



بررسی جریان سیال توانی درون یک میکروکانال دوبعدی براساس تئوری تنش کوپل - محاسبه طول مشخصه

فاطمه کریمی، افشین احمدی ندوشن*، یعقوب طادی بنی

دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شهرکرد، شهرکرد، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۰۸-۱۳
بازنگری: ۱۳۹۷-۰۹-۲۵
پذیرش: ۱۳۹۷-۱۲-۲۰
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۱-۰۵

کلمات کلیدی:

تنش کوپل
سیال توانی
طول مشخصه مادی
دبی حجمی جریان
میکروکانال

خلاصه: هدف از این مقاله بررسی جریان توسعه یافته سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی در یک میکروکانال دوبعدی بر اساس تئوری کاملاً سازگار تنش کوپل و محاسبه طول مشخصه مادی این سیالات است. در این مطالعه، ابتدا پروفیل سرعت و دبی حجمی جریان سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی قانون توانی در میکروکانال به روش تحلیلی بدست آمده و سپس طول مشخصه مادی سیالات نیوتنی آب و غیرنیوتنی خون با استفاده از روابط بدست آمده و داده‌های آزمایشگاهی سایر مقالات محاسبه شده است. مقایسه میان مقادیر طول مشخصه مادی آب و خون نشانگر وابسته بودن پارامتر طول مشخصه به جنس سیال است. با محاسبه طول مشخصه مادی، پروفیل سرعت خون حاصل از تئوری تنش کوپل درون میکروکانال محاسبه و با نتایج حاصل از تئوری کلاسیک نویر استوکس مقایسه شده است. نتایج نشان داده است با افزایش دبی حجمی جریان، اختلاف مقادیر بدست آمده از تئوری های تنش کوپل و کلاسیک افزایش می‌یابد. این افزایش اختلاف به معنی افزایش تأثیر پارامتر طول بر خصوصیات جریان درون میکروکانال است. همچنین پروفیل سرعت آب درون میکروکانال با نتایج آزمایشگاهی مشابه مقایسه شده و تطابق خوبی میان نتایج بدست آمده از تئوری تنش کوپل و نتایج آزمایشگاهی دیده می‌شود.

۱- مقدمه

بررسی آن‌ها نشان می‌دهد که ضخامت لایه پلازما به صورت غیرخطی با افزایش نرخ جریان افزایش می‌یابد و همچنین افت فشار به صورت خطی با نرخ جریان خون تغییر می‌کند. کو و همکاران [۶] سرعت و افت فشار جریان آب درون یک میکروکانال مستطیلی را به صورت آزمایشگاهی و عددی مطالعه و پروفیل سرعت جریان را در رینولدزهای مختلف محاسبه کردند. در این مطالعه نتایج مدل عددی که بر اساس تئوری کلاسیک نویراستوکس انجام گرفته، در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی قابل قبول بوده است.

خون سوسپانسیونی از پلاکت‌ها، سلول‌های قرمز و سفید خون می‌باشد و رفتار غیرهمگن و غیرنیوتنی آن در رگ‌هایی با قطر کوچک (در حدود ۲۰-۵۰۰ میکرومتر) مدت‌هاست که به اثبات رسیده است [۷]. از این رو برخی از بررسی‌کنندگان از مدل‌های دوفازی برای بررسی جریان خون درون میکروکانال‌ها استفاده کرده‌اند. وو و همکاران [۸] از یک مدل دوسیالی برای بررسی خواص چند جزئی و غیرنیوتنی خون در میکروکانال‌ها استفاده کردند. در این مطالعه، پلازما به صورت یک

میکروکانال‌ها یکی از انواع وسایل میکروسیالاتی هستند که در زمینه‌های مختلف همچون زیست‌شناسی سلولی، غربالگری دارو، میکروراکتورهای شیمیایی و یا میکروسلول‌های سوختی کاربرد دارند. بسیاری از وسایل میکروسیالاتی برای آنالیز پزشکی به خصوص آنالیز خون ساخته و مورد استفاده قرار می‌گیرند. پالایش خون یکی از مهم‌ترین کاربردهای میکروکانال‌ها در زمینه پزشکی است [۴-۱]. از این رو مطالعه جریان خون درون میکروکانال‌ها مورد توجه محققان قرار گرفته است. محاسبه پارامترهای جریان همچون سرعت، فشار و ضخامت لایه پلازما از جمله اهداف اصلی بسیاری از مطالعات آزمایشگاهی و عددی جریان درون میکروکانال‌ها بوده است. به عنوان مثال، سمپو و همکاران [۵] افت فشار و لایه پلاسمای جریان خون اسب و سگ را در شرایط مختلف جریان درون میکروکانال‌های مستطیلی مستقیم به صورت آزمایشگاهی مورد بررسی قرار دادند.

*نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ahmadi@eng.ska.ac.ir

شامل یک ویسکوزیته دوم است که وابسته به مقیاس طول بوده و در تئوری کلاسیک دیده نمی‌شود.

در این مطالعه، برای اولین بار، جریان خون درون میکروکانال‌ها براساس تئوری کاملاً سازگار تنش کوپل بررسی و طول مشخصه مادی با استفاده از روابط دبی جریان و داده‌های آزمایشگاهی محاسبه می‌شود. همچنین، حل دقیق جریان توسعه یافته سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی درون میکروکانال دوبعدی بدست آمده و با توجه به خاصیت غیرنیوتنی خون، از روابط گسترش یافته توسط کرمی و همکاران [۱۴] برای بررسی سیالات توانی استفاده خواهد شد.

۲- حل جریان درون میکروکانال دوبعدی

۲-۱- هندسه و شرایط مرزی

جریان آرام و توسعه یافته یک سیال توانی و تراکم‌ناپذیر در میان دو صفحه تخت و موازی مطابق شکل ۱ برقرار است. معادلات پیوستگی، ممنوم و شرایط مرزی حاکم بر مسئله بر اساس تئوری سازگار تنش کوپل و با صرف نظر از تاثیرات نیروی گرانش به صورت روابط (۱) تا (۴) می‌باشند:

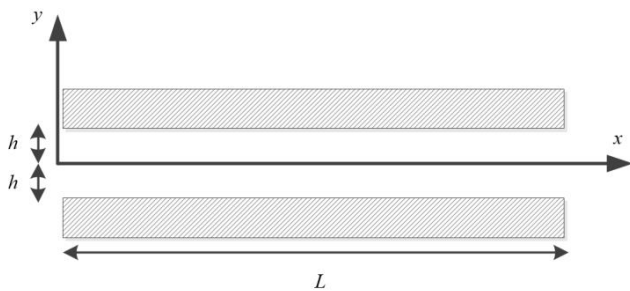
$$\nabla \cdot \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = \nabla \cdot \mathbf{A} \quad (2)$$

$$u = 0, M_x = 0, \text{ at } y = h, -h, \quad (3)$$

$$\frac{du}{dy} = 0, \text{ at } y = 0. \quad (4)$$

در اینجا، \mathbf{V} ، ρ ، \mathbf{A} به ترتیب بردار سرعت، چگالی، مولفه سرعت در جهت محور x و M_x بردار تنش کوپل است که برای یک سیال



شکل ۱: هندسه دوبعدی میکروکانال

Fig. 1. Two-dimensional geometry of the microchannel

سیال نیوتنی و سلول‌های قرمز خون به صورت سیال نازک شونده در برش در نظر گرفته شده‌اند. نتایج این شبیه‌سازی عددی که در نرم‌افزار اوپن فوم انجام گرفته است توزیع نسبت حجمی سلول‌های قرمز را در خون نشان می‌دهد و در پیش‌بینی مدل ترمبوز در دستگاه‌های خونی کاربرد دارد. کیم و همکاران [۹] از تئوری مخلوط [۱۰] برای مطالعه پروفیل سرعت خون و درصد حجمی سلول‌های قرمز خون درون میکروکانال استفاده کرده‌اند. بر اساس این تئوری خون به صورت یک سیال ویسکوز با ذرات شبه جامد در نظر گرفته شده است. پروفیل‌های سرعت بدست آمده در این حلگر دوفازی با داده‌های آزمایشگاهی تطابق خوبی داشته‌اند. چانگ و همکاران [۱۱] مدل ساده‌ای از قانون توانی جریان خون درون میکروکانال‌های مستقیم و میکروکانال‌هایی با خم ۹۰ درجه و انقباض ناگهانی رو مورد بررسی قرار دادند. مقادیر آزمایشگاهی فشار و نرخ جریان با مقادیر محاسبه شده توسط شبیه سازی‌های دینامیک سیال محاسباتی مقایسه شده است. مقاومت هیدرولیکی محاسبه شده در میکروکانال و رابطه نسبتاً خطی فشار و نرخ جریان در هر سه هندسه میکروکانال توسط نتایج آزمایشگاهی و شبیه‌سازی تایید شده است. کیاست‌فر و پورمحمود [۱۲] انتقال حرارت و جریان آرام کاملاً توسعه یافته سیالات غیرنیوتنی توانی درون یک میکروکانال مربعی را در حضور میدان مغناطیسی مورد بررسی قرار دادند. در این مطالعه، معادلات جریان و انرژی به روش اختلاف محدود حل شده و تأثیر اعداد هاتمن و ریکمن بر روی پروفیل‌های سرعت، دما و عدد ناسلت بررسی شده است.

به دلیل کوچک بودن ابعاد میکروکانال‌ها علاوه بر رفتار غیرنیوتنی خون در این هندسه‌ها، تأثیر مقیاس طول در خصوصیات جریان نیز غیرقابل انکار خواهد بود. بنابراین به نظر می‌رسد تئوری‌های جدید همچون تئوری کاملاً سازگار تنش کوپل که شامل پارامتر طول مشخصه مادی هستند نتایج بهتری را نسبت به تئوری‌های کلاسیک ارائه دهند. تئوری کاملاً سازگاری که توسط حاج‌اسفندیاری و همکاران [۱۳] معرفی شده بسیاری از ناسازگاری‌های موجود در سایر تئوری‌های تنش کوپل همچون تعداد زیاد مجهولات موجود در تئوری تنش کوپل استوکس را برطرف نموده است. حاج‌اسفندیاری و همکاران [۱۳] با تشخیص وابستگی نیروها و کوپل‌های حجمی و خاصیت پادمتقارن بودن تانسور تنش کوپل، تعداد اجزای تانسور تنش کوپل و مجهولات معادلات را کاهش دادند. علاوه بر این، این تئوری

$$\bar{y} = \frac{y}{h}, \bar{x} = \frac{x}{L}, \bar{u} = \frac{u}{U}, L^* = \frac{l}{h} \quad (13)$$

$$\bar{P} = \frac{h^2 P}{L \mu_0 U}, \mu_0 = \frac{k U^{n-1}}{h^{n-1}}$$

معادلات (۱) و (۲) به صورت روابط (۱۴) تا (۱۸) ساده می‌شوند:

$$\frac{d\bar{u}}{d\bar{x}} = 0, \bar{v} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{y}} = 0 \quad (15)$$

$$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} + \frac{dS_{yx}}{d\bar{y}} = 0 \quad (16)$$

$$\bar{u} = 0, M_x = \frac{d^2 \bar{u}}{d\bar{y}^2} = 0, at \bar{y} = 1, -1, \quad (17)$$

$$\frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} = 0, at \bar{y} = 0. \quad (18)$$

با توجه به هندسه مسئله، نرخ برش، تنش برشی و تنش کوپل

منفی هستند، بنابراین مولفه تانسور تنش برشی S_{yx} از رابطه (۱۹) محاسبه می‌شود:

$$S_{xy} = - \left(-\frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} \right)^n - L^{*2} \left\{ \begin{aligned} &-(n-1) \left(-\frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} \right)^{n-2} \\ &\left(\frac{d^2 \bar{u}}{d\bar{y}^2} \right)^2 + \left(-\frac{d\bar{u}}{d\bar{y}} \right)^{n-1} \frac{d^3 \bar{u}}{d\bar{y}^3} \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

در صورتی که $n=1$ باشد معادله (۱۶) به شکل معادله ممنوم

برای یک سیال نیوتنی تبدیل می‌شود:

$$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} + \frac{d^2 \bar{u}}{d\bar{y}^2} - L^{*2} \frac{d^4 \bar{u}}{d\bar{y}^4} = 0 \quad (20)$$

و در صورتی که $L^* = 0$ معادله (۲۰) به معادله کلاسیک

نویراستوکس تبدیل می‌شود.

۲-۲- حل معادله ممنوم و محاسبه دبی جریان

با انتخاب متغیر جدید $f = (-d\bar{u} / d\bar{y})^n$ معادله (۱۶) به

صورت زیر ساده می‌شود:

$$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{x}} - \frac{\partial f}{\partial \bar{y}} + \frac{L^{*2}}{n} \frac{\partial^3 f}{\partial \bar{y}^3} = 0 \quad (21)$$

$$f = \frac{L^*}{\sqrt{n}} \left\{ C_2 e^{\sqrt{n}\bar{y}/L^*} - C_1 e^{-\sqrt{n}\bar{y}/L^*} \right\} - \frac{d\bar{P}}{d\bar{x}} \bar{y} + C_3 \quad (22)$$

همگن و تراکم‌ناپذیر با استفاده از رابطه‌های (۵) تا (۷) بدست می‌آید [۱۳]:

$$M_i = -8\eta K_i \quad (5)$$

$$K_i = \frac{1}{4} (v_{k,ki} - v_{i,kk}) \quad (6)$$

$$\frac{\eta}{\mu_{eff}} = l^2 \quad (7)$$

در این روابط، K_i ، η ، μ_{eff} و l به ترتیب بردار نرخ انحناء، ویسکوزیته دوم، ویسکوزیته موثر سیال توانی و طول مشخصه مادی سیال و وابسته به نوع سیال، هندسه و شرایط مرزی مسئله است. روابط (۳) و (۴) به ترتیب بیانگر شرط عدم لغزش و ممان صفر بر روی دیواره کانال و شرط تقارن محوری می‌باشند.

A تانسور تنش نیرویی و از دو بخش متقارن و پادمقارن تشکیل شده است [۱۳]:

$$A_{ji} = A_{(ji)} + A_{[ji]} \quad (8)$$

$A_{(ji)}$ مولفه بخش متقارن تانسور تنش کوپل است که برای سیال توانی با استفاده از روابط (۹) تا (۱۱) قابل محاسبه است [۱۴]:

$$A_{(ji)} = -P\delta_{ij} + 2\mu_{eff} D_{ij} \quad (9)$$

$$D_{ij} = \frac{1}{2} (v_{j,i} + v_{i,j}) \quad (10)$$

$$\mu_{eff} = k (v_{j,i} + v_{i,j})^{n-1} \quad (11)$$

k شاخص سازگاری سیال و $A_{[ji]}$ بخش پادمقارن تانسور تنش نیرویی است که برای سیال توانی از رابطه (۱۲) بدست می‌آید [۱۴]:

$$A_{[ji]} = -M_{[i,j]} = l^2 k \begin{bmatrix} (n-1)(v_{i,j} + v_{j,i})^{n-2} (v_{i,ji} + v_{j,ij}) \\ (v_{k,ki} - v_{i,kk}) + (v_{i,j} + v_{j,i})^{n-1} \\ (v_{k,kij} - v_{i,kkj}) - (n-1)(v_{i,j} + v_{j,i})^{n-2} \\ (v_{j,ji} + v_{i,ij})(v_{k,kj} - v_{j,kk}) \\ -(v_{i,j} + v_{j,i})^{n-1} (v_{k,kji} - v_{j,kki}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

n توان قانون توانی است.

بنابراین، با توجه به شرط توسعه‌یافتگی و با استفاده از پارامترهای

بدون بعد رابطه (۱۳):

استوکس به صورت رابطه (۲۸) است:

$$-\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} - \frac{d}{dy} \left(-\frac{d\bar{u}}{dy} \right)^n = 0 \quad (28)$$

با حل تحلیلی معادله (۲۸) و به کار بردن شرایط مرزی (معادلات (۱۷) و (۱۸)) پروفیل سرعت به صورت رابطه (۲۹) بدست می‌آید:

$$\bar{u} = \frac{1}{1+1/n} \left(-\frac{d\bar{P}}{dx} \right)^{1/n} (1 - \bar{y}^{1/n+1}) \quad (29)$$

بنابراین نرخ جریان براساس تئوری کلاسیک به صورت رابطه (۳۰) خواهد بود:

$$Q_0 = \frac{2h^{2+1/n} w}{k^{1/n} (2+1/n)} \left(-\frac{dP}{dx} \right)^{1/n} \quad (30)$$

ویسکوزیته دوم η که وابسته به طول مشخصه مادی l است مشابه ویسکوزیته دینامیکی سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی تعیین می‌شود. طول مشخصه مادی همان پارامتر اساسی در تئوری‌های تنش کوپل است که در روابط تئوری کلاسیک دیده نمی‌شود. این پارامتر وابسته به نوع سیال، هندسه، شرایط اولیه و شرایط مرزی است و از طریق شبیه‌سازی دینامیک مولکولی یا نتایج آزمایشگاهی قابل محاسبه است. بنابراین با استفاده از روابط بدست آمده برای دبی حجمی جریان و با داشتن مقادیر تجربی دبی حجمی و گرادیان فشار بدست آمده از نتایج آزمایشگاهی می‌توان طول مشخصه مادی را محاسبه کرد.

۳- نتایج و بحث

در این بخش طول مشخصه مادی برای دو سیال غیرنیوتنی و نیوتنی درون میکروکانال با استفاده از نتایج آزمایشگاهی سمپیو و همکاران [۵] محاسبه خواهد شد. سمپیو و همکاران [۵] با انجام مطالعه آزمایشگاهی بر روی سیال آب و خون سگ درون سه هندسه میکروکانال ویسکوزیته، دبی حجمی جریان، افت فشار و ضخامت لایه پلاسمای خون را محاسبه کرده‌اند. ما از نتایج آزمایشگاهی مرجع [۵] همچون افت فشار و دبی جریان در یک هندسه مشخص میکروکانال استفاده خواهیم کرد و طول مشخصه مادی جریان آب و خون سگ درون یک میکروکانال مشخص را محاسبه خواهیم کرد. در

و در نهایت با به کار بردن شرایط مرزی معادلات (۱۷) و (۱۸) مقدار \bar{u} به روش تحلیلی و با استفاده از نرم‌افزار میپل به صورت رابطه (۲۳) محاسبه شده است:

$$\bar{u} = \left(-\frac{d\bar{P}}{dx} \right)^{1/n} \left\{ \int_0^{\bar{y}} \left[\frac{L^*}{\sqrt{n}} \left(\frac{e^{-\sqrt{n}\bar{y}/L^*} - e^{\sqrt{n}\bar{y}/L^*}}{e^{-\sqrt{n}/L^*} + e^{\sqrt{n}/L^*}} \right) + \bar{y} \right]^{1/n} d\bar{y} + \int_0^1 \left[\frac{L^*}{\sqrt{n}} \left(\frac{e^{-\sqrt{n}\bar{y}/L^*} - e^{\sqrt{n}\bar{y}/L^*}}{e^{-\sqrt{n}/L^*} + e^{\sqrt{n}/L^*}} \right) \right]^{1/n} d\bar{y} \right\} \quad (23)$$

این در حالی است که پروفیل سرعت سیال نیوتنی که بر اساس تئوری تنش کوپل از حل تحلیلی معادله (۲۰) محاسبه می‌شود به صورت زیر خواهد بود:

$$\bar{u} = \left(-\frac{d\bar{P}}{dx} \right) \left\{ \frac{L^{*2}}{e^{-1/L^*} + e^{1/L^*}} (e^{-\bar{y}/L^*} + e^{\bar{y}/L^*}) + \frac{1}{2} (1 - \bar{y}^2) - L^{*2} \right\} \quad (24)$$

با دبی جریان درون هندسه میکروکانال (شکل ۱) از رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود:

$$Q = 2 \int_0^h u dy \quad (25)$$

بنابراین با جایگذاری پروفیل سرعت رابطه (۲۳) در معادله (۲۵) دبی جریان به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Q = \frac{2h^{1/n+2} w}{k^{1/n}} \left(-\frac{dP}{dx} \right)^{1/n} \int_0^1 \left\{ \int_0^{\bar{y}} \left[\frac{L^*}{\sqrt{n}} \left(\frac{e^{-\sqrt{n}\bar{y}/L^*} - e^{\sqrt{n}\bar{y}/L^*}}{e^{-\sqrt{n}/L^*} + e^{\sqrt{n}/L^*}} \right) + \bar{y} \right]^{1/n} d\bar{y} + \int_0^1 \left[\frac{L^*}{\sqrt{n}} \left(\frac{e^{-\sqrt{n}\bar{y}/L^*} - e^{\sqrt{n}\bar{y}/L^*}}{e^{-\sqrt{n}/L^*} + e^{\sqrt{n}/L^*}} \right) \right]^{1/n} d\bar{y} \right\} d\bar{y} \quad (26)$$

در رابطه (۲۶) چنانچه $n=1$ باشد نرخ جریان برای یک سیال نیوتنی به صورت رابطه (۲۷) محاسبه می‌شود:

$$Q_{new} = \frac{2h^3 w}{\mu} \left(-\frac{dP}{dx} \right) \left\{ L^{*3} \frac{e^{2/L^*} - 1}{e^{2/L^*} + 1} - L^{*2} + 1/3 \right\} \quad (27)$$

در اینجا μ ویسکوزیته سیال نیوتنی است.

۳-۲- محاسبه سرعت سیال توانی بر اساس تئوری کلاسیک

معادله ممنتوم برای سیال توانی بر اساس تئوری کلاسیک نویر

آب در دما 25°C به ترتیب برابر 0.000889 پاسکال ثانیه و 997 کیلوگرم بر مترمکعب در نظر گرفته شده است.

نتایج جدول ۲ نشان می‌دهد طول مشخصه مادی سیال نیوتنی آب در یک میکروکانال با هندسه و شرایط مرزی مشخص چندان وابسته به نرخ جریان و گرادیان فشار نیست.

۳-۲- محاسبه طول مشخصه مادی خون سگ درون میکروکانال

طول مشخصه مادی بدون بعد خون سگ درون میکروکانال C_2 با مشخصات جدول ۱ برای سه مقدار مختلف گرادیان فشار و دبی حجمی 10 ، 20 و 30 میکرولیتر بر دقیقه در جدول ۳ نشان داده شده است. این مقادیر به روش سعی و خطا و از طریق رابطه (۲۶) محاسبه شده‌اند. شاخص سازگاری و توان پاورلو خون سگ در دمای 25°C با توجه به نتایج آزمایشگاهی سمپیو و همکاران [۵] به ترتیب به صورت 0.014 و 0.8489 در نظر گرفته شده است. بیشترین مقدار خطای اندازه‌گیری دبی حجمی در این مطالعه آزمایشگاهی ۲ درصد بوده است.

دبی حجمی Q_0 براساس تئوری کلاسیک و از رابطه (۳۰) برای سه مقدار مختلف گرادیان فشار درون میکروکانال محاسبه و در جدول ۳ نشان داده شده است.

نتیجه‌ی حاصل از محاسبه طول مشخصه مادی خون سگ درون میکروکانال برای سه مقدار مختلف گرادیان فشار و دبی حجمی در جدول ۳ و مقایسه آن با نتایج جدول ۲ نشان می‌دهد که مقدار طول مشخصه مادی برای سیال غیرنیوتنی خون وابسته به جنس سیال بوده و با افزایش دبی جریان کاهش اندکی یافته است. با محاسبه مقدار طول مشخصه مادی پروفیل سرعت و تنش برشی قابل محاسبه خواهد بود.

جدول ۲: طول مشخصه مادی بی‌بعد محاسبه شده جریان آب برای سه مقدار مختلف دبی حجمی

Table 2. The dimensionless characteristic material length scale of water for three different flow rate values

طول مشخصه مادی بی بعد	دبی حجمی ($\mu\text{l}/\text{min}$)
۰/۲۹	۱۰
۰/۲۸۸	۲۰
۰/۲۹	۲۵

این بخش سعی بر آن بوده تا از نتایج آزمایشگاهی استفاده شود که در هندسه‌های مورد مطالعه آن‌ها، نسبت پهنا به ارتفاع میکروکانال بیشتر بوده و تأثیرات هندسه سه‌بعدی مقطع کانال بر روی نتایج به حداقل برسد (جدول ۱).

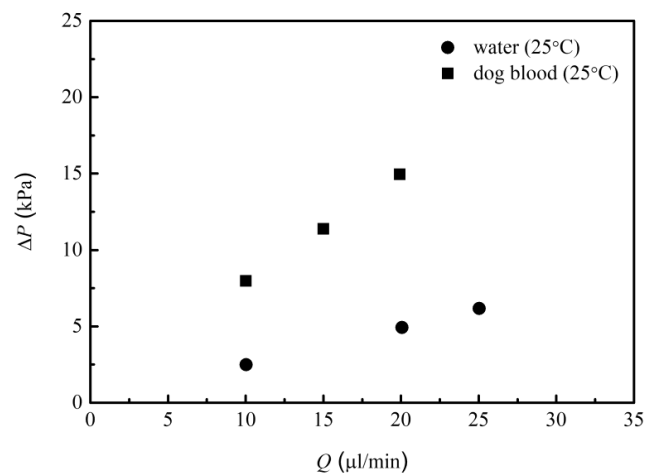
۳-۱- محاسبه طول مشخصه مادی آب درون میکروکانال

تغییرات افت فشار بر اساس دبی حجمی برای دو سیال آب و خون سگ براساس نتایج آزمایشگاهی سمپیو و همکاران [۵] در شکل ۲ آورده شده است. این نتایج برای میکروکانال C_1 با مشخصات جدول ۱ اندازه‌گیری شده است و از یک پمپ سرنگی جهت اندازه‌گیری دبی جریان و از دو تپ فشار به فاصله یک سانتی‌متر برای اندازه‌گیری افت فشار استفاده شده است. با جایگذاری داده‌های آزمایشگاهی در رابطه (۲۷) و انجام سعی و خطا، مقدار طول مشخصه مادی بدون بعد L^* برای سه مقدار مختلف دبی حجمی آب 10 ، 20 و 30 میلی‌لیتر بر دقیقه درون میکروکانال C_1 محاسبه می‌شود. ویسکوزیته و چگالی

جدول ۱: ابعاد هندسی میکروکانال

Table 1. Geometrical dimensions of the microchannel

میکروکانال	ارتفاع (μm)	پهنا (μm)
C_1	۳۸	۱۶۰
C_2	۲۲۲	۶۹۴



شکل ۲: افت فشار اندازه‌گیری شده در کانال C_1 برای دو سیال آب و خون [۵]

Fig. 2. Pressure drop measured for water and blood flow in the microchannel C_1 [5].

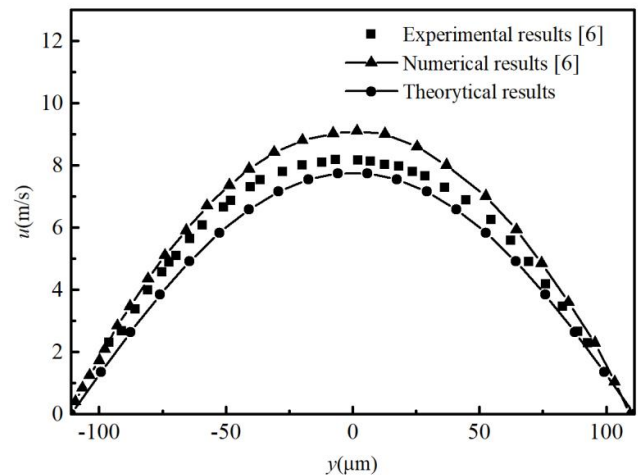
جدول ۳: طول مشخصه مادی محاسبه شده جریان خون سگ برای سه مقدار مختلف دبی حجمی

Table 3. The dimensionless characteristic material length scale of dag blood for three different flow rate values

Q_0 ($\mu\text{l}/\text{min}$)	طول مشخصه مادی بی بعد	دبی حجمی آزمایشگاهی ($\mu\text{l}/\text{min}$) [۵]	گرادیان فشار (kPa/m) [۵]
۸/۱۶	۰/۲۷۳	۱۰	۷۹۶/۵۶۳
۱۲/۴۲	۰/۲۶	۱۵	۱۱۳۸/۰۶
۱۷/۱۶	۰/۲۳	۲۰	۱۴۹۵/۰۴

از رابطه (۲۴) براساس تئوری کاملاً سازگار تنش کوپل برای سیالات نیوتنی و با فرض مقادیر دبی حجمی $۴۶۴۳/۱۶$ میکرولیتر بر دقیقه، عدد رینولدز ۱۸۹۵ و گرادیان فشار $۱۴۷۳/۸۴۳$ - کیلوپاسکال بر متر بدست آمده است. مقدار طول مشخصه مادی بی بعد جریان سیال برابر $۰/۳۷۲$ و از رابطه (۲۷) محاسبه شده است. کمترین اختلاف میان نتایج تئوری و آزمایشگاهی در شکل ۳ مربوط به مرکز کانال و به مقدار $۴/۷$ درصد و بیشترین مقدار اختلاف $۱۰/۵$ درصد است. اختلاف نتایج تئوری با داده‌های آزمایشگاهی به دلیل فرضیات ساده کننده‌ای همچون دوبعدی بودن میکروکانال است؛ در صورتی که در تحلیل عددی، هندسه میکروکانال به صورت سه بعدی مدل شده است. با این وجود، کمترین مقدار اختلاف میان نتایج عددی و آزمایشگاهی $۱/۲۰$ درصد و بیشترین مقدار $۱۱/۴۸$ درصد است. بنابراین می‌توان گفت روابط تحلیلی حاصل از تئوری تنش کوپل نتایج قابل قبولی را در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی ارائه کرده‌اند.

پروفیل سرعت جریان سیال غیرنیوتنی خون درون میکروکانال C_1 بر اساس تئوری سازگار تنش کوپل با نتایج کلاسیک در شکل ۴ مقایسه شده است. این نتایج برای مقادیر مختلف دبی حجمی و داشتن مقدار طول مشخصه محاسبه شده در جدول ۳ و با توجه به رابطه (۲۳) محاسبه شده‌اند. همانطور که مشخص است میان مقادیر حاصل از تئوری تنش کوپل و تئوری کلاسیک اختلاف قابل ملاحظه‌ای وجود دارد و از آنجاکه مهمترین عامل اختلاف میان دو این تئوری در بررسی جریان (در شرایط و هندسه یکسان)، در نظر گرفتن تأثیر طول مشخصه مادی است، می‌توان نتیجه گرفت با افزایش دبی جریان، تأثیر مقیاس طول و ابعاد هندسی بر خصوصیات جریان افزایش می‌یابد؛ همانگونه که تأثیر پارامتر طول در جریان متلاطم قبلاً به اثبات رسیده است.



شکل ۳ مقایسه پروفیل سرعت تئوری آب ($L^* = ۰/۳۷۲$) درون میکروکانال C_2 با نتایج آزمایشگاهی و عددی کو و همکاران [۶]

Fig. 3: Comparison of the theoretical water velocity profile in microchannel C_2 and experimental results of Qu et al. [6]

مقایسه میان مقادیر دبی حجمی حاصل از تئوری کلاسیک و نتایج آزمایشگاهی در جدول ۳ نشان می‌دهد که بیشترین مقدار اختلاف نسبت به داده‌های آزمایشگاهی $۱۸/۴$ درصد و کمترین مقدار $۱۴/۲$ درصد است این در حالی است که با انتخاب طول مشخصه مناسب که در آخرین ردیف جدول ۳ آورده شده است، مقادیر دبی حجمی حاصل از تئوری تنش کوپل کاملاً منطبق بر نتایج آزمایشگاهی خواهد بود.

در شکل ۳ پروفیل سرعت جریان سیال نیوتنی آب درون یک میکروکانال با نتایج آزمایشگاهی و عددی حاصل از مطالعه کو و همکاران [۶] مقایسه شده است. کو و همکاران [۶] پروفیل سرعت و افت فشار آب برای سه مقدار مختلف رینولدز درون یک میکروکانال مستطیلی با ارتفاع ۲۲۲ میکرومتر و پهنا ۶۹۴ میکرومتر به صورت آزمایشگاهی و عددی مورد بررسی قرار دادند. پروفیل سرعت حاصل

جدول ۳ محاسبه شده‌اند. مقایسه این پروفیل‌ها با مقادیر حاصل از تئوری کلاسیک در شکل ۴ نشان می‌دهد که با افزایش دبی حجمی اختلاف میان پروفیل‌های حاصل از تئوری تنش کوپل و کلاسیک افزایش و تأثیر طول مشخصه مادی بر پارامترهای جریان افزایش می‌یابد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

A	تانسور تنش نیرویی، N/m^2
D_{ij}	بخش متقارن تانسور گرادیان سرعت، s^{-1}
h	نصف ارتفاع کانال، m
k_i	مولفه بردار نرخ انحنای، $s^{-1}m^{-1}$
k	شاخص سازگاری سیال توانی، Pas^n
l	طول مشخصه مادی، m
L	طول کانال، m
M_i	مولفه بردار تنش کوپل، N/m
n	توان پاورلو
P	فشار، Pa
Q	دبی حجمی، m^3/s
Re	عدد رینولدز
u	مولفه محوری سرعت، m/s
U	میانگین سرعت، m/s
V	بردار سرعت، m/s

علائم یونانی

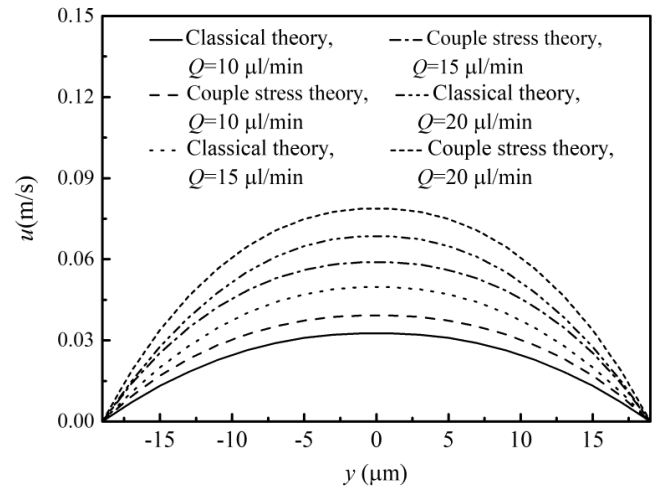
η	ویسکوزیته دوم سیال، kgm/s
μ	لزجت دینامیکی، $kg/(ms)$
ρ	چگالی، kg/m^3

زیرنویس

new نیوتنی

مراجع

- [1] C. Lissandrello, R. Dubay, K.T. Kotz, J. Fiering, Purification of Lymphocytes by Acoustic Separation in Plastic Microchannels, *SLAS Technology*, 23(4) (2018) 352-363.
- [2] X. Chen, D. Cui, C. Liu, H. Li, J. Chen, Continuous flow microfluidic device for cell separation, cell lysis



شکل ۴: مقایسه پروفیل‌های سرعت جریان توانی خون درون میکروکانال C_1 با نتایج حاصل از تئوری کلاسیک برای دبی حجمی ۱۰، ۲۰ و ۳۰ میکرولیتر بر دقیقه

Fig. 4. Comparison of the power-law velocity profile of water in microchannel C_1 and results of the classical theory for flow rates of 10, 20 and 30 $\mu l/min$

۴- نتیجه‌گیری

پروفیل‌های سرعت جریان سیالات نیوتنی و غیرنیوتنی توانی درون یک میکروکانال دوبعدی بر اساس تئوری کاملاً سازگار تنش کوپل محاسبه شده است. با داشتن روابط تحلیلی سرعت دبی حجمی جریان نیز بدست آمده است. جداول ۲ و ۳ طول مشخصه مادی سیال نیوتنی آب و سیال غیرنیوتنی خون سگ درون میکروکانال C_1 (جدول ۱) را که به ترتیب با استفاده از روابط دبی حجمی (۲۶) و (۲۷) محاسبه شده نشان می‌دهند. این مقادیر برای سه مقدار مختلف دبی حجمی ۱۰، ۲۰ و ۳۰ میکرولیتر بر دقیقه و به روش سعی و خطا و براساس داده‌های آزمایشگاهی سمپیو و همکاران [۵] بدست آمده‌اند. تفاوت مقادیر موجود در دو جداول ۲ و ۳ نشان می‌دهد طول مشخصه مادی وابسته به جنس سیال است. علاوه بر این طول مشخصه مادی سیال نیوتنی آب چندان به دبی حجمی و گرادیان فشار جریان وابسته نیست. این در حالی است که طول مشخصه مادی خون سگ با افزایش دبی حجمی به مقدار اندکی کاهش یافته است. در شکل ۳ مقایسه پروفیل سرعت آب حاصل از رابطه (۲۴) با نتایج آزمایشگاهی و عددی کو و همکاران [۶]، دقت تئوری تنش کاملاً سازگار تنش کوپل را نشان می‌دهد. پروفیل‌های سرعت جریان خون سگ درون میکروکانال C_1 برای سه مقدار دبی حجمی ۱۰، ۲۰ و ۳۰ میکرولیتر بر دقیقه با استفاده از مقادیر طول مشخصه مادی

- Journal of Engineering Science, 95 (2015) 49-59.
- [9] J. Kim, J.F. Antaki, M. Massoudi, Computational study of blood flow in microchannels, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 292 (2016) 174-187.
- [10] M. Massoudi, J. Kim, J.F. Antaki, Modeling and numerical simulation of blood flow using the theory of interacting continua, *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 47(5) (2012) 506-520.
- [11] W. Chang, D. Tzebotich, L.P. Lee, D. Liepmann, Blood flow in simple microchannels, in: 1st Annual International IEEE-EMBS Special Topic Conference on Microtechnologies in Medicine and Biology. Proceedings (Cat. No.00EX451), 2000, pp. 311-315.
- [12] M. Kiyasatfar, N. Pourmahmoud, Laminar MHD flow and heat transfer of power-law fluids in square microchannels, *International Journal of Thermal Sciences*, 99 (2016) 26-35.
- [13] A.R. Hadesfandiari, A. Hadesfandiari, G.F. Dargush, Skew-symmetric couple-stress fluid mechanics, *Acta Mechanica*, 226 (2015) 871.
- [14] F. Karami, A. Ahmadi Nadooshan, Y. Tadi Beni, Development of the Couple Stress Relationships for the Power Law Fluid and the Solution of Flow in Ceramic Tape Casting Process *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 11(5) (2018) 1239-1246.
- and DNA purification, *Analytica Chimica Acta*, 584(2) (2007) 237-243.
- [3] S. Yang, A. Ündar, J.D. Zahn, A microfluidic device for continuous, real time blood plasma separation, *Lab on a Chip*, 6(7) (2006) 871-880.
- [4] T.N. Chiesl, W. Shi, A.E. Barron, Poly(acrylamide-co-alkylacrylamides) for Electrophoretic DNA Purification in Microchannels, *Analytical Chemistry*, 77(3) (2005) 772-779.
- [5] D. Sampaio, D. Lopes, V. Semiao, Horse and dog blood flows in PDMS rectangular microchannels: Experimental characterization of the plasma layer under different flow conditions, *Experimental Thermal and Fluid Science*, 68 (2015) 205-215.
- [6] W. Qu, I. Mudawar, S.-Y. Lee, S.T. Wereley, Experimental and Computational Investigation of Flow Development and Pressure Drop in a Rectangular Micro-channel, *Journal of Electronic Packaging*, 128(1) (2005) 1-9.
- [7] W.S.J. Uijttewaal, E.-J. Nijhof, R.M. Heethaar, Lateral migration of blood cells and microspheres in two-dimensional Poiseuille flow: A laser-Doppler study, *Journal of Biomechanics*, 27(1) (1994) 35-42.
- [8] W.-T. Wu, F. Yang, J.F. Antaki, N. Aubry, M. Massoudi, Study of blood flow in several benchmark microchannels using a two-fluid approach, *International*