



کنترل بهینه مبتنی بر برنامه‌ریزی مسیر حداقل انرژی برای یک کوادروتور

محمود مزارع^۱، احسان داودی^۱، مصطفی تقی‌زاده^{۱*}، مهدی پورقلی^۲

^۱دانشکده مهندسی مکانیک و انرژی، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران،
^۲دانشکده مهندسی برق، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۰۵-۲۳
بازنگری: ۱۳۹۷-۰۹-۲۲
پذیرش: ۱۳۹۷-۱۰-۰۶
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷-۱۱-۰۸

کلمات کلیدی:

کوادروتور
مسیر حداقل انرژی
کنترل بهینه
معادلات همیلتونین

خلاصه: کوادروتورها مصرف انرژی بالایی دارند و حداقل کردن انرژی مصرفی آن‌ها به سبب افزایش زمان و برد پروازی، حائز اهمیت می‌باشد. در این مقاله، به منظور بهینه‌سازی کردن زمان عملیاتی کوادروتور، کنترل بهینه مبتنی بر الگوریتم برنامه‌ریزی مسیر حداقل انرژی برای حرکت بین دو موقعیت ارائه می‌شود. برای نیل به این هدف، ابتدا معادلات دینامیکی کوادروتور و موتور استخراج شده، سپس با معرفی انرژی کل مصرفی باتری بعنوان تابع هزینه و استفاده از تئوری کنترل بهینه، مسیر حداقل انرژی تعیین می‌شود. قبود نیز از طریق ضرایب لاگرانژ به معادلات همیلتونین اضافه شد. در انتها نتایج شبیه‌سازی با نتایج پروفیل سرعت دوزنقه‌ای مرسوم، مقایسه شده که ذخیره انرژی تا چهار درصد را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهند که مدت پرواز نسبت به طول مسیر تاثیر بیشتری در مصرف انرژی دارد. به منظور اعتبارسنجی، نتایج شبیه‌سازی با نتایج یک مدل آزمایشگاهی شامل موتور برانشلس، سنسور و برد کنترلی مقایسه شده که نشان از نزدیکی نتایج شبیه‌سازی‌ها با مدل واقعی دارد. همچنین با استفاده از نتایج شبیه‌سازی در وضعیت‌های مختلف، یک رابطه کمی بین طول مسیر و مدت پرواز با میزان مصرف انرژی استخراج شده که می‌تواند در تخمین حداکثر برد یا مدت پرواز با توجه به میزان انرژی باتری بسیار سودمند باشد.

۱- مقدمه

کوادروتور یک وسیله پرنده با ۶ درجه آزادی حرکت است که قابلیت پرواز عمودی و انجام مانورهای پیچیده را داراست. این وسیله دارای ساختاری شبه صلیبی می‌باشد که چهار ملخ در چهار گوشه آن قرار داشته و با تغییر سرعت ملخ‌ها می‌تواند حرکات و مانورهای مختلف را انجام دهد. این وسیله به سبب قابلیت نشست و برخاست عمودی در دسته عمود پروازها قرار می‌گیرد که به جهت برخی مزایا و ویژگی‌هایش مورد توجه قرار گرفته است. ظرفیت حمل بار، سادگی ساختار وسیله، قابلیت مانورپذیری بالا، داشتن قبود کم در حرکت، هزینه کم تعمیر و نگهداری از جمله این ویژگی‌هاست. البته مصرف انرژی بالا، رفتار به شدت غیرخطی، محدودیت برد و زمان پرواز از چالش‌های پیش روی استفاده از این وسیله می‌باشد. از کاربردهای این وسیله می‌توان به بازرسی و کنترل مرزها، ماموریت‌های شناسایی، عکسبرداری، عملیات جستجو، بازدید و بازرسی خطوط انتقال نفت و خطوط فشار قوی، کشف آتش سوزی‌ها، استفاده در محیط‌های

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mo_taghizadeh@sbu.ac.ir

خطرناک و غیر قابل دسترس اشاره کرد [۱].

علاوه بر مباحث کنترل کوادروتورها، مساله محدودیت انرژی مصرفی در آن‌ها به سبب رابطه مستقیم آن با زمان و برد پروازی از اهمیت بالایی برخوردار است. از یک طرف برای افزایش زمان و برد پرواز به باتری‌های قوی‌تر که ناگزیر وزن بیشتری دارند، نیاز می‌باشد و از طرف دیگر با افزایش وزن کوادروتور، مصرف انرژی آن نیز افزایش خواهد یافت که این مساله، چالشی اساسی را پیش روی استفاده از آن قرار می‌دهد. استفاده از استراتژی‌های ذخیره‌سازی و کنترل مصرف انرژی برای این نوع سیستم‌ها می‌تواند باعث گسترش حوزه عملکردی آن‌ها در اجرای عملیات‌های پیچیده‌تر و طولانی‌تر گردد. بعلاوه بحث ارتباط تولیدات دارای دوره برگشت‌پذیری بالا در طبیعت با مسائل و معضلات زیست محیطی نیز استفاده از چنین استراتژی و رویکردی در مصرف انرژی را بیش از پیش برجسته می‌کند [۲].

یک کوادروتور متشکل از اجزای مختلفی چون موتورها، درایور یا اسپید کنترلرها، باتری، برد الکترونیکی سنسورها و کنترل‌کننده‌ها می‌باشد. با توجه به پیشرفت‌های صورت گرفته در تکنولوژی

الکترونیک قدرت و شیمی، اجزای با کارآمدی انرژی بالاتر پیشتر توسعه داده شده‌اند و فضای کمی برای بهبود و توسعه بیشتر در آینده وجود دارد [۳-۵]. بعلاوه بازدهی انرژی در صورت استفاده از خط سیرهای سرعت ذوزنقه‌ای که بطور گسترده بکار برده می‌شوند، به شدت وابسته به نرخ شتاب‌گیری / ترمزگیری است و می‌تواند بسیار پایین باشد [۶]. این دلایل باعث شده است که تولید مسیرهای مینیمم انرژی بعنوان بهترین استراتژی برای بهبود راندمان انرژی در نظر گرفته شود. همچنین بسیاری از محققان نشان دادند که خط سیر و مصرف انرژی بطور تنگاتنگی با هم مرتبط هستند [۷].

اصولاً مباحث کنترل بهینه و حداقل انرژی در حوزه رباتیک را می‌توان به سه بخش تقسیم کرد:

- ۱- برنامه‌ریزی مسیر: تولید یک مسیر آفلاین با توجه به شرایط ابتدایی و انتهایی موردنظر یا بدون اجتناب از مانع
- ۲- تولید خط سیر: اعمال منحنی سرعت برای تبدیل مسیر به خط سیر
- ۳- ردیابی خط سیر: تعیین کنترل‌کننده مناسب برای دنبال کردن خط سیر داده شده

به جهت کلی بودن بخش‌های اول و دوم، کارهای زیادی در این حوزه انجام شده است. بخش سوم به جهت ارتباط تنگاتنگی که با نوع سیستم موردنظر دارد کمتر مورد توجه قرار گرفته است و بیشتر تحقیقات انجام شده در این زمینه نیز مربوط به ربات‌های زمینی می‌باشد. اختلاف اساسی ربات‌های پرنده بطور عام و کوادروتور بطور خاص با ربات‌های زمینی، به ذات سیستم آن‌ها برمی‌گردد. در ربات‌های زمینی برای ماندن ربات در یک موقعیت، عملاً موتورهای خاموش شده و هیچ انرژی مصرف نخواهد شد ولی در کوادروتور به منظور ماندن در یک موقعیت ایستا یا هاور، علاوه بر اینکه موتورهای نباید خاموش باشند بلکه باید وزن کوادروتور نیز توسط نیروی تراست تولیدی پره‌ها خنثی گردد و این یعنی در هر وضعیتی حتی حالت ایستا، انرژی مصرف خواهد شد. علاوه بر این معمولاً مسیر متداول برای ربات‌های متحرک و زمینی شامل خطوط مستقیم و منحنی است ولی از آنجایی که این‌گونه ربات‌ها عمدتاً در خط مستقیم حرکت می‌کنند و میزان حرکت آن‌ها در مسیرهای منحنی بسیار کم است، سهم مصرف انرژی روی خطوط منحنی‌وار بسیار کوچکتر از سهم مصرف انرژی در خطوط مستقیم می‌باشد [۷ و ۸]. در حالی که در

کوادروتورها به سبب نوع ساختار حرکتی لزوماً این‌گونه نیست. می‌توان گفت بخش اعظم کارها و تحقیقات انجام شده در این حوزه بر مدل‌سازی و کنترل وسیله تمرکز دارند و با وجود اهمیت مباحث مرتبط با برنامه‌ریزی مسیر حداقل انرژی و کنترل بهینه، در این زمینه کارهای کم و عمدتاً پراکنده‌ای انجام گرفته است که این کمبود در مورد کوادروتورها شدیدتر می‌باشد. برای مثال در [۹-۱۳] روش‌های کنترل و برنامه‌ریزی مسیر برای دسته‌ای از سیستم‌های زمینی مورد مطالعه قرار گرفته است. در این تحقیقات، تمرکز اصلی نه بر روی مصرف انرژی که بر روی اجتناب از موانع است. لنگ^۱ [۱۰]، وو^۲ و ویلیامز^۳ [۱۲] مسیرهایی را برای اجتناب از موانع تولید کردند. همچنین ایرل^۴ و دآندریا^۵ [۱۴] علاوه بر حل مسائل کنترل و برنامه‌ریزی برای اجتناب از موانع، با بکارگیری روش برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط خطی^۶ یک مسیر بهینه زمانی را تولید نمودند. آن‌ها بدین منظور با صرف‌نظر کردن از نیروی کریولیس و دینامیک موتور از مدل ساده شده در کار خود بهره گرفتند. در پژوهش دیگری می^۷ و همکاران [۱۵] یک مساله برنامه‌ریزی مسیر در فضای باز را با استفاده از تنها مدل سینماتیکی حل نمودند. آن‌ها از یک چندجمله‌ای مرتبه ۶ بعنوان تابع مصرف انرژی استفاده کردند که بطور ابتکاری از آزمایش‌ها استخراج شده بود و به همین دلیل مسیر تولیدی قابلیت بسط داده شدن بعنوان یک مسیر عام را نداشت.

در زمینه کنترل کوادروتور و ردیابی مسیر کارهای بیشتری انجام شده است. در کارهای انجام شده می‌توان به روش‌های مختلفی چون تناسبی-مشتقی-انتگرالی [۱۶]، تکنیک‌های تطبیقی [۱۷]، روش رگولاتور درجه دوم خطی^۸ [۱۸ و ۱۹] اشاره نمود. از طرف دیگر از آنجایی که کوادروتور دارای یک مدل غیرخطی چند ورودی-چندخروجی دارای پارامترهای همراه با عدم قطعیت و نایقینی می‌باشند، از این‌رو به منظور کنترل آن روش‌های کنترلی غیرخطی و مقاوم مناسب‌تر به نظر می‌رسند. برای مثال در مراجع [۲۰] و [۲۱] از کنترل گام به عقب و در مراجع [۲۲] تا [۲۶] از روش مود

- 1 Leng
- 2 Wu
- 3 Williams
- 4 Earl
- 5 D'andrea
- 6 Mixed Integer Linear Programming (MILP)
- 7 Mei
- 8 Linear Quadratic Regulator (LQR)

خود کم نظیر است و می‌تواند توانایی کوادروتور در اجرای ماموریت محوله را پیش‌بینی کرده و برد ممکن با توجه به زمان و میزان شارژ باتری را تعیین نماید.

ساختار این مقاله بدین ترتیب است: در بخش ۲ مدل دینامیکی کل مجموعه شامل مدل کوادروتور، مدل موتور و همچنین میزان مصرف انرژی ارائه می‌شود. فرمولاسیون مساله در بخش ۳ انجام می‌گیرد که شامل معرفی تابع هزینه، تئوری کنترل بهینه، همیلتونین و ضرایب لاگرانژ می‌باشد. در انتهای این بخش برنامه‌ریزی مسیر مینیمم انرژی با استفاده از اصل مینیمم پونتریاگین بیان می‌گردد. در بخش ۴ نتایج شامل مسیرهای بهینه، میزان مصرف انرژی در مسیر بهینه، مقایسه بین انرژی مصرفی در مسیر بهینه و پروفایل سرعت دوزنقه‌ای مرسوم و همچنین رویه و رابطه ریاضی نشان‌دهنده بین طول و زمان مسیر با مصرف انرژی باتری ارائه می‌شود. در بخش ۵ نیز نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهادات آورده شده است.

۲- مدل دینامیکی کوادروتور

کوادروتور با وجود داشتن سیستم مکانیکی ساده، مجموعه‌ای از اثرات فیزیکی متعدد ناشی از حوزه‌های مکانیک و آیرودینامیک می‌باشد. مدل کوادروتور باید تمامی اثرات مهم را در بر داشته باشد. جدول ۱ لیستی از اثرات اصلی وارد شده به کوادروتور را به طور خلاصه نشان می‌دهد.

از آنجایی که درک و همچنین کار بر روی معادلات مربوط به سرعت‌ها و شتاب‌های خطی مخصوصا در بحث بهینه‌سازی مسیر و تعقیب آن توسط کوادروتور در فریم مرجع اینرسی آسان‌تر و کاراتر از فریم متصل به جسم می‌باشد، با استفاده از ماتریس‌های انتقال و دوران، معادلات خطی در فریم اینرسی و معادلات زاویه‌ای در فریم متصل به کوادروتور بصورت رابطه (۱) قابل بیان می‌باشد [۲۳].

$$\begin{aligned} \ddot{X} &= (\sin \psi \sin \varphi + \cos \psi \sin \theta \cos \varphi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{Y} &= (-\cos \psi \sin \varphi + \sin \psi \sin \theta \cos \varphi) \frac{U_1}{m} \\ \ddot{Z} &= -g + (\cos \theta \cos \varphi) \frac{U_1}{m} \\ \dot{p} &= \frac{I_{yy} - I_{zz}}{I_{xx}} q r - \frac{J_{TP}}{I_{xx}} q \Omega + \frac{U_2}{I_{xx}} \\ \dot{q} &= \frac{I_{zz} - I_{xx}}{I_{yy}} r p - \frac{J_{TP}}{I_{yy}} p \Omega + \frac{U_3}{I_{yy}} \\ \dot{r} &= \frac{I_{xx} - I_{yy}}{I_{zz}} p q + \frac{U_4}{I_{zz}} \end{aligned} \quad (1)$$

لغزشی بطور مجزا و بصورت ترکیب با رویکردهای دیگر استفاده شده است. البته روش‌های دیگری مانند فیدبک دینامیکی، فیدبک بینایی، تکنیک‌های فازی، شبکه‌های عصبی و ... نیز هر چند کمتر ولی در بحث کنترل کوادروتور از نظر دور نگاه داشته نشده‌اند [۲۷-۳۰].

هدف این مقاله ارائه الگوریتم برنامه‌ریزی مسیر کمترین انرژی و متعاقب آن استخراج کنترل‌کننده بهینه متناظر با آن است بطوری‌که کوادروتور از طریق آن علاوه بر ارضای قیود و نیل به اهداف موقعیتی، کمترین انرژی را نیز مصرف کند. بدین منظور مقاله دارای دو بخش اصلی می‌باشد. در بخش اول، مدل کوادروتور و همچنین مدل موتور در حضور اجزای مرتبط با آن مانند پره استخراج می‌شود. سپس در بخش دوم با تعریف تابع هزینه، مساله مسیر مینیمم انرژی با قیود موجود برای یک کوادروتور حل می‌گردد. این مساله مسیر بهینه با استفاده از تئوری کنترل بهینه و از طریق تابع همیلتونین و ضرایب لاگرانژ مبتنی بر مدل دینامیک دقیق کوادروتور و موتورهای آن حل می‌گردد. یکی از محاسن اصلی کار حاضر این است که در این کار، مدل کامل موتور و متعلقات آن در تولید مسیر بهینه مینیمم انرژی لحاظ شده است و بنابراین ولتاژهای اعمالی بهینه به موتورها نیاز به بررسی امکان تعقیب چنین مسیر بهینه‌ای توسط کنترل‌کننده‌های مختلف را از بین می‌برد. از دیگر اهداف کار حاضر استخراج و ارائه یک رویه چندبعدی است که ارتباط بین متغیرهای مهمی چون میزان مصرف انرژی باتری، طول مسیر و زمان طی مسیر را مشخص نماید که بدین منظور از برازش منحنی در این کار بهره گرفته شده است. این کار از جهت نوع سیستم مورد نظر و همچنین امکان عملیاتی کردن آن، در کارهای مشابه قبلی بررسی نشده است. اصولا در کارهای گذشته، الگوریتم برنامه‌ریزی مسیر بیشتر برای ربات‌های متحرک چرخ‌دار^۱، هدایت لغزشی^۲، سه چرخ چندمنظوره^۳ مطرح و بررسی شده‌اند. همچنین در کارهای قبلی به منظور تعیین مسیر بهینه و کنترل مجموعه یا از مدل ساده شده کوادروتور استفاده شده و یا از مدل موتور در آن صرف نظر شده است در حالی‌که در کار حاضر تمامی این موارد لحاظ شده و در نظر گرفته شده‌اند. بعلاوه با توجه به عدم امکان حل تحلیلی این نوع سیستم در اینجا یک تابع ریاضی مرتبط کننده بین زمان، طول مسیر و مصرف باتری ارائه می‌شود که در نوع

- 1 Wheeled Mobile Robot (WMR)
- 2 Skid-Steered Mobile Robot (SSMR)
- 3 Three-Wheeled Omnidirectional Mobile Robots (TOMR)

جدول ۱: لیست نیروها و گشتاورهای موثر بر کوادروتور

Table 1: Effective forces and torques of the quadrotor

اثر	اثرات آیرودینامیکی	گشتاور اینرسی	اثر گرانش	اثرات ژبروسکوپی	اصطکاک
منبع	چرخش و فلپینگ ملخها	تغییر در سرعت چرخش ملخها	موقعیت مرکز جرم	تغییر در جهت جسم صلب و صفحه	حرکت کوادروتور
		ها	جرم	ملخ	

به مکانیکی تبدیل می‌کند. موتور جریان مستقیم بطور کلی بوسیله مجموعه‌ای از مقاومت R ، القاگر L و یک مولد ولتاژ e مدل می‌شود. مقاومت موتور معرف اتلاف انرژی به سبب جریان عبوری از سیم‌پیچ مسی است. رفتار القاگر نیز از شکل سیم‌پیچ‌های موتور مشخص می‌شود و مولد e تامین‌کننده یک ولتاژ متناسب با سرعت موتور می‌باشد. جریان موتور بوسیله یک مولد ولتاژ واقعی v که ورودی کنترلی می‌دهد، کنترل می‌شود. از لحاظ تئوری مقاومت دیگری باید به مولد ولتاژ اضافه شود که بیانگر اتلاف در درایور است. در یک کار خوب اتلاف‌های مولد پایین نگاه داشته می‌شوند و بنابراین صرف‌نظر کردن از آن‌ها در مدل ممکن است. دینامیک موتور را با استفاده از روش اویلر می‌توان بصورت رابطه (۴) نمایش داد:

$$J_{TM} \dot{W}_M = T_M - T_L \quad (4)$$

که در آن J_{TM} بیانگر ممان اینرسی کلی حول محور موتور، W_M معرف شتاب زاویه‌ای و T_M و T_L به ترتیب نشانگر گشتاور موتور و بار گشتاور خارجی می‌باشند. گشتاور موتور T_M متناسب با جریان الکتریکی i است و ضریب تناسب این دو K_M می‌باشد بنابراین می‌توان نوشت:

$$J_{TM} \dot{W}_M = K_M i - T_L \quad (5)$$

لازم بذکر است که ضرایب K_E و K_M علی‌رغم متفاوت بودن واحد اندازه‌گیری، از لحاظ مقداری با هم برابرند. دلیل این مورد به تساوی توان الکتریکی و مکانیکی بازمی‌گردد. سیستم موتور واقعی متشکل از خود موتور، جعبه‌دنده و پره‌هاست. در شکل ۱ این اجزا و بارهای وارده بر آن‌ها نشان داده شده است.

در شکل ۱، J_P و J_M به ترتیب بیانگر ممان اینرسی روتور حول محور موتور و محور پره است. T_P و W_P نیز معرف سرعت زاویه‌ای پره و گشتاور مقاومتی پره می‌باشند. همچنین گشتاور وارد از پره به موتور با T_{PM} و گشتاور وارد از موتور به پره با T_{MP} نشان داده

که در آن ورودی‌های کنترلی تابع سرعت ملخها، بصورت رابطه (۲) تعریف شده‌اند:

$$\begin{aligned} U_1 &= T_1 + T_2 + T_3 + T_4 = b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \\ U_2 &= \ell(T_4 - T_2) = b\ell(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ U_3 &= \ell(T_3 - T_1) = b\ell(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ U_4 &= \frac{d}{b}(T_2 + T_4 - T_3 - T_1) = d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ \Omega &= \Omega_1 + \Omega_2 + \Omega_3 + \Omega_4 \end{aligned} \quad (2)$$

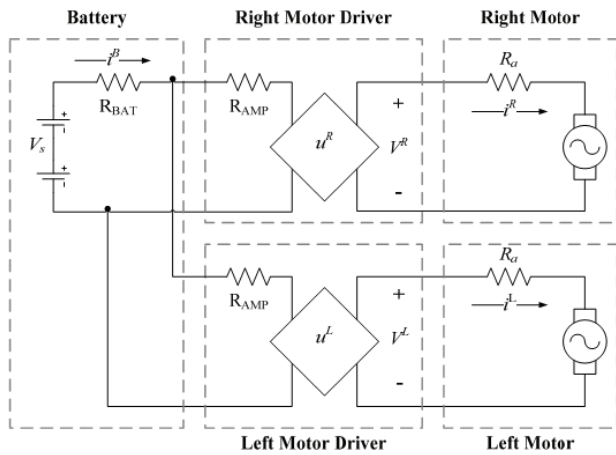
شتاب‌های زاویه‌ای در فریم بدنی متصل به کوادروتور $(\dot{p}, \dot{q}, \dot{r})$ با شتاب زوایای اویلر $(\ddot{\phi}, \ddot{\theta}, \ddot{\psi})$ که نسبت به فریم اینرسی محاسبه می‌شوند، برابر نیستند. با فاصله گرفتن کوادروتور از وضعیت ایستا، میزان مصرف انرژی برای خنثی‌سازی وزن بالا می‌رود. از آنجایی که هدف این کار مسیر بهینه حداقل انرژی است، در یک چنین مسیری زوایای اویلر از وضعیت صفر اختلاف کمی دارد. بنابراین می‌توان فرض نمود ماتریس انتقال T_0 که ارتباط بین سرعت‌های زاویه‌ای در فریم اینرسی و سرعت‌های زاویه‌ای در فریم متصل به کوادروتور را تعیین می‌کند (رابطه (۳)) در چنین مسیر بهینه‌ای به ماتریس همانی نزدیک است ($T_0 \approx I$) و معادلات شتاب زاویه‌ای بطور مستقیم به شتاب زوایای اویلر قابل ارجاع می‌باشد.

$$\begin{aligned} [\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}]^T &= T_0 [p, q, r]^T \\ T_0 &= \begin{bmatrix} 1 & \sin\phi \tan\theta & \cos\phi \tan\theta \\ 0 & \cos\phi & -\sin\phi \\ 0 & \frac{\sin\phi}{\cos\theta} & \frac{\cos\phi}{\cos\theta} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3)$$

۳- مدل موتور

موتور جریان مستقیم^۱ یک عملگر است که انرژی الکتریکی را

1 Direct Current (DC)



شکل ۲: دیاگرام مدار باتری، درایورها و موتورهای کوادروتور [۳۲]
Fig. 2: The schematic of battery, drivers and motors circuits

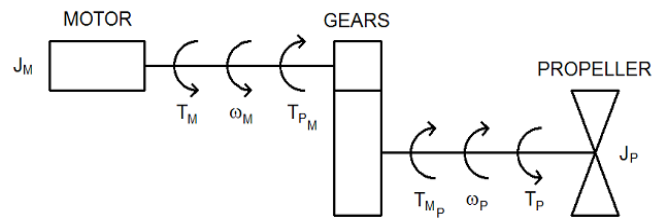
می‌رود. در یک کوادروتور، انرژی بوسیله مقاومت داخلی باتری، مقاومت تقویت‌کننده درایور موتورها، مقاومت آرماتورها و اصطکاک ویسکوز موتورها تلف می‌شود. شکل ۲ دیاگرام مدار باتری، موتور و درایور آن را نشان می‌دهد.

برای کنترل سرعت موتور، کنترل‌کننده مدولاسیون پهنای پالس^۱ به جهت تولید گرمای کم، بر سایرین ترجیح داده می‌شود. این روش در مقایسه با تنظیم خطی از لحاظ انرژی موثرتر است. فرض بر این است که تقویت‌کننده مدولاسیون پهنای پالس ای از نوع پل-اچ^۲ به‌عنوان درایور موتورها بکار برده می‌شوند که می‌توان آن را بوسیله مقاومت تقویت‌کننده R_{amp} و نرخ کار مدولاسیون پهنای پالس که با u^i ($i=1, \dots, 4$) نشان داده می‌شوند، مدل کرد.

به جهت کوچکی مقاومت داخلی باتری در مقایسه با مقاومت آرماتور موتور و همچنین مصرف توان پایین درایورهای موتور نسبت به خود موتورها، می‌توان آن‌ها را نادیده گرفت. از این‌رو انرژی کل مصرفی باتری، E_W ، را می‌توان توسط رابطه (۱۱) نشان داد.

$$E_W = \int i^T V dt = V_s \int i^T u dt \quad (11)$$

که در آن $V = [V^1 V^2 V^3 V^4]$ نشان‌دهنده ولتاژ ورودی اعمالی به موتورها از باتری و $u = \frac{V}{V_s} = [u^1 u^2 u^3 u^4]$ بیانگر ورودی مقیاس‌گذاری شده نسبت به ولتاژ بیشینه باتری V_s می‌باشد. از آنجایی که ولتاژ موتورها هیچ‌گاه نمی‌توانند از ولتاژ باتری بالاتر باشند، یک قید روی ولتاژ موتورها وجود دارد که توسط رابطه (۱۲)



شکل ۱: اجزای متصل به موتور

Fig. 1: The coupled components of motor

شده است. برای رسیدن به یک مدل درست باید تمامی این اجزا در مدل‌سازی لحاظ گردند. اگر بازه مکانیکی جعبه دنده η فرض شود می‌توان رابطه بین توان مکانیکی ورودی (توان محور موتور) با توان خروجی (توان محور پره) را به فرم رابطه (۶) نوشت:

$$P_M \eta = P_P \quad (6)$$

$$w_M T_{PM} \eta = w_P T_{MP}$$

با در نظر گرفتن نسبت کاهش دنده $N = \frac{w_M}{w_P}$ و رابطه گشتاور-شتاب زاویه‌ای در جعبه‌دنده خواهیم داشت:

$$J_M \dot{w}_M = T_M - T_{PM} \quad (7)$$

$$J_P \dot{w}_P = T_{MP} - T_P$$

با جایگذاری رابطه (۷) در رابطه (۶)، رابطه (۸) نتیجه خواهد شد:

$$w_M (T_M - J_M \dot{w}_M) = w_P (T_P + J_P \dot{w}_P) \quad (8)$$

$$\left(J_M + \frac{J_P}{\eta N^2} \right) w_M = T_M - \frac{T_P}{\eta N}$$

همچنین محاسبات آیرودینامیکی نشان داده‌اند که گشتاور اصطکاکی پره با مجذور سرعت دورانی آن متناسب است:

$$T_p = d w_p^2 = d \frac{w_M^2}{N^2} \quad (9)$$

با جمع معادلات (۴) تا (۹)، مدل دینامیکی موتور به همراه متعلقات به صورت رابطه (۱۰) درمی‌آید [۳۱]:

$$(J_P + \eta N^2 J_M) \dot{w}_P = -\frac{K_E K_M}{R} \eta N^2 w_P - d w_P^2 + \frac{K_M}{R} \eta N V \quad (10)$$

۴- تعیین تابع مصرف انرژی کوادروتور

انرژی کشیده شده از باتری برای راندن موتورها به انرژی مکانیکی تبدیل شده و بصورت اتلاف گرمایی در مقاومت آرماتور از دست

1 Pulse-Width Modulation (PWM)

2 H-Bridge

نشان داده شده است.

می‌توان به صورت رابطه (۱۵) نوشت:

$$|u^i| \leq 1, \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (12)$$

با استفاده از رابطه (۱۳) می‌توان جریان کشیده شده از باتری

ناشی از بار وارد بر موتور را تعیین نمود:

$$i = (v - K_E w_M) / R \stackrel{N = w_M / w_P}{\Rightarrow} i = (v - N K_E w_P) / R \quad (13)$$

با جایگذاری رابطه (۱۳) در رابطه (۱۱)، E_W می‌تواند در ترم‌های

ورودی کنترلی u و سرعت پره w_P بصورت رابطه (۱۴) بازنویسی

شود:

$$E_W = \int (k_1 u^T u - k_2 w_P^T u) dt \quad (14)$$

که در آن $k_1 = \frac{V_s^2}{R}$ و $k_2 = \frac{k_E N V}{R}$. لازم بذکر است که u و

w_P بردارهای ۴ مولفه‌ای هستند که هر مولفه آن معرف وضعیت هر

موتور می‌باشد. رابطه (۱۴) در اصل تابع هزینه برای مساله را مشخص

می‌کند.

تعریف مساله برنامه‌ریزی مسیر مینیمم انرژی برای

کوادروتور: یک کوادروتور می‌خواهد در زمان t_f فاصله بین دو

موقعیت ابتدایی $P(t_0)$ و انتهایی $P(t_f)$ را طی نماید بطوری‌که

مسیر حرکتی آن مسیر مینیمم انرژی باشد. هدف تعیین مسیر بهینه،

سرعت بهینه موتورها و ورودی‌های کنترلی برای نیل به این هدف

می‌باشد.

۵- مسیر حداقل انرژی

یک مسیر حرکت معمولاً شامل خطوط مستقیم و کمان‌هاست. در

اکثر موارد کوادروتور یا در خط مستقیم حرکت می‌کند و یا در حالت

ایستا قرار دارد. ویژگی خاص کوادروتور این است که حتی در حالت

ایستا و توقف در یک موقعیت نیز انرژی قابل توجهی مصرف می‌کند

که علت آن کارکردن موتورها برای خنثی کردن اثر وزن کوادروتور

می‌باشد. همانطور که پیشتر در صورت مساله مسیر بهینه ذکر شد

هیچ‌گونه قیدی روی مسیر کوادروتور وجود ندارد عبارت دیگر فرض

شده که بین دو نقطه ابتدا و انتها مانعی وجود ندارد. حل مساله در

این حالت انجام می‌شود و قطعاً نتایج حاصل از حل، در صورت وجود

مانع در مسیر در حالت کلی صادق نیست. مساله را از لحاظ ریاضیاتی

$$\min E_W = \int_{t_0}^{t_f} k_1 u^T u dt - \int_{t_0}^{t_f} k_2 w_P^T u dt \quad (15)$$

بطوری‌که:

$$[\dot{\mathcal{N}}_1, \dot{\mathcal{N}}_2, \dot{\mathcal{N}}_3] = f_{16 \times 1}(\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2, \mathcal{N}_3, u) \quad (16)$$

$$\begin{cases} \mathcal{N}_1(0) = [w_P^1(0), w_P^2(0), w_P^3(0), w_P^4(0)] \\ \mathcal{N}_2(0) = P_0 = [X_0, Y_0, Z_0, \phi_0, \theta_0, \psi_0] \\ \mathcal{N}_3(0) = V_0 = [\dot{X}_0, \dot{Y}_0, \dot{Z}_0, \dot{\phi}_0, \dot{\theta}_0, \dot{\psi}_0] \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \mathcal{N}_1(t_f) = [w_P^1(t_f), w_P^2(t_f), w_P^3(t_f), w_P^4(t_f)] \\ \mathcal{N}_2(t_f) = P_f = [X_f, Y_f, Z_f, \phi_f, \theta_f, \psi_f] \\ \mathcal{N}_3(t_f) = V_f = [\dot{X}_f, \dot{Y}_f, \dot{Z}_f, \dot{\phi}_f, \dot{\theta}_f, \dot{\psi}_f] \end{cases} \quad (18)$$

$$|u^i| \leq 1, \quad (i = 1, 2, 3, 4) \quad (19)$$

رابطه (۱۶) مدل دینامیکی کوادروتور-موتور و روابط (۱۷) و (۱۸)

به ترتیب وضعیت اولیه و نهایی مورد نظر را بیان می‌کنند. لازم بذکر

است \mathcal{N}_1^4 معرف سرعت دوران پره‌ها و \mathcal{N}_2^4 و \mathcal{N}_3^4 به ترتیب بیانگر

ترم‌های وضعیت و سرعت کوادروتور می‌باشند.

به منظور پیدا کردن مسیر بهینه حداقل انرژی برای چنین

سیستمی با مدل دینامیکی و قیود معلوم، روش حساب تغییرات بکار

گرفته می‌شود. با در نظر گرفتن ضریب لاگرانژ $\lambda = [\lambda_1, \dots, \lambda_{16}]$

برای مدل دینامیکی سیستم (رابطه (۱۶))، همیلتونین H بصورت زیر

تعریف می‌شود:

$$H = k_1 u^T u - k_2 w_P^T u + \lambda^T [f(\mathcal{N}_1, \mathcal{N}_2, \mathcal{N}_3, u)] \quad (20)$$

لازم بذکر است گاهی که قید موقعیت یا طول مسیر در مساله

وجود دارد نمایش ضرایب این نوع قیود با پارامتری غیر از λ انجام

می‌شود (مثلاً α) و ضریب λ تنها برای داخل کردن مدل دینامیکی

در همیلتونین بکار برده می‌شود ولی از آنجایی که در مساله جاری

عملاً قیده‌های مساله توسط خود متغیرهای موجود در مدل دینامیکی

پوشش داده می‌شوند، نیازی به نمایش دوگانه ضرایب نیست. روابط

لازم برای مسیر و سرعت بهینه و همچنین ورودی کنترلی u^* بصورت

رابطه‌های (۲۱) و (۲۲) می‌باشد:

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 2k_1 u^* - k_2 w_p^* = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial H}{\partial \mathcal{N}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial H}{\partial \mathcal{N}_1} \\ \frac{\partial H}{\partial \mathcal{N}_2} \\ \frac{\partial H}{\partial \mathcal{N}_3} \end{bmatrix} = -\dot{\lambda} \quad (22)$$

همینطور دستور کنترلی به موتور از طریق یک میکروکنترلر با زمان نمونه‌گیری ۰/۰۲ ثانیه منتقل می‌شود. به جهت رزولیشن ۱۰ بیتی مبدل آنالوگ به دیجیتال میکروکنترلر، خروجی سنسورها اعدادی بین صفر تا ۱۰۲۳ خواهند بود. در این نمونه آزمایشگاهی میکروکنترلر نقش رابط را بازی کرده بدین صورت که اطلاعات را از سنسور دریافت کرده و به کامپیوتر ارسال می‌کند و همچنین دستورات کنترلی را از کامپیوتر دریافت و به موتور اعمال می‌کند. برای دریافت، ارسال و تجزیه و تحلیل اطلاعات از زبان ویژوال سی شارپ استفاده شده است.

همانطور که در شکل ۳ نشان داده شده است با اعمال سیگنال مدولاسیون پهنای پالس از صفر تا ۲۵۵ به موتور، تراست تولیدی توسط پره بوسیله ترازوی دیجیتال اندازه‌گیری شده است. از آنجایی که به جهت فقدان انکودر امکان اندازه‌گیری مستقیم سرعت زاویه‌ای موتور میسر نبود، میزان سرعت دورانی موتور با استفاده از مدل ریاضی موتور-پره محاسبه گردید. جدول ۳ نتایج داده‌های آزمایشگاهی تست موتور را نشان می‌دهد.

لازم به ذکر است که خروجی اصلی شبیه‌سازی به فرم ولتاژ بوده در حالی که برای تست عملی نیاز به مشخص بودن سیگنال مدولاسیون پهنای پالس نظیر آن می‌باشد. از داده‌های جدول فوق به منظور استخراج یک رابطه خطی بین این دو استفاده می‌شود. رابطه (۲۳) ارتباط کمی بین این دو متغیر را نشان می‌دهد که در آن r بیانگر تعداد بیت‌های پایه مدولاسیون پهنای پالس کنترلی، V_{bat} معرف ولتاژ باتری می‌باشد.

$$V = -\frac{PWM}{2^r} \times V_{Bat} \quad (23)$$

در روابط بالا به جهت مشتق‌گیری از تابع اسکالر H نسبت به بردارهای u و \mathcal{N} به ترتیب ۴ معادله جبری و ۱۶ معادله دیفرانسیل کوپل شده به یکدیگر تولید می‌شود. از آنجایی که این معادلات حل تحلیلی ندارند، برای حل آن‌ها باید به سراغ روش‌های عددی رفت. در اینجا برای حل مساله مقدار مرزی مذکور، روش رانگ کوتا مرتبه چهار مورد استفاده قرار گرفته است.

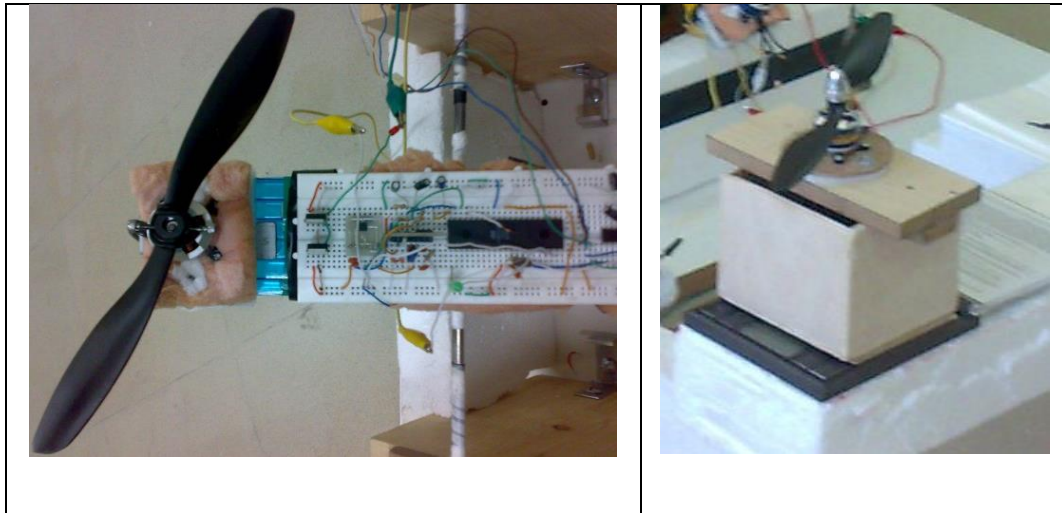
۶- نمونه آزمایشگاهی

به منظور صحت‌سنجی نتایج شبیه‌سازی و امکان مقایسه نتایج با داده‌های آزمایشگاهی یک نمونه آزمایشگاهی طراحی و پیاده‌سازی گردید. این نمونه شامل یک موتور برانشلس، اسپید کنترلر موتور، برد الکترونیکی به همراه میکروکنترلر و سنسور جریان می‌باشد که مشخصات اجزای فوق در جدول ۲ بیان شده‌اند. با استفاده از این نمونه آزمایشگاهی و به کمک یک ترازوی دیجیتال میزان تراست تولیدی توسط پره به ازای سیگنال‌های مدولاسیون پهنای پالس مختلف اندازه‌گیری می‌شود. از یک سنسور جریان برای ارزیابی میزان جریان کشیده شده توسط موتور در دوره‌های مختلف استفاده شده است. داده‌های سنسور و

جدول ۲: مشخصات نمونه آزمایشگاهی

Table 2: Prototype characteristics

نام جزء	اسم	شرکت سازنده	مشخصات
موتور	BL۲۲۱۵	ای.ماکس ^۱	۳۰ آمپر
دراپور موتور	-	ای.ماکس	۳۰ آمپر
ملخ	۸×۴/۵	-	-
باتری	Li-Po	-	۲۰۰۰ میلی آمپر ساعت، ۳ سلول
میکروکنترلر	ATMeg۳۲A	-	-
سنسور جریان	ACS۷۱۲	آل ایگرو ^۲	حساسیت: ۱۸۵ میلی ولت بر آمپر



شکل ۳: نمایی از مجموعه اندازه‌گیرنده نیروی تراست (راست) و برد الکترونیکی (چپ)
(Fig.3: View of the thrust measurement section (right) and the electronic circuit (left))

جدول ۳: نتایج داده‌های آزمایشگاهی تست موتور

Table 3: The experimental results of motor

۲۵۵	۲۴۰	۲۲۰	۲۰۰	۱۸۰	۱۶۰	۱۴۰	۱۲۰	۱۰۰	۸۰	۶۰	۴۰	PWM
۴۲۱/۹۴	۳۷۸/۹۴	۳۲۵/۱۷	۲۷۴/۵۶	۲۲۶/۸۰	۱۸۲/۷۹	۱۴۵/۱۱	۱۰۷/۷۱	۸۰/۳۴	۵۱/۷۶	۳۱/۰۴	۱۵/۳۱	Trust(gr)
۲۷۹۰/۱	۲۶۴۴/۱	۲۴۴۹/۴	۲۲۵۰/۷	۲۰۴۵/۶	۱۸۳۶/۴	۱۶۳۶/۲	۱۴۰۹/۷	۱۲۱۷/۵	۹۷۷/۲	۷۵۶/۸	۵۳۱/۵	W(rad)

۷- نتایج

کوادروتور حتی در حالت ایستا باز می‌گردد. نتایج همچنین نشان می‌دهد که میزان مصرف انرژی وابستگی بالایی به طول زمان پرواز در مقایسه با طول مسیر دارد. بعلاوه سهم انرژی مصرفی ناشی از تغییرات زوایا در انرژی مصرفی کل ناچیز است.

به منظور ارزیابی انرژی مصرفی در مسیرهای مرسوم، نتایج مقایسه‌ای مصرف انرژی ناشی از پروفایل مسیر بهینه و پروفایل

به منظور استخراج مسیر بهینه مینیمم انرژی برای زمان‌ها و موقعیت‌های مختلف و همچنین ارزیابی میزان ذخیره انرژی توسط کوادروتور در مسیر مینیمم انرژی نسبت به پروفایل‌های سرعت دوزنقه‌ای مرسوم شبه بهینه شبیه‌سازی‌ها انجام شد. در جدول‌های ۴ و ۵ به ترتیب مشخصات موتور و کوادروتور مورد استفاده در شبیه‌سازی‌ها نمایش داده شده است.

با استفاده از شبیه‌سازی مسیر بهینه مینیمم انرژی به ازای زمان‌ها و موقعیت‌های مختلف، میزان مصرف بهینه انرژی در این حالات بدست آمد که نتایج در جدول ۶ ارائه شده است.

همانطور که از جدول ۶ قابل مشاهده است، بر خلاف ربات‌های زمینی دو چرخ و سه چرخ که با افزایش زمان، میزان مصرف انرژی آن‌ها در حالت بهینه کاهش می‌یابد در کوادروتور با افزایش زمان انرژی مصرفی بهینه افزایش یافت است. همانطور که پیشتر نیز ذکر شد، علت این امر به مصرف شدن انرژی برای خنثی‌سازی وزن

جدول ۴: مشخصات عملگر الکتریکی کوادروتور

Table 4: The quadrotor actuator's characteristics

مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر
$۷۲/۸ \times ۱۰^{-۶}$	J_P	$۱/۱ \times ۱۰^{-۶}$	d
$۱/۱ \times ۱۰^{-۶}$	J_M	$۶/۳ \times ۱۰^{-۳}$	K_E
$۵/۶$	N	$۶/۳ \times ۱۰^{-۳}$	K_M
$۰/۹$	η	$۰/۶$	R

جدول ۵: مشخصات فیزیکی کوادروتور
Table 5: The quadrotor characteristics

b	ℓ	I_{zz}	I_{yy}	I_{xx}	m
$۵۴/۲ \times ۱۰^{-۶}$	$۰/۲۴$	$۱۴/۲ \times ۱۰^{-۳}$	$۸/۱ \times ۱۰^{-۳}$	$۸/۱ \times ۱۰^{-۳}$	۱

جدول ۶: میزان مصرف انرژی برای شرایط مختلف زمانی و موقعیتی در مسیر بهینه مینیم انرژی
Table 6: The amount of optimal energy consumption for different positional and time situations

t_f (s)	X_f (m)	Y_f (m)	Z_f (m)	ϕ_f (deg)	θ_f (deg)	ψ_f (deg)	مینیم انرژی (J)
۱۰	۱۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵۳۲/۸۶
۱۰	۲۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵۳۱/۷۱
۱۰	۰	۱۵	۰	۰	۰	۰	۵۲۷/۰۱
۱۰	۰	۰	۲۰	۰	۰	۰	۲۳۷/۷۸
۱۰	۱۵	۱۰	۳۰	۰	۰	۰	۵۶۵/۴۲
۲۰	۲۵	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۶۲/۷
۲۰	۰	۱۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۶۶/۳
۲۰	۰	۰	۲۵	۰	۰	۰	۱۰۶۷/۱
۲۰	۲۰	۱۵	۱۵	۰	۰	۰	۱۰۶۲/۷
۱۵	۱۵	۱۰	۱۰	۳۰	۰	۰	۷۹۵/۸۲
۱۵	۱۰	۰	۲۰	۰	۳۰	۰	۷۹۳/۷۰
۱۵	۱۵	۲۰	۱۰	۰	۰	۳۰	۷۹۲/۷۸
۱۰	۱۰	۰	۰	۳۰	۱۵	۰	۵۱۹/۳۱
۱۰	۰	۱۰	۵	۰	۳۰	۱۵	۵۳۳/۷۳
۱۰	۱۵	۲۰	۱۰	۲۰	۰	۳۰	۵۷۰/۱۷
۱۰	۵	۱۵	۲۰	۲۰	۱۰	۳۰	۵۳۰/۱۷

شبيه‌سازی‌ها، شرایط اولیه بصورت:

$$\begin{cases} \mathcal{X}_1^*(0) = [0, 0, 0, 0] \\ \mathcal{X}_2^*(0) = P_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0] \\ \mathcal{X}_3^*(0) = V_0 = [0, 0, 0, 0, 0, 0] \end{cases} \quad (24)$$

در نظر گرفته شده است که به معنای سکون اولیه کوادروتور می‌باشد. شرایط انتهایی \mathcal{X}_1^* و \mathcal{X}_3^* نیز مشابه شرایط اولیه است. نتایج جدول ۷ نشان‌دهنده این قضیه است که در یک زمان

سرعت مرسوم دوزنقه‌ای در جدول ۷ نشان داده شده است. منظور از پروفایل سرعت دوزنقه‌ای مرسوم، فرآیند حرکتی سه مرحله‌ای است که در آن ابتدا سرعت از صفر با شتاب ثابت شروع به افزایش کرده تا به سرعت مشخصی برسد سپس در مرحله دوم جسم با سرعت ثابت حرکت را ادامه داده و در مرحله پایانی سرعت با شتاب ثابت منفی شروع به کاهش نموده تا سرانجام در انتهای زمان مورد نظر به صفر برسد. لازم بذکر است بدون کاستن از کلیت مساله در تمامی

جدول ۷: مقایسه مصرف انرژی برای شرایط مختلف زمانی و موقعیتی

Table 7: Comparison of energy consumption for different positional and time situations

t_f (s)	X_f (m)	Y_f (m)	Z_f (m)	φ_f (deg)	θ_f (deg)	ψ_f (deg)	مینیمم انرژی (J)	پروفایل دوزنقه‌ای (J)
۱۰	۱۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵۳۲/۸۶	۵۵۶/۸۰
۱۰	۲۰	۰	۰	۰	۰	۰	۵۳۱/۷۱	۵۵۴/۵۶
۱۰	۰	۱۵	۰	۰	۰	۰	۵۲۷/۰۱	۵۴۹/۰۸
۱۰	۰	۰	۲۰	۰	۰	۰	۵۳۷/۷۸	۵۵۸/۴۴
۲۰	۲۵	۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۶۲/۷	۱۰۹۷/۲۶
۲۰	۰	۱۰	۰	۰	۰	۰	۱۰۶۶/۳	۱۱۰۲/۶۹
۲۰	۰	۰	۲۵	۰	۰	۰	۱۰۶۷/۱	۱۱۰۲/۳۷

ارائه شده است. در شکل ۷ نیز میزان مصرف انرژی در طول مسیر بهینه نمایش داده شده است. همانطور که در شکل ۷ مشاهده می شود، میزان مصرف انرژی تقریباً با روند ثابتی صورت گرفته در حالی که در پروفیل دوزنقه‌ای، مصرف انرژی در طول مسیر روند ثابتی را طی نمی کند.

به منظور ارزیابی نتایج با استفاده از نمونه آزمایشگاهی، سیگنال مدولاسیون پهنای پالس متناظر با ولتاژهای بدست آمده از شبیه سازی به موتور اعمال شده که نتایج در شکل ۸ نشان داده شده است. از آنجایی که هر کوادروتور دارای چهار موتور می باشد، اطلاعات استخراجی از نمونه آزمایشگاهی که شامل تنها یک موتور است را توسعه داده و برای هر یک از ولتاژها آزمایش انجام شده است.

با استفاده از داده های جریان و ولتاژ بدست آمده از تست های آزمایشگاهی، میزان انرژی مصرفی کوادروتور محاسبه گردید که در حدود ۳۰۴ ژول می باشد. این میزان مصرف با نتایج شبیه سازی که حدود ۲۹۸ ژول را نشان می دهد همخوانی مناسبی دارد. بنابراین می توان نتایج شبیه سازی را بسط داده و در شرایط مختلف از آنها استفاده نمود.

از آنجایی که رابطه مشخصی بین میزان مصرف انرژی کوادروتور در طول عملیات با مدت زمان عملیات و فاصله موقعیت های اولیه و نهایی وجود ندارد امکان پیش بینی بُرد پروازی کوادروتور با توجه به میزان شارژ باتری میسر نیست. داشتن یک تابع مشخص که این متغیرهای مهم را بهم مربوط سازد می تواند در عملکرد و برنامه ریزی های عملیاتی

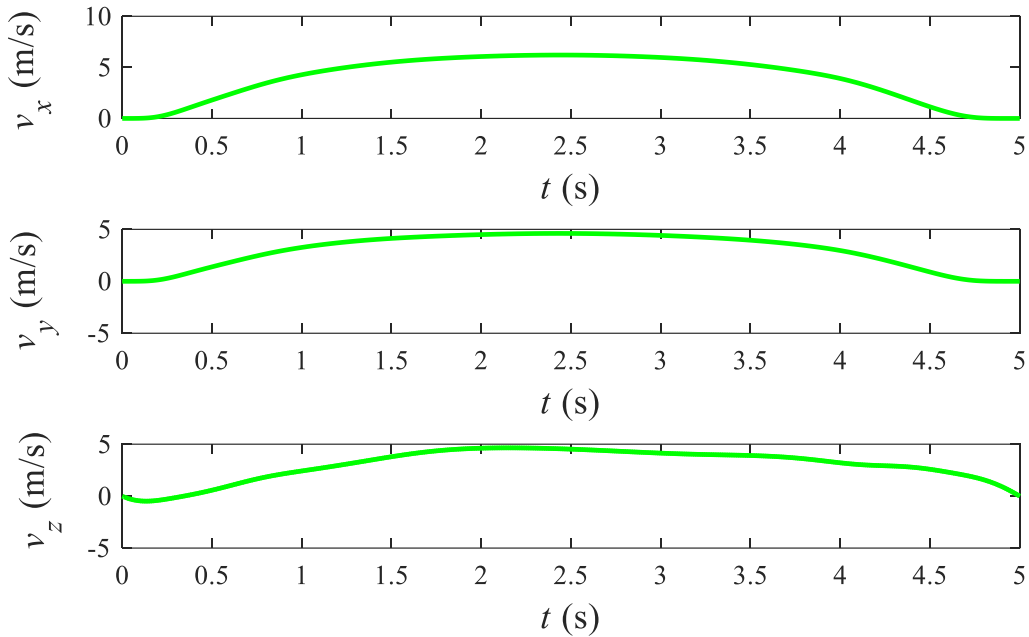
مشخص با افزایش فاصله مبدا و مقصد، میزان صرفه جویی انرژی در مسیر مینیمم انرژی نسبت به پروفایل سرعت دوزنقه ای کاهش می یابد. همچنین با افزایش زمان، اختلاف بین میزان مصرف انرژی در مسیر مینیمم انرژی و پروفایل سرعت دوزنقه ای عموماً افزایش می یابد. البته میزان صرفه جویی بسته به زمان و شرایط انتهایی متغیر است ولی نتایج تا حدود ۴٪ صرفه جویی در مصرف انرژی را نشان می دهد. در مورد تغییر تنها ارتفاع، نمودارهای سرعت مسیر بهینه و پروفایل سرعت دوزنقه ای به یکدیگر شبیه شده که متعاقباً مصرف انرژی در هر دو نیز بهم نزدیک می شود.

از آنجایی که در این مقاله امکان نمایش مسیر، سرعت انتقالی و دورانی کوادروتور، سرعت دوران پره ها، نمودار مصرف انرژی و سایر نمودارهای مرتبط برای تمامی وضعیت ها وجود ندارد، در اینجا تنها به نمایش نمودارهای یکی از وضعیت های پر کاربرد بسنده می شود. شکل های ۴ تا ۷ نتایج شبیه سازی برای وضعیت مشخص در جدول ۸ را نشان می دهند.

در شکل های ۴ و ۵ نمودارهای سرعت انتقالی و دورانی کوادروتور در یک وضعیت نمایش داده شده است.

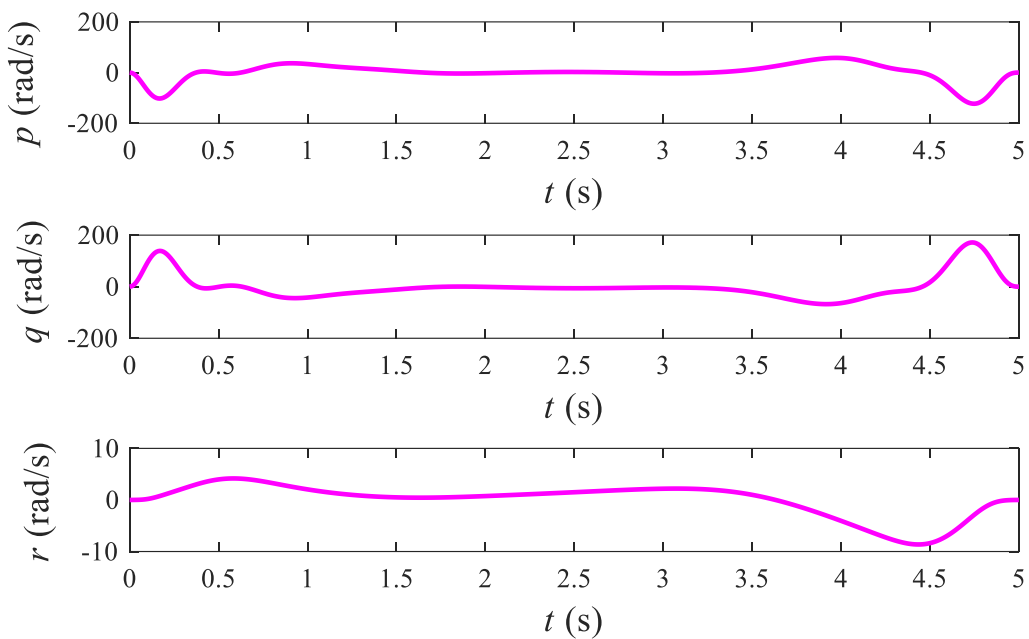
حالت سهموی ایجاد شده برای پروفیل سرعت در حالت بهینه نسبت به پروفیل دوزنقه ای مرسوم هموارتر بوده و از این بابت تا حدودی کنترل کوادروتور را نیز بهبود می بخشد.

همچنین سرعت چرخش پره های کوادروتور برای نیل به سرعت های انتقالی و دورانی مورد نظر (شکل های ۴ و ۵) در شکل ۶



شکل ۴: تغییرات سرعت انتقالی کوادروتور در هر سه راستای اصلی در طول مسیر

Fig. 4: Translational velocity profile of the quadrotor

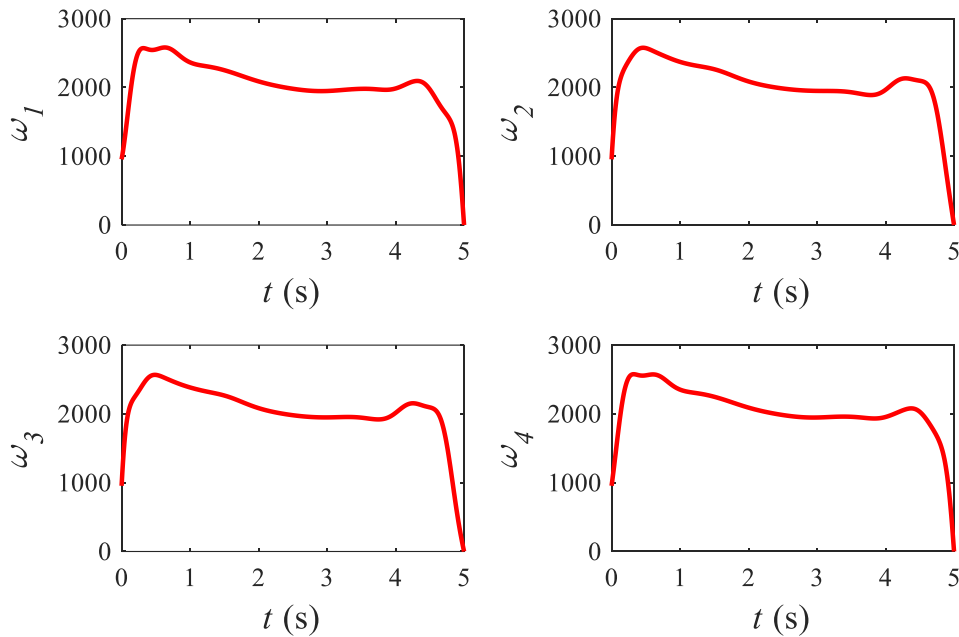


شکل ۵: تغییرات سرعت‌های زوایه‌ای کوادروتور در طول مسیر

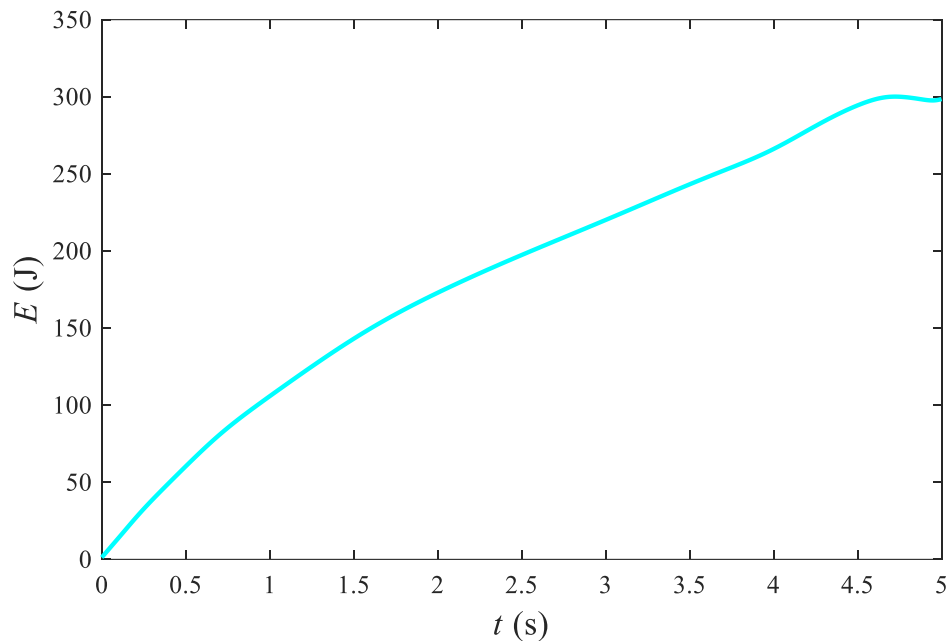
Fig. 5: Angular velocity profile of the quadrotor

بودن بعضی وضعیت‌ها نسبت به سایرین، این رویه برای وضعیت‌های ابتدایی $[X, 0, 0]$ و انتهای $[X', 0, 0]$ ترسیم شده که معرف فاصله موقعیتی $L = X' - X$ بین نقطه شروع و پایان می‌باشد. در شکل ۹ این رویه نشان داده شده است.

برای کوادروتور بسیار کمک‌کننده باشد. در این بخش با استفاده از نتایج شبیه‌سازی‌های انجام شده برای طیف گسترده‌ای از زمان‌ها و فاصله موقعیتی بین نقطه شروع و پایان، یک رویه استخراج شده است. البته با توجه به تعداد بالای متغیرهای موجود و همچنین پرکاربرد



شکل ۶: سرعت دوران پره‌های کوادروتور
Fig. 6: Rotational velocity of propellers



شکل ۷: میزان مصرف انرژی در طول مسیر
Fig. 7: The energy consumption profile along the minimum energy path

برای بیان رویه استفاده شد. رابطه (۲۵) چنین تابعی را بیان می‌کند که در آن میزان مصرف انرژی بر حسب مدت زمان عملیات و فاصله موقعیتی نقاط شروع و پایان مشخص شده است:

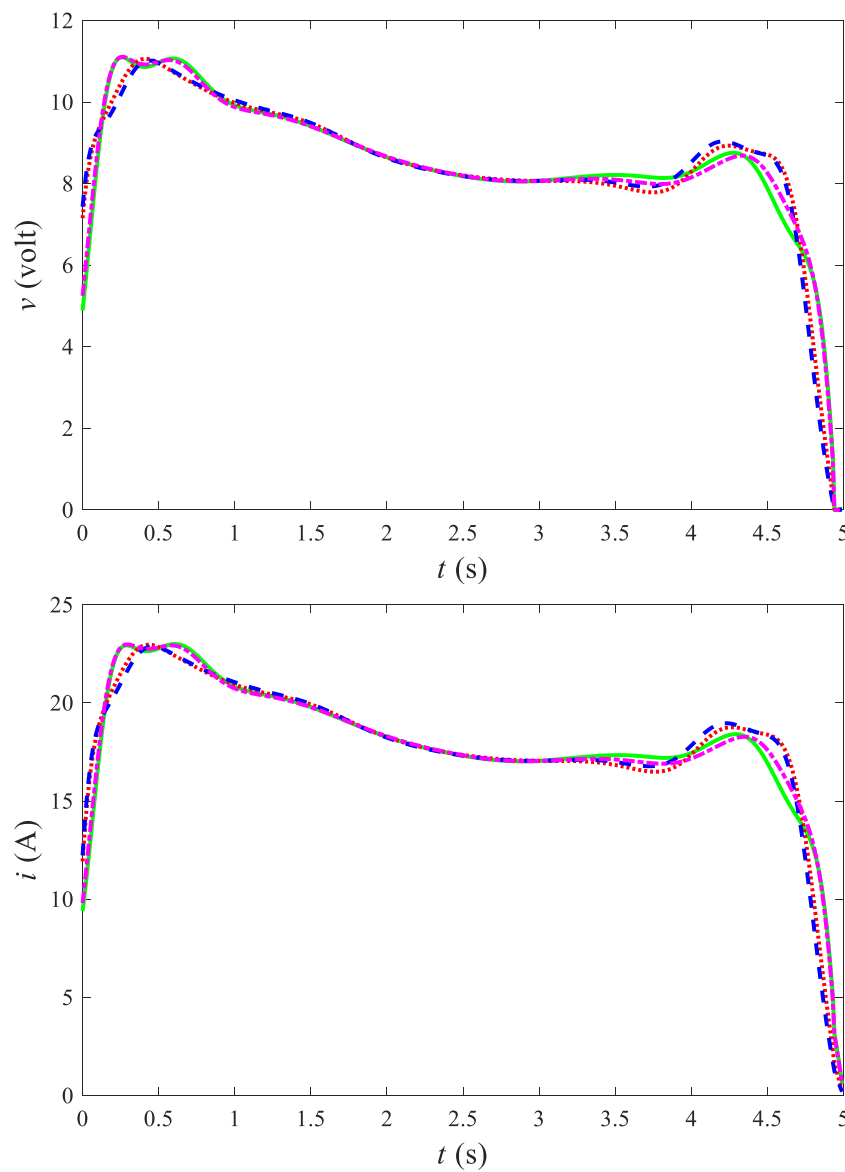
$$E(t, L) = 1063t + 19.38L + 26.95t^2 - 19.13tL + 1761 \quad (25)$$

با استفاده از داده‌های بدست آمده از شبیه‌سازی‌ها و به کمک روش‌های فیتینگ، می‌توان یک تابع مرتبه ۲ برای بیان رویه (شکل ۹) بدست آورد. بررسی خطاهای معادلات تا مرتبه ۵ نشان از وجود کمترین خطا در مرتبه ۲ داشت و بر همین اساس یک تابع مرتبه ۲

جدول ۸: شرایط نهایی و مدت زمان پرواز کوادروتور

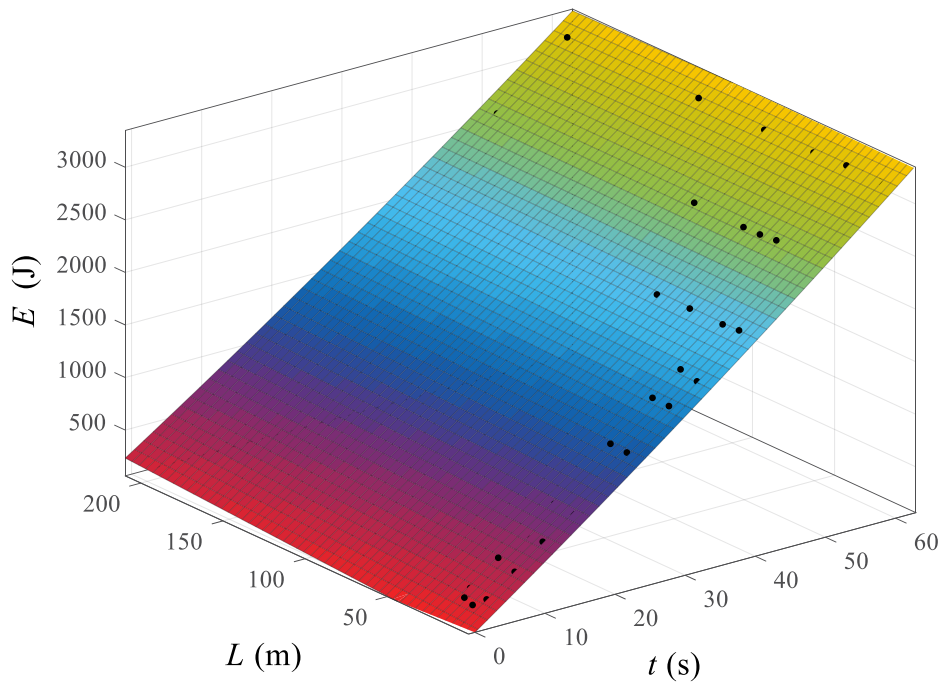
Table 8: Final condition and flight duration of the quadrotor

X_f (m)	Y_f (m)	Z_f (m)	φ_f (deg)	θ_f (deg)	ψ_f (deg)
۲۰	۱۵	۱۵	۰	۰	۰
\dot{X}_f (m/s)	\dot{Y}_f (m/s)	\dot{Z}_f (m/s)	$\dot{\varphi}_f$ (deg/s)	$\dot{\theta}_f$ (deg/s)	$\dot{\psi}_f$ (deg/s)
۰	۰	۰	۰	۰	۰
w_p^1 (rpm)	w_p^2 (rpm)	w_p^3 (rpm)	w_p^4 (rpm)	t_f (s)	
۰	۰	۰	۰	۵	



شکل ۸: تغییرات ولتاژ و جریان دریافتی از سنسور طی مسیر مورد بررسی

Fig. 8: Voltage and current obtained from sensors for quadrotor's motor



شکل ۹: رویه انرژی مصرفی نسبت به زمان و فاصله موقعیتی بین نقطه ابتدا و انتها

Fig. 9: Surface obtained from simulation results

۸- نتیجه گیری

همانطور که از نتایج جدول ۶ قابل مشاهده است، آنچه عملاً میزان مصرف انرژی را مشخص می کند نه طول مسیر بلکه مدت زمان عملیات پروازی است. بعلاوه بر خلاف سایر ربات ها مانند ربات های زمینی دو چرخ و سه چرخ که در آن با افزایش زمان طی مسیر میزان مصرف انرژی کاهش می یابد، در کوادروتورها با افزایش زمان طی مسیر، میزان مصرف انرژی افزایش می یابد. علت این موارد به ساختار و ذات کوادروتور برمی گردد. کوادروتورها به جهت اینکه تقریباً در تمامی وضعیت ها حتی حالت ایستا یا هاور به منظور غلبه بر نیروی وزن دارای موتور روشن هستند میزان مصرف انرژی شان بیشتر تابع مدت زمان پرواز می باشد. اگر به معادله رویه و شکل ۹ دقت نمایید رویه بدست آمده از برازش داده ها نیز بسیار نزدیک به یک سطح است که باز هم تاثیر بالای زمان نسبت به طول مسیر را نمایان می کند. از دیگر نتایجی که می توان ذکر نمود اختلاف انرژی مصرفی حالت بهینه و پروفایل سرعت دوزنقه ای بوده که حاکی از کاهش حدوداً ۴ درصدی مصرف انرژی می باشد. همچنین، نتایج نشان داد که با افزایش زمان، درصد اختلاف نسبی این دو با هم کاهش می یابد چرا که با افزایش زمان پرواز، شکل پروفایل سرعت بهینه به پروفایل سرعت دوزنقه ای نزدیک می شود. بنابراین بعنوان یک نتیجه کلی

می توان گفت در زمان های کوتاه اثربخشی مسیر بهینه بالا است اما در زمان های متوسط و بزرگ استفاده از پروفایل سرعت دوزنقه ای توصیه می شود. نتایج حاصل از تست های آزمایشگاهی نیز نشان داد که نتایج شبیه سازی تا حدود زیادی به واقعیت نزدیک بوده و می توان از آن برای کارهای مشابه استفاده نمود. همچنین رابطه ریاضی ارائه شده با داده های آزمایشگاهی انطباق خوبی را نشان می دهد و از این لحاظ می تواند مورد استناد قرار گیرد. در تحقیقات آتی می توان با اضافه کردن قیود دیگری مانند موانع دوبعدی و سه بعدی مساله کنترل بهینه را حل نمود.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

ممان اینرسی کوادروتور حول محورهای بدنی	I_{XX}
ممان اینرسی سیستم حول محور پروانه	J_{TP}
طول بازوی کوادروتور	ℓ
جرم (kg)	m
سرعت های زاویه ای در دستگاه بدنی	p, q, r
نیروی تراست پروانه i ام	T_i
ورودی کنترلی i ام	U_i

strategy for mobile robots with energy and timing constraints, in: Robotics and Automation, 2005. ICRA 2005. Proceedings of the 2005 IEEE International Conference on, IEEE, (2005), pp. 2816-2821.

- [9] G. Doukas, K.J.I.T.o.I.E. Thramboulidis, A real-time-linux-based framework for model-driven engineering in control and automation. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 58(3) (2011) 914-924.
- [10] C. Leng, Q. Cao, Y.J.I.J.o.A.R.S. Huang, A motion planning method for omnidirectional mobile robot based on the anisotropic characteristics. International Journal of Advanced Robotic Systems, 5(4) (2008) 45.
- [11] C.-C. Tsai, H.-C. Huang, C.-K.J.I.T.o.I.E. Chan, Parallel elite genetic algorithm and its application to global path planning for autonomous robot navigation. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 58(10) (2011) 4813-4821.
- [12] J. Wu, R.L. Williams, J.J.J.o.d.s. Lew, measurement, control, Velocity and acceleration cones for kinematic and dynamic constraints on omni-directional mobile robots. Journal of dynamic systems, measurement, and control, 128(4) (2006) 788-799.
- [13] S.X. Yang, A. Zhu, G. Yuan, M.Q.-H.J.I.T.o.I.E. Meng, A bioinspired neurodynamics-based approach to tracking control of mobile robots. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 59(8) (2012) 3211-3220.
- [14] M.G. Earl, R. D'andrea, Iterative MILP methods for vehicle-control problems. IEEE Transactions on Robotics, 21(6) (2005) 1158-1167.
- [15] Y. Mei, Y.-H. Lu, Y.C. Hu, C.G. Lee, Energy-efficient motion planning for mobile robots, in: Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA'04. 2004 IEEE International Conference on, IEEE, 2004, pp. 4344-4349.
- [16] A. Tayebi, S. McGilvray, Attitude stabilization of a VTOL quadrotor aircraft. IEEE Transactions on control systems technology, 14(3) (2006) 562-571.
- [17] Y. Morel, A. Leonessa, Direct adaptive tracking control of quadrotor aerial vehicles, in: ASME 2006 International Mechanical Engineering Congress and Exposition, American Society of Mechanical

سرعت‌های انتقالی در دستگاه بدنی u, v, w

بردار نیرو در دستگاه بدنی F^B

علائم یونانی

بردار گشتاور در دستگاه اینرسی τ^B

زوایای اوپلر φ, θ, ψ

مراجع

- [1] L. Derafa, A. Benallegue, L. Fridman, Super twisting control algorithm for the attitude tracking of a four rotors UAV. Journal of the Franklin Institute, 349(2) (2012) 685-699.
- [2] H. Kim, B.K. Kim, Online Minimum-Energy Trajectory Planning and Control on a Straight-Line Path for Three-Wheeled Omnidirectional Mobile Robots. IEEE Trans. Industrial Electronics, 61(9) (2014) 4771-4779.
- [3] Y. Bestaoui, An optimal velocity generation of a rear wheel drive tricycle along a specified path, in: American Control Conference, 2000. Proceedings of the 2000, IEEE, (2000), pp. 2907-2911.
- [4] J. Kim, H. Yeom, F.C. Park, Y.I. Park, M. Kim, On the energy efficiency of CVT-based mobile robots, in: Robotics and Automation, 2000. Proceedings. ICRA'00. IEEE International Conference on, IEEE, (2000), pp. 1539-1544.
- [5] E.S. Sergaki, G.S. Stavrakakis, A.D. Pouliezios, Optimal robot speed trajectory by minimization of the actuator motor electromechanical losses. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 33(2) (2002) 187-207.
- [6] M. Haddad, W. Khalil, H. Lehtihet, Trajectory planning of unicycle mobile robots with a trapezoidal-velocity constraint. IEEE Transactions on Robotics, 26(5) (2010) 954-962.
- [7] C.H. Kim, B.K.J.J.o.I. Kim, Minimum-energy translational trajectory generation for differential-driven wheeled mobile robots. Journal of Intelligent and Robotic Systems, 49(4) (2007) 367-383.
- [8] Y. Mei, Y.-H. Lu, Y.C. Hu, C.G. Lee, Deployment

- a quadrotor. *Journal of the Franklin Institute*, 349(2) (2012) 719-739.
- [25] V. Nekoukar, A. Erfanian, Systems, Adaptive fuzzy terminal sliding mode control for a class of MIMO uncertain nonlinear systems. *Fuzzy Sets and Systems*, 179(1) (2011) 34-49.
- [26] L. Wu, C. Wang, Q. Zeng, Observer-based sliding mode control for a class of uncertain nonlinear neutral delay systems. *Journal of the Franklin Institute*, 345(3) (2008) 233-253.
- [27] T. Dierks, S. Jagannathan, Output feedback control of a quadrotor UAV using neural networks. *IEEE transactions on neural networks*, 21(1) (2010) 50-66.
- [28] N. Guenard, T. Hamel, R.J.I.T.o.R. Mahony, A practical visual servo control for an unmanned aerial vehicle. *IEEE Transactions on Robotics*, 24(2) (2008) 331-340.
- [29] F. Kendoul, I. Fantoni, K.J.R. Nonami, A. Systems, Optic flow-based vision system for autonomous 3D localization and control of small aerial vehicles. *Robotics and Autonomous Systems*, 57(6-7) (2009) 591-602.
- [30] K.M. Zemalache, H.J.A.S.C. Maaref, Controlling a drone: Comparison between a based model method and a fuzzy inference system. *Applied Soft Computing*, 9(2) (2009) 553-562.
- [31] T. Bresciani, Modelling, identification and control of a quadrotor helicopter. Master's Thesis, 2008.
- [32] C.H. Kim, B.K. Kim, Minimum-energy motion planning for differential-driven wheeled mobile robots, in: *Motion Planning*. Motion Planning, InTech, 2008.
- Engineers, (2006), pp. 155-161.
- [18] G. Hoffmann, D.G. Rajnarayan, S.L. Waslander, D. Dostal, J.S. Jang, C.J. Tomlin, The Stanford testbed of autonomous rotorcraft for multi agent control (STARMAC), in: *Digital Avionics Systems Conference, 2004. DASC 04. The 23rd, IEEE*, (2004), pp. 12.E. 14-121.
- [19] A.Ö. Kivrak, Design of control systems for a quadrotor flight vehicle equipped with inertial sensors, Master's Thesis, Atilim University, 2006.
- [20] A.A. Mian, W. Daobo, Modeling and backstepping-based nonlinear control strategy for a 6 DOF quadrotor helicopter. *Chinese Journal of Aeronautics*, 21(3) (2008) 261-268.
- [21] A. Soumelidis, P. Gáspár, G. Regula, B. Lantos, Control of an experimental mini quad-rotor UAV, in: *Control and Automation, 2008 16th Mediterranean Conference on, IEEE*, (2008), pp. 1252-1257.
- [22] A. Benallegue, A. Mokhtari, L. Fridman, Feedback linearization and high order sliding mode observer for a quadrotor UAV, in: *Variable Structure Systems, 2006. VSS'06. International Workshop on, IEEE*, (2006), pp. 365-372.
- [23] E. Davoodi, M. Mazare, P. Safarpour, Dynamic modeling and control of a quadrotor using nonlinear approaches based on MEMS sensors' experimental data. *Modares Mechanical Engineering*, 16(10) (2017) 31-41 (in presian).
- [24] L. Luque-Vega, B. Castillo-Toledo, A. G. Loukianov, Robust block second order sliding mode control for