



مطالعه عددی تأثیر پدیده هال بر جریان دو بعدی مافوق صوت در ژنراتور مگنتوهیدرودینامیک

محمد پورجعفرقلی^۱، قنبرعلی شیخزاده^{۲*}، رضا مداحیان^۲

^۱دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه کاشان، کاشان، ایران
^۲دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷/۰۴/۲۸
بازنگری: ۱۳۹۷/۰۷/۰۸
پذیرش: ۱۳۹۷/۰۹/۱۱
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۱۰/۰۹

کلمات کلیدی:

ژنراتور ام.اچ.دی
اثر هال
قانون اهم تعمیم یافته
گرمايش ژول
راندمان الکتریکی

خلاصه: در تحقیق حاضر، جریان هوای مافوق صوت دو بعدی در یک ژنراتور هیدرودینامیک مغناطیسی (ام.اچ.دی) به صورت عددی مورد مطالعه قرار گرفته و اثر هال و هندسه بر این جریان بررسی شده است. این جریان به صورت گاز کامل، پایا و تراکم پذیر و با عدد رینولدز مغناطیسی پایین در یک کانال دو بعدی با چهار جفت الکترود و هندسه‌های مختلف شامل کانال‌هایی با سطح مقطع ثابت، همگرا واگرا و ترکیبی واگرا-ثابت، به عنوان مدل ژنراتور مگنتوهیدرودینامیک فارادی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج نشان می‌دهد که زاویه ماخ در کانال مستقیم کمتر از بقیه هندسه‌ها بوده و توان و راندمان الکتریکی و فشار خروجی در کانال ثابت نسبت به سایر هندسه‌ها بالاتر می‌باشد. همچنین اثر هال که مانع کاهش سرعت جریان پلاسما در اثر میدان مغناطیسی می‌باشد، باعث کاهش فشار خروجی و گرمایش ژول و افزایش راندمان الکتریکی در همه کانال‌ها گردید. با توجه به امکان سنجی استفاده از ژنراتور مگنتوهیدرودینامیک در صنایع هوافضایی و موشکی، نتایج مختلف به ویژه گرمایش ژول حاصل از جریان گاز کریپتون و جریان هوا مقایسه شده‌اند تا در صورتی که افزایش دما در اثر گرمایش ژول گاز کریپتون کمتر با توان و راندمان الکتریکی بیشتر باشد این گاز به عنوان گاز مناسب برای استفاده در صنایع گفته شده پیشنهاد شود.

۱- مقدمه

روند طراحی کلی و بهینه سازی ژنراتور ام.اچ.دی پیچیده بوده و نیازمند ملاحظات هزینه، راندمان، اندازه و امکان سنجی فنی می‌باشد. افزون بر آن، اثر هال نیز یکی از عوامل تأثیرگذار در عملکرد ژنراتور ام.اچ.دی می‌باشد. اثر هال بیان می‌کند که اگر سیالی رسانا با ذرات باردار در جهت عمود بر میدان مغناطیسی حرکت کند بر همکنش حامل‌های بار و میدان مغناطیسی موجب می‌شود که یک اختلاف پتانسیل الکتریکی (ولتاژ هال) به تدریج در راستای عمود بر میدان مغناطیسی تولید شود. وقتی میدان مغناطیسی وجود نداشته باشد، بارها تقریباً به صورت مستقیم حرکت می‌نمایند. اما در صورت اعمال میدان مغناطیسی عمودی، مسیر آن‌ها منحرف شده و روی یکی از سطوح ماده جمع می‌شوند. نتیجه این امر، به جای ماندن بارهای مساوی اما با علامت مخالف در سطح دیگر خواهد بود، یعنی همان جایی که کمبود حامل بار وجود دارد.

برای جلوگیری از روند نزولی عملکرد ژنراتور ناشی از اثر هال، لازم است که کانال‌های ام.اچ.دی در امتداد جریان به الکترودهای ناپیوسته تقسیم شوند. همچنین اثر هال باعث تمرکز جریان الکتریکی در لبه بالادست آن‌ها و در

از چند دهه پیش تاکنون، تقاضا برای برق به اندازه هشداردهنده‌ای بیشتر از میزان برق تولیدی افزایش یافته است. روش‌های فعلی تولید برق چندان کارآمد نیست و حتی ممکن است برای همگام شدن با افزایش میزان تقاضا، کافی یا مناسب نباشد. از جمله روش‌های نوین تبدیل انرژی، تولید انرژی الکتریکی از انرژی جنبشی پلاسما (گاز یونیزه شده) در ژنراتورهای هیدرودینامیک مغناطیسی (ام.اچ.دی) می‌باشد [۱]. انتظار می‌رود این ژنراتورها، بهبود قابل توجهی در راندمان تولید توان الکتریکی ایجاد کنند. با توجه به وزن نسبتاً کم این ژنراتورها در مقایسه با ژنراتورهای متعارف، در سال‌های اخیر پیشنهادات زیادی برای استفاده از آن‌ها در وسایل گوناگون مانند هواپیماها و فضاپیماها با سرعت‌های مافوق صوت و ماوراءصوت شده است. بازده عملی بالای ۶۰ درصد تولید برق این ژنراتورها، اهمیت تولید برق با استفاده از این روش را در آینده چندین برابر کرده است.

1 Magneto Hydrodynamic (MHD)

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: sheikhz@kashanu.ac.ir



بهبود عملکرد این موتور را با استفاده از پتانسیل ژنراتور ام.اچ.دی بررسی کردند. نتایج حاصل نشان داد که از این ژنراتور می‌توان هم برای کنترل محل موج ضربه‌ای مایل در ورودی موتور و در نتیجه بهبود عملکرد آن و هم برای تولید جریان الکتریکی استفاده کرد.

از دیگر مطالعات صورت گرفته در مورد ژنراتور ام.اچ.دی می‌توان به کارهای هوانگ و همکاران [۷] و تری پاتی و همکاران [۸] اشاره کرد. هوانگ و همکاران جریان سه بعدی کاملاً توسعه یافته در ژنراتور ام.اچ.دی را به صورت عددی شبیه سازی کردند که این ژنراتور با یک مدار مقاومت بیرونی کوپل شده بود. نتایج آنها نشان داد که عدد هارتمن، متناسب با میدان مغناطیسی اعمالی بوده و روی متغیرهای مورد مطالعه، اثرات منفی دارد اما عدد رینولدز، مطابق با فشار رانده شده بوده و اثرات متضادی دارد. همچنین تری پاتی و همکاران جریان تراکم‌ناپذیر نانو سیالات حاوی سیال ویسکوز و رسانای الکتریکی نانوذرات اکسید مس و اکسید آلومینیم را در یک کانال افقی ام.اچ.دی به صورت عددی مطالعه کردند. آن‌ها صفحه پایینی کانال را کششی و صفحه بالایی آن را ثابت در نظر گرفتند. نتایج آن‌ها نشان داد که نرخ انتقال حرارت در صفحه پایین، به صورت تابعی از میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد در حالی که این مقدار فیزیکی با افزایش کسر حجمی نانوذرات افزایش می‌یابد. ریان و همکاران [۹] نیز، تغییرات مغناطیسی و چگالی توان الکتریکی سرب مایع رانده شده با نیروی گرانشی به صورت عمودی را در ژنراتور ام.اچ.دی به صورت عددی بررسی کردند. آن‌ها یک کانال مستطیلی با الکتروهای پیوسته را به عنوان ژنراتور ام.اچ.دی در نظر گرفتند. نتایج آن‌ها نشان داد که چگالی توان الکتریکی، تابعی از سرعت و میدان مغناطیسی می‌باشد و با افزایش میدان مغناطیسی اعمالی، سرعت متوسط سیال عامل نیز، کاهش می‌یابد. همچنین در هر ژنراتور ام.اچ.دی عمودی با سیال رانده شده با نیروی گرانش، یک میدان مغناطیسی اعمالی وجود دارد که چگالی توان الکتریکی ماکزیمم تولید می‌کند.

یکی دیگر از عوامل مهم و مؤثر در عملکرد ژنراتور ام.اچ.دی که در تعدادی از کارهای عددی بررسی شده اثر هال می‌باشد که بشدت مانع کاهش سرعت جریان پلاسما ناشی از میدان مغناطیسی اعمال شده می‌شود و در انتخاب هندسه کانال، باید مدنظر قرار گیرد. به عنوان مثال، نتایج کار ایشیکاوا و تاتی شی [۱۰] برای ژنراتور ام.اچ.دی چرخه بسته نوع فارادی نشان داد که اثر هال قوی باعث القای یک تراکم جریان الکتریکی قوی در پایین دست جریان کاتد می‌شود. همچنین نتایج حاصل از شبیه سازی عددی گولواشو و همکاران [۱۱] ثابت کرد که اثر هال ناشی از اعمال میدان

لبه پایین دست کاتدها می‌شود که این امر منجر به القای گرمایش ژول زیاد در نزدیکی دیوارها و تجمع جریان الکتریکی در پایانه‌های الکترودها می‌شود. گرمایش ژول علاوه بر اینکه در نزدیکی الکترودها دما را بالا برده و طول عمر الکترودها را کاهش می‌دهد، باعث تداخل امواج داخل کانال و نامتقارن شدن توزیع پتانسیل الکتریکی نیز می‌شود.

کار حاضر به بررسی امکان تولید جریان الکتریکی با استفاده از ژنراتور ام.اچ.دی در موتورهای توربومجت می‌پردازد. این موتورها از دو جزء ساخته می‌شوند: موتور رم جت و موتور توربوفن یا توربوجت. برای شروع پرواز و تولید انرژی لازم برای برخاست، در هواپیماهای دارای موتور توربومجت، ابتدا موتور توربوجت یا توربوفن روشن شده و بعد از رسیدن سرعت هواپیما به سرعت ۱ ماخ یا نزدیک به آن، جریان هوا بطور خودکار وارد موتور رم جت شده و با فشار موجود در هوا، موتور روشن می‌شود. هندسه مجاری ورودی هوا (دیفیوزر) در کارایی موتورهای توربوجت یکی از مهمترین عوامل بوده و نقش بسزایی در پرواز ایفا می‌کند. برای کاهش سرعت هوای ورودی به موتور تا زیر صوت، می‌توان از امواج ضربه‌ای عمودی و مایل استفاده کرد. هر چند ایجاد امواج ضربه‌ای از طریق طراحی هندسه امکان پذیر است ولیکن در صورت استفاده از دیفیوزر به عنوان کانال ام.اچ.دی و اعمال میدان مغناطیسی، علاوه بر کاهش سرعت جریان هوا، می‌توان برای تولید برق مورد نیاز هواپیما نیز، از آن بهره برد.

تحقیقات تجربی و تئوری زیادی در راستای استفاده از ژنراتور ام.اچ.دی با سرعت‌های بالاتر از ۴ ماخ انجام شده است که از آن جمله می‌توان به تحقیقات تجربی بابشو و همکاران [۴-۲] و همچنین لیپوشکینا و همکاران [۵] اشاره کرد. آن‌ها اثر میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی روی موج‌های ضربه‌ای ایجاد شده در ورودی دیفیوزر و امکان کنترل این موج‌ها را با روش شیلین بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که با افزایش میدان مغناطیسی نقطه برخورد موج‌های ضربه‌ای بهم پیوسته، به سمت ورودی دیفیوزر حرکت می‌کند و برای کنترل مؤثر این موج‌ها، میدان‌های مغناطیسی باید به قسمت ورودی دیفیوزر اعمال شوند. در غیر این صورت واکنش جریان به میدان اعمال شده کمتر خواهد بود.

فعالیت‌های عددی انجام شده در این حوزه، اثرات میدان مغناطیسی اعمال شده روی جریان‌های مافوق صوت پلاسما ضعیف یونیزه شده در ژنراتورهای ام.اچ.دی را با روش‌های مختلف عددی مورد مطالعه قرار داده‌اند. از جمله این فعالیت‌ها، کار کورانو و شیکین [۶] بود که در ورودی موتور اسکریم جت هواپیمای ماوراء صوت آژاکس، کنترل میدان جریان اویلر و

۲-۱- معادلات هیدرودینامیکی

معادله پیوستگی:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho \bar{u}_j)}{\partial x_j} = 0 \quad (1)$$

معادله ممنتوم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_i \bar{u}_j) = & -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \\ & \times \left[\mu \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \rho \overline{u'_i u'_j} \right] + \bar{F}_L \end{aligned} \quad (2)$$

معادله انرژی:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho C_p T) + \rho C_p \bar{u}_j \frac{\partial T}{\partial x_j} = & \\ \frac{\partial}{\partial x_j}(\lambda \frac{\partial T}{\partial x_j}) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{u}_i \tau_{ji}) = & \\ -\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \bar{u}_j T) - \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho C_p \overline{u'_j T'}) + \bar{E} \end{aligned} \quad (3)$$

در معادلات بالا \bar{F}_L نیروی لورنتز و \bar{E} نسبت استخراج انرژی ناشی از وجود میدان مغناطیسی هستند.

مدل آشفتگی دو معادله‌ای $k-\epsilon$ RNG، بهینه شده مدل استاندارد بوده و دارای یک جمله اضافی در معادله \square (نرخ اضمحلال ویسکوز انرژی جنبشی) می‌باشد. شکل کلی معادلات مدل $k-\epsilon$ RNG به صورت زیر است:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho k}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u_j k)}{\partial x_j} = & \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + G + B - \rho \epsilon \end{aligned} \quad (4)$$

مغناطیسی سرعت جریان پلاسما را کاهش می‌دهد.

تحلیل عددی جریان سه بعدی ام.جی.دی توسط گیتانده و پاژی [۱۲] نیز نشان داد که در صورت نبود اثرات هال و لغزش یون و بدون افت ولتاژ محوری، توزیع پتانسیل متقارن می‌باشد. اما در صورت وجود اثر هال، خطوط پتانسیل، نزدیک پایانه‌های متضاد کاتد و آند جمع می‌شوند. بنابراین، ماکزیمم مقادیر در اتصالات خواهد بود و در مرکز کانال اثر هال افزایش می‌یابد. بابشو و همکاران [۱۳] نیز با مطالعه کاهش سرعت جریان پلاسما در ورودی هواپیما مافوق صوت با استفاده از یک میدان مغناطیسی اعمال شده مشاهده کردند که با حذف اثر هال، کاهش سرعت پلاسما ناشی از اعمال میدان مغناطیسی بیشتر می‌شود و افزایش بیش از اندازه اثر متقابل ام.جی.دی، منجر به ایجاد پدیده‌های نامطلوبی مانند جدایی جریان می‌شود.

همان گونه که در بخش پیشینه پژوهش بررسی شده است، فعالیت‌های انجام شده بر روی ژنراتورهای ام.جی.دی عموماً برای محدوده‌های عدد ماخ در حدود ۴ بوده است و فعالیت‌های عددی یا تجربی بر روی محدوده ماخ در حدود صوت انجام نگرفته است. محدوده عدد ماخ در حدود ۴ مربوط به موتورهای اسکرم جت می‌باشد. در موتورهای توربوجت عادی، سرعت ورودی جریان به محفظه احتراق بایستی حتماً دارای ماخ کمتر از ۱ باشد و لذا نیاز است تا جریان مافوق صوت به مادون صوت تبدیل گردد. استفاده از ژنراتورهای ام.جی.دی در این موتورها علاوه بر کاهش سرعت جریان هوا در ورودی محفظه احتراق، می‌تواند تا حدودی توان الکتریکی مورد نیاز هواپیما را نیز تأمین کند. البته آسیب‌های ناشی از اثر هال که به شدت مانع کاهش سرعت جریان پلاسما ناشی از میدان مغناطیسی اعمال شده می‌شود و تولید توان الکتریکی را کاهش می‌دهد را نیز باید در نظر گرفت هر چند که با انتخاب هندسه مناسب و تقسیم بندی الکترودها می‌توان تأثیر آن را کاهش داد. به منظور دستیابی به حداکثر توان و همچنین تغییرات میزان سرعت جریان و کاهش تأثیرات اثر هال، نیاز است تا هندسه‌های مختلف ورودی برای جریان در محدوده عدد ماخ حدود ۲ مورد بررسی قرار گیرد. مطالعه حاضر به عنوان اولین مطالعه کاربرد این نوع ژنراتورها در محدوده اعداد ماخ حدود ۲ است.

۲- معادلات حاکم

معادلات حاکم مربوط به ژنراتور ام.جی.دی شامل معادلات ناویر-استوکس به اضافه جملات چشمه الکترومغناطیسی، معادلات ماکسول و قانون اهم تعمیم یافته به صورت زیر می‌باشد.

$$j_x = \frac{\sigma}{1+\beta^2} \left[\left(-\frac{\partial\phi}{\partial x} + vB \right) + \beta \left(\frac{\partial\phi}{\partial y} + uB \right) \right] \quad (9)$$

$$j_y = -\frac{\sigma}{1+\beta^2} \left[\left(\frac{\partial\phi}{\partial y} + uB \right) + \beta \left(\frac{\partial\phi}{\partial x} - vB \right) \right] \quad (10)$$

از ترکیب معادله (۶) و $\nabla \cdot J = 0$ معادله پتانسیل به شکل زیر حاصل

می‌شود:

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} = \quad (11)$$

$$B \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \beta B \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right)$$

ضریب بار یکی از پارامترهای کارایی ژنراتور ام.اچ.دی بوده و برابر با نسبت ولتاژ خارجی بار به ولتاژ تولیدی (یا توان الکتریکی مفید خروجی بر توان کل تولیدی) در ژنراتور است که از رابطه زیر محاسبه می‌شود [۱۴]:

$$K = E_y / uB \quad (12)$$

ضریب بار به علت هدر رفتن توان تولیدی به صورت گرمایش ژول باید کمتر از ۱ باشد و زمانی توان خروجی ماکزیمم خواهد بود که این مقدار برابر ۰/۵ باشد که نشان دهنده برابری مقاومت پلاسما و بار می‌باشد.

عدد بی بعد استوارت یا اثر متقابل مغناطیسی Q، نسبت نیروهای ام.اچ.دی به نیروهای طولی (اینرسی) بوده و برای بررسی اثر الکترومغناطیسی بر جریان هیدرودینامیک در راستای طولی مورد استفاده قرار می‌گیرد [۱۵]:

$$Q = \sigma B^2 L / (\rho u) \quad (13)$$

عدد رینولدز مغناطیسی جریان نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Re_m = \mu_0 \sigma u d_y \quad (14)$$

که در آن μ نفوذپذیری مغناطیسی است. فرض می‌شود که $Re_m \ll 1$ که در این حالت میدان مغناطیسی القایی خیلی کوچکتر از میدان مغناطیسی اعمالی بوده و قابل صرفنظر کردن می‌باشد. در این مقاله

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + \frac{\partial (\rho u_j \varepsilon)}{\partial x_j} = & \\ \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_1 \frac{\varepsilon}{k} G & \\ + C_1 (1 - C_3) \frac{\varepsilon}{k} B - C_2 \rho \frac{\varepsilon^2}{k} & \\ - \frac{C_\mu \eta^3 (1 - \frac{\eta}{\eta_0})}{1 + \beta \eta^3} \frac{\varepsilon^2}{k} & \end{aligned} \quad (5)$$

۲-۲- معادلات الکترومغناطیسی

این معادلات شامل معادلات ماکسول، معادله پیوستگی جریان الکتریکی و قانون اهم تعمیم یافته می‌باشد. معادلات ماکسول مبانی الکترومغناطیسی کلاسیک بوده و چگونگی ایجاد شدن میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی توسط بارها و جریان‌های الکتریکی و نیز پیدایش یکی از این میدان‌ها توسط تغییر میدان دیگر را توصیف می‌کنند. معادلات ساده شده ماکسول به صورت $\nabla \times E = 0$ می‌باشد که E میدان الکتریکی را نشان می‌دهد. معادله پیوستگی جریان الکتریکی هم به صورت $\nabla \cdot J = 0$ تعریف می‌شود، که طبق آن، J (چگالی جریان الکتریکی) خروجی از آند برابر J ورودی به کاتد می‌باشد. قانون اهم تعمیم یافته نیز به شکل زیر داده می‌شود:

$$J = \sigma(E + VB) - \beta(j \times b) \quad (6)$$

که در آن:

$$\beta = \frac{B}{|B|}$$

پارامتر حال الکترون و $b = \frac{B}{|B|}$ با توجه به اینکه در کانال دوبعدی ام.اچ.دی، سرعت و میدان الکتریکی شامل مولفه‌های x و y و میدان مغناطیسی فقط شامل مؤلفه z هستند، مؤلفه‌های چگالی جریان الکتریکی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$j_x = \frac{\sigma}{1+\beta^2} \left[(E_x + vB) - \beta(E_y - uB) \right] \quad (7)$$

$$j_y = \frac{\sigma}{1+\beta^2} \left[(E_y - uB) + \beta(E_x + vB) \right] \quad (8)$$

و بعد از جایگذاری $E = -\nabla \phi$ خواهیم داشت:

دیواره، خطای موجود در محاسبه گرادیانهای سرعت و پتانسیل با توجه به تابع دیواره در روی سطوح زیاد خواهد بود، لذا با ریز کردن شبکه در نزدیکی دیواره و استفاده از enhanced wall treatment در نرم افزار، تا حدی توابع نزدیک دیواره مناسب‌سازی شده‌اند. علاوه بر آن، برای محاسبه درست گرادیانهای سرعت و پتانسیل، شبکه طوری انتخاب شده که میزان y^+ کمتر از ۱ باشد.

۴- راستی آزمایی

برای راستی آزمایی حل عددی کار حاضر، از دو کار عددی و تجربی به صورت زیر استفاده شده است.

در راستی آزمایی عددی، کانتور عدد ماخ و نمودار توزیع گرمایش ژول روی دیواره‌ها و الکترودهای کانال حاصل از حل عددی جریان مافوق صوت داخل کانال ام.اچ.دی به ابعاد 4×20 میلی‌متر مربع با پنج جفت الکتروده در کار حاضر با کار شیومی و همکاران [۱۵] مقایسه شده است. در این شبیه‌سازی عددی، شرایط جریان ورودی و سایر مشخصات لازم مطابق جدول ۱ می‌باشد.

همچنین اختلاف پتانسیل بین دو الکتروده با استفاده از معادله (۱۶) و با فرض ضریب بار $0/5$ محاسبه شده است [۱۵].

$$\Delta\varphi_y = ku_0 B d_y \quad (16)$$

و اختلاف پتانسیل بین الکترودهای مجاور ناشی از اثر هال نیز از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\Delta\varphi_x = \varphi_{i+1} - \varphi_i \quad (17)$$

جدول ۱: مشخصات جریان ورودی به کانال

Table 1. Properties of channel inlet flow

مقدار	مشخصه
۴	عدد ماخ
۱۰۰۰ K	دمای استاتیک
۱۰۰ kPa	فشار استاتیک
۲۰ S/m	رسانایی الکتریکی پلاسما
۱۰۰۰ K	دمای استاتیک دیواره‌های عایق
۸ Tesla	شدت میدان مغناطیسی
۳۰۰ V	اختلاف پتانسیل بین دو الکتروده

عدد رینولدز مغناطیسی تقریباً برابر $Re_m \approx 1/3 \times 10^{-3}$ می‌باشد. عدد استوارت نیز برابر $0/367$ می‌باشد که نشان می‌دهد نیروی الکترومغناطیسی (نیروی لورنتز) اثر قابل توجهی روی پارامترهای جریان دارد. توان الکتریکی خروجی ژنراتور نیز از رابطه زیر به دست می‌آید:

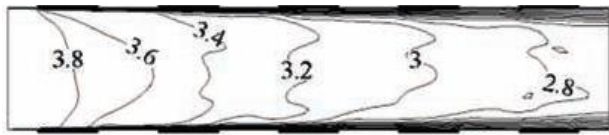
$$q = \int_V J \cdot E dV \quad (15)$$

۳- روش حل عددی و مدل آشفتگی

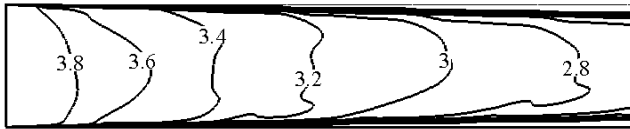
در این مقاله برای حل معادلات جریان درون ژنراتور از نرم افزار فلوئنت استفاده شده است. معادلات ناویر استوکس با حل کننده بر پایه چگالی به صورت ضمنی حل شده و با روش مرتبه دوم بالادست گسسته‌سازی شده‌اند. همچنین برای حل جملات چشمه الکترومغناطیسی و معادله پتانسیل به نرم‌افزار، کد به صورت یودی اف^۱ اضافه گردیده است. با توجه به استفاده از روش حل ضمنی مبتنی بر چگالی لازم است که مقدار گام زمانی به وسیله عدد کورانت مشخص شود. برای همگرایی سریع ترمی توان از عدد کورانت بزرگتر استفاده کرد، ولی در صورت واگرا شدن حل می‌توان مقدار عدد کورانت را تا $0/05$ هم، کاهش داد. همچنین با توجه به بالا بودن عدد رینولدز جریان و آشفتگی بودن آن، مدل آشفتگی $k-\epsilon$ RNG به کار گرفته شده است. با توجه به آنچه در مرجع [۱۶] آمده معمولاً رژیم جریان آرام برای مدل کردن پلاسما استفاده می‌شود [۲۱-۱۷]، مطالعات اندکی نیز در رابطه با مدل‌های آشفتگی مانند $k-\epsilon$ [۲۲ و ۲۳]، مقایسه مدل آرام با مدل $k-\epsilon$ [۲۴] یا مقایسه چند مدل آشفتگی (مدل‌های $k-\epsilon$ استاندارد، RNG $k-\epsilon$ و $k-\epsilon$ Realizable) [۲۵] گزارش شده است. زو و همکاران [۲۵] مدل‌های مختلف آشفتگی، یعنی مدل تنش رینولدز^۲، مدل‌های $k-\epsilon$ شامل استاندارد، RNG و Realizable را برای بررسی خصوصیات قوس برش پلاسما مقایسه کرده و نشان دادند که نتایج مدل‌های RSM و RNG $k-\epsilon$ با نتایج تجربی، سازگاری قابل قبولی دارند. ولیکن در تحقیق حاضر هر سه مدل $k-\epsilon$ استاندارد، RNG $k-\epsilon$ و $k-\epsilon$ Realizable مورد بررسی قرار گرفتند که با توجه به نتایج زو و همکاران، مدل RNG $k-\epsilon$ انتخاب گردید.

نکته‌ای که در اینجا باید بدان اشاره شود y^+ شبکه در نزدیکی دیواره و استفاده از توابع دیواره در کنار دیواره‌ها می‌باشد. در صورت استفاده از توابع

1 User Defined Function (UDF)
2 Reynolds Stress Model (RSM)



(الف) نتایج شبومی و همکاران



(ب) نتایج مطالعه حاضر

شکل ۲: مقایسه کانتور عدد ماخ در کانال ام.اچ.دی با ضریب هال $\beta = 0.5$

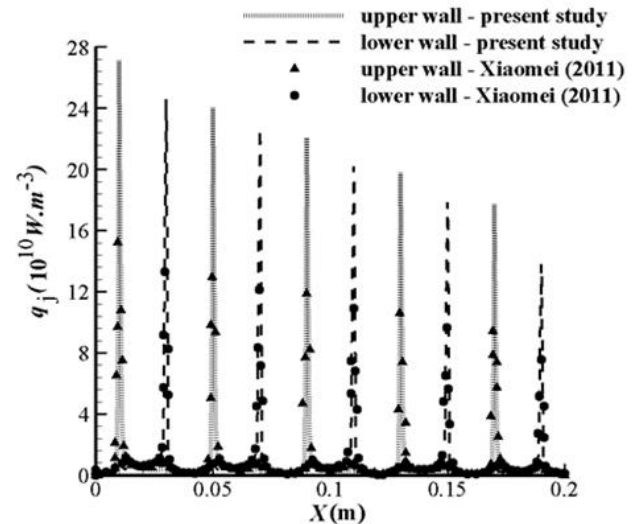
Fig. 2. Comparison of Mach contour in MHD channel with $\beta=0.5$

الکترودها و دیوارهای عایق، منجر به افزایش میزان گرمایش ژول در این نقاط می‌شود. بالا رفتن گرمایش ژول منجر به کاهش سرعت جریان در طول خط محور x نزدیک خط مرکزی کانال ام.اچ.دی می‌شود که در شکل ۲ به خوبی مشاهده می‌شود.

در راستی آزمایشی تجربی، نتایج حاصل از حل عددی کار حاضر و نتایج تجربی کار بابشو و همکاران [۲۶] (که در کار پورجعفرقلی و همکاران [۱] هم استفاده شده است) با هم مقایسه شده‌اند. در کار بابشو و همکاران از دستگاهی استفاده شده است که در تعداد دیگری از کارهای تجربی نیز مورد بهره برداری قرار گرفته است [۳ و ۴ و ۲۶ و ۲۷]. این دستگاه (شکل ۳) از یک لوله موج ضربه‌ای^۱، نازل و دیفیوزر تشکیل شده است. جریان پلاسما از لوله موج ضربه‌ای وارد نازلی با ضریب انبساط ۶/۷ شده و سپس وارد دیفیوزری با مشخصات نشان داده در شکل ۳ می‌شود. مشخصات جریان ورودی به دیفیوزر در جدول ۲ آمده است.

شکل ۴ نیز یک طرح شماتیکی از امواج ضربه‌ای در دیفیوزر و پارامترهای اصلی جریان شامل φ زاویه بین موج ضربه‌ای و دیواره دیفیوزر و 2α زاویه بین امواج ضربه‌ای به هم پیوسته و x_c فاصله از ورودی دیفیوزر را نشان می‌دهد.

در بخش اول، نتایج تصویر برداری شلرین حاصل از آزمایش گلوشاو و همکاران [۲۸ و ۲۹] برای حالت بدون میدان مغناطیسی و محل بهم پیوستن



شکل ۱: توزیع گرمایش ژول روی دیواره‌ها و الکترودهای کانال با ضریب هال

$$\beta = 0.5$$

Fig. 1. Joule heating distribution on the wall and electrodes with $\beta=0.5$

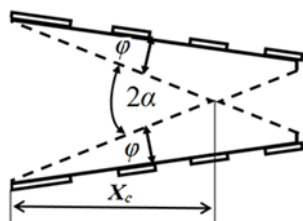
تقسیم بندی الکترودها مانع ایجاد جریان هال شده و فرض می‌شود که در وسط دو الکترو $j_x = 0$. بنابراین می‌توان نوشت:

$$j_x = \frac{\sigma}{1 + \beta^2} \left[(E_x + vB) + \beta(-E_y + uB) \right] \quad (18)$$

$$j_x = 0 \rightarrow E_x = \beta(E_y - uB)$$

$$\Delta\phi_x = E_x dx = \beta(\Delta\phi_y / d_y + uB) dx \quad (19)$$

نتایج گرمایش ژول روی دیواره‌ها و الکترودها و همچنین کانتور عدد ماخ در داخل کانال برای حالت با ضریب هال $\beta = 0.5$ در تحقیق حاضر با کار شبومی و همکاران در شکل‌های ۱ و ۲ نشان داده شده‌اند که این نتایج سازگاری خوبی با هم دارند. گرمایش ژول که با نام گرمایش اهمی یا گرمایش مقاومتی نیز شناخته می‌شود، فرایندی است که در آن با عبور جریان الکتریکی از یک رسانا، گرما تولید می‌شود و سراسر رسانای الکتریکی را تحت تأثیر قرار می‌دهد. گرمایش ژول از تعامل بین ذرات (الکترون‌ها و یونهای اتمی) در حال حرکت در داخل پلاسما می‌جاریافته در کانال ام.اچ.دی ایجاد می‌شود. گرمایش ژول با رابطه J^2 / σ ناشی از اتلافات اهمی بوده و به عنوان یک جمله چشمه الکترومغناطیسی به معادله انرژی افزوده می‌شود و سرعت جریان را در جریانهای مافوق صوت کاهش می‌دهد. بالا بودن دما و همچنین تراکم چگالی جریان الکتریکی در سطح مشترک بین

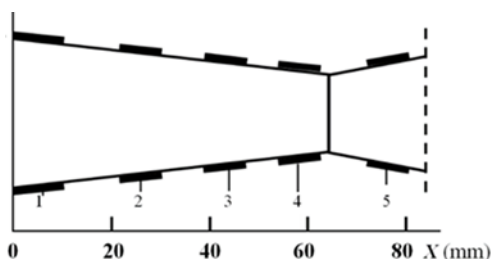


شکل ۴: طرح امواج ضربه‌ای بهم پیوسته در دیفیوزر و پارامترهای اصلی جریان

(ϕ, α, X_c)

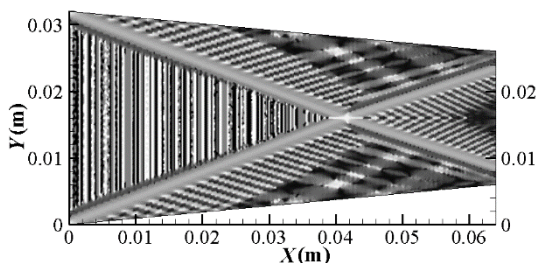
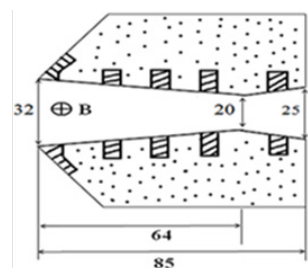
Fig. 4. Scheme of attached shocks in diffuser and basic flow parameters

(ϕ, α, X_c)

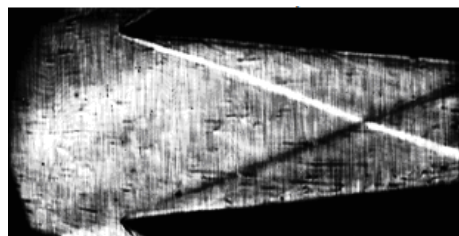


شکل ۳: طرح کلی کانال ام‌اچ‌دی مورد استفاده در تعدادی از کارهای تجربی [۲]

Fig. 3. Scheme of MHD channel that used in some of experimental works



(ب) نتایج عددی کار حاضر



(الف) تصویر شلرین تجربی [۴]

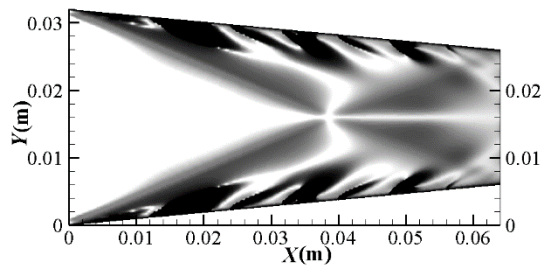
شکل ۵: مکان بهم پیوستن امواج ضربه‌ای در کانال بدون میدان مغناطیسی

Fig. 5. Position of the attached shocks in channel without magnetic field a) Experimental Schlieren picture b) present result

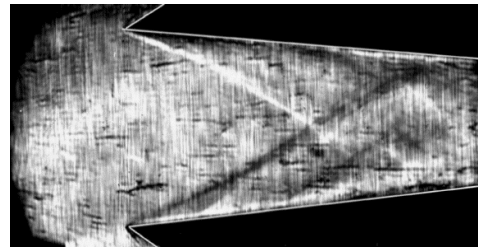
دارد که مکان بهم رسیدن موج ضربه‌ای بین نتایج تجربی و عددی با یکدیگر مقایسه شده‌اند. همانطور که از شکل پیداست، تطابق بین نتایج عددی و نتایج تجربی مطلوب هستند. نتایج نشان می‌دهد که بدون میدان‌های خارجی، موقعیت موج‌های ضربه‌ای بهم پیوسته و بازتاب یافته از یکدیگر منظم و عادی است. شکل ۶ به ازای شرایط ورودی یکسان، تاثیرات اعمال تنها میدان الکتریکی خارجی را نشان می‌دهد. در این حالت، به دلیل گرمایش ژول، ساختار دوزنقه‌ای جریان تحت تاثیر قرار گرفته و اندکی تغییر کرده است

موج‌های ضربه‌ای مایل و زاویه این موج‌ها در نقطه یاد شده با نتایج عددی کار حاضر مقایسه شده است.

در قسمت بعدی، برای حالت با میدان مغناطیسی صفر (تنها با وجود میدان الکتریکی به صورت ولتاژ ثابت) و در نهایت با وجود شدت میدان مغناطیسی برابر ۱/۳ تسلا (وجود هر دو میدان الکتریکی به صورت ولتاژ ثابت و میدان مغناطیسی)، نتایج آزمایش گلوشاو و همکاران و تحقیق حاضر با هم مقایسه شده‌اند. شکل ۵ اختصاص به جریان مافوق صوت عادی در کانال



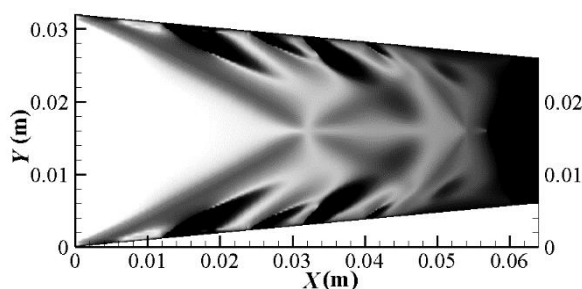
(ب) نتایج عددی کار حاضر



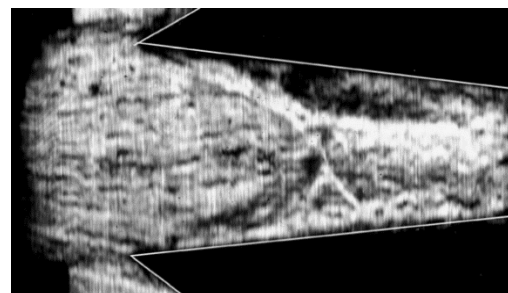
الف) تصویر شلرین تجربی [۴]

شکل ۶: مکان بهم پیوستن امواج ضربه‌ای در کانال با $B_z = 0$

Fig. 6. Position of the attached shocks in channel with $B_z=0$ a)Experimental Schlieren picture b)present result



(ب) نتایج عددی کار حاضر



الف) تصویر شلرین تجربی [۴]

شکل ۷: مکان بهم پیوستن امواج ضربه‌ای در کانال با $B_z = 1/3$ تسلا

Fig. 7. Position of the attached shocks in channel with $B_z=1.3$ Tesla a)Experimental Schlieren picture b)present result

گلوشاو و همکاران و کار حاضر مربوط به تغییرات x_c در حالت‌های مختلف با هم مقایسه شده‌اند.

۵- هندسه و شرایط مرزی مسئله

در تحقیق حاضر برای شبیه‌سازی عددی و بررسی تأثیر اثر هندسه و شرایط مرزی بر جریان مافوق صوت، چهار کانال به شرح زیر انتخاب شد (انتخاب هندسه کانال‌ها با استناد به شکل ۳ بر گرفته از مرجع [۲ و ۱۸] می‌باشد). انتخاب این شکل‌ها براساس شکل دهانه ورودی هوا در موتورهای جت روی هواپیماهای جنگی که با توجه به سرعت‌های مادون صوت و مافوق صوت و مأموریت خاصشان به شکل‌های مختلف از جمله واگرا ساخته می‌شوند بوده است. همچنین برای به دست آوردن هندسه مناسب برای تولید توان الکتریکی و راندمان الکتریکی ماکزیمم، کانال مستقیم و کانال واگرا - ثابت نیز مورد بررسی قرار گرفته‌اند.

کانالی مستطیلی شکل به طول ۶۴ میلی‌متر و عرض ۳۲ میلی‌متر با سطح مقطع ثابت

و علاوه بر مقعر شدن امواج ضربه‌ای، x_c نیز کوچک شده و نقطه بهم پیوستن این امواج به ورودی دیفیوزر نزدیک می‌شود. علاوه بر این در این حالت لایه نزدیک دیواره نیز بوضوح قابل مشاهده است. شکل ۷ حالتی را نشان می‌دهد که هر دو میدان الکتریکی و مغناطیسی اعمال و باعث افزایش گرمایش ژول و ایجاد نیروی لورنتز گردیده‌اند که نتیجه آن، افزایش تقعر امواج، توسعه شدید لایه نزدیک دیواره و کاهش بیشتر x_c می‌باشد. در نتایج تجربی اشاره شده در تحقیق حاضر نیز مکان، شیب و نحوه بهم پیوستن امواج ضربه‌ای تغییر پیدا کرده است که با نتایج کار حاضر سازگاری خوبی نشان می‌دهد. با توجه به تحقیق دلموند و یوهانسون [۳۰] عدد ماخ با زاویه موج ضربه‌ای رابطه عکس دارد (از مرجع [۳۰] داریم: $(\alpha > \sin^{-1}(1/M_1))$). لذا در اثر کاهش سرعت جریان امواج ناشی از اعمال میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی و افزایش زاویه موج‌های ضربه‌ای مایل بهم پیوسته، فاصله نقطه برخورد موج‌های ضربه‌ای بهم پیوسته از ورودی دیفیوزر کوچک شده و به سمت ورودی دیفیوزر حرکت می‌کند. در جدول ۳ نتایج حاصل از آزمایش

Table 4. Properties of channel inlet flow

جدول ۴: مشخصات جریان ورودی به کانال

مقدار	مشخصه
۲	عدد ماخ
۴۰۰ K	دمای استاتیک
۹۰ kPa	فشار استاتیک
۴۰ S/m	رسانایی الکتریکی
۹/۵ Tesla	شدت میدان مغناطیسی

Table 3. Position of the attached shocks

جدول ۳: مکان بهم پیوستن امواج ضربه‌ای

بدون میدان مغناطیسی		
$B_z=1/3$	$B_z=0$	
۳۳ mm	۳۶ mm	۴۳ mm
۳۲/۱۶ mm	۳۷ mm	۴۲/۳ mm
%۲/۵۴	%۲/۷۸	% ۱/۶۲

۵-۱- بررسی استقلال حل از شبکه

واضح است که برای مدل‌سازی جریان‌ات آشفته شبکه محاسباتی باید ریز باشد چرا که متغیرهای آشفته‌گی به ویژه در نزدیکی دیواره‌ها تغییرات مکانی شدیدی دارند. بنابراین شبکه در مجاورت دیواره‌ها با ضریب رشد ۱/۲ ریز شده است تا اثرات لایه مرزی به خوبی در نزدیکی دیواره‌ها در نظر گرفته شود. از طرفی باید توجه شود که توزیع مکانی یکنواختی از گره‌ها در داخل جریان و در قسمت اتصال شبکه نزدیک دیواره به بخش داخلی میدان جریان به دست آید. بنابراین شبکه‌هایی با اندازه‌های مختلف مورد مطالعه قرار گرفت که با توجه به اندازه Y^+ و شکل توزیع پارامترهای مختلف مانند گرمایش ژول

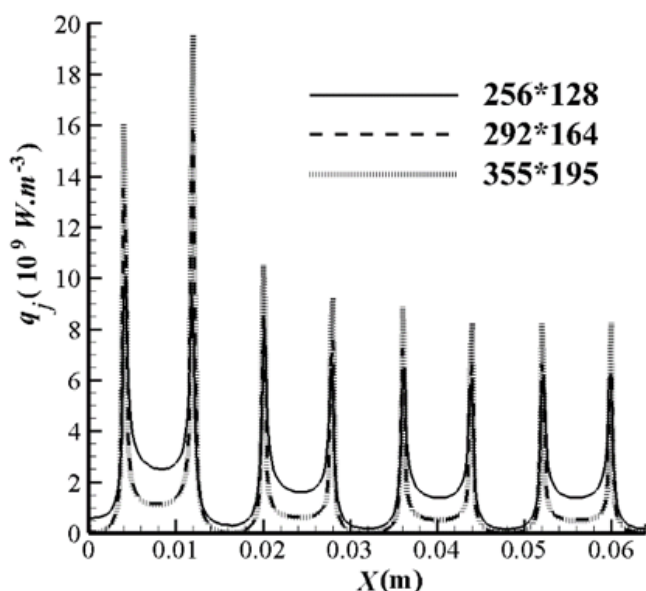
کانالی واگرا به طول ۶۴ میلی‌متر و عرض ورودی ۳۲ میلی‌متر با زاویه واگرایی ۵/۴ درجه.

کانالی واگرا-ثابت به طول ۶۴ میلی‌متر و عرض ورودی ۳۲ میلی‌متر که ۱۶ میلی‌متر اول با زاویه واگرایی ۵/۴ درجه به صورت واگرا و بقیه طول آن به صورت سطح مقطع ثابت با عرض ۳۵ میلی‌متر.

این کانال‌ها با چهار جفت الکتروود گسسته و دیواره عایق بین آن‌ها هر کدام برابر ۸ میلی‌متر در نظر گرفته شدند. شرایط جریان هوای (گاز کامل) ورودی با استناد به مقادیر مورد استفاده برای جریان مشابه در مرجع [۱۲] مطابق جدول ۴ انتخاب شدند. رسانایی الکتریکی پلاسما و شدت میدان مغناطیسی اعمالی، هر دو به صورت یکنواخت و ثابت فرض شده‌اند. همچنین دمای دیواره‌های عایق و الکتروودها در حالت دما ثابت برابر ۴۰۰ کلوین در نظر گرفته شده است.

برای معادلات ناویر استوکس، شرط مرزی ورودی و خروجی، فشار ثابت در نظر گرفته شد و مقادیر ورودی به اندازه‌ای تغییر داده شد تا عدد ماخ روی عدد مورد نظر تنظیم شود. همچنین شرط عدم لغزش در روی دیواره‌ها اتخاذ گردیده است. برای همگرایی بهتر، ابتدا جریان بدون میدان مغناطیسی با سرعت کم شروع و به مرور همراه با حل، به سرعت آن افزوده شده است تا جریان همگرا شود و بعد از رسیدن به جواب قابل قبول، جملات چشمه حاصل از اعمال میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی مربوط به معادلات ممنتوم، انرژی و پتانسیل الکتریکی به آن اضافه شده‌اند. روی دیواره‌های عایق و در مرزهای ورودی و خروجی مؤلفه عمودی جریان الکتریکی صفر است [۵]:

$$\vec{J} \cdot \vec{n} = 0 \quad (20)$$



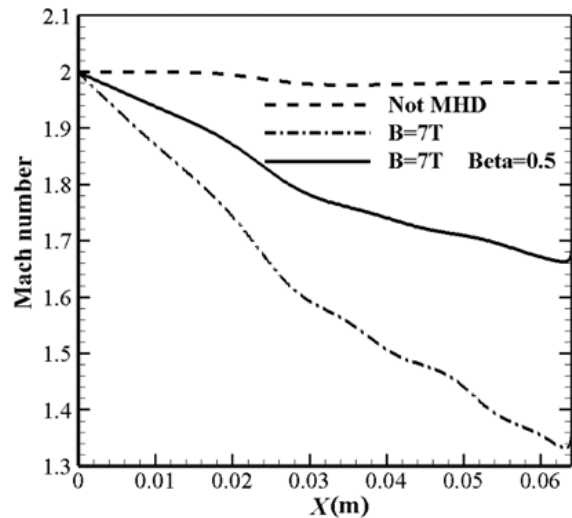
شکل ۸: مقایسه گرمایش ژول در کانال واگرا- ثابت با تعداد گره‌های مختلف

Fig. 8. Comparison of joule heating in divergent-constant channel with the number of different cells

با توجه به ثابت بودن رسانایی الکتریکی سیال و نزولی بودن مقادیر مطلق مؤلفه‌های گرادیان پتانسیل در روی دیواره‌ها، گرمایش ژول نیز روند نزولی دارد (افزایش مقدار گرمایش ژول در محل اتصال دوم الکتروود با دیواره عایق، به دلیل تغییر هندسه کانال از واگرا به ثابت می‌باشد).

۶- نتایج حل عددی و بحث

ابتدا توزیع عدد ماخ در یک کانال مستقیم در سه حالت بدون و با میدان مغناطیسی $B_z = 7$ تسلا و با میدان مغناطیسی $B_z = 7$ تسلا و ضریب هال $\beta = 0.5$ با هم مقایسه شدند. همانگونه که در شکل ۹ دیده می‌شود، تغییرات عدد ماخ در خط مرکزی کانال در حالت بدون میدان مغناطیسی اندک و در حالت وجود میدان مغناطیسی شدید و در صورت وجود میدان مغناطیسی و لحاظ کردن اثر هال متوسط می‌باشد. علت این رفتارهای متفاوت را می‌توان ناشی از وجود نیروی لورنتز در حالت وجود میدان مغناطیسی و اثر هال دانست. با توجه به این که نیروی لورنتز در جهت خلاف حرکت جریان عمل می‌کند باعث کاهش سرعت و عدد ماخ جریان می‌شود [۳۱]. این کاهش در ناحیه مرکزی کانال به سمت پایین دست جریان، جایی که موج‌های ضربه‌ای مایل به هم می‌رسند قابل توجه می‌باشد. این در حالی است که فشار در طول کانال افزایش می‌یابد (شکل ۱۰). ذکر این نکته نیز لازم است که اثر هال به شدت مانع کاهش سرعت جریان پلاسما در اثر میدان مغناطیسی اعمال شده می‌شود [۱۱]. همچنین باید توجه شود که اثر هال در مرکز کانال افزایش می‌یابد [۱۲]. همانگونه که در شکل ۹ نیز دیده می‌شود کاهش عدد ماخ خطی می‌باشد که دلیل آن را می‌توان با توجه به تعریف عدد هارتمن (رابطه (۲۲)) و مرجع [۳۲]، به صورت زیر توضیح داد، عدد هارتمن نسبت نیروی الکترومغناطیسی به

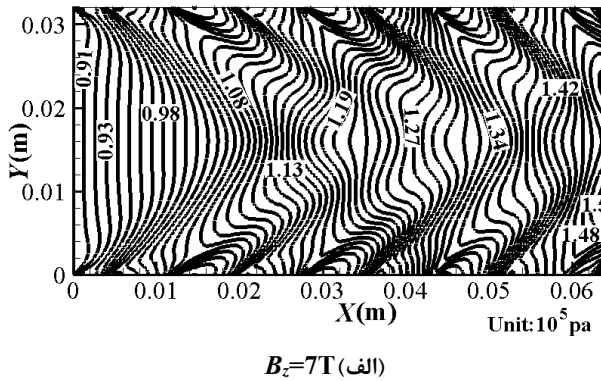
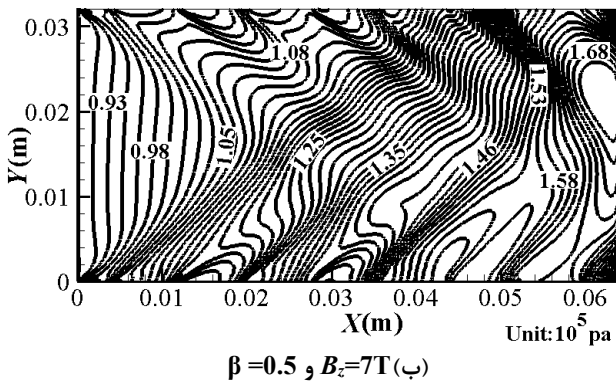


شکل ۸: مقایسه تغییرات عدد ماخ در خط مرکزی کانال با سطح مقطع ثابت در سه حالت بدون و با میدان مغناطیسی تسلا $B_z = 7$ و با میدان مغناطیسی $B_z = 7$ تسلا و ضریب هال $\beta = 0.5$

Fig. 9. Comparison of the Mach number variations in centerline of constant cross section channel in three modes of without magnetic field and with $B_z=7T$ and with $B_z=7T$ and $\beta=0.5$

و پتانسیل الکتریکی، شبکه‌ای با 292×164 سلول انتخاب گردید. همانگونه که در شکل ۸ دیده می‌شود با تغییر تعداد سلول از 292×164 به 355×195 تغییری در پارامترها به وجود نمی‌آید. شکل ۸، روند تغییرات گرمایش ژول در کانال واگرا- ثابت را نشان می‌دهد. با توجه به شرط عدم لغزش و صفر بودن مولفه‌های سرعت، گرمایش ژول در دیواره‌ها از معادله زیر محاسبه می‌شود:

$$q_j = \left| \frac{j^2}{\sigma} \right| = \sigma \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 \right] \quad (21)$$



شکل ۱۰: توزیع فشار استاتیکی

Fig. 10. Static pressure distribution

مغناطیسی به دست آمد. به منظور جلوگیری از حالت خفگی در خروجی مقدار $B_z = 9/\Delta T$ انتخاب شده است.

۶-۱-۱-۱ کانال با سطح مقطع ثابت

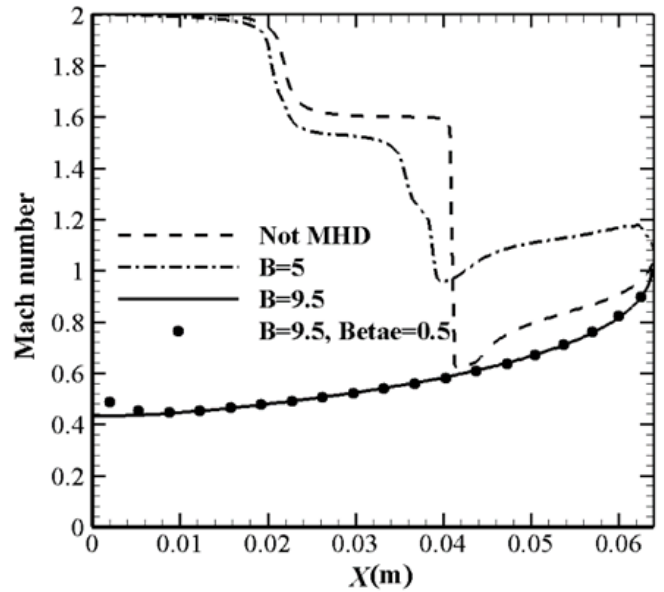
جریان ورودی هوا با ماخ ۲ در کانال با سطح مقطع ثابت حل شده و نتایج حاصل از آن نشان داد که در صورت اعمال میدان مغناطیسی عدد ماخ در خروجی تا $1/36$ کاهش می‌یابد که ناشی از تبدیل قسمتی از انرژی جنبشی به انرژی الکتریکی و تلفات گرمایش ژول می‌باشد. سرعت خروجی در این کانال در حالت نبود میدان مغناطیسی فقط اندکی کاهش می‌یابد همچنین رشد لایه مرزی قابل مشاهده می‌باشد. اما در صورت لحاظ کردن اثر هال، که مانع کاهش سرعت جریان پلاسما در اثر میدان مغناطیسی اعمال شده می‌باشد سرعت خروجی تا $1/38$ کاهش می‌یابد و علاوه بر آن، توزیع عدد ماخ به علت اثر هال، نامتقارن می‌شود.

۶-۱-۲ کانال همگرا

دومین کانال مورد بررسی، کانال همگرا بود. جریان مافوق صوت با ماخ ۲ در کانال همگرا، بدون اعمال میدان مغناطیسی و در اثر ایجاد موج ضربه‌ای قائم در x تقریباً برابر 0.04 متر به جریان مادون صوت تبدیل می‌شود (شکل ۱۱)، در نتیجه از انرژی جنبشی جریان به شدت کاسته می‌شود. نمودار توزیع عدد ماخ در خط مرکزی کانال بدون و با میدان مغناطیسی بدون و با لحاظ کردن اثر هال برای شدتهای میدان مغناطیسی ۵ و $9/5$ تسلا بدون و با ضریب هال $\beta = 0.5$ نشان داده شده است. با افزایش شدت میدان مغناطیسی به $9/5$ تسلا در هر دو حالت بدون و با در نظر گرفتن اثر هال، در اثر ایجاد موج ضربه‌ای قائم، سرعت جریان به شدت کاهش یافته و در همان ورودی به 0.4 ماخ می‌رسد (در حالت وجود اثر هال سرعت در ورودی به 0.5 ماخ می‌رسد) که با توجه به همگرا بودن کانال سرعت جریان در طول کانال به تدریج افزایش یافته و در خروجی به 0.9 ماخ می‌رسد. با توجه به وقوع موج ضربه‌ای عمودی در ابتدای ورود جریان سیال به کانال که منجر به اشکال در بهره برداری از انرژی جنبشی آن می‌شود قابلیت استفاده به عنوان کانال ام‌اچ‌دی را ندارد.

۶-۱-۳ کانال واگرا

سومین کانال مورد بررسی کانال واگرا با زاویه واگرایی $5/4$ درجه بود. با توجه به ماهیت واگرایی کانال و مافوق صوت بودن جریان، بدیهی است که در حالت بدون میدان مغناطیسی بایستی سرعت آن افزایش یابد هر چند



شکل ۱۱: توزیع عدد ماخ در کانال همگرا بدون و با میدان مغناطیسی و اثر هال β روی خط مرکزی

Fig. 11. Mach distribution in centerline of convergent channel without and with magnetic field and Hall Effect β

نیروی ویسکوزیته بوده و پایین بودن مقدار آن، نشان دهنده تأثیر کم نیروی الکترومغناطیسی و در نتیجه تأثیر کم آن روی تغییرات سرعت می‌باشد و همانگونه که سزگین و آیدین [۳۲] نشان دادند در اعداد هارتمن کمتر از 50 ، سرعت در مرکز کانال به صورت یکنواخت کاهش می‌یابد. لازم بذکر است که در مسئله مورد نظر این تحقیق، مقدار عدد هارتمن تقریباً 18 می‌باشد. لذا روند تغییرات به صورت خطی خواهد بود.

$$Ha = BL \sqrt{\frac{\sigma}{\mu}} \quad (22)$$

۶-۱-۴ بررسی نتایج هندسه‌های مختلف

برای استفاده از انرژی جنبشی موجود در جریان مافوق صوت ورودی به دهانه ورودی موتور هواپیما و تبدیل آن به انرژی الکتریکی در ژنراتور ام‌اچ‌دی و کمک به کاهش سرعت جریان گفته شده می‌توان هندسه‌های مختلف را مورد بررسی قرار داد. از جمله موارد مهم مورد بررسی تغییرات عدد ماخ، فشار استاتیکی، گرمایش ژول، توان الکتریکی تولید شده و راندمان الکتریکی قابل اشاره هستند. برای بررسی اثر هندسه روی عملکرد ژنراتور ام‌اچ‌دی سه هندسه مختلف بررسی شد. حداکثر شدت میدان مغناطیسی ممکن و قابل اعمال در کانال با سطح مقطع ثابت، با افزایش شدت میدان

کانال تا ۱/۲۹۶ ماخ کاهش پیدا می‌کند.

نتایج حل جریان در کانالهای مختلف با $B_z = 9/5T$ در دو حالت بدون و با اثر هال برابر $\beta = 0/5$ در جدول ۵ با هم مقایسه شده‌اند. با دقت در بخش بدون اثر هال نتایج این جدول می‌توان دریافت که بیشترین میزان کاهش سرعت در کانال واگرا - ثابت می‌باشد که در مقایسه با کانال واگرا با توجه به مافوق صوت بودن جریان قابل توجه بوده و نسبت به کانال ثابت نیز هر چند میزان گرمایش ژول دو کانال با هم تفاوت چندانی ندارد ولی محل اتصال قسمت واگرای کانال به قسمت ثابت آن باعث افت انرژی می‌شود. به گونه‌ای که با دقت در نتایج می‌توان دریافت که موج ضربه‌ای مایل با ماخ ۱/۶ در کانال واگرا - ثابت زودتر از کانال ثابت رخ داده است. ولی در صورت در نظر گرفتن اثر هال، هر چند بیشترین میزان کاهش سرعت باز هم در کانال واگرا - ثابت می‌باشد ولی توان الکتریکی و راندمان الکتریکی در کانال ثابت از بقیه بیشتر است. از طرفی، میزان گرمایش ژول در دو کانال واگرا - ثابت و ثابت، باز هم تفاوت چندانی با هم ندارد.

همانگونه که از جدول ۵ قابل مشاهده است، دلیل این تغییرات در دو حالت بدون و با اثر هال را می‌توان در روابط مربوطه جستجو کرد. با در نظر گرفتن اثر هال و با توجه به رابطه (۲۳)، کاهش گرمایش ژول و با توجه به روابط (۷)، (۸) و (۱۳)، افزایش توان الکتریکی خروجی در کانال ثابت، طبیعی به نظر می‌رسد.

موج ضربه‌ای مایل از شدت آن می‌کاهد. همچنین با اعمال میدان مغناطیسی به شدت $B_z = 9/5T$ سرعت جریان در طول کانال کاهش یافته و به ۱/۳۸ ماخ می‌رسد. انتظار می‌رفت سرعت جریان در خروجی کانال واگرا (۱/۳۸ ماخ) بیشتر از کانال ثابت (۱/۳۷ ماخ) شود اما یادآوری این نکته لازم است که دو دلیل باعث کاهش بیشتر سرعت نسبت به کانال ثابت می‌شود: ۱- افزایش میزان اختلاف پتانسیل اعمالی بر اساس معادله ۱۶ ناشی از افزایش فاصله الکترودها d_p در طول کانال ۲- افزایش گرمایش ژول ناشی از افزایش ۳۳٪ چگالی جریان الکتریکی نسبت به کانال ثابت.

در صورت لحاظ کردن اثر هال با ضریب $\beta = 0/5$ و اعمال میدان مغناطیسی به شدت $B_z = 9/5T$ ، سرعت جریان در خروجی کانال به ۱/۶۱ ماخ می‌رسد که آن هم به دلیل ممانعت اثر هال از کاهش سرعت جریان پلاسما در اثر میدان مغناطیسی می‌باشد.

۴-۱-۶ کانال واگرا - ثابت

هندسه دیگری که مطالعه شده است کانالی به شکل ترکیبی واگرا - ثابت می‌باشد. سطح مقطع کانال در ۰/۲۵ طول ابتدایی با زاویه ۵/۴ درجه واگرا بوده و بعد از آن ثابت می‌باشد. بررسی نتایج این حالت نشان داد که در صورت اعمال میدان مغناطیسی سرعت جریان در خروجی کانال به ۱/۱۶ ماخ کاهش می‌یابد. همچنین با در نظر گرفتن اثر هال، سرعت در خروجی

Table 5. Comparison of performance parameters of various channels with $B_z=9.5T$ in two modes of without and with Hall Effect

جدول ۵: مقایسه پارامترهای عملکرد انواع مختلف کانال با $B_z = 9/5T$ در دو حالت بدون و با اثر هال

هندسه کانال	سطح مقطع کانال							
	واگرا- ثابت		واگرا		همگرا		ثابت	
	$\beta=0$	$\beta=0/5$	$\beta=0$	$\beta=0/5$	$\beta=0$	$\beta=0/5$	$\beta=0$	$\beta=0/5$
Ma_2	۱/۳۶	۱/۳۸	۰/۹۷	۱/۰۰	۱/۴	۱/۶۱	۱/۱	۱/۲۹۶
$P_2(\text{kPa})$	۱۵۵	۱۵۲/۹۷	۴۳۰	۳۸۳/۲۷	۱۲۴	۹۲/۲۶۵	۱۹۳/۷۶	۱۲۰/۳۱
$T_{max}(\text{K})$	۶۴۳/۴	۶۸۳/۵۲	۷۱۴	۷۲۱/۷۶	۶۶۸/۳	۸۲۵/۳۷	۶۵۹/۷۱	۷۵۷/۶۷
$\bar{q}_j (\text{MW.m}^{-2})$	۲۹۰/۶۱	۲۸۷/۵۲	۵۲۵/۴	۶۶/۴۲	۳۹۰/۲۲	۳۵۶/۷۵	۲۹۸/۷۵	۲۸۲/۱۶
$\bar{q} (\text{MW.m}^{-2})$	۴۲۲/۲۸	۴۵۳/۲۱	۵۲۵/۴	۱۸۳/۸۹	۴۷۲/۹	۵۲۰/۵	۴۳۵/۲۸	۴۲۷/۷۵۶
η_e	%۵۹/۲۳	%۶۱/۱۸	%۵۰	%۷۳/۴۶	%۵۴/۸	%۵۹/۳۳	%۵۹/۳	%۶۰/۲۵

Table 7. Comparison of performance parameters of air and Krypton in fixed channel with $Bz=9.5T$ in two nodes of without and with Hall Effect

جدول ۷: مقایسه پارامترهای عملکرد هوا و کریپتون در کانال ثابت با $Bz = 9 / \Delta T$ در دو حالت بدون و با اثر هال

هوا		کریپتون		
$\beta=0$	$\beta=0.5$	$\beta=0$	$\beta=0.5$	
۱/۳۶	۱/۳۸	۱/۳۷	۱/۳۹	Ma_2
۱۵۵	۱۵۲/۹۷	۱۶۸	۱۶۳/۸۰۹	$P_2(kPa)$
۶۴۳/۴	۶۸۳/۵۲	۸۹۵/۵	۹۴۳/۰۳	$T_{max}(K)$
۲۹۰/۶۱	۲۸۷/۵۲	۲۰۵/۵	۱۸۸/۷۹	$\bar{q}_j (MW.m^{-2})$
۴۲۲/۲۸	۴۵۳/۲۱	۲۳۵/۵	۲۵۶/۸۷	$\bar{q} (MW.m^{-2})$
% ۵۹/۲۳	% ۶۱/۱۸	% ۵۳/۴	% ۵۷/۶۴	η_e

جت در صنایع فضایی نیز استفاده می‌شود و مسئله تولید برق در فضاپیماها در آینده از طریق ژنراتور ام.اچ.دی در حال تحقیق و بررسی عددی و تجربی می‌باشد و یکی از گازهای مورد بررسی کریپتون می‌باشد در این تحقیق نیز به این گاز و اثرات و نتایج آن پرداخته شد. در مورد تولید برق با استفاده از کانال ام.اچ.دی (به عنوان ژنراتور ام.اچ.دی) هم در کارهای تجربی و هم در کارهای عددی، علاوه بر هوا گازهای بی اثر مانند کریپتون نیز مورد توجه و بررسی قرار گرفته‌اند. چون امکان بالا رفتن دما حتی تا ۵۰۰۰ کلوین هم می‌باشد که در این دماها خنک کاری موتور فضاپیماها و هواپیماها با مشکل مواجه می‌شود. لذا گاز کریپتون نیز مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفت تا در صورتیکه مشکل خنک کاری (افزایش دما در اثر گرمایش ژول) قابل حل و یا حداقل کمتر باشد روی این گزینه و پیشنهاد آن به عنوان گاز مناسب برای حالت‌های خاص تمرکز شود. مقایسه تعدادی از ویژگی‌های کریپتون با هوا که می‌توانند در نتایج حل اثر گذار باشند در جدول ۶ آورده شده است. با توجه به این جدول، اثر متقابل ام.اچ.دی برای هوا برابر ۰/۳۷ و برای کریپتون برابر ۰/۲ می‌باشد.

اثر متقابل ام.اچ.دی که به صورت نسبت نیروهای الکترومغناطیسی به اینرسی (نسبت نیروهای ام.اچ.دی به نیروهای طولی) و با معادله زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{B^2 L^2 \frac{\sigma}{\mu}}{\rho U L / \mu} = \frac{B^2 L \sigma}{\rho U} \quad (24)$$

Table 6. Properties of channel inlet flow

جدول ۶: مشخصات جریان ورودی به کانال

کریپتون	هوا	
۹۹/۲۱ J/kg. K	۲۸۷ J/kg. K	ثابت ویژه گاز
۱/۶۷	۱/۴	نسبت گرمایی ویژه
۵۱۵ m/s	۸۰۲ m/s	سرعت ورودی در ماخ ۲
۰/۲	۰/۳۷	اثر متقابل ام.اچ.دی

$$q_j = \left| \frac{j^2}{\sigma} \right| = \frac{\sigma}{1 + \beta^2} \times \left[\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)^2 + 2B \left(u \frac{\partial \phi}{\partial y} - v \frac{\partial \phi}{\partial x} \right) + B^2 (u^2 + v^2) \right] \quad (23)$$

بنابراین با بررسی داده‌های جدول ۵ و دلایل زیر در انتخاب هندسه مناسب برای دهانه ورودی موتور هواپیما که به عنوان کانال ژنراتور ام.اچ.دی نیز مورد استفاده قرار خواهد گرفت، می‌توان نتیجه گرفت که کانالی با سطح مقطع ثابت به عنوان ژنراتور ام.اچ.دی برای هواپیما مناسب است.

۱- در انتخاب کانال ژنراتور مناسب برای تولید توان و جریان الکتریکی، باید توجه شود که در صورت ایجاد امواج ضربه‌ای مایل ضعیف‌تر و در نتیجه زاویه کوچکتر، میزان کاهش انرژی جریان نیز کمتر خواهد شد.

۲- کانال انتخابی، علاوه بر این که به عنوان یک ژنراتور ام.اچ.دی عمل می‌کند قسمتی از دیفیوزر یک موتور رمجت هواپیما نیز می‌باشد که شرایط جریان خروجی از آن باید با شرایط جریان مورد نیاز ورودی به این موتور نیز سازگاری داشته باشد.

۳- با توجه به نتایج هندسه‌های مختلف، مشاهده می‌شود که زاویه ماخ در کانال مستقیم کمتر از بقیه هندسه‌ها بوده و میزان فشار خروجی از این کانال نیز بیشتر از بقیه می‌باشد. همچنین راندمان الکتریکی آن نیز بالاتر می‌باشد. هر چند توان الکتریکی خروجی کانال واگرا از کانال ثابت بیشتر است ولیکن میزان گرمایش ژول آن نیز بالاتر می‌باشد. در نهایت توجه به مسائل آیرودینامیکی و ساخت سازه آن نیز، ضروری بنظر می‌رسد.

۶-۲- مقایسه نتایج حاصل از گاز کریپتون با هوا

در نهایت اختلاف عملکرد ژنراتور مانند گرمایش ژول و میزان تولید توان الکتریکی برای گازهای عامل هوا و کریپتون در کانالی با سطح مقطع ثابت بررسی شده است. با توجه به این که از موتورهای رمجت و اسکرم

می‌شود. در حالت وجود میدان مغناطیسی، هر چند در مقادیر پایین B_z ، تنها از شدت کاهش سرعت آن کاسته می‌شود (به عنوان نمونه در $B_z = \Delta T$)، ولیکن با افزایش شدت این میدان به $B_z = 9 / \Delta T$ ، بدون و با لحاظ کردن اثر هال با ضریب هال $\beta = 0 / 5$ ، در اثر ایجاد موج ضربه‌ای قائم در ورودی کانال، سرعت جریان به شدت کاهش یافته و به مادون صوت تبدیل می‌شود. این کانال نسبت به سایر کانال‌ها میزان توان الکتریکی خیلی پایینی دارد.

ج) کانال واگرا: این کانال در هر دو حالت بدون و با اثر هال، میزان گرمایش ژول بیشتر (در حالت بدون اثر هال، کانال همگرا بیشترین گرمایش ژول را دارد) و راندمان الکتریکی کمتری (در حالت با اثر هال، کانال همگرا کمترین توان الکتریکی خروجی را دارد) نسبت به سایر کانال‌ها دارد. با اعمال میدان مغناطیسی به شدت $B_z = 9 / \Delta T$ سرعت جریان در طول این کانال کاهش یافته و به $1/4$ ماخ می‌رسد. اما با در نظر گرفتن اثر هال، سرعت خروجی تا $1/61$ کاهش یافته و توزیع عدد ماخ نیز، نامتقارن می‌شود. د) کانال واگرا- ثابت: نتایج نشان داد که در صورت اعمال میدان مغناطیسی، سرعت جریان در خروجی کانال به $1/16$ ماخ کاهش می‌یابد. با دقت در نتایج کانال‌های با سطح مقطع ثابت، واگرا و واگرا- ثابت می‌توان دریافت که بیشترین میزان کاهش سرعت در کانال واگرا- ثابت می‌باشد که در مقایسه با کانال واگرا بر اساس واگرایی کانال و مافوق صوت بودن جریان قابل توجه بوده و نسبت به کانال ثابت نیز می‌توان گفت که هر چند میزان گرمایش ژول دو کانال با هم تفاوت چندانی ندارد ولی محل اتصال قسمت واگرایی کانال به قسمت ثابت آن باعث افت انرژی می‌شود.

در نهایت با توجه به پارامترهای گفته شده و نتایج جدول ۵ که میزان فشار خروجی و راندمان الکتریکی کانال ثابت بیشتر از بقیه می‌باشد، می‌توان نتیجه گرفت که کانالی با سطح مقطع ثابت برای استفاده در موتور توربومرجت به عنوان ژنراتور ام.اچ.دی مناسب می‌باشد.

۲- اختلاف عملکرد ژنراتور مانند گرمایش ژول و میزان تولید توان الکتریکی برای گازهای عامل هوا و کریپتون در کانالی با سطح مقطع ثابت بررسی شد و نتایج نشان داد که در صورت استفاده از گاز کریپتون بجای هوا، هر چند گرمایش ژول کاهش می‌یابد، ولیکن، توان و راندمان الکتریکی نیز در مقایسه با هوا کاهش می‌یابند. بنابراین گاز کریپتون جایگزین چندان مناسبی برای هوا نیست.

اثر متقابل ام.اچ.دی برای بررسی اثر الکترومغناطیسی بر جریان هیدرودینامیک در راستای طولی مورد استفاده قرار می‌گیرد. این عدد اهمیت نسبی یک میدان مغناطیسی در جریان را نشان می‌دهد. بالا بودن مقدار این عدد نشان دهنده تأثیر بالای اثر الکترومغناطیسی بر جریان سیال (پلازما) خواهد بود که نتیجه آن کاهش بیشتر سرعت جریان می‌باشد.

با توجه به مقادیر اثر متقابل ام.اچ.دی هوا و کریپتون انتظار می‌رود که اثر نیروی لورنتز روی پارامترهای جریان سیال مانند سرعت در حالت استفاده از کریپتون کمتر از هوا باشد که نتایج (جدول ۷) نیز آن را تأیید می‌کنند. هر چند استفاده از گاز کریپتون بجای هوا گرمایش ژول کمتری دارد ولی باید توجه داشت که توان الکتریکی خروجی آن نیز پایین می‌باشد.

۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق، به بررسی اثر ضریب هال و هندسه بر راندمان الکتریکی، میزان تولید توان الکتریکی و گرمایش ژول ژنراتور ام.اچ.دی پرداخته شد که نتایج حاصل به صورت کلی شامل موارد زیر می‌باشد:

۱- برای استفاده از انرژی جنبشی جریان مافوق صوت ورودی به دهانه موتور هواپیما و تبدیل آن به انرژی الکتریکی، امکان استفاده از دیفیوزر به عنوان ژنراتور ام.اچ.دی بررسی شد. شدت میدان مغناطیسی به گونه‌ای انتخاب شد که از ایجاد خفگی جریان در کانال (عدد ماخ در خروجی برابر ۱ باشد) جلوگیری شود. سپس اثر ضریب هال در راندمان و توان الکتریکی خروجی در هندسه‌های مختلف Z به شرح ذیل مورد بررسی قرار گرفتند:

الف) کانال ثابت: این کانال ساده‌ترین کانال مورد بررسی می‌باشد. جریان در این کانال، در حالت بدون میدان مغناطیسی، به جریان لایه مرزی کاملاً توسعه یافته تبدیل می‌شود و در حالت با میدان مغناطیسی، سرعت جریان در خروجی تا $1/36$ کاهش می‌یابد. اما در صورت لحاظ کردن اثر هال، سرعت خروجی تا $1/38$ کاهش می‌یابد و علاوه بر آن، توزیع عدد ماخ نیز نامتقارن می‌شود.

همچنین لازم به ذکر است که بیشینه راندمان الکتریکی توان الکتریکی تولیدی و فشار خروجی مربوط به این کانال می‌باشد.

ب) کانال همگرا: جریان در این کانال، در حالت بدون اعمال میدان مغناطیسی، در اثر ایجاد موج ضربه‌ای قائم در داخل کانال به جریان مادون صوت تبدیل می‌شود، در نتیجه از انرژی جنبشی جریان به شدت کاسته

۸- فهرست علائم

منابع

- [1] M. Pourjafarholi, G. Sheikhzadeh, and R. Maddahian. "Numerical investigation of the effect of the geometry and boundary conditions on Supersonic flow in a 2D MHD channel." *Modares Journal of Mechanical Engineering* 17.8 (2017): 301-312 (in Persian).
- [2] S.V. Bobashev, E. A. D' yakonova, A. V. Erofeev, T.A. Lapushkina, V. G. Maslennikov, S. A. Poniaev, A. A. Sacharov, and R. V. Vasil'eva. "Shock tube facility for MGD supersonic flow control." 21st AIAA Aerodynamic Measurement Technology and Ground Testing Conference, 2000.
- [3] S. V. Bobashev, A. V. Erofeev, T. y. A. Lapushkina, S. A. Poniaev, R. V. Vasil'eva, and D. M. Van Wie, "Experiments on MHD control of attached shocks in diffuser." 41st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2003.
- [4] S. Bobashev, A. Erofeev, T. Lapushkina, N. Mende, S. Poniaev, V. Sakharov, R. Vasilieva and D. Van Wie. "Recent results on MHD flow control at Ioffe institute." 14th AIAA/AHI Space Planes and Hypersonic Systems and Technologies Conference, 2006.
- [5] T. Lapushkina, S. Bobashev, R. Vasil'eva, A. Erofeev, S. Ponyaev, V. Sakharov and D. Van Wie. "Influence of electric and magnetic fields on the shock wave configuration at the diffuser inlet." *Technical Physics* 47.4 (2002) 397-405.
- [6] A. Kuranov, and E. Sheikin. "Magnetohydrodynamic control on hypersonic aircraft under AJAX concept." *Spacecraft and Rockets* 40.2 (2003) 174-182.
- [7] Z. Huang, Y. Liu, Z. Wang, and J. Cai. "Three-dimensional simulations of MHD generator coupling with outer resistance circuit." *Simulation Modelling Practice and*

علائم انگلیسی

شدت میدان مغناطیسی (T)	B
گرمای ویژه در فشار ثابت ($\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	c_p
ارتفاع کانال (m)	d_y
انرژی داخلی (J.kg^{-1})	e_i
شدت میدان الکتریکی (V.m^{-1})	E
چگالی جریان الکتریکی (A.m^{-2})	J
انرژی جنبشی جریان آشفته (J.kg^{-1})	k
ضریب بار	K
طول کانال (m)	L
فشار (N.m^{-2})	p
توان الکتریکی (W)	q
عدد استوارت	Q
ثابت ویژه گاز ($\text{J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	R
عدد رینولدز مغناطیسی	Re_m
زمان (s)	t
دما (K)	T
مؤلفه x سرعت (m.s^{-1})	u
سرعت (m.s^{-1})	V

علائم یونانی

نرخ اضمحلال ویسکوز انرژی جریان آشفته ($\text{J.kg}^{-1}.\text{s}^{-1}$)	ε
ضریب هدایت حرارتی ($\text{W.m}^{-1}.\text{K}^{-1}$)	λ
نفوذپذیری مغناطیسی (H.m^{-1})	μ_0
لزجت دینامیکی ($\text{kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$)	μ
چگالی سیال (kg.m^{-3})	ρ
رسانایی الکتریکی (S.m^{-1})	σ
تانسور تنش (N.m^{-2})	τ
پتانسیل الکترواستاتیکی (V)	φ
اتلاف ویسکوز (kg.m^{-3})	Φ

زیرنویس‌ها

داخلی	i
مغناطیسی	m
استاتیکی	s
حجم	v
محور عمودی	y

- Effect." *Chinese Journal of Aeronautics* 24.2 (2011) 136-144.
- [16] A. Lebouvier, C. Delalondre, F. Fresnet, V. Boch, V. Rohani, F. Cauneau, and L. Fulcheri. "Three-Dimensional Unsteady MHD modeling of a low current - high voltage non-transferred DC plasma torch operating with air." *IEEE Transactions on plasma science* 39.9 (2011) 1-12.
- [17] P. Freton, J.J. Gonzalez, and G. Escalier "Prediction of the cathodic arc root behaviour in a hollow cathode thermal plasma torch." *Physics D: Applied Physics* 42.19 (2009) 195-205.
- [18] E. Moreau, C. Chazelas, G. Mariaux, and A. Vardelle. "Modeling the restrike mode operation of a DC plasma spray torch." *Thermal Spray Technology* 15.4 (2006) 524–530.
- [19] D. Bernardi, V. Colombo, E. Ghedini, and A. Mentrelli. "Comparison of different techniques for the Fluent c based treatment of the electromagnetic field in inductively coupled plasma torches." *The European Physical Journal D* 27.1 (2003) 55–72.
- [20] B. Selvan, and K. Ramachandran. "Comparisons between two different three-dimensional arc plasma torch simulations." *Thermal. Spray Technology* 18.5-6 (2009) 846–857.
- [21] A. Blais, P. Proulx, and M. Boulos. "Three-dimensional numerical modelling of a magnetically deflected dc transferred arc in argon. " *Physics D: Applied Physics* 36.5 (2003) 488–496.
- [22] K. M. Tang, J. D. Yan, C. Chapman, and M. T. C. Fang. "Three- dimensional modelling of a dc arc plasma in a twin-torch system." *Physics D: Applied Physics* 43.34 (2010) 1-15.
- [23] H.P. Li, and E. Pfender, "Three dimensional modeling Theory 54 (2015) 1-18.
- [8] R. Tripathi, G.S. Seth, and M.K. Mishra. "Double diffusive flow of a hydromagnetic nanofluid in a rotating channel with hall effect and viscous dissipation: Active and passive control of nanoparticles." *Advanced Powder Technology* 28.10 (2017) 2630-2641.
- [9] D. Ryan, C. Loescher, I. Hamilton, R. Bean, and A. Dix. "Magnetic variation and power density of gravity driven liquid metal magnetohydrodynamic generators. " *Annals of Nuclear Energy* 114 (2018) 325–328.
- [10] M. Ishikawa, and K. Tateishit. "Development of Three-Dimensional Electric Current Streamer in Weakly Ionized Plasma with Strong Magnetic Field, High Temperature and High Velocity." *AIAA 99-3813, 30th Plasma-dynamics and Lasers Conference, 1999.*
- [11] Y. P. Golovachov, Y. A. Kurakin, A. A. Schmidt, et al. "Numerical investigation of non-equilibrium MGD flows in supersonic intakes." *32nd AIAA Plasmadynamics and Lasers Conference, 2001.*
- [12] D. V. Gaitonde, and J. Poggie. "Elements of a numerical procedure for a 3-D MGD flow control analysis." *40th AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, 2002.*
- [13] S. V. Bobashev, Y. P. Golovachov, and D. M. Van Wie. "Deceleration of supersonic plasma flow by an applied magnetic field." *Propulsion and Power* 19.4 (2003): 538-546.
- [14] Y. Golovachev, and S. Sushchikh. "Influence of electrode commutation on magnetohydrodynamic flow in a supersonic diffuser." *Technical Physics Letters* 25.5 (1999) 337-340.
- [15] Z. Xiaomei, L. Haoyu, X. Dajun, and C. Guobiao, "Numerical Simulation of 2D Supersonic Magnetohydrodynamic Channel and Study on Hall

- [28] Y. P. Golovachev, and S. Y. Sushchikh. "Supersonic air-scoop flows of a weakly ionized gas in external electromagnetic field." *Technical Physics* 45.2 (2000) 168-173.
- [29] Y. P. Golovachov, A. Schmidt, and S. Y. Suschikh. "Numerical investigation of MGD flows in the models of supersonic intakes." *Proceedings Of the 2nd Workshop on Magneto-Plasma-Aerodynamics in Aerospace Applications*, 2000.
- [30] C.P. Dullemond, and A. Johansen. "Lecture on: Hydrodynamics II: Numerical methods and applications." University of Heidelberg, 2007.
- [31] Z.Y. Huang, Y.J. Liu, Z.Y. Wang, and J. Cai. "Three-dimensional simulations of MHD generator coupling with outer resistance circuit. " *Simulation Modelling Practice and Theory* 54 (2015) 1-18.
- [32] M. Tezer-Sezgin, and S. H. Aydm. "Solution of magneto-hydrodynamic flow problems using the boundary element method." *Engineering analysis with boundary elements* 30.5 (2006) 411-418.
- of the plasma spray process." *Thermal Spray Technology* 16.2 (2007) 245-260.
- [24] J. Bauchire, J. Gonzalez, and A. Gleizes. "Modeling of a DC plasma torch in laminar and turbulent flow." *Plasma Chemistry and Plasma Processing* 17.4 (1997) 409-432.
- [25] Q. Zhou, H. Li, X. Xu, F. Liu, S. Guo, X. Chang, W. Guo, and P. Xu. "Comparative study of turbulence models on highly constricted plasma cutting arc." *Physics D: Applied Physics* 42.1 (2009) 1-14.
- [26] S. Bobashev, A. Erofeev, T. Lapushkina, S. Poniaev, R. Vasil'eva, and D. Van Wie. "Effect of magnetohydrodynamics interaction in various parts of diffuser on inlet shocks: experiment." *Propulsion and Power* 21.5 (2005) 831-837.
- [27] S. Bobashev, R. Vasil'eva, E. D'yakonova, A. Erofeev, T. Lapushkina, V. Maslennikov, S. Ponyaev, V. Sakharov, and D. Van Wie. "The effect of MHD interactions on the input shock waves in a supersonic diffuser." *Technical Physics Letters*, 27.1 (2001) 71-73.

