بود نشان داد که نسبت طول لولههای با قطر کم و زیاد تأثیر زیادی بر صحت نتایج مدل یک بعدی ارائه شده دارد. در تحقیق دیگری آنها به بررسی اتلاف انرژی و میرایی موج فشار برای یک سیستم ساده لوله ویسکوالاستیک با یک شیر میانی پرداختند و اثرات اصطکاک غیرماندگار را نيز لحاظ كردند [٢۶].

تحقیق جدیدتری توسط گونگ و همکاران [۲۷] در سال ۲۰۱۵ برای استخراج تابع پاسخ فرکانسی لولههای ویسکوالاستیک با استفاده از مدل

<sup>1</sup> Fluid–Structure Interaction (FSI)

<sup>2</sup> Transfer-Matrix Method (TMM)

<sup>3</sup> PolyVinyl Chloride (PVC)

<sup>4</sup> PolyEthylene (PE)

<sup>5</sup> Viscoelastic (VE)



شکل ۱: مدل توسعه یافته کلوین-ویت برای شبیه سازی رفتار مکانیکی جامد ویسکوالاستیک

### Fig. 1. Generalized Kelvin-Voigt Model to simulate mechanical properties of a viscoelastic solid

کلوین-ویت انجام شده است. این تحقیق که دران از اثرات اندر کنشی سیال-سازه صرفنظر گردیده، نشان داد که خاصیت ویسکوالاستیسیته جداره لوله باعث میرایی و جابجایی وابسته به فرکانس در فرکانسهای طبیعی سیستم می گردد. وابا [۱۸] در پژوهش دیگری در سال ۲۰۱۷ به مطالعه جریان لایهای در لوله ویسکوالاستیک پرداخت و براساس آنالیز ابعادی پارامترهای بی بعد دریافت که تاثیرات ویسکوالاستیسیته در لولههای طویل و یا با قطر زیاد قابل توجه تر است. همان طور که پیشتر بیان شد، مقالات زیادی درمورد روشهای حل فرکانسی ضربه قوچ با در نظر گرفتن اندرکنش سیال-سازه در مطالعات پیشین موجود است. همچنین پژوهشهای متعددی در خصوص مدل سازی لوله ویسکوالاستیک در حوزه زمان و فرکانس انجام شده است. با این حال مدل جامعی شامل اندرکنش سیال-سازه در لوله ویسکوالاستیک در موزه فرکانس تا زمان نگارش این مقاله مشاهده نشده است.

در تحقیق حاضر هدف ارائه مدلی است که تحلیل ضربه قوچ را در لوله ویسکوالاستیک با در نظر گرفتن مکانیزمهای اندرکنشی پواسون و اتصال در حوزه فرکانس، فراهم آورد. در اینجا تبدیل لاپلاس معادلات سیال و سازه برای بکارگیری ماتریس انتقال استخراج شده است. شرایط مرزی و همچنین مدل کلوین–ویت برای ماده ویسکوالاستیک نیز به فضای لاپلاس منتقل شدهاند. مدل پیشنهادی در محیط نرم افزار متلب پیاده سازی شده است. تایچ متنوعی که تأثیر ماده ویسکوالاستیک و مکانیزمهای اندرکنشی را به صورت تفکیک شده و مقایسهای ارائه میکند از این مدل استخراج و ارائه شده است. بررسیهای انجام شده در این تحقیق نشان میدهد استفاده از ابزارهای حل در حوزه فرکانس میتواند شرایط را برای حل تحلیلی معادلات فراهم آورد. نتایج به دست آمده از حل در حوزه فرکانس میتواند برای پیش فراهم آورد. نتایج به دست آمده از حل در حوزه فرکانس میتواند برای پیش علاوه امکان مطالعه پارامتری رفتار سیستم به سهولت در این مدل وجود خواهد داشت. به علاوه با صفر قرار دادن مقادیر ضرایب پاسخ تاخیری لوله

در مدل حاضر امکان استفاده از آن برای مدلسازی لولههای الاستیک نیز میسر خواهد بود.

# **۲ – مدل ریاضی** ۲ – ۱ – مدل جداره ویسکوالاستیک

براساس مطالعات پیشین، برای شبیه سازی رفتار جامد ویسکوالاستیک دو مدل رایج و پر کاربرد مدلهای کلوین-ویت و ماکسول هستند [۸۸]. این مدلها براساس ترکیبها و چیدمانهای مختلفی از فنر و میراگر بوجود آمدهاند [۲۰]. مدل کلوین-ویت شامل یک فنر و یک میراگر است که به صورت موازی بهم متصل شدهاند و مدل توسعه یافته کلوین-ویت، شامل تعدادی سلول کلوین-ویت و یک فنر اضافه است که به صورت سری بهم متصل شدهاند [۲۹]. در اینجا از مدل کلوین ویت به دلیل مزیت و دقت بیشتر در توصیف رفتار خزشی جداره ویسکوالاستیک به نسبت مدل ماکسول استفاده شده است. در شکل ۱ مدل توسعه یافته کلوین-ویت که از این پس در این مقاله مدل کلوین-ویت یا به اختصار مدل KV نامیده میشود، نمایش داده شده است. خواهیم دید که رابطه تنش-کرنش حاکم بر این مدل نمایش داده شده است. خواهیم دید که رابطه تنش-کرنش حاکم بر این مدل نمایش داده شده است. خواهیم دید که رابطه تنش-کرنش حاکم بر این مدل نمایش داده شده است. خواهیم دید که رابطه تنش-کرنش حاکم بر این مدل نمایش داده شده است. خواهیم دید که رابطه تنش-کرنش حاکم بر این مدل

در شکل ۱ پارمترهای  $E_i$  و  $\mu_i$  به ترتیب مدول الاستیسیته فنر و ویسکوزیته میراگر i ام هستند. در این پژوهش ابتدا مدل سه پارامتری که شامل یک فنر و یک سلول کلوین-ویت میباشد، مورد استفاده قرار میگیرد و در انتها نتایج آن با مدلهای مرتبه بالاتر جهت بررسی میزان دقت مقایسه خواهد گردید. افزایش مرتبه (دقت) مدل کلوین-ویت باعث پیچیدهتر شدن ماتریس انتقال حالت میگردد که ممکن است در نتایج به همان نسبت مؤثر نباشد. در حین پدیده ضربه قوچ، نوسانات فشار، تنشهای محیطی در جداره تغییرشکلهای شعاعی و کرنش محوری لوله میشود. همچنین تنشهای محوری که بر اثر ضربه قوچ پدید میآیند به طرز مشابهی به تغییر شکل شعاعی و محیطی منتج میگردد. رابطه تنش-کرنش سه بعدی که مطابق با رفتار تبدیلی اشاره شده باشد به صورت زیر تعریف میگردد [۲۹]:

$$\varepsilon_{z} = \sigma_{z} * dJ - \upsilon(\sigma_{\varphi} * dJ - \sigma_{r} * dJ) \tag{1}$$

$$\varepsilon_{\varphi} = \sigma_{\varphi} * dJ - \upsilon(\sigma_{z} * dJ - \sigma_{r} * dJ) \tag{(7)}$$

که در آن  $\sigma$  و  $\mathcal{F}$  تنش و کرنش هستند، و \* نماد اپراتور کانولوشن و d \* بیانگر اپراتور استیلیس کانولوشن است که در رابطه ( $\mathcal{F}$ ) تعریف  $\sigma_{\varphi}$  و r جهت محورها در مختصات استوانهای هستند.  $\sigma_{\varphi}$ تنش هوپ (محیطی) است که در لوله جدار نازک تحت فشار به صورت زیر تعریف می گردد:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{\rho g H D}{2e} . \tag{(7)}$$

که در آن H هد فشار، ho چگالی، g شتاب جاذبه، D قطر داخلی لوله، e ضخامت جداره لوله است. پارامتر J بیانگر تابع خزش است که برای حالت کلی مدل N پارامتری کلوین–ویت عبارتست از[۲۹]:

$$J = J_0 + \sum_{k=1}^{N_{KV}} J_k \left( 1 - e^{-t/\tau_k} \right)$$
 (\*)

که در آن  $J_{k} = 1/E_{k}$ ,  $\tau_{k} = \mu_{k}/E_{k}$  و  $J_{0} = 1/E_{k}$  پاسخ آنی و یا تغییر شکل الاستیک ماده وسکوالاستیک را شبیه سازی می کند. زیرنویس k تعداد سلولهای مدل کلوین-ویت در نظر گرفته شده است. باید توجه کرد که  $E = E_{0}$  همان مدول الاستیسیته فنر منفرد است. برای مدل سه پارامتری کلوین-ویت رابطه بالا به صورت زیر ساده می گردد:

$$J = J_0 + J_1 (1 - e^{-t/\tau_1})$$
 (a)

تعریف اپراتور استیلیس کانولوشن که در روابط (۱) و (۲) مشاهده شد در رابطه زیر آمده است [۲۹]:

$$\sigma * dJ = \sigma(t)J(0) + \int_{0}^{t} \sigma(t-s)\frac{dJ}{ds}(s)ds \qquad (8)$$

با درنظر گرفتن 
$$J\left(0
ight)\!=\!J_{0}$$
 تبدیل لاپلاس معادله (۶) برابر است با:

$$\mathcal{L}\left\{\sigma * dJ\right\} = \bar{\sigma}J_0 + \bar{\sigma}(s\bar{J} - J_0) = \bar{\sigma}s\bar{J} = [KV]\bar{\sigma} \quad (\forall)$$

که در آن نماد خط بالانویس معرف تبدیل لاپلاس توابع است. در این مقاله به دلیل استفاده متعدد از مدل کلوین-ویت با تعداد مختلف سلولها، نماد  $\overline{S}$  به معنی s ضربدر تابع تبدیل یافته کلوین-ویت

تعریف شده است که میتواند معرف مدل ۳ پارامتری یا مدلهای مرتبه بالاتر کلوین-ویت باشد.

$$\left[KV\right] = s\overline{J} = \sum_{K=0}^{N_{KV}} J_k - s \sum_{K=1}^{N_{KV}} \frac{J_k \tau_k}{1 + S \tau_k} \tag{A}$$

برای مدل سه پارامتری که در آن  $N_{KV} = 1$  رابطه (۸) به فرم زیر کاهش مییابد:

$$[KV] = s\overline{J} = J_0 + \frac{J_1}{1 + S\tau_1} = \frac{p_0 + p_1 S}{q_0 + q_1 S}$$
(9)

$$p_0 = 1, p_1 = \frac{\mu_1}{E_0 + E_1}, q_0 = \frac{E_0 E_1}{E_0 + E_1}, q_1 = \frac{E_0 \mu_1}{E_0 + E_1} \quad (1)$$

۲-۲- معادلات کوپل اندرکنش سیال-سازه در لوله ویسکوالاستیک

دسته معادلات حاکم در حوزه زمان شامل ۶ معادله اولیه است. این معادلات که در ادامه ارائه شدهاند به ترتیب عبارت از معادلات پیوستگی و مومنتوم سیال، رابطه تعادل نیروها، تعریف کرنش محوری و روابط تنش-کرنش محوری و شعاعی میباشد:

$$\frac{\partial V}{\partial z} = \frac{\rho_f g}{K} \frac{\partial H}{\partial t} + 2 \frac{\partial \varepsilon_{\varphi}}{\partial t} = 0 \tag{11}$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = \frac{-fV |V|}{2D}$$
(17)

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = \frac{\rho_f A_f}{\rho_t A_t} \frac{f V |V|}{2D} + g \sin \theta \qquad (1\%)$$

$$\mathcal{E}_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} \tag{14}$$

$$\frac{\partial \dot{u}_{z}}{\partial z} = -\frac{-1}{\rho_{t}c_{t}^{2}}\frac{\partial \sigma_{z}}{\partial t} + g\frac{D\rho_{f}\upsilon}{2Ee}\frac{\partial H}{\partial t}$$

$$= \frac{\partial I_{\sigma_{z}}}{\partial t} - g\frac{D\rho_{f}\upsilon}{2e}\frac{\partial I_{H}}{\partial t}$$
(7.)

$$c_{t}^{2} = \frac{E}{\rho_{t}}, I_{\sigma_{z}} = \int_{0}^{t} \sigma_{z} (t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds$$

$$I_{H} = \int_{0}^{t} H (t-s) \frac{dJ(s)}{ds} ds$$
(Y)

در دستگاه معادلات فوق از نیروی اصطکاک بین جداره لوله و سیال صرفنظر شده و محور لوله افقی فرض شده است.

### ۲- ۳- شرایط اولیه و مرزی

لازم است شرایط اولیه سیستم شامل سرعت جریان، هد فشار، جابجایی محوری و سرعت محوری لوله براساس تحلیل جریان پایدار قبل از شروع جریان گذرا در خط لوله به دست آیند. در این حالت مقادیر ثابتی برای سرعت و هد به دست میآیند و به طبع آن مقادیر غیر صفر برای کرنشهای شعاعی و محوری به دست خواهد آمد. با این حال از آنجا که هدف در اینجا می شعاعی و محوری به دست خواهد آمد. با این حال از آنجا که هدف در اینجا می شعاعی و محوری به دست خواهد آمد. با این حال از آنجا که هدف در اینجا معایی به دست آوردن کرنشهای نسبی و دینامیکی حاصل از ضربه قوچ است، به دست آوردن کرنش های نسبی و دینامیکی حاصل از ضربه قوچ است، مخزن–لوله-شیر<sup>4</sup> شرایط اولیه رایج میتواند شامل: سرعت محوری لوله مخزن–لوله میر<sup>4</sup> شرایط اولیه رایج میتواند شامل: سرعت محوری لوله برابر با صفر،  $(t = 1)_{z}$ ، کرنش محوری لوله  $(t = -1)_{z}$  و هد اولیه در حالت برعت اولیه سیال  $H_{c} = H_{Res}$  باشد.

قبل از تعریف شرایط مرزی در مسئله حاضر، لازم است مکانیزمهای اندرکنش یا تداخل سیال–سازه بررسی شوند. این مکانیزمها به ۳ دسته تداخل پواسون، تداخل اتصال و تداخل اصطکاک تقسیم بندی میشود. برای یک لوله که در راستای محوری مقید نباشد کوپل پواسون فعال خواهد بود و بایستی در مدل منظور شود. کوپل اتصال زمانی وجود دارد که تکیه گاهها در سیستم کاملاً صلب نباشند و کوپل اصطکاک به دلیل وجود نیروهای بین سیال و سازه بروز می کند. حال با اطلاع از نحوه عملکرد مکانیزمهای اندرکنشی میتوان شرایط مرزی را برای یک سیستم مخزن–لوله–شیر به

$$\varepsilon_z = \sigma_z * dJ - \upsilon(\sigma_\varphi * dJ) \tag{10}$$

$$\varepsilon_{\varphi} = \sigma_{\varphi} * dJ - \upsilon(\sigma_z * dJ) \tag{19}$$

که در آن V و H مقادیر متوسط سرعت و هد فشار سیال در مقطع لوله هستند و  $\dot{u}_z$  سرعت محوری لوله است. مقدار تنش شعاعی در مقایسه با تنشهای محوری و محیطی در مسئله حاضر ناچیز است و بنابراین روابط تنش کرنش ماده ویسکوالاستیک که در روابط (۱) و (۲) آمده بود به روابط (۱۵) و (۱۶) تقلیل می یابد. جمله سمت راست معادله (۱۲) نیروی اصطکاک سیال می باشد که به دلیل انتخاب جهت مثبت محور مختصات و جبری بودن كميت سرعت، عبارت مجذور سرعت به فرم حاصلضرب قدرمطلق نشان داده شده تا بیانگر جهت اعمال نیروی اصطکاک نیز باشد. سمت راست معادله (۱۳) نیز بطور مشابه نیروی اصطکاک سیال که به تبع آن به جداره نیز وارد می شود بصورت نرمال شده بر حسب سطح مقطع جداره ظاهر می شود و جمله دیگر اثر شیب لوله و مؤلفه نیروی وزن است که البته هر دو مقادیر اندک دارند و در اینجا نیز ناچیز فرض شدهاند. با جایگذاری  $\mathcal{E}_{a}$  در رابطه پیوستگی (۱۱) با تعریف آن از رابطه (۱۶) براساس مقدار تنش محیطی که از رابطه (۳) به دست آمد و نیز با ترکیب دو معادله (۱۴) و (۱۵) دستگاه ۴ معادلهای به دست میآید که با مشتق گیری از آن نسبت به زمان دستگاه ۴ معادله دیفرانسیلی به صورت زیر حاصل خواهد شد :

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\rho_f g}{K} \frac{\partial H}{\partial t} - 2\upsilon \frac{\partial \dot{u}_z}{\partial z} + (1 - \upsilon^2) \frac{D \rho_f g}{e} \frac{\partial (H * dJ)}{\partial t} = 0$$
(1V)

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \,\frac{\partial H}{\partial z} = 0 \tag{1A}$$

$$\frac{\partial \dot{u}_z}{\partial t} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0 \tag{19}$$

<sup>1</sup> Reservoir – Pipe - Valve (RPV)

تفکیک بیان نمود. جابجایی محوری لوله در مقطع پایین دست در صورتی که مقید باشد  $=(z = l) = u_z$  (کوپل پواسون)، تنش محوری لوله در انتهای آزاد  $=(z = l) = \sigma_z$  (کوپل پواسون و اتصال)، جابجایی محوری لوله در مقطع بالادست متصل به مخزن  $=(z = \cdot) = u_z$ ، سرعت محوری لوله در مقطع بالادست  $=(z = \cdot) = v$ ، هد فشار سیال سرعت محوری لوله در مقطع بالادست  $=(z = \cdot) = v$ ، هد فشار سیال در مقطع بالادست  $H(z = \cdot) = H_{\text{Res}}$  می نابع بسته شدن آنی شیر دبی تخلیه در مقطع پایین دست که می تواند توسط یک تابع پله بیان گردد df Unit Step

# ۳– روش حل در حوزه فرکانس ۳– ۱– تبدیل فرکانسی معادلات حاکم

برای دستیابی به حل تحلیلی به روش ماتریس انتقال که در ادامه تشریح می گردد، تبدیل لاپلاس بر معادلات (۱۷) الی (۲۰) اعمال شده است که نتیجه آن به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial \overline{V}}{\partial z} + \frac{\rho_f g}{K} (S\overline{H} - H(t=0)) - 2\upsilon \frac{\partial \overline{u}_z}{\partial z} + (1 - \upsilon^2) \frac{D \rho_f g}{e} \times (S [KV] \overline{H} - J_0 H(t=0)) = 0$$
(YY)

$$SV - V(t=0) + g \frac{\partial \overline{H}}{\partial z} = 0$$
 (YY)

$$S\bar{u_z} - \frac{1}{\rho_t} \frac{\partial \bar{\sigma}_z}{\partial z} = 0 \tag{(YF)}$$

$$\frac{\partial \bar{u}_z}{\partial z} - \frac{-1}{\rho_t c_t^2} (S \,\bar{\sigma}_z - \sigma_z \,(t=0)) 
+ g \,\frac{D \,\rho_f \,\upsilon}{2Ee} (S \bar{H} - H \,(t=0)) =$$

$$S \,(\bar{\sigma}_z \,[KV] - J_0 \bar{\sigma}_z \,) - g \,\frac{D \,\rho_f \,\upsilon}{2e} S \,(\bar{H} \,[KV] - J_0 \bar{H})$$
(Ya)

به طور کلی و بدون درنظر گرفتن شرایط هر مسئله از قبیل جنس لوله و مکانیزمهای اندرکنشی مورد بررسی، معادلات حاکم در حوزه زمان و فرکانس را میتوان به فرم ماتریسی نمایش داد. براساس دسته معادلات دیفرانسیل جزیی حاکم بر دینامیک سیال و سازه در یک خط لوله در حوزه

زمان که پیشتر ارائه شده بود (معادلات(۱۷) الی(۲۱))، به راحتی میتوان این دسته معادلات را با نمایش سادهتری در قالب ماتریسی نمایش داد:

$$\overline{A}\frac{\partial y}{\partial t} + B\frac{\partial y}{\partial z} + Cy = r$$
(YF)

در این رابطه ماتریسهای A و B به ترتیب ماتریسهای ضرایب جملات مشتق زمانی و مکانی هستند و ماتریس C شامل جملات اصطکاک و میرایی لوله است که در صورت صرفنظر کردن از اصطکاک این ماتریس صفر خواهد بود. بردار r بیانگر نیروهای خارجی اعمالی بر لوله است. معادله (۲۶) را میتوان با تبدیل لاپلاس به حوزه فرکانس انتقال داد:

$$AY + B\frac{\partial y}{\partial z} = \overline{r} \tag{(YY)}$$

که در آن  $A = \overline{A}s + C$  و Y بردار حالت تبدیل یافته شامل تبدیل لاپلاس متغیرهای اولیه است که به صورت زیر تعریف شده است :

$$\boldsymbol{Y} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{V}, \boldsymbol{H}, \boldsymbol{u}_z, \boldsymbol{\sigma}_h \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}$$
(YA)

که در آن  $\sigma_h$  هد تنش در جداره لوله است. ماتریسهای ضرایب انتقال یافته به حوزه فرکانس به صورت زیر خواهد بود:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_{f}g}{K} + \frac{D\rho_{f}g}{e} [KV](1-\nu^{2}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{gD\rho_{f}\nu}{2Ee} + \frac{gD\rho_{f}\nu}{2e} ([KV]-J_{0}) & 0 & \frac{-1}{\rho_{t}c_{t}^{2}} - [KV]+J_{0} \end{bmatrix}$$
(°9)  
$$B = \begin{bmatrix} 0 & g & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -2\nu & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{\rho_{t}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$
(°9)

$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} V(t=0) \\ \frac{g\rho_f}{K} H(t=0) + (1-\upsilon^2) \frac{gD\rho_f}{e} J_0 H(t=0) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(YS)

مسئله ضربه قوچ در یک سیستم ساده مخزن-لوله-شیر و حل آن به روش ماتریسی در حوزه لاپلاس برای لوله الاستیک توسط ژانگ و همکاران [۹] با روش ماتریس انتقال انجام شده است. در تحقیق حاضر این روش برای تطبیق با سیستم مشتمل بر لوله ویسکوالاستیک توسعه یافته است. ایده اصلی حل تحلیلی به روش ماتریسی، بکارگیری تبدیل قطری ساز ماتریس حالت است. وقتی ماتریس تبدیل از بردارهای ویژه  $B^{-1}$  به دست آمد، معادلات به حالت غیر کوپل تبدیل می شوند و حل تحلیلی آنها امکان پذیر خواهد بود. بنابراین می توان انتظار داشت جواب دستگاه معادلات به فرم زیر باشد:

$$Y = K v_a + O \tag{(YY)}$$

عبارت بالا همان حل معادله دیفرانسیل مرتبه اول خطی است که شامل یک جمله نمایی با ضریب حاصل از شرط اولیه و یک جمله به عنوان جواب خصوصی معادله دیفرانسیل است. بنابراین بردار V. براساس شرایط مرزی تعیین می گردد. جملات نمایی پاسخ معادله در قالب یک ماتریس قطری که بالطبع در ماتریس تبدیل نیز ضرب می شود، قابل توصیف است [۹]:

$$K = SE = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{bmatrix} e^{\frac{-sz}{\lambda_1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & e^{\frac{-sz}{\lambda_2}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{\frac{-sz}{\lambda_3}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{\frac{-sz}{\lambda_4}} \end{bmatrix}$$
(TA)

که در آن بردارهای  $W_i$  بردارهای ویژه مسئله مقدار ویژه ماتریسهای  $\mathcal{A}_i$  که در آن بردارهای  $A^{-1}$  و پارامتر  $\mathcal{A}_i$  و پارامتر  $A^{-1}$  و پارامتر ماتریس A و پارامتر مقدار ویژه i ام آن است. ماتریس Q که در رابطه (۳۷) آمده است اثرات

$$\boldsymbol{r} = \begin{bmatrix} V(t=0) \\ \frac{g\rho_f}{K} H(t=0) + (1-\upsilon^2) \frac{gD\rho_f}{e} J_0 H(t=0) \\ 0 \\ \frac{-1}{\rho_t c_t^2} \sigma_z(t=0) + g \frac{D\rho_f \upsilon}{2Ee} H(t=0) \end{bmatrix}$$
(7)

اپراتور لاپلاس در مسئله حاضر نه تنها باعث حذف مشتقات زمانی می گردد، بلکه رابطه تنش-کرنش ماده ویسکوالاستیک را به صورت موثری ساده سازی می کند. در اینجا برای ساده سازی حل تحلیلی از اصطکاک صرفنظر و محور لوله افقی فرض می شود. براساس تعاریف ارائه شده در رابطه (۲۱) و  $J_0 = 1/E$  ماتریس A به صورت زیر خلاصه می شود:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\rho_f g}{K} + \frac{D \rho_f g}{e} [KV](1 - \upsilon^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & \frac{gD \rho_f \upsilon}{2e} [KV] & 0 & -[KV] \end{bmatrix}$$
(77)

مقدار اولیه تنش محوری در لوله  $\sigma_z (t=\cdot)$  در رابطه (۳۱) هنگامی که انتهای پایین دست لوله مقید باشد، قابل محاسبه است. معادله (۱۵) برای حالت جریان پایدار عبارت خواهد بود از:

$$\varepsilon_{z} = \frac{\sigma_{z}}{E_{eq}} - \upsilon \frac{\sigma_{\varphi}}{E_{eq}} = 0 \tag{(PT)}$$

با توجه به شرط اولیه تنش محیطی که بر مبنای فشار سیال بیان می شود:

$$\sigma_{\varphi}(t=0) = \frac{PD}{2e} = \frac{gD\,\rho_f}{2e}H(t=0) \tag{(TF)}$$

$$\sigma_{z}(t=0) = \upsilon \sigma_{\varphi}(t=0) = \frac{gD \rho_{f} \upsilon}{2e} H(t=0) \qquad (\text{Ta})$$

براساس معادله (۳۵) بردار ۲ هنگامی که دو انتهای لوله مقید باشد قابل بازنویسی است:

شرایط اولیه را در خود دارد و به صورت زیر به دست می آید[۱۰]:

$$Q = S\bar{q} = \begin{bmatrix} W_1 & W_2 & W_3 & W_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_1 \\ q_2 \\ q_3 \\ q_4 \end{bmatrix}$$
(<sup>(mq)</sup>)
$$q_i = \frac{Se^{\frac{-Sz}{\lambda_i}}}{\lambda_i} \int_0^z r_i e^{\frac{-Sz}{\lambda_i}} dx$$

پارامتر <sub>i</sub> درایه متناظر در بردار **r** است و z موقعیت محوری در لوله را بیان می کند. انتگرال فوق به راحتی از طریق روشهای عددی نظیر سیمپسون قابل حل می باشد.

## ۳- ۲- تبدیل لاپلاس شرایط مرزی

برای حصول تطابق لازم با روش ماتریس انتقال، شرایط مرزی در هر دو انتهای لوله نیز میبایست به فرم ماتریسی نمایش داده شود. به طور کلی بعد از اعمال تبدیل لاپلاس شرط مرزی را میتوان به صورت عمومی زیر نمایش داد [۱۰]:

$$D_{I}Y(0) = f(0)$$

$$D_{2}Y(L) = f(L)$$
(\*.)

که در آن  $oldsymbol{D}$  و  $oldsymbol{f}$  را میتوان از میان گزینههای زیر براساس شرایط مرزی حاکم در مسئله انتخاب نمود:

الف) انتهای باز مقید (مثلاً مقطع بالادست متصل به مخزن)

$$\boldsymbol{D}_{1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{f}(0) = \begin{bmatrix} u_{g}(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$
(۴۱)  

$$\boldsymbol{D}_{1} = \begin{bmatrix} u_{g}(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$
(۴۱)  

$$\boldsymbol{D}_{2} = \begin{bmatrix} u_{g}(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$
(۴۱)  

$$\boldsymbol{D}_{2} = \begin{bmatrix} u_{g}(s) \\ 0 \end{bmatrix}$$
(۴۱)

ب) انتهای بسته مقید

$$\boldsymbol{D}_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \boldsymbol{f}(L) = \begin{bmatrix} u_{g}(s) \\ u_{g}(s) \end{bmatrix}$$
(\*Y)

ج) انتهای بسته آزاد با جرم *m* 

$$\boldsymbol{D}_{2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & g \rho_{f} A_{f} & \pm sm & -g \rho_{t} A_{t} \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{f}(L) = \begin{bmatrix} 0 \\ \pm R_{I}(s) \end{bmatrix}$$
(FT)

در رابطه (۴۳) پارامترهای  $A_f$  و  $A_f$  به ترتیب مساحت داخلی لوله و سطح مقطع جداره لوله میباشند. پارامتر  $R_i$  تبدیل لاپلاس تحریک خارجی اعمالی بر همان مقطع است. با انتخاب شرایط مرزی متناسب حال امکان محاسبه بردار .V در رابطه (۳۷) ایجاد می گردد که براساس آن مجهولات در بردار حالت نیز به دست خواهند آمد [۱۰]:

$$\boldsymbol{v}_{\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{F} \tag{(ff)}$$

ماتریسهای*R* و F که میتوان آنها را معرف نوع شرط مرزی و تابع تحریک نامید در رابطه زیر ارائه شده است:

$$\boldsymbol{R} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{D}_{I} \boldsymbol{K}(0) \\ \boldsymbol{D}_{2} \boldsymbol{K}(L) \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}(0) - \boldsymbol{D}_{I} \boldsymbol{Q}(0) \\ \boldsymbol{f}(L) - \boldsymbol{D}_{2} \boldsymbol{Q}(L) \end{bmatrix}$$
(\* $\boldsymbol{\delta}$ )

# ۴- ارائه نتایج

۴- ۱- اعتبارسنجی مدل

در این بخش، نتایج مدل توسعه یافته با دو مسئله نمونه که برای آنها حل تحلیلی و دادههای آزمایشگاهی موجود است ارائه می گردد. این مثالها بر تحلیل جریان گذرا در حوزه فرکانس تمرکز دارند و از آنجا که در این دو مسئله لوله الاستیک مورد بررسی قرار گرفته است، مدل حاضر نیز با حذف پارامترهای مؤثر در شبیه سازی لوله ویسکوالاستیک به حالت الاستیک انطباق یافته است.

### ۴-۱-۱- مسئله اول: سیستم مخزن-لوله-شیر

در مسئله اول همانطور که در شکل ۲ مشاهده می شود، یک لوله در بالادست به مخزن با تراز آب ثابت و در پایین دست به یک شیر متصل است. مقطع بالادست مقید و مقطع پایین دست آزاد فرض شده است. این فرضیات احتساب مکانیزمهای اندرکنشی پواسون و اتصال را در مدل الزام



شکل ۲: نمایش شماتیک سیستم مخزن-لوله-شیر در مسئله اول

Fig. 2. Schematic illustration of reservoir-pipe valve system of problem 1

### أور مىنمايد.

مشخصات مکانیکی و هندسی برای این سیستم در جدول ۱ ارائه شده است [۹].

 $t = \epsilon$  جریان گذرا در این سیستم با بسته شدن آنی شیر در زمان t = t ایجاد می گردد و هدف به دست آوردن منحنی پاسخ فرکانسی سیستم جهت مقایسه با نتایج پژوهش ژانگ و همکاران [۹] است. این منحنی که در شکل ۳ ارائه شده است دامنه نوسان فشار را نسبت به فرکانس ارائه می کند. نتایج برای بازه فرکانسی t مایش داده شده است دامنه نوسان فشار را نسبت به فرکانس ارائه می کند. نتایج شده است. همانطور که در شکل مشاهده می شود منحنی پاسخ فرکانسی حاصل از مدل حاضر انطباق بسیار خوبی با نتایج حل تحلیلی دارد.

### ۴- ۱- ۱- مسئله دوم: ضربه قوچ در لوله بسته

مسئله دوم آزمایشی است که توسط واردی و همکاران [۳۰] انجام شده و در مطالعه دیگری توسط لی و همکاران [۱۶] جهت بررسی نتایج یک مدل عددی مورد استناد قرار گرفته است. این آزمایش که به دلیل دقت بالاتر در اعمال شرایط مرزی موردنظر نتایج قابل استناد و دقیقتری را برای مسئله ضربه قوچ ارائه میکند [۱۶]/، شامل یک لوله آویزان شده به صورت افقی است که هر دو انتهای آن بسته شده و حاوی سیال آب است. شکل ۴ شماتیک این سیستم و جدول ۲ مشخصات آن را ارائه میکند.

به منظور اعتبارسنجی در این مسئله فرکانسهای طبیعی سیستم به عنوان معیار صحت عملکرد مدلها در مقایسه با فرکانسهای اندازه گیری شده در آزمایش، درنظر گرفته شده است. فرکانسهای طبیعی استخراج شده از مدل حاضر در کنار دادههای آزمایشگاهی و نتایج مدل عدد لی و همکاران

در جدول ۳ ارائه شده است.

نتایج ارائه شده در جدول ۳ نشان میدهد مقدار مطلق اختلاف در فرکانسهای طبیعی بالاتر افزایش مییابد که نشان میدهد مدل تحلیلی حاضر در فرکانسهای بالاتر با کاهش دقت همراه است، با این حال تطابق کلی نتایج با دو گروه داده دیگر مناسب است و اعتبار مدل حاضر را تأیید مینماید.

### ۴– ۲– مطالعه موردی

بعد از ارزیابی و تأیید کاربرد مدل حاضر در مسائل ضربه قوچ، حال این مدل برای یک سیستم مخزن-لوله-شیر نمونه با لوله ویسکوالاستیک پلی وینیل کلراید پیاده سازی می گردد. انتظار می رود به دلیل مشخصه های

#### Table 1. Properties of the sample RPV system in problem 1

اول	مسئله	در	سيستم	مشخصات	:1	ل ۱	جدوا
-----	-------	----	-------	--------	----	-----	------

لوله فولادى	آب
<i>L</i> =т. m	K=r/N GPa
<i>R=</i> ٣٩٨/۵ mm	$\rho_f = \cdots \mathbf{kg} / \mathbf{m}^3$
e=∧ mm	$\mu = \cdot / \cdot \cdot$ ) pa
E=r. GPa	
$\boldsymbol{\rho}_t = \gamma \boldsymbol{\vartheta} \cdot \boldsymbol{k} \mathbf{g} / \mathbf{m}^3$	
$v = \cdot / r$ .	
$m_l = \cdot kg$	
$oldsymbol{\xi}=_{\prime}{}_{\prime}{}_{\cdot}{}_{\cdot}{}_{ au}$	

#### Table 2. Geometrical and mechanical properties of the system in problem 2

لوله فولادى	آب	میله فولادی
L = f/a m	K = r/1۴ GPa	$L_r = \Delta / \cdot \Upsilon$ m
$R = \omega r$ mminner radius	$ ho_{\!f}=$ ૧૧૧ ${f kg}/{f m}^3$	$E_r = \mathbf{r} \cdot \cdot \mathbf{GPa}$
e = r/94a	$P_0 = $ тМРа	$ ho_r=$ ΥΛΫΛ ${f kg}/{f m}^3$
E= 19л GPa		$v_r = v m / s$ velocity
$\nu = \cdot / r$		$T_c = 1/3\lambda \text{ ms impact time}$
$ ho_t=$ Υ٩٨Δ ${f kg}/{f m}^3$		$V_r = \cdot / v_0  \text{m} / \text{simpact velocity}$
$m_0 = 1/$ T ) Tkg		
$m_L=\cdot$ /γγάλ kg		

جدول ۲: مشخصات هندسی و مکانیکی سیستم مسئله دوم

# Table 3. Comparison of results from experimental data, numerical model and present study for natural frequencies of the system in problem 2

			فر کانس					نتايج
٨	٧	۶	۵	۴	٣	٢	١	
ঀ৵৸	۹۱۸	۷۵۰	888	۴۸۵	401	۲۸۹	۱۷۳	تجربى
٩۴۵	٩٠٧	741	821	471	404	۲۸۶	177	لي و همكاران (۲۰۰۲) [۱۳]
٩۴٨	۹۱۰	۷۴۳	829	414	408	272	171	نتايج مدل حاضر

جدول ۳: فرکانس های طبیعی سیستم، مقایسه داده های آزمایشگاهی، نتایح مدل عددی و مدل حاضر

خزشی ماده ویسکوالاستیک و تفاوت در مدول الاستیسیته و نسبت پواسون در مقایسه با حالت الاستیک، تغییرات مشهود و قابل ملاحظهای در منحنی پاسخ فرکانسی و دامنه تغییر پارامترها ایجاد گردد.

### ۴- ۲- ۱- مشخصات مکانیکی و هندسی

برای حفظ یکپارچگی مطالب همان هندسه کلی مسئله اول که در شکل ۲ نمایش داده شده بود برای مطالعه موردی انتخاب می شود. تنها تفاوت این است که در اینجا لوله ویسکوالاستیک فرض می گردد و بنابراین مشخصه های لوله از قبیل مدول یانگ، دانسیته و نسبت پواسون برای تطابق با ماده ویسکوالاستیک تغییر می یابد. مشخصات جدید در در جدول ۴ لیست شده اند.

مقادیر ضرایب خزش در جدول ۴ که در مدل کلوین-ویت مورد استفاده قرار می گیرد، مقادیر نمونهای هستند که توسط کرامت و حقیقی [۳۱] برای آزمایش انجام شده در امپریال کالج در سال ۲۰۰۴ [۲۱] کالیبره شدهاند. این مقادیر با دادههای ارائه شده در اثر کپلر و همکاران [۳۲] که دران بطور

مفصل اندازه گیری تجربی در خصوص رفتار دینامیکی لوله پلی وینیل کلراید انجام شده و سپس پارامترهای توابع خزشی تنظیم شدهاند، انطباق دارد. در کار اخیر که مشتمل بر یک سامانه داده برداری و سیستم خط لوله حلقه بسته می باشد، پارامترهای سختی و ثابتهای زمانی به دقت استخراج شده و متعاقباً در تحلیل سیگنال فشار و کرنش بکار برده شده است.

### ۴- ۳- بررسی و مقایسه نتایج در حالتهای متنوع

در این بخش با هدف مقایسه، تحلیلهای مختلفی روی مسئله نمونه انجام شده است که نتایج آن اهمیت احتساب حالتهای اندرکنشی مختلف و مشخصات مکانیکی سیستم را مشخص می سازد. دو حالت ماده الاستیک و ویسکوالاستیک برای لوله و هرکدام در سه حالت مختلف اندرکنشی شامل: حالت بدون اندر کنش جامد و سیال، تحلیل اندرکنشی شامل فقط کوپل پواسون، تحلیل اندرکنشی شامل کوپل پواسون و اتصال مدلسازی شده است. نتایج این تحلیلها در قالب ۹ نمودار مقایسهای و در شکلهای ۵ الی ۹ ارائه گردیده است. لازم به ذکر است برای دستیابی به یک ماده الاستیک براساس



شکل ۳: دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست لوله، نتایج حل تحلیلی ژانگ و همکاران (خط) و نتایج مدل حاضر (نقطه چین)

Fig. 3. Pressure oscillation amplitude at downstream section of the pipe, analytical solution of Zhang et al. [9] (black line) and proposed model (red dotted line)



شکل ۴: ضربه محوری به یک لوله فولادی آویزان شده حاوی آب

Fig. 4. Axial impact to a free hanging water filled steel pipe

#### Table 2. Properties of the sample RPV system with VE pipe material

جدول ۴: مشخصات مسئله نمونه مخزن -لوله -شير با لوله ويسكوالاستيك

كلرايد	لوله پلی وینیل		آب
L= $r \cdot m$		K=۲/۱ GPa	
R=٣٩٨/۵	mm	$\rho_f = \dots$	$\mathbf{kg} / \mathbf{m}^3$
e=∧ mm		$\mu = \cdots P$	Pa
$E = 1/6\pi G$	Pa		-
$\rho_t = \dots$	$\cdot \mathbf{kg} / \mathbf{m}^3$		-
$v = \cdot / \epsilon_{\mathcal{F}}$			-
$\boldsymbol{m}_l = \cdot k_l$	g		-
${\boldsymbol{\xi}}=\cdot{\scriptstyle/}{\cdot}{\scriptstyle\cdot}{\scriptscriptstyle extsf{r}}$			-
$J_0 = 1/$	E		
		ضرایب خزش	
K	١	٢	٣
Јк	۱/•۵۲ <i>e</i> -۱۰	1/· 24 E-1.	•/9·& C-1.
$\boldsymbol{\tau}_{\scriptscriptstyle K}$	•/• ۵	•/۵	١/۵

ماده ویسکوالاستیک تعریف شده در جدول ۴، ضرایب خزش صفر منظور شده و سایر مشخصات تغییر نیافتهاند تا مقایسه معناداری در تئوری حاصل شود. این تغییر، کرنش تاخیری را از تحلیل اندرکنشی حذف مینماید. هدف از این کار بررسی میزان تأثیر این ساده سازی بر نتایج مدل است. برای حالتی که تحلیل بدون اندرکنش جامد و سیال مدنظر است حرکت محوری در طول خط لوله باید صفر فرض شود به عبارت دیگر  $= z^3$ ، در این حالت :

$$\sigma_{z} * dJ = \upsilon(\sigma_{\varphi} * dJ)$$

$$\varepsilon_{\varphi} = (1 - \upsilon^{2})(\sigma_{\varphi} * dJ) \qquad (\ensuremath{\mathsf{f}}\ensuremath{\mathsf{s}}\ensurem$$

این فرض در معادله پیوستگی تأثیر می گذارد. معادلات حاکم بر رفتار سیال شامل معادلات پیوستگی و ممنتوم در این حالت به فرم زیر خواهند بود:

$$\frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\rho_f g}{K} \frac{\partial H}{\partial t} + (1 - \upsilon^2) \frac{D \rho_f g}{e} \frac{\partial (H * dJ)}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial z} = 0$$
(FV)

با اعمال تبدیل لاپلاس بر روابط (۴۷) خواهیم داشت:



شکل ۵: مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست برای لوله الاستیک و ویسکوالاستیک؛ (الف) آنالیز اندرکنشی فقط با کوپل پواسون، (ب) آنالیز اندرکنشی فقط با کوپل اتصال

Fig. 5. Comparison of Amplitude of pressure oscillation at downstream end of the pipe for Elastic and Viscoelastic pipe, (a) Considering only Poisson coupling, (b) Considering only junction coupling

$$\frac{\partial \overline{V}}{\partial z} + \frac{\rho_f g}{K} (S\overline{H} - H(t=0)) + (1-\upsilon^2) \frac{D\rho_f g}{e} \times (S[KV]\overline{H} - J_0 H(t=0)) = 0$$

$$S\overline{V} - V(t=0) + g \frac{\partial \overline{H}}{\partial z} = 0$$
(\*A)

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\rho_f g}{K} + \frac{D \rho_f g}{e} [KV](1-v^2) \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$
$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\rho_f} \end{bmatrix} \tag{(49)}$$
$$\mathbf{r} = \begin{bmatrix} \frac{g \rho_f}{K} H(t=0) + (1-v^2) \frac{g D \rho_f}{e} J_0 H(t=0) \\ V(t=0) \end{bmatrix}$$

نتایج این مدل به درک اهمیت آنالیز اندرکنش جامد و سیال در لولههای ویسکوالاستیک کمک خواهد کرد. در ادامه نتایج تحلیلهای فوق ارائه و تشریح می گردد.

تفاوت آشکار منحنی پاسخ فرکانسی جداره الاستیک و ویسکوالاستیک

برای هر دو حالت اندرکنش کوپل پواسون و اتصال همانطور که پیش بینی می شد در دامنه نوسانات فشار مشاهده می شود. در حالت الاستیک دامنه نوسان فشار افزایش قابل ملاحظهای یافته است. تابع خزش در ماده ویسکوالاستیک رفتاری مشابه میراگر داشته و باعث استهلاک نوسانات شده است. این یک عملکرد عمومی برای سیستمهای دارای میراگر است. چنین تاثیری را همچنین می توان از طریق اعمال مدول الاستیسیته مختلط در مدل ایجاد نمود که به دفعات در پژوهشهای قبلی به آن اشاره شده است[۲۲, ۳۳–۲۵]. از نمودارهای شکل ۵ می توان نتیجه گرفت که صرفنظر کردن از مدل ماده ویسکوالاستیک باعث تخمین نادرست دامنه نوسانات پارامترها خواهد شد. فرکانسهای طبیعی سیستم در دو حالت الاستیک و ویسکوالاستیک و برای هر دو حالت آنالیز اندرکنشی، تغییر قابل توجهی نداشتهاند.

در شکل ۶ نکته مهم دیگری در خصوص تأثیر عدم احتساب کوپل پواسون بر جابجایی منحنی پاسخ فرکانسی نمایان شده است. این جابجایی در هر دو منحنی حالت الاستیک و ویسکوالاستیک مشاهده میشود. در حقیقت با درنظر گرفتن کوپل پواسون، فرض صلبیت لوله در تئوری ضربه قوچ کلاسیک حذف میشود و این موضوع به دلیل ایجاد اندرکنش بین سیال و سازه باعث تغییر فرکانسهای طبیعی سیستم کوپل شده نسبت به سیستم غیرکوپل میگردد. از نقطه نظر انرژی درصدی از انرژی وارد شده به سیستم از طریق تغییرشکل محوری لوله مصرف و یا جایگزین میگردد و درنتیجه سیستم انطباق بیشتری نشان میدهد. این موضوع به فرکانسهای طبیعی



شکل ۶: مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست با و بدون کوپل پواسون؛ (الف) لوله ویسکوالاستیک، (ب) لوله الاستیک

Fig. 6. Comparison of Amplitude of pressure oscillation at downstream end of the pipe with and without Poisson coupling, (a) For a viscoelastic pipe, (b) For an elastic pipe



شکل ٧: مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست با و بدون کوپل اتصال؛ (الف) لوله ویسکوالاستیک، (ب) لوله الاستیک

Fig. 7. Comparison of Amplitude of pressure oscillation at downstream end of the pipe with and without junction coupling, (a) For a viscoelastic pipe, (b) For an elastic pipe

نتایج تحلیل پرداخته شده است.

گرافهای شکل ۷ نشان میدهد کوپل اتصال باتوجه به شرایط مرزی در مسئله حاضر میتواند تأثیر زیادی در نتایج داشته باشد و صرفنظر کردن از آن رفتار سیستم را بدرستی پیش بینی نخواهد کرد. از گرافهای ترسیم شده همچنین میتوان نتیجه گرفت تأثیر کوپل اتصال بر هارمونیکهای فرد در مسئله حاضر چشمگیر بوده و دامنه نوسان فشار در فرکانسهای طبیعی فرد سیستم به شدت کاهش یافتهاند. در عین حال فرکانسهای طبیعی سیستم در اثر وجود اندرکنش اتصال تغییر قابل توجهی داشتهاند. با توجه به ماهیت کوچک تر منجر می شود که در نتایج فوق نیز آشکار است. در کاربرد می توان از این ویژگی به عنوان روشی در انتخاب مصالح مناسب برای دستیابی به پاسخ فرکانسی موردنظر سیستم بهره برد. از طرف دیگر گرافهای شکل ۶ نشان می دهد بدون تغییر مصالح لوله و با حذف کردن کوپل پواسون از طریق مقید نمودن لوله می توان فرکانسهای طبیعی سیستم را افزایش داد. بنابراین به طور خلاصه تاثیرات کلیدی دو دینامیک بررسی شده بیانگر رفتار میرا کننده ماده ویسکوالاستیک و ایجاد تغییر در فرکانسهای طبیعی سیستم در اثر کوپل پواسون بوده است. در شکل ۷ به بررسی تأثیر کوپل اتصال در



شکل ۸: منحنی دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست برای ۳ مقدار مختلف جرم شیر پایین دست و حالت بدون کوپل اتصال

Fig. 8. Amplitude of pressure oscillation at downstream end of the pipe, for 3 different values of valve mass, along with no junction coupling case



شکل ۹: مقایسه دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست برای لوله الاستیک و ویسکوالاستیک؛ (الف) آنالیز اندرکنشی با کوپل پواسون و اتصال، (ب) بدون اندرکنش جامد و سیال

Fig. 9. Comparison of Amplitude of pressure oscillation at downstream end of the pipe for Elastic and Viscoelastic pipe, (a) Considering Poisson and junction coupling, (b) No FSI mechanism considered

کوپله اتصال که در نتیجه تغییر شکل و یا جابجایی تکیه گاهها به مدل وارد می شود، می توان انتظار داشت با افزایش جرم مقطع پایین دست در مسئله حاضر، باید شاهد باشیم رفتار سیستم به حالتی که در آن انتهای پایین دست مقید است سوق پیدا کند.

مقید بودن مقطع پایین دست در مسئله حاضر به معنی حذف کوپل اتصال خواهد بود. به عبارت دیگر با افزایش جرم مقطع پایین دست می ایست شاهد کاهش تأثیر کوپل اتصال بر منحنی پاسخ فرکانسی باشیم.

صحت این موضوع به عنوان یک اعتبارسنجی مضاعف برای مدل حاضر در شکل ۸ مورد بررسی قرار گرفته است. در اینجا منحنی پاسخ فرکانسی برای سه جرم متفاوت شیر پایین دست همزمان با حالت بدون تداخل ترسیم شده است. بر اساس منحنی شکل ۸ میتوان کاهش تأثیر تداخل اتصال با افزایش جرم شیر را تأیید نمود و صحت عملکرد مدل در این زمینه نیز تأیید می گردد. نتایج تحلیل اندرکنشی با هر دو مکانیزم تداخلی پواسون و اتصال برای لوله الاستیک و ویسکوالاستیک در شکل ۹ (الف) و بدون احتساب اثرات



شکل ۱۰: دامنه نوسان فشار در مقطع پایین دست لوله با احتساب کوپل پواسون و اتصال برای مرتبههای مختلف مدل کلوین-ویت

Fig. 10. Amplitude of pressure oscillation at downstream end of the pipe considering Poisson and junction coupling for differnet orders of Kelvin-Voigt model

اندر کنش جامد و سیال در شکل ۹ (ب) جهت مقایسه نمایش داده شده است. هر دو گراف نتیجه گیری های حاصل از نمودارهای قبلی را تأیید می کند. اگرچه در توضیحات گراف های قبلی هم به مشابهت مقدار فرکانس های طبیعی در دو حالت الاستیک و ویسکوالاستیک اشاره شده، با این حال در بررسی دقیقتر اختلاف جزیی در مقادیر فرکانس ها مشاهده می شود. در شکل ۹ این اختلاف قابل مشاهده است و مقدار فرکانس طبیعی برای حالت متناظر با فرکانس های طبیعی بشدت تغییر کرده که عمدتاً به دلیل وجود خواص میرایی نهفته در ماده ویسکوالاستیک است. می توان نتیجه گرفت خزش و کرنش تاخیری در مواد ویسکوالاستیک منتج به فرکانس های طبیعی پایین تر در سیستم می گردد. مقدار این اختلاف می تواند به مشخصات هندسی و مکانیکی ماده ویسکوالاستیک مرتبط باشد و نیاز به مطالعه جامع تری دارد.

لازم به ذکر است در تمام تحلیلهای انجام شده که نتایج آن در گرافهای بالا ارائه شد از مدل سه پارامتری کلوین-ویت برای ماده ویسکوالاستیک استفاده شده است. برای بررسی میزان دقت مدل سه پارامتری کلوین-ویت در مقایسه با مرتبههای بالاتر در شکل ۱۰ نتایج آخرین تحلیل که شامل هر دو کوپل پواسون و اتصال است برای مدلهای ۳، ۵ و ۷ پارامتری کلوین-ویت ارائه شده است. همانطور که مشاهده می شود مدل سه پارامتری برای ماده پلی وینیل کلراید مورد بررسی در این مسئله، دقت قابل قبولی دارد. با مقایسه منحنیها می توان استنتاج نمود با افزایش

دقت مدل، منحنی در محل قلهها ملایم تر شده که نشان میدهد خاصیت میدا میدهد ماصیت میدهد می ماده ویسکوالاستیک دقیق تر مدل شده است.

# ۵- نتیجه گیری

در این تحقیق یک مدل فرکانسی برای مطالعه جریان گذرا در لوله ویسکوالاستیک توسعه یافت. اعتبار این مدل با پیاده سازی در دو مسئله نمونه بررسی و تأیید گردید. در ادامه یک سیستم ساده مخزن-لوله ویسکوالاستیک-شیر برای دستیابی به منحنی پاسخ فرکانسی سیستم به عنوان مطالعه موردی مورد بررسی قرار گرفت. در پژوهش حاضر با هدف درک اهمیت و تأثیر مکانیزمها و مدلها، فیزیکهای مختلفی در قالب آنالیز پاسخ فرکانسی مدلسازی و تحلیل شد. حالتهای متنوع تحلیل شده شامل سیستم با لوله ویسکوالاستیک و الاستیک متناظر، با و بدون احتساب اثرات اندرکنشی میباشد. همچنین مدل کلوین-ویت با دقتهای مختلف به کار گرفته شد تا دقت بهینه برای مسئله حاضر بررسی شود. از نتایج این بررسیها میتوان به دستاوردهای زیر را برشمرد:

۱- رفتار لوله ویسکوالاستیک تأثیر بسزایی در پاسخ سیستم بخصوص در فرکانسهای طبیعی دارد. این تأثیر مشابه اثر استهلاک سازهای و رفتار میراگرها در سیستمهای مکانیکی میباشد. صرفنظر کردن از مدلسازی لوله ویسکوالاستیک و بکارگیری مدل الاستیک بجای آن، باعث میشود نتایج دست بالا به دست آیند.

۲- فرکانسهای طبیعی در حالت ویسکوالاستیک در مقایسه با حالت الاستیک کاهش یافته است. اگرچه برای لوله پلی وینیل کلراید درنظر گرفته شده در این مسئله این اختلاف ناچیز است. میزان تأثیر ویسکوالاستیسیته و کرنش تاخیری بر کاهش فرکانسهای طبیعی میتواند به پارامترهای هندسی و مکانیکی سیستم نیز وابسته باشد که نیازمند مطالعه بیشتر است.

۳– صرفنظر کردن از کوپل پواسون باعث جابجایی قابل توجه منحنی پاسخ فرکانسی در امتداد محور فرکانس می شود. عدم احتساب این مکانیزم تداخلی فرکانس های طبیعی بزرگتری را به دست می دهد. بنابراین برای حصول نتیجه قابل استناد مکانیزمهای اندرکنشی اثرگذار در مسئله باید شناسایی و در مدل اعمال شوند.

۴– علاوه بر کوپل پواسون، کوپل اتصال نیز بسته به شرایط مرزی در مسئله میتواند تأثیر قابل توجهی در خروجی مدلها داشته باشد و تأثیر آن با افزایش جرم در مقطع آزاد لوله کاهش مییابد.

۵– عملکرد مدل ۳ پارامتری کلوین-ویت اعمال شده در مسئله حاضر و برای لوله پلی وینیل کلراید مورد بررسی در مقایسه با مدلهای مرتبه بالاتر قابل قبول میباشد. اختلاف جزیی در مقادیر دامنه نوسان پارامترها در فرکانسهای طبیعی مشاهده شد که با افزایش دقت مدل، منحنیهای ملایم تری به دست آمد. البته در خصوص سایر مواد ویسکوالاستیک از جمله لولههای پلی اتیلن نیاز به مطالعه مستقل در باب تأثیر افزایش مرتبه مدل میباشد.

بر اساس مدلسازی ارائه شده در این تحقیق، آنالیز در حوزه فرکانس میتواند نسبت به تحلیلهای حوزه زمان در زمینه پیش بینی رفتار جریان گذرا در لوله ویسکوالاستیک سریع و در عین حال دقیق باشد. یک مزیت کلیدی روش تحلیل در حوزه فرکانس امکان مطالعه پارامتری راحتتر در قالب مدل به دست آمده است. در تکمیل پژوهش حاضر، بررسی تأثیر پارامترهای هندسی، مکانیکی و ضرایب خزش در رفتار کلی سیستم به سهولت قابل انجام است.

# ۶- فهرست علائم

	علائم انگلیسی
سرعت موج، m/s	С
قطر داخلی لوله، m	D
مدول يانگ لوله، Pa	Ε
ضخامت جداره لوله، m	е
اندرکنش سیال سازه	FSI
ضريب اصطكاك	f
شتاب گرانش، m/s	g
هد فشار، m	Н
كرنش محورى تاخيرى	$.I_{\sigma_z}$
كرنش محيطي تاخيري	$I_{H}$
تابع خزش برای مصالح لوله، <sup>1</sup> -Pa	J
مدول الاستيسيته بالك، Pa	Κ
مدل كلوين-ويت	KV
طول، m	L
جرم لوله در مقطع kg <i>z=l</i>	$m_l$
فشار، Pa	р
ضرایب در مدل کلوین-ویت	$Pq_0$ , $q_1$
شعاع داخلی لوله، m	R
سيستم مخزن-لوله-شير	RPV
پارامتر لاپلاس (فرکانس مختلط)، <sup>I-</sup> S	S
زمان، S	t
روش ماتريس انتقال	TMM
جابجایی لوله، m	и
سرعت لوله، m/s	ü
سرعت متوسط سیال، m/s	V
ماده ويسكوالاستيك	VE
	علائم يونانى
كرنش	8
زاويه محور لوله نسبت به افق، rad	$\theta$
مقدار ویژه، m/s	λ
ضريب لزجت مولكولى، Pa	μ
نسبت پواسون	υ
ضریب میرایی	ξ
چگالی، m3/s	0
تنش نرمال، Pa	г σ
زمان خزش، s	τ

#### اپراتور لاپلاس $\mathcal{L}$

### مات

ماتریسها و ب	بردارها
A, Ā	ماتريس ضرايب
В	ماتريس ضرايب
С	ماتریس ضرایب اصطکاک و میرایی
D	ماتریس ضرایب شرایط مرزی
Ε	ماتريس قطري ضرايب نمايي
F	تابع تحريك
K	ماتریس تعریق شده در رابطه (۲۴)
Q	ماتريس شرايط اوليه
$\overline{\mathbf{q}}$	بردار تعریف شده در رابطه (۲۵)
R	ماتريس نوع شرايط مرزى
S	ماتریس حاوی بردارهای ویژه
Т	ماتريس تبديل
Y	بردار مجهولات
r	بردار تحریک خارجی
Λ	ماتریس قطری ضرایب
$\mathbf{v}_0$	بردار شرایط مرزی
زيرنويسها	
f	جنس سيال
i	شماره المان در بردار یا ماتریس
k	شماره المان در بردار یا ماتریس
L, l	موقعیت محوری z=l

- جنس مصالح لوله t
  - جهت محور لوله z

## ۷– تقدیر و تشکر

این فعالیت حاصل تحقیق رساله دکتری نویسنده نخست مقاله در دانشگاه صنعتی شاهرود است که با حمایتها و مشاورههای ارزنده استاد راهنما جناب اقای دکتر احمدی و نیز با مشورتهای مؤثر جناب اقای دکتر کرامت به سرانجام رسیده است. هر دو این بزرگواران در مباحث تحلیل جريانهاي گذرا و تأثير مصالح ويسكوالاستيك سالها داراي سوابق تحقیقاتی ارزشمند و یکتا در سطح کشور هستند. این فعالیت که به نوبه خود یک مدلسازی نوین مبتنی بر حوزه فرکانس از لولههای ویسکوالاستیک ارائه کرده است، دریچهای برای ورود به انبوه تحقیقات کاربردی خواهد بود و به همه متخصصان و محققان دلسوز کشور تقدیم می شود.

# منابع

- [1] Y.L. Zhang, K. Vairavamoorthy, Analysis of transient flow in pipelines with fluid-structure interaction using method of lines, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 63 (2005) 1446-1460.
- [2] D. Ferràs, P.A. Manso, A.J. Schleiss, D.I.C. Covas, Fluid-structure interaction in straight pipelines: Friction coupling mechanisms, Computers & Structures, 175 (2016) 74-90.
- [3] A. Keramat, A. Ahmadi, Axial wave propagation in viscoelastic bars using a new finite-element-based method, Journal of Engineering Mathematics, 77 (2012) 105-117.
- [4] A. Bergant, Simpson, A.R., Pipeline column separation flow regimes, ASCE Journal of Hydraulic Engineering, 125 (1999) 835-848.
- [5] a. Ahmadi, a. Keramat, Investigation of fluid-structure interaction with various types of junction coupling, Journal of Fluids and Structures, 26 (2010) 1123-1141.
- [6] S.C. Tentarelli, Propagation of Noise and Vibration in Complex Hydraulic Tubing Systems, U.M.I. Dissertation Information Servive, 1990.
- [7] M.H. Afshar, M. Rohani, Water hammer simulation by implicit method of characteristic, International Journal of Pressure Vessels and Piping, 85 (2008) 851-859.
- [8] R. Zanganeh, A. Ahmadi, A. Keramat, Fluidstructure interaction with viscoelastic supports during waterhammer in a pipeline, Journal of Fluids and Structures, 54 (2015) 215-234.
- [9] L. Zhang, S.A. Tijsseling, E.A. Vardy, Fsi Analysis of Liquid-Filled Pipes, Journal of Sound and Vibration, 224 (1999) 69-99.
- [10] P.J. Lee, H.-F. Duan, M. Ghidaoui, B. Karney, Frequency

Water Hammer, Task Quarterly, 11 (2007) 383-395.

- [21] D. Covas, Stoianov, I., Mano, J., Ramos, H., Graham, N., and Maksimovic, C., The dynamic effect of pipewall viscoelasticity in hydraulic transients. Part I— Experimental analysis and creep characterization, Journal of Hydraulic Research, 42 (2004) 516-530.
- [22] M. Prek, Analysis of wave propagation in fluid-filled viscoelastic pipes, Mechanical Systems and Signal Processing, 21 (2007) 1907-1916.
- [23] H.-F. Duan, M. Ghidaoui, P.J. Lee, Y.-K. Tung, Unsteady friction and visco-elasticity in pipe fluid transients, Journal of Hydraulic Research, 48 (2010) 354-362.
- [24] A. Keramat, A.S. Tijsseling, Q. Hou, A. Ahmadi, Fluid– structure interaction with pipe-wall viscoelasticity during water hammer, Journal of Fluids and Structures, 28 (2012) 434-455.
- [25] S. Meniconi, B. Brunone, M. Ferrante, Water-hammer pressure waves interaction at cross-section changes in series in viscoelastic pipes, Journal of Fluids and Structures, 33 (2012) 44-58.
- [26] S. Meniconi, B. Brunone, M. Ferrante, C. Massari, Energy dissipation and pressure decay during transients in viscoelastic pipes with an in-line valve, Journal of Fluids and Structures, 45 (2014) 235-249.
- [27] J. Gong, A. Zecchin, M. Lambert, A. Simpson, Study on the frequency response function of viscoelastic pipelines using a multi-element Kelvin-Voigt model, Procedia Engineering, 119 (2015) 226-234.
- [28] J.D. Ferry, J.D. Ferry, Viscoelastic Properties of Polymers, Wiley, 1980.
- [29] A.S. Wineman, K.R. Rajagopal, Mechanical Response of Polymers: An Introduction, Cambridge University Press, 2000.

domain analysis of pipe fluid transient behaviour, Journal of Hydraulic Research, 51 (2013) 609-622.

- [11] H. Duan, Investigation of factors affecting transient pressure wave propagation and implications to transient based leak detection methods in pipeline systems, Hong Kong University of Science and Technology, 2011.
- [12] A. D'souza, R. Oldenburger, Dynamic response of fluid lines, ASME Journal of Basic Engineering, 86 (1964) 589-598.
- [13] C.A. de Jong, Analysis of pulsations and vibrations in fluid-filled pipe systems, TNO Institute of Applied Physics, 1994.
- [14] E. Pestel, F.A. Leckie, Matrix methods in elastomechanics, McGraw-Hill, 1963.
- [15] M.H. Chaudhry, Applied Hydraulic Transients, Springer New York, 2013.
- [16] Q.S. Li, K. Yang, L. Zhang, N. Zhang, Frequency domain analysis of fluid-structure interaction in liquid-filled pipe systems by transfer matrix method, International Journal of Mechanical Sciences, 44 (2002) 2067-2087.
- [17] H. Karimian Aliabadi, A. Ahmadi, A. Keramat, Study of Fluid Structure Interaction in viscoelastic pipe based on a new extension of Transfer Matrix Method, Modares Mechanical Engineering, 16 (2016) 330-338.
- [18] E.M. Wahba, On the two-dimensional characteristics of laminar fluid transients in viscoelastic pipes, Journal of Fluids and Structures, 68 (2017) 113-124.
- [19] D. Covas, I.S. Técnico, A.R. Pais, The dynamic effect of pipe-wall viscoelasticity in hydraulic transients . Part II — model development , calibration and verification, Journal of Hydraulic research, 43(1) (2005) 56-70.
- [20] K. Weinerowska-bords, Accuracy and Parameter Estimation of Elastic and Viscoelastic Models of the

- [33] L. Gaul, The influence of damping on waves and vibrations, Mechanical Systems and Signal Processing, 13 (1999) 1-30.
- [34] E. Barkanov, W. Hufenbach, L. Kroll, Transient response analysis of systems with different damping models, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 192 (2003) 33-46.
- [35] M. Prek, Wavelet analysis of sound signal in fluid-filled viscoelastic pipes, Journal of Fluids and Structures, 19 (2004) 63-72.

- [30] A. Vardy, D. Fan, A. Tijsseling, Fluid-structure Interaction in a T-piece Pipe, Journal of Fluids and Structures, 10 (1996) 763-786.
- [31] A. Keramat, A. Haghighi, Straightforward Transient-Based Approach for the Creep Function Determination in Viscoelastic Pipes, Journal of Hydraulic Engineering, (2014) 1-9.
- [32] A.K. Soares, D.I. Covas, L.F. Reis, Analysis of PVC Pipe-Wall Viscoelasticity during Water Hammer, Journal of Hydraulic Engineering, 134 (2008) 1389-1394.

بی موجعه محمد ا