Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 52(5) (2020) 321-324
DOI: 10.22060/mej.2019.15286.6084

Prediction and Control of Chaos in Nonlinear Rectangular Micro-Plate on the Elastic Foundation

A. Andakhshideh* and H. Karamad

Department of Mechanical Engineering, Quchan University of Technology, Quchan, Iran

ABSTRACT: In this study, nonlinear dynamics of non-classical Kirchhoff microplate is analyzed and chaotic behavior is predicted and controlled by designing the robust adaptive fuzzy controller. Virtual displacement principle is employed to derive the governing equation of micro-plate resting on a nonlinear elastic foundation. In the governing equation, von-Karman geometric nonlinearity and couple stress theory are considered. Then eigenvalue governing equation is solved for fully simply supported boundary conditions and results are validated. In the next step, considering harmonic excitation of the first mode, the micro-plate forced vibration equation is derived using the Galerkin method. Regardless of modal interaction, the chaos threshold is then investigated. Homoclinic orbits of the unperturbed system are plotted and stable and unstable manifold transversely cut that is criteria to predict chaos according to Melnikov's method are studied. Using the maximum Lyapunov exponents numerical method, size-dependent chaos is also locally identified. Phase portrait, Poincare mapping and time response are plotted for different values of size ratios and the significant effect of size on the chaotic behavior of micro-plats is presented. Subsequently, designing the robust adaptive fuzzy controllers, chaotic vibrations are completely eliminated from the system and the robust adaptive fuzzy controller is introduced as an effective method for controlling chaos in these systems.

Review History:

Received: 11/14/2018
Revised: 2/4/2019
Accepted: 3/18/2019
Available Online: 3/18/2019

Keywords:

Nano-electromechanical systems
Robust adaptive fuzzy controller
Couple stress theory
Kirchhoff micro-plates
Chaos

1. INTRODUCTION

In the field of nanotechnology, mention to long-range applications of Micro-Nano-Electromechanical Systems (M-NEMS) there are massive engineering papers dedicated to studying these systems.

Reducing the size of M-NEMS in the scale of micro and nano causing high natural frequency makes more sensitivity and performance of M-NEMS in the role of sensors and other applications that is desired by the designer. The high frequency of systems hence needs a higher energy level in excitation yielding more nonlinear behavior such as frequency bending, dynamic jump and chaotic vibration. In conclusion, it is essential to study nonlinear dynamics and chaos in M-NEMS that is the aim of this paper.

The researchers have presented the chaotic behavior of the classical structure in numerous papers. Awrejcewicz et al. [1-3] studied the route of transition into chaos in plates and shells on triple articles.

The essence of heteroclinic loops and extremely complicated dynamical behavior of plates as chaotic vibration, symmetry breaking, and Smale horseshoes phenomena are also studied before [4, 5].

In the referred articles, classical elasticity theories are used to analysis of structures, whereas the classical theories don't valid on the scale of micro and nano illustrated by experimental research [6]. The modified couple stress theory as one of the none-classical elasticity theories is widely used to invest micro-structures [7, 8]. The forced vibration of Kirchhoff's nonlinear microplate was numerically studied based on The modified couple stress theory by Ghayesh and Farokhi [7]. In other paper, they hence did a similar search on imperfect microplate [8].

In this paper, the governing equations on the nonlinear dynamics of the microplate resting on the nonlinear elastic foundation are derived based on the coupling stress theory and the size-dependent chaotic behavior of the microplate will be studied using numerical and analytical methods. Then, the chaotic vibration of microplate will be controlled.

2. METHODOLOGY

The proposed system contains a rectangular microplate with dimensions $b\times a$ and cross-section height h resting on nonlinear elastic foundation with nonlinear stiffness $\tilde{k}_{nl}$, linear stiffness $\tilde{k}_l$ and shear stiffness $\tilde{k}_s$ that is made by epoxy ($E=1.44\text{Gpa}$, $\nu=0.38$) and l is length scale parameter. The nonclassical material constant in modified couple stress theory which has been measured by experimental test [6].

The governing equation of Kirchhoff's microplate with von-Karman geometric nonlinearity [9] is derived based on modified couple stress theory [10] via virtual displacement

*Corresponding author's email: a.andakhshideh@qiet.ac.ir

principle as the nondimensional equation:

$$\left(1+\frac{D^l}{D}\right)\nabla^4 w+k_l w-k_s\nabla^2 w+k_{nl}w^3$$
$$=\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}+\frac{\tilde{F}}{D}$$
$$+12\left(\frac{w_{\max}}{h}\right)^2\left(\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial X}\right)^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial X^2}+\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial Y}\right)^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial Y^2}+\frac{\partial w}{\partial X}\frac{\partial w}{\partial Y}\frac{\partial^2 w}{\partial Y\,\partial X}\right) \tag{1}$$

$$Y=\frac{y}{b},X=\frac{x}{a},t=\frac{ma^4}{D}\hat{t},D=\frac{Eh^3}{12\left(1-\upsilon^2\right)},$$
$$\frac{D^l}{D}=6\left(1-\nu\right)\left(\frac{l}{h}\right)^2 \tag{2}$$

Using variables separation, dynamic deflection of a microplate can be represented as $w\left(X,Y,t\right)=\varphi\left(X,Y\right)q\left(t\right)$, where $q\left(t\right)$ and $\varphi\left(X,Y\right)$ is time part and space mode shapes, respectively. Substituting dynamic deflection equation yield to eigenvalue equation. After solving this equation, natural frequency and linear mode shapes are obtained.

In order to analyze chaos in a microplate, Galerkin method is employed using the first linear mode shape of the microplate. This way, the nonlinear equation in the state space form can be expressed as:

$$\dot{q}=v$$
$$\dot{v}=\alpha q-\varepsilon\mu\dot{q}-\gamma q^3+\varepsilon f\cos\left(\Omega t\right) \tag{3}$$

where ε is the small scale parameter. The unperturbed system will be obtained by setting $\varepsilon=0$. The homoclinic orbits of the unperturbed system are used by Melnikov's method and size dependent chaos threshold function is then yielded as:

$$\frac{f_{cr}}{\mu}\le\frac{2\sqrt{2}\alpha^{1.5}}{3\sqrt{\gamma}\pi\Omega}\cosh\left(\frac{\pi\Omega}{2\sqrt{\alpha}}\right) \tag{4}$$

3. RESULTS AND DISCUSSION

The size-dependent chaos threshold is plotted for different values of size ratio (***h/l***) in Fig. 1. Accordingly, if the value of size ratio (***h/l***) changes to microscale beam, the chaos threshold will be increased dramatically.

In Figs. 2 and 3, Lyapunov exponents and phase portrait of the microplate is respectively depicted for tow values of size ratio (***h/l***). Mention to these figures, the microplate size has a significant effect on chaotic behavior.

Next, the chaotic vibration of the nonclassical microplate is controlled by designing robust adaptive fuzzy controller [11]. In Fig. 4, time response of microplate before and after activating controller is illustrated. It can be observed the robust adaptive fuzzy controller is an effective controlling method for nonclassical microplate.

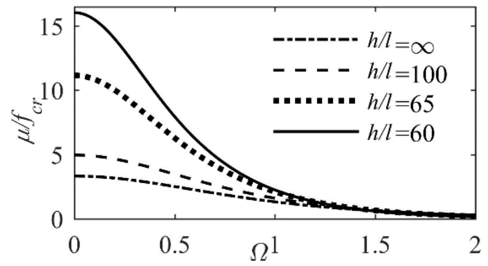


Fig. 1. Homoclinic bifurcation diagram and chaos threshold of the system for different values of size ratio (*h/l*)

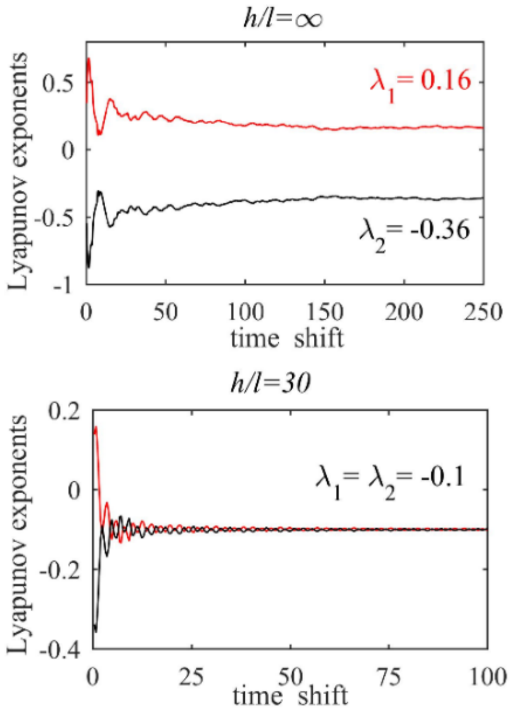


Fig. 2. Lyapunov exponents of the system for different values of size ratio (*h/l*)

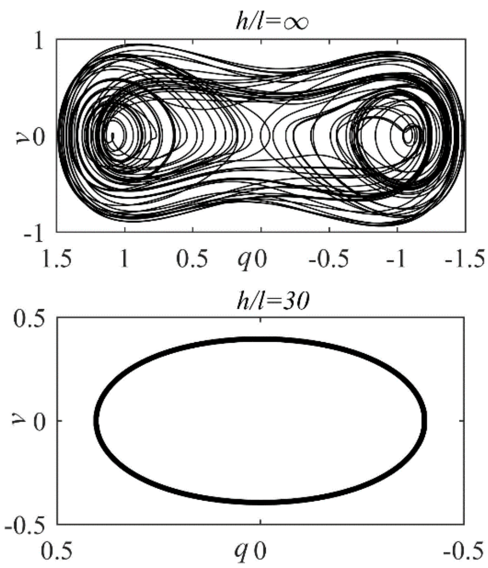


Fig. 3. Phase portrait of the microplate for different values of size ratio (*h/l*)

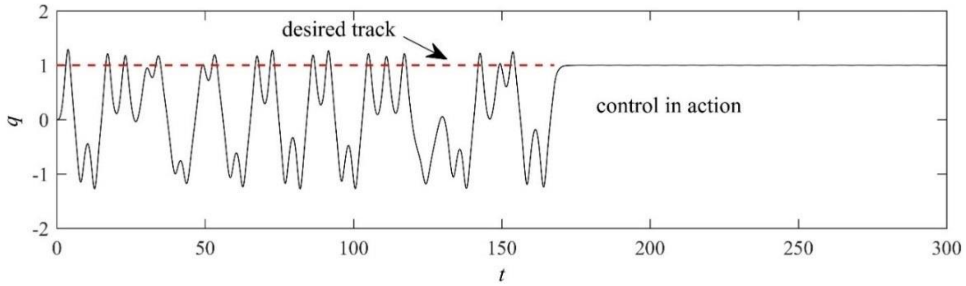


Fig. 4. Time history response of the microplate with the controller before and after activating controller at $t = 170$ s

4. CONCLUSIONS

In this paper, the size-dependent chaotic behavior of the microplate was studied based on the coupling stress theory using numerical and analytical methods. The homoclinic orbits equations of the unperturbed system were obtained. To investigate the homoclinic bifurcation of the system, the Melnikov method was used. The relationship between the critical force of the chaos threshold and microplate size has been predicted by Melnikov method. According to the Melnikov analysis, the scale of the microplate has a significant effect on the critical force of chaos threshold. Subsequently, the largest Lyapunov exponent as a numerical criterion was used to evaluate the sensitivity to the initial conditions and predictability of the system and the identification of chaos was performed for different size scale of the microplate. Results showed that in smaller size ratios, the largest Lyapunov exponent changed, thus the chaotic behavior of system also varied. Next, Phase portrait, Poincaré section and time response for different values of the size ratio were plotted and the impressive size effect has been displayed in the chaotic behavior of microplate.

After the chaos analysis, designing robust adaptive fuzzy controller, chaotic vibrations of the microplate are completely suppressed and the robust adaptive fuzzy controller is introduced as a powerful method of chaos controlling in nanoelectromechanical systems.

REFERENCES

[1] J. Awrejcewicz, V. Krysko, I. Papkova, A. Krysko, Routes to chaos in continuous mechanical systems. Part 1: Mathematical models and solution methods, Chaos, Solitons & Fractals, 45(6) (2012) 687-708.

[2] A. Krysko, J. Awrejcewicz, I. Papkova, V. Krysko, Routes to chaos in continuous mechanical systems: Part 2. Modelling transitions from regular to chaotic dynamics, Chaos, Solitons & Fractals, 45(6) (2012) 709-720.

[3] J. Awrejcewicz, A. Krysko, I. Papkova, V. Krysko, Routes to chaos in continuous mechanical systems. Part 3: The Lyapunov exponents, hyper, hyper-hyper and spatial–temporal chaos, Chaos, Solitons & Fractals, 45(6) (2012) 721-736.

[4] X. Yang, P. Sethna, Local and global bifurcations in parametrically excited vibrations of nearly square plates, International journal of Non-linear Mechanics, 26(2) (1991) 199-220.

[5] X. Yang, P.R. Sethna, Non-linear phenomena in forced vibrations of a nearly square plate: antisymmetric case, Journal of Sound and Vibration, 155(3) (1992) 413-441.

[6] S. Park, X. Gao, Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, Journal of Micromechanics and Microengineering, 16(11) (2006) 2355.

[7] M.H. Ghayesh, H. Farokhi, Nonlinear dynamics of microplates, International Journal of Engineering Science, 86 (2015) 60-73.

[8] H. Farokhi, M.H. Ghayesh, Nonlinear dynamical behaviour of geometrically imperfect microplates based on modified couple stress theory, International Journal of Mechanical Sciences, 90 (2015) 133-144.

[9] J.N. Reddy, Theory and analysis of elastic plates and shells, CRC press, 2006.

[10] F. Yang, A. Chong, D.C.C. Lam, P. Tong, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, International Journal of Solids and Structures, 39(10) (2002) 2731-2743.

[11] A. Poursamad, A.H. Davaie-Markazi, Robust adaptive fuzzy control of unknown chaotic systems, Applied Soft Computing, 9(3) (2009) 970-976.

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۵، سال ۱۳۹۹، صفحات ۱۲۸۵ تا ۱۳۰۰
DOI: 10.22060/mej.2019.15286.6084

پیش‌بینی و کنترل آشوب در میکروصفحه مستطیلی غیرخطی بر روی بستر الاستیک

عطیه اندخشیده* ، حسین کارامد

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی قوچان، قوچان، ایران

خلاصه: در این پژوهش، دینامیک غیرخطی میکروصفحه غیرکلاسیک کیرشهف تحلیل، محدوده رفتار آشوبناک پیش‌بینی و با طراحی کنترلر مقاوم تطبیقی فازی، کنترل می‌شود. معادله حاکم بر میکروصفحه بر روی بستر الاستیک غیرخطی، با درنظر گرفتن غیرخطی هندسی فون-کارمن و براساس تئوری تنش کوپل اصلاح شده، با استفاده از اصل جابجایی مجازی استخراج میگردد. معادله مقدار ویژه حاصل برای شرایط مرزی ساده حل شده و نتایج بدست آمده اعتبارسنجی می‌گردد. در گام بعد، با فرض تحریک هارمونیک مود اول، روش گلرکین بکار برده می‌شود و معادله ارتعاشات اجباری میکروصفحه بدست می‌آید. سپس آستانه آشوب با صرف‌نظر از برهم‌کنش مودها تحلیل می‌گردد. مدارهای هموکلینیک سیستم بدون اغتشاش رسم شده و برخورد منیفلدهای پایدار و ناپایدار که معیاری برای پیش‌بینی آشوب است، با استفاده از روش ملنیکف بررسی می‌شود. همچنین، با استفاده از روش عددی حداکثر نمای لیاپانوف، آشوب وابسته به ابعاد، به‌صورت موضعی شناسایی می‌گردد. نمودارهای صفحه فاز، نگاشت پوانکاره و پاسخ زمانی برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی رسم شده و تاثیر چشمگیر ابعاد در رفتار آشوبناک میکروصفحه نمایش داده می‌شود. در ادامه، با طراحی کنترلر مقاوم تطبیقی فازی، ارتعاشات آشوبناک به‌کلی از سیستم حذف می‌شود و کنترلر مقاوم تطبیقی فازی به‌عنوان یک روش کارآمد برای کنترل آشوب در این سیستم‌ها معرفی می‌گردد.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۲۳-۰۸-۱۳۹۷
بازنگری: ۱۵-۱۱-۱۳۹۷
پذیرش: ۲۰-۱۲-۱۳۹۷
ارائه آنلاین: ۲۷-۱۲-۱۳۹۷

کلمات کلیدی:
سیستم‌های نانوالکترو مکانیکی
کنترلر مقاوم تطبیقی فازی
تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده
میکروصفحه کیرشهف
آشوب

۱- مقدمه

در حوزه نانوتکنولوژی، مدل‌سازی ریاضی و تحلیل رفتار مکانیکی سازه‌ها در ابعاد میکرو و نانو از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. این نانوسازه‌ها در موارد وسیعی از جمله سیستم‌های نانوالکترومکانیکی بکار برده می‌شوند. برتری کاربردی سیستم‌های نانوالکترومکانیکی باعث شده است تا در مهندسی روز به‌طور چشمگیری مورد استفاده قرار گیرند. این سیستم‌ها در ابزارهای متنوعی نظیر عملگرها با تحریک الکترواستاتیکی [۱]، شتاب‌سنج‌ها [۲]، سنسورهای شاک [۳]، میکروسکوپ اتمی [۴ و ۵] و ابزارهای پردازش سیگنال و ارتباطی [۶] بکار برده می‌شوند. پیش از طراحی و بکار بردن سیستم‌های نانوالکترومکانیکی، مدل‌سازی رفتار مکانیکی اجزای این سیستم‌ها، که در ابعاد میکرو و نانو می‌باشند، یک ضرورت اساسی و از مباحث روز تحقیقات مهندسی است و در این مقاله به آن پرداخته می‌شود.

کاهش هرچه بیشتر ابعاد برای اجزای این سیستم‌ها در بسیاری از کاربردها مطلوب طراحان است [۷]. کاهش ابعاد باعث افزایش فرکانس نانوسازه‌ها می‌شود و حساسیت آن‌ها را به‌عنوان سنسور بهبود می‌دهد. گرچه کوچکتر کردن اندازه این سازه‌ها تا ابعاد میکرو و نانو مطلوب است، اما خود باعث بوجود آمدن چالش‌های تازه‌ای در طراحی خواهد شد. مهم‌ترین چالش، رسیدن به انرژی مناسب در خروجی است که برای سیستم‌های نانوالکترومکانیکی یک مسئله کاربردی با اهمیت است. برای افزایش سطح انرژی در خروجی باید از نیروی تحریک قوی استفاده شود [۸ و ۹]. تحریک خارجی قوی، رفتار غیرخطی را افزایش می‌دهد و با افزایش رفتار غیرخطی، احتمال آشوب در سیستم بیشتر خواهد شد [۱۰]. در نتیجه یکی از ملزومات اساسی برای طراحی نانو سازه‌ها، شناسایی و کنترل رفتار آشوبناک این سازه‌ها است تا عملکرد مطلوب را داشته باشند. هدف از این پژوهش نیز شناسایی و کنترل رفتار آشوبناک نانوصفحات است.

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: a.andakhshideh@qiet.ac.ir

مدل‌سازی و تحلیل دینامیک غیرخطی و آشوب در سازه‌های کلاسیک، تاریخچه طولانی داشته و مطالعات بی‌شماری در این حوزه انجام گرفته است. در ادامه به چند مورد از این مقالات که با روش بکار رفته در پژوهش جاری نزدیکی بیشتری دارد، اشاره می‌کنیم.

آرجویچ و همکاران [۱۳-۱۱] در مقالات سه‌گانه‌ای مسیر انتقال به آشوب در سازه‌هایی نظیر صفحات و پوسته‌ها را بدست آوردند. دینامیک آشوبناک در صفحات مستطیلی توسط یانگ و سسنا [۱۴ و ۱۵] مطالعه شد و مدارهای هتروکلینیک[1]، بریدگی متقارن و پدیده نعل اسبی مورد بحث قرار گرفت. آرجویچ و همکاران [۱۶] تحلیل دینامیک آشوب در صفحات انعطاف‌پذیر را بررسی کرده و نشان دادند که آشوب پس از دومین دوشاخگی هیف[2] آغاز خواهد شد. توز و همکاران [۱۷] مسیر انتقال به آشوب در صفحات دایروی ناکامل تحت تحریک عرضی را مطالعه کردند. در این پژوهش، در ابتدا پاسخ ماندگار ارتعاشی با استفاده از روش تحلیلی بدست آمده و ناحیه آشوبناک با استفاده از روش عددی تخمین زده شد. امابیلی و همکاران [۱۸] آشوب در پوسته‌های استوانه‌ای دایروی را تحلیل کردند. در این تحلیل، فرکانس تحریک ثابت بوده و با تغییر دامنه تحریک نمودار دوشاخگی بدست آمد و پاسخ‌های پریودیک و شبه‌پریودیک[3] بررسی شد. هاو و همکاران [۱۹] ارتعاشات آشوبناک صفحه مستطیلی را تحت تحریک همزمان عرضی و درون صفحه‌ای، بررسی نمودند. معادلات دینامیکی صفحه ساخته شده از ماده تابعی مدرج را با استفاده از اصل همیلتون استخراج نمودند و روش گلرکین را با در نظر گرفتن تشدید داخلی ۱:۱ بکار بردند و شرایط بوجود آمدن پاسخ‌های پریودیک، شبه پریودیک و آشوبناک را در صفحه مورد نظر بدست آوردند.

در مقالات اشاره شده، برای تحلیل سازه‌ها از تئوری‌های کلاسیک الاستیسیته استفاده شده است. در حالی‌که، نتایج آزمایشگاهی نشان می‌دهند که در سازه‌هایی با ابعاد میکرو و نانو، تغییرشکل‌های وابسته ابعادی وجود خواهد داشت که توسط تئوری‌های کلاسیک محیط پیوسته قابل پیش‌بینی نیست [۲۲-۲۰] و رفتار مکانیکی نانوسازه‌ها وابسته به ابعاد است. در نتیجه جهت تحلیل مکانیک نانوسازه‌ها ضروری است که از تئوری‌های غیرکلاسیک الاستیسیته استفاده شود.

1 Heteroclinic Orbits
2 Hopf Bifurcation
3 Quasi-Periodic

در میان تئوری‌های غیرکلاسیک، تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده [۲۳]، از جمله تئوری‌های مرتبه بالایی می‌باشد که برای تحلیل مسائل وابستگی ابعادی در رفتار مکانیکی، ظهور پیدا کرده و مورد استفاده قرار می‌گیرد. تئوری تنش کوپل اصلاح شده برای تحلیل سازه‌ها در ابعاد میکرو کاربرد دارد. در ادامه به ذکر چند نمونه از پژوهش‌های صورت گرفته با استفاده از این تئوری، خواهیم پرداخت.

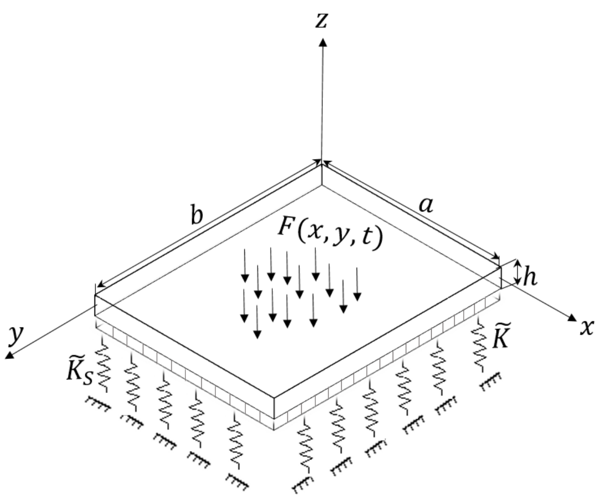
پارک و ژائو [۲۴] خواص استاتیکی میکروتیر را براساس تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده تحلیل نموده و به تفسیر نتایج بدست آمده از تست خمش میکروتیر از جنس اپوکسی پرداختند. اندخشیده و همکاران [۲۵] وابستگی ابعادی در ارتعاشات غیرخطی آزاد و اجباری میکروتیر با مقطع غیریکنواخت را برای شرایط مرزی مختلف و براساس تئوری کوپل تنش اصلاح شده مطالعه کردند و نشان دادند که با کاهش ابعاد، انحنا در منحنی پاسخ فرکانسی کاهش پیدا می‌کند و اختلاف فرکانس غیرخطی و فرکانس خطی کمتر خواهد شد. در پژوهشی دیگر، صالحی و همکاران [۲۶] ارتعاشات آزاد و اجباری نانو ورق ویسکوالاستیک واقع بر بستر ویسکوالاستیک پاسترناک را با استفاده از تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده، تحلیل نمودند. نتایج این پژوهش نشان داد که پارامتر مقیاس طول ماده باعث پدیده تشدید در فرکانس‌های تحریک بالاتر و کاهش اختلاف فاز می‌گردد. قایش و فرخی [۲۷] ارتعاشات اجباری میکروصفحه غیرخطی کیرشهف براساس تئوری تنش کوپل بهبود یافته را مطالعه نمودند. ایشان همچنین، پژوهش مشابهی را برای میکروصفحه کیرشهف غیرخطی ناکامل هندسی انجام دادند [۲۸].

همانطور که قبلا ذکر شد، رفتار آشوبناک در سازه‌های کلاسیک [۱۹-۱۱] و نانو [۳۱-۲۹] در مقالات متعددی مورد مطالعه قرار گرفته است، در ادامه پژوهش‌های گذشته، در این مقاله، دینامیک غیرخطی میکروصفحه غیرکلاسیک کیرشهف تحلیل، محدوده رفتار آشوبناک در آن پیش‌بینی می‌شود. این تحلیل، براساس تئوری غیرکلاسیک تنش کوپل اصلاح‌شده انجام می‌شود و ابعاد در محدوده میکرو می‌باشد، برای استخراج معادله حاکم بر میکروصفحه کیرشهف واقع بر بستر الاستیک غیرخطی، از اصل جابجایی مجازی استفاده شده است. معادله حاکم، با در نظر گرفتن غیرخطی هندسی فون-کارمن و براساس تئوری الاستیسیته تنش کوپل اصلاح‌شده، استخراج می‌گردد. پس از استخراج معادلات، با فرض تفکیک متغیرها، یک معادله مقدار

ویژه برای بخش خطی معادلات، حاصل خواهد شد. معادله مقدار ویژه حاصل برای شرایط مرزی ساده حل شده، فرکانس طبیعی خطی و شکل مودهای خطی میکروصفحه، بدست می‌آید. سپس، نتایج بدست آمده از حل معادلات غیرکلاسیک، با فرض نسبت ابعادی صفر، با نتایج حل دقیق تئوری کلاسیک در سایر پژوهش‌ها مقایسه و اعتبارسنجی خواهد شد. درگام بعد، با فرض تحریک هارمونیک بر روی مود اول ارتعاشی، روش گلرکین بکار برده می‌شود و معادله دینامیک غیرخطی اجباری میکروصفحه بدست می‌آید. سپس آستانه آشوب میکروصفحه با صرف‌نظر نمودن از برهم‌کنش مودها مورد تحلیل قرار خواهد گرفت. در این راستا، ابتدا معادله مدارهای هموکلینیک[1] سیستم بدون اغتشاش را بدست آورده و برخورد منیفلدهای[2] پایدار و ناپایدار که معیاری برای پیش‌بینی آشوب در سیستم است [۳۲] با استفاده از روش ملنیکف[3] بررسی می‌شود. در ادامه، با استفاده از الگوریتم ارائه شده در مرجع [۳۳] حداکثر نمای لیاپانوف[4] را برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی، محاسبه نموده و آشوب وابسته به ابعاد، به صورت موضعی شناسایی می‌گردد. نمودارهای صفحه فاز، مقطع پوانکاره[5] و پاسخ زمانی برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی رسم شده و تاثیر چشمگیر ابعاد در رفتار آشوبناک سیستم نمایش داده می‌شود. علاوه بر این، کنترل آشوب در میکروصفحه غیرکلاسیک نیز بررسی خواهد شد.

کنترل آشوب در سیستم‌های نانوالکترومکانیکی در مقالات متعددی مطالعه شده است [۳۱، ۳۶-۳۴]. در این مقاله، به‌منظور کنترل ارتعاشات و حذف نمودن آشوب در سیستم، از الگوریتم کنترلی قدرتمند فازی تطبیقی مقاوم[6] استفاده می‌شود [۳۷]. در این کنترلر، سیستم فازی توسط پارامتری که براساس مود لغزشی طراحی شده است، به صورت آنلاین تنظیم می‌گردد. این الگوریتم کنترلی برتری‌های ویژه‌ای نسبت به هر دو روش کنترلی فازی و مود لغزشی دارد [۳۷]. با طراحی و بکار بردن کنترلر مقاوم تطبیقی فازی، ارتعاشات آشوبناک به‌کلی از سیستم حذف می‌شود و کنترلر مقاوم تطبیقی فازی به‌عنوان یک روش کارآمد برای کنترل آشوب در سیستم‌های نانوالکترومکانیکی معرفی می‌گردد.

1 Homoclinic Orbits
2 Manifold
3 Melnikov’s Method
4 Lyapunov Exponent
5 Poincaré Section
6 Adaptive Robust Fuzzy Controller



شکل ۱: میکروصفحه کیرشهف غیرکلاسیک بر روی بستر الاستیک غیرخطی

Fig. 1: Non-classical Kirchhoff microplate resting on nonlinear elastic foundation

۲- معادلات حاکم

سیستم مورد نظر، یک میکروصفحه مستطیلی به عرض b، طول a، چگالی جرم ρ و با مقطع عرضی به ارتفاع h می‌باشد که برروی بستر الاستیک غیرخطی قرار دارد (شکل ۱). بستر الاستیک دارای ضرایب سختی برشی $\tilde{k}_s$ و سختی طولی $\tilde{K}$ است که سختی طولی خود شامل ضرایب سختی غیرخطی $\tilde{k}_{nl}$ و سختی خطی $\tilde{k}_l$ می‌باشد.

جهت تحلیل و کنترل آشوب در میکروصفحه، معادله تعادل دینامیکی میکروصفحه غیرخطی و شرایط مرزی آن، با استفاده از اصل جابجایی مجازی[7] استخراج خواهد شد. چگالی انرژی تغییر شکل مجازی δU، تابعی از تانسور کرنش (مزدوج با تنش نیرو) و تانسور متقارن انحنا (مزدوج با تنش کوپل) است. بنابراین برای انرژی کرنشی مجازی کل ماده ایزوتروپ خطی در ناحیه V، می‌توان نوشت [۲۳]:

$$\delta U = \int_V (\sigma_{ij}\,\delta\varepsilon_{ij} + m_{ij}\,\delta\chi_{ij})dV \qquad (۱)$$

در اینجا σ_{ij}، تانسور تنش نیرو، m_{ij}، تانسور تنش کوپل، ε_{ij}، تانسور کرنش، χ_{ij}، تانسور متقارن انحنا و θ_i، بردار چرخش می‌باشند که مولفه‌های آن‌ها به‌ترتیب از روابط زیر بدست می‌آیند [۲۳]:

$$\sigma_{ij} = \lambda tr\left(\varepsilon_{ij}\right)I + 2\mu\varepsilon_{ij} \qquad (۲)$$

7 Virtual Displacement

$$m_{ij} = 2Gl^2 \chi_{ij} \tag{۳}$$

در رابطه (۲) μ و λ ثوابت لامه و در رابطه (۳)، l ثابت غیر کلاسیک مقیاس اندازه است [۲۳].

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}\right) = \frac{1}{2}\left(\partial_j u_i + \partial_i u_j\right) \tag{۴}$$

$$\chi_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \theta_j}{\partial x_i} + \frac{\partial \theta_i}{\partial x_j}\right) = \frac{1}{2}\left(\partial_j \theta_i + \partial_i \theta_j\right) \tag{۵}$$

$$\theta_i = \frac{1}{2}\mathrm{curl}\left(u_i\right) \tag{۶}$$

براساس تئوری صفحه کیرشهف، میدان جابجایی و چرخش مقطع، به صورت زیر فرض می‌شوند [۳۸]:

$$u\left(x,y,z,t\right) = -z\,\psi_x\left(x,y,t\right) \tag{۷}$$

$$v\left(x,y,z,t\right) = -z\,\psi_y\left(x,y,t\right) \tag{۸}$$

$$w\left(x,y,z,t\right) = w\left(x,y,t\right) \tag{۹}$$

$$\psi_x\left(x,y,t\right) \approx \frac{\partial w\left(x,y,,t\right)}{\partial x} \tag{۱۰}$$

$$\psi_y\left(x,y,t\right) \approx \frac{\partial w\left(x,y,t\right)}{\partial y} \tag{۱۱}$$

در روابط فوق، u، v و w به ترتیب جابجایی در جهت x ، y و z و ψ_x و ψ_y چرخش حول محور x و y می‌باشند. حالت خاصی از غیرخطی هندسی که در آن کرنش کوچک و چرخش متوسط می‌باشد را غیرخطی هندسی فون کارمن گویند [۳۸]. با توجه به معادلات میدان جابجایی و درنظر گرفتن غیرخطی فون کارمن، مولفه‌های تانسور کرنش، ε_{ij}، و تانسور متقارن انحنا، χ_{ij}، به ترتیب از روابط (۱۲) تا (۱۵) و (۱۶) تا (۱۹) بدست می‌آیند:

$$\varepsilon_{xx} = -z\,\frac{\partial^2 w\left(x,y,t\right)}{\partial x^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w\left(x,y,t\right)}{\partial x}\right)^2 \tag{۱۲}$$

$$\varepsilon_{yy} = -z\,\frac{\partial^2 w\left(x,y,t\right)}{\partial y^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w\left(x,y,t\right)}{\partial y}\right)^2 \tag{۱۳}$$

$$\varepsilon_{yx} = -z\,\frac{\partial^2 w\left(x,y,t\right)}{\partial y\,\partial x} + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w\left(x,y,t\right)}{\partial x}\frac{\partial w\left(x,y,t\right)}{\partial y}\right) \tag{۱۴}$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zy} = \varepsilon_{zz} = 0 \tag{۱۵}$$

$$\chi_{xx} = \frac{\partial^2 w\left(x,y,t\right)}{\partial x\,\partial y} \tag{۱۶}$$

$$\chi_{yy} = -\frac{\partial^2 w\left(x,y,t\right)}{\partial x\,\partial y} \tag{۱۷}$$

$$\chi_{xy} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 w\left(x,y,t\right)}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 w\left(x,y,t\right)}{\partial x^2}\right) \tag{۱۸}$$

$$\chi_{zz} = \chi_{xz} = \chi_{zy} = 0 \tag{۱۹}$$

مولفه‌های کرنش (روابط (۱۲) تا (۱۴)) را می‌توان به فرم خلاصه مطابق رابطه (۲۰) نیز نوشت که در این رابطه، ترم‌های غیرخطی کرنش با نمادهای ε_{xx}^0، ε_{yy}^0 و γ_{xy}^0 نمایش داده شده‌اند.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix} + z \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix} \tag{۲۰}$$

$$\varepsilon_{xx}^0 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2, \qquad \varepsilon_{xx}^1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \tag{۲۱}$$

$$\varepsilon_{yy}^0 = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2, \qquad \varepsilon_{yy}^1 = -\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \tag{۲۲}$$

$$\gamma_{xy}^0 = \frac{\partial w}{\partial x}\frac{\partial w}{\partial y}, \qquad \gamma_{xy}^1 = -2\frac{\partial^2 w}{\partial y\,\partial x} \tag{۲۳}$$

با توجه به روابط ارائه شده، حال می‌توانیم، معادله حاکم بر انرژی حاصل از تغییر شکل مجازی، U، را برای میکروصفحه تغییرشکل مجازی یافته، به فرم رابطه (۲۴) بنویسیم.

$$\delta U = \int_{\Omega}\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}(\sigma_{xx}\delta\varepsilon_{xx} + \sigma_{yy}\delta\varepsilon_{yy} + 2\sigma_{xy}\delta\varepsilon_{xy} + m_{xx}\delta\chi_{xx} + m_{yy}\delta\chi_{yy} + 2m_{xy}\delta\chi_{xy})\,dz\,dx\,dy \tag{۲۴}$$

همچنین با انتگرال‌گیری از رابطه (۲۴) در جهت z، انرژی حاصل از تغییر شکل مجازی برحسب منتجه‌های تنش کلاسیک و تنش کوپل، از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$\delta U = \int_{\Omega}(N_{xx}\delta\varepsilon_{xx}^0 + M_{xx}\delta\varepsilon_{xx}^1 + N_{yy}\delta\varepsilon_{yy}^0 + M_{yy}\delta\varepsilon_{yy}^1 + N_{xy}\delta\gamma_{xy}^0 + M_{xy}\delta\gamma_{xy}^1 + Y_{xx}\delta\chi_{xx} + Y_{yy}\delta\chi_{yy} + 2Y_{xy}\delta\chi_{xy})\,dx\,dy \tag{۲۵}$$

در اینجا M_{ij} منتجه ممان، N_{ij} منتجه نیرو و Y_{xy} منتجه تنش کوپل هستند که از رابطه (۲۶) بدست می‌آیند:

$$\begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} dz, \begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} zdz,$$
$$\begin{Bmatrix} Y_{xx} \\ Y_{yy} \\ Y_{xy} \end{Bmatrix} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \begin{Bmatrix} m_{xx} \\ m_{yy} \\ m_{xy} \end{Bmatrix} dz \tag{۲۶}$$

با صرف‌نظر کردن از نیروهای جسمی و کوپل‌های جسمی، کار مجازی انجام شده توسط نیروهای خارجی، عبارت است از:

$$\delta V = -\int_{\Omega} \left[F(x,y,t) - \tilde{k}_l w + \tilde{k}_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) - \tilde{k}_{nl} w^3 \right] \delta w dydx \tag{۲۷}$$

انرژی مجازی جنبشی نیز، برای میکروصفحه مورد تحلیل، به فرم زیر است:

$$\delta K = \iint_{\Omega} \int_{-h/2}^{h/2} m \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} \right) \delta w dzdxdy \tag{۲۸}$$

با فرض انرژی پتانسیل کل سیستم به فرم $\prod = K - U - V$ ، می‌توان براساس اصل جابجایی مجازی، معادلات دینامیکی حاکم بر میکروصفحه و شرایط مرزی معادل با آن را از حل رابطه حساب تغییرات زیر استخراج نمود:

$$\int_0^T \left(\delta K - \delta U - \delta V \right) d\hat{t} = 0 \tag{۲۹}$$

در این رابطه δU تغییرات انرژی کرنشی سیستم، δV کار مجازی انجام شده توسط نیروهای خارجی و δK تغییرات انرژی جنبشی سیستم می‌باشند.

با حل رابطه حساب تغییرات (۲۹)، معادله دینامیکی و شرایط مرزی حاکم بر میکروصفحه به ترتیب مطابق روابط (۳۰) و (۳۱) بدست می‌آیند:

$$\frac{\partial^2 M_{xx}}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial x}\left(N_{xx} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 M_{yy}}{\partial y^2} + \frac{\partial}{\partial y}\left(N_{yy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) + 2\frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial}{\partial x}\left(N_{xy} \frac{\partial w}{\partial y} \right) \tag{۳۰}$$
$$+ \frac{\partial}{\partial y}\left(N_{xy} \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{\partial^2 Y_{xy}}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 Y_{xy}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Y_{xx}}{\partial x \partial y} - \frac{\partial^2 Y_{yy}}{\partial x \partial y}$$
$$+ F\left(x,y,\hat{t}\right) - \tilde{k}_l w + \tilde{k}_{nl} w^3 + \tilde{k}_s \left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) = m \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2}$$

یا $\delta w = 0$

$$\left(M_{xx,x} + M_{xy,y} - \frac{1}{2} Y_{xx,y} + Y_{xy,x} + \frac{1}{2} Y_{yy,y} \right) n_x +$$
$$\left(M_{yy,y} + M_{xy,x} - \frac{1}{2} Y_{xx,x} - Y_{xy,y} + \frac{1}{2} Y_{yy,x} \right) n_x = 0$$

یا $\delta w_{,x} = 0$

$$\left(-M_{xx} - Y_{xy} \right) n_x + \left(-M_{xy} + \frac{1}{2} Y_{xx} - \frac{1}{2} Y_{yy} \right) n_y = 0 \tag{۳۱}$$

یا $\delta w_{,y} = 0$

$$\left(-M_{xy} + \frac{1}{2} Y_{xx} - \frac{1}{2} Y_{yy} \right) n_x + \left(-M_{yy} + Y_{xy} \right) n_y = 0$$

برای ماده ایزوتروپیک با فرض تنش صفحه‌ای، معادلات ساختاری برای تنش σ_{ij}، منتجه ممان M_{ij}، منتجه نیرو N_{ij} و منتجه تنش کوپل Y_{ij} بدست آمده از رابطه (۲۶) به فرم رابطه زیر می‌باشند.

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} Y_{xx} \\ Y_{yy} \\ Y_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \chi_{xx} \\ \chi_{yy} \\ \chi_{xy} \end{Bmatrix} \tag{۳۲}$$
$$\begin{Bmatrix} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^1 \\ \varepsilon_{yy}^1 \\ \gamma_{xy}^1 \end{Bmatrix}, \begin{Bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{Bmatrix}$$
$$Q_{11} = Q_{22} = \frac{E}{1-\upsilon^2} \quad Q_{12} = \upsilon A_{11} \frac{\upsilon E}{1-\upsilon^2} \quad Q_{66} = G$$
$$A_{11} = A_{22} = \frac{Eh}{1-\upsilon^2} \quad A_{12} = \upsilon A_{11} \frac{\upsilon Eh}{1-\upsilon^2} \quad A_{66} = Gh$$
$$D_{11} = D_{22} = \frac{Eh^3}{12\left(1-\upsilon^2\right)} \quad D_{12} = \upsilon D_{11} \frac{\upsilon Eh^3}{12\left(1-\upsilon^2\right)} \quad D_{66} = \frac{Gh^3}{12}$$

در این روابط Q_{ij} ثابت‌های الاستیک ماده، B_{ij} ثابت‌های مرتبه بالا غیرکلاسیک ماده، A_{ij} سفتی کششی و D_{ij} سفتی خمشی می‌باشند.

با جایگذاری رابطه (۳۲) در رابطه (۳۰)، معادله ارتعاشات میکروصفحه به صورت رابطه (۳۳) می‌شود:

$$\left(1 + \frac{D^l}{D}\right) \nabla^4 w + \tilde{k}_l w - \tilde{k}_s \nabla^2 w + \tilde{k}_{nl} w^3 = \frac{m}{D} \frac{\partial^2 w}{\partial \hat{t}^2} + \frac{F}{D}$$
$$+ 12\left(\frac{w_{max}}{h}\right)^2 \left(\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + \frac{\upsilon}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 \right) \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right. \tag{۳۳}$$
$$\left. + \left(\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2 + \frac{\upsilon}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 \right) \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + (1-\upsilon) \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial^2 w}{\partial y \partial x} \right)$$

در این رابطه، ضریب $D = \frac{Eh^3}{12\left(1-\upsilon^2\right)}$، $D^l = \frac{Ehl^2}{2(1+\upsilon)}$. بنابراین نسبت $\frac{D^l}{D}$ معادل است با:

$$\frac{D + D^l}{D} = 1 + \frac{D^l}{D} = 1 + 6\left(1-\nu\right)\left(\frac{l}{h}\right)^2 \tag{۳۴}$$

همانطورکه پیش‌تر گفته شد، میکروصفحه مورد نظر، مربعی به ابعاد $a = b = ۱۰\text{mm}$ و ارتفاع مقطع h می‌باشد. این میکروصفحه از جنس اپوکسی ساخته شده است و خواص آن عبارت است از: مدول یانگ $E = ۱/۴۴\text{Gpa}$، چگالی $\rho = ۱۲۲۰\text{kg}/\text{m}^3$، نسبت پواسون $\nu = ۰/۳۸$

و همچنین پارامتر مقیاس طول $l = ۱۷/۶\mu m$ که ثابت غیرکلاسیک میکروصفحه می‌باشد و در مرجع [۲۴] از طریق آزمایش اندازه‌گیری شده است. با تعریف پارامترهای بی‌بعد رابطه (۳۶) معادله حاکم به شکل (۳۵) بازنویسی می‌شود:

$$\left(1+\frac{D^l}{D}\right)\nabla^4 w + k_l w - k_s \nabla^2 w + k_{nl} w^3 = \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \frac{\tilde{F}}{D} + 12\left(\frac{w_{max}}{h}\right)^2 \left(\left(\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial X}\right)^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial X^2} + \left(\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial Y}\right)^2\right)\frac{\partial^2 w}{\partial Y^2} + \frac{\partial w}{\partial X}\frac{\partial w}{\partial Y}\frac{\partial^2 w}{\partial Y \partial X} \right) \qquad (۳۵)$$

$$Y = \frac{y}{b}, X = \frac{x}{a}, t = \frac{ma^4}{D}\hat{t}, k_l = a^4 \tilde{k}_l, k_{nl} = a^4 \tilde{k}_{nl}, k_s = a^2 \tilde{k}_s, \quad \tilde{F} = \tilde{f}\cos(\Omega t)\sin(\pi Y)\sin(\pi X) \qquad (۳۶)$$

با فرض تفکیک متغیرها، می‌توان معادله ارتعاشات میکروصفحه را به صورت $w(X,Y,t) = \varphi(X,Y)q(t)$ درنظر گرفت که در این رابطه، $\varphi(X,Y)$ شکل مود ارتعاش و $q(t)$ بخش وابسته به زمان پاسخ را بیان می‌کند. پس از تفکیک متغیرها، معادله (۳۵) به یک معادله مقدار ویژه تبدیل خواهد شد. این معادله مقدار ویژه را با فرض تمامی شرایط مرزی از نوع تکیه‌گاه ساده، حل نموده و فرکانس طبیعی خطی به صورت $\omega = \sqrt{1+6(1-\nu)(l/h)^2}\left(\pi^2\left[m^2+n^2(a/b)^2\right]\right)$ بدست می‌آید، همچنین شکل مودهای خطی حاکم به صورت رابطه (۳۷) خواهد بود.

$$\varphi(X,Y) = \sum_{n=1}^{+\infty}\sum_{m=1}^{+\infty} W_{n,m}\sin(n\pi Y)\sin(m\pi X) \qquad (۳۷)$$

به منظور تحلیل آشوب در میکروصفحه، روش گالرکین[1] برای شکل مود خطی بکار می‌رود. با توجه به این‌که تئوری تنش کوپل اصلاح‌شده برای تحلیل استفاده شده است، شکل مود خطی تحت تاثیر اندازه نخواهد بود و معادل با شکل مود خطی کلاسیک است. با فرض بارگذاری خارجی برروی اولین مود ارتعاشی، شکل مود اول، مود ارتعاشی غالب خواهد بود و روش گلرکین با صرف‌نظر نمودن از برهم‌کنش مودها، برای مود اول بکار برده می‌شود. با توجه به اینکه روش ملنیکوف، روش بسیار محتاطانه‌ای جهت تحلیل آستانه آشوب است، صرف‌نظر نمودن از برهم‌کنش مودها، کاهش چشمگیری در حجم معادلات خواهد داشت.

پس از استفاده از روش گالرکین و در نظرگرفتن $\frac{w_{\max}}{h} = ۱$ معادله دیفرانسیل اولیه با متغیر زمان به صورت (۳۸) بدست می‌آید که در اینجا ε پارامتر بی‌بعد مقیاس کوچک است.

$$q + \varepsilon\mu\dot{q} - \alpha q + \gamma q^3 = \varepsilon f\cos(\Omega t) \qquad (۳۸)$$

ضریب سختی خطی برای میکروصفحه کلاسیک K_l از رابطه (۳۹) و ثابت‌های بی‌بعد α و γ و بارگذاری خارجی f در رابطه (۳۸) به ترتیب از روابط (۴۰)، (۴۱) و (۴۲) محاسبه می‌شوند:

1 Galerkin Method

$$K_l = \tilde{k}_l + \frac{\int_0^1 \varphi\nabla^4\varphi dX}{\int_0^1 \varphi^2 dX} - \tilde{k}_s\frac{\int_0^1 \varphi\nabla^2\varphi dX}{\int_0^1 \varphi^2 dX} \qquad (۳۹)$$

$$\alpha = K_l + 6(1-\nu)\left(\frac{l}{h}\right)^2\frac{\int_0^1 \varphi\nabla^4\varphi dX}{\int_0^1 \varphi^2 dX} \qquad (۴۰)$$

$$\gamma = \tilde{k}_{nl}\frac{\int_0^1 \varphi^4 dX}{\int_0^1 \varphi^2 dX} + 6\frac{\int_0^1 \varphi(\varphi'_x)^2\varphi''_{xx}dX + \int_0^1 \varphi(\varphi'_x)^2\varphi''_{xx}dX + 2\int_0^1 \varphi\varphi'_x\varphi'_y\varphi''_{yx}dX}{\int_0^1 \varphi^2 dX} \qquad (۴۱)$$

$$f = \frac{\tilde{f}\int_0^1 \varphi^2 dX}{D\int_0^1 \varphi^2 dX} = \frac{\tilde{f}}{D} \qquad (۴۲)$$

همچنین با در نظر گرفتن ضریب میرایی ریلی[2] که مرسوم‌ترین شیوه برای مدل‌سازی میرایی نیرو در سیستم‌های غیرخطی است، برای ثابت μ داریم:

$$\mu = 2C / \omega_l K_l \qquad (۴۳)$$

در این رابطه C یک ثابت کوچک و ω_l فرکانس طبیعی خطی برای مود اول میکروصفحه کلاسیک می‌باشد.

معادله دیفرانسیل غیرخطی دافینگ[3] حاکم را می‌توان در مدل فضای حالت و به شکل دو معادله دیفرانسیل کوپل شده تفکیک کرد، این دو معادله در رابطه (۴۴) ارائه شده است.

$$\begin{aligned} \dot{q} &= v \\ \dot{v} &= \alpha q - \varepsilon\mu\dot{q} - \gamma q^3 + \varepsilon f\cos(\Omega t) \end{aligned} \qquad (۴۴)$$

در اینجا با درنظر گرفتن $\varepsilon = ۰$ سیستم بدون اغتشاش[4] به فرم رابطه (۴۵) خواهد شد.

$$\begin{aligned} \dot{q} &= v \\ \dot{v} &= \alpha q - \gamma q^3 \end{aligned} \qquad (۴۵)$$

با توجه به روابط ارائه شده، هامیلتونین[5] و همچنین تابع پتانسیل

2 Rayleigh
3 Duffing Equation
4 Unperturbed System
5 Hamiltonian

برای سیستم بدون اغتشاش به ترتیب مطابق با روابط (۴۶) و (۴۷) خواهند شد.

$$H = V\left(q\right) + \frac{v^2}{2} \quad (۴۶)$$

$$V\left(q\right) = \frac{\gamma q^4}{4} - \frac{\alpha q^2}{2} \quad (۴۷)$$

سیستم بدون اغتشاش دارای سه نقطه تعادل است که نقطه $(0,0)$ نقطه تعادل از نوع زینی و نقاط $\left(\pm\sqrt{\alpha/\gamma},0\right)$ نقطه تعادل از نوع مرکز می‌باشند. در اطراف نقاط مرکز $\left(\pm\sqrt{\alpha/\gamma},0\right)$ دو مدار هموکلینیک متقارن وجود دارد که شروع و پایان آن، نقطه زینی $(0,0)$ است. مدار هنگامی به پایان می‌رسد که زمان به بینهایت میل می‌کند.

با توجه به روابط (۴۶) و (۴۷)، با در نظر گرفتن هامیلتونین صفر برای سیستم بدون اغتشاش، سرعت این سیستم، v از رابطه (۴۸) قابل محاسبه می‌باشد و با انتگرال‌گیری از سرعت می‌توان رابطه (۴۹) را بدست آورد.

$$v = \frac{dq}{dt} = \sqrt{2\left(\frac{\alpha q^2}{2} - \frac{\gamma q^4}{4}\right)} \quad (۴۸)$$

$$t - t_0 = \int \frac{dq}{q\sqrt{\left(\alpha - \frac{\gamma q^2}{2}\right)}} \quad (۴۹)$$

در رابطه (۴۹)، t_0 ثابت انتگرال‌گیری است. سرانجام مدارهای هموکلینیک سیستم بدون اغتشاش به فرم روابط (۵۰) و (۵۱) بدست می‌آیند.

$$q^* = \pm\sqrt{\frac{2\alpha}{\gamma}}\operatorname{sech}\left(\sqrt{\alpha}\left(t - t_0\right)\right) \quad (۵۰)$$

$$v^* = \pm\sqrt{\frac{2}{\gamma}}\alpha \tanh\left(\sqrt{\alpha}\left(t - t_0\right)\right)\operatorname{sech}\left(\sqrt{\alpha}\left(t - t_0\right)\right) \quad (۵۱)$$

می‌توان معادلات دینامیکی حاکم را به فرم برداری به صورت روابط (۵۳) و (۵۲) بازنویسی کنیم که در این روابط، $\vec{h}\left(\vec{q}\right)$ و $\vec{g}\left(\vec{q},t\right)$ به ترتیب در روابط (۵۴) و (۵۵) ارائه شده‌اند.

$$\vec{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q \\ \dot{q} \end{pmatrix} \quad (۵۲)$$

$$\dot{\vec{q}} = \vec{h}\left(\vec{q}\right) + \varepsilon\vec{g}\left(\vec{q},t\right) \quad (۵۳)$$

$$\vec{h}\left(\vec{q}\right) = \begin{pmatrix} q_2 \\ -\alpha q_1 + \gamma q_1^3 \end{pmatrix} \quad (۵۴)$$

$$\vec{g}\left(\vec{q},t\right) = \varepsilon\begin{pmatrix} 0 \\ f\cos\left(\Omega\hat{t}\right) + \mu\dot{q} \end{pmatrix} \quad (۵۵)$$

حال می‌توان از روش ملنیکف جهت تحقیق دوشاخگی هموکلینیک در سیستم استفاده کنیم [۳۹]. تابع ملنیکف فاصله بین منیفولدهای پایدار و ناپایدار را در مقطع پوانکاره اندازه‌گیری می‌کند. این تابع متناسب با تغییرات مرتبه اول فاصله بین منیفولدهای پایدار و ناپایدار مدار هموکلینیک (یا هتروکلینیک) می‌باشد. هنگامی‌که در زمان t_0 مقدار $M\left(t_0\right)$ برابر با صفر غیرمضاعف شود ($M\left(t_0\right)' \neq 0$)، مدار هموکلینیک تحت اغتشاش حفظ شده است، در نتیجه دوشاخگی هموکلینیک رخ داده و دلالت بر این دارد که رفتار آشوبناک اتفاق افتاده است. تغییر علامت در تابع ملنیکف، $M\left(t_0\right)$، شرط لازم برای حرکت آشوبناک می‌باشد [۳۲]. تابع ملنیکف برای معادله دافینگ اجباری از رابطه (۵۶) بدست می‌آید [۳۹].

$$M\left(\hat{t}_0\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(q^*,v^*) \wedge g\left(q^*,v^*\right)dt \quad (۵۶)$$

در اینجا $h \wedge g$ معادل با رابطه زیر می‌باشد.

$$h\left(q^*,v^*\right) \wedge g\left(q^*,v^*\right) = h_1 g_2 - h_2 g_1 \quad (۵۷)$$

درنتیجه می‌توان $M\left(t_0\right)$ را به صورت $M\left(t_0\right) = M_1\left(t_0\right) - M_2\left(t_0\right)$ تفکیک نمود. که در اینجا $M_1\left(t_0\right)$ و $M_2\left(t_0\right)$ از روابط (۵۸) و (۵۹) بدست می‌آید.

$$M_1\left(t_0\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} v^* \mu v^* dt = \frac{2\alpha\mu}{\gamma}\int_{-\infty}^{+\infty} \tanh^2\left(\sqrt{\alpha}\left(t\right)\right) \operatorname{sech}^2\left(\sqrt{\alpha}\left(t\right)\right)dt = \frac{4\mu\alpha\sqrt{\alpha}}{3\gamma} \quad (۵۸)$$

$$M_2\left(t_0\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} v^* f\cos\left(\Omega t + t_0\right)dt = \sqrt{\frac{2\alpha}{\gamma}}\int_{-\infty}^{+\infty} \tanh\left(\sqrt{\alpha}\left(t\right)\right) \operatorname{sech}\left(\sqrt{\alpha}\left(t\right)\right) f\sin\left(\Omega t\right)\cos\left(\Omega t_0\right)dt = \frac{\pi\Omega\sqrt{2}}{\sqrt{\gamma}} f \operatorname{sech}\left(\frac{\pi\Omega}{2\sqrt{\alpha}}\right)\cos\left(\Omega t_0\right) \quad (۵۹)$$

با محاسبه $M_1\left(\hat{t}_0\right)$ و $M_2\left(\hat{t}_0\right)$، در نهایت تابع ملنیکف مطابق رابطه (۶۰) خواهد شد.

$$M\left(t_0\right) = \frac{4\mu\alpha^{1.5}}{3\gamma} - \frac{\pi\Omega\sqrt{2}}{\sqrt{\gamma}} f \operatorname{sech}\left(\frac{\pi\Omega}{2\sqrt{\alpha}}\right)\cos\left(\Omega t_0\right) \quad (۶۰)$$

همانطور که پیش‌تر ذکر شد، مطابق با روش ملنیکف آشوب تنها زمانی رخ می‌دهد که مقدار $M\left(t_0\right)$ برابر با صفر غیر مضاعف شود. بر این اساس مقدار بار بحرانی $\left(f_{cr}/\mu\right)$ که به ازای آن ممکن است آشوب در سیستم روی دهد، از رابطه زیر بدست می‌آید.

جدول ۱: مقایسه و اعتبارسنجی نتایج بدست آمده برای چهار فرکانس اول میکروصفحه

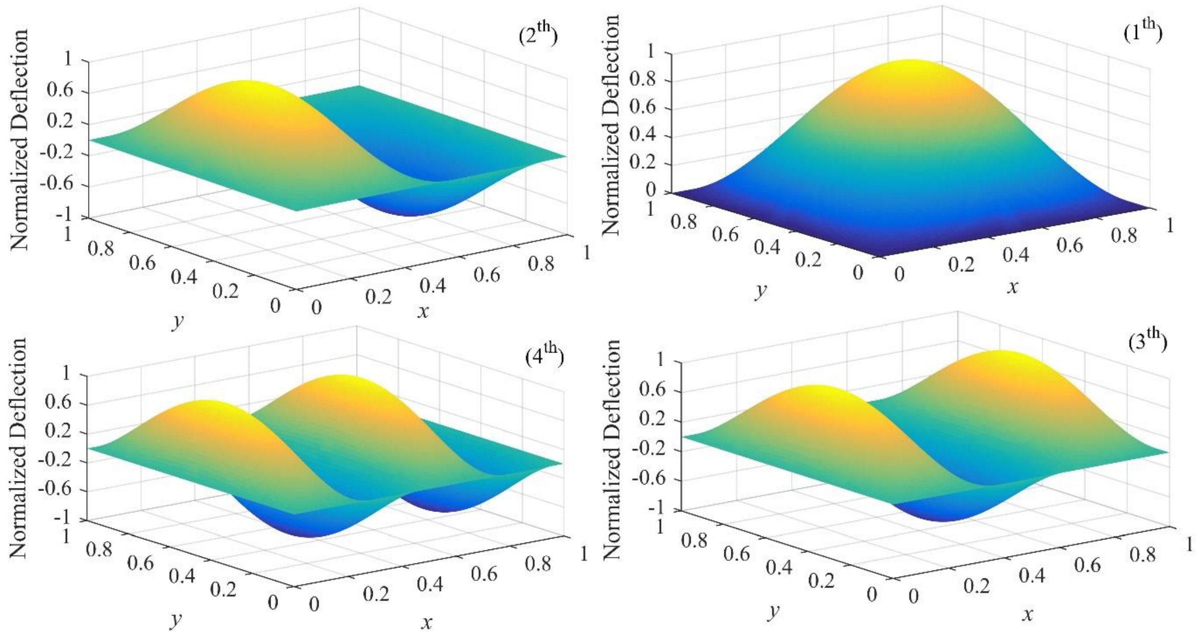
Table 1: Comparison and verification of obtained results for four primary natural frequencies of microplate

نوع شرایط مرزی	مرجع	فرکانس اول ω_1	فرکانس دوم ω_2	فرکانس سوم ω_3	فرکانس چهارم ω_4
چهار انتها از نوع تکیه گاه	لیسا [۴۰]	۱۹/۷۳۹۲	۴۹/۳۴۸۰	۷۸/۹۵۶۸	۹۸/۶۹۶۰
	پژوهش حاضر	۱۹/۷۳۹۲	۴۹/۳۴۸۰	۷۸/۹۵۶۸	۹۸/۶۹۶۰

$$\frac{f_{cr}}{\mu} \le \frac{2\sqrt{2}\alpha^{1.5}}{3\sqrt{\gamma}\pi\Omega}\cosh\left(\frac{\pi\Omega}{2\sqrt{\alpha}}\right) \qquad (۶۱)$$

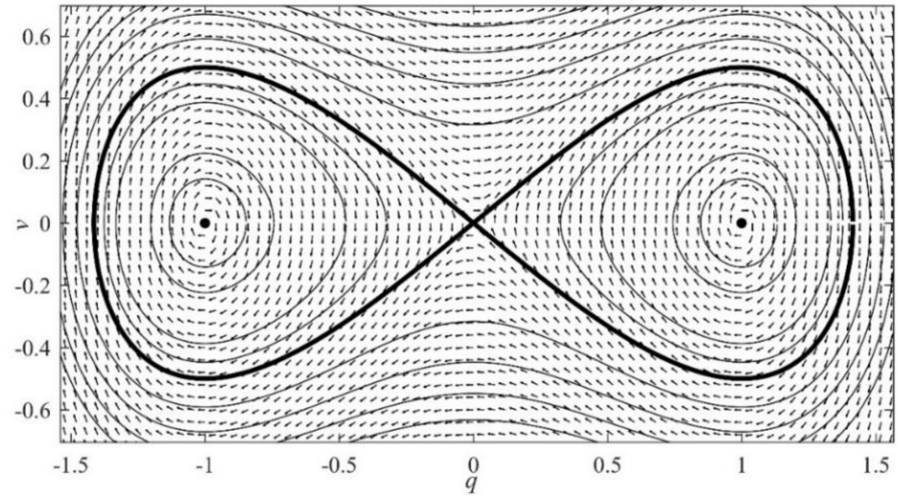
۳- ارائه نتایج و بحث

همانطور که در بخش‌های قبلی اشاره گردید، جهت تحلیل آشوب در میکروصفحه کیرشهف غیرکلاسیک، از بردار ویژه‌های سیستم خطی در روش گالرکین استفاده می‌شود. لذا پیش از ارائه نتایج، ضروری است که این بردار ویژه‌ها صحت‌سنجی شوند. در این راستا، ابتدا به منظور بررسی دقت مقادیر ویژه بدست آمده در پژوهش جاری، به مقایسه این مقادیر با نتایج حاصل از حل دقیق در مقاله لیسا [۴۰] می‌پردازیم. همانطور که قبلا نیز اشاره شد، پس از تفکیک متغیرها معادله (۳۵) به یک معادله مقدار ویژه تبدیل خواهد شد. این معادله مقدار ویژه را با فرض تمامی شرایط مرزی از نوع تکیه‌گاه ساده، حل نموده و فرکانس طبیعی (مقادیر ویژه سیستم خطی) و شکل مودهای حاکم (بردار ویژه‌های متناظر با مقادیر ویژه) برای شرایط مرزی ذکر شده به صورت رابطه (۳۷) بدست می‌آید. حل انجام شده در مقاله حاضر برای میکروصفحه کیرشهف غیرکلاسیک می‌باشد، ولی با عنایت به رابطه (۳۴)، می‌توان با صفر قرار دادن پارامتر مقیاس طول، l، نتایج این مقاله را معادل با نتایج صفحه کلاسیک دانست. لذا می‌توان جهت راستی‌آزمایی، نتایج بدست آمده را با نتایج متناظر صفحه کلاسیک در مقاله لیسا [۴۰]، مقایسه نمود. به این منظور، چهار فرکانس اولیه و شکل مودهای حاصل از آن در میکروصفحه کیرشهف را با صفر قرار دادن پارامتر مقیاس طول، l، با نتایج متناظر در مقاله لیسا [۴۰] مقایسه می‌نماییم. این مقایسه نتایج در جدول ۱ ارائه شده است. در مقاله لیسا فرکانس‌های طبیعی خطی برای صفحه کلاسیک با استفاده از روش حل دقیق بدست آمده است. با توجه به راستی‌آزمایی انجام شده در جدول ۱، مقادیر ویژه بدست آمده در مقاله حاضر، از دقت مطلوبی برخوردارند. لذا استفاده از بردار ویژه‌های حاصل در روش گالرکین، مجاز می‌باشد. همچنین، شایان ذکر است که در تئوری تنش کوپل بردار ویژه‌های (شکل مودها)



شکل ۲: شکل مودهای خطی اول تا چهارم میکروصفحه کیرشهف

Fig. 2: First to fourth linear mode shapes of Kirchhoff microplate



شکل ۳: منحنی مدارهای هموکلینیک تابع پتانسیل سیستم بدون اغتشاش
Fig. 3: Homoclinic orbits of the unperturbed potential function

صفحه کیرشهف کلاسیک و غیرکلاسیک معادل با یکدیگر هستند. در شکل ۲، شکل مودهای خطی اول تا چهارم میکروصفحه کیرشهف مشاهده می‌شود. این شکل مودها متناظر با فرکانس‌های ارائه شده در جدول ۱ می‌باشند. در این تحلیل از شکل مودهای خطی قابل مشاهده در شکل ۲ استفاده خواهد شد.

در این بخش با درنظرگرفتن فنر خطی نرم شونده $k_l=-۱$ و فنر غیرخطی سخت شونده $\gamma=۱$، مدارهای هموکلینیک سیستم بدون اغتشاش، منحنی آستانه آشوب و نمودارهای: صفحه فاز، مقطع پوانکاره و پاسخ زمانی برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی رسم و تحلیل خواهند شد.

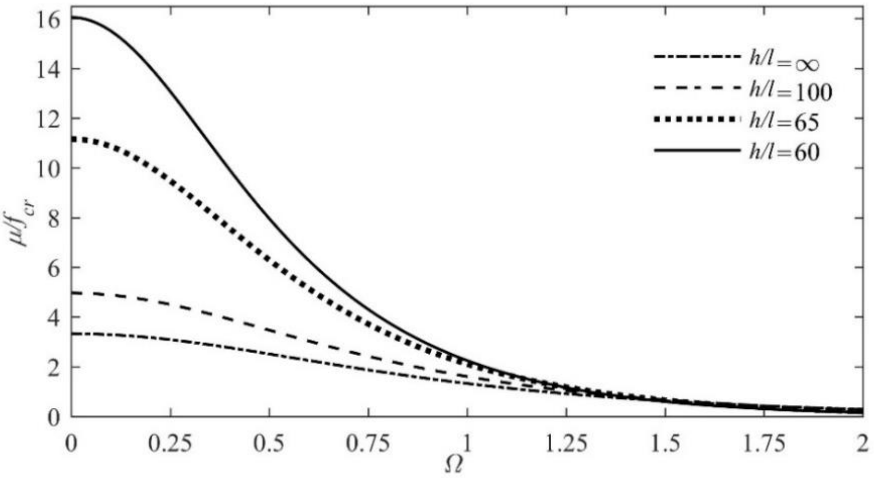
همانطور که ذکر شد، سیستم بدون اغتشاش دارای نقطه تعادل از نوع زینی $(۰,۰)$ و دو نقطه تعادل از نوع مرکز $\left(\pm\sqrt{\alpha/\gamma},۰\right)$ می‌باشد. با درنظر گرفتن مقادیر مدار هموکلینیک، سیستم بدون اغتشاش در شکل ۳ رسم شده است. در شکل ۳ مشاهده می‌شود که در اطراف نقاط مرکز $(\pm۱,۰)$ دو مدار هموکلینک متقارن وجود دارد که نقطه شروع و پایان آن نقطه زینی $(۰,۰)$ است.

در رابطه (۶۰)، مقدار نیروی بحرانی که به ازای آن برخورد منیفلدهای پایدار و ناپایدار رخ می‌دهد و معیاری برای پیش‌بینی آشوب در سیستم است، با استفاده از روش ملنیکف بررسی شد. با توجه به رابطه (۳۹) مقدار α وابسته به نسبت ابعادی (h/l) می‌باشد، در نتیجه براساس رابطه (۶۰) مقدار نیروی بحرانی نیز وابسته به ابعاد است.

در شکل ۴ مقدار نیروی بحرانی وابسته به ابعاد (μ/f_{cr}) که از روش تحلیلی ملنیکف بدست آمده برحسب فرکانس تحریک و به ازای مقادیر مختلف نسبت ابعادی $h/l=۶۰,۶۵,۱۰۰,\infty$ رسم شده است. همانطور که در شکل ۴ مشاهده می‌شود، ابعاد میکروصفحه تاثیر چشمگیری در آستانه آشوب سیستم دارد. برای فرکانس‌های تحریک کوچکتر از یک، با افزایش نسبت ابعادی (h/l)، آستانه آشوب به طور چشمگیری افزایش یافته است.

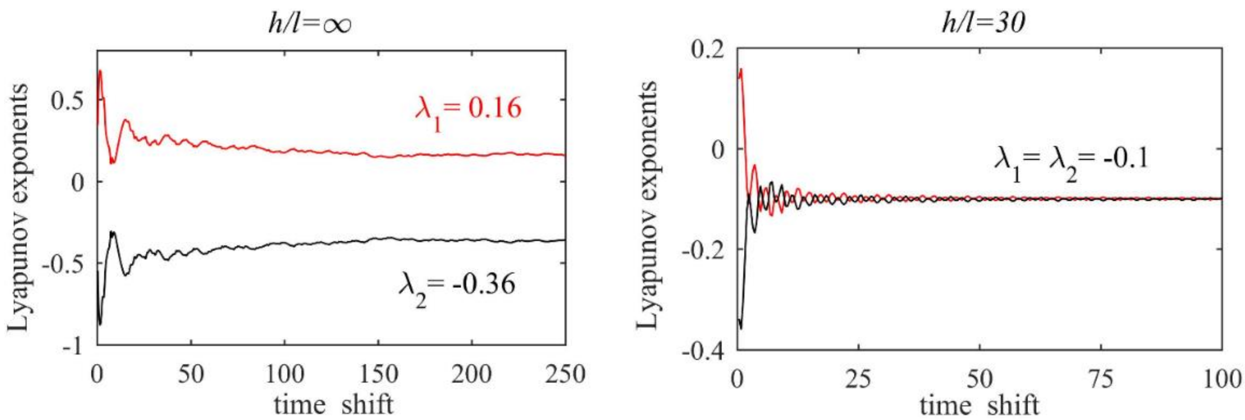
پس از تفسیر نتایج بدست آمده از آنالیز تحلیلی ملنیکوف، در ادامه از معیار عددی بزرگترین نمای لیاپانوف استفاده خواهد شد. بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف، یک روش عددی برای تحلیل محلی آشوب است که حساسیت به شرایط اولیه و پیش‌بینی‌پذیری سیستم را ارزیابی می‌کند. محاسبه کردن فاصله بین دو خط مسیر در طول زمان، با شرایطی که در لحظه اولیه در فاصله‌ای بینهایت نزدیک نسبت به یکدیگر بوده‌اند، ایده اصلی این روش می‌باشد و از طریق الگوریتم ارائه شده در مراجع [۳۳ و ۴۱] محاسبه می‌شود. مثبت بودن حداکثر نمای لیاپانوف $(\lambda_{\max}>۰)$ بیانگر حساسیت به شرایط اولیه و آشوب در سیستم است، درحالی‌که منفی بودن تمامی نماهای لیاپانوف $(\lambda_{\max}<۰)$ به‌معنی آن‌ست که آشوب در سیستم رخ نداده است. نمای لیاپانوف مثبت شرط کافی برای آشوب است، در حالی‌که آنالیز تحلیلی ملنیکوف، تنها شرط لازم را ارزیابی می‌کند.

در شکل ۵، آنالیز نمای لیاپانوف میکروصفحه، برای مقادیر فرکانس تحریک $\Omega=۱$، بارگذاری خارجی $f=۰/۳$ ضریب میرایی $\mu=۰/۲$، نسبت ابعادی $h/l=۳۰,\infty$ و شرایط اولیه $q=۰$ و



شکل ۴: منحنی دوشاخگی هموکلینیک و آستانه آشوب سیستم برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی (*h/l*)

Fig. 4: Homoclinic bifurcation diagram and chaos threshold of the system for different values of the size ratio (*h/l*)



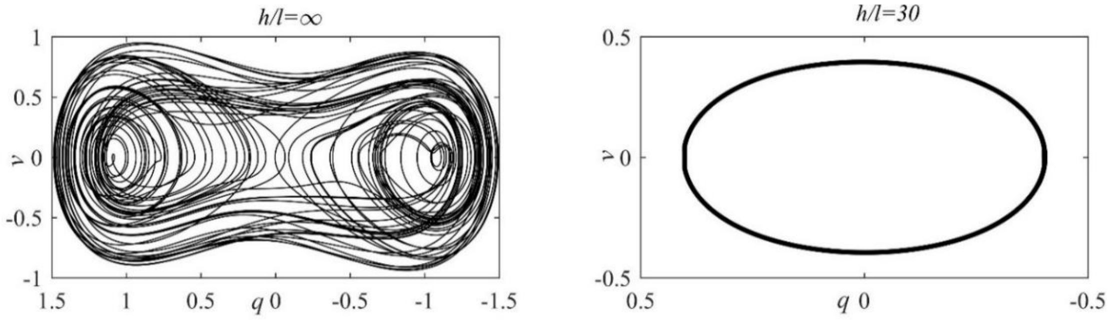
شکل ۵: نماهای لیاپانوف سیستم برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی (*h/l*)

Fig. 5: Lyapunov exponents of the system for different values of the size ratio (*h/l*)

$\nu=۰$ ارائه شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، برای نسبت ابعادی $h/l=\infty$ حداکثر نمای لیاپانوف $(\lambda_1>۰)$ عددی مثبت بدست آمده که بیانگر حساسیت به شرایط اولیه و غیرقابل پیش‌بینی بودن سیستم است. حداکثر نمای لیاپانوف برای نسبت ابعادی $h/l=۳۰$ منفی است، درنتیجه آشوب در سیستم وجود نخواهد داشت. براساس آنالیز نمای لیاپانوف، ابعاد تاثیر چمشگیری در رفتار آشوبناک سیستم خواهد داشت.

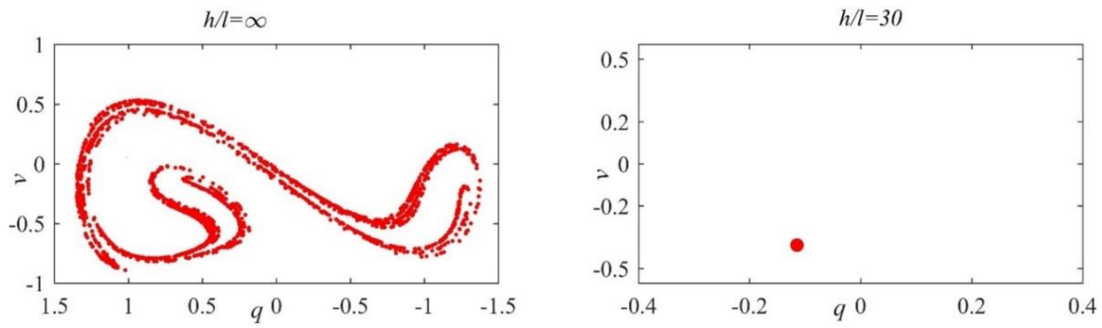
پس از آنالیز نمای لیاپانوف میکروصفحه، در شکل ۶، نمودار صفحه فاز بدست آمده از حل عددی جهت بررسی نتایج آنالیز نمای لیاپانوف ارائه شده است. با توجه به شکل ۶، ابعاد تاثیر قابل توجهی در نمودار صفحه فاز دارد. برای نسبت ابعادی $h/l=\infty$ برخورد منیفلدهای پایدار و ناپایدار رخ داده و رفتار آشوبناک است، در حالی‌که برای نسبت ابعادی $h/l=۳۰$ رفتار سیستم پریودیک است. نمودار صفحه فاز، نتایج بدست آمده از آنالیز نمای لیاپانوف را نیز تایید می‌نماید.

در شکل ۷، مقطع پوانکاره صفحه فاز رسم شده است. با توجه به شکل ۷، برای نسبت ابعادی $h/l=\infty$ ، پدیده نعل اسبی در نگاشت پوانکاره اتفاق می‌افتاد که نشان‌دهنده آشوب در سیستم است. این در حالی است که نگاشت پوانکاره برای نسبت ابعادی $h/l=۳۰$ ، رفتار پریودیک میکروصفحه را نشان می‌دهد. در شکل ۸، پاسخ زمانی سیستم برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی (h/l) رسم شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، نمودار پاسخ زمانی نیز نتایج بدست آمده از نمودارهای صفحه فاز و مقطع پوانکاره را تایید می‌کند.



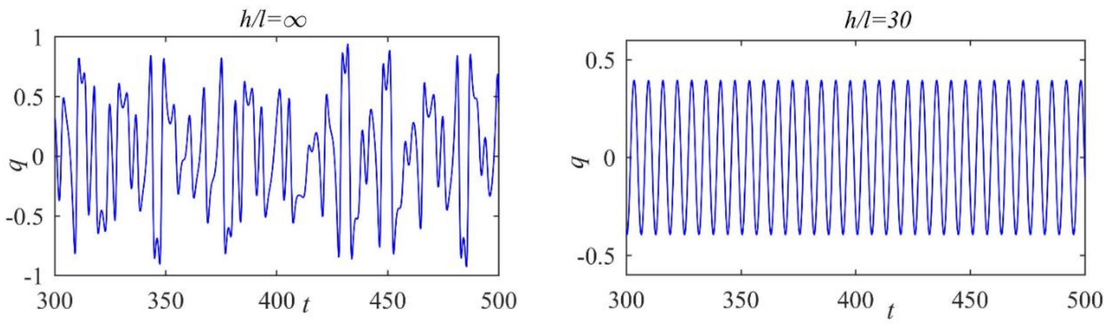
شکل ۶: نمودار صفحه فاز میکروصفحه برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی (*h/l*)

Fig. 6: Phase portrait of the microplate for different values of the size ratio (*h/l*)



شکل ۷: مقطع پوانکاره سیستم برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی (*h/l*)

Fig. 7: Poincaré section of the system for different values of the size ratio (*h/l*)



شکل ۸: پاسخ زمانی سیستم برای مقادیر مختلف نسبت ابعادی (*h/l*)

Fig. 8: Time history response for different values of the size ratio (*h/l*)

در این بخش، به منظور کنترل ارتعاشات و حذف نمودن آشوب در سیستم، الگوریتم کنترلی قدرتمند فازی تطبیقی مقاوم استفاده می‌شود [۳۷]. در این کنترلر، سیستم فازی توسط پارامتر طراحی شده براساس مود لغزشی، به صورت آنلاین تنظیم می‌شود. این الگوریتم کنترلی برتری‌های ویژه‌ای نسبت به هر دو روش کنترلی فازی و مود لغزشی دارد [۳۷]. کنترلر مورد نظر علاوه بر سیستم فازی، شامل کنترلر مقاوم نیز می‌باشد. کنترلر مقاوم برای جبران نمودن اختلاف بین کنترلر فازی و کنترلر ایده‌آل طراحی شده است. حدود عدم قطعیت مورد نیاز برای کنترلر مقاوم نیز به شکل تطبیقی و آنلاین تنظیم خواهد شد، تا این‌که از بهره بالا عدم قطعیت جلوگیری شود. قانون تطبیق از طریق تابع لیاپانوف استخراج می‌گردد.

جهت طراحی کنترلر، معادله دینامیکی حاکم را به فرم زیر بازنویسی می‌کنیم.

$$\dot{v} = g\left(v, q, t\right) + u \qquad (۶۲)$$

در این رابطه u ورودی الحاقی کنترلر و g یک تابع هموار است. حال با درنظر گرفتن مسیر مورد نظر به صورت q_d و تعریف نمودن سطح لغزش در فضای حالت به صورت $s(\hat{v},\hat{q})=۰$ با تابعی به فرم $s(\hat{v},\hat{q})=\hat{v}+\lambda\hat{q}$، می‌توان کنترلر ایده‌آل را به شکل رابطه (۶۳) بدست آورد. در این رابطه λ یک ثابت همیشه مثبت است و $\hat{v}$ و $\hat{q}$ خطای مسیر هستند که معادل با $\hat{v}=v_d-v$ و $\hat{q}=q_d-q$ می‌باشند.

$$\hat{u}=-g+\ddot{q}_d+\lambda q_d \tag{۶۳}$$

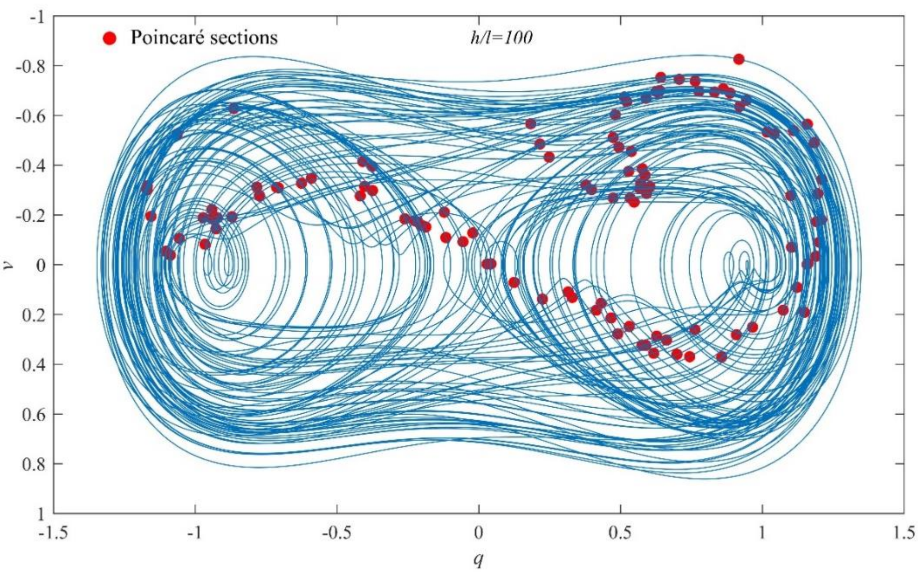
هنگامی‌که سیستم نانوالکترومکانیکی نامعین باشد، کنترلر ایده‌آل را نمی‌توان با دقت خوبی بکار برد. به عنوان یک جایگزین بهتر، کنترلر ایده‌آل می‌تواند از طریق یک سیستم فازی به فرم (۶۴) تقریب زده شود.

$$\hat{u}=B^T\xi(s)+\psi \tag{۶۴}$$

در این رابطه B^T؛ مقدار تقریبی بردار پارامترهای بهینه است. همچنین $\xi=[\xi_1\,\xi_2\ldots\,\xi_n]$ برداری است با مولفه‌هایی به فرم $\xi_r(s)=\mu_r/\sum_{r=1}^{2}\mu_r$ که در آن، μ_r قدرت شلیک در هر قانون الگوریتم فازی می‌باشد. ترم الحاقی ψ، می‌تواند ناشی از دو عامل مدل‌سازی دینامیکی ناکامل و اختلالات خارجی باشد که با حدود $|\psi|\le\bar{\omega}$ فرض شده است. بردار پارامترهای تعدیلی می‌تواند به صورت اتوماتیک و آنلاین توسط رابطه $\dot{B}=\alpha_1 s(t)\xi$ تعدیل شود. همچنین حدود تقریب الگوریتم نیز به صورت آنلاین از رابطه $\dot{\psi}=\alpha_2|s(t)|$ بدست می‌آید. در این روابط α_1 و α_2 ثابت‌های مثبتی هستند که توسط طراح تعیین شده و بیانگر نرخ تطبیق می‌باشند. جزئیات بیشتر در ارتباط با روش کنترل و پایداری آن در مرجع [۳۷] ارائه شده است.

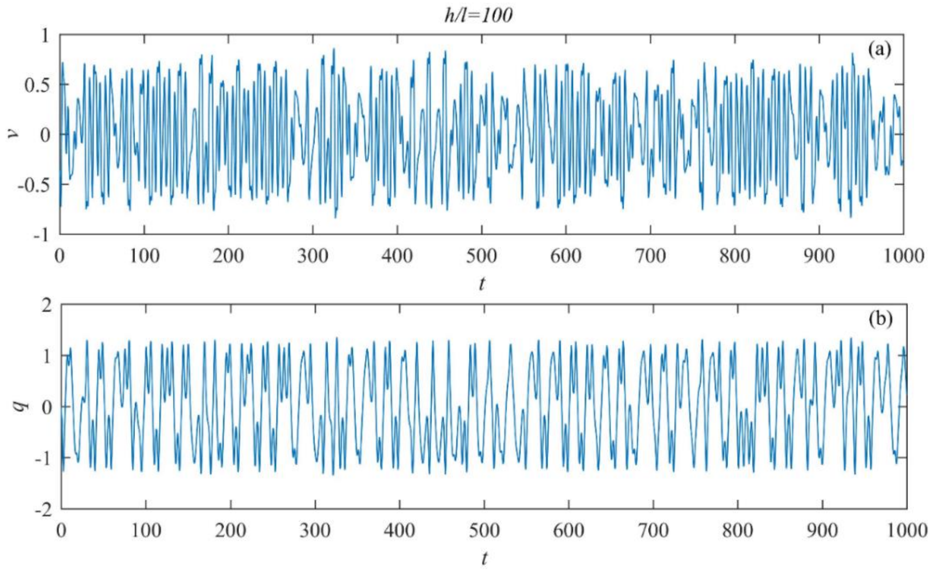
کنترلر شرح داده شده را به منظور کنترل میکروصفحه و حذف آشوب در آن برای فرکانس تحریک Ù = ۱، بارگذاری خارجی $f=۰/۳$، ضریب میرایی $\mu=۰/۲$ و نسبت ابعادی $h/l=۱۰۰$ بکار می‌بریم. صفحه فاز، مقطع پوانکاره و پاسخ زمانی این سیستم بدون کنترلر در شکل ۹ و شکل ۱۰ رسم شده است. با توجه به این شکل‌ها، رفتار میکروصفحه بدون کنترلر، آشوبناک است. هدف ما حذف کامل آشوب و طی کردن مسیر هدف به صورت $q_d=۱$ می‌باشد. با فرض $\lambda=۱$، سطح لغزش به صورت $s=\hat{v}+\hat{q}$ خواهیم شد و تابع عضویت ورودی را به‌گونه‌ای انتخاب می‌کنیم که s تقریبا صفر گردد. شکل ۱۱، تابع عضویت ورودی انتخاب شده را نشان می‌دهد. مقادیر خروجی اولیه تابع عضویت کنترل به صورت دستی و برابر با $\mathrm{B}=[۲-۱-۲]$ انتخاب می‌شود. محدوده عدم قطعیت سیستم را نیز $\psi=۰/۱$ مقداردهی نموده و نرخ یادگیری برای کنترلر را به صورت $\alpha_۱=۵۰$ و $\alpha_۲=۰/۱$ طراحی می‌کنیم.

نهایتا با اتمام طراحی، کنترلر را در لحظه $t=۱۷۰\mathrm{s}$ فعال می‌کنیم. خروجی نهایی تابع عضویت کنترلر و محدوده عدم قطعیت برابر با $\mathrm{B}=[۱۷/۹۸\;\; -۱۲/۵۷\;\; -۲۰/۷۶]$ و $\psi=۰/۱۲۹۸$



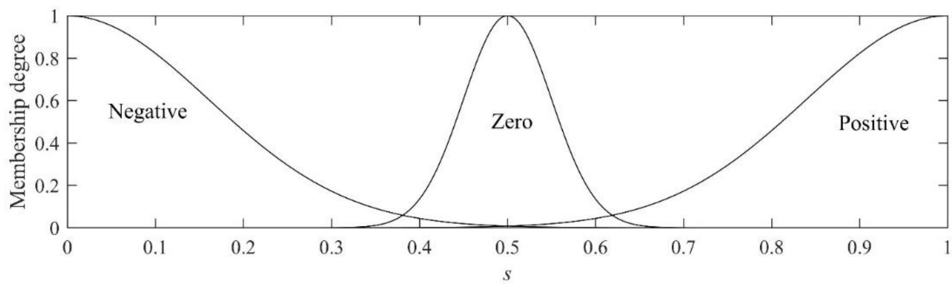
شکل ۹: نمودار صفحه فاز و مقطع پوانکاره میکروصفحه بدون کنترلر

Fig. 9: Phase portrait and Poincaré section of the microplate without controller



شکل ۱۰: نمودار پاسخ زمانی میکروصفحه بدون کنترلر (a) خیز نقطه مرکزی میکروصفحه برحسب زمان (b) سرعت نقطه مرکزی میکروصفحه برحسب زمان

Fig. 10: Time history response of the microplate without controller (a) midpoint deflection of the microplate versus time (b) midpoint velocity of the microplate versus time



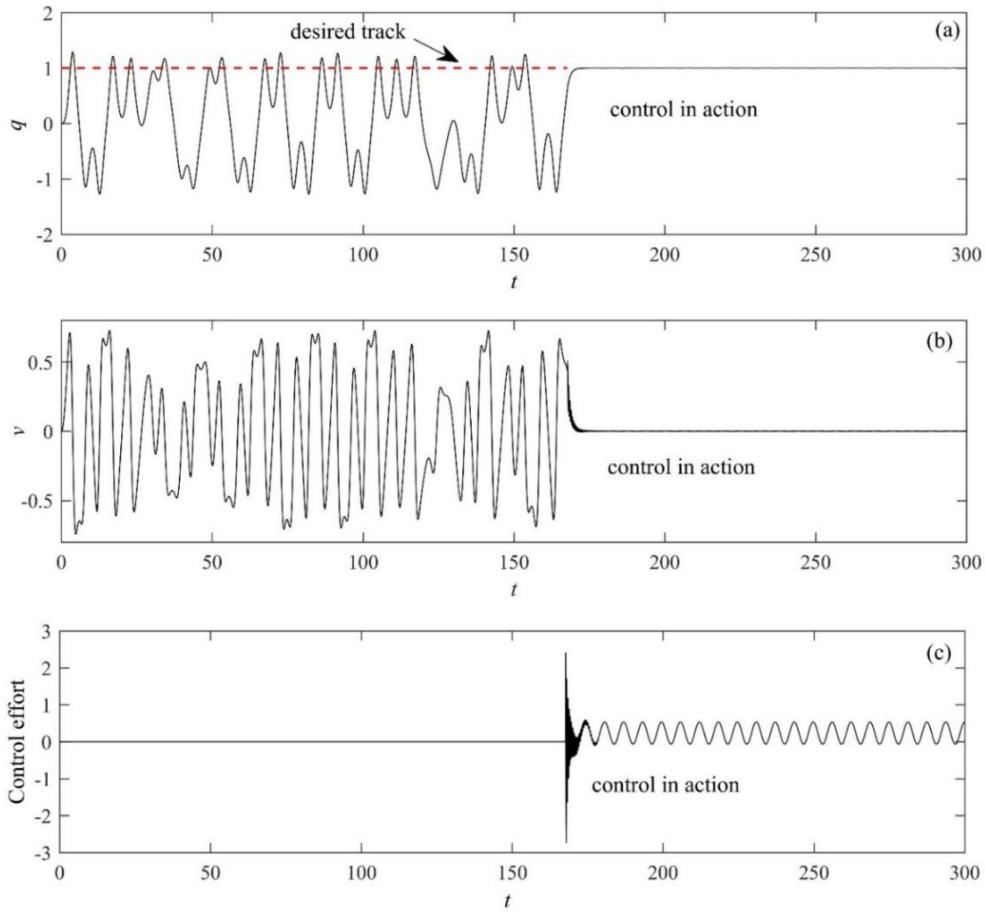
شکل ۱۱: تابع عضویت ورودی انتخاب شده برای سیستم فازی

Fig. 11: Selected membership function for the fuzzy system

بدست می‌آید. در شکل ۱۲، نمودار پاسخ زمانی و خروجی تحریکی کنترلر رسم شده است. همانطور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، کنترلر تطبیقی مقاوم فازی طراحی شده، عملکرد مطلوبی دارد و آشوب به کلی از سیستم حذف شده است.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، معادلات حاکم بر دینامیک غیرخطی میکروصفحه بر روی بستر الاستیک بر اساس تئوری تنش کوپل استخراج شده و رفتار آشوبناک سیستم با استفاده از روش‌های عددی و تحلیلی مطالعه شد. جهت تحقیق دوشاخگی هموکلینیک در میکروصفحه، معادلات مدارهای هموکلینیک سیستم بدون اغتشاش بدست آمده و برخورد منیفلدهای پایدار و ناپایدار با استفاده از روش ملنیکف بررسی گردید و رابطه‌ای برای نیروی بحرانی آستانه آشوب در میکروصفحه حاصل شد. براساس آنالیز تحلیلی ملنیکف، ابعاد میکروصفحه تاثیر چشمگیری در نیروی بحرانی آستانه آشوب سیستم دارد و با افزایش نسبت ابعادی، آستانه آشوب به‌طور چشمگیری افزایش یافته است. در ادامه از معیار عددی بزرگترین نمای لیاپانوف برای ارزیابی حساسیت به شرایط اولیه و پیش‌بینی‌پذیری سیستم استفاده شد و شناسایی موضعی آشوب به ازای نسبت‌های ابعادی مختلف، انجام شد. براساس نتایج بدست آمده، با کمتر شدن نسبت ابعادی، بزرگ‌ترین نمای لیاپانوف تغییر علامت داده و رفتار آشوبناک سیستم تغییر خواهد کرد. نمودارهای صفحه فاز، مقطع پوانکاره و پاسخ زمانی برای مقادیر



شکل ۱۲: نمودار پاسخ زمانی میکروصفحه همراه با کنترلر قبل و بعد از فعال شدن کنترلر در $t = ۱۷۰\text{s}$ (a) خیز نقطه مرکزی میکروصفحه برحسب زمان (b) سرعت نقطه مرکزی میکروصفحه برحسب زمان (c) تحریک خروجی از کنترلر مقاوم تطبیقی فازی

Fig.12: Time history response of the microplate with controller before and after activating the controller at *t*=170 s (a) midpoint deflection of microplate according to the time (b) midpoint velocity of microplate according to the time (c) Output excitation of the robust adaptive fuzzy controller

مختلف نسبت ابعادی رسم شد و تاثیر چشمگیر ابعاد در رفتار دینامیکی سیستم نمایش داده شد. نتایج این مقاله نشان داد که آشوب در میکروصفحه وابسته به ابعاد است و بر همین اساس، استفاده از تئوری غیرکلاسیک تنش کوپل اصلاح‌شده برای تحلیل آشوب در میکروصفحه یک ضرورت اساسی می‌باشد.

پس از تحلیل آشوب، با طراحی کنترلر مقاوم تطبیقی فازی، ارتعاشات آشوبناک از سیستم، به‌کلی حذف شد و کنترلر مقاوم تطبیقی فازی به‌عنوان یک روش قدرتمند برای کنترل آشوب در سیستم‌های نانوالکترومکانیکی معرفی گردید.

نتایج بدست آمده در این پژوهش، می‌تواند در فرآیند تولید، بهینه‌سازی و کنترل سیستم‌های میکروالکترومکانیکی مورد استفاده قرار گیرد.

تشکر و قدردانی

بدین‌وسیله از دانشگاه صنعتی قوچان جهت حمایت مالی این پژوهش در قالب قرارداد طرح پژوهشی به شماره ۱۰۵۵۶ و تاریخ ۹۷/۱۱/۱۵ تقدیر می‌گردد.

مراجع

[1] S. Chaterjee, G. Pohit, A large deflection model for the pull-in analysis of electrostatically actuated microcantilever beams, Journal of sound and vibration, 322(4) (2009) 969-986.

[2] A. Tocchio, A. Caspani, G. Langfelder, Mechanical and electronic amplitude-limiting techniques in a MEMS

Chaos, Solitons & Fractals, 45(6) (2012) 687-708.

[12] A. Krysko, J. Awrejcewicz, I. Papkova, V. Krysko, Routes to chaos in continuous mechanical systems: Part 2. Modelling transitions from regular to chaotic dynamics, Chaos, Solitons & Fractals, 45(6) (2012) 709-720.

[13] J. Awrejcewicz, A. Krysko, I. Papkova, V. Krysko, Routes to chaos in continuous mechanical systems. Part 3: The Lyapunov exponents, hyper, hyper-hyper and spatial–temporal chaos, Chaos, Solitons & Fractals, 45(6) (2012) 721-736.

[14] X. Yang, P. Sethna, Local and global bifurcations in parametrically excited vibrations of nearly square plates, International journal of Non-linear Mechanics, 26(2) (1991) 199-220.

[15] X. Yang, P.R. Sethna, Non-linear phenomena in forced vibrations of a nearly square plate: antisymmetric case, Journal of Sound and Vibration, 155(3) (1992) 413-441.

[16] J. Awrejcewicz, E.Y. Krylova, I. Papkova, V.A. Krysko, Regular and chaotic dynamics of flexible plates, Shock and Vibration, 2014 (2014) 1-8.

[17] C. Touzé, O. Thomas, M. Amabili, Transition to chaotic vibrations for harmonically forced perfect and imperfect circular plates, International Journal of non-linear Mechanics, 46(1) (2011) 234-246.

[18] M. Amabili, A. Sarkar, M. Païdoussis, Chaotic vibrations of circular cylindrical shells: Galerkin versus reduced-order models via the proper orthogonal decomposition method, Journal of Sound and Vibration, 290(3-5) (2006) 736-762.

[19] Y. Hao, L. Chen, W. Zhang, J. Lei, Nonlinear oscillations, bifurcations and chaos of functionally graded materials plate, Journal of Sound and Vibration, 312(4-5) (2008) 862-892.

[20] Q. Ma, D.R. Clarke, Size dependent hardness of silver single crystals, Journal of Materials Research, 10(4) (1995) 853-863.

[21] J. Stölken, A. Evans, A microbend test method for measuring the plasticity length scale, Acta Materialia, resonant accelerometer, IEEE Sensors Journal, 12(6) (2012) 1719-1725.

[3] L.J. Currano, M. Yu, B. Balachandran, Latching in a MEMS shock sensor: Modeling and experiments, Sensors and Actuators A: Physical, 159(1) (2010) 41-50.

[4] M.H. Mahdavi, A. Farshidianfar, M. Tahani, S. Mahdavi, H. Dalir, A more comprehensive modeling of atomic force microscope cantilever, Ultramicroscopy, 109(1) (2008) 54-60.

[5] M. Kahrobaiyan, M. Asghari, M. Rahaeifard, M. Ahmadian, Investigation of the size-dependent dynamic characteristics of atomic force microscope microcantilevers based on the modified couple stress theory, International Journal of Engineering Science, 48(12) (2010) 1985-1994.

[6] R. Mestrom, R. Fey, J. Van Beek, K. Phan, H. Nijmeijer, Modelling the dynamics of a MEMS resonator: simulations and experiments, Sensors and Actuators A: Physical, 142(1) (2008) 306-315.

[7] M. Roukes, Nanoelectromechanical systems face the future, Physics World, 14(2) (2001) 25.

[8] V. Logeeswaran, F.E. Tay, M. Chan, F.S. Chau, Y.C. Liang, 2f method for the measurement of resonant frequency and Q-factor of micromechanical transducers, in: Design, Test, Integration, and Packaging of MEMS/MOEMS, International Society for Optics and Photonics, 4755)2002(, 584-594.

[9] J.A. Harley, E.M. Chow, T.W. Kenny, Design of resonant beam transducers: An axial force probe for atomic force microscopy, in: Micro-Electro-Mechanical Systems: ASME Intl. ME Congress and Exposition, 1998, 274-252.

[10] Y.C. Wang, S.G. Adams, J.S. Thorp, N.C. MacDonald, P. Hartwell, F. Bertsch, Chaos in MEMS, parameter estimation and its potential application, IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 45(10) (1998) 1013-1020.

[11] J. Awrejcewicz, V. Krysko, I. Papkova, A. Krysko, Routes to chaos in continuous mechanical systems. Part 1: Mathematical models and solution methods,

46(14) (1998) 5109-5115.

[22] A.C. Chong, D.C. Lam, Strain gradient plasticity effect in indentation hardness of polymers, Journal of Materials Research, 14(10) (1999) 4103-4110.

[23] F. Yang, A. Chong, D.C.C. Lam, P. Tong, Couple stress based strain gradient theory for elasticity, International Journal of Solids and Structures, 39(10) (2002) 2731-2743.

[24] S. Park, X. Gao, Bernoulli–Euler beam model based on a modified couple stress theory, Journal of Micromechanics and Microengineering, 16(11) (2006) 2355.

[25] A. Andakhshideh, S. Maleki, H. Karamad, Size-dependent nonlinear vibration of non-uniform microbeam with various boundary conditions, Modares Mechanical Engineering, 18(9) (2019) 189-198. (in Persian)

[26] S. Salehi, O. Rahmani, S.A. Hoseini, Free and forced vibration analysis of Kelvin-Voigt viscoelastic rectangular nanoplate based on the modified couple stress theory, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, (2018). (in Persian)

[27] M.H. Ghayesh, H. Farokhi, Nonlinear dynamics of microplates, International Journal of Engineering Science, 86 (2015) 60-73.

[28] H. Farokhi, M.H. Ghayesh, Nonlinear dynamical behaviour of geometrically imperfect microplates based on modified couple stress theory, International Journal of Mechanical Sciences, 90 (2015) 133-144.

[29] H. Ramezannejad Azarboni, H. Keshavarzpour, M. Rahimzadeh, Nonlocal analysis of chaotic vibration, primary and super-harmonic resonance of single walled carbon nanotube in thermal environment, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, (2018). (in Persian)

[30] E.M. Miandoab, A. Yousefi-Koma, H.N. Pishkenari, F. Tajaddodianfar, Study of nonlinear dynamics and chaos in MEMS/NEMS resonators, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 22(1) (2015) 611-622.

[31] D.G. Bassinello, A.M. Tusset, R.T. Rocha, J.M. Balthazar, Dynamical Analysis and Control of a Chaotic Microelectromechanical Resonator Model, Shock and Vibration, (2018).

[32] S. Wiggins, Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos, Springer Science & Business Media, (2003).

[33] A. Wolf, J.B. Swift, H.L. Swinney, J.A. Vastano, Determining Lyapunov exponents from a time series, Physica D: Nonlinear Phenomena, 16(3) (1985) 285-317.

[34] H. Tourajizadeh, M. Kariman, M. Zamanian, B. Firouzi, Optimal Control of Electrostatically Actuated Micro-Plate Attached to the End of Microcantilever, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, 49(4) (2018) 805-818. (in Persian)

[35] A.M. Tusset, F.C. Janzen, R.T. Rocha, J.M. Balthazar, On an Optimal Control Applied in MEMS Oscillator with Chaotic Behavior including Fractional Order, Complexity, 2018 (2018) 1-12.

[36] H. Vaghefpour, H. Arvin, Y. Tadi Bani, Tip Tracking Control of Piezoelectric Nano-Actuator with Flexoelectric Size-Dependent Theory, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, (2018). (in Persian)

[37] A. Poursamad, A.H. Davaie-Markazi, Robust adaptive fuzzy control of unknown chaotic systems, Applied Soft Computing, 9(3) (2009) 970-976.

[38] J.N. Reddy, Theory and analysis of elastic plates and shells, CRC press, 2006.

[39] S. Wiggins, Global bifurcations and chaos: analytical methods, Springer Science & Business Media, (2013).

[40] A.W. Leissa, The free vibration of rectangular plates, Journal of sound and vibration, 31(3) (1973) 257-293.

[41] A.R. Zeni, J.A. Gallas, Lyapunov exponents for a Duffing oscillator, Physica D: Nonlinear Phenomena, 89(1-2) (1995) 71-82.