

تحلیل فرکانس طبیعی تیر کامپوزیتی چرخان جدار نازک تقویت شده با آلیاژ حافظه‌دار تحت میدان حرارتی یکنواخت

محمد حسینی^{*}، کاظم مجیدی مظفری، فرود محمدی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی سیرجان، سیرجان، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷/۰۱/۲۹
بازنگری: ۱۳۹۷/۰۵/۱۸
پذیرش: ۱۳۹۷/۰۸/۱۹
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۰۹/۰۵

کلمات کلیدی:

ارتعاشات آزاد
آلیاژ حافظه‌دار
تیر چرخان جدار نازک
کسر مارتنزیت

خلاصه: در این مقاله، تحلیل ارتعاشات آزاد تیر کامپوزیتی چرخان جدار نازک تقویت شده با الیاف حافظه‌دار ارائه شده است. الیاف‌های حافظه‌دار با پیش کرنش فشاری در لایه میانی جداره تیر جدار نازک در راستای طولی قرار گرفته‌اند. مدل‌سازی ترمومکانیکی الیاف حافظه‌دار، از طریق معادلات بنیادین ارائه شده توسط لیانگ-راجرز انجام شده است. معادلات دیفرانسیل حاکم بر تیر چرخان جدار نازک با استفاده از اصل همپلتون توسعه یافته و بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول استخراج شده است. تیر جدار نازک تحت میدان حرارتی یکنواخت قرار دارد. با اعمال حرارت به تیر کامپوزیتی جدار نازک، عملیات بازیابی کرنش در راستای طول الیاف به وجود می‌آید، که منجر به ایجاد نیروی کششی در طول تیر چرخان جدار نازک می‌شود. در نهایت معادلات دیفرانسیل حاکم بر تیر کامپوزیتی چرخان جدار نازک با استفاده از روش گالرکین توسعه یافته حل شده‌اند و تاثیر سرعت چرخش، حد کرنش قابل بازیابی، تعداد الیاف، اختلاف دمای الیاف و زاویه پیش تاب تیر جدار نازک بر روی فرکانس طبیعی، در دمای بالاتر از دمای پایان آستنیت تعیین و ارائه شده است. به منظور اعتبارسنجی مدل حاضر، نتایج این پژوهش با استفاده از مراجع موجود مقایسه شده که تطابق بسیار خوبی بین نتایج مشاهده شده است.

۱- مقدمه

آلیاژهای حافظه‌دار دسته‌ای از آلیاژهای فلزی می‌باشند که در اثر تغییر فاز ناشی از دما یا میدان مغناطیسی می‌توانند به شکل و اندازه اصلی خود بازگردند. این آلیاژها دارای دو فاز کریستالوگرافی دما-بالا به نام فاز آستنیت^۱ و دما-پایین به نام فاز مارتنزیت^۲ می‌باشند. در دمای بالا فاز آستنیت، فازی متقارن و با انرژی بالا می‌باشد، در حالی که در دمای پایین فاز مارتنزیت، فازی نامتقارن با انرژی پایین است. بنابراین، هرگاه در دمای پایین آلیاژهای حافظه‌دار در فاز مارتنزیتی خود دچار تغییر فرم مکانیکی گردند، با افزایش دما شکل اولیه خود را باز می‌یابند. نیرویی که عامل این تغییرات است همان ساختار کریستالی و تبدیل مارتنزیتی می‌باشد. این تغییر فاز منجر به بروز اثر حافظه‌داری^۳ و اثر شبه الاستیسیته^۴ می‌شود [۱]. سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار

می‌توانند به صورت عملگر کرنشی در حالت با یا بدون پیش-کرنش^۵ درون سازه کامپوزیتی قرارگیرند. اعمال حرارت به این آلیاژها، منجر به ایجاد نیرو و گشتاور شده و در نتیجه شکل و سفتی سازه را کنترل می‌نمایند [۲ و ۳]؛ یعنی به طور کلی با ایجاد گرما فاز مارتنزیت به فاز آستنیت، نسبت استهلاک تغییر می‌کند، به این دلیل می‌توان ارتعاشات سازه را با کاهش یا افزایش دمای سیم‌های آلیاژ حافظه‌دار کنترل کرد [۴ و ۵].

اهمیت مواد حافظه‌دار توسط بوهرلر و ونگ [۶ و ۷] در سال ۱۹۶۲ با بررسی اثر حافظه‌داری آلیاژ نیکل-تیتانیوم (Ni-Ti)، که به نایتینول^۶ مشهور است، نشان داده شد. در دو دهه گذشته، مدل‌های ریاضی بنیادی بسیاری به منظور پیش‌بینی ویژگی‌های آلیاژ حافظه‌دار تحت بارگذاری‌های ترمومکانیکی ارائه شده است. یکی از اولین مدل‌های یک بعدی برای آلیاژهای حافظه‌دار توسط تاناکا [۸] در سال ۱۹۸۶ ارائه شد. او با در نظر گرفتن توابع نمایی به توصیف تغییر فاز بین دو فاز مارتنزیت جهت یافته و آستنیت پرداخت. مدل کامل تری نسبت به مدل قبل توسط لیانگ-راجرز [۹] در سال ۱۹۹۰ پیشنهاد

- 1 Austenite Phase
- 2 Martensite Phase
- 3 Shape Memory Effect (SME)
- 4 Pseudo-elasticity Effect (PE)

- 5 Pre-strain
- 6 NiTiNol

^{*} نویسنده عهده‌دار مکاتبات: hosseini@sirjantech.ac.ir



و همچنین خواص ترمومکانیکی الیاف حافظه‌دار توسط رابطه یک بعدی لیانگ-راجرز مدل‌سازی شده است. معادلات حاکم بر تیر جدارنازک دوار با استفاده از اصل همیلتون و براساس تئوری برشی مرتبه اول بدست آمده است. در نهایت با استفاده از روش گالرکین توسعه یافته، معادلات دیفرانسیل حاکم بر تیر کامپوزیتی چرخان جدار نازک حل شده‌اند. در پایان به منظور اعتبارسنجی نتایج، حل گالرکین حاضر با مقالات منتشر شده، مقایسه شده است و اثرات سرعت چرخش، دمای الیاف، پیش کرنش مواد حافظه‌دار و تعداد الیاف به کار رفته بر روی سه فرکانس اول تیر کامپوزیتی چرخان جدار نازک نشان داده شده است.

۲- مدل‌سازی ترمومکانیکی آلیاژ حافظه‌دار

در این پژوهش جهت مدل‌سازی رفتار ترمومکانیکی آلیاژ حافظه‌دار، از مدل تک بعدی ارائه شده توسط لیانگ-راجرز استفاده شده است، رابطه‌ی یک بعدی الیاف حافظه‌دار در طی تغییر فاز مارتنزیتی، به صورت رابطه زیر می‌باشد [۹]:

$$\sigma - \sigma_0 = E(\xi) (\varepsilon - \varepsilon_0)_c + \Theta(T - T_0) + \psi(\xi)(\xi - \xi_0) \quad (1)$$

در رابطه (۱)، ξ کسر مارتنزیتی، Θ ضریب انبساط حرارتی الیاف حافظه‌دار و ψ ضریب تغییر فاز می‌باشد. همچنین اندیس صفر نشان دهنده شرایط اولیه الیاف و اندیس c، نشان دهنده ماتریس در تیر کامپوزیتی می‌باشد. رابطه بین مدول الاستیسیته الیاف و کسر مارتنزیتی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$E(\xi) = \xi E_M + (1 - \xi) E_A \quad (2)$$

در رابطه (۲)، زیرنویس M و A به ترتیب بیانگر مارتنزیت و آستنیت می‌باشد. همچنین کسر مارتنزیت ξ ، برحسب دمای اعمال شده T، در طی حرارت دادن به صورت زیر بیان می‌گردد:

$$\xi = \frac{\xi_M}{2} \left\{ \cos \left[\frac{\pi}{A_f - A_s} (T - A_s) \right] + 1 \right\} \quad (3)$$

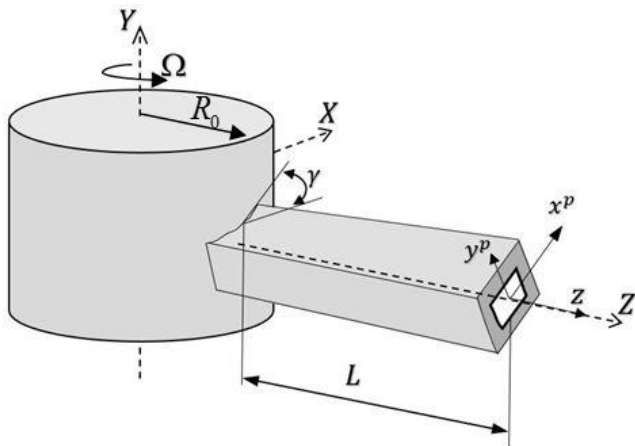
که در رابطه (۳)، A_f و A_s به ترتیب دمای شروع و دمای پایان تغییر

شد که در این مدل، تغییر فاز براساس توابع کسینوسی پیش‌بینی گردید. با توجه به نقص دو مدل قبلی در شبیه‌سازی فرآیند جهت‌گیری مارتنزیت، برینسون [۱۰] در سال ۱۹۹۳ با تقسیم کردن کسر حجمی مارتنزیت به کسر مارتنزیتی متأثر از دما و متأثر از تنش، توانست با ارائه مدل کامل‌تری این نقص را برطرف سازد.

در سال‌های اخیر، پژوهش‌های گسترده‌ای روی مواد هوشمند نظیر آلیاژهای حافظه‌دار که گستره‌ی بسیار وسیعی از صنایع را دربر گرفته‌اند، انجام شده است. لا [۱۱] در سال ۲۰۰۲ به بررسی مشخصه‌های ارتعاشی در تیرهای کامپوزیتی با الیاف حافظه‌دار جاسازی شده در آن با شرایط مرزی مختلف پرداخت. وی با معرفی یک مدل تئوری ساده، فرکانس‌های طبیعی سازه را قبل و بعد از تحریک الیاف حافظه‌دار مورد ارزیابی قرارداد. لا و همکاران [۱۲] در سال ۲۰۰۲ به بررسی کنترل فرکانس‌های طبیعی تیر کامپوزیتی با الیاف حافظه‌دار جاسازی شده در آن پرداختند. برزگری و همکاران [۱۳] در سال ۲۰۱۳ به تحلیل ارتعاشات آزاد تیر کامپوزیتی با الیاف حافظه‌دار جاسازی شده در آن پرداختند.

تاکنون پژوهشی بر روی تیرهای چرخان جدار نازک تقویت شده با آلیاژ حافظه‌دار صورت نگرفته است، اما پژوهش‌های گسترده‌ای در مورد تیرهای چرخان جدار نازک ساخته‌شده از مواد با خواص متغییر وجود دارد. لیبرسکو و همکاران [۱۴] در سال ۲۰۰۳ بر روی ارتعاشات تیرهای چرخان جدار نازک ساخته‌شده از مواد با خواص متغیر مطالعات گسترده‌ای داشته‌اند. همچنین لیبرسکو و همکاران [۱۵] در سال ۲۰۰۵ به بررسی عملکرد تیرچرخان جدار نازک ساخته‌شده از مواد با خواص متغیر تحت محیط دما بالا بدون نیروی فشاری ناشی از جریان گاز پرداختند. فاضل زاده و حسینی [۱۶] در سال ۲۰۰۷ به بررسی رفتار تیرچرخان جدارنازک ساخته شده از مواد با خواص متغییر تحت محیط دما بالا با نیروی فشاری ناشی از جریان گاز پرداختند. نغمه سنج و رحمانی [۱۷] در سال ۲۰۱۶ به کنترل بهینه تیر چرخان جدار نازک ساخته‌شده مواد با خواص متغیر تحت محیط دما بالا با نیروی فشاری ناشی از جریان گاز پرداختند.

در این پژوهش برای اولین بار تحلیل فرکانس تیر کامپوزیتی جدارنازک تقویت شده با آلیاژ حافظه‌دار صورت گرفته است. در پژوهش حاضر به ازای سه توزیع متقارن الیاف (۴ تایی، ۸ تایی و ۱۲ تایی) که در مقطع مربعی تیر جدار نازک دوار قرار گرفته‌اند، تحلیل فرکانس انجام شده است. خواص نهایی تیر چرخان کامپوزیتی از روابط ارائه شده توسط بیرمن به دست آمده



شکل ۱: شماتیک تیر جدارنازک دوار

Fig. 1. The schematic of rotating thin-walled beam

۳- روابط سینماتیکی تیر کامپوزیتی چرخان

در شکل ۱ شماتیک تیر جدار نازک دوار تقویت شده با الیاف حافظه‌دار، که با سرعت زاویه‌ای \dot{U} حول محور Y در حال دوران است، مشاهده می‌شود. تیر جدار نازک با طول L ، زاویه اولیه γ و زاویه پیش‌توانی $\beta(z)$ ، به تویی استوانه‌ای با شعاع R_0 متصل شده است. دستگاه مختصات دوار مرجع^۱ با (X, Y, Z) و دستگاه مختصات محلی^۲ (x, y, z) نشان داده شده است؛ همچنین (x^p, y^p, z) دستگاه مختصات محلی اصلی^۳ می‌باشد (شکل ۲). سطح مقطع تیر جدارنازک به صورت مربع دارای طول ضلع a و ضخامت h می‌باشد. در شکل ۲ دستگاه مختصات محلی دیگری با نماد (s, n, z) دیده می‌شود که s ، در جهت محیطی بر روی خط میانی سطح مقطع، با جهت مثبت در جهت خلاف عقربه‌های ساعت و n و $|n| \leq h/2$ ، در جهت ضخامت می‌باشد. همچنین سه حالت توزیع متقارن الیاف حافظه‌دار در تیر جدار نازک (۴ تا ۸، ۱۲ تا ۱۶)، در شکل ۳ مشاهده می‌شود. روابط انتقال در دستگاه مختصات محلی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} x &= x^p \cos(\beta(z) + \gamma) - y^p \sin(\beta(z) + \gamma) \\ y &= x^p \sin(\beta(z) + \gamma) + y^p \cos(\beta(z) + \gamma) \\ z &= z^p \end{aligned} \quad (9)$$

در این روابط γ زاویه اولیه، $\beta(z) = \beta_0 z/L$ ، که β_0 زاویه پیش‌توانی

فاز آستینیت را نشان می‌دهند. تنش ایجاد شده در الیاف حافظه‌دار به صورت رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۳]:

$$\sigma_R = \frac{[\alpha_c E(\xi) + \Theta](T - T_0) + \psi(\xi)(\xi - \xi_0)}{I - \frac{E(\xi)A_{SMA}}{E_C A_C}} \quad (4)$$

بنابراین نیروی محوری ایجاد شده در راستای طولی تیر به صورت رابطه (۵) نتیجه می‌شود:

$$P_Z = \frac{[\alpha_c E(\xi) + \Theta](T - T_0) + \psi(\xi)(\xi - \xi_0)}{I - \frac{E(\xi)A_{SMA}}{E_C A_C}} A_{SMA} \quad (5)$$

که α_c ضریب انبساط حرارتی ماتریس، T_0 دمای مرجع و مقدار آن ۲۰ درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته شده است. همچنین A_C و A_{SMA} به ترتیب نشان‌دهنده سطح مقطع ماتریس و سطح مقطع الیاف حافظه‌دار می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$\begin{aligned} A_{SMA} &= N \frac{\pi(D_{SMA})^2}{4} \\ A_C &= A_{total} - A_{SMA} \end{aligned} \quad (6)$$

در روابط بالا D_{SMA} قطر الیاف و A_{total} مساحت کل سطح مقطع تیر با الیاف می‌باشد که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

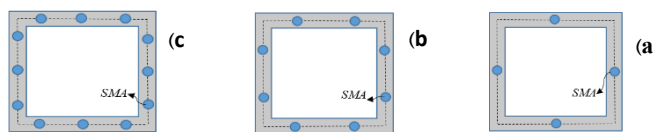
$$A_{total} = 2h(a+b) \quad (7)$$

در رابطه (۷)، a پهنا، b ارتفاع تیر، و h ضخامت جدار مقطع تیر جدار نازک را نشان می‌دهند. ضریب تغییر فاز ψ به صورت زیر ارزیابی شده است،

$$\psi(\xi) = -\varepsilon_L E(\xi) \quad (8)$$

که در آن $-\varepsilon_L$ پیش‌کرنش فشاری قابل بازیابی می‌باشد.

- 1 Global coordinate
- 2 Local coordinate
- 3 Principle local coordinate



شکل ۳: نحوه آرایش الیاف حافظه‌دار در تیر جدار نازک دوار، الف) چهارتایی ب) هشت‌تایی ج) دوازده‌تایی

Fig. 3. Alignment of SMA wire a) 4 numbers of SMA, b) 8 numbers of SMA, c) 12 numbers of SMA

همچنین یکی از فرضیات اساسی این است که سطح مقطع اولیه تیر جدار نازک همواره بدون تغییر و اعوجاج باقی می‌ماند؛ بنابراین کرنش‌های برشی برابر صفر می‌باشند؛

$$\varepsilon_{nn} = \varepsilon_{ss} = \varepsilon_{ns} = 0 \quad (13)$$

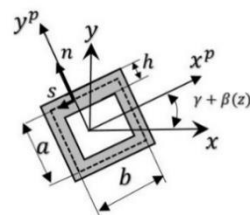
با توجه به اینکه تیر جدار نازک تقویت شده با الیاف حافظه‌دار، دارای ماهیت ارتوتروپیک می‌باشد، روابط تنش-کرنش موسوم به روابط ساختاری، به فرم ماتریسی زیر بیان می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{ss} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{zn} \\ \sigma_{ns} \\ \sigma_{zs} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{21} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{ss} - \alpha_{11}\Delta T \\ \varepsilon_{zz} - \alpha_{22}\Delta T \\ \varepsilon_{zn} \\ \varepsilon_{ns} \\ \varepsilon_{zs} \end{Bmatrix} \quad (14)$$

که در آن

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_{11}}{1-\nu_{12}^2}; \quad Q_{22} = \frac{E_{22}}{1-\nu_{12}^2} \\ Q_{12} &= Q_{21} = \frac{\nu_{12}E_{11}}{1-\nu_{12}^2} \\ Q_{66} &= G_{12}, \quad Q_{44} = \kappa_s^2 G_{23} \\ Q_{55} &= \kappa_s^2 G_{13} \end{aligned} \quad (15)$$

در رابطه (۱۴)، κ_s ضریب تصحیح برشی و داری مقدار $\sqrt{\pi^2/12}$ می‌باشد. خواص مکانیکی تیر کامپوزیتی چرخان جدار نازک تقویت شده با



شکل ۲: سطح مقطع تیر جدار نازک

Fig. 2. Cross section of thin-walled beam

ثانویه و L طول تیر می‌باشد. با انتخاب دستگاه مختصات (n, s, z) روی سطح مقطع تیر، مولفه‌های میدان جابجایی به صورت روابط زیر نوشته می‌شوند [۱۶]:

$$\begin{aligned} u(x, y, z; t) &= u_0(z; t) \\ v(x, y, z; t) &= v_0(z; t) \\ w(x, y, z; t) &= \theta_x(z; t) \left[y(s) - n \frac{dx}{ds} \right] \\ &\quad + \theta_y(z; t) \left[x(s) + n \frac{dy}{ds} \right] \end{aligned} \quad (10)$$

که u_0 و v_0 حرکت انتقالی جسم صلب، به ترتیب در راستای محور x, y و θ_x, θ_y زاویه پیچش جسم صلب به ترتیب حول محورهای x و y می‌باشند. روابط بین کرنش در دستگاه مختصات (n, s, z) و (x, y, z) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sz} &= \frac{dx}{ds} \gamma_{xz} + \frac{dy}{ds} \gamma_{yz} \\ \varepsilon_{nz} &= \frac{dy}{ds} \gamma_{xz} - \frac{dx}{ds} \gamma_{yz} \\ \varepsilon_{zz} &= \varepsilon_{zz}^0 + n \varepsilon_{zz}^1 \end{aligned} \quad (11)$$

که،

$$\begin{aligned} \varepsilon_{zz}^0 &= \frac{\partial w}{\partial z} + y(s) \frac{\partial \theta_x}{\partial z} + x(s) \frac{\partial \theta_y}{\partial z} \\ \varepsilon_{zz}^1 &= \frac{dy(s)}{ds} \frac{\partial \theta_y}{\partial z} - \frac{dx(s)}{ds} \frac{\partial \theta_x}{\partial z} \end{aligned} \quad (12)$$

الیاف حافظه‌دار از روابط ارائه شده توسط بیرمن [۱۸] برآورد شده است، که به صورت زیر می‌باشند:

تغییرات کار انجام شده توسط الیاف حافظه‌دار می‌باشد و همچنین در $t = t_1, t_2$ داریم:

$$\delta u_0 = \delta v_0 = \delta \theta_x = \delta \theta_y = 0 \quad (۱۹)$$

۴-۱- تغییرات انرژی جنبشی:

با انتخاب نقطه دلخواه $M(x, y, z)$ روی سطح مقطع تیر جدارنازک، بردار موقعیت هر نقطه R ، به دست آمده و سپس با مشتق گیری از آن نسبت به زمان، بردار سرعت و شتاب حاصل می‌شود؛ بنابراین تغییرات انرژی جنبشی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\delta T = - \int_V \rho(x, y, z) \dot{R} \delta R dV \quad (۲۰)$$

که علامت $(\ddot{\quad})$ بیانگر مشتق دوم نسبت به زمان می‌باشد. بعد از جایگذاری بردار شتاب در رابطه (۱۹)، تغییرات انرژی جنبشی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\delta T = - \int_0^L \left\{ \begin{array}{l} b_1 [\ddot{u}_0 - \Omega^2 u_0] \delta u_0 + b_1 \ddot{v}_0 \delta v_0 + \\ \left[\begin{array}{l} (b_4 + b_{14})(\ddot{\theta}_x - \Omega^2 \theta_x) \\ + (b_6 - b_{13})(\ddot{\theta}_y - \Omega^2 \theta_y) \end{array} \right] \delta \theta_x \\ + \left[\begin{array}{l} (b_5 + b_{15})(\ddot{\theta}_y - \Omega^2 \theta_y) \\ + (b_6 - b_{13})(\ddot{\theta}_x - \Omega^2 \theta_x) \end{array} \right] \delta \theta_y \end{array} \right\} dz \quad (۲۱)$$

که در آن

$$\begin{aligned} (m_0, m_2) &= \int_{\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \rho(n, s, z) (1, n^2) dn \\ (b_1, b_4, b_5, b_6) &= \oint_c m_0 (1, y^2, x^2, xy) ds \\ (b_{13}, b_{14}, b_{15}) &= \oint_c m_2 \left(\frac{dx}{ds} \frac{dy}{ds}, \left(\frac{dx}{ds} \right)^2, \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 \right) ds \end{aligned} \quad (۲۲)$$

$$\begin{aligned} E_{22} &= E_c \left[(1 - V_s^{0.5}) + \frac{V_s^{0.5}}{1 - (1 - \frac{E_c}{E_s(\xi)}) V_s^{0.5}} \right] \\ G_{23} = G_{32} &= G_c \left[\frac{1}{1 - V_s (1 - \frac{G_c}{G_s(\xi)})} \right] \\ G_{12} = G_{13} &= G_c \left[(1 - V_s^{0.5}) + \frac{V_s^{0.5}}{1 - (1 - \frac{G_c}{G_s(\xi)}) V_s^{0.5}} \right] \\ E_{11} &= E_s (\xi) V_s + E_c (1 - V_s) \\ v_{12} &= v_{12s} V_s + v_{12c} (1 - V_s) \\ \rho &= \rho_s V_s + \rho_c (1 - V_s), \end{aligned} \quad (۱۶)$$

که در این روابط زیرنویس‌های S و C به ترتیب مربوط به الیاف حافظه‌دار و ماده زمینه کامپوزیتی می‌باشند؛ همچنین V_s و G_s به ترتیب نشان دهنده دهنده کسر حجمی و مدول برشی الیاف حافظه‌دار هستند که به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$G_s(\xi) = \frac{E_s(\xi)}{2(1 + v_{12s})}, \quad V_s = \frac{A_{AMA}}{A_c} \quad (۱۷)$$

۴- استخراج معادلات دینامیکی حاکم بر مساله

با استفاده از اصل همبیلتون توسعه یافته، معادلات دیفرانسیل و شرایط مرزی تیر کامپوزیتی چرخان جدار نازک که با الیاف حافظه‌دار تقویت شده است، همزمان توسط رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\int_{t_1}^{t_2} (\delta T - \delta U + \delta W_{SMA}) dt = 0 \quad (۱۸)$$

در این رابطه δT تغییرات انرژی جنبشی، δU تغییرات انرژی کرنشی و

۴-۲- تغییرات انرژی کرنشی:

تغییرات انرژی کرنشی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\delta W_{SMA} = -\int_0^L \left\{ (P_z u_0') \delta u_0 + (P_z v_0') \delta v_0 \right\} dz + \left[(P_z u_0') \delta u_0 + (P_z v_0') \delta v_0 \right]_0^L \quad (26)$$

$$\delta U = \int_V [\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij}] dV = \int_0^L \left\{ [-Q_x' - (T_z u_0)'] \delta u_0 + [-Q_y' - (T_z v_0)'] \delta v_0 + \left[-M_x' + Q_y \right] \delta \theta_x + \left[-M_y' + Q_x \right] \delta \theta_y \right\} dz + [-Q_x - (T_z u_0')] \delta u_0 + [-Q_y - (T_z v_0)'] \delta v_0 + M_x \delta \theta_x + M_y \delta \theta_y \Big|_0^L \quad (23)$$

که نیروی محوری ایجاد شده ناشی از تغییرات دما در الیاف حافظه‌دار می‌باشد و توسط رابطه (۵) برآورد شده است. با جایگذاری روابط (۲۰) و (۲۲) و (۲۵) در اصل همیلتون، معادلات دیفرانسیل حاکم و شرایط مرزی به صورت زیر استخراج می‌گردد:

$$\delta u_0 : Q_x' + (T_z u_0')' - [P_z u_0']' - b_1 (u_0 + 2\dot{w}_0 \Omega - u_0 \Omega^2) = 0 \quad (الف)$$

$$\delta v_0 : Q_y' + (T_z v_0')' - b_1 v_0 - [P_z v_0']' = 0 \quad (ب)$$

$$\delta w_0 : T_z' - b_1 (w_0 - 2u_0 \Omega) + b_1 (R_0 + z + w_0) \Omega^2 = 0 \quad (ج)$$

$$\delta \theta_x : M_x' - Q_x - (b_5 + b_{15} + 2b_{27}) (\theta_y - \Omega^2 \theta_y) - (b_6 - b_{13}) (\theta_x - \Omega^2 \theta_x) = 0 \quad (د)$$

علامت پریم (') بیانگر $(\frac{\partial}{\partial z})$ می‌باشد. در رابطه (۲۲)، برآیند تنش طولی (T_z, Q_x, Q_y) و برآیند گشتاور ناشی از تنش‌های طولی (M_x, M_y) به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$Q_x(z;t) = \oint_c \left[N_{sz} \frac{dx}{ds} + N_{nz} \frac{dy}{ds} \right] ds$$

$$M_x(z;t) = \oint_c \left[y N_{zz} - L_{zz} \frac{dx}{ds} \right] ds$$

$$Q_y(z;t) = \oint_c \left[N_{sz} \frac{dy}{ds} - N_{nz} \frac{dx}{ds} \right] ds \quad (24)$$

$$M_y(z;t) = \oint_c \left[x N_{zz} + L_{zz} \frac{dy}{ds} \right] ds$$

$$T_z(z;t) = \oint_c N_{zz} ds,$$

و شرایط مرزی در سر آزاد و گیردار تیر کامپوزیتی جدار نازک دوار به

که منتجه‌های تنش به صورت روابط (۲۴) تعریف می‌شوند؛

صورت زیر حاصل می‌شود:

$$z = 0 \Rightarrow u_0 = v_0 = \theta_x = \theta_y = 0 \quad (الف)$$

$$z = L \Rightarrow \begin{cases} \delta u_0 : Q_x + (T_z u_0') = 0 \\ \delta v_0 : Q_y + (T_z v_0') = 0 \\ \delta w_0 : T_z = 0 \\ \delta \theta_x : M_x = 0 \\ \delta \theta_y : M_y = 0 \end{cases} \quad (ب) \quad (28)$$

$$(N_{sz}, L_{nz}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (\sigma_{sz}, \sigma_{nz}) dn$$

$$(N_{zz}, L_{zz}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \sigma_{zz} (1, n) dn, \quad (25)$$

۴-۳- تغییرات کار انجام شده توسط الیاف:

تغییرات کار انجام شده توسط الیاف به صورت زیر محاسبه می‌شود:

در مراجع [۱۵] آمده است. با فرض این که تکیه‌گاه تیر در $z = 0$ گیردار و در $z = L$ آزاد است شرایط مرزی به صورت زیر ظاهر می‌شوند:

$$z = 0 \Rightarrow u_0 = v_0 = \theta_x = \theta_y = 0 \quad (\text{الف})$$

$$z = LP \begin{cases} \delta u_0 : a_{44}(z)(u'_0 + \theta_y) + a_{45}(z)(v'_0 + \theta_x) = P_z u'_0 \\ \delta v_0 : a_{55}(z)(v'_0 + \theta_x) + a_{54}(z)(u'_0 + \theta_y) = P_z v'_0 \\ \delta \theta_y : a_{22}(z)\theta'_y + a_{23}(z)\theta_x \phi = M_y^T \\ \delta \theta_x : a_{33}(z)\theta'_x + a_{32}(z)\theta_y \phi = M_x^T \end{cases} \quad (\text{ب}) \quad (32)$$

۵- حل معادلات دیفرانسیل حاکم بر مساله

به دلیل شرایط مرزی پیچیده و وابستگی بین معادلات دیفرانسیل حاکم بر مساله (روابط (۳۰))، حل دقیق معادلات امکان‌پذیر نمی‌باشد. بنابراین از روش حل تقریبی گالرکین استفاده شده است. برای اعمال روش گالرکین لازم است که میدان‌های جابه‌جایی به صورت مجموع جملاتی از حاصل ضرب توابع درون‌یاب و بردارهای زمان بیان به صورت زیر بیان شوند:

$$\begin{aligned} u_0(z, t) &= \{U(z)\}^T \{q_u(t)\} \\ v_0(z, t) &= \{V(z)\}^T \{q_v(t)\} \\ \theta_y(z, t) &= \{\Theta_y(z)\}^T \{q_y(t)\} \\ \theta_x(z, t) &= \{\Theta_x(z)\}^T \{q_x(t)\} \end{aligned} \quad (33)$$

در روابط (۳۲) $\{U\}$ ، $\{V\}$ ، $\{\Theta_x\}$ و $\{\Theta_y\}$ بردارهای N بعدی توابع درون‌یاب می‌باشند که به صورت زیر در نظر گرفته شده‌اند [۱۹]:

$$\begin{aligned} U = V &= \{z^2, z^3, z^4, z^5, z^6, z^7\} \\ \Theta_x = \Theta_y &= \{z^1, z^2, z^3, z^4, z^5, z^6\} \end{aligned} \quad (34)$$

با جایگذاری میدان جابه‌جایی (رابطه (۳۳)) در معادلات حاکم، معادلات دیفرانسیل حاکم بر تیر کامپوزیتی جدارنازک چرخان به صورت ماتریسی زیر به دست می‌آید:

واقعیت فیزیکی که برای مساله تیر جدار نازک دوار وجود دارد، این است که سفتی طولی تیر جدار نازک در مقایسه با سفتی در جهت‌های عرضی (جهت x و y) بسیار بیشتر می‌باشد. بنابراین، اثرات نیروی ناشی از شتاب گریز از مرکز در جهت طولی بسیار کوچک می‌باشد و می‌توان از آن صرف‌نظر کرد. با انتگرال گیری از رابطه (۲۶-ج) بر روی دامنه طولی تیر و استفاده از شرط مرزی مربوط به δW_0 (رابطه (۲۷-ب))، رابطه (۲۸) بدست می‌آید،

$$T_z(z, t) = b_1 \Omega^2 R(z) \quad (29)$$

که

$$R(z) = R_0(L - z) + \frac{1}{2}(L^2 - z^2) \quad (30)$$

با جایگذاری روابط (۲۳) و (۲۸) در رابطه (۲۶)، معادلات دیفرانسیل حاکم بر مساله برحسب میدان جابه‌جایی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \delta u_0 : & [a_{44}(z)(u'_0 + \theta_y) + a_{45}(z)(v'_0 + \theta_x)] \phi - b_1 \ddot{u}_0 + b_1 \Omega^2 u_0 + \Omega^2 [R(z)u'_0] \phi - [P_z u'_0] \phi = 0 \quad (\text{الف}) \\ \delta v_0 : & [a_{55}(z)(v'_0 + \theta_x) + a_{54}(z)(u'_0 + \theta_y)] \phi - b_1 \ddot{v}_0 + \Omega^2 [R(z)v'_0] \phi - [P_z v'_0] \phi = 0 \quad (\text{ب}) \\ \delta \theta_x : & [a_{33}(z)\theta'_x + a_{32}(z)\theta_y \phi] \phi - a_{55}(z)(v'_0 + \theta_x) - a_{54}(z)(u'_0 + \theta_y) - (b_4(z) + b_{14}(z))(\ddot{\theta}_x - \Omega^2 \theta_x) - (b_6(z) - b_{13}(z))(\ddot{\theta}_y - \Omega^2 \theta_y) = (M_x^T)' \quad (\text{ج}) \\ \delta \theta_y : & [a_{22}(z)\theta'_y + a_{23}(z)\theta_x \phi] \phi - a_{44}(z)(u'_0 + \theta_y) - a_{45}(z)(v'_0 + \theta_x) - (b_5(z) + b_{15}(z))(\ddot{\theta}_y - \Omega^2 \theta_y) - (b_6(z) - b_{13}(z))(\ddot{\theta}_x - \Omega^2 \theta_x) = (M_y^T)' \quad (\text{د}) \end{aligned} \quad (31)$$

که M_x^T و M_y^T به ترتیب برآیند گشتاور خمشی حرارتی حول محور x و حول محور y می‌باشد. همچنین کمیت‌های سفتی a_{ij} و جملات جرم b_i

$$\begin{aligned}
 k_{11} &= \int_0^L (a_{44} \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial U^T}{\partial z} - b_1 \Omega^2 U U^T \\
 &\quad + \Omega^2 R \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial U^T}{\partial z} + P_z \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial U^T}{\partial z}) dz, \\
 k_{12} &= \int_0^L (a_{45} \frac{\partial U}{\partial z} \frac{\partial V^T}{\partial z}) dz \\
 k_{13} &= \int_0^L (a_{45} \frac{\partial U}{\partial z} \Theta_x^T) dz, k_{14} = \int_0^L (a_{44} \frac{\partial U}{\partial z} \Theta_y^T) dz \\
 k_{21} &= \int_0^L (a_{45} \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial U^T}{\partial z}) dz \\
 k_{22} &= \int_0^L (a_{55} \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial V^T}{\partial z} \\
 &\quad + \Omega^2 R \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial V^T}{\partial z} + P_z \frac{\partial V}{\partial z} \frac{\partial V^T}{\partial z}) dz, \\
 k_{23} &= \int_0^L (a_{55} \frac{\partial V}{\partial z} \Theta_x^T) dz, k_{24} = \int_0^L (a_{45} \frac{\partial V}{\partial z} \Theta_y^T) dz, \\
 k_{31} &= \int_0^L (a_{45} \Theta_x \frac{\partial U^T}{\partial z}) dz, k_{32} = \int_0^L (a_{55} \Theta_x \frac{\partial V^T}{\partial z}) dz \\
 k_{33} &= \int_0^L (a_{55} \Theta_x \Theta_x^T - (b_4 + b_{14}) \Omega^2 \Theta_x \Theta_x^T \\
 &\quad + a_{33} \frac{\partial \Theta_x}{\partial z} \frac{\partial \Theta_x^T}{\partial z}) dz \\
 k_{34} &= \int_0^L (a_{45} \Theta_x \Theta_y^T - (b_6 - b_{13}) \Omega^2 \Theta_x \Theta_y^T \\
 &\quad + a_{23} \frac{\partial \Theta_x}{\partial z} \frac{\partial \Theta_y^T}{\partial z}) dz \\
 k_{41} &= \int_0^L (a_{44} \Theta_y \frac{\partial U^T}{\partial z}) dz, k_{42} = \int_0^L (a_{45} \Theta_y \frac{\partial V^T}{\partial z}) dz \\
 k_{43} &= \int_0^L (a_{45} \Theta_y \Theta_x^T - (b_6 - b_{13}) \Omega^2 \Theta_y \Theta_x^T \\
 &\quad + a_{23} \frac{\partial \Theta_y}{\partial z} \frac{\partial \Theta_x^T}{\partial z}) dz \quad (40) \\
 k_{44} &= \int_0^L (a_{44} \Theta_y \Theta_y^T - (b_5 + b_{15}) \Omega^2 \Theta_y \Theta_y^T \\
 &\quad + a_{22} \frac{\partial \Theta_y}{\partial z} \frac{\partial \Theta_y^T}{\partial z}) dz
 \end{aligned}$$

با فرض اینکه پاسخ رابطه دیفرانسیل معمولی همگن (۳۵) به صورت $q(t) = \eta e^{ot}$ داریم:

$$\omega^2 = -[M]^{-1}[K] \quad (41)$$

$$[M] \{\ddot{q}(t)\} + [K] \{q(t)\} = 0 \quad (35)$$

که بردار مختصات تعمیم یافته به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\{q\} = \{q_u, q_v, q_x, q_y\}^T \quad (36)$$

در رابطه ماتریسی (۳۴)، M و K به ترتیب معرف ماتریس جرم و ماتریس سفتی می‌باشند که به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$[M] = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} & m_{34} \\ 0 & 0 & m_{43} & m_{44} \end{bmatrix} \quad (37)$$

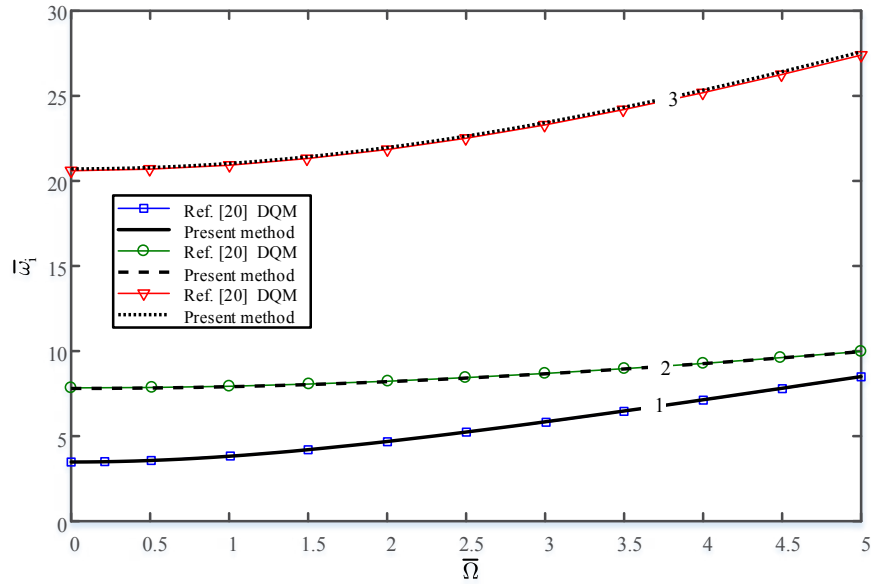
که مولفه‌های ماتریس M به صورت زیر می‌باشند:

$$\begin{aligned}
 m_{11} &= \int_0^L b_1 U U^T dz \\
 m_{22} &= \int_0^L b_V V V^T dz \\
 m_{33} &= \int_0^L (b_4 + b_{14}) \Theta_x \Theta_x^T dz \\
 m_{34} &= \int_0^L (b_6 - b_{13}) \Theta_x \Theta_y^T dz \\
 m_{43} &= \int_0^L (b_6 - b_{13}) \Theta_y \Theta_x^T dz \\
 m_{44} &= \int_0^L (b_5 + b_{15}) \Theta_y \Theta_y^T dz
 \end{aligned} \quad (38)$$

9

$$[K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} & k_{13} & k_{14} \\ k_{21} & k_{22} & k_{23} & k_{24} \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & k_{34} \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (39)$$

مولفه‌های ماتریس K به صورت نوشته می‌شود،



شکل ۴: مقایسه تغییرات فرکانس طبیعی اول تا سوم برحسب سرعت دورانی تیر جدار نازک

Fig. 4. Comparison the variation of first three natural frequencies of thin-walled beam as a function of rotating speed

$$\begin{aligned} L = 0.5\text{m}, \quad h = 0.005\text{m}, \quad d = 0.0005\text{m} \\ a = 0.03\text{m}, \quad b = a, \quad R_0 = 0.4\text{m} \end{aligned} \quad (42)$$

و پارامترهای بدون بعد مساله به صورت زیر تعریف شده است:

$$\bar{\Omega}^2 = \Omega^2 \frac{b_1 L^4}{a_{33}}, \quad \bar{\omega}_i^2 = \omega_i^2 \frac{b_1 L^4}{a_{33}} \quad (43)$$

در جدول ۱ خواص مکانیکی آلیاژ حافظه‌دار نایتینول (Ni-Ti) و کامپوزیت گرافیت/اپوکسی ارائه شده است.

در شکل ۵ تغییرات فرکانس طبیعی مد اول تا سوم تیر جدار نازک دوار برحسب سرعت دورانی به ازای تعداد الیاف‌های جاسازی شده در تیر جدار نازک نشان داده شده است. الیاف حافظه‌دار با پیش‌کرنش فشاری $\varepsilon_L = 6/7\%$ در لایه میانی تیر جدار نازک جاسازی شده است. در شکل ۵ پارامترهای مساله دارای مقادیر $\beta_0 = 45^\circ, \gamma = 0, T = 70^\circ C$ می‌باشد. با افزایش تعداد الیاف حافظه‌دار بکار رفته در تیر جدار نازک دوار، فرکانس‌های طبیعی مد اول تا سوم افزایش می‌یابد. این افزایش فرکانس

که با حل معادله بالا فرکانس‌های طبیعی سیستم بدست می‌آیند.

۶- نتایج و بحث

به منظور اعتبارسنجی حل گالرکین حاضر، نتایج این پژوهش با مرجع [۲۰] مقایسه شده است. بنابراین با فرض این‌که الیاف حافظه‌دار در تیر جدار نازک دوار وجود نداشته و جنس تیر از سرامیک خالص باشد، صحت فرمول‌بندی و روش حل حاضر با نتایج مشابه در مرجع [۲۰] در شکل ۴ اعتبارسنجی شده است. جهت مقایسه از مقادیر عددی هندسی و مادی بکار رفته در مرجع [۲۰] استفاده شده است. در شکل ۴ تغییرات سه فرکانس اول بدون بعد تابعی از سرعت چرخش برای تیر جدار نازک ساخته شده از سرامیک خالص نشان داده شده است. مشاهده می‌شود که حل گالرکین حاضر تطابق خوبی با حل حاصل از روش دیفرانسیل مربعات^۱ دارد.

به منظور مطالعه عددی پارامترهای هندسی مساله به صورت زیر در نظر گرفته شده است [۲۱]:

1 Differential Quadrature method

Table 1. properties of rotating thin-walled beam with embedded SMA wires

جدول ۱: خصوصیات تیر کامپوزیتی چرخان جدار نازک تقویت شده با الیاف حافظه دار

ویژگی و مقدار	ماده
$E_{11} = 155(1 - 3.53 \times 10^{-4} \Delta T)$ [GPa], $E_{22} = E_{33} = 8.07(1 - 4.27 \times 10^{-4} \Delta T)$ [GPa], $G_{12} = G_{13} = 4/55(1 - 6/0.6 \times 10^{-4} \Delta T)$ [GPa], $\alpha_1 = -0.07(1 - 1/25 \times 10^{-3} \Delta T) \cdot 10^{-6} [\frac{1}{^\circ\text{C}}]$, $\nu_{12c} = 0.22, \rho_c = 1586 [\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}]$,	گرافیت اپوکسی
$E_M = 26/3$ [GPa], $E_A = 67$ [GPa], $A_s = 34/5$ [°C], $A_f = 49$ [°C], $\rho_s = 645 \cdot [\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}]$, $\nu_s = 0.33, \Theta = 0.55 [\frac{\text{MPa}}{^\circ\text{C}}]$,	الیاف حافظه‌دار

است؛ که به دلیل تغییرات کسر مارتنزیت به صورت کسینوسی می‌باشد. در شکل ۸ تغییرات فرکانس‌های طبیعی مد اول تا سوم تیر چرخان جدار نازک برحسب پیش‌کنش فشاری الیاف حافظه‌دار جاسازی‌شده در تیر جدار نازک دوار، برای دماهای مختلف بررسی شده است. در این شکل پارامترهای مساله دارای مقادیر $\Omega = 3 \text{ rad/sec}$, $\gamma = 0$, $\beta_0 = 45^\circ$, $N = 4$ می‌باشند. مشاهده می‌شود که فرکانس‌های طبیعی مد اول تا سوم با افزایش پیش‌کنش فشاری الیاف‌ها افزایش می‌یابند. با افزایش دما از 60°C تا 80°C همواره فرکانس‌های طبیعی مد اول تا سوم تیر چرخان افزایش می‌یابد. انتظار می‌رود در دمای 90°C فرکانس بیشتری نسبت به دمای 60°C داشته باشیم، اما در دمای 90°C فرکانس کم‌تری نسبت به دمای 60°C وجود دارد، که به دلیل تغییرات کسر مارتنزیت به صورت کسینوسی می‌باشد.

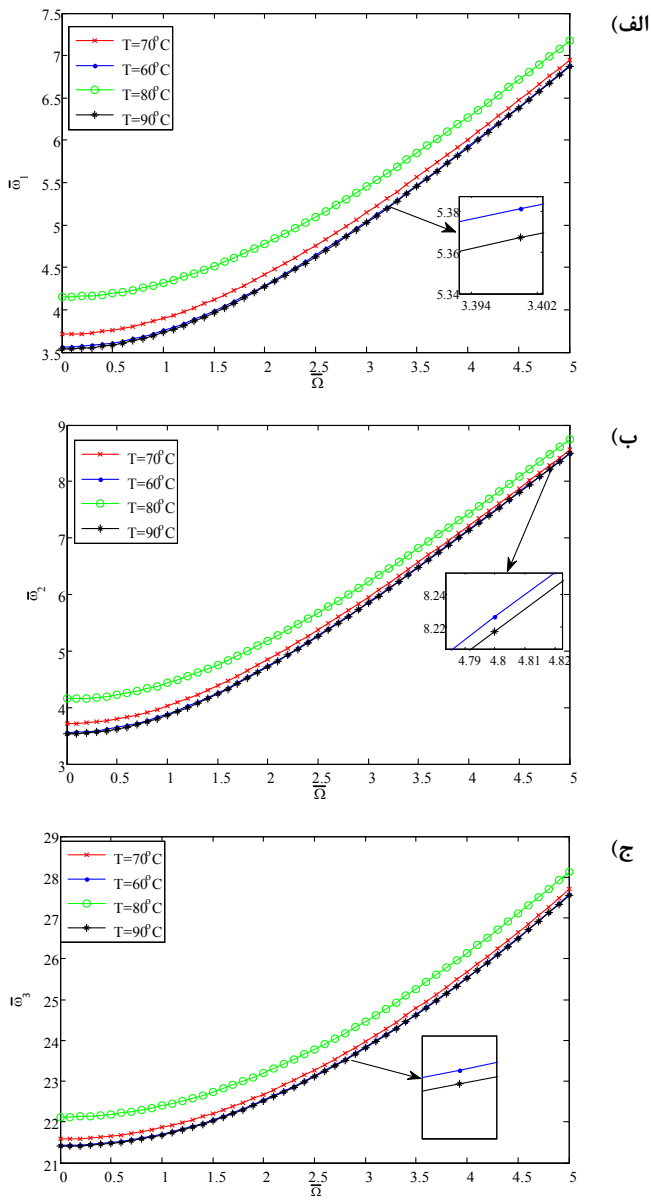
۷- نتیجه‌گیری

در این پژوهش، تحلیل ارتعاشات آزاد تیر کامپوزیتی جدار نازک تقویت شده با الیاف حافظه‌دار که با سرعت زاویه‌ای ثابت در حال دوران است، مورد مطالعه قرار گرفته است. تیر جدار نازک دوار دارای تکیه‌گاه گیردار-آزاد در دو طرف بوده و الیاف حافظه‌دار با پیش‌کنش فشاری در لایه میانی جدار تیر جاسازی شده‌اند. معادلات حاکم بر تیر جدار نازک دوار براساس تئوری برشی مرتبه اول و اصل همپلتون توسعه یافته بدست آمده است. فرض بر

به دلیل افزایش نیروی کششی تولیدشده بر اثر عملیات بازیابی کرنش در طول تیر می‌باشد. همچنین با افزایش سرعت چرخش تیر چرخان مقادیر فرکانس‌های طبیعی افزایش می‌یابند.

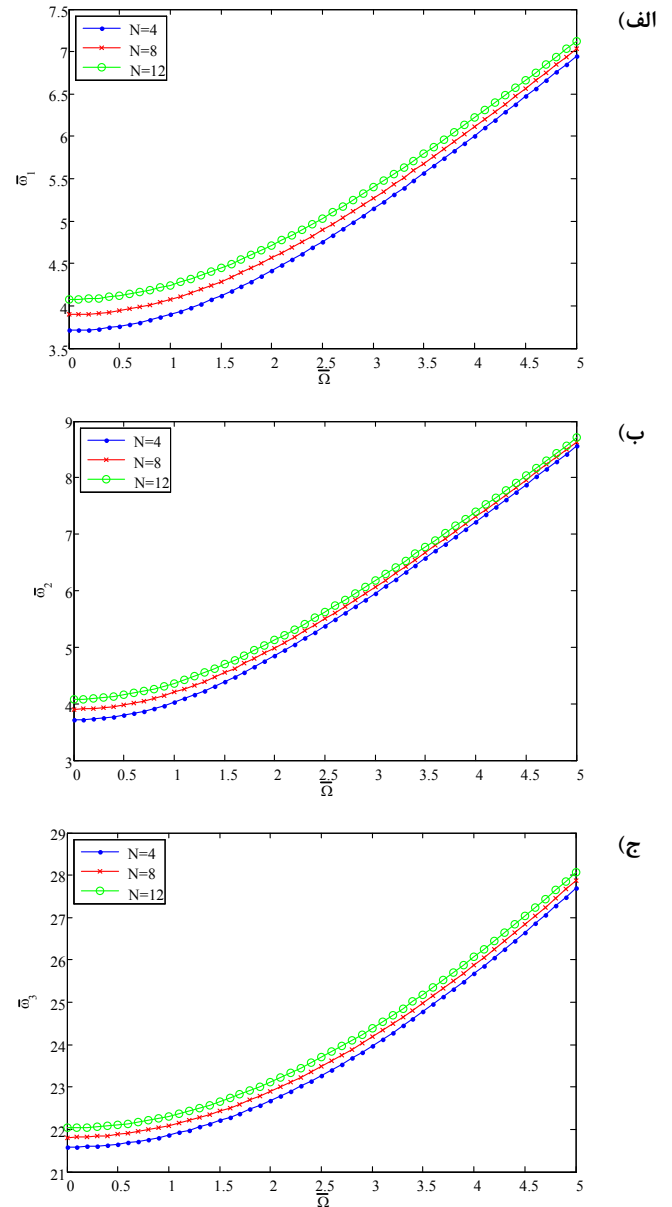
در شکل ۶ فرکانس‌های طبیعی مد اول تا سوم برحسب اختلاف دما، برای تعداد ۴، ۸ و ۱۲ الیاف نشان داده شده است. در این شکل پارامترهای مساله دارای مقادیر $\Omega = 3 \text{ rad/sec}$, $\beta_0 = 45^\circ$, $\gamma = 0$, $\varepsilon_L = 6/7\%$ می‌باشد. با افزایش دما، فرکانس تیر جدار نازک دوار به صورت نمودار کسینوس تغییر می‌کند. همچنین با افزایش تعداد الیاف درون تیر جدار نازک دوار، فرکانس‌های طبیعی افزایش یافته است. علت اصلی تغییرات کسینوسی فرکانس بر حسب اختلاف دما را می‌توان به رابطه کسر مارتنزیت ارتباط داد، زیرا در مدل‌سازی الیاف حافظه‌دار توسط لیانگ راجرز تغییر فاز به صورت تابع کسینوسی در نظر گرفته شده است.

در شکل ۷ تغییرات فرکانس‌های طبیعی مد اول تا سوم تیر چرخان جدار نازک برحسب سرعت دورانی تیر جدار نازک، به ازای دماهای مختلف میدان حرارتی بررسی شده است. در این شکل پارامترهای مساله دارای مقادیر $\Omega = 3 \text{ rad/sec}$, $\beta_0 = 45^\circ$, $\gamma = 0$, $\varepsilon_L = 6/7\%$ می‌باشد. فرکانس طبیعی تیر جدار نازک دوار با تغییرات دما تغییر می‌کند. با افزایش دما از 60°C تا دمای 80°C فرکانس‌های طبیعی مد اول تا سوم تیر جدار نازک دوار همواره افزایش می‌یابد. اما همانطور که از شکل ۷ مشاهده می‌شود، در دمای 90°C فرکانس طبیعی کاهش یافته و تقریباً با دمای 60°C برابر شده



شکل ۶: تغییرات فرکانس طبیعی مود اول تا سوم برحسب تغییرات دمای تیر جدار نازک به ازای تعداد متفاوت الیاف حافظه‌دار

Fig. 6. variation of first three natural frequencies as a function of temperature change for different numbers of SMA wires

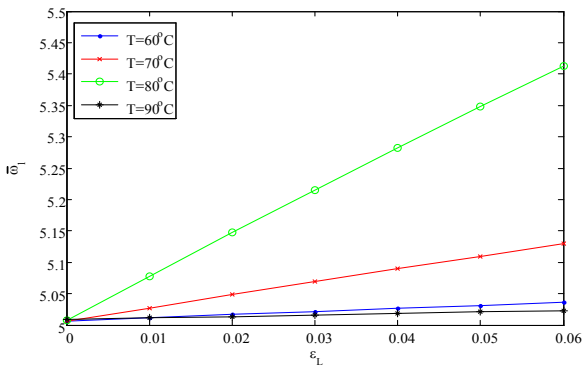


شکل ۵: تغییرات فرکانس طبیعی مود اول تا سوم برحسب سرعت دورانی تیر جدار نازک به ازای تعداد متفاوت الیاف حافظه‌دار

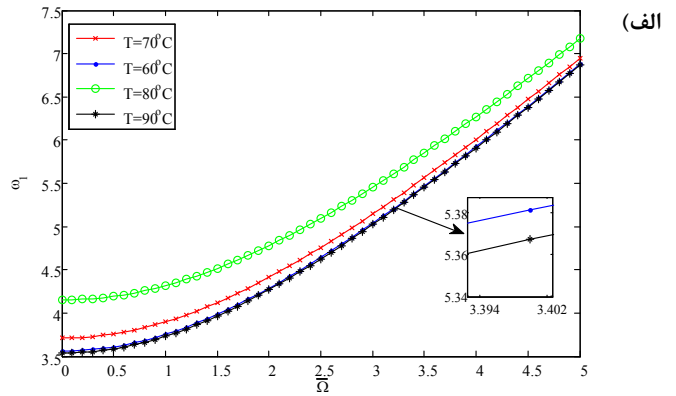
Fig. 5. Variation of first three natural frequencies of thin-walled beam with respect to rotating speed for different numbers of SMA wires

روی فرکانس طبیعی مود اول تا سوم مورد بررسی قرار گرفته است. با توجه به نتایج مشاهده می‌شود که فرکانس‌های طبیعی تیرچرخان جدار نازک با افزایش سرعت دورانی افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش کرنش فشاری الیاف حافظه‌دار و تعداد الیاف حافظه‌دار فرکانس طبیعی افزایش

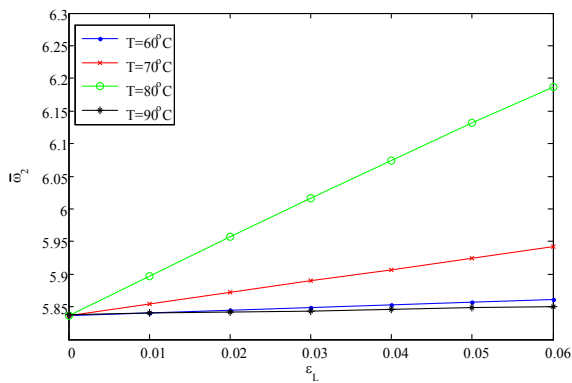
این است که الیاف حافظه‌دار با پیش کرنش اولیه در تیر جدار نازک جاسازی شده و تیر تحت میدان حرارتی قرار دارد. معادلات حاکم بر تیر جدار نازک دوار توسط اصل گالرکین توسعه یافته حل شده‌اند. در نهایت تاثیر تعداد الیاف حافظه‌دار، سرعت چرخش تیر، حدکرنش قابل بازیابی و میدان حرارتی بر



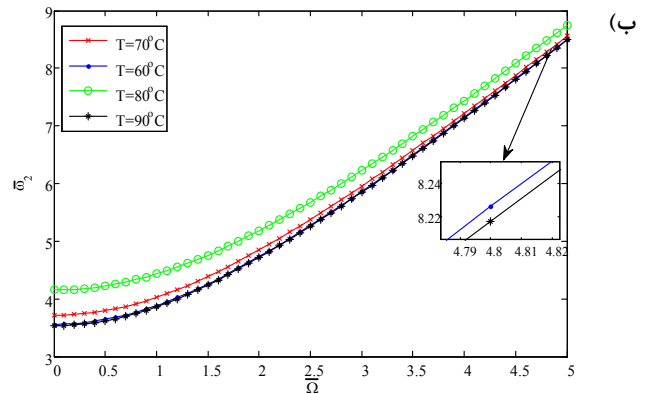
(الف)



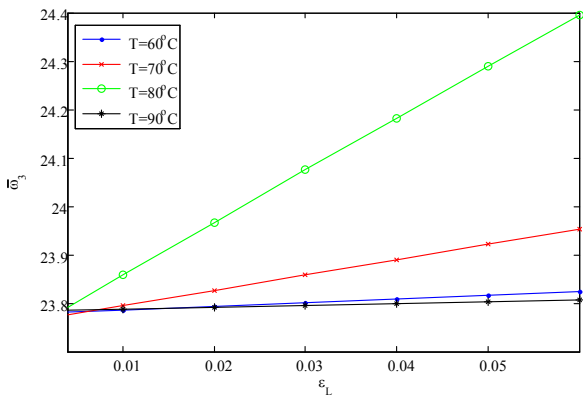
(الف)



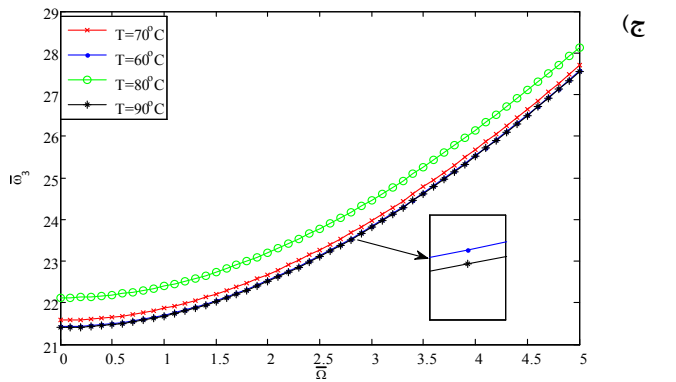
(ب)



(ب)



(ج)



(ج)

شکل ۸: تغییرات فرکانس طبیعی مود اول تا سوم برحسب پیش کرنش فشاری الیاف حافظه به ازای مقادیر دمایی متفاوت

شکل ۷: تغییرات فرکانس طبیعی مود اول تا سوم برحسب سرعت دورانی تیر جدار نازک به ازای مقادیر دمایی متفاوت

Fig. 8. Variation of first three natural frequencies with respect to compressive pre-strained load of SMA wires for various temperature fields

Fig. 7. Variation of first three natural frequencies of thin-walled beam with respect to rotating speed for various temperature fields

تغییر می‌کنند که به دلیل تغییرات مربوط به توابع کسینوسی تغییرات فاز مارتنزیت می‌باشد.

می‌یابد؛ که علت اصلی این افزایش فرکانس‌ها افزایش نیروی کششی تولید شده بر اثر عملیات بازیابی کرنش در طول تیر می‌باشد. بعلاوه، فرکانس‌های طبیعی تیر چرخان جدار نازک بر حسب دمای الیاف به صورت کسینوسی

- non-constant material functions and redefined martensite internal variable, *Journal of intelligent material systems and structures*, 4(2) (1993) 229-242.
- [11] K.-t. Lau, Vibration characteristics of SMA composite beams with different boundary conditions, *Materials & design*, 23(8) (2002) 741-749.
- [12] K.-t. Lau, L.-m. Zhou, X.-m. Tao, Control of natural frequencies of a clamped-clamped composite beam with embedded shape memory alloy wires, *Composite Structures*, 58(1) (2002) 39-47.
- [13] M.M. Barzegari, M. Dardel, A. Fathi, Vibration analysis of a beam with embedded shape memory alloy wires, *Acta Mechanica Solida Sinica*, 26(5) (2013) 536-550.
- [14] S.-Y. Oh, L. Librescu, O. Song, Thermoelastic modeling and vibration of functionally graded thin-walled rotating blades, *AIAA journal*, 41(10) (2003) 2051-2061.
- [15] L. Librescu, S.-Y. Oh, O. Song, Thin-walled beams made of functionally graded materials and operating in a high temperature environment: vibration and stability, *Journal of Thermal Stresses*, 28(6-7) (2005) 649-712.
- [16] S.A. Fazelzadeh, M. Hosseini, Aerothermoelastic behavior of supersonic rotating thin-walled beams made of functionally graded materials, *Journal of fluids and structures*, 23(8) (2007) 1251-1264.
- [17] M. Naghmehsanj, B. Rahmani, Optimal control of supersonic pre-twisted rotating functionally graded thin-walled blades, *Structural Control and Health Monitoring*, 24(8) (2017).
- [18] V. Birman, D.A. Saravanos, D.A. Hopkins, Micromechanics of composites with shape memory alloy fibers in uniform thermal fields, *AIAA journal*, 34(9) (1996) 1905-1912.
- [19] N.K. Chandiramani, C.D. Shete, L.I. Librescu, Vibration
- [1] J.M. Jani, M. Leary, A. Subic, M.A. Gibson, A review of shape memory alloy research, applications and opportunities, *Materials & Design*, 56 (2014) 1078-1113.
- [2] A. Damanpack, M. Bodaghi, M. Aghdam, M. Shakeri, On the vibration control capability of shape memory alloy composite beams, *Composite Structures*, 110 (2014) 325-334.
- [3] C.A. Rogers, Active vibration and structural acoustic control of shape memory alloy hybrid composites: experimental results, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 88(6) (1990) 2803-2811.
- [4] A. Baz, K. Imam, J. McCoy, Active vibration control of flexible beams using shape memory actuators, *Journal of Sound and Vibration*, 140(3) (1990) 437-456.
- [5] S. Seelecke, I. Muller, Shape memory alloy actuators in smart structures: Modeling and simulation, *Applied Mechanics Reviews*, 57(1) (2004) 23-46.
- [6] W.J. Buehler, J. Gilfrich, R. Wiley, Effect of low-temperature phase changes on the mechanical properties of alloys near composition TiNi, *Journal of applied physics*, 34(5) (1963) 1475-1477.
- [7] G.B. Kauffman, I. Mayo, The story of nitinol: the serendipitous discovery of the memory metal and its applications, *The chemical educator*, 2(2) (1997) 1-21.
- [8] K. Tanaka, A thermomechanical sketch of shape memory effect: one-dimensional tensile behavior, (1986).
- [9] C. Liang, C.A. Rogers, One-dimensional thermomechanical constitutive relations for shape memory materials, *Journal of intelligent material systems and structures*, 8(4) (1997) 285-302.
- [10] L.C. Brinson, One-dimensional constitutive behavior of shape memory alloys: thermomechanical derivation with

- flow using the differential quadrature method, Journal of sound and vibration, 306(1) (2007) 333-348.
- [21] M. Crespo-Ballesteros, M. Antoniou, M. Cherniakov, Wind Turbine Blade Radar Signatures in the Near Field: Modeling and Experimental Confirmation, IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 53(4) (2017) 1916-1931.
- of higher-order-shearable pretwisted rotating composite blades, International Journal of Mechanical Sciences, 45(12) (2003) 2017-2041.
- [20] S. Fazlzadeh, P. Malekzadeh, P. Zahedinejad, M. Hosseini, Vibration analysis of functionally graded thin-walled rotating blades under high temperature supersonic