



بهینه‌سازی جانمایی توربین‌ها در مزرعه باد

سید مجتبی واردی کولایی^{*}، مسعود عبدالمحمدی، حبیب احمدی، مصطفی نظری

دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷/۰۷/۲۵
بازنگری: ۱۳۹۷/۱۰/۰۱
پذیرش: ۱۳۹۷/۱۲/۲۰
ارائه آنلاین: ۱۳۹۷/۱۲/۲۹

کلمات کلیدی:

مزرعه باد
بهینه‌سازی
جانمایی توربین
الگوریتم ژنتیک
الگوریتم ازدحام ذرات

خلاصه: امروزه با توجه به کاهش سوخت‌های فسیلی و اعمال مدیریت در بهره‌برداری از آن‌ها، استفاده از انرژی باد به عنوان یکی از کاراترین منابع انرژی تجدیدپذیر در حال افزایش است و در سال‌های گذشته، طراحی، ساخت و بهینه‌سازی مزارع باد، که شامل مجموعه‌ای از توربین‌ها در یک مزرعه می‌باشند، توسعه بیشتری یافته است. در این مقاله به جانمایی توربین‌ها در مزرعه باد پرداخته شده و تاثیر موقعیت آن‌ها بر توان خروجی مجموعه مورد بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور، زمینی مربعی شکل در نظر گرفته شده است و با داشتن اطلاعات مربوط به چگونگی وزش باد و سرعت آن در هر جهت، محل بهینه قرارگیری توربین‌های باد در مزرعه با استفاده از الگوریتم‌های بهینه‌سازی استخراج خواهد شد. هدف اصلی پژوهش، افزایش مجموع توان دریافتی از توربین‌های مزرعه، براساس تغییر در موقعیت توربین‌ها می‌باشد. این مساله بهینه‌سازی با قیودی همچون حداکثر تعداد توربین‌ها در یک مزرعه، حداقل فاصله بین توربین‌های مزرعه و ابعاد کلی مزرعه همراه خواهد بود. برای حل این مساله بهینه‌سازی، از دو روش الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ازدحام ذرات استفاده شده و نتایج با هم مقایسه شده‌اند. بررسی نتایج این پژوهش نشان می‌دهد توان دریافتی از توربین‌های جایابی شده در مزرعه باد، نسبت به کارهای قبلی افزایش یافته است.

۱- مقدمه

ایالات متحده و چین می‌باشد. برای مثال، مرکز انرژی آلتا^۱ در آمریکا با ظرفیت تولید ۱۰۲۰ مگاوات برق و مزرعه باد دابانچن^۲ در چین با ظرفیت تولید ۵۰۰ مگاوات برق در حال بهره‌برداری از انرژی باد هستند. بنابراین، استفاده از انرژی باد به سرعت در حال افزایش است و تعداد مزرعه‌ها و تعداد توربین‌های در هر مزرعه روز به روز بیشتر می‌شود. این موارد، اهمیت و ضرورت استفاده بهینه از توربین‌ها و استخراج حداکثر توان از این مزارع را بیشتر می‌کند. در یک مزرعه باد، موقعیت توربین‌ها موجب اثرگذاری آن‌ها بر یکدیگر می‌شود و این امر از میزان توان تولید شده آن‌ها می‌کاهد [۱ و ۲]. اهمیت این موضوع به‌گونه‌ای است که شرکت‌های تولیدکننده توربین باد نیز اخیراً ضرایب و پارامترهای موثر در تداخل را ارائه می‌دهند. در نتیجه، تعیین موقعیت بهینه توربین‌ها در مزرعه امری ضروری است.

اخیراً، در برخی از پژوهش‌ها به بررسی تاثیرات توربین‌ها بر هم و میزان تداخل آن‌ها پرداخته شده است. همچنین تاثیر توربین‌ها بر باد و اعوجاج باد و کاهش سرعت باد نیز مورد بررسی قرار گرفته است [۳-۶]. همچنین،

امروزه با افزایش روزافزون مصرف انرژی در جوامع بشری، نیاز به منابع انرژی نیز افزایش یافته است. از گذشته تاکنون مصرف انرژی‌های فسیلی مرسوم بوده است، اما با افزایش جمعیت جهان و کاهش این منابع در سال‌های اخیر، بشر به دنبال منابع جدیدی از انرژی بوده است. بهترین گزینه برای جایگزینی انرژی‌های فسیلی، استفاده از انرژی‌های تجدیدپذیر است. انرژی باد از کاراترین منابع تجدیدپذیر محسوب می‌شود زیرا قابلیت تبدیل به انرژی الکتریکی و مکانیکی را دارد. همچنین این انرژی پاک است و اثر مخربی بر طبیعت نمی‌گذارد. استفاده از توربین‌ها برای استخراج انرژی از باد، از ۲ دهه اخیر مورد توجه کشورهای مختلف قرار گرفته است. با افزایش جمعیت شهرها و روستاها، جوامع از چند توربین باد در کنار یکدیگر برای تامین انرژی مورد نیاز خود استفاده کرده‌اند و به تدریج مزارع باد به وجود آمده‌اند. این روند تا جایی پیش رفت که تعداد توربین‌های باد در برخی مزارع به صدها عدد رسید. بیشترین تعداد مزارع بزرگ باد در کشورهای

1 Alta Energy Center
2 Dabanchen

^{*} نویسنده عهده‌دار مکاتبات: vareidi@shahroodut.ac.ir



(بصورت تابعی از شدت وزش باد) استفاده شده است. ضمناً برای محاسبه توان توربین از کاتالوگ (مقدار واقعی) توربین موردنظر بهره برده شده است. همچنین در این پژوهش، از دو روش الگوریتم ژنتیک^۲ و روش اجتماع پرندگان^۳ برای بهینه‌سازی جانمایی توربین در مزرعه باد، استفاده می‌شود. ابتدا مدل‌سازی مزرعه باد با محاسبه‌ی کاهش سرعت باد و محاسبه ضریب تداخل انجام می‌گیرد و سپس تابع هدف و قیود مسئله تعریف می‌شوند. در گام بعدی، بهینه‌سازی به وسیله روش‌های یاد شده انجام می‌شود و مکان بهینه توربین‌ها در حالات مختلف مورد بررسی بدست می‌آید. در نظر گرفتن همزمان برخی از عوامل تاثیرگذار از جمله میزان وزش باد در جهات مختلف، ضریب محوری واقعی توربین، توان واقعی توربین (از روی کاتالوگ آن) و همچنین میزان تداخل توربین‌ها از نوآوری‌های این پژوهش است.

۲- مدل‌سازی

برای مدل‌سازی مزرعه باد و بررسی اثرات توربین‌ها بر یکدیگر به محاسبه چند عامل مهم نیاز است:

- محاسبه میزان کاهش سرعت باد در پشت توربین اول و میزان تاثیر بر توربین دوم.
- محاسبه فاصله‌ی طولی و عرضی و زاویه‌ی بین دو توربین از هم.
- محاسبه فاکتور چگالی تداخل دو توربین.
- محاسبه ضریب تداخل دو توربین.
- محاسبه تابع هدف و قیود

۲-۱- محاسبه میزان کاهش سرعت باد

محاسبه میزان کاهش سرعت باد به فاصله بین توربین‌ها وابسته است. با توجه به شکل ۱، هرچه فاصله از توربین جلویی بیشتر شود محیط متاثر از آن نیز بیشتر می‌شود و در نتیجه، از مقدار اثر هر المان این محیط کاسته می‌شود. بنابراین، محاسبه سرعت باد در توربین عقبی، به سرعت باد، شعاع توربین‌ها، فاصله بین توربین‌ها و شکل توربین‌ها بستگی دارد.

محاسبه سرعت باد در توربین عقبی به روش‌های مختلفی انجام می‌شود که در اینجا از مدل جنسن [۱۵] استفاده شده است. در روابط زیر، C_t ضریب درگ است که به سرعت باد و مشخصات توربین باد ارتباط دارد و در برگه اطلاعات توربین رابطه آن با سرعت باد نوشته شده است. سرعت باد در توربین عقبی به صورت رابطه (۱) محاسبه می‌شود:

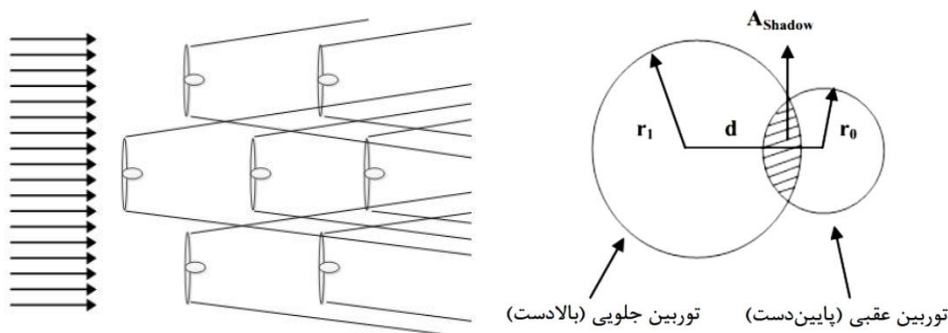
بهینه‌سازی جانمایی توربین باد، با بررسی تاثیر هر یک از پارامترهای دخیل، در پژوهش‌های مختلفی انجام شده است. در این پژوهش‌ها از روش‌های مختلفی نظیر برنامه‌ریزی خطی و الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی مساله بهره برده شده است [۱۱-۷].

مارمیدیس و همکاران [۲] براساس یک مدل تقریبی به بهینه‌سازی جانمایی توربین‌ها، براساس روشی رندوم به نام شبیه‌سازی مونت-کارلو^۱ پرداخته‌اند. ایشان علاوه بر محاسبه ضریب درگ و توان توربین به صورت تقریبی، سرعت وزش باد در جهات مختلف را نیز ثابت در نظر گرفته‌اند، درحالی‌که در عمل سرعت در جهات مختلف متفاوت است. گونزالس و همکاران [۱] نیز براساس الگوریتم-های تکاملی، به بهینه‌سازی مکان توربین‌ها پرداختند، اما در این کار نیز ضریب درگ و سرعت وزش باد در جهات مختلف ثابت در نظر گرفته شده است. البته تنها تفاوت کار گونزالس و همکاران، اعمال احتمال وجود موانع در مزرعه بوده است. دونوان [۱۰] در پایان‌نامه خود، علاوه بر استفاده از مدل واقعی در شبیه‌سازی روابط، ضریب درگ و سرعت وزش باد را نیز به صورت واقعی در نظر گرفت، اما در محاسبه توان توربین، از روابط تقریبی بهره برده است (و نه استفاده از کاتالوگ واقعی توربین). در مرجع [۱۲]، نویسندگان با استفاده از روش شبکه عصبی مصنوعی، به محاسبه تعداد توربین مورد نیاز مزرعه پرداخته‌اند. هر چند که در این کار از مدل شبیه‌سازی و سرعت باد واقعی استفاده شده است اما برای ضریب درگ مقداری ثابت در نظر گرفته شده است، درحالی‌که در عمل، با تغییر سرعت باد، ضریب درگ نیز تغییر می‌کند. در مرجع [۶] نیز، ژانگ در پایان‌نامه خود از مدل‌های تقریبی برای شبیه‌سازی مساله و محاسبه ضریب درگ و توان توربین بهره برده است. همچنین امامی و نقره [۱۳] در پژوهش خود، ضمن ثابت‌گرفتن سرعت وزش باد و ضریب درگ، از روش بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک و مدلی تقریبی برای محاسبه ضریب تداخل توربین‌ها بهره برده‌اند. در نهایت، یوسف‌بیگی و آکماندور [۱۴] برای بهینه‌سازی جانمایی توربین، ضمن استفاده از مدل و شدت وزش باد واقعی، از الگوریتم ژنتیک بهره برده‌اند. همچنین در این کار از ضریب درگ ثابت و مدل تقریبی برای محاسبه توان توربین استفاده شده است.

با توجه به توضیحات فوق و در مقایسه با کارهای توضیح داده شده، در این پژوهش، علاوه بر استفاده از مدلی واقعی در محاسبه ضریب تداخل توربین‌ها و میزان کاهش سرعت باد، از شدت وزش باد مطابق با جغرافیای منطقه (دارای سرعت‌های متفاوت در جهات مختلف) و ضریب درگ

2 Genetic Algorithm (GA)
3 Particle Swarm Optimization (PSO)

1 Monte Carlo Simulation Method



شکل ۱: نحوه اثر توربین باد جلویی بر توربین باد عقبی [۷]

Fig. 1. Influence of the front turbine on the rear turbines [9]

بردارهای باد و مرز تداخل با یکدیگر موازی نیستند، زیرا با افزایش فاصله از توربین، فضای تداخل به وسیله تانژانت زاویه α بیشتر می‌شود [۷] (شکل ۱). براساس فاکتور چگالی تداخل، برای هر جهت باد، تاثیر توربین جلویی بر تمام نقاطی که توربین عقبی بین مرزهای تداخل قرار می‌گیرد، محاسبه می‌شود. هرچه توربین عقبی به توربین جلویی نزدیک‌تر شود، اثرات شکل توربین و سطح آن بیشتر می‌شود. از سوی دیگر، هرچه توربین عقبی از توربین جلویی دورتر شود، میزان باد و چگالی هوا تاثیر بیشتری در میزان توان تولید شده به وسیله توربین عقبی دارند. در واقع فاکتور چگالی ضریبی بین صفر و یک است که از نسبت میزان تداخل با زاویه وزش باد بدست می‌آید. در شکل ۲، r فاصله بین توربین جلویی و عقبی است [۷]. در شکل ۳ چهار مکان‌های قرارگیری توربین عقبی را به چهار ناحیه

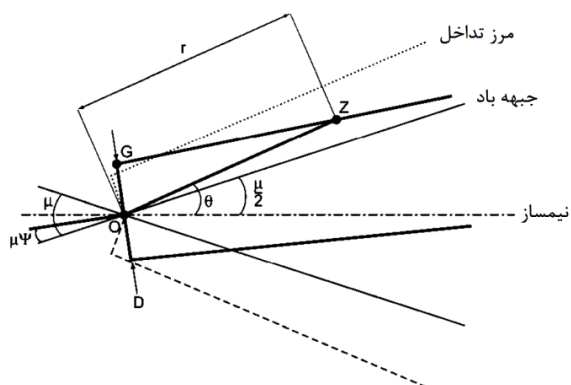
$$V_{downw} = V_{upw} \left[1 - \sum_{i=1}^n (1 - \sqrt{1 - C_t}) \left(\frac{r_0}{r_1} \right)^2 \left(\frac{A_{shadow}}{A_0} \right) \right] \quad (1)$$

که در آن $A_0 = \pi r_0^2$ و A_{shadow} برابر است با:

$$A_{shadow} = \cos^{-1} \left(\frac{r_1^2 + d^2 - r_0^2}{2r_1d} \right) r_1^2 + \cos^{-1} \left(\frac{r_0^2 + d^2 - r_1^2}{2r_0d} \right) r_0^2 - \sin \left[\cos^{-1} \left(\frac{r_1^2 + d^2 - r_0^2}{2r_1d} \right) \right] r_1d \quad (2)$$

۲-۲- محاسبه فاکتور چگالی تداخل دو توربین^۱

در این بخش، فاکتور چگالی تداخل بین دو توربین محاسبه می‌شود. این ضریب ψ به مشخصات باد و جهات وزش آن بستگی دارد [۷]. این ضریب رابطه‌ای هندسی بین توربین و جهت وزش باد ایجاد می‌کند که در نقطه‌ای که توربین واقع است محاسبه می‌شود. باد از n جهت می‌وزد (معمولاً ۱۲ جهت) و هر جهت زاویه برابر $\mu = 2\pi/n$ را پوشش می‌دهد. شکل ۲، فضای که هر جهت باد پوشش می‌دهد را با خطوطی نشان داده است. D قطر توربین است و ناحیه بین خط‌چین و نقطه‌چین در شکل ۲، فضای را که در آن تداخل اتفاق می‌افتد را نشان می‌دهد. با توجه به شکل، مکان‌هایی وجود دارند که در جهت وزش باد نیستند اما در آن‌ها تداخل به وجود می‌آید. خطوط



شکل ۲: تصویری از تداخل دو توربین زمانی که توربین پایینی در نقطه Z قرار دارد [۷]

Fig. 2. Interference between two turbines when the lower turbine is located at the Z point [9]

1 Wake Intensity Interference Factor (WIIF)

می‌کند. تابع توزیع ویبول^۲ مقدار باد وزیده شده در هر جهت را به صورت آماری مقایسه می‌کند که معمولاً برای نشان دادن میزان وزش باد از هر جهت و سرعت باد از تابع ویبول استفاده می‌کنند. برای محاسبه ضریب تداخل بین دو توربین از تابع ویبول و منحنی توان توربین و فاکتور چگالی تداخل استفاده می‌شود [۸].

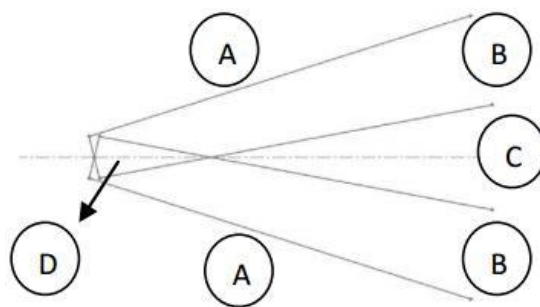
$$I_{ij}^d = \psi(r, \theta) \left(\int_0^\infty P(u_i) F_i^d(u_i) du_i - \int_0^\infty P(u_j) F_j^d(u_j) du_j \right) \quad (5)$$

مقدار توان از دست رفته را بین توربین جلویی i و توربین عقبی j را در هر جهت وزش باد نشان می‌دهد. مقادیر F تابع توزیع ویبول است که براساس سرعت باد و میزان وزش باد از هر جهت به دست می‌آید و مقدار P توان تولید شده براساس سرعت باد برحسب منحنی توان تولید شده به ازای سرعت باد در هر توربین می‌باشد [۶ و ۱۰].

۲-۴- محاسبه قیود و تابع هدف

جهت بدست آوردن بیشینه توان خروجی، در ابتدا می‌بایست میزان توان تولید شده توسط هر توربین در هر جهت باد (با توجه به میزان وزش باد در آن جهت) محاسبه گردد. سپس، مقدار کاهش انرژی در هر جهت باد (که توسط ضریب تداخل بین دو توربین محاسبه می‌شود) از کل میزان انرژی تولید شده توسط توربین‌ها کم می‌شود و میزان انرژی تولید شده در هر جهت باد بدست می‌آید. در نتیجه، با جمع کردن میزان انرژی تولید شده در هر جهت باد، مقدار کل توان تولیدی مزرعه بدست می‌آید. با بیشینه کردن این مقدار توان، با توجه به موقعیت توربین‌ها، جانمایی بهینه توربین‌ها بدست می‌آید. برای محاسبه تابع هدف مساله بهینه‌سازی، در ابتدا زمین مزرعه به سلول‌هایی تقسیم می‌شود. بدین شکل که برای یک مزرعه به ابعاد 2×2 کیلومترمربع، می‌توان مزرعه را به سلول‌های 3×3 ، 4×4 و ... تقسیم کرد که یک توربین در مرکز هر سلول قرار می‌گیرد. [Hertz, 2012, #12] تعداد توربین‌هایی که در مزرعه قرار می‌گیرند (تعداد تقسیمات) از قبل مشخص خواهد شد، ولی تغییر در چینش این توربین‌ها و موقعیت آن‌ها، باعث تغییر در توان استخراجی از مزرعه و بهره‌وری آن خواهد شد. با توجه به این توضیحات، تابع هدف مساله بهینه‌سازی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$P_{out} = \sum_{i \in \mathcal{A}, d \in \mathcal{S}} w_i^d (P_i^d x_i - Z_i^d) \quad (6)$$



شکل ۳: امکان قرارگیری توربین پایینی در چهار ناحیه نسبت به توربین بالایی

Fig. 3. The possibility of lower turbine placement in four regions relative to the upper turbine

تقسیم شده است و نحوه محاسبه فاکتور چگالی تداخل را در مقاله آرچر و همکاران [۷] می‌توان مشاهده کرد. فاکتور چگالی تداخل با توجه به چهار حالت قرارگیری توربین‌ها نسبت به هم از رابطه (۲) به دست می‌آید. محاسبه این ضریب به صورت زیر استخراج می‌شود [۷]:

$$\psi(r, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\mu} \left(\frac{\mu}{2} + \xi(r) - |\theta| \right) & |\varphi(r)| < |\theta(r)| < |\omega(r)|, \quad r \geq \frac{D}{r} \\ \frac{2\xi(r)}{\mu} & |\theta(r)| < |\varphi(r)|, \quad r \geq r_B \\ 1 & |\theta(r)| < |\varphi(r)|, \quad \frac{D}{2} \leq r \leq r_B \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3)$$

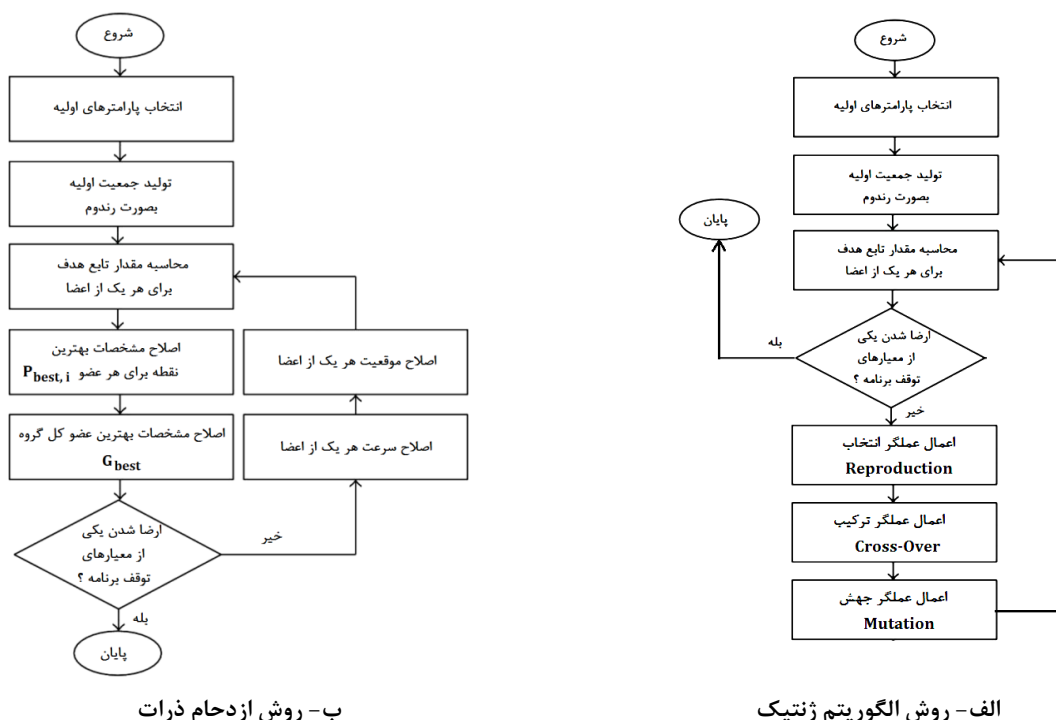
که در آن:

$$\begin{aligned} \xi(r) &= \alpha + \sin^{-1} \left(\frac{D \cos \alpha}{2r} \right) \\ \varphi(r) &= \pm \left(\frac{\mu}{2} - \xi(r) \right) \\ \omega(r) &= \pm \left(\frac{\mu}{2} + \xi(r) \right) \\ r_B &= \frac{D \cos \alpha}{2 \sin \left(\frac{\mu}{2} - \alpha \right)} \end{aligned} \quad (4)$$

۲-۳- محاسبه ضریب تداخل دو توربین^۱

ضریب تداخل مقدار توان از دست رفته بین دو توربین را محاسبه

1 Interference Coefficient



شکل ۴: فلوچارت روش‌های بهینه‌سازی الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات

Fig. 4. GA and PSO methods flowcharts

$$\sum_{i \in \Omega} x_i \leq b \quad (7)$$

$$x_i \in \{0,1\}, z_i^d \geq 0, b \leq v$$

که b تعداد مجاز توربین برای مزرعه است و قید انتهایی نیز کمتر نبودن تعداد سلول‌ها از تعداد توربین‌ها را تضمین می‌کند.

۳- بهینه‌سازی

برای بهینه‌سازی مساله فوق از دو روش الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ازدحام ذرات استفاده شده است. این الگوریتم‌ها برای بهینه‌سازی توابع غیرخطی بسیار قدرتمند هستند و هدف اصلی در استفاده از دو الگوریتم، مقایسه نتایج و ارزیابی صحت آن‌ها بوده است. هر دو روش الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات از جمله روش‌های بهینه‌سازی نامقید می‌باشند. بنابراین برای مساله مزرعه باد که دارای قیود مختلفی می‌باشد، باید با استفاده از ترفندهایی (از جمله روش پنالتی) مساله مقید را به یک مساله نامقید تبدیل نمود.

که در این رابطه، P_{Out} توان خروجی کل مزرعه می‌باشد و W نیز میزان وزش باد در هر جهت است. همچنین، P_i^d میزان کل توان تولیدی توسط هر سلول است که با توجه به تابع ویبول برای هر جهت باد بدست می‌آید. x_i معرف وجود توربین در سلول است، بدین گونه که در صورت وجود توربین در سلول i مقدار x_i برابر یک و در صورت عدم وجود توربین، مقدار آن صفر خواهد بود. i نیز شمارنده هر سلول و محل قرار توربین پایینی است و v مجموعه سلول‌ها می‌باشد. متغیر Z_i^d از جنس ضریب تداخل بین دو توربین است و در واقع مجموع کاهش توان توربین s ناشی از توربین‌های جلوتر است. d نشان‌دهنده جهت باد و s مجموعه جهات باد می‌باشد. با توجه به شکل مسئله، تعدادی قیود برای بدست آوردن پاسخ منطقی و بهینه نیاز است. تعداد توربین‌ها نباید از تعداد توربین‌های مشخص شده بیشتر باشند و همچنین در هر سلول بیش از یک توربین نمی‌تواند قرار گیرد؛ ضمناً مقدار Z_i^d همیشه مثبت است. قیدهای مساله عبارتند از:

۳-۱- الگوریتم ژنتیک

الهام گرفته است. هر عضو این گروه براساس اطلاعات و آگاهی خود و اطلاعات کلی گروه حرکت می‌کند. مثلاً اگر یکی از اعضا منبعی از غذا پیدا کند، علاوه بر این که خود به دنبال آن می‌رود، بقیه اعضای گروه را نیز تا حدودی به همراه خود می‌کشاند. بنابراین این روش را می‌توان براساس گروه‌های از اعضا در نظر گرفت که به دنبال بهترین مقدار برای تابع هدف حرکت می‌کنند. هر کدام از این اعضا دارای دو مشخصه موقعیت و سرعت می‌باشند که دائماً تغییر کرده و اصلاح می‌شود. هر عضو در فضای طراحی مسئله گردش می‌کنند و به دنبال نقطه بهینه می‌گردند، از سوی دیگر هر عضو بهترین موقعیت خود را نیز در نظر گرفته و در حافظه خود نگه می‌دارد. رد و بدل شدن اطلاعات میان این اعضا بر اساس بهترین نقاط برای هر عضو و بهترین نقطه تمام اعضا، موجب اصلاح مداوم موقعیت و سرعت هر عضو بر طبق روابط (۸) و (۹) می‌شود [۱۹ و ۲۱].

$$X_j(i) = X_j(i-1) + V_j(i), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

Table 1. Wind power table

جدول ۱: جدول وزش باد (سرعت باد و مقادیر تابع ویول)

K	سرعت (m/s)	میزان وزش (%)	جهت (deg)	بردار
۱/۸	۷/۸۵	۸/۱	۳۴۵-۱۵	N
۲/۷۳	۹/۹۱	۲۱/۶	۱۵-۴۵	NNE
۲/۴۶	۷/۳۳	۱۵/۳	۴۵-۷۵	ENE
۲/۴۰	۶/۲۳	۹/۴	۷۵-۱۰۵	E
۱/۶۱	۴/۴۷	۲/۹	۱۰۵-۱۳۵	ESE
۱/۴۶	۳/۱۴	۱/۵	۱۳۵-۱۶۵	SSE
۱/۴۰	۳/۷۸	۲/۱	۱۶۵-۱۹۵	S
۱/۵۴	۸/۲۸	۵/۷	۱۹۵-۲۲۵	SSW
۲/۲۴	۱۱/۷۴	۱۶/۹	۲۲۵-۲۵۵	WSW
۱/۷۶	۸/۵۹	۹/۰	۲۵۵-۲۸۵	W
۱/۶۲	۴/۷۲	۴/۳	۲۸۵-۳۱۵	WNW
۱/۵۰	۵/۳۲	۳/۳	۳۱۵-۳۴۵	NNW
۱/۸۱	۸/۳۴	۱۰۰		تمام اطلاعات

این الگوریتم براساس تولید مثل موجودات و تغییراتی که در کروموزوم‌های آن‌ها در طی نسل‌ها اتفاق می‌افتد، ایجاد شده است. در واقع الگوریتم ژنتیک، براساس تئوری داروین، اصل بقای اصلح را در میان اعضای یک جمعیت در طی نسل‌های متوالی شبیه‌سازی می‌کند. هر نسل شامل جمعیتی از رشته کاراکترها است که مشابه کروموزوم‌هایی که در ما دیده می‌شوند، می‌باشند. هر فرد نمایانگر یک نقطه در فضای جستجوی پارامترها خواهد بود. مقادیر متغیرها در این الگوریتم به شکل رشته‌های دودویی نمایش داده می‌شوند. الگوریتم ژنتیک در هر مرحله، برای ایجاد نسل جدید، از سه عملگر استفاده می‌کند: ۱- عملگر انتخاب، ۲- عملگر ترکیب و ۳- عملگر جهش [۲۰-۱۶]. در عملگر انتخاب، با استفاده از مفهوم چرخ رولت و اعمال عدد احتمال به هر یک از اعضا براساس مقدار تابع هدف، مجموعه‌ای از بهترین اعضای جمعیت انتخاب می‌شوند. در مرحله ترکیب، با تغییر برخی از پارامترها در اعضای والدین، اعضای جدید به عنوان فرزندان ایجاد می‌شوند. در عملگر جهش نیز برخی از پارامترهای طراحی به صورت ناگهانی تغییر می‌کنند و دارای مقادیر جدیدی می‌شوند. البته احتمال تغییرات در جمعیت براساس عملگر ترکیب و عملگر جهش با استفاده از پارامترهایی تعیین می‌شود. فلوجارت روش الگوریتم ژنتیک در شکل ۴-الف ارائه شده است.

برای استفاده از این الگوریتم، حداقل برای هر توربین یک متغیر می‌بایست تعریف شود که این متغیر نشان‌دهنده مکان آن توربین می‌باشد. سپس موقعیت توربین باید به عددی دودویی تبدیل شود. در این پژوهش، مقادیر سلول‌ها به صورت یک رشته (به طول تعداد سلول‌های مزرعه) بیان شده و در صورت حضور توربین در هر سلول مقدار آن را برابر با یک و در غیر اینصورت مقدار آن صفر خواهد بود. با انجام این کار نه تنها پردازش تبدیل اعداد دهدهی به دودویی و بالعکس کاسته شده، بلکه تنها با یک متغیر مقدار بیشینه توان خروجی مزرعه باد به دست می‌آید. هنگام تعیین مقادیر اولیه متغیرها معمولاً از اعداد تصادفی استفاده می‌شود، ولی در اینجا برای افزایش سرعت الگوریتم، به شکل تصادفی برای برخی از سلول‌های رشته موردنظر عدد یک در نظر گرفته می‌شود (به تعداد توربین‌های لازم برای مزرعه باد) و برای بقیه سلول‌ها صفر منظور خواهد شد.

۳-۲- الگوریتم ازدحام ذرات

الگوریتم ازدحام ذرات از جمله‌های روش‌های تکاملی و مدرن می‌باشد که از رفتار دسته‌جمعی موجوداتی مثل حشرات، زنبورها، مورچگان و پرندگان

Table 2. Optimized solution by GA and PSO

جدول ۲: مقادیر بهینه شده به وسیله الگوریتم ژنتیک و ازدحام ذرات

تقسیم‌بندی مزرعه	فاصله بین سلول‌ها (m)	تعداد توربین‌ها	بیشینه توان (MWh) در الگوریتم ژنتیک	بیشینه توان (MWh) در الگوریتم ازدحام ذرات
۵×۵	۴۳۲	۹	۷/۸۵۱۹۷	۷/۸۵۱۹۷
۶×۶	۳۶۰	۹	۷/۸۵۲۷۰	۷/۸۵۲۵۵
۷×۷	۳۰۸/۵۷	۱۶	۱۳/۹۴۵۱۳	۱۳/۹۵۰۰۵
۸×۸	۲۷۰	۱۶	۱۳/۹۴۵۶۲	۱۳/۹۵۱۹۴
۹×۹	۲۴۰	۲۵	۲۱/۷۵۶۲۹	۲۱/۷۶۸۳۹
۱۰×۱۰	۲۱۶	۲۵	۲۱/۷۵۵۰۴	۲۱/۷۷۳۸۰

مقدار r_2 که شعاع پره‌های توربین است برابر با مقدار واقعی یعنی ۴۰ متر در نظر گرفته شده است.

مساله براساس تعداد مختلفی از توربین‌ها (به تعداد ۹، ۱۶ و ۲۵ توربین) و همچنین براساس تقسیمات متفاوت مزرعه (تقسیم‌بندی ۵×۵، ۶×۶، ۷×۷، ۸×۸، ۹×۹ و ۱۰×۱۰) حل شده است [۱۴]. نتایج بهینه‌سازی مساله که شامل مقادیر بیشینه توان استحصالی از مزرعه باد به وسیله الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ازدحام ذرات است در جدول ۲ ارائه شده است.

با توجه به مقادیر استخراج شده در جدول ۲، می‌توان مشاهده نمود که نتایج دو روش بهینه‌سازی بسیار به یکدیگر نزدیک‌اند. البته با توجه به این‌که تعداد توربین‌ها در هر یک از حالات مشخص و ثابت بوده، و هدف الگوریتم‌های بهینه‌سازی تغییر در جانمایی آن‌هاست، نزدیکی توان‌های استخراج شده امری بدیهی است. با این حال، به‌جز در حالت اول (۵×۵) که توان استخراجی دو الگوریتم کاملاً مشابه یکدیگر است و حالت دوم (۶×۶) که الگوریتم ژنتیک عملکرد بهتری داشته، در بقیه حالات و در تعداد توربین‌های بالاتر، الگوریتم ازدحام ذرات به توان بیشتری دست یافته است. شکل ۵، محل قرارگیری توربین‌ها در مزرعه ۵×۵ با ۹ توربین را نشان می‌دهد و مقدار توان برای هر توربین نیز در آن مشخص می‌باشد. در این حالت دو الگوریتم به پاسخ یکسانی رسیده‌اند.

شکل ۶ جانمایی توربین‌ها در مزرعه ۶×۶ و توان هر توربین را نشان می‌دهد. با توجه به این شکل و جدول ۲، می‌توان دریافت که فقط در این حالت الگوریتم ژنتیک عملکرد بهتری نسبت به الگوریتم ازدحام ذرات داشته

$$V_j(i) = \rho(i) V_j(i-1) + c_1 r_1 (P_{best,j} - X_j(i-1)) + c_2 r_2 (G_{best} - X_j(i-1)), \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

c_1 و c_2 نرخ دریافت اطلاعات شخصی و گروهی می‌باشند که برابر ۲ در نظر گرفته شده و r_1 و r_2 نیز اعداد تصادفی بین صفر و یک می‌باشند. $P_{best,j}$ بهترین نقطه از لحاظ مقدار تابع هدف برای عضو j ام و G_{best} بهترین نقطه در میان کل اعضا می‌باشد. $\rho(i)$ ضریب وزنی می‌باشد که معمولاً بطور خطی از ۰/۹ تا ۰/۴ تغییر می‌کند. فلوچارت این روش در شکل ۴-ب ارائه شده است.

۴- نتایج

برای شبیه‌سازی مزرعه باد از توربین مدل وستاس وی ۸۰^۱ استفاده شده است که مقادیر توان خروجی متناسب با سرعت باد و مقدار ضریب محوری را می‌توان از برگه اطلاعات توربین استخراج نمود و با استفاده از برازش منحنی، مقادیر توان و ضریب محوری را بدست آورد. برای مقادیر باد نیز ۱۲ جهت باد که مرسوم‌ترین تعداد جهت باد است در نظر گرفته شده است و مقادیر آن براساس مرجع [۱۴] در جدول ۱ نشان شده است.

یک مزرعه باد به ابعاد ۲/۱۶ کیلومتر در ۲/۱۶ کیلومتر در نظر گرفته شده و مقدار تانژانت زاویه α نیز برابر با ۰/۰۷۵ انتخاب شده است [۱۴]. همچنین

1 Vestas V80

۰/۸۷۲۶۰				۰/۸۷۲۵۵
	۰/۸۷۲۴۳		۰/۸۷۲۲۳	
		۰/۸۷۲۶۱		
	۰/۸۷۲۳۵		۰/۸۷۲۰۹	
۰/۸۷۲۵۹				۰/۸۷۲۵۱

الف- الگوریتم ژنتیک

۰/۸۷۲۶۰				۰/۸۷۲۵۵
	۰/۸۷۲۴۳		۰/۸۷۲۲۳	
		۰/۸۷۲۶۱		
	۰/۸۷۲۳۵		۰/۸۷۲۰۹	
۰/۸۷۲۵۹				۰/۸۷۲۵۱

ب- الگوریتم ازدحام ذرات

شکل ۵: جانمایی ۹ توربین در مزرعه ۵×۵ و توان تولیدی توسط هر توربین

Fig. 5. Locating 9 turbines in a 5×5 wind farm

	۰/۸۷۲۵۷				۰/۸۷۲۴۸
				۰/۸۷۲۵۵	
			۰/۸۷۲۶۰		
		۰/۸۷۲۶۰			
	۰/۸۷۲۴۹				۰/۸۷۲۴۱
۰/۸۷۲۵۹				۰/۸۷۲۴۰	

الف- الگوریتم ژنتیک

		۰/۸۷۲۵۸			
	۰/۸۷۲۵۲				۰/۸۷۲۴۵
۰/۸۷۲۵۵				۰/۸۷۲۴۴	
			۰/۸۷۲۵۸		
		۰/۸۷۲۵۴			
	۰/۸۷۲۵۲				۰/۸۷۲۳۵

ب- الگوریتم ازدحام ذرات

شکل ۶: توربین در مزرعه ۶×۶ و توان تولیدی توسط هر توربین

Fig. 6. Locating 9 turbines in a 6×6 wind farm

	./۸۷۲۱۰		./۸۷۲۴۵			./۸۷۱۷۱
						./۸۷۱۲۹
	./۸۷۱۸۵		./۸۷۲۲۱		./۸۷۱۱۳	
./۸۷۲۲۷						./۸۷۱۳۷
			./۸۷۱۷۰		./۸۷۱۰۴	
./۸۷۲۱۱				./۸۷۱۳۳		./۸۷۰۷۶
	./۸۷۲۰۵				./۸۷۱۴۶	

الف- الگوریتم ژنتیک

./۸۷۲۴۵				./۸۷۱۹۸		./۸۷۱۶۱
			./۸۷۲۱۰		./۸۷۱۲۳	
		./۸۷۲۴۰				./۸۷۱۵۹
	./۸۷۲۳۰				./۸۷۱۷۷	
./۸۷۲۲۴				./۸۷۲۰۹		
	./۸۷۱۴۶		./۸۷۱۵۵			
./۸۷۱۹۰		./۸۷۱۳۳				./۸۷۲۰۶

ب- الگوریتم ازدحام ذرات

شکل ۷: جانمایی ۱۶ توربین در مزرعه ۷×۷ و توان تولیدی توسط هر توربین

Fig. 7. Locating 16 turbines in a 7×7 wind farm

بین توربین‌ها بیشتر باشد متوسط توان دریافتی از مزرعه باد بیشتر خواهد شد. از دیگر عوامل برای دریافت بیشتر انرژی از باد تعداد تقسیم‌بندی‌های مزرعه است؛ هرچه مزرعه تقسیمات مزرعه بیشتر باشد، دقت جانمایی توربین در مزرعه بیشتر می‌شود و میزان توان خروجی مزرعه نیز بیشتر می‌شود. مقایسه نتایج مربوط به مزارع (۸×۸) و (۷×۷) در تعداد ۹ توربین، که در جدول ۲ آمده است، موید این امر است و نشان می‌دهد توان استخراجی در مزرعه (۸×۸)

است. شکل‌های ۷ تا ۱۰ نیز نحوه چینش توربین‌ها و توان تولیدی آن‌ها را به ترتیب در مزارع با تقسیمات ۷×۷، ۸×۸، ۹×۹ و ۱۰×۱۰ را نشان می‌دهند. شکل‌های ۵ تا ۱۰ جانمایی توربین در یک مزرعه به ابعاد ۲۱۶۰ متر در ۲۱۶۰ متر را نشان می‌دهند. این توربین‌ها با توجه به متوسط میزان وزش باد از هر جهت و متوسط سرعت باد از هر جهت محاسبه شده است. یکی از مهم‌ترین عوامل در جانمایی توربین‌ها فاصله بین آن‌هاست. هرچه فاصله

	۰/۸۷۱۹۰		۰/۸۷۱۴۴				
			۰/۸۷۱۴۸			۰/۸۷۱۸۶	
	۰/۸۷۱۷۳						۰/۸۷۱۴۲
۰/۸۷۱۹۴		۰/۸۷۰۴۲				۰/۸۷۱۲۶	
					۰/۸۷۱۹۱		
				۰/۸۷۲۰۲			
۰/۸۷۱۹۱			۰/۸۷۱۷۵				۰/۸۷۱۶۱
		۰/۸۷۱۱۹				۰/۸۷۱۷۹	

الف- الگوریتم ژنتیک

۰/۸۷۲۳۷				۰/۸۷۲۱۸			
			۰/۸۷۲۱۰				۰/۸۷۲۰۴
		۰/۸۷۲۲۶				۰/۸۷۲۰۴	
	۰/۸۷۲۱۹				۰/۸۷۱۸۳		
۰/۸۷۲۳۸				۰/۸۷۱۹۳			
			۰/۸۷۱۹۶				۰/۸۷۱۶۰
		۰/۸۷۲۲۵				۰/۸۷۱۶۷	
	۰/۸۷۲۳۵						۰/۸۷۰۹۲

ب- الگوریتم ازدحام ذرات

شکل ۸: جانمایی ۱۶ توربین در مزرعه ۸×۸ و توان تولیدی توسط هر توربین

Fig. 8. Locating 16 turbines in a 8×8 wind farm

	./۸۷۱۳۷		./۸۷۱۰۴				./۸۷۱۳۶
		./۸۷۰۹۰				./۸۷۱۲۸	./۸۶۹۲۱
	./۸۷۱۵۳				./۸۷۱۳۱		
							./۸۷۰۷۶
	./۸۷۰۸۹		./۸۷۰۴۷			./۸۷۰۸۹	
./۸۷۱۴۳				./۸۶۹۴۸		./۸۶۹۵۱	./۸۶۸۵۸
		./۸۶۹۴۸			./۸۶۹۴۸		./۸۶۸۴۶
./۸۷۱۲۰				./۸۶۹۴۶			
./۸۷۰۲۱		./۸۶۹۱۲			./۸۶۹۱۲		./۸۶۹۷۵

الف- الگوریتم ژنتیک

./۸۷۱۴۶			./۸۷۱۱۷			./۸۷۰۶۹	./۸۷۰۷۰
./۸۷۰۳۷				./۸۷۰۸۳			./۸۷۰۳۷
			./۸۷۰۸۶				./۸۷۰۰۸
./۸۷۰۷۹		./۸۷۰۶۶				./۸۷۱۰۱	
	./۸۷۰۹۷				./۸۷۱۰۱		
./۸۷۱۳۴				./۸۷۰۷۸			./۸۷۰۸۸
			./۸۷۱۵۴			./۸۷۰۶۶	
./۸۷۰۹۹		./۸۷۰۸۱					./۸۶۹۴۳
	./۸۷۱۱۰				./۸۷۱۳۶		./۸۶۸۵۳

ب- الگوریتم ازدحام ذرات

شکل ۹: جانمایی ۲۵ توربین در مزرعه ۹×۹ و توان تولیدی توسط هر توربین

Fig. 9. Locating 25 turbines in a 9×9 wind farm

-/۸۷۱۵۸		-/۸۷۰۲۴			-/۸۷۰۸۳			-/۸۷۱۳۷
				-/۸۷۰۱۹				
-/۸۷۰۶۱		-/۸۶۹۸۳						-/۸۷۰۷۸
	-/۸۶۹۷۹		-/۸۶۸۸۷					
-/۸۷۰۸۱								-/۸۷۰۴۱
	-/۸۶۹۸۶				-/۸۷۰۳۰			-/۸۶۸۹۳
-/۸۷۰۹۴				-/۸۷۰۰۵		-/۸۶۸۶۸		
			-/۸۷۱۲۲					-/۸۶۹۳۳
-/۸۷۱۰۳		-/۸۷۰۴۴				-/۸۷۰۰۱		-/۸۶۷۶۷
					-/۸۷۱۲۳			

الف- الگوریتم ژنتیک

		-/۸۷۲۰۴					-/۸۷۱۲۳	-/۸۷۰۶۷
	-/۸۷۱۷۲					-/۸۷۱۴۳		
-/۸۷۱۷۲				-/۸۷۱۲۹				-/۸۷۰۶۶
			-/۸۷۱۴۴					-/۸۷۰۹۲
-/۸۷۱۴۶						-/۸۷۰۹۳		
			-/۸۷۰۴۳		-/۸۷۰۱۰			-/۸۶۹۷۴
		-/۸۷۱۵۳						-/۸۷۰۵۹
	-/۸۷۱۶۹						-/۸۷۰۸۲	
-/۸۷۱۳۴				-/۸۷۰۷۸		-/۸۶۹۶۱		
-/۸۶۹۷۸			-/۸۷۰۸۲					-/۸۷۱۰۶

ب- الگوریتم ازدحام ذرات

شکل ۱: جانمایی ۲۵ توربین در مزرعه ۱۰×۱۰ و توان تولیدی توسط هر توربین

Fig. 10. Locating 25 turbines in a 10×10 wind farm

۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

سطح دوار پره‌های توربین	A_0
ضریب محوری توربین	C_t
قطر پره‌های توربین	D
جهت وزش باد	d
تابع توزیع ویبول	F
ارتفاع توربین از سطح زمین	h
ضریب سختی سطح توربین	z_0
ضریب تداخل	I
سطح اثر توربین بالایی	r_1
شعاع پره‌های توربین	r_0

علائم یونانی

زاویه هر جهت باد	μ
------------------	-------

منابع

- [1] J.S. González, A.G.G. Rodriguez, J.C. Mora, J.R. Santos, M.B. Payan, Optimization of wind farm turbines layout using an evolutive algorithm, *Renewable energy*, 35(8) (2010) 1671-1681.
- [2] G. Marmidis, S. Lazarou, E. Pyrgioti, Optimal placement of wind turbines in a wind park using Monte Carlo simulation, *Renewable energy*, 33(7) (2008) 1455-1460.
- [3] J.F. Ainslie, Calculating the flowfield in the wake of wind turbines, *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 27(1-3) (1988) 213-224.
- [4] K.E. Diamond, E.J. Crivella, Wind turbine wakes, wake effect impacts, and wind leases: Using solar access laws as the model for capitalizing on wind rights during the evolution of wind policy standards, *Duke Envtl. L. & Pol'y F.*, 22 (2011) 195.
- [5] L. Vermeer, J.N. Sørensen, A. Crespo, Wind turbine wake aerodynamics, *Progress in aerospace sciences*, 39(6-7) (2003) 467-510.
- [6] P.Y. Zhang, Topics in wind farm layout optimization:

بیشتر است (هر چند که اختلاف دو حالت اندک است). البته تعداد تقسیمات مزرعه حداکثر به تعدادی می‌تواند باشد که طول هر سلول از قطر توربین کمتر نباشد زیرا در این صورت امکان برخورد دو توربین با یکدیگر به وجود می‌آید. در مورد جانمایی‌های متفاوت و تاثیر آن‌ها بر نتایج حاصله نیز باید به این امر توجه نمود که این جانمایی‌ها با توجه به جهت وزش باد جدول ۱ بدست آمده‌اند. در نتیجه برای موقعیت جغرافیایی متفاوت و جهات وزش باد مختلف، طبیعتاً نتایج استخراجی دچار تغییر خواهند شد.

۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش به استخراج جانمایی بهینه توربین‌ها در یک مزرعه باد پرداخته شده است. حل این مساله بهینه‌سازی با دو روش الگوریتم ژنتیک و الگوریتم ازدحام ذرات و براساس تقسیم‌بندی‌های مختلف مزرعه (تقسیمات 5×5 ، 6×6 ، 7×7 ، 8×8 ، 9×9 و 10×10) و همچنین تعداد مختلفی از توربین‌ها (۹، ۱۶ و ۲۵ توربین) انجام شده است. از نوآوری‌های این پژوهش می‌توان به در نظر گرفتن همزمان برخی از عوامل تاثیرگذار از جمله میزان وزش باد در جهات مختلف، ضریب محوری واقعی توربین، توان واقعی توربین (از روی کاتالوگ آن) و همچنین میزان تداخل توربین‌ها اشاره کرد. با بررسی نتایج و مقایسه آن با کارهای قبلی می‌توان دریافت که در کل توان خروجی مزرعه باد افزایش یافته است. با اعمال تاثیر ضریب محوری واقعی توربین و زاویه α و همچنین مقدار واقعی توان خروجی توربین (که از روی کاتالوگ توربین استخراج شده است)، مشاهده می‌شود که جانمایی توربین نسبت به جانمایی مقاله یوسف‌بیگی و همکاران [۱۴] شکل نامنظم‌تری به خود گرفته است. در مقایسه با مرجع [۱۴] در تعداد توربین‌های بالا، مقدار توان دریافتی از مزرعه افزایش یافته است. همچنین مقایسه و بررسی‌های کلی نشان می‌دهد که چشم‌پوشی از تاثیر ضریب محوری تاثیر زیادی در پاسخ نهایی دارد. ضمناً اعمال میزان وزش باد در هرجهت و میزان سرعت باد به وضوح در جانمایی توربین باد موثر است و قطعاً می‌بایست برای جانمایی توربین باد در مزرعه باد از سرعت متوسط و تابع ویبول باد استفاده کرد، تا با بهینه کردن موقعیت قرارگیری توربین‌ها بیشترین توان را از مزرعه استخراج کرد.

- network, *INFOR: Information Systems and Operational Research*, 50(2) (2012) 95-104.
- [13] A. Emami, P. Noghreh, New approach on optimization in placement of wind turbines within wind farm by genetic algorithms, *Renewable Energy*, 35(7) (2010) 1559-1564.
- [14] S. Yousefbeigi, I.S. Akmandor, Wind Farm Optimization, in: *International Symposium on Innovative Technologies in Engineering and Science. ISITES*, 2015, pp. 3-5.
- [15] N.O. Jensen, A note on wind generator interaction, 1983.
- [16] P.A. Diaz-Gomez, D.F. Hougen, Initial Population for Genetic Algorithms: A Metric Approach, in: *GEM*, 2007, pp. 43-49.
- [17] W.-Y. Lin, W.-Y. Lee, T.-P. Hong, Adapting crossover and mutation rates in genetic algorithms, *J. Inf. Sci. Eng.*, 19(5) (2003) 889-903.
- [18] M. Mitchell, *An introduction to genetic algorithms*, MIT press, 1998.
- [19] S.S. Rao, *Engineering optimization: theory and practice*, John Wiley & Sons, 2009.
- [20] D. Whitley, A genetic algorithm tutorial, *Statistics and computing*, 4(2) (1994) 65-85.
- [21] A. Sardashti, H. Daniali, S. Varedi, Optimal free-defect synthesis of four-bar linkage with joint clearance using PSO algorithm, *Meccanica*, 48(7) (2013) 1681-1693.
- Analytical wake models, noise propagation, and energy production, University of Toronto (Canada), 2013.
- [7] R. Archer, G. Nates, S. Donovan, H. Waterer, Wind turbine interference in a wind farm layout optimization mixed integer linear programming model, *Wind Engineering*, 35(2) (2011) 165-175.
- [8] M. de Prada Gil, O. Gomis-Bellmunt, A. Sumper, J. Bergas-Jané, Power generation efficiency analysis of offshore wind farms connected to a SLPC (single large power converter) operated with variable frequencies considering wake effects, *Energy*, 37(1) (2012) 455-468.
- [9] S. Donovan, An improved mixed integer programming model for wind farm layout optimisation, in: *Proceedings of the 41st annual conference of the Operations Research Society*, Citeseer, 2006, pp. 143-151.
- [10] S.B. Donovan, *Whither the wind blows: wind flow modelling and wind farm layout optimisation*, University of Auckland, 2008.
- [11] S. Frandsen, R. Barthelmie, S. Pryor, O. Rathmann, S. Larsen, J. Højstrup, M. Thøgersen, Analytical modelling of wind speed deficit in large offshore wind farms, *Wind Energy: An International Journal for Progress and Applications in Wind Power Conversion Technology*, 9(1-2) (2006) 39-53.
- [12] A. Hertz, O. Marcotte, A. Mdimagh, M. Carreau, F. Welt, *Optimizing the design of a wind farm collection*

