



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

دوره چهل و پنجم، شماره ۲، زمستان ۱۳۹۲، صفحه ۶۳ تا ۷۵  
Vol. 45, No. 2, winter 2013, pp. 63-75



نشریه علمی - پژوهشی امیرکبیر (مهندسی مکانیک)  
Amirkabir Journal of Science & Research (Mechanical Engineering)  
(AJSR - ME)

## کنترل امیدانس چندگانه توسعه یافته برای یک ربات فضانورد با اجزاء انعطاف پذیر

پیام زرافشان<sup>۱</sup>، سیدعلی اکبر موسویان<sup>۲\*</sup>

۱- استادیار، گروه مهندسی فنی کشاورزی پردیس ابوریحان، دانشگاه تهران  
۲- استاد، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

(دریافت ۱۳۹۱/۳/۱۷، پذیرش ۱۳۹۲/۱۱/۱۹)

### چکیده

در این مقاله، دینامیک و کنترل یک سامانه رباتیک فضایی با اجزاء انعطاف پذیر طی یک عملیات جابه جایی جسم بررسی می گردد. اجزاء انعطاف پذیر شامل صفحات خورشیدی در یک سامانه رباتیک فضایی و همچنین مفاصل انعطاف پذیر آن طی یک مانور می تواند تحریک شده و شروع به ارتعاش نمایند. بنابراین، این ارتعاشات منجر به یک سری نیروهای اغتشاشی می شوند که به پایه متحرک و جسم جابه جا شده اعمال گشته و در نتیجه خطا در رده موقعیت و سرعت در مجری های نهایی و جسم را رقم می زنند. در این مقاله، با در نظر گرفتن یک ربات فضایی دارای چند بازو با مفاصل انعطاف پذیر و نیز صفحات خورشیدی غیر صلب، دینامیک سامانه به دو بخش حرکت اجزاء صلب و انعطاف پذیر تقسیم شده و یک مدل کاربردی برای پیاده سازی های کنترلی در سامانه های چندجسمی مرکب از اجزاء صلب و انعطاف پذیر توسعه داده می شود. سپس، بر پایه مسیر طراحی شده برای سامانه ربات فضانورد، کنترل امیدانس چندگانه توسعه یافته برای انجام جابه جایی جسم توسط این سامانه چندجسمی صلب انعطاف پذیر ارائه می شود. در پایان، یک سامانه ربات فضانورد که شامل دو بازو با مفاصل انعطاف پذیر و دوربین و آنتن به عنوان بازوی سوم و چهارم که با دو صفحه خورشیدی غیر صلب مجهز گردیده است، شبیه سازی رایانه ای می شود. نتایج به دست آمده مزیت های روش کنترلی پیشنهاد شده برای انجام یک عملیات جابه جایی جسم موفق و همچنین کاهش اثرات ارتعاشات عناصر انعطاف پذیر را نشان می دهند.

### کلمات کلیدی

روبات فضانورد، کنترل امیدانس چندگانه، انعطاف پذیری، جابه جایی جسم.

\* نویسنده مسئول وعده دار مکاتبات Email: moosavian@kntu.ac.ir

## ۱- مقدمه

بازوهای رباتیک به طور گسترده‌ای در انجام کارهای خطرناک، پرهزینه، یکنواخت و ملالت‌آور به کار گرفته می‌شوند. اغلب بازوهای رباتیک موجود به طریقی طراحی و ساخته می‌شوند که سختی لازم را دارا باشند تا بازوی نهایی بتواند با حداقل ارتعاشات به موقعیت نهایی مطلوب خود برسد. البته این سختی نباید با استفاده از طراحی‌های سنگین و حجیم بدست آید. چراکه، وجود بازوهای صلب سنگین، ناکارا بودن در مصرف انرژی و سرعت نسبت به بار عملیات را نشان داده است. همچنین عملیات ربات‌هایی با دقت بالا در بازه زمانی بعد از اتمام عملیات، بوسیله تغییرات دینامیکی آن‌ها شدیداً محدود می‌شود. از طرف دیگر، وجود اجزاء انعطاف‌پذیر بر روی ربات‌ها مانند صفحات خورشیدی ربات‌های فضایی و یا بازوهای بلند یک ربات منجر به در نظر گرفتن تمهیداتی برای مقابله با اثرات انعطاف‌پذیری می‌گردد. زمان استقرار برای ارتعاش اجزاء مزبور، می‌تواند عملیات را به تاخیر بیاندازد و بنابراین، با نیاز به افزایش بهره‌وری از سامانه تعارض می‌یابد. این تضاد بین سرعت بالا و دقت بالا برای انجام یک عملیات، کنترل این ربات‌ها را تبدیل به یک مسئله تحقیقاتی چالش‌انگیز نموده است.

سامانه‌های رباتیک با عضوهای انعطاف‌پذیر، سامانه‌های دینامیکی پیوسته‌ای هستند که از معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی جفت‌شده و غیرخطی تبعیت می‌کنند و حل تحلیلی چنین سامانه‌هایی تقریباً امکان‌پذیر نیست. مشکل اصلی این ربات‌ها، مسئله ارتعاش این بازوها به دلیل سختی کم آن‌ها است. به‌عنوان نمونه، تخمین زده شده است که ساعت‌های فراوانی برای مستهلک کردن ارتعاشات در طول ۱ اینچ در سامانه بازوی کنترل از راه دور در ایستگاه فضایی بین‌المللی لازم است [۱]. باید در نظر داشت که اگر اثرات انعطاف‌پذیری در مدل ریاضی در نظر گرفته نشود، دو نوع خطا به وجود خواهد آمد؛ نوع اول در نیروی لازمه برای عملگرها و نوع دوم در دقت موقعیت مجری‌نهایی رخ می‌دهد. این در حالی است که موقعیت مجری‌نهایی برای کارهای دقیق بهتر است که شامل ارتعاشات با دامنه خیلی کم و یا در حالت ایده‌ال، هیچ ارتعاشی را در بر نداشته باشد. بنابراین برای دستیابی به دقت بیشتر، باید از یک مدل ریاضی دقیق از سامانه استفاده شود.

در دینامیک اجسام چندجسمی، یک دستگاه اینرسی به عنوان دستگاه مرجع کلی برای تشریح حرکت یک سامانه چندجسمی به کار می‌رود. همچنین یک دستگاه مرجع واسطه به هر یک از اجزاء انعطاف‌پذیر متصل است که جابه‌جایی‌ها و چرخش نسبی

جسم را تعقیب می‌نماید. از طرفی، در کنترل سامانه‌های چندجسمی با اعضای انعطاف‌پذیر، در نظر گرفتن یک مدل دینامیکی مناسب به وجهی که بتواند در الگوریتم‌های کنترلی علاوه بر سادگی، کاربردی‌تر نیز باشد، دارای اهمیت ویژه‌ای است. از این‌رو، ویژگی‌های یک رویکرد مناسب برای مدل‌سازی دینامیکی سامانه‌های چندجسمی انعطاف‌پذیر در الگوریتم‌های کنترلی مبتنی بر مدل برای این سامانه‌ها بسیار مورد توجه قرار می‌گیرد. در تمامی مراجعی که در این پژوهش تاکنون مورد بررسی قرار گرفته‌اند، از یک انباشتگی در مدل‌سازی دینامیکی سامانه چندجسمی انعطاف‌پذیر بهره جسته‌اند. در حقیقت انباشتگی در مدل دینامیکی یک سامانه چندجسمی انعطاف‌پذیر، به ترکیب و جفت‌شدگی بین اثرات انعطاف‌پذیری و حرکت صلب اجزاء یک سامانه چندجسمی در پارامترهای مدل دینامیکی (نظیر ماتریس جرمی) اطلاق می‌شود.

در سال‌های اخیر، تلاش‌های قابل توجهی به مدل‌سازی، طراحی و کنترل سامانه‌های دینامیکی انعطاف‌پذیر انجام شده است. تعداد نشریات مربوط به این موضوع به طور پیوسته‌ای افزایش یافته است. بررسی‌های بسیاری مربوط به این موضوع در مقالات تحقیقی دوره‌ای از جمله بر روی سامانه‌های انعطاف‌پذیر در مراجع [۲ و ۳] گردآوری شده‌اند. همچنان که در عرصه جابه‌جایی اجسام برای ربات‌های پایه متحرک در مرجع [۴]، ربات با مفاصل انعطاف‌پذیر را برای محاسبه بیشترین بار مجاز قابل حمل و در مرجع [۵]، ربات با بازوهای انعطاف‌پذیر برای گرفتن جسم و در مرجع [۶]، ربات با اعضای انعطاف‌پذیر در کنترل موقعیت مجری‌نهایی در نظر گرفته شده‌اند و در مدل‌سازی دینامیکی سامانه برای هر یک از آن‌ها از یک مدل دینامیکی انباشته استفاده شده است. این در حالی است که دینامیک غیرانباشته می‌تواند یک قدم موثر در بهبود و ساده‌سازی مدل‌سازی دینامیکی و کنترل سامانه‌های چندجسمی رباتیکی با پایه متحرک و اعضای انعطاف‌پذیر داشته باشد. همچنین، مرجع [۷] یک روش کنترل امیدانس تطبیقی برای بازوهای انعطاف‌پذیر را با استفاده از روش کنترل مسیر مجری‌نهایی ارائه کرده است. مراجع [۸ و ۹] به‌طور تئوری و تجربی به بررسی کنترل نیرو و موقعیت برای یک ربات چندعضوی پایه متحرک پرداخته‌اند. مرجع [۱۰] یک کنترل ترکیبی نیرو و موقعیت را برای بازوهای انعطاف‌پذیر متحرک که با محیط در بیش از یک نقطه تماس دارند، در نظر گرفته است. مرجع [۱۱] کنترل ترکیبی نیرو و موقعیت را بر روی بازوی انعطاف‌پذیر  $n$  عضوی فضایی انجام داده است. مرجع [۱۲] روش

اجزاء صلب را از معادلات حرکت اجزاء انعطاف پذیر جدا می نماید [۱۸ و ۱۷]. بنابراین دستگاه معادلات ساده تری از معادلات دینامیکی سامانه بدست می آید که می تواند در پیاده سازی کنترلرهای مدل مبنا نیز مورد استفاده قرار بگیرد. این رویکرد مدل سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف پذیر، مدل سازی دینامیکی اجزاء صلب و انعطاف پذیر یک سامانه کلی یکپارچه را جدا می نماید. در نتیجه جفت شدگی بین این دو دسته از معادلات به وسیله قیود سینماتیکی به دست می آید که باید همزمان با این معادلات حل شوند. بنابراین در ابتدا مدل سازی دینامیکی اجزاء انعطاف پذیر پیوسته با استفاده از روش لاگرانژ و با فرض دستگاه شناور استخراج می گردد. این امر با ملحق کردن دستگاه شناور به هر عضو انعطاف پذیر پیوسته و بررسی حرکت هر عضو انعطاف پذیر در سامانه چندجسمی توسط دو دسته متغیرهای مرجع و الاستیک تعریف می شود. در انتها، معادلات حرکت این سامانه چندجسمی انعطاف پذیر با توجه به این رویکرد مدل سازی شده و با استفاده از این متغیرها به دست می آید. در این بخش رویکرد جدید مدل سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف پذیر که اخیراً توسط مؤلفین ارائه شده، [۱۷-۱۸]، به اختصار معرفی می گردد.

همان طور که می دانیم، معادلات حرکت یک جسم انعطاف پذیر در یک سامانه چندجسمی را می توان با استفاده از معادلات لاگرانژ استخراج نمود. بنابراین، فرمول بندی دینامیکی معادلات حرکت جسم انعطاف پذیر تحت جابه جایی ها و دوران های بزرگ با استفاده از دستگاه شناور بسط و توسعه داده می شود. همچنین نشان داده می شود که معادلات حرکت چنین سامانه ای می تواند با عناصری از جمله انتگرال های شکلی در کنار جرم جسم، ماتریس اینرسی و نیروهای تعمیم یافته همراه با ماتریس سختی نوشته شوند. انتگرال های شکلی که به میدان جابه جایی فرض شده بستگی دارند، در عناصر غیرخطی ظاهر می شوند که جفت شدگی بین حرکت مختصات مرجع و تغییرات الاستیک جسم را مشخص می نمایند. همچنین نشان داده می شود که ماتریس اینرسی به تغییرات الاستیک جسم بستگی داشته و در نتیجه تابعی ضمنی از زمان است. در فرمول بندی با استفاده از دستگاه شناور، وضعیت هر یک از جسم های انعطاف پذیر در سامانه چندجسمی به وسیله دو مجموعه از مختصات های مرجع و الاستیک مشخص می شوند. مختصات مرجع، موقعیت و جهت گیری جسم مورد نظر را تعریف می کند در حالی که مختصات الاستیک، تغییرات جسم را نسبت به مرجع جسم تشریح می کند. به منظور جلوگیری از مشکلات محاسباتی مرتبط

اغتشاشات تکین را برای تنظیم نیروهای تماسی و موقعیت عضو انعطاف پذیر مورد بررسی قرار داده است. مرجع [۱۳] از کنترل ترکیبی دو لایه برای کنترل بازوهای انعطاف پذیر استفاده کرده است. مرجع [۱۴] به بررسی کنترل ترکیبی نیرو و موقعیت برای بازوهای همکار در فضای سه بعدی پرداخته است. مرجع [۱۵] نشان داده است که برای بازوهای انعطاف پذیر چندعضوی فضایی، ارتعاشات نمی توانند فقط با کنترل نیروهای تماسی خنثی شوند. مرجع [۱۶] نیز کنترل ترکیبی نیرو و موقعیت بازوهای چندعضوی را مورد بررسی قرار است.

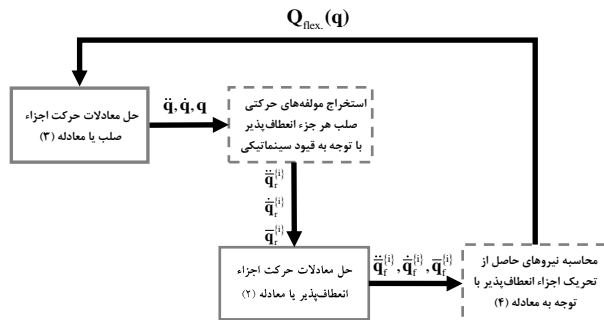
در این مقاله، با درک اهمیت این موضوع به مدل سازی دینامیکی یک سامانه چندجسمی رباتیک با اجزاء انعطاف پذیر بر اساس دیدگاه دینامیکی تعاملی اجزاء صلب و انعطاف پذیر پرداخته می شود. سپس با در نظر گرفتن یک ربات فضایی انعطاف پذیر مفروض، به انجام شبیه سازی های جامع برای کنترلر جابه جایی جسم چندگانه توسعه یافته برای این سامانه پرداخته می شود. در نهایت، نتایج پیاده سازی این کنترلر بر روی مسیرهای مختلف طراحی شده گفته شده و مزیت های آن مورد بررسی قرار می گیرد.

## ۲- مدل سازی دینامیکی

روش های متفاوتی برای مدل سازی بازوهای انعطاف پذیر ارائه شده است. مدل های ریاضی بازوها عموماً از قضایای انرژی استخراج می شوند. برای یک بازوی صلب ساده، انرژی جنبشی بوسیله اینرسی متحرک آن ها و همچنین انرژی پتانسیل، بوسیله موقعیت آن در میدان جاذبه ذخیره می شود. اما بازوهای انعطاف پذیر، انرژی پتانسیل را بوسیله تغییر شکل بازوها، مفاصل و یا گرداننده آن ها ذخیره می کند. دینامیک سامانه های چندجسمی با اجزاء انعطاف پذیر به یک سری دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی و جزئی منجر می شود که حل تحلیلی آن ها تقریباً غیرممکن است. مدل سازی دینامیکی این سامانه ها به یک تحلیل دقیق از این سامانه ها و کنترل ارتعاشات اجزاء انعطاف پذیر بدلیل سختی کم آن ها نیاز دارد.

همچنان که گفته شد، در اکثر تحقیقات یک انباشتگی در مدل سازی دینامیکی سامانه های چندجسمی با اجزاء انعطاف پذیر در نظر گرفته اند. در حقیقت به تعداد  $N_{flex}$  معادله حرکت برای اجزاء انعطاف پذیر، استخراج شده و به معادلات دینامیکی اجزاء صلب اضافه می گردد. این امر در حالی است که رویکرد جدید مدل سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف پذیر که اخیراً توسط مؤلفین ارائه شده است، مدل سازی دینامیکی معادلات حرکت

می‌باشد. برای استفاده از رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر، روند محاسبات در هر گام زمانی به همان صورت که در شکل (۱) نشان داده شده است به فرم زیر برقرار می‌باشد. در مرحله اول، معادلات حرکت اجزاء صلب یا معادله (۳) حل می‌شود و ترم‌های شتاب، سرعت و موقعیت این اجزاء صلب یا مقادیر  $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$  از معادلات فوق محاسبه می‌گردند. سپس مولفه‌های حرکت صلب هر جسم انعطاف‌پذیر شامل شتاب، سرعت و موقعیت یا  $\bar{\mathbf{q}}_r^{(i)}, \dot{\bar{\mathbf{q}}}_r^{(i)}, \ddot{\bar{\mathbf{q}}}_r^{(i)}$  تعیین می‌گردد و به معادلات حرکت اجزاء انعطاف‌پذیر به عنوان ورودی اعمال می‌شوند. ارتباط بین این دو دسته از متغیرها با توجه به قیود سینماتیکی بین مبدا دستگاه شناور که به هر عضو انعطاف‌پذیر الصاق شده و دستگاه مرجع جسم صلب معین می‌گردد. با در نظر گرفتن این ورودی‌ها و حل سطر دوم معادله (۲)، مولفه‌های حرکت انعطاف‌پذیر هر جسم صلب شامل شتاب، سرعت و موقعیت یا  $\bar{\mathbf{q}}_f^{(i)}, \dot{\bar{\mathbf{q}}}_f^{(i)}, \ddot{\bar{\mathbf{q}}}_f^{(i)}$  محاسبه می‌شوند. با استفاده از این مقادیر و جایگزینی آن‌ها در سطر اول معادله (۲)، نیروهای قیدی یا  $\mathbf{Q}_c^{(i)}$  به دست می‌آیند. سپس این نتایج با توجه به معادله (۴) به معادلات حرکت اجزاء صلب به عنوان نیروهای حاصل از تحریک اجزاء انعطاف‌پذیر یا  $\mathbf{Q}_{flex}(\mathbf{q})$  اعمال می‌گردد. در ادامه معادلات دینامیکی یک سامانه رباتیکی پایه متحرک فضایی را با توجه به رویکرد مدل‌سازی بیان شده استخراج می‌نماییم.



شکل (۱): بلوک دیاگرام رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر

ربات فضانورد، سامانه فضایی فعال شده‌ای است که به بازوهای مجهز گردیده است. برخلاف ربات‌های پایه ثابت، پایه ربات فضانورد به نیروهای دینامیکی عکس‌العملی ناشی از حرکت بازو پاسخ می‌دهد. بی‌شبهت با بازوهای فضایی بلند، ربات فضانورد در مقیاس یک انسان یا فضانورد بوده که معمولاً فرض می‌شود دارای اجزاء صلب می‌باشد. با درک اهمیت این موضوع و پیچیدگی دینامیکی این سامانه‌ها و همچنین وجود اجزاء انعطاف‌پذیری مانند صفحات خورشیدی بر روی ربات فضایی،

با فضاهای با بعد نامتناهی، این مختصات‌ها به وسیله روش‌های تقریب کلاسیک مانند روش‌های ریلی-ریتز مطرح می‌شوند. بنابراین موقعیت کلی یک نقطه دلخواه بر روی جسم انعطاف‌پذیر به وسیله این دو مختصات مرجع و الاستیک تعریف می‌شوند. همچنین با بسط انرژی جنبشی جسم انعطاف‌پذیر، اینرسی جفت‌شده بین حرکت مرجع و تغییرات الاستیک نیز مشخص می‌شوند. انرژی جنبشی به صورت کار مجازی نیروهای عمل‌کننده بر جسم با عناصر جفت‌شده برای مجموعه مختصات مرجع و الاستیک نوشته می‌شود. بنابراین معادلات حرکت به صورت معادله (۱) به دست آید:

$$\mathbf{M}_f^{(i)} \ddot{\mathbf{q}}^{(i)} + \mathbf{K}^{(i)} \mathbf{q}^{(i)} = \mathbf{Q}_e^{(i)} + \mathbf{Q}_v^{(i)}, \quad \{i\} = \{1, 2, \dots, n_b\} \quad (1)$$

که در آن  $n_b$  تعداد جسم‌های انعطاف‌پذیر سامانه چندجسمی بوده و به ترتیب،  $\mathbf{K}^{(i)}$  ماتریس سختی،  $\mathbf{M}_f^{(i)}$  ماتریس جرمی،  $\mathbf{Q}_v^{(i)}$  بردار سرعت‌های غیرخطی شامل نیروهای گریز از مرکز و کریولیس جسم  $\{i\}$  هستند. همچنین معادلات حرکت در شکل جزئی برای مولفه‌های صلب  $(r)$  و انعطاف‌پذیر  $(f)$  به صورت معادله (۲) به دست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_r^{(i)} & \mathbf{m}_f^{(i)} \\ \mathbf{m}_f^{(i)} & \mathbf{m}_f^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_r^{(i)} \\ \ddot{\mathbf{q}}_f^{(i)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_f^{(i)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_r^{(i)} \\ \mathbf{q}_f^{(i)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{Q}_e^{(i)})_r \\ (\mathbf{Q}_e^{(i)})_f \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} (\mathbf{Q}_v^{(i)})_r \\ (\mathbf{Q}_v^{(i)})_f \end{bmatrix} \quad (2)$$

همچنین اگر بتوان فرض نمود که معادلات حرکت سامانه رباتیک پایه متحرک با در نظر گرفتن رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر را بتوان به صورت زیر گسترش داد [۱۸]:

$$\mathbf{H}(\mathbf{q}) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) + \mathbf{G}(\mathbf{q}) = \mathbf{Q}(\mathbf{q}) + \mathbf{Q}_{flex}(\mathbf{q}) \quad (3)$$

که در آن  $\mathbf{q}$  متغیرهای مربوط به اجزاء صلب سامانه بوده و  $\mathbf{H}, \mathbf{C}, \mathbf{G}$  و  $\mathbf{Q}$  به ترتیب ماتریس جرمی، بردار عناصر سرعت غیرخطی، بردار ترم‌های نیروهای وزنی و نیروهای تعمیم‌یافته هستند. همچنین  $\mathbf{Q}_{flex}(\mathbf{q})$  نیروهای تعمیم‌یافته ناشی از تحریک اجزاء انعطاف‌پذیری می‌باشد که بر اجزاء صلب به عنوان ترم اصلاح‌کننده یا نیروی قیدی وارد می‌شوند. با در نظر گرفتن معادله (۲)، این ترم را می‌توان به فرم زیر محاسبه نمود:

$$\mathbf{Q}_{flex}(\mathbf{q}) = \sum_{\{i\}=\{1\}}^{n_b} \mathbf{J}_f^{(i)T} (\mathbf{Q}_e^{(i)})_f \quad (4)$$

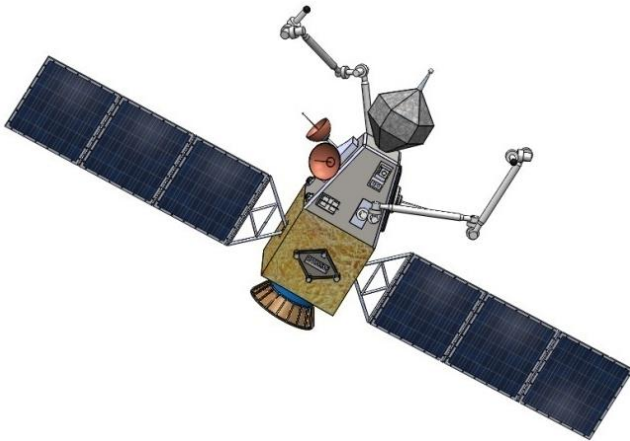
که در آن  $\mathbf{J}_f^{(i)}$  ماتریس ژاکوبین دستگاه شناور جسم انعطاف‌پذیر  $\{i\}$  ام نسبت بدنه اصلی سامانه می‌باشد. همان‌طور که قبلاً نیز شرح داده شد، رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر در حقیقت ترکیبی از روش‌های نیوتن-اولر و لاگرانژ

$$\mathbf{q} = \left\{ \mathbf{R}_{c_0}^T, \beta_0^T, \theta^T \right\}^T \quad (9)$$

$\beta_0$  معرف زوایای اویلر تعیین کننده جهت گیری پایه ربات در فضا و  $\theta$  بردار متغیرهای زوایای مفاصل بازوها می باشد که به شکل زیر تعریف می شود:

$$\theta^T = \left\{ \theta_1^{(1)}, \dots, \theta_{N_1}^{(1)}, \dots, \theta_1^{(m)}, \dots, \theta_{N_m}^{(m)}, \dots, \theta_1^{(n)}, \dots, \theta_{N_n}^{(n)} \right\}^T \quad (10)$$

که در آن  $n$  تعداد بازوها،  $N_m$  تعداد عضوهای  $(m)$  امین بازو و  $\theta_i^{(m)}$  زاویه مفصل  $m$ ام از بازوی  $N_m$  می باشد.  $\mathbf{Q}$  نیز بردار نیروها و گشتاورهای تعمیم یافته متناظر با بردار  $\mathbf{q}$  است که به همراه تعیین کلیه عوامل دینامیکی و سینماتیکی به تفصیل در مرجع [۱۹] شرح داده شده است. رابطه (۵)، معادلات دینامیکی یک ربات صلب را در فضای آزاد با عدم وجود اثرات گرانشی معین می نماید.



شکل (۲): نمایش سامانه ربات فضاورد مفروض شامل دو صفحه خورشیدی انعطاف پذیر

توجه داریم که در روش مدل سازی بر اساس رویکرد مدل سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف پذیر، پایه و بالک های خورشیدی جداگانه مدل شده اند و بنابراین نیروهای قیدی در سر گیردار صفحات خورشیدی انعطاف پذیر به پایه در نظر گرفته شده اند. دقت داریم با توجه به این رویکرد مدل سازی، نیروهای خارجی وارده بر این جسم انعطاف پذیر برابر است با:

$$\mathbf{Q}_c^{(i)} = \left\{ \mathbf{V}_{f_1}^{(i)}, \mathbf{V}_{f_2}^{(i)}, \mathbf{V}_{f_3}^{(i)}, \mathbf{M}_{f_1}^{(i)}, \mathbf{M}_{f_2}^{(i)}, \mathbf{M}_{f_3}^{(i)} \right\}^T \quad (11)$$

در واقع در هر لحظه پس از حل معادلات جسم صلب، عناصر شتاب مربوطه به عنوان ورودی این دسته معادلات جسم انعطاف پذیر بوده و پس از حل این معادلات با توجه به ورودی داده شده، خروجی به صورت یک نیروی تعمیم یافته اغتشاشی به پایه متحرک این سامانه اعمال می گردد. فقط باید توجه نمود، رابطه (۱۲) بین مولفه مکانی پایه ربات فضاورد و مبداء مختصات مرجع جسم انعطاف پذیر  $\{1\}$  ام یا دو نقطه از یک جسم صلب (پایه متحرک) برقرار می باشد:

مدل سازی دینامیکی این سامانه پیچیده با استفاده از رویکرد مدل سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف پذیر در این بخش بررسی خواهد شد. سامانه مورد بررسی شامل دو بازو و دو صفحه خورشیدی بوده که در شکل (۲) نشان داده شده است. بنابراین معادله حرکت یک ربات فضایی با اجزاء صلب و مفاصل انعطاف پذیر را بتوان در قالب معادله زیر فرمول بندی نمود:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}(\beta_0, \theta) \ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_1(\beta_0, \dot{\beta}_0, \theta, \dot{\theta}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}_2(\beta_0, \dot{\beta}_0, \theta, \dot{\theta}) \\ = \mathbf{Q}(\beta_0, \theta) + \mathbf{Q}_{flex}(\beta_0) + \mathbf{K}(\alpha - \theta) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{J} \ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}(\alpha - \theta) = \mathbf{Q}(\theta)$$

که در آن  $\mathbf{Q}_{flex}(\beta_0)$  نیروهای عکس العملی حاصل از تحریک صفحات خورشیدی هستند که بر روی پایه صلب ربات نصب شده اند. همچنین  $\alpha = \left\{ \alpha^{(1)}, \alpha^{(2)}, \dots, \alpha^{(i)} \right\}^T$  بردار زاویه دوران عملگرهای مفاصل می باشد.  $\beta_0$  متغیرهای تعمیم یافته پایه متحرک سامانه بوده و  $\theta$  شامل متغیرهای تعمیم یافته مفاصل می باشد. همچنین  $\mathbf{K}$  ماتریس قطری شامل سختی مفاصل می باشد و  $\mathbf{J}$  ماتریس قطری اینرسی روتورهای نصب شده بر روی مفاصل است. این دو دسته معادله بیان شده در رابطه (۵) جفت شده بوده و باید به طور همزمان حل شوند. همچنین سایر پارامترهای دینامیکی به شکل فرم معادلات (۶) تا (۸) توصیف می شوند [۱۹]:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_{ij} = M_{sys} \frac{\partial \mathbf{R}_{c_0}}{\partial q_j} \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{c_0}}{\partial q_i} + \frac{\partial \omega_0}{\partial q_i} \cdot \mathbf{I}_0 \cdot \frac{\partial \omega_0}{\partial q_j} + \\ \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left( m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{c_k}^{(m)}}{\partial q_i} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}_{c_k}^{(m)}}{\partial q_j} + \frac{\partial \omega_k^{(m)}}{\partial q_i} \cdot \mathbf{I}_k^{(m)} \cdot \frac{\partial \omega_k^{(m)}}{\partial q_j} \right) + \end{aligned} \quad (6)$$

$$\left( \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{c_k}^{(m)}}{\partial q_j} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{c_0}}{\partial q_i} + \left( \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{c_k}^{(m)}}{\partial q_i} \right) \cdot \frac{\partial \mathbf{R}_{c_0}}{\partial q_j}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_{ij} = M_{sys} \frac{\partial \mathbf{R}_{c_0}}{\partial q_i} \cdot \left( \sum_{s=1}^n \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{c_0}}{\partial q_s \partial q_j} \dot{q}_s \right) + \frac{\partial \omega_0}{\partial q_i} \cdot \mathbf{I}_0 \cdot \frac{\partial \omega_0}{\partial q_j} + \omega_0 \mathbf{I}_0 \frac{\partial^2 \omega_0}{\partial q_i \partial q_j} + \\ \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left( m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{c_k}^{(m)}}{\partial q_i} \cdot \left( \sum_{s=1}^n \frac{\partial^2 \mathbf{r}_{c_k}^{(m)}}{\partial q_s \partial q_j} \dot{q}_s \right) + \frac{\partial \omega_k^{(m)}}{\partial q_i} \cdot \mathbf{I}_k^{(m)} \cdot \frac{\partial \omega_k^{(m)}}{\partial q_j} + \omega_k^{(m)} \mathbf{I}_k^{(m)} \cdot \frac{\partial^2 \omega_k^{(m)}}{\partial q_i \partial q_j} \right) + \end{aligned} \quad (7)$$

$$\left( \sum_{s=1}^n \frac{\partial^2 \mathbf{R}_{c_0}}{\partial q_s \partial q_i} \dot{q}_s \right) \cdot \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left( m_k^{(m)} \frac{\partial \mathbf{r}_{c_k}^{(m)}}{\partial q_j} \right) + \frac{\partial \mathbf{R}_{c_0}}{\partial q_i} \cdot \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \left( m_k^{(m)} \sum_{s=1}^n \frac{\partial^2 \mathbf{r}_{c_k}^{(m)}}{\partial q_s \partial q_j} \dot{q}_s \right)$$

$$\mathbf{C}_{2i} = - \left( \omega_0 \mathbf{I}_0 \frac{\partial \omega_0}{\partial q_i} + \sum_{m=1}^n \sum_{k=1}^{N_m} \omega_k^{(m)} \mathbf{I}_k^{(m)} \frac{\partial \omega_k^{(m)}}{\partial q_i} \right) \quad (8)$$

به طوری که  $\omega_0$  سرعت دورانی،  $\mathbf{I}_0$  ماتریس ممان اینرسی پایه، با جرم کل ربات  $M_{sys}$ ،  $\omega_k^{(m)}$  سرعت دورانی لینک  $k$ ام از بازوی  $(m)$ ام،  $\mathbf{r}_{c_k}^{(m)}$  بردار موقعیت مرکز جرم لینک مزبور با جرم  $m_k^{(m)}$  و ماتریس ممان اینرسی  $\mathbf{I}_k^{(m)}$ ،  $\mathbf{R}_{c_0}$  بردار موقعیت مرکز ثقل پایه متحرک ربات نسبت به دستگاه اینرسی و  $\mathbf{q}$  متغیرهای حالت سامانه بوده که به صورت معادله (۹) تعریف می شود:

اشاره نمود. هرچند که هر یک از این روش‌ها برتری خود را در کنترل جسم برای ربات‌های صلب نشان داده‌اند، اما کارایی این الگوریتم‌ها برای ربات‌ها با اجزاء انعطاف‌پذیر بایستی مورد بحث و بررسی قرار بگیرند. آنچه در ادامه به آن پرداخته می‌شود، بهبود و پیاده‌سازی یکی از روش‌های موجود در کنترل جسم برای ربات‌ها با اجزاء انعطاف‌پذیر و نیز انجام شبیه‌سازی‌ها و مقایسه نتایج آن‌ها با یکدیگر است که در ادامه به آن پرداخته خواهد شد.

بنابراین معادلات حرکت سامانه رباتیک در فضای وظیفه بر حسب متغیرهای خروجی  $\tilde{\mathbf{X}}$  برابر باشد با:

$$\tilde{\mathbf{H}}^{(i)}(\mathbf{q}^{(i)})\ddot{\tilde{\mathbf{X}}}^{(i)} + \tilde{\mathbf{C}}^{(i)}(\mathbf{q}^{(i)}, \dot{\mathbf{q}}^{(i)}) = \tilde{\mathbf{Q}}^{(i)} + \tilde{\mathbf{Q}}_{flex}^{(i)} \quad (14)$$

که بالا نویسی  $^{(i)}$  مطابق با  $\dot{\mathbf{I}}$  امین بازوی عامل،  $\mathbf{q}^{(i)}$  بردار مختصات تعمیم‌یافته شامل زوایای مفصلی و جابه‌جایی‌ها و  $\tilde{\mathbf{X}}^{(i)}$  مختصات خروجی را توصیف می‌نماید. همچنین  $\tilde{\mathbf{C}}^{(i)}$  شامل تمامی جملات غیرخطی سرعت و جملات ثقلی می‌باشد. بردار نیروهای اغتشاشی ناشی از تحریک شدن صفحات انعطاف‌پذیر بوده و  $\tilde{\mathbf{Q}}^{(i)}$  نیز بردار نیروی تعمیم‌یافته در فضای کاری می‌باشد که:

$$\begin{aligned} \tilde{\mathbf{H}}^{(i)} &= \mathbf{J}_c^{(i)T} \mathbf{H}^{(i)} \mathbf{J}_c^{(i)} \\ \tilde{\mathbf{C}}^{(i)} &= \mathbf{J}_c^{(i)T} \mathbf{C}^{(i)} - \tilde{\mathbf{H}}^{(i)} \mathbf{J}_c^{(i)} \dot{\mathbf{q}}^{(i)} \\ \tilde{\mathbf{Q}}^{(i)} &= \mathbf{J}_c^{(i)T} \mathbf{Q}^{(i)} \\ \tilde{\mathbf{Q}}_{flex}^{(i)} &= \mathbf{J}_c^{(i)T} \mathbf{Q}_{flex}^{(i)} \end{aligned} \quad (15)$$

که در آن  $\mathbf{J}_c^{(i)}$  ماتریس ژاکوبین مطابق با  $\dot{\mathbf{I}}$  امین بازوی عامل می‌باشد. برای توسعه قانون MIC، بردار نیروهای تعمیم‌یافته در فضای وظیفه  $\tilde{\mathbf{Q}}^{(i)}$  به شکل زیر قابل تبیین است:

$$\tilde{\mathbf{Q}}^{(i)} = \tilde{\mathbf{Q}}_{app}^{(i)} + \tilde{\mathbf{Q}}_{react}^{(i)} = \tilde{\mathbf{Q}}_m^{(i)} + \tilde{\mathbf{Q}}_f^{(i)} + \tilde{\mathbf{Q}}_{react}^{(i)} \quad (16)$$

که  $\tilde{\mathbf{Q}}_{react}^{(i)}$  نیروی عکس‌العمل وارد بر مجری نهایی می‌باشد و  $\tilde{\mathbf{Q}}_{app}^{(i)}$  نیروی کنترلی اعمالی است که خود شامل  $\tilde{\mathbf{Q}}_m^{(i)}$  متناظر با حرکت سامانه و  $\tilde{\mathbf{Q}}_f^{(i)}$  متناظر با نیروی کنترلی مورد نیاز برای اعمال به جسم تحت کنترل می‌باشد. همچنین اگر معادله دینامیک جسم طبق رابطه زیر توصیف شود:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{F}_w + \mathbf{F}_c + \mathbf{F}_o = \mathbf{F}_e \quad (17)$$

بنابراین قانون امیدانسی اعمالی بر حرکت جسم به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\mathbf{M}_{des} \ddot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} = -\mathbf{F}_c \quad (18)$$

که  $\mathbf{e} = \mathbf{X}_{des} - \mathbf{X}$  خطای تعقیب جسم را نشان می‌دهد،  $\mathbf{K}_p$  و  $\mathbf{K}_d$  ضرایب تقویت ماتریسی کنترلر و  $\mathbf{M}_{des}$  ماتریس جرم

$$\bar{\mathbf{R}}_{0^{(i)}} = \bar{\mathbf{R}}_{C_0} + \bar{\mathbf{R}}_{0^{(i)}/C_0} \quad (12)$$

که این رابطه به همراه مشتق آن در رده سرعت و شتاب در پیاده‌سازی‌های مدل صلب در کنار اجسام انعطاف‌پذیر بایستی در نظر گرفته شود. بنابراین در مرحله اول بایستی دینامیک مستقیم جسم انعطاف‌پذیر  $\{\dot{\mathbf{1}}\}$  ام حل شود، پس داریم:

$$\ddot{\mathbf{q}}^{(i)} = (\mathbf{M}_f^{(i)})^{-1} (\mathbf{Q}_c^{(i)} + \mathbf{Q}_v^{(i)} - \mathbf{K}^{(i)} \dot{\mathbf{q}}^{(i)}) \quad (13)$$

با توجه به سطر دوم معادله برای مولفه‌های حرکت انعطاف‌پذیر آن، تغییرشکل الاستیک را برای هر کدام از بالک‌های انعطاف‌پذیر محاسبه می‌نماییم. در مرحله اول، نیروهای انتهای صفحات خورشیدی را به صورت معادله (۱۱) به دست می‌آوریم. پس از این و در مرحله دوم، با حل سطر اول از دینامیک معکوس جسم انعطاف‌پذیر، نیروهای اغتشاشی (نیروهای قیدی حاصل از تحریک صفحات انعطاف‌پذیر) را محاسبه نموده و بر پایه متحرک ربات فزانورد اعمال می‌کنیم که این امر روند مدل‌سازی دینامیکی این سامانه پیچیده فضایی را با توجه به رویکرد مدل‌سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف‌پذیر کامل می‌کند.

### ۳- کنترل امیدانسی چندگانه توسعه‌یافته

پیچیدگی‌های سامانه‌های چندجسمی انعطاف‌پذیر باعث شده که کنترل این سامانه‌ها خود به یک موضوع چالش‌انگیز و البته بسیار دشوارتر از کنترل سامانه‌های صلب مانند آن‌ها تبدیل شود. افزایش تعداد درجات آزادی سامانه‌های انعطاف‌پذیر، تاخیر در انتشار موج حرکت و عکس‌العمل اولیه از جمله دلایلی هستند که این امر را سبب می‌شوند، [۲۰]. در کنترل سامانه‌های چندجسمی انعطاف‌پذیر باید توجه داشت که سرعت و دقت در تعقیب مسیر مطلوب لازم و ضروری می‌باشد و عموماً این دو همزمان بدست نمی‌آیند، چراکه کنترلر سریع‌تر کم دقت‌تر است و برعکس. بنابراین، بیشتر از یک نوع قانون کنترلی در این سامانه‌ها به منظور افزایش مزیت‌ها مورد استفاده قرار می‌گیرد، [۲۱ و ۲۲].

همان‌طور که گفته شد، کنترل جابه‌جایی جسم توسط سامانه‌های چندجسمی انعطاف‌پذیر موضوعی است که کمتر در تحقیقات پژوهشگران به آن پرداخته شده است. البته قوانین و الگوریتم‌های کنترلی مختلفی برای ربات‌ها با اجزاء صلب برای وظیفه کنترلی جابه‌جایی جسم تاکنون ارائه شده است که هر یک مزایایی را بدست می‌دهند. از جمله این الگوریتم‌ها می‌توان به روش‌هایی همچون کنترل امیدانسی چندگانه [۲۳]، روش مدل جسم افزونه [۲۴] و کنترل امیدانسی غیرمبتنی بر مدل [۲۵]

حال اگر فرض شود که  $\tilde{\mathbf{Q}}_{flex}^{(i)}$  به عنوان مقادیر تخمین زده شده از نیروهای انعطاف پذیری باشد، آن را می توان در دو بخش به صورت معادله (۲۶) دسته بندی نمود:

$$\hat{\mathbf{Q}}_{flex}^{(i)} = \hat{\mathbf{Q}}_{FSP}^{(i)} + \tilde{\mathbf{Q}}_{FJ}^{(i)} \quad (26)$$

که در آن  $\hat{\mathbf{Q}}_{FSP}^{(i)}$  به عنوان جمله تخمین زده شده از دینامیک نامعین صفحات خورشیدی انعطاف پذیر بر پایه دینامیک معکوس این اجزاء می باشد و  $\tilde{\mathbf{Q}}_{FJ}^{(i)}$  برای مفاصل انعطاف پذیر به عنوان یک ترم اصلاح کننده به فرم زیر تعریف می شوند:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{FJ}^{(i)} = \mathbf{J}_c^{(i)T} \mathbf{A}_f^{(i)} \quad (27)$$

که  $\mathbf{A}_f^{(i)}$  اصلاح کننده برای مفاصل انعطاف پذیر می باشد و مستقیماً بر روی هر مفصل انعطاف پذیر توسط عملگرهای مفصلی و یا  $\mathbf{Q}^{(i)}(\theta^{(i)})$  به صورت زیر اعمال می گردند:

$$\mathbf{A}_f^{(i)} = \mathbf{J}^{(i)} \ddot{\theta}^{(i)} + \mathbf{B}_{Fvirtual}^{(i)} (\dot{\alpha}^{(i)} - \dot{\theta}^{(i)}) \quad (28)$$

و  $\mathbf{B}_{Fvirtual}^{(i)}$  میرایی ویسکوز مجازی برای هر عملگر مفصلی بوده و  $\alpha^{(i)}$  سرعت دورانی موتورها می باشد. این اصلاح کننده به همراه مقادیر تخمین زده شده برای اجزاء انعطاف پذیر علاوه بر اثبات پایداری سامانه، دینامیک حلقه بسته خطا را برای هر مفصل انعطاف پذیر به فرم زیر نتیجه می دهد:

$$\ddot{\mathbf{e}}_f^{(i)} + 2\zeta^{(i)} \omega_f^{(i)} \dot{\mathbf{e}}_f^{(i)} + \omega_f^{(i)2} \mathbf{e}_f^{(i)} = \mathbf{0} \quad (29)$$

که در آن  $\mathbf{e}_f^{(i)} = \alpha^{(i)} - \theta^{(i)}$  خطای مفاصل انعطاف پذیر بوده و داریم:

$$2\zeta^{(i)} \omega_f^{(i)} = -\mathbf{J}^{(i)-1} \mathbf{B}_{Fvirtual}^{(i)} \quad (30)$$

$$\omega_f^{(i)2} = \mathbf{J}^{(i)-1} \mathbf{K}^{(i)}$$

#### ۴- پیاده سازی کنترلر و بررسی نتایج شبیه سازی

در این مجموعه شبیه سازی ها فرض می کنیم که بازوهای دو درجه آزادی جسمی را از دو نقطه که موقعیت آن ها نسبت به مرکز ثقل جسم به ترتیب  $\mathbf{r}_e^{(1)}$  و  $\mathbf{r}_e^{(2)}$  تعیین می گردد، به صورت مفصل لولایی گرفته و جابه جا می کنند، [۲۶]. بنابراین به ازای هر مفصل می توان دو قید سینماتیکی به شکل زیر در فضای کاری ربات تعریف نمود:

$$\begin{Bmatrix} X_A \\ Y_A \end{Bmatrix} + \frac{L}{2} \begin{Bmatrix} \sin\theta_0 \\ -\cos\theta_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{Bmatrix} \quad (31)$$

$$\begin{Bmatrix} X_B \\ Y_B \end{Bmatrix} + \frac{L}{2} \begin{Bmatrix} -\sin\theta_0 \\ \cos\theta_0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{Bmatrix}$$

که در آن  $X_a$  و  $Y_a$  مختصات مجری نهایی بازوی چپ و  $X_b$  و  $Y_b$  مختصات مجری نهایی بازوی راست و  $L$  طول جسم می باشد.

مطلوب است. در ادامه، رابطه امپدانس که نیروها و گشتاورهای مورد نیاز برای اعمال به جسم را تعیین می کند به صورت معادله (۱۹) توصیف می شود:

$$\mathbf{F}_{req} = \mathbf{G}^\# \{ \mathbf{M} \mathbf{M}_{des}^{-1} (\mathbf{M}_{des} \ddot{\mathbf{X}}_{des} + \mathbf{K}_d \dot{\mathbf{e}} + \mathbf{K}_p \mathbf{e} + \mathbf{F}_c) + \mathbf{F}_w + (\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_0) \} \quad (19)$$

که ماتریس  $\mathbf{G}^\#$  معکوس مجازی ماتریس  $\mathbf{G}$  می باشد و به شکل زیر تعریف می شود:

$$\mathbf{G}^\# = \mathbf{W}^{-1} \mathbf{G}^T (\mathbf{G} \mathbf{W}^{-1} \mathbf{G}^T)^{-1} \quad (20)$$

که در آن  $\mathbf{W}$  ماتریس وزنی می باشد. بنابر مطالب فوق، نیروی کنترلی  $\tilde{\mathbf{Q}}_f^{(i)}$  که بر جسم تحت کنترل به وسیله مجری های نهایی اعمال می شود به همراه نیروی عکس العملی برابر خواهد بود با:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_f^{(i)} = \mathbf{F}_{c_{req}}^{(i)} \quad (21)$$

$$\tilde{\mathbf{Q}}_{react}^{(i)} = -\mathbf{F}_e^{(i)}$$

که  $\mathbf{F}_e$  برابر است با:

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{G}^\# [\mathbf{M} \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{F}_w - (\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_0)] \quad (22)$$

حال برای اعمال قانون امپدانس مشابه به فضاپیما، بازوهای عامل و جسم، قانون کنترلی اعمالی به شکل زیر نوشته می شود:

$$\tilde{\mathbf{M}}_{des} \ddot{\mathbf{e}}^{(i)} + \tilde{\mathbf{K}}_d \dot{\mathbf{e}}^{(i)} + \tilde{\mathbf{K}}_p \mathbf{e}^{(i)} + \mathbf{F}_c = \mathbf{0} \quad (23)$$

که  $\tilde{\mathbf{e}} = \tilde{\mathbf{X}}_{des} - \tilde{\mathbf{X}}$  خطای تعقیب متغیرهای کنترل شده سامانه در مقابل  $\mathbf{e}$  که خطای تعقیب جسم را توصیف می کند، است.  $\tilde{\mathbf{M}}_{des}$ ،  $\tilde{\mathbf{K}}_p$  و  $\tilde{\mathbf{K}}_d$  بهره های ماتریسی کنترلی  $N \times N$  هستند که متناظراً مشابه ماتریس های  $\mathbf{M}_{des}$ ،  $\mathbf{K}_p$  و  $\mathbf{K}_d$  تعریف می شوند. مسیر مطلوب یا  $\tilde{\mathbf{X}}_{des}$  برای متغیرهای کنترل شده سامانه قابل تعریف بر حسب مسیر مطلوب حرکت جسم یا  $\mathbf{X}_{des}$  و شرایط چنگ زده شدن جسم می باشد. با فرض این که جرم سامانه و پارامترهای هندسی آن شناخته شده اند،  $\tilde{\mathbf{Q}}_m$  به صورت زیر محاسبه می شود:

$$\tilde{\mathbf{Q}}_m^{(i)} = \tilde{\mathbf{H}}^{(i)} \tilde{\mathbf{M}}_{des}^{-1} [\tilde{\mathbf{M}}_{des} \ddot{\mathbf{X}}_{des}^{(i)} + \tilde{\mathbf{K}}_d \dot{\mathbf{e}}^{(i)} + \tilde{\mathbf{K}}_p \mathbf{e}^{(i)} + \mathbf{F}_c] + \tilde{\mathbf{C}}^{(i)} - \hat{\mathbf{Q}}_{flex}^{(i)} \quad (24)$$

حال با جایگذاری معادلات (۲۴) و (۲۱) در معادله (۱۶)، تمام بازوهای عامل مشارکت کننده به همراه پایه ربات رفتار امپدانس مشابهی را نمایش می دهند و رفتار هماهنگ اجزا مختلف سامانه در وظیفه کنترل جسم تضمین می شود. انتظار داریم که جواب نهایی وقتی بهتر باشد که:

$$\mathbf{M}_{des} = \tilde{\mathbf{M}}_{des}, \mathbf{k}_v = \tilde{\mathbf{k}}_v, \mathbf{k}_p = \tilde{\mathbf{k}}_p \quad (25)$$

که از نظر فیزیکی بدان معنا می باشد که برای جسم جابه جا شده و مجریان نهایی خصوصیات و نرمش یکسانی در نظر بگیریم، [۲۳].

آزادی کل سامانه، می‌توان در معادلات فوق ضرایب قیدی را حذف نموده و معادله دینامیکی سامانه را کاهش داد. اکنون با توجه به فرمول‌بندی قانون کنترلی امیدانس چندگانه توسعه‌یافته، اگر نیروهای مجری‌نهایی یا نیروهای قیدی به صورت زیر باشند:

$$\mathbf{F}_c = \{F_{xa} \quad F_{ya} \quad F_{xb} \quad F_{yb}\}^T \quad (36)$$

در نتیجه معادلات حرکت جسم برابر است با:

$$\begin{cases} F_{xa} + F_{xb} = m\ddot{X}_o \\ F_{yb} + F_{ya} = m\ddot{Y}_o \\ (F_{xb} - F_{xa})/2C_o + (F_{yb} - F_{ya})/2S_o = I\ddot{\theta}_o \end{cases} \quad (37)$$

بنابراین ماتریس کارگیریش به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ -1/2C_o & -1/2S_o & 1/2C_o & 1/2S_o \end{bmatrix} \quad (38)$$

باصرف نظر از نیروهای خارجی وارد بر جسم و همچنین نیروهای برخورد آن با محیط داریم:

$$m\ddot{\mathbf{X}}_o = \mathbf{G}\mathbf{F}_c + \mathbf{F}_c \quad (39)$$

با توجه به شکل‌های (۳) تا (۸) حاصل از شبیه‌سازی سامانه ربات فضانورد مفروض با خصوصیات گفته شده در جدول (۱) و (۲) برای خصوصیات مفاصل انعطاف‌پذیر و حرکت بر روی مسیر دایروی طراحی شده به شعاع ۱۵ متر و همچنین مسیر بهینه زمانی طراحی شده [۲۷ و ۲۸]، به بررسی نتایج می‌پردازیم. همان‌طور که در شکل‌های (۳) و (۴) دیده می‌شود، کنترلر طراحی شده توانسته اثرات نیروهای اغتشاشی حاصل از تحریک بالک‌های انعطاف‌پذیر را خنثی کرده و در نتیجه خطا در رده سرعت و مکان برای متغیرهای فضای کاری سامانه برابر با صفر شده است. این در حالی است که با فرض صلب بودن سامانه و با همان ضرایب کنترلی، این روش به خوبی می‌تواند جسم را بر روی این مسیر طراحی شده جابه‌جا نماید. توجه داریم که ملاحظات طراحی مسیر برای حرکت پایه به گونه‌ای می‌باشد که تحریک بالک‌ها منجر به ناپایداری در سامانه نگردیده و قابل جبران می‌باشند. بنابراین، نیروهای اغتشاشی پس از حل در هر لحظه زمانی به صورت شکل (۵) به دست می‌آیند. همچنین تغییر شکل بالک‌های خورشیدی چپ و راست همان‌طور که در شکل (۷) مشاهده می‌شود، باعث ایجاد این نیروهای اغتشاشی می‌گردد. با در نظر گرفتن جمله اصلاح‌کننده، مفاصل انعطاف‌پذیر به خوبی کنترل شده‌اند، (شکل (۶)). در نهایت با توجه به جفت‌شدگی و هماهنگی بین اعضای این چندجسمی انعطاف‌پذیر و پایه آن، حرکت تمام اعضای آن برای انجام عملیات مفروض را در شکل (۸) می‌توان دید. همان‌طور که انتظار داشتیم، این

به این ترتیب با گرفتن دیفرانسیل مستقل از زمان از چهار معادله سینماتیکی فوق به معادله برداری زیر می‌رسیم که مقادیر پارامترهای معادله زیر را تعیین می‌نماید:

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 & 0 & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & 0 & 0 & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ 0 & 0 & b_{11} & b_{12} & b_{13} & b_{14} & b_{15} \\ 0 & 0 & b_{21} & b_{22} & b_{23} & b_{24} & b_{25} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta X_A \\ \delta Y_A \\ \delta X_B \\ \delta Y_B \\ \delta X_o \\ \delta Y_o \\ \delta \theta_o \end{Bmatrix} = \mathbf{0}_{4 \times 1} \quad (32)$$

که  $a_{ij}$ ،  $b_{ij}$  و  $c_{ij}$  ضرایب معادلات قیدی حرکت جسم می‌باشند. حال کافی است تا معادلات قیدی را در ضرایب لاگرانژ ضرب نموده و به معادلات حرکت آزاد جسم بیفزاییم. به این منظور دسته‌بندی زیر را برای پارامترهای قیود و ضرایب لاگرانژ به شکل زیر انجام می‌دهیم:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{22} &= \begin{bmatrix} a_{13} & a_{14} \\ a_{23} & a_{24} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{22} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix} \\ \mathbf{E}_{22} &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{22} = \begin{bmatrix} b_{13} & b_{14} \\ b_{23} & b_{24} \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_{12} &= [a_{15} \quad a_{25}], \quad \mathbf{B}_{12} = [b_{15} \quad b_{25}] \end{aligned} \quad (33)$$

که  $\mathbf{A}_{22}$  و  $\mathbf{B}_{22}$  ماتریس‌های ضرایب نیروهای قیدی در حرکت انتقالی جسم،  $\mathbf{A}_{12}$  و  $\mathbf{B}_{12}$  ماتریس‌های ضرایب نیروهای قیدی در حرکت دورانی جسم،  $\mathbf{E}_{22}$  و  $\mathbf{F}_{22}$  ضرایب نیروهای قیدی به ترتیب در معادلات حرکت بازوهای اول و دوم می‌باشند که برای سامانه مفروض، مقادیر آن‌ها برابر است با:

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{22} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{22} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{E}_{22} &= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{22} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{A}_{12} &= \begin{bmatrix} -\frac{L}{2} \cos \theta_o & -\frac{L}{2} \sin \theta_o \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}_{12} &= \begin{bmatrix} \frac{L}{2} \cos \theta_o & \frac{L}{2} \sin \theta_o \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

بردار ضرایب لاگرانژ  $\lambda_1 = \{\lambda_{11} \quad \lambda_{12}\}^T$  در معادلات قید بین بازوی اول و جسم،  $\lambda_2 = \{\lambda_{21} \quad \lambda_{22}\}^T$  نیز متناظراً در معادلات قید بین بازو دوم و جسم ضرب شده و به معادلات حرکت به شکل زیر افزوده می‌شود:

$$\begin{aligned} \ddot{\mathbf{H}}^{(1)} \mathbf{q}^{(1)} + \ddot{\mathbf{C}}^{(1)} &= \ddot{\mathbf{Q}}_{\text{app}}^{(1)} + \mathbf{E}_{22} \lambda_1 \\ \ddot{\mathbf{H}}^{(2)} \mathbf{q}^{(2)} + \ddot{\mathbf{C}}^{(2)} &= \ddot{\mathbf{Q}}_{\text{app}}^{(2)} + \mathbf{F}_{22} \lambda_2 \end{aligned} \quad (35)$$

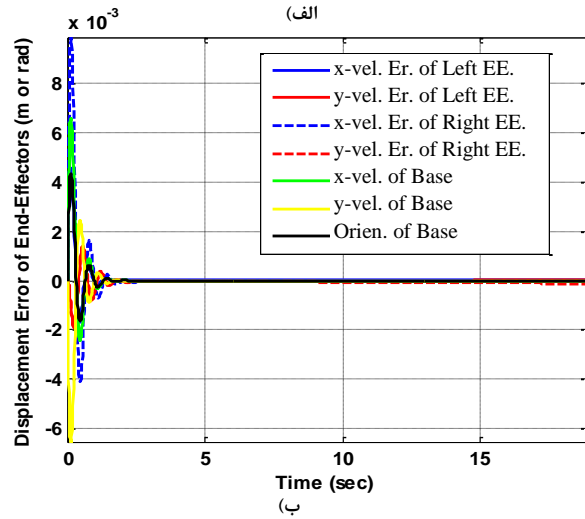
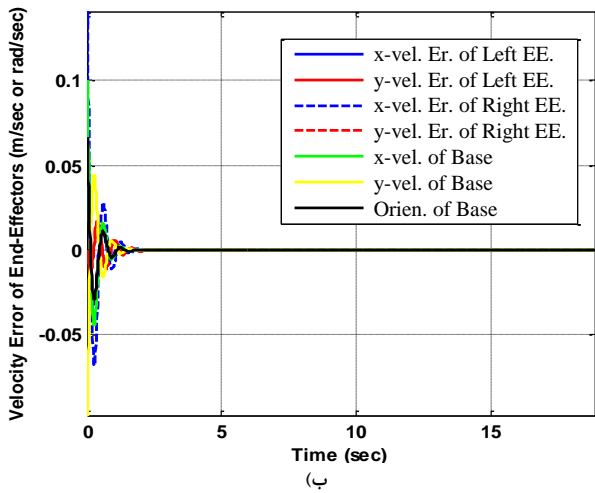
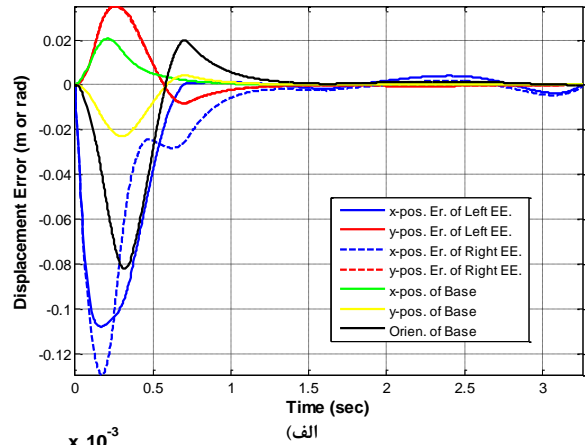
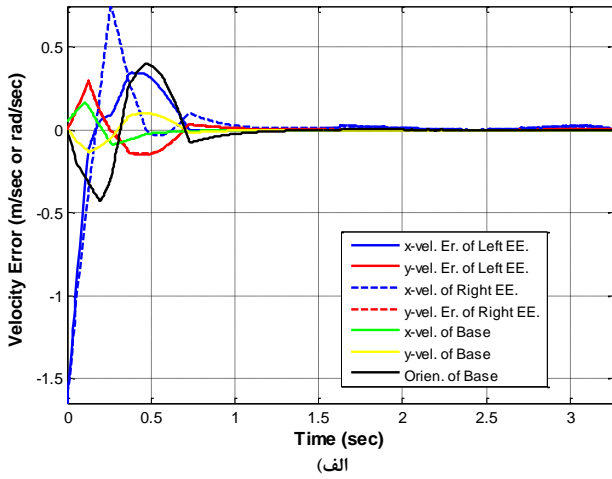
$$m_{\text{obj}} \ddot{\mathbf{X}}_G = \mathbf{F}_o + \mathbf{F}_c + \mathbf{A}_{22} \lambda_1 + \mathbf{B}_{22} \lambda_2$$

$$I_o \ddot{\theta}_o \mathbf{k} = \mathbf{r}_o \times \mathbf{F}_o + \mathbf{r}_c \times \mathbf{F}_c + \mathbf{n}_o + \mathbf{n}_c + \mathbf{A}_{12} \lambda_1 + \mathbf{B}_{12} \lambda_2$$

و با دوبار مشتق‌گیری از معادلات (۳۱)، به معادلات سینماتیکی لازم برای حل دستگاه دست می‌یابیم. حال با توجه به درجه



عملیات توسط حرکت بازوها و پایه متحرک توأم انجام پذیرفته است.

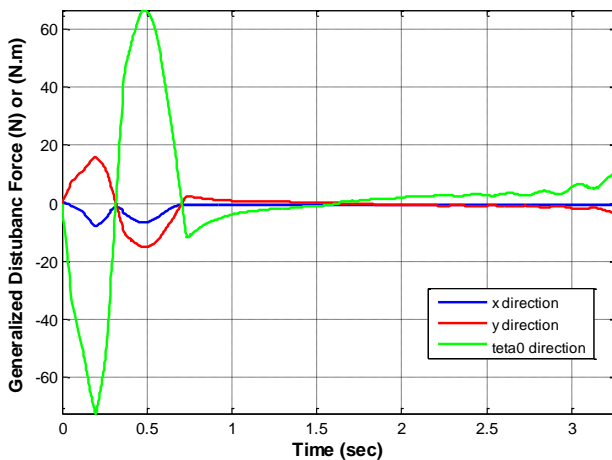


شکل (۴): نرخ خطای متغیرهای فضای کاری در روش کنترل امپدانس چندگانه برای ربات فضانورد مفروض: الف) مسیر بهینه زمانی (ب) مسیر دایروی

شکل (۳): خطای متغیرهای فضای کاری در روش کنترل امپدانس چندگانه برای ربات فضانورد مفروض: الف) مسیر بهینه زمانی (ب) مسیر دایروی

جدول (۲): مشخصات مفاصل انعطاف پذیر و مقادیر میرایی ویسکوز مجازی

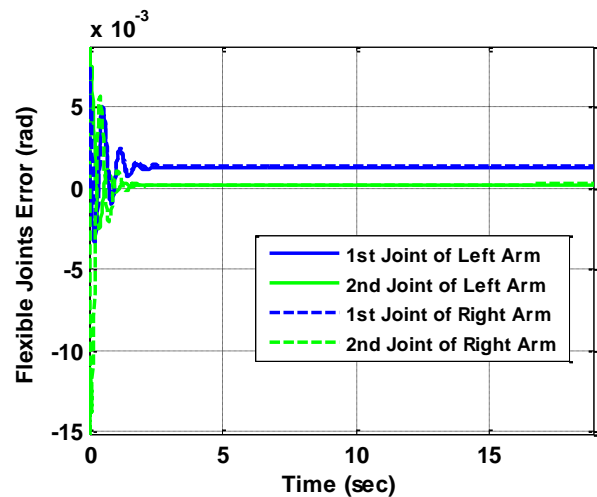
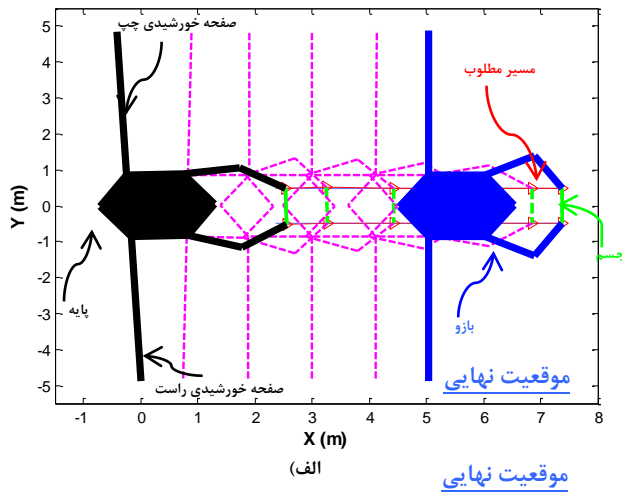
| $J$ (Kg.m <sup>2</sup> ) | $K$ (N/rad) | $B_{\text{virtual}}$ (N.m/sec) |
|--------------------------|-------------|--------------------------------|
| 0.02                     | 300         | 1.5                            |



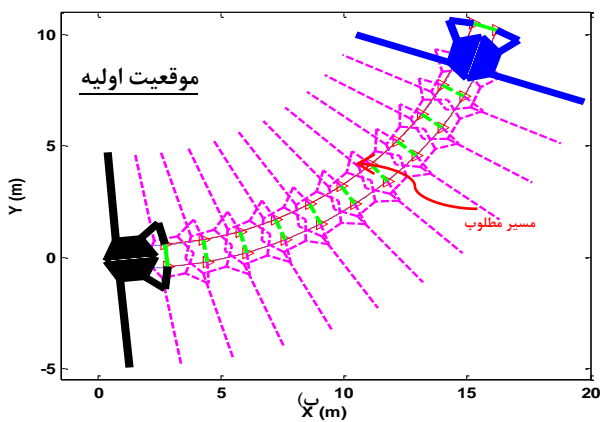
جدول (۱): پارامترها و مشخصات جرمی برای ربات فضانورد مفروض

| $i,j$ |       | $m_{ij}$ (kg) | $l$ (m)        | $I_{x_j}, I_{y_j}, I_{z_j}$ (kg.m <sup>2</sup> ) |
|-------|-------|---------------|----------------|--|
| $i=1$ | $i=2$ |               |                |  |
| $j$   |       |               |                |  |
|       | 0     | 300           | 0.5, 0.5, 0.75 | 10, 15, 10                                       |
| 1     | 1     | 4             | 1              | 0.5  |
| 2     | 3     | 3             | 1              | 0.5  |

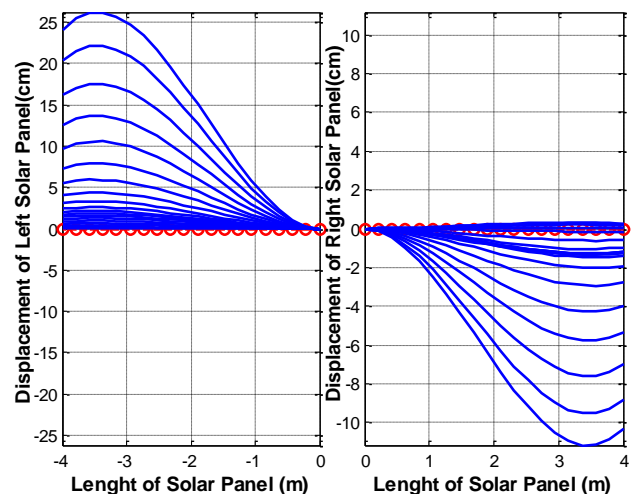
شکل (۵): نیروهای اغتشاشی تعمیم یافته در روش کنترل امپدانس چندگانه برای مسیر بهینه زمانی طراحی شده



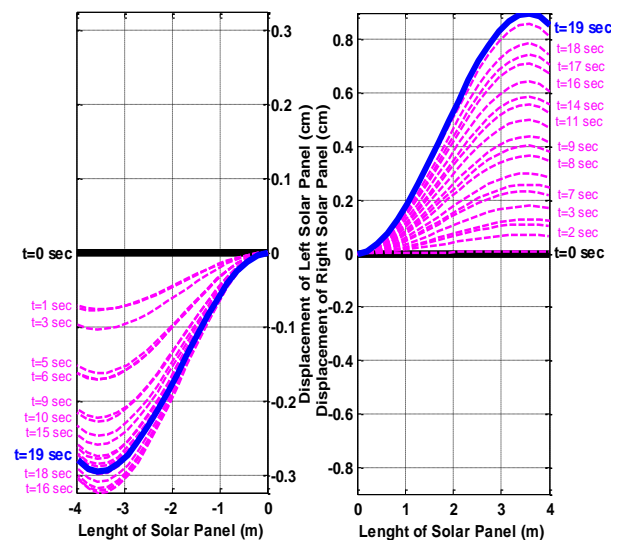
شکل (۶): خطای مفاصل انعطاف پذیر در روش کنترل امپدانس چندگانه برای مسیر دایروی



شکل (۸): نمایش حرکت ربات فضاورد مفروض در روش کنترل امپدانس چندگانه:  
الف) مسیر بهینه زمانی ب) مسیر دایروی



الف)



ب)

شکل (۷): تاریخچه زمانی تغییرات صفحات خورشیدی در روش کنترل امپدانس چندگانه برای ربات فضاورد مفروض: الف) مسیر بهینه زمانی ب) مسیر دایروی

### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، ابتدا رویکرد جدید مدل سازی دینامیکی تعاملی صلب انعطاف پذیر برای مدل سازی سامانه های چندجسمی رباتیکی با اجزاء صلب و انعطاف پذیر معرفی گردید. در این رویکرد معادلات حرکت اجزاء صلب و انعطاف پذیر به طور جداگانه ای بسط داده شد. سپس، این معادلات با هم در نظر گرفته شد و به صورت همزمان در هر گام زمانی با توجه به عکس العمل های متقابل و نیروهای قیدی حل شد. در ادامه، رویکرد مدل سازی مزبور برای سامانه ربات فضاورد با اجزاء انعطاف پذیر شرح داده شد. سپس، با در نظر گرفتن مسیرهای طراحی شده برای جسم، روش کنترل امپدانس چندگانه برای کنترل جابه جایی اجسام توسط سامانه های رباتیک چندجسمی انعطاف پذیر بسط و توسعه داده شد. همچنین نتایج حاصله با یک سری شبیه سازی های جامع مورد بررسی قرار گرفت. علاوه بر این

|  |                     |  |   |
|--|---------------------|--|---|
| تعداد بازوهای عامل ربات متحرک.                           | $n$                 | نشان داده شد که ارتعاش صفحات خورشیدی انعطاف پذیر و             |   |
| تعداد جسم‌های انعطاف پذیر سامانه چندجسمی.                | $n_b$               | مفاصل انعطاف پذیر منجر به نیروهای اغتشاشی تعمیم یافته‌ای       |   |
| بردار نیروهای تعمیم یافته.                               | $Q$                 | گردیدند، که با اعمال به بدنه اصلی ربات، خطا در حرکت            |   |
| بردار نیروهای کنترلی اعمالی در فضای.                     | $\tilde{Q}_{app}$   | مجری‌های نهایی ربات را ایجاد نمودند. همچنین نشان داده شد       |   |
| بردار نیروهای تعمیم یافته خارجی وارد بر عضو انعطاف پذیر. | $Q_e$               | که این اثرات را با در نظر گرفتن یک سری ملاحظات طراحی           |   |
| بردار نیروی کنترلی مورد نیاز برای اعمال به جسم.          | $\tilde{Q}_f$       | مسیر برای اجزاء انعطاف پذیر غیرفعال و افزودن ترم‌های           |   |
| بردار نیروهای تعمیم یافته حاصل از تحریک عضو انعطاف پذیر. | $Q_{flex}$          | اصلاح کننده برای اجزاء انعطاف پذیر فعال با استفاده از الگوریتم |   |
| بردار نیروی کنترلی اعمالی مربوط به حرکت مجری نهایی.      | $\tilde{Q}_m$       | کنترلی پیشنهادی می‌توان از میان برداشت.                        |   |
| بردار نیروی واکنشی در فضای وظیفه وارده از جسم.           | $\tilde{Q}_{react}$ |  |   |
| بردار ترم‌های غیرخطی سرعت برای عضو انعطاف پذیر.          | $Q_v$               |  |   |
| بردار مختصات تعمیم یافته برای صفحات ارتجاعی.             | $\bar{q}$           |  |   |
| بردار مختصات تعمیم یافته الاستیک برای صفحات ارتجاعی.     | $q_f$               |  |   |
| بردار مختصات تعمیم یافته مرجع برای صفحات ارتجاعی.        | $q_r$               |  |   |
| نیروی برشی و گشتاور خمشی در عضو انعطاف پذیر.             | $M$ و $V$           | ماتریس میرایی ویسکوز مجازی برای عضو انعطاف پذیر.               | فهرست علائم                                 |
| متغیرهای خروجی.  | $\tilde{X}$         | بردار سرعت‌های غیرخطی مدل دینامیکی.                            | $B_{f_{virtual}}^{(i)}$                     |
| بردار زاویه دوران عملگرهای مفاصل.                        | $\alpha$            | ماتریس گیرش.   | $C$   |
| متغیرهای تعمیم یافته پایه متحرک سامانه.                  | $\beta$             | ماتریس مثبت معین جرم سامانه.                                   | $G$   |
| متغیرهای تعمیم یافته مفاصل.                              | $\theta$            | ماتریس ممان اینرسی موتور مفاصل.                                | $H$   |
| سرعت دورانی پایه.  | $\omega_0$          | ماتریس ژاکوبین دستگاه شناور جسم انعطاف پذیر.                   | $J$   |
|  | بالا نویس           | ماتریس ژاکوبین مطابق با (i) امین بازوی عامل.                   | $J_f^{(i)}$                                 |
| شمارنده عضو انعطاف پذیر.                                 | $\{i\}$             | ماتریس سختی تیرهای خمشی ارتجاعی.                               | $J_c^{(i)}$                                 |
| شمارنده بازو.  | $(i)$               | طول بازوی 1 امین لینک از (m) امین بازوی عامل.                  | $K$   |
|  | زیر نویس            | ماتریس جرم برای صفحات ارتجاعی.                                 | $I_i^{(m)}$                                 |
| نمایشگر انعطاف پذیری در یک عنصر.                         | $f$                 | جرم کل ربات.   | $M_f$                                       |
| نمایشگر صلبیت در یک عنصر.                                | $r$                 | ماتریس‌های بهره‌های کنترلی در مختصات سامانه.                   | $M_{sys}$                                   |
|  |                     | ماتریس‌های بهره‌های کنترلی در مختصات جسم.                      | $\tilde{K}_p, \tilde{K}_d, \tilde{M}_{des}$ |
|  |                     | جرم و ممان اینرسی و بردار موقعیت مرکز جرم.                     | $K_p, K_d, M_{des}$                         |
|  |                     | تعداد لینک‌های بازوی عامل m ام از ربات.                        | $r_{C_k}^{(m)}, I_k^{(m)}, m_k^{(m)}$       |
|  |                     |  | $N_m$                                       |

## ۶-مراجع

- International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 25(1-2), pp. 62-70, 2005.
- [۵] Liu, S., Wu, L., and Lu, Z., "Impact dynamics and control of a flexible dual-arm space robot capturing an object", Applied Mathematics and Computation, 18(5), pp. 1149-1159, 2007.
- [۶] Ebrahimi, A., and Moosavian, S. Ali A., "Dynamics of Space Free-Flying Robots with Flexible Appendages", Iranian Journal of Science and Technology, 4(4), pp. 29-36, 2008.
- [۷] Jiang, Z. H., "Impedance Control of Flexible Robot Arms with Parametric Uncertainties", Journal of Intelligent and Robotic Systems, 42(2), pp. 113-133, 2005.
- [۱] Peggy, P., and Dubowsky, S., "Coordinated Control of Space Robot Teams for the On-Orbit Construction of Large Flexible Space Structures", Journal of Advanced Robotics, 24(3), pp. 303-323, 2010.
- [۲] Wasfy, T. M., and Noor, A. K., "Computational strategies for flexible multi-body systems", Applied Mechanics Review, 56(6), pp. 553-613, 2003.
- [۳] Dwivedy, S. K., and Eberhard, P., "Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review", Mechanism and Machine Theory, 41, pp. 749-777, 2006.
- [۴] Korayem, M. H., and Basu, A., "Dynamic load carrying capacity of mobile-base flexible joint manipulators", The

- Zarafshan, P., and Moosavian, S. Ali. A., [۱۷] "Control of a Space Robot with Flexible Members", IEEE Int. Conf. On Robotics & Automation (ICRA 2011), Shanghai, China, May, 2011.
- Zarafshan, P., and Moosavian, S. Ali A., [۱۸] "Rigid-Flexible Interactive Dynamics Modelling Approach", Journal of Mathematical and Computer Modelling of Dynamics Systems, 18(2), pp. 1-25, 2011.
- Moosavian, S. Ali A., and Papadopoulos, E., [۱۹] "Explicit Dynamics of Space Free-Flyers with Multiple Manipulators via SPACEMAPLE", Journal of Advanced Robotics, 18(2), pp. 223-244, 2004.
- Narikiyo, T., and Ohmiya, M., [۲۰] "Control of a planar space robot: Theory and experiments", Control Engineering Practice, 14, pp. 875-883, 2006.
- Ott, C., Schaffer, A. A., Kugi, A., and Hirzinger, G., [۲۱] "On the Passivity-Based Impedance Control of Flexible Joint Robots", IEEE Transactions on Robotics, 24(2), pp. 416-429, 2008.
- Zer, O., and Semercigil, S. E., [۲۲] "An event-based vibration control for a two-link flexible robotic arm: Numerical and experimental observations", Journal of Sound and Vibration, 31(3), pp. 375-394, 2008.
- Moosavian, S. Ali A., Rastegari, R., and Papadopoulos, E., [۲۳] "Multiple Impedance Control for Space Free-Flying Robots", AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 28(5), pp. 939-947, 2005.
- Holmberg, R., and Khatib, O., [۲۴] "Development and Control of a Holonomic Mobile Robot for Mobile Manipulation Tasks", International Journal of Robotics Research, 19(11), pp. 1066-1074, 2002.
- Moosavian, S. Ali. A., Rastegari, R., and Ashtiani, Hadi R., [۲۵] "Non-Model-Based Multiple Impedance Control of Space Free Flying Robots", IEEE International Conference on Control Applications, pp. 533-538, 2007.
- Boscariol, P., Gasparetto, A., and Zanotto, V., [۸] "Model Predictive Control of a Flexible Links Mechanism", Journal of Intelligent and Robotic Systems, 58(2), pp. 125-147, 2010.
- Lippiello, V., Siciliano, B., and Villani, L., [۹] "A Position-Based Visual Impedance Control for Robot Manipulators", IEEE International Conference on Robotics and Automation, Italy, 2007.
- Kilicaslana, S., Ozgörenb, M. K., and Iderb, S. K., [۱۰] "Hybrid force and motion control of robots with flexible links", Journal of Mechanism and Machine Theory, 45(1), pp. 91-105, 2010.
- Kasai, Sh., and Kojma, H., [۱۱] "Input-Shaped Link Motion Control of Planar Space Robot Equipped with Flexible Appendage", Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, 55(4), pp. 205-213, 2012.
- Sabatina, M., Gasbarri, P., Montib, R., and Palmerinia, G. B., [۱۲] "Vibration control of a flexible space manipulator during on orbit operations", Acta Astronautica, 73, pp. 109-121, 2012.
- Bascetta and L., Rocco P., [۱۳] "End-point Vibration Sensing of Planar Flexible Manipulators Through Visual Servoing", Mechatronics, 16(3-4), pp. 221-232, 2006.
- Zarafshan, P., and Moosavian, S. Ali A., [۱۴] "Dynamics Modelling and Hybrid Suppression Control of Space Robots Performing Cooperative Object Manipulation", Journal of Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 18, pp. 2807-2824, 2013.
- Kim, J. S., Uchiyama, M., [۱۵] "Vibration Mechanism of Constrained Spatial Flexible Manipulators", JSME, 46(1), pp. 123-128, 2003.
- Ata, A. A., Johar, H., [۱۶] "Dynamic Force/Motion Simulation of a Rigid Flexible Manipulator During Task Constrained", IEEE International Conference on Mechatronics, Turkey, pp. 268-273, 2004.

Zarafshan, P., and Moosavian, S. Ali A., [۲۸]  
 “Optimal Time Trajectory Design for Docking Operations using cooperative manipulators of a Space Robot”, ISME Int. Conf. On Mechanical Engineering, Tehran, Iran, 2009.

Rastegari, R., and Moosavian, S. Ali A., [۲۶]  
 “Multiple Impedance Control of Space Free-Flying Robots Using Virtual Object Grasp”, IEEE International Conference on Robots and Systems, pp. 3125-3130, 2006.

Bobrow, J. E, Dubowsky, S., and Gibson, J. [۲۷]  
 S. , “Time-optimal control of robotic manipulators”, International Journal of Robotics Research, 4(3), 1985.

#### ۷- زیر نویس ها

- 
- <sup>۱</sup> Robotics Manipulators
  - <sup>۲</sup> Flexible Members
  - <sup>۳</sup> End-Effector
  - <sup>۴</sup> Multi-Body Dynamics
  - <sup>۵</sup> Capturing
  - <sup>۶</sup> Floating Frame
  - <sup>۷</sup> Rayleigh-Ritz
  - <sup>۸</sup> Space Free-Flying Robot (SFRR)
  - <sup>۹</sup> Multiple Impedance Control, MIC
  - <sup>۱۰</sup> Augmented Object Model, AOM
  - <sup>۱۱</sup> Non-Model Based Impedance Control, NMIC
  - <sup>۱۲</sup> Pseudo Inverse