



شبیه‌سازی المان گسسته گسترش ترک در پوشش‌های ترد

محمد امین قاسمی، سید رضا فلاحتگر*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۰۷-۰۸
بازنگری: ۱۳۹۷-۰۹-۲۲
پذیرش: ۱۳۹۷-۱۱-۱۵
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷-۱۱-۱۹

کلمات کلیدی:

ساختارهای پوشش-بستر
پوشش ترد
روش المان گسسته
گسترش آسیب

خلاصه: پوشش‌دهی قطعات و اجزاء در صنایع مختلف برای بهبود خواص سطح آن‌ها انجام می‌شود. در این بین، پوشش‌های ترد در کاربردهایی نظیر افزایش مقاومت در برابر خوردگی و حرارت بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. مود آسیب غالب در این ساختارها، ایجاد و گسترش ترک است، از این‌رو بررسی رفتار شکست در این ساختارها از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. در این مقاله، از روش المان گسسته برای شبیه‌سازی فرآیند ایجاد آسیب اولیه و گسترش آن در ساختارهای شامل پوشش و بستر، به دلیل قابلیت بالای آن در پیش‌بینی این فرآیند، استفاده شد. رفتار پوشش و بستر به صورت ترد الاستیک در نظر گرفته شد و اثر پارامترهای اختلاف ضرایب الاستیک اجزای تشکیل‌دهنده و ضخامت پوشش بر گسترش آسیب مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد، در ساختارهایی که سفتی پوشش به مراتب کم‌تر از سفتی بستر است، در ضخامت‌های کم پوشش، مود غالب آسیب، ایجاد ترک و گسترش آن به داخل بستر است، در حالی که با افزایش ضخامت پوشش، گسترش ترک به داخل و یا به موازات فصل مشترک بین پوشش و بستر اتفاق می‌افتد. اما در ساختارهایی که در آن سفتی پوشش بزرگ‌تر از بستر است، بدون توجه به ضخامت پوشش، گسترش آسیب به داخل بستر نفوذ می‌نماید.

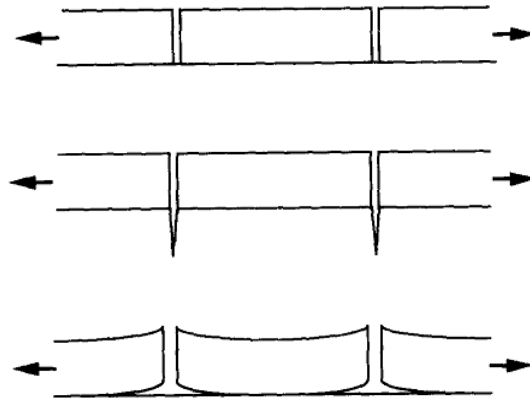
۱- مقدمه

بسته به نوع بارگذاری و تنش‌های ایجاد شده، مودهای آسیب در این ساختارها متفاوت است. در پوشش‌های ترد، در موارد بسیاری، آسیب در اثر تنش‌های کششی به‌وجود می‌آید. در اثر تنش‌های کششی در آن‌ها، آسیب اولیه به‌صورت ترک‌هایی در کل ضخامت پوشش، ایجاد می‌شوند. این ترک‌ها ممکن است که در فصل مشترک بین پوشش و بستر متوقف شوند. حالت دیگر، گسترش آن‌ها در فصل مشترک و یا داخل بستر است. ایجاد هر یک از این حالت‌ها، بسته به رفتار مواد اجزاء تشکیل‌دهنده ساختار و فصل مشترک بین آن‌ها است [۲]. شکل ۱ به صورت شماتیک این حالت‌ها را نشان می‌دهد. روش‌های مختلفی برای بررسی رفتار شکست این ساختارها در شرایط بارگذاری مختلف وجود دارد. اوانز و همکاران [۳] اثر تنش‌های کششی و فشاری پسماند در پوشش (تنش‌هایی که در حین فرآیند ساخت و یا بر اثر اختلاف ضرایب انبساط حرارتی بین پوشش و بستر بر اثر سرد کردن نمونه از دمای لایه‌نشانی به دمای محیط، در اجزای ساختار ایجاد می‌شوند) را در شکست این ساختارها با

پوشش‌ها کاربردهای مختلفی در صنایع گوناگون دارند. به عنوان مثال محافظت در برابر خوردگی در پره‌های توربین‌های گازی و یا استفاده به عنوان عایق‌های الکتریکی، از کاربردهای مهم آن‌ها است. ایجاد ترک در پوشش‌ها و گسترش آن، یکی از مودهای آسیب مهم در ساختارهای شامل پوشش و بستر در بارگذاری‌های مختلف است. ایجاد و گسترش این ترک‌ها ممکن است باعث ایجاد آسیب‌های مهمی در کل ساختار بشود. برای مثال، ایجاد ترک و گسترش آن در برخی پوشش‌های سرامیکی که بر روی بستر آلیاژی، به منظور محافظت از آن‌ها در برابر حرارت مورد استفاده قرار می‌گیرند (پوشش‌های مقاوم در برابر حرارت)، موجب می‌شود که بستر در معرض محیط با دمای بالا قرار گیرد و باعث ایجاد آسیب در کل ساختار شود [۱]. بنابراین پیش‌بینی آسیب ایجاد شده در این ساختارها و نحوه گسترش آن‌ها از اهمیت بسیاری برخوردار است.

*نویسنده عهده‌دار مکاتبات: falahatgar@guilan.ac.ir





شکل ۱: مدهای آسیب برای پوشش‌های ترد در اثر تنش‌های کششی [۲]

Fig.1: Damage modes for brittle coatings due to tensile stresses [2]

گسترش آسیب بررسی کردند. آن‌ها در بررسی‌های خود، به گسترش ترک در فصل مشترک، برای پوشش‌های نسبتاً ضخیم و ایجاد ترک‌های موازی، عمود بر فصل مشترک در پوشش‌های نسبتاً نازک اشاره کردند. همچنین شبیه‌سازی عددی (المان محدود) این فرآیند، با در نظر گرفتن مدل ناحیه چسبنده^۱ برای گسترش ترک و آسیب، توسط آن‌ها انجام شد. همچنین، شبیه‌سازی المان محدود ایجاد و گسترش ترک در پوشش ترد WC-Co، که بر روی بستر الاستیک Ti-۶Al-۴V پوشش‌دهی شده است، تحت خمش چهارنقطه‌ای، توسط بانسال و همکاران [۵] انجام شد. در این مقاله، معیار حداکثر تنش برای پیش‌بینی محل ایجاد و گسترش ترک مورد استفاده قرار گرفت و اثر پارامترهای سفتی و ضخامت پوشش و تنش‌های پسماند موجود در آن، در رفتار شکست ساختار، بررسی شد. فورشلن و همکاران [۹] با در نظر گرفتن رفتار الاستیک برای پوشش و بستر، نرخ آزادسازی انرژی ترک بین‌لایه‌ای را در خمش چهارنقطه‌ای، برای حالت گسترش پایدار ترک (حالتی که گسترش ترک بین دو تکیه‌گاه داخلی اتفاق بیفتد) و با در نظر گرفتن اثر تنش‌های پسماند، محاسبه کردند. همچنین، شبیه‌سازی المان محدود این فرآیند نیز با در نظر گرفتن مدل المان‌های ناحیه چسبنده، برای گسترش ترک، انجام شد. همچنین، در نظر گرفتن اثر تغییر شکل پلاستیک در بستر بر گسترش جدایش نیز از دیگر کارهایی بود که در این مقاله ارائه شد. در مقاله‌هایی که به آن‌ها اشاره شد، از روش المان محدود که روشی بر مبنای محیط پیوسته است، برای شبیه‌سازی عددی فرآیند ایجاد و گسترش آسیب استفاده شده‌است. از این‌رو در آن‌ها، اثر

در نظر گرفتن رفتار ترد برای پوشش مورد بررسی قرار دادند. توبی و همکاران [۴] نیز به شبیه‌سازی گسترش ترک عرضی در پوشش نسبتاً ضخیم ترد، در اثر بارهای وارد ناشی از تماس جسم خارجی با سطح پوشش پرداختند. گسترش ترک با در نظر گرفتن مدلی بر مبنای مکانیک شکست الاستیک خطی، برای ترکی که به صورت پیش‌فرض در پوشش وجود دارد، شبیه‌سازی شد و پارامترهای مؤثر بر مسیر گسترش ترک مورد بررسی قرار گرفت.

آزمایش‌های خمش سه‌نقطه‌ای و چهارنقطه‌ای، از متداول‌ترین روش‌ها برای بررسی شکست در پوشش‌های دارای رفتار ترد، تحت تنش کششی است [۵]. در واقع، با استفاده از این آزمایش‌ها، ویژگی‌های رفتار شکست و نحوه گسترش ترک در ساختارهای شامل پوشش و بستر مورد مطالعه قرار می‌گیرد. برای مثال، استفاده از آزمایش خمش چهارنقطه‌ای، برای محاسبه چقرمگی شکست در پوشش و یا فصل مشترک بین پوشش و بستر در مراجع [۶] و [۷] ارائه شده است. هوفینگر و همکاران [۶] با استفاده از آزمایش خمش چهارنقطه، چقرمگی شکست (نرخ آزادسازی انرژی بحرانی) در فصل مشترک پوشش سرامیکی (ZrO_2) که بر روی بستر فلزی پوشش‌دهی شده بود را محاسبه کردند. این کار با ایجاد ترک اولیه در فصل مشترک بین پوشش و بستر و مقید کردن نمونه بر گسترش ترک در مسیر مشخص شده، انجام شد. همچنین در برخی دیگر از آزمایش‌ها، به بررسی نحوه گسترش آسیب در این ساختارها پرداخته شده است [۸، ۱۰]. برای مثال، لی و همکاران [۱۱] با استفاده از آزمایش خمش سه‌نقطه‌ای برای ساختارهای شامل پوشش و بستر (دارای پوشش‌های مقاوم در برابر حرارت)، اثر ضخامت پوشش را در نحوه

1 Cohesive Zone Model (CZM)

جدا شدن الیاف و ماتریس در یک المان واحد و همچنین جدا شدن لایه‌ها از یکدیگر استفاده کردند. علاوه بر مقالات اشاره شده، قاسمی و فلاحتگر [۲۳] از روش المان گسسته برای شبیه‌سازی ایجاد و گسترش آسیب از ریشه ترک‌های کانالی شکل در ساختارهای پوشش/بستر در اثر بار حرارتی پرداختند. همچنین، شبیه‌سازی گسترش آسیب در این ساختارها، در اثر خمش سه‌نقطه‌ای با استفاده از مدل تماس نرم‌شونده در روش المان گسسته از دیگر کارهایی است که توسط نویسندگان انجام گرفته است [۲۴].

در این مقاله، شبیه‌سازی فرآیند ایجاد و گسترش آسیب در ساختارهای شامل پوشش و بستر، با در نظر گرفتن رفتار ترد الاستیک برای آن‌ها، در اثر خمش سه‌نقطه و با استفاده از مدل تماس الاستیک-ترد کامل در روش المان گسسته، انجام شد. برای این منظور، حل‌گر المان گسسته در زبان فرترن توسط نویسندگان نوشته شد و برای اعتبارسنجی، نتایج آن با مشاهدات تجربی مورد مقایسه قرار گرفت. در مقایسه با روش‌های پیوسته، مزیت اصلی روش المان گسسته در شبیه‌سازی فرآیند شکست در میکروساختار ماده، به دلیل در نظر گرفتن ماهیت گسسته آن است. این ویژگی سبب می‌شود حالت تکینگی نوک ترک (که در روش‌های پیوسته به وجود می‌آید) ایجاد نشود [۱۶ و ۲۵]. از طرف دیگر، در کارهای گذشته، با در نظر گرفتن رفتار صرفاً الاستیک و یا الاستیک-پلاستیک برای بستر، حالتی که به ازای آن امکان گسترش ترک از پوشش به داخل بستر وجود دارد، در نظر گرفته نشده است. اما، در مقاله حاضر، با در نظر گرفتن رفتار ترد الاستیک برای بستر، امکان گسترش آسیب به داخل آن نیز در نظر گرفته شد. از این‌رو بررسی پارامتریک، به منظور در نظر گرفتن اثر اختلاف ضرایب الاستیک بین پوشش و بستر و ضخامت پوشش، بر ایجاد و نحوه گسترش آسیب در ساختارهای شامل پوشش و بستر انجام شد.

۲- روش المان گسسته

همان‌طور که اشاره شد، روش المان گسسته نخستین بار توسط کاندال و استراک [۱۲] برای توصیف رفتار مکانیکی یک ماده دارای خاصیت دانه‌ای ارائه شد. در این روش، توده ماده به وسیله مجموعه‌ای از دیسک‌ها و گوی‌ها (ذرات) گسسته‌سازی می‌شود. به طوری که حل عددی صریح برای جابجایی تک‌تک ذرات تشکیل دهنده، رفتار ماده

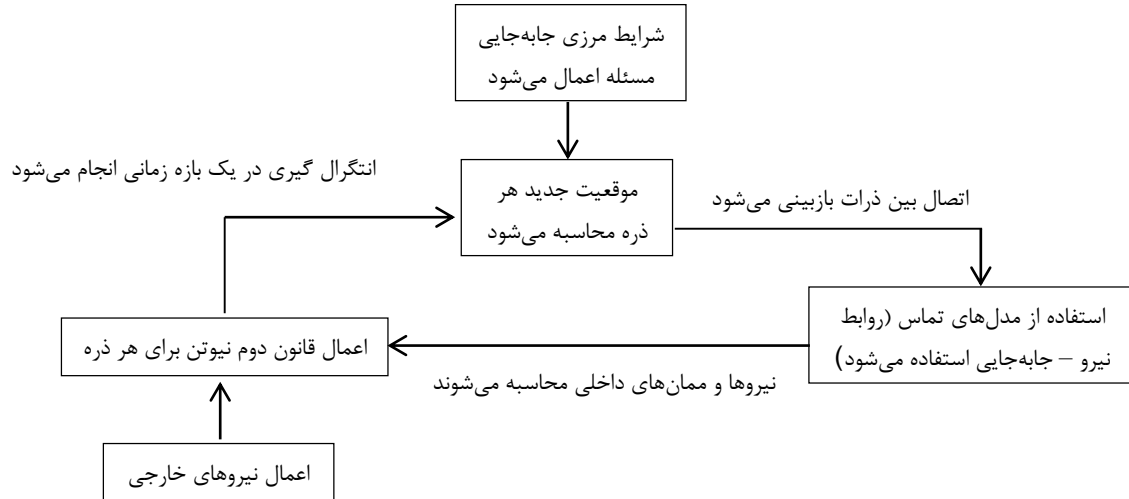
ریزساختارهای مواد و آسیب‌های جزئی که در حین فرآیند شکست ایجاد می‌شوند را نمی‌توان مشاهده کرد. بنابراین در این حالت، می‌توان از روش‌هایی مانند روش شبکه (که توضیح کاملی از این روش در مرجع [۱۰] آورده شده و برای مثال توسط کروسبی و برادلی [۱۱] در ساختارهای شامل پوشش و بستر مورد استفاده قرار گرفته است) یا روش المان گسسته^۱ استفاده کرد.

در این مقاله، شبیه‌سازی فرآیند ایجاد و گسترش آسیب در پوشش‌های ترد با استفاده از روش المان گسسته انجام شده است. کاندال و استراک [۱۲] نخستین بار این روش را برای بررسی رفتار مواد دارای ساختار دانه‌ای^۲ ارائه کردند. در این روش، توده ماده در مقیاس ماکرو، از کنار هم قرار گرفتن مجموعه‌ای از دیسک‌ها و گوی‌های صلب (در مقیاس میکرو) که با یکدیگر بر هم کنش دارند، توصیف می‌شود. در ادامه، مدل‌هایی برای اتصال ذرات ارائه شد [۱۳] به طوری که رفتار ماکرو، مجموعه ذرات متصل مشابه رفتار یک جامد پیوسته باشد. از این‌رو، امکان شبیه‌سازی پدیده‌هایی مانند رشد ترک و آسیب در مقیاس میکرو فراهم شد. پژوهش‌های بسیاری به استفاده از روش المان گسسته در شبیه‌سازی ایجاد و گسترش آسیب‌های جزئی در ساختارهای مختلف پرداخته‌اند. ویتل و همکاران [۱۴ و ۱۵] با در نظر گرفتن المان‌های گسسته به عنوان سطح مقطع الیاف، گسترش ترک عرضی در لایه ۹۰ درجه از یک کامپوزیت متعامد متقارن، را شبیه‌سازی کردند. یانگ و همکاران [۱۶ و ۱۷] از روش المان گسسته و با استفاده از مدل تماس نرم‌شونده^۳، به شبیه‌سازی گسترش ترک عرضی در یک لایه کامپوزیت ۹۰ درجه و همچنین جدایش بین‌لایه‌ای در یک چندلایه کامپوزیتی پرداختند. ختاک و ختاب [۱۸ و ۱۹] با استفاده از روش المان‌های گسسته به صورت دوبعدی به شبیه‌سازی رفتار کامپوزیت پلیمری با الیاف کربن بافته شده تحت بار کششی و فشاری پرداختند. مدل تماس تیر چسبیده برای اتصال المان‌های گسسته توسط آندره و همکاران [۲۰] ارائه شد و توسط ماهنو و همکاران [۲۱] برای شبیه‌سازی فرآیند گسترش آسیب در یک المان واحد از کامپوزیت الیافی مورد استفاده قرار گرفت. همچنین لی و همکاران [۲۲] از مدل تیر چسبیده همراه با مدل تماس نرم‌شونده برای شبیه‌سازی گسترش ترک عرضی و

1 Discrete Element Method (DEM)

2 Granular Material

3 Contact Softening Model



شکل ۲: فلوچارت مراحل انجام محاسبات در روش المان گسسته

Fig. 2: The flowchart of DEM calculation procedure

می‌شود، به دست می‌آیند. در حالت کلی، حرکت هر ذره در هر بازه زمانی Δt ، بر اساس معادلات حرکت، به ترتیب برای حرکت‌های انتقالی و دورانی، مطابق روابط (۱) و (۲) محاسبه می‌شود. بنابراین اگر برای هر ذره F_i و T_i به ترتیب برآیند نیروها و گشتاورهای وارد بر هر المان گسسته (ذره) باشند که دارای جرم m و ممان اینرسی I است، آن‌گاه جابجایی ذره (u_i) و سرعت زاویه‌ای (ω_i) برابر است با [۲۶]:

$$\ddot{u}_i^n = \frac{F_i}{m_i} \quad (1)$$

$$\dot{u}_i^{n+\frac{1}{2}} = \dot{u}_i^{n-\frac{1}{2}} + \ddot{u}_i^n \Delta t$$

$$u_i^{n+1} = u_i^{n-1} + \dot{u}_i^{n+\frac{1}{2}} \Delta t$$

$$\dot{\omega}_i^n = \frac{T_i}{I_i}$$

$$\omega_i^{n+\frac{1}{2}} = \omega_i^{n-\frac{1}{2}} + \dot{\omega}_i^n \Delta t \quad (2)$$

$$\Delta \theta_i = \omega_i^{n+\frac{1}{2}} \Delta t$$

در رابطه (۲)، تغییرات جابه‌جایی دورانی هر ذره است. همچنین می‌توان به منظور از بین بردن انرژی جنبشی و به دست آوردن پاسخ حالت پایدار، میرایی را نیز به این معادلات اضافه کرد.

۲-۲- شبیه‌سازی رفتار جامد الاستیک

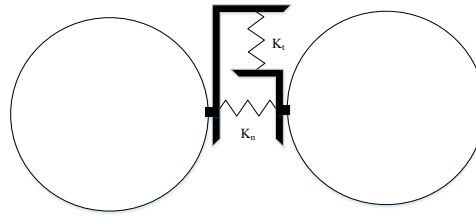
در روش المان گسسته، برای شبیه‌سازی رفتار توده ماده، ذرات در مقیاس میکرو در کنار یکدیگر قرار گرفته و توده ماده را تشکیل می‌دهند. سپس بین ذرات مجاور که با هم در تماس هستند پیوند

در مقیاس ماکرو را شبیه‌سازی می‌کند. در این روش برای توصیف یک جامد پیوسته، اتصال بین ذرات طوری در نظر گرفته می‌شود که شکست اتصال بین ذرات در اثر بارگذاری بیان‌گر ایجاد میکروتورک‌ها و آسیب در ساختار ماده است [۲۴].

شکل ۲ فلوچارت مراحل محاسبات در روش المان گسسته را نشان می‌دهد. شبیه‌سازی به روش المان گسسته شامل سه مرحله اصلی است. اول، محاسبه نیروهای عکس‌العمل بین ذراتی است که با یکدیگر در تماس هستند با استفاده از روابط نیرو-جابجایی برای هر تماس انجام می‌شود. دوم، محاسبه شتاب ذره در اثر نیروهای اعمال شده با استفاده از معادلات حرکت (معادلات نیوتن و اویلر) و سوم، انتگرال‌گیری زمانی از معادلات حرکت به صورت صریح و بر مبنای روش تفاصل مرکزی برای محاسبه موقعیت جدید ذره است. این فرآیند بارها و بارها تا زمانی که قید مورد نظر برای توقف محاسبات برقرار شود، ادامه پیدا می‌کند.

۲-۱- فرمول‌بندی روش المان گسسته

در روش المان گسسته، فرض می‌شود که یک ماده جامد می‌تواند به‌وسیله مجموعه‌ای از ذرات صلب (به صورت دیسک در حالت دوبعدی و کره در حالت سه‌بعدی) توصیف شود که با یکدیگر در تماس هستند. حرکت نسبی بین هر جفت از ذرات باعث به‌وجود آمدن نیروها و ممان‌هایی بین آن‌ها می‌شود. این نیروها و ممان‌ها با استفاده از قوانین نیرو-جابجایی که برای هر تماس در نظر گرفته



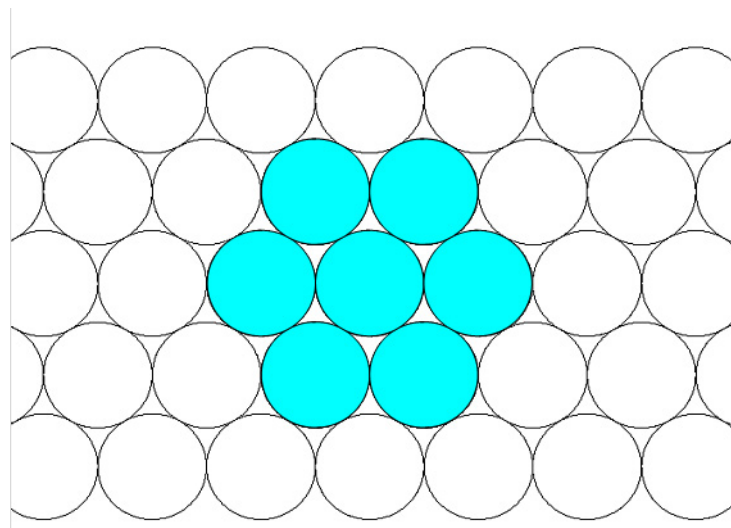
شکل ۳: تماس پیوندی

Fig. 3: Bonded contact



شکل ۴: نمودار نیرو-جابجایی برای تماس پیوندی (الف) در راستای خط تماس (ب) راستای عمود بر خط تماس

Fig. 4: Force-displacement diagram for bonded contact (a) in the direction of the centerline of the particles and (b) perpendicular to the centerline



شکل ۵: آرایش شش ضلعی ذرات

Fig. 5: Hexagonal packing arrangement of particles

شده و در نتیجه میکروترک در ساختار توده ماده شکل می‌گیرد [۱۶]. تماس بین ذرات از نوع پیوند در شکل ۳ نشان داده شده است. برای تماس از نوع پیوندی، تا قبل از شکسته شدن اتصال، فنر عمودی هم در کشش و هم در فشار عمل می‌کند. اما پس از شکسته شدن اتصال، به منظور جلوگیری از ایجاد همپوشانی بین دو ذره، تنها در حالت فشاری عمل می‌کند. در رابطه با فنر برشی نیز پس از رسیدن نیروی برشی به مقدار مشخص، بین دو ذره لغزش اتفاق می‌افتد. در این پژوهش، به منظور شبیه‌سازی رفتار ماکرو به صورت ترد الاستیک،

ایجاد می‌شود. رفتار این پیوندها (رابطه نیرو-جابجایی) به گونه‌ای تعریف می‌شود که رفتار مجموعه ذرات با رفتار توده ماده در مقیاس ماکرو یکسان باشد. در واقع، بر خلاف روش‌های ماکرو (مانند روش المان محدود^۱) که بر مبنای رابطه بین تنش و کرنش است، در روش المان گسسته خواص پیوندهای بین ذرات تعیین‌کننده رفتار ماکرو ماده است. همچنین در اثر بارگذاری، هنگامی که نیروی ایجاد شده در پیوند بین ذرات از مقدار مقاومت پیوند بیشتر شود، پیوند شکسته

1 Finite Element Method (FEM)

آسیب هنگامی اتفاق می‌افتد که تنش در آن نقطه به مقدار مقاومت کششی ماده برسد. برای اتصال‌های ذرات در پوشش و بستر، مقادیر مقاومت در اتصال‌های عمودی (F_n^{cr}) و مماسی (F_s^{cr}) بر حسب مقاومت کششی ماده (σ_{ult} بر حسب واحد تنش) مطابق رابطه (۴) تعریف می‌شود (این رابطه فقط برای ذرات دارای آرایش شش‌ضلعی مورد استفاده قرار می‌گیرد). بنابراین، هنگامی که تنش در پوشش و یا بستر، به مقدار مقاومت کششی خود برسد، نیروهای عمودی و یا مماسی در فنرهای اتصال، برابر با مقادیر بحرانی تعریف شده توسط رابطه (۴) خواهند بود. در واقع، این مقادیر بیشترین مقدار نیرویی است که هر یک از اتصال‌ها می‌توانند تحمل کنند [۲۷]. بنابراین، شکست هنگامی اتفاق می‌افتد که اندازه نیروی تماس، بزرگ‌تر از مقدار مقاومت تعریف شده باشد. در این رابطه، شعاع ذرات است.

$$F_n^{cr} = \frac{r\sigma_{ult}}{2(1-\nu^*)} \left(\sqrt{3} - \frac{\nu^*}{\sqrt{3}} \right) \quad (4)$$

$$F_s^{cr} = \frac{r\sigma_{ult}}{2(1-\nu^*)} (1-3\nu^*)$$

$$\nu^* = \frac{\nu}{1-\nu}$$

این معیار برای بیان شکست در اتصال‌های ذرات پوشش و بستر مورد استفاده قرار گرفت. اما در فصل مشترک، هم تنش‌های عمودی و هم تنش‌های برشی در ایجاد و گسترش آسیب نقش دارند. بنابراین صرفاً در نظر گرفتن معیار تنش کششی حداکثر نمی‌تواند مورد استفاده قرار بگیرد. بنابراین در این مقاله، برای اتصال‌های فصل مشترک، هر دو مقاومت کششی و برشی برای اتصال‌ها در نظر گرفته شد.

۳- نتایج و بحث

در ابتدا به منظور بررسی صحت عملکرد حل‌گر المان گسسته نوشته شده، شبیه‌سازی نحوه گسترش آسیب در یک ساختار شامل پوشش و بستر که در مقاله [۱] تحت خمش سه نقطه مورد آزمایش قرار گرفت، انجام شد. نمونه‌های مورد آزمایش، شامل پوشش سرامیکی مقاوم در برابر حرارت بود که بر روی آلیاژ فلزی لایه نشانی شده است. این آزمایش‌ها برای دو حالت پوشش ضخیم و پوشش نازک انجام شد. خواص مواد و ابعاد نمونه‌ها در جدول ۱ آورده شده است. شکل

رابطه نیرو-جاب‌جایی برای پیوند بین ذرات مطابق نمودارهای ارائه شده در شکل ۴ در نظر گرفته شد.

بر خلاف روش‌های پیوسته، پارامترهای ورودی در روش المان گسسته سفتی و مقاومت اتصال‌ها هستند که اصطلاحاً میکروپارامتر نامیده می‌شوند. این میکروپارامترها باید به گونه‌ای معرفی شوند که رفتار مجموعه ذرات، منطبق بر رفتار توده ماده در مقیاس ماکرو باشد. برای این منظور، قبل از شبیه‌سازی، کالیبره کردن پارامترهای ورودی برای مقایسه رفتار ماکروی ماده شبیه‌سازی شده با نتایج آزمایشگاهی انجام می‌شود. اما با استفاده از آرایش ذرات به صورت منظم شش‌ضلعی (مطابق آنچه در این مقاله فرض شده و در شکل ۵ نشان داده شده است) می‌توان از کالیبره کردن صرف‌نظر کرد. در این حالت، برای محاسبه سفتی فنرهای عمودی و مماسی، المان واحدی از مجموعه ذرات (۷ ذره در شکل ۵) انتخاب و با یک المان واحد از جسم پیوسته معادل‌سازی می‌شود. برای ماده دارای رفتار الاستیک خطی و ایزوتروپیک، در حالت کرنش صفحه‌ای ثابت‌های اتصال ذرات (سفتی فنرهای عمودی و برشی) بر حسب ثابت‌های الاستیک ماده (مدول الاستیک و ضریب پواسون) مطابق رابطه (۳) تعریف می‌شوند [۲۷ و ۲۸]. در این رابطه، K_n سفتی فنر عمودی، K_t سفتی فنر مماسی (برشی)، E مدول الاستیک ماده و ν ضریب پواسون آن است.

$$K_n = \frac{E}{\sqrt{3}(1-\nu)(1-2\nu)} \quad (3)$$

$$K_t = \frac{(1-4\nu)E}{\sqrt{3}(1-\nu)(1-2\nu)}$$

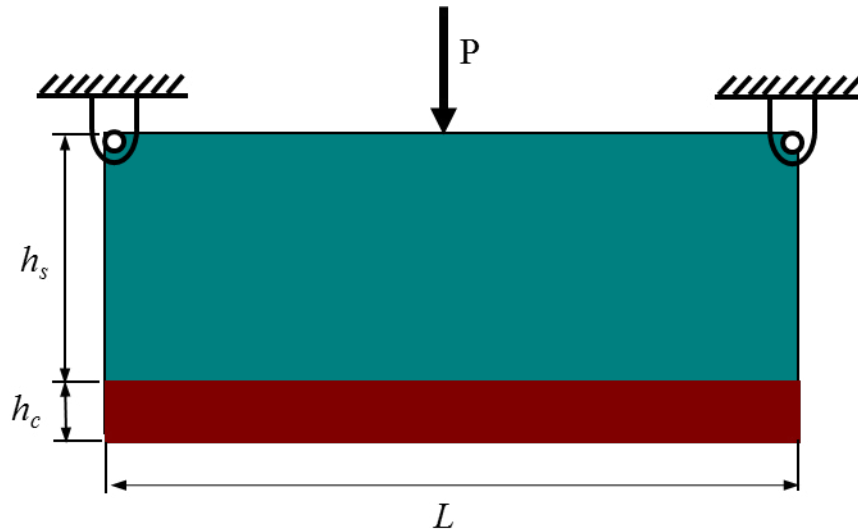
۳-۲- معیار تخریب اتصال‌ها

همان‌طور که اشاره شد، میکروتُرک‌ها و آسیب در روش المان گسسته به واسطه شکسته شدن اتصال بین ذرات ایجاد می‌شوند. بنابراین تعریف معیاری مناسب برای شکسته شدن اتصال بین ذرات از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است. در این مقاله، معیار شکست برای اتصال‌های عمودی و مماسی، رسیدن نیروی آن‌ها به بیشترین مقدار ممکن (مقاومت یک اتصال) است که به عنوان یک میکروپارامتر ورودی، باید تابعی از مقاومت نهایی ماده در مقیاس ماکرو باشد. همان‌طور که اشاره شد، در اغلب موارد، در ساختارهای ترد آسیب در اثر تنش‌های کششی به وجود می‌آید. در این حالت، گسترش

جدول ۱: خواص مواد و ابعاد نمونه‌ها [۱]

Table 1: Material properties and dimensions of the model [1]

100GPa	مدول الاستیک پوشش
200GPa	مدول الاستیک بستر
200MPa	مقاومت نهایی پوشش
350MPa	مقاومت نهایی فصل مشترک
850MPa	تنش تسلیم بستر
15mm	طول نمونه
3mm	عرض نمونه
1/5mm	ضخامت نمونه



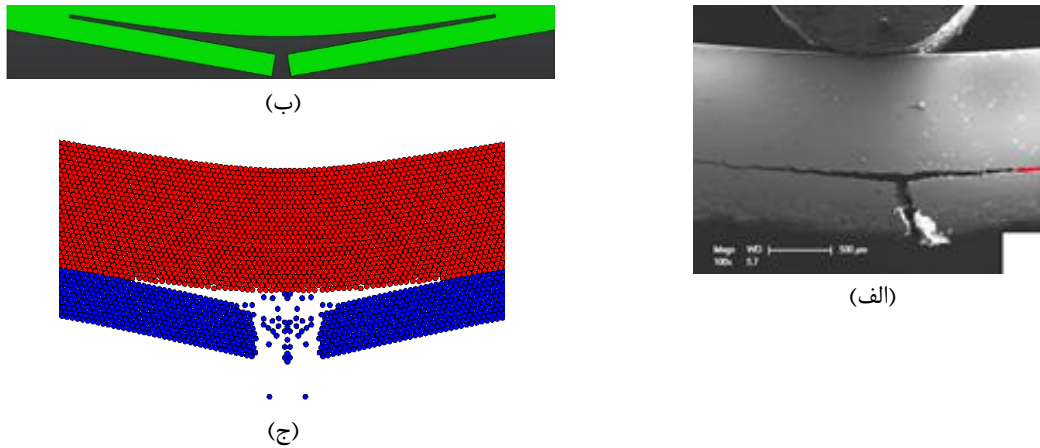
شکل ۶: هندسه مسئله و شرایط مرزی

Fig. 6: Geometry and boundary conditions of the problem

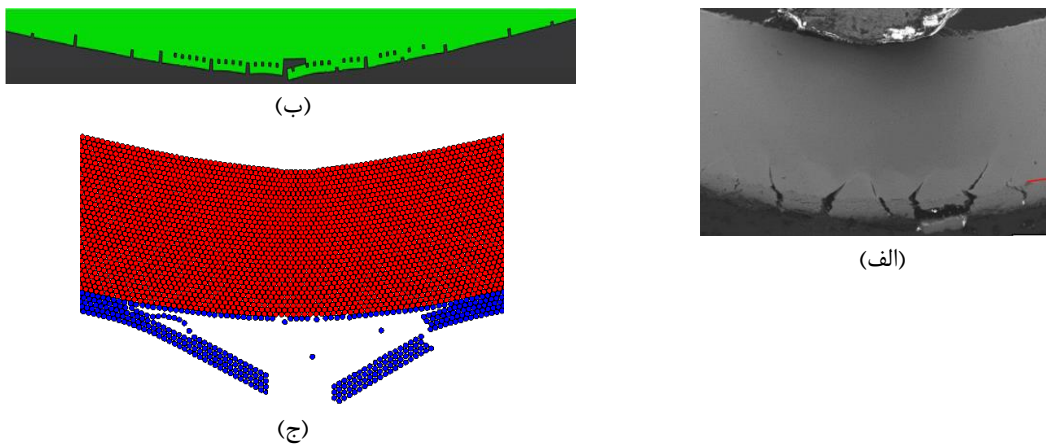
نسبتاً نازک در شکل ۸)، آسیب ایجاد شده تماماً در پوشش اتفاق افتاده است در حالی که فصل مشترک دچار شکست نشده است. این نتیجه نیز در شبیه‌سازی حاصل از المان محدود و المان گسسته قابل مشاهده است. علاوه بر مقایسه نتایج کیفی از نحوه گسترش آسیب، نمودار نیرو بر حسب جابجایی حاصل از حل المان گسسته نیز با نتایج تجربی برای این دو حالت (پوشش ضخیم و پوشش نسبتاً نازک) به ترتیب در شکل‌های ۹ و ۱۰ ارائه شده است. در نمودار حاصل از حل المان گسسته، نقطه شروع آسیب مشخص است به طوری که از آن نقطه به بعد، به دلیل کاهش سفتی کل ساختار، شیب نمودار کاهش پیدا کرده است. تغییر روند نمودارهای حل تجربی به دلیل تغییر

۶ هندسه مسئله را نشان می‌دهد. در این شکل، h_c ضخامت پوشش و h_s ضخامت بستر است. بارگذاری به صورت سرعت ثابت در ذرات سطح بالایی اعمال شد و فرآیند حل تا زمانی که تعداد قابل توجهی از اتصال‌ها شکسته شوند ادامه پیدا کرد.

شکل‌های ۷ و ۸ نتایج شبیه‌سازی حاصل از المان گسسته، نتایج آزمایشگاهی و حل المان محدود را در نحوه گسترش آسیب نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، به ازای ضخامت حدود $170 \mu\text{m}$ (پوشش ضخیم در شکل ۷)، در نمونه آزمایشگاهی گسترش آسیب در فصل مشترک اتفاق افتاده است که در حل المان گسسته نیز مشاهده می‌شود. همچنین برای ضخامت حدود $170 \mu\text{m}$ (پوشش

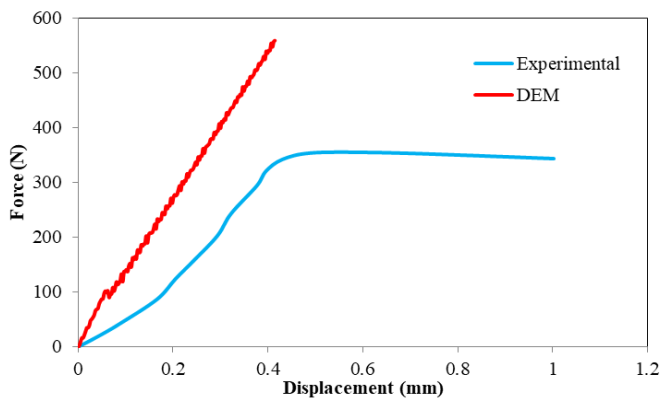


شکل ۷: مقایسه کیفی از نحوه گسترش آسیب در نمونه با پوشش ضخیم (الف) نتیجه آزمایشگاهی [۱]، (ب) حل المان محدود [۱] و (ج) حل المان گسسته
Fig. 7: Qualitative comparison on damage evolution pattern in the sample with thick coating (a) experimental observation [1], (b) FEM simulation [1] and (c) DEM simulation

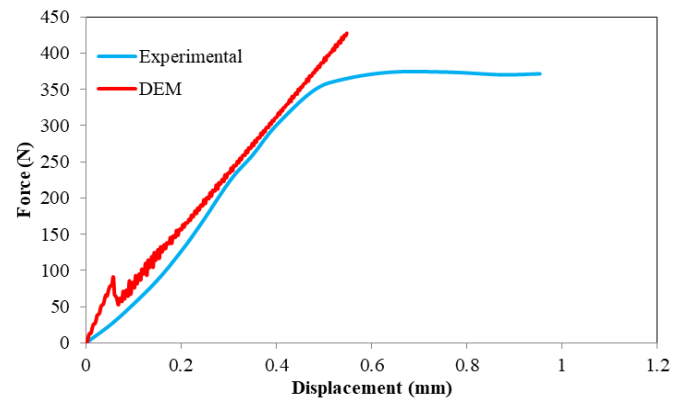


شکل ۸: مقایسه کیفی از نحوه گسترش آسیب در نمونه با پوشش نسبتاً نازک (الف) نتیجه آزمایشگاهی [۱]، (ب) حل المان محدود [۱] و (ج) حل المان گسسته

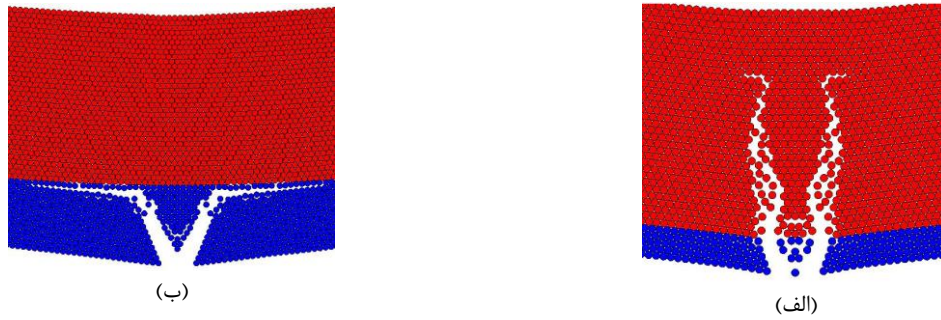
Fig. 8: Qualitative comparison on damage evolution pattern in the sample with relatively thin coating (a) experimental observation [1], (b) FEM simulation [1] and (c) DEM simulation



شکل ۱۰: مقایسه نمودار نیرو-جابجایی برای پوشش نسبتاً نازک
Fig. 10: Comparison of the force-displacement curve for relatively thin coating



شکل ۹: مقایسه نمودار نیرو-جابجایی برای پوشش ضخیم
Fig. 9: Comparison of the force-displacement curve for thick coating



شکل ۱۱: الگوی گسترش ترک در ساختار با $\alpha = -0.7$ در (الف) پوشش نسبتاً نازک و (ب) پوشش ضخیم

Fig. 11: Crack growth pattern in the structure with $\alpha = -0.7$ in (a) relatively thin coating and (b) thick coating

است. همچنین G مدول برشی و \bar{E} مدول کرنش صفحه‌ای است و مطابق رابطه (۶) تعریف می‌شود. از آنجایی که در بسیاری از مقالات، به تأثیر بیشتر پارامتر α نسبت به β اشاره شده است، در این مقاله نیز، اثر اختلاف ضرایب الاستیک به وسیله پارامتر α معرفی می‌شود. این پارامتر بسته به اختلاف سفتی پوشش و بستر، در محدوده -1 تا 1 قرار می‌گیرد. محدوده منفی برای حالتی خواهد بود که سفتی بستر بیشتر از پوشش باشد و مثبت برای حالتی است که پوشش سفتی بیشتر دارد. همچنین برای پوشش و بستر، $\sigma_{ult} = E / 1000$ در نظر گرفته شد. مقدار مقاومت کششی و برشی در فصل مشترک نیز برابر با مقدار مقاومت کششی در پوشش در نظر گرفته شد. همچنین لازم به ذکر است که در نتایجی که ارائه می‌شوند، به منظور کاهش اثر تعداد و ابعاد ذرات در نتایج حاصل، تعداد آن‌ها در حدود 10000 در نظر گرفته شد.

$$\bar{E} = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (6)$$

شش حالت مختلف در این مقاله برای بررسی اثر اختلاف ضرایب الاستیک و ضخامت مد نظر قرار گرفت. سه مقدار مختلف از α ($\alpha = -0.7, \alpha = 0, \alpha = 0.7$) که بیانگر تمام حالت‌های ممکن است، در نظر گرفته شد (مقدار مثبت برای سفتی بیشتر پوشش نسبت به بستر، مقدار صفر برای سفتی یکسان و مقدار منفی برای سفتی بیشتر بستر نسبت به پوشش). همچنین دو مقدار متفاوت از نسبت ضخامت $h_c/h_s = 0.4$ که بیانگر پوشش با ضخامت زیاد و $h_c/h_s = 0.15$ که بیانگر پوشش با ضخامت کم است) نیز مورد مطالعه قرار گرفت. نحوه گسترش آسیب در هر یک از این حالت‌ها شبیه‌سازی شد.

شکل ۱۱ نحوه گسترش آسیب را به ازای $\alpha = -0.7$ در دو ضخامت مختلف نشان می‌دهد ($h_c/h_s = 0.15$ و $h_c/h_s = 0.4$). همان‌طور که

شکل‌های پلاستیک است که در بستر اتفاق می‌افتد که البته در حل حاصل از المان گسسته، به دلیل در نظر گرفتن رفتار بستر به صورت الاستیک ایزوتروپیک، این تغییر رفتار مشاهده نمی‌شود. از آنجایی که در حالت پوشش نسبتاً نازک، ضخامت بستر در ساختار نسبت به حالت پوشش ضخیم، بیشتر است، بنابراین، تأثیر بیشتری در نمودار نیرو-جابجایی ساختار دارد. از این‌رو، اختلاف بین حل المان گسسته و روش تجربی در این حالت نسبت به ساختار دارای پوشش ضخیم، بیشتر است.

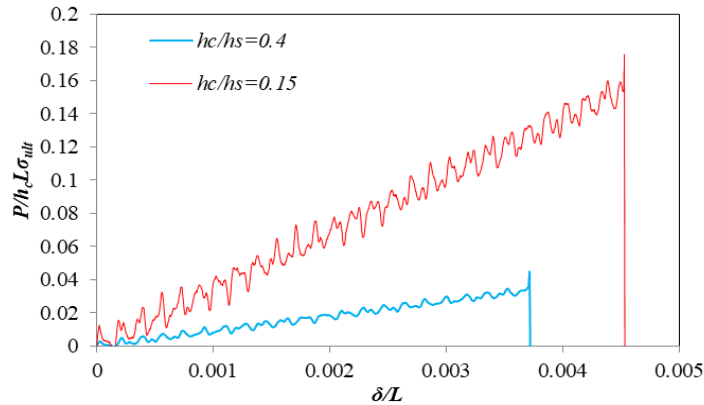
پس از مقایسه نتایج حاصل از شبیه‌سازی المان گسسته با نتایج عددی و آزمایشگاهی از نمونه‌های موجود، حال به بررسی پارامتریک اثر اختلاف ضرایب الاستیک بین پوشش و بستر و ضخامت پوشش بر نحوه گسترش آسیب در این ساختارها پرداخته می‌شود. در این مقاله، رفتار پوشش و بستر به صورت ترد الاستیک ایزوتروپیک و خواص فصل مشترک نیز به صورت میانگین هندسی از خواص پوشش و بستر در نظر گرفته شد. به منظور بررسی اثر اختلاف ضرایب الاستیک بین پوشش و بستر در نحوه گسترش آسیب در ساختار، از پارامترهای داندور^۱ استفاده می‌شود. این پارامترها نشان می‌دهند که برای یک جسم مرکب از دو ماده الاستیک ایزوتروپیک، در بررسی اثر مواد، می‌توان به جای سه پارامتر، از دو پارامتر استفاده کرد [۲۹]. این پارامترها مطابق رابطه (۵) برای حالت کرنش صفحه‌ای تعریف می‌شوند.

$$\alpha = \frac{\bar{E}_c - \bar{E}_s}{\bar{E}_c + \bar{E}_s}$$

$$\beta = \frac{G_c(1-2\nu_s) - G_s(1-2\nu_c)}{2G_c(1-\nu_s) + 2G_s(1-\nu_c)} \quad (5)$$

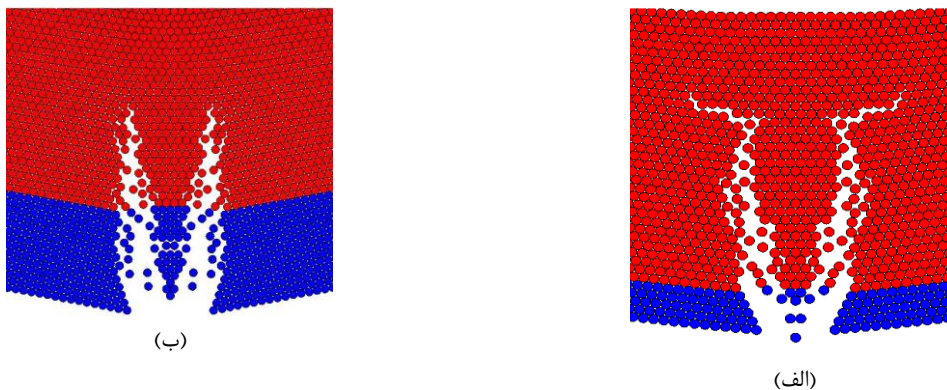
در این رابطه، زیرنویس C بیانگر پوشش و زیرنویس S بیانگر بستر

1 Dundurs' Parameters



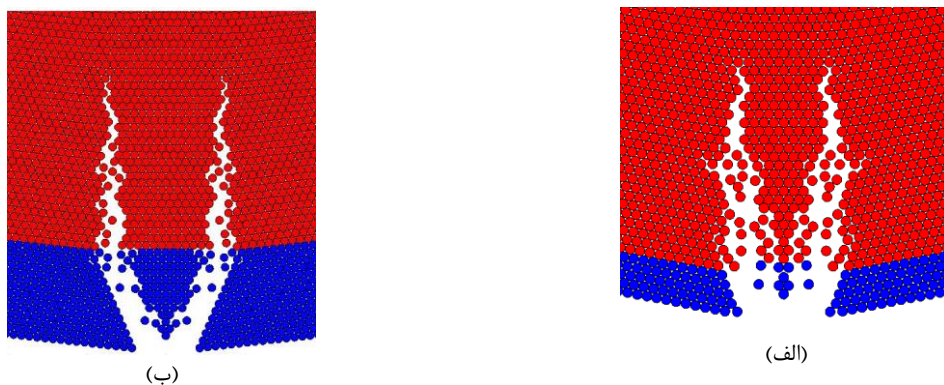
شکل ۱۲: نمودار نیروی نرمال شده بر حسب جابه‌جایی عمودی برای $\alpha = -0.7$ در دو ضخامت مختلف

Fig. 12: Normalized force-vertical displacement curve for $\alpha = -0.7$ in two different coating thicknesses



شکل ۱۳: الگوی گسترش ترک در ساختار با $\alpha = 0$ در (الف) پوشش نسبتاً نازک و (ب) پوشش ضخیم

Fig. 13: Crack growth pattern in the structure with $\alpha = 0$ in (a) relatively thin coating and (b) thick coating



شکل ۱۴: الگوی گسترش ترک در ساختار با $\alpha = 0.2$ در (الف) پوشش نسبتاً نازک و (ب) پوشش ضخیم

Fig. 14: Crack growth pattern in the structure with $\alpha = 0.2$ in (a) relatively thin coating and (b) thick coating

بستر است که البته در حالتی که ضخامت پوشش کم باشد، تأثیرگذار نیست. در واقع، در این ساختارها، پس از رسیدن ترک‌های پوشش به محدوده فصل مشترک، گسترش آن‌ها در دو حالت امکان‌پذیر است. این دو حالت به واسطه تنش‌هایی است که در ساختار در اثر

در شکل مشخص است، در ضخامت‌های کم پوشش، گسترش آسیب به داخل بستر و برای ضخامت‌های زیاد پوشش، گسترش آسیب به موازات فصل مشترک و یا داخل آن اتفاق می‌افتد. علت این اتفاق، ضعیف‌تر بودن خواص اتصال در پوشش و فصل مشترک نسبت به

شکل ۱۴ نیز نحوه گسترش آسیب را به ازای $\alpha=0/2$ نشان می‌دهد. در این حالت، سفتی پوشش بیشتر از بستر است و مطابق فرض این مقاله، سفتی اتصال‌ها در فصل مشترک نیز بزرگ‌تر از بستر خواهد بود. بنابراین همان‌طور که مشاهده می‌شود، بدون وابستگی به ضخامت پوشش، گسترش آسیب به داخل بستر اتفاق می‌افتد.

۴- نتیجه‌گیری

شبیه‌سازی گسترش آسیب در ساختارهای شامل پوشش و بستر با در نظر گرفتن رفتار ترد الاستیک برای هر یک از اجزای تشکیل‌دهنده، با استفاده از روش المان گسسته، انجام شد. برای این منظور، تأثیر پارامترهای اختلاف ضرایب الاستیک بین پوشش و بستر و ضخامت پوشش در نحوه گسترش آسیب مورد بررسی قرار گرفت. بارگذاری نیز به صورت خمش سه‌نقطه به مجموعه اعمال شد. نتایج نشان داد که برای ساختارهایی که سفتی و مقاومت نهایی پوشش کم‌تر از بستر باشد، به ازای ضخامت‌های نسبتاً زیاد پوشش، گسترش آسیب در فصل مشترک و یا به موازات آن، در پوشش اتفاق می‌افتد. اما برای پوشش‌های نازک، گسترش آسیب به داخل بستر نفوذ می‌کند. اما برای حالتی که سفتی و در نتیجه مقاومت نهایی پوشش، برابر و یا بزرگ‌تر از بستر باشد، بدون توجه به ضخامت پوشش، گسترش آسیب در فصل مشترک رخ نمی‌دهد.

مراجع

- [1] X. Li, L. Liang, J. Xie, L. Chen, Y. Wei, Thickness-dependent fracture characteristics of ceramic coatings bonded on the alloy substrates, *Surface and Coatings Technology*, 258 (2014) 1039-1047.
- [2] A. Strawbridge, H. E. Evans, Mechanical failure of thin brittle coatings, *Engineering Failure Analysis*, 2(2) (1995) 85-103.
- [3] A. Evans, G. Crumley, R. Demaray, On the mechanical behavior of brittle coatings and layers, *Oxidation of Metals*, 20(5-6) (1983) 193-216.
- [4] A. M. Tobi, P. Shipway, S. Leen, Finite element modelling of brittle fracture of thick coatings under normal and tangential loading, *Tribology International*, 58 (2013) 29-39.
- [5] P. Bansal, P. Shipway, S. Leen, Finite element

خمش سه‌نقطه به وجود می‌آید. در اثر خمش تیر شامل پوشش و بستر (در حالتی که ترک عرضی به فصل مشترک رسیده باشد)، تنش‌های کششی در بستر و تنش‌های برشی ناشی از خمش تیر در فصل مشترک به وجود می‌آید. حال اگر تنش‌های کششی در بستر به مقدار مقاومت کششی آن برسد، ترک در بستر گسترش پیدا می‌کند. اما گسترش ترک در فصل مشترک به صورت مود ترکیبی اتفاق می‌افتد (تنش‌های کششی ناشی از خمش که در فصل مشترک نیز وجود دارد همراه با تنش‌های برشی) که البته اثر مود برشی در آن بیشتر است. حال با توجه به این که ضخامت کل ساختار ثابت است، در حالتی که ضخامت پوشش کم باشد، (به دلیل نزدیکی فصل مشترک به لبه تیر) تنش‌های برشی در فصل مشترک کم‌تر از حالتی خواهد بود که ضخامت پوشش زیاد باشد. بنابراین مشاهده می‌شود که در ساختار با ضخامت پوشش کم، گسترش ترک در بستر و در حالت با ضخامت بیشتر، گسترش ترک در فصل مشترک (و یا به موازات فصل مشترک و در پوشش) اتفاق افتاده است. بنابراین می‌توان گفت، در حالتی که سفتی و متعاقب آن مقاومت نهایی بستر (با توجه به فرض در نظر گرفته شده در این مقاله) بیشتر از پوشش باشد، به ازای ضخامت‌های پوشش بزرگ‌تر از یک مقدار معین، گسترش آسیب در فصل مشترک یا به موازات آن در پوشش اتفاق می‌افتد و به ازای ضخامت‌های کم‌تر از آن، گسترش آسیب به داخل بستر است.

شکل ۱۲ نمودار بار اعمال شده را بر حسب جابجایی برای این دو حالت نشان می‌دهد به طوری که هر یک از مقادیر نیروها و جابجایی‌ها بر حسب ضخامت پوشش h_c ، طول نمونه L و مقاومت کششی پوشش σ_{ult} ، نرمال شده‌اند. همان‌طور که در شکل مشخص است، با توجه به در نظر گرفتن رفتار ترد الاستیک برای هر یک از اجزاء تشکیل‌دهنده، کل ساختار تا مقدار مشخصی بار تحمل می‌کند و پس از آن، افت ناگهانی در مقدار بار تحمل شده پدید می‌آید. همچنین از آنجایی که در ضخامت‌های پایین اثر بستر غالب است، بنابراین در ضخامت پایین مقدار جابجایی عمودی نیز بیشتر است.

شکل ۱۳ نحوه گسترش آسیب را به ازای $\alpha=0$ در دو ضخامت مختلف نشان می‌دهد. این مقدار α بیان‌گر این است که سفتی پوشش و بستر کاملاً یکسان است (در این مقاله می‌توان گفت که هر دو از یک جنس هستند) و مطابق انتظار، گسترش آسیب در فصل مشترک اتفاق نمی‌افتد (در واقع فصل مشترک وجود ندارد).

- transverse cracking during the pyrolysis of carbon fibre reinforced plastics to carbon/carbon composites, *Computational Materials Science*, 28(1) (2003) 1-15.
- [16] Y. Sheng, D. Yang, Y. Tan, J. Ye, Microstructure effects on transverse cracking in composite laminae by DEM, *Composites Science and Technology*, 70(14) (2010) 2093-2101.
- [17] D. Yang, J. Ye, Y. Tan, Y. Sheng, Modeling progressive delamination of laminated composites by discrete element method, *Computational Materials Science*, 50(3) (2011) 858-864.
- [18] A. Khattab, M. J. Khattak, I. M. Fadhil, Micromechanical discrete element modeling of fiber reinforced polymer composites, *Polymer Composites*, 32(10) (2011) 1532-1540.
- [19] M. J. Khattak, A. Khattab, Modeling tensile response of fiber-reinforced polymer composites using discrete element method, *Polymer Composites*, 34(6) (2013) 877-886.
- [20] D. André, I. Iordanoff, J.-l. Charles, J. Néauport, Discrete element method to simulate continuous material by using the cohesive beam model, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 213–216 (2012) 113-125.
- [21] L. Maheo, F. Dau, D. André, J. L. Charles, I. Iordanoff, A promising way to model cracks in composite using Discrete Element Method, *Composites Part B: Engineering*, 71 (2015) 193-202.
- [22] B. D. Le, F. Dau, J. L. Charles, I. Iordanoff, Modeling damages and cracks growth in composite with a 3D discrete element method, *Composites Part B: Engineering*, 91 (2016) 615-630.
- [23] M. A. Ghasemi, S. R. Falahatgar, Damage initiation and propagation simulation of coatings in coating/substrate structures under thermal loading using discrete element method, *Modares Mechanical Engineering*, 18(2018) 163-172 (in Persian).
- [24] M. A. Ghasemi, S. R. Falahatgar, Damage evolution in brittle coating/substrate structures under three-point bending using discrete element method, *Surface and modelling of the fracture behaviour of brittle coatings*, *Surface and Coatings Technology*, 200(18-19) (2006) 5318-5327.
- [6] I. Hofinger, M. Oechsner, H.-A. Bahr, M. V. Swain, Modified four-point bending specimen for determining the interface fracture energy for thin, brittle layers, *International Journal of Fracture*, 92(3) (1998) 213-220.
- [7] M. V. Babu, R. K. Kumar, O. Prabhakar, N. G. Shankar, Fracture mechanics approaches to coating strength evaluation, *Engineering Fracture Mechanics*, 55(2) (1996) 235-248.
- [8] H. Liu, L. Liang, Y. Wang, Y. Wei, Fracture Characteristics and Damage Evolution of Coating Systems Under Four-Point Bending, *International Journal of Applied Ceramic Technology*, 13(6) (2016) 1043-1052.
- [9] P. Forschelen, A. Suiker, O. van der Sluis, Effect of residual stress on the delamination response of film-substrate systems under bending, *International Journal of Solids and Structures*, 97 (2016) 284-299.
- [10] M. Ostoja-Starzewski, Lattice models in micromechanics, *Applied Mechanics Reviews*, 55(1) (2002) 35-60.
- [11] K. M. Crosby, R. M. Bradley, Simulations of tensile fracture in thin films bonded to solid substrates, *Philosophical Magazine B*, 76(1) (1997) 91-105.
- [12] P. A. Cundall, O. D. L. Strack, A discrete numerical model for granular assemblies, *Géotechnique*, 29(1) (1979) 47-65.
- [13] D. O. Potyondy, P. A. Cundall, A bonded-particle model for rock, *International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences*, 41(8) (2004) 1329-1364.
- [14] F. K. Wittel, F. Kun, B.-H. Kröplin, H. J. Herrmann, A study of transverse ply cracking using a discrete element method, *Computational Materials Science*, 28(3-4) (2003) 608-619.
- [15] F. K. Wittel, J. Schulte-Fischedick, F. Kun, B.-H. Kröplin, M. Frieß, Discrete element simulation of

- for modelling solid and particulate materials, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 70(4) (2007) 379-404.
- [28] Y. Feng, B. Danh Le, G. Koval, C. Chazallon, Discrete element approach in brittle fracture mechanics, *Engineering Computations*, 30(2) (2013) 263-276.
- [29] H. Mei, Y. Pang, R. Huang, Influence of interfacial delamination on channel cracking of elastic thin films, *International Journal of Fracture*, 148(4) (2008) 331.
- Coatings Technology, 358(2019) 567-576.
- [25] D. Yang, Y. Sheng, J. Ye, Y. Tan, Dynamic simulation of crack initiation and propagation in cross-ply laminates by DEM, *Composites Science and Technology*, 71(11) (2011) 1410-1418.
- [26] J. Rojek, E. Oñate, Multiscale analysis using a coupled discrete/finite element model, *Interaction and Multiscale Mechanics*, 1(1) (2007) 1-31.
- [27] F. A. Tavarez, M. E. Plesha, Discrete element method

