Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 52(5) (2020) 273-276
DOI: 10.22060/mej.2019.15065.6013

Three-Dimensional Elastic-Plastic Deformation Analysis of Composite Sandwich Panel under Blast Loading

S. A. Ahmadi[1], A. Maleki[2*] , M. H. Pashaei[1]

[1] Department of Mechanical Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Babol, Iran
[2] Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT: A numerical analysis based on the three-dimensional elasticity solution is presented for predicting the plastic deformation of a cylindrical composite sandwich panel. An extended non-linear higher-order sandwich panel theory is applied to model core compressible effect. The non-linear governing partial differential equations of motion are discretized and reduced to ordinary differential equations by applying the differential quadrature method and solved using the newmark method. The effects of various parameters including panel dimensions, layers thickness, pulse duration and maximum pressure on the plastic deformation of the panel were investigated. The obtained results using the present method are compared with finite element solutions by commercial software ANSYS and good agreement is demonstrated. It is observed that significantly less computational time and hardware capacity for the proposed method with respect to the finite element solution is required. It was shown that inner layer of sandwich panels are supposed to higher stresses and are more likely places for panel failure.

Review History:

Received: 9/30/2018
Revised: 2/5/2019
Accepted: 3/18/2019
Available Online: 3/25/2019

Keywords:

Sandwich panel
Plastic deformation
Facesheet fracture
Blast loading
Differential quadrature -newmark

1. INTRODUCTION

Composite and sandwich panels consist of fiber-reinforced polymers facesheets and polymeric foam cores may be exposed to a pulse pressure loading created by the explosion or blast and response of the panel can involves plastic deformation and facesheets fracture. Numerical and experimental studies done lately have shown that elastic-plastic deformation is the main phenomenon that takes place in the foam cores used nowadays in sandwich structures [1-2]. Wang *et al*. [3] have done an experimental test on the step-wise graded cores to find the effects of staggering the foams on the blast resistance of composite sandwich panels. They reported that the blast strength of a composite sandwich panel can be increased by interchanging the foams such that the softest core, which would experience significant core crushing and plasticity, is the most proximate layer to the shock wave from a blast. Elastic-plastic deformation of a double curved composite sandwich panel under blast load was studied by Hoo fatt and Surabhi [4].

2. GOVERNING EQUATIONS OF MOTION

Consider a simply supported cylindrical sandwich panel with the radii of mid-surfaces a_t, a_c and a_b, panel angle β, total thickness $H=h_b+h_c+h_t$, length L and span b as shown in Fig. 1. It should be mentioned that the sub-indices t, c, and b indicate the top, core, and bottom layers, respectively. The panel is subjected to the uniformly distributed external pressure pulse loading with the below equation:

*Corresponding author's email: alimaleki@mut.ac.ir

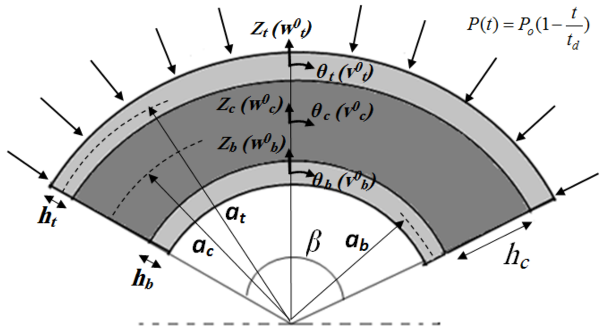


Fig. 1. Geometrical properties and schematic view of the cylindrical sandwich panel

$$P(t)=P_o(1-\frac{t}{t_d})\,e^{\frac{-t}{t_d}} \tag{1}$$

in which P_0 , t_d and t are maximum pressure, pulse decay and time, respectively. The core of the sandwich shell is made of isotropic viscoelastic material, such as Polyvinyl Chloride (PVC) foam. Likewise, it is assumed that the top and bottom layers are made of the woven roving E-glass/vinyl ester with 0-degree orientation with respect to the hoop direction.

The facesheets are assumed to satisfy the Kirchhoff-love assumptions and a non-linear fourth-order function is used to approximate displacement fields of the core layer as considered in Ref. [5]. The three-dimensional governing dynamic equilibrium equations of the panel are as follows:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial \sigma_{x}}{\partial x}+\frac{1}{z+a_i}\frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta}+\frac{\partial \sigma_{z}}{\partial z}+\frac{\sigma_z-\sigma_\theta}{z+a_i}=\rho\frac{\partial^2 w(z,\theta,x,t)}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial \sigma_{\theta x}}{\partial x}+\frac{1}{z+a_i}\frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial \theta}+\frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial z}+\frac{2\sigma_{z\theta}}{z+a_i}=\rho\frac{\partial^2 v(z,\theta,x,t)}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial \sigma_{x}}{\partial x}+\frac{1}{z+a_i}\frac{\partial \sigma_{x\theta}}{\partial \theta}+\frac{\partial \sigma_{x}}{\partial z}+\frac{\sigma_{x}}{z+a_i}=\rho\frac{\partial^2 u(z,\theta,x,t)}{\partial t^2}
\end{aligned} \tag{2}$$

Integrating Eq. (2) in the radial direction, the seven partial governing differential equations of motion can be written in terms of the displacement fields (u^t, v^t, w^t, w^c, u^b, v^b, w^b). In this paper assumed that panel facesheets undergoing pure elastic deformations and core has elastic-perfectly plastic properties.

In order to describe plastic yielding in the core, the criterion introduced in Ref. [6] is applied:

$$\sigma_{von}=\sigma_Y \tag{3}$$

where σ_{flow} and $\hat{\sigma}$ is the flow and effective stress, respectively. Also, the modified Hashin-Rotem failure criterion is applied for orthotropic facesheets failures examine:

$$\begin{cases}\dfrac{\sigma_x}{X_t}=1 & f \quad \sigma_x>0\\[2mm] \dfrac{|\sigma_x|}{X_c}=1 & f \quad \sigma_x<0\end{cases}\qquad
\begin{cases}\dfrac{\sigma_\theta}{Y_t}=1 & f \quad \sigma_\theta>0\\[2mm] \dfrac{|\sigma_\theta|}{Y_c}=1 & f \quad \sigma_\theta<0\end{cases} \tag{4}$$

In this paper, the combined Differential Quadrature (DQ)-Newmark method is used to discrete and solve the three-dimensional partial differential equations of motion of the sandwich panel. The polynomial based differential quadrature as a semi-analytical method is introduced to approximate the first and the second order derivatives of the function and discretize the governing equations.

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial f(x,\theta)}{\partial x}\Big|_{x=t_i}=\sum_{j=1}^{N} a_j^1\cdot f(x_i,\theta_j)\\
&for\ \ i=1,2,\ldots,N\\
&\frac{\partial f(x,\theta)}{\partial \theta}\Big|_{\theta=\theta_i}=\sum_{j=1}^{Q} b_j^1\cdot f(x_i,\theta_j)\\
&for\ \ j=1,2,\ldots,M
\end{aligned} \tag{5}$$

where $a_{ij}^{(1)}$ and $b_{ij}^{(1)}$ are the weighting coefficients for the first derivative and N and Q denote the number of sampling points in r and θ directions, respectively. Dynamics partial differential equations converted to a linear system with $7\times N\times M$ ordinary differential equations using the DQ method and are written after discretization as follows:

$$\begin{aligned}
&[M]_{7NM*7NM}\{\ddot{X}\}_{7NM*1}+\\
&[K]_{7NM*7NM}\{X\}_{7NM*1}=\{p(t)\}
\end{aligned} \tag{6}$$

where $[M]$ and $[K]$ are the mass and stiffness matrices, respectively and $\{X\}$ denote displacement fields at three directions of the panel.

In next, an implicit approach namely Newmark method is used to solve the set of the ordinary differential equation of sandwich panel.

3. RESULTS AND DISCUSSION

Table 1 depicts the material properties of woven roving E-glass/vinyl ester and PVC foam that are considered for facesheets and core.

A composite sandwich panel with $L=b$ ($\beta\times a_c$)=0.5 m, R_1=1 m, h_t=h_b= 0.005 m, h_c=0.04 m made of E-glass/vinyl ester facesheets and a PVC H250 foam core under pulse pressure with P_0= 2 MPa and t_d=0.002 s, is chosen to compare the elastic-perfectly plastic response with the finite element solution using ANSYS commercial software. Von-Mises stress of core for various times is plotted in Fig. 2. Accordingly, good agreement between results obtained by DQ-Newmark method and those predicted by finite element solution is observed.

Table 1. Material properties of the sandwich panel

	E-Glass/ Vinyl Ester	H30	H100	H250	HCP1 00
E_{11}(Gpa)	7.48	0.027	0.105	0.403	0.34
E_{22}(Gpa)	17	0.027	0.105	0.403	0.34
E_{33}(Gpa)	7	0.027	0.105	0.403	0.34
G_{12}(Gpa)	1.73	0.013	0.044	0.117	0.131
G_{31}(Gpa)	1.73	0.013	0.044	0.117	0.131
G_{23}(Gpa)	4	0.013	0.044	0.117	0.131
ν_{12}	0.12	0.25	0.31	0.34	0.3
ν_{23}	0.28	0.25	0.31	0.34	0.3
ν_{13}	0.12	0.25	0.31	0.34	0.3
ρ(kg/m^3)	1391	30	100	250	400
σ_Y(MPa)	-	0.29	1.53	6.3	12.88
τ_Y(MPa)	-	0.35	1.4	3.64	7.44

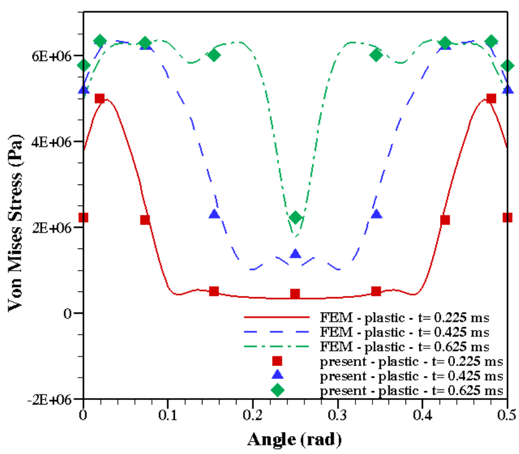


Fig. 2. Comparison of the von-mises stress at the mid-surface of the core before maximum deflection, mid-line (circumferential)

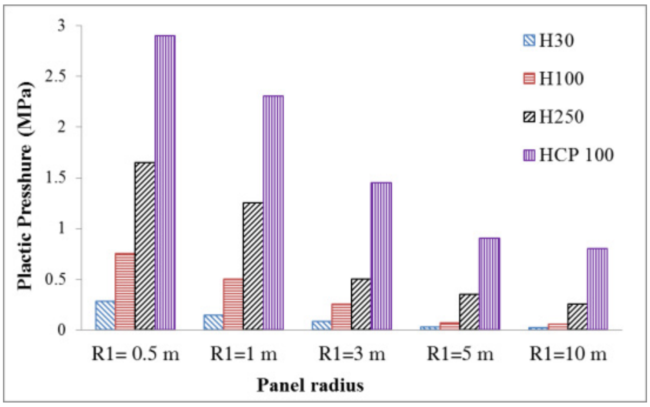


Fig. 3. Effects of the mid-surface radius on the plastic critical pressure of the sandwich panel

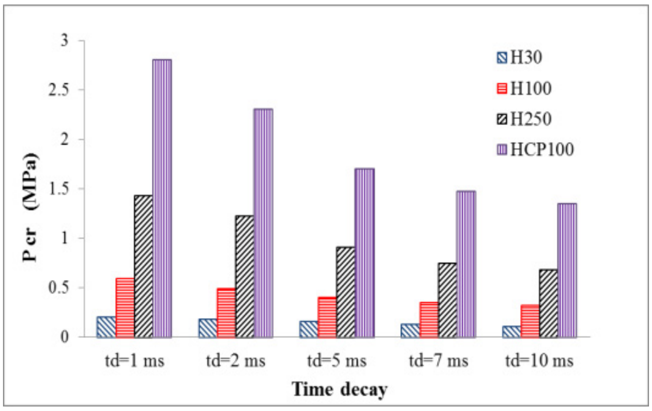


Fig. 4. Effects of the pulse decay on the plastic critical pressure of the sandwich panel

Figs. 3 and 4 show the peak pressure corresponded to initial core yield versus panel mid-surface radius and pulse decay for the various core materials. The peak pressure to plasticity decreases with increasing mid-surface radius and pulse decay.

4. CONCLUSIONS

In this paper, plastic deformation and failure analysis of the cylindrical sandwich panel under the lateral external blast has been carried out. It is assumed that the panel has simply supported boundaries at the four edges and an elastic-perfectly plastic model is used for modeling the mechanical behavior of the core material. A non-linear higher order core theory is applied to consider core compressibility effects and three-dimensional governing equations of motion are discretized and solved using a new method combination of DQ and Newmark methods. It is observed that the programming code is faster and requires 50 percent less time than the finite element solution in ANSYS.

REFERENCES

[1] S.A. Tekalur, A.E. Bogdanovich, A. Shukla, Shock loading response of sandwich panels with 3-D woven E-glass composite skins and stitched foam core, Composite science Technology, 69(6) (2009) 736–53.

[2] H. Arora, P.A. Hooper, J.P. Dear, Dynamic response of full-scale sandwich composite structures subject to air-blast loading, Composite Part A: Applied Science Manufactures, 42(11) (2011) 1651–1662.

[3] E. Wang, N. Gardner, A. Shukla, The blast resistance of sandwich composites with stepwise graded cores, International journal of solid structures, 46(18–19) (2009) 3492–3502.

[4] M.S. HooFatt, D. Sirivolu, Blast response of double curvature, composite sandwich shallow shells, Engineering Structures, 100 (2015) 696–706.

[5] R. Li, G.A. Kardomatease, Nonlinear high order core theory for sandwich plates with orthotropic phases, AIAA journal, 46(11) (2008).

[6] V.S. Deshpande, N.A. Fleck, Multi-axial yield behavior of polymer foams, Acta Mater, 49 (2001) 1859-1866.

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۵، سال ۱۳۹۹، صفحات ۱۰۷۹ تا ۱۱۰۰
DOI: 10.22060/mej.2019.15065.6013

تحلیل سه‌بعدی تغییر شکل الاستیک-پلاستیک پانل‌های ساندویچی به کار رفته در بدنه شناورها تحت بارگذاری انفجار

سید علی احمدی[۱]، علی ملکی[۲*] ، محمدهادی پاشایی[۱]

[۱] دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل، ایران
[۲] دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:
دریافت: ۰۸-۰۷-۱۳۹۷
بازنگری: ۱۶-۱۱-۱۳۹۷
پذیرش: ۲۰-۱۲-۱۳۹۷
ارائه آنلاین: ۰۵-۰۱-۱۳۹۸

کلمات کلیدی:
پانل ساندویچی
تغییر شکل پلاستیک
شکست، بارگذاری انفجار
مربعات تفاضلی-نیومارک

خلاصه: در این مقاله تحلیل تغییر شکل الاستیک-پلاستیک پانل‌های ساندویچی به کار رفته در بدنه شناورها تحت بارگذاری انفجار انجام شده است. فرض شده لبه‌های پانل دارای تکیه‌گاه ساده باشند و فشار به صورت یکنواخت بر رویه خارجی آن اعمال گردد. برای صفحات کامپوزیتی داخلی و خارجی پانل ماده اورتتروپ با رفتار الاستیک در نظر گرفته شده است و هسته با مدل الاستیک–پلاستیک کامل دستخوش تغییر شکل می‌گردد. از تئوری غیرخطی مرتبه بالای بهبود داده شده، جهت استخراج معادلات دینامیکی حرکت هسته استفاده شده است. اثر پارامترهای مختلف مانند ابعاد پانل، ضخامت لایه‌ها، مدت زمان نشست بار و دامنه بیشینه بارگذاری بر روی تغییر شکل پلاستیک هسته و شکست صفحات کامپوزیتی مورد توجه قرار داده شده است. نتایج عددی به دست آمده با نتایج حاصل از تحلیل المان محدود در نرم‌افزار انسیس مقایسه گردید که نشان از دقت و صحت بالای حل ارائه شده دارد. با توجه به نتایج به دست آمده مشخص گردید که درنظر گرفتن تغییر شکل پلاستیک در تحلیل پانل ساندویچی می‌تواند مقادیر متفاوتی از تحمل این پانل‌ها در برابر بارگذاری انفجار حاصل نماید. همچنین نشان داده شد صفحات درونی پانل ساندویچی تنش‌های بزرگتری را تحمل نموده و خرابی پانل در اثر شکست لایه‌ها در این لایه اتفاق خواهد افتاد.

۱- مقدمه

کامپوزیت‌ها و پانل‌های ساندویچی کامپوزیتی به دلیل خواص ویژه خود مانند نسبت سفتی به وزن و مقاومت به وزن بالا، خواص خوردگی بهبود یافته، علائم آشکارسازی مغناطیسی و راداری پایین و غیره امروزه به عنوان یک گزینه جانشینی اصلی برای پانل‌های فلزی در کاربرد دریایی مورد توجه قرار گرفته‌اند. پانل‌های ساندویچی کامپوزیتی به کار رفته در بدنه شناورها که از پوسته‌های کامپوزیتی پلیمری تقویت شده با الیاف و هسته‌های متشکل از فوم‌های پلیمری با قابلیت فشرده شدن تشکیل شده‌اند، ممکن است در معرض بارگذاری‌های انفجاری و یا فشارهای خارجی ضربانی قرار گیرند. در مواجهه با بارگذاری‌های انفجاری با شدت بالا، این پانل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی ساندویچی ممکن است دستخوش ناپایداری دینامیکی، تسلیم هسته و یا شکست در لایه‌ها گردند.

بیشتر مطالعات انجام شده بر روی پانل‌های ساندویچی استوانه‌ای با هسته فوم انعطاف‌پذیر با در نظر گرفتن رفتار الاستیک برای هسته انجام شده است و منابع محدودی در حوزه تحلیل‌های پلاستیک در این زمینه در اختیار قرار دارد. مطالعات عددی و آزمایشگاهی [۴-۱] که اخیرا انجام شده است نشان می‌دهد که رفتار الاستیک–پلاستیک در هسته، از محتمل‌ترین پدیده‌های پیش رو برای فوم‌هایی است که امروزه در ساختارهای ساندویچی کامپوزیتی مورد استفاده قرار می‌گیرند. هرچند طراحی‌های اخیر سازه‌های ساندویچی با توجه به تغییر شکل‌های پلاستیک ناشی شده از بارگذاری شبه استاتیک انجام می‌گیرد، نمی‌توان از له‌شدگی پلاستیک هسته در اثر بارگذاری‌های بسیار سریع مانند انفجار چشم‌پوشی نمود. بررسی منابع در دسترس نشان می‌دهد که تست‌های آزمایشگاهی متعددی بر روی ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی و فلزی انجام شده است اما نمی‌توان مرجع مشخصی برای پانل‌های منحنی ساندویچی کامپوزیتی مشاهده نمود. از معدود مطالعات آزمایشگاهی انجام شده در این زمینه می توان به کار وانگ و همکاران [۵] اشاره کرد که در آن با انجام تست

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: alimaleki@mut.ac.ir

آزمایشگاهی بر روی هسته‌های مدرج با قابلیت فشردگی مختلف نشان دادند که می‌توان با قراردادن متناوب فوم‌ها به صورتی‌که نرم‌ترین فوم که فشردگی قابل توجهی را متحمل می‌شود، نزدیک‌ترین لایه برای انتشار موج انفجار باشد، مقاومت به انفجار پانل‌های کامپوزیتی ساندویچی را بهبود بخشید.

در مقابل، مطالعات تحلیلی مناسبی بر روی رفتار پانل‌های ساندویچی استوانه‌ای تحت بارگذاری‌های دینامیکی انجام شده است. شن و همکاران [۶] اثر انحنا را مورد مطالعه قرار دادند و با تحلیل آن سه تفاوت مهم بین پانل‌های دارای انحنا و ورق‌های ساندویچی کامپوزیتی را بیان کردند؛ کاهش ضربه ناگهانی[1] بر روی پوسته جلویی پانل ساندویچی، چروکیدگی[2] پوسته پشتی به عنوان یک الگوی خرابی جدید و وجود سه حوزه تغییر شکل در مقابل دو حوزه تغییر شکل برای ورق‌های ساندویچی. تئوری‌های مختلف چند لایه پوسته‌های ساندویچی که به منظور درنظر گرفتن تغییر شکل‌های برشی و فشردگی عرضی هسته، عبارات مرتبه‌بالای جنبشی پوسته را در معادلات دخیل می‌کنند، جهت مطالعه پانل‌های ساندویچی تحت بارگذاری انفجار به کار گرفته شده‌اند [۹-۷]. اما این تئوری‌ها محدود به رفتار الاستیک هسته می‌باشند. هو فت و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۱۳ یک پانل استوانه‌ای ساندویچی بلند متشکل از لایه‌های جانبی کامپوزیتی و هسته با رفتار الاستیک–پلاستیک کامل را مورد توجه قرار دادند و جذب انرژی و حالت‌های مختلف خرابی آن از جمله تسلیم هسته و تغییر شکل پلاستیک، کمانش دینامیکی لایه‌های جانبی و شکست لایه‌های جانبی را بررسی نمودند. دشپاند و فلک [۱۱] رفتار الاستیک–پلاستیک هسته را مانند یک فوم قابل فشرده شدن با کارسختی ایزوتروپیک توصیف نمودند. هوفت و سیریوولو [۱۲] تغییر شکل الاستیک-پلاستیک یک پانل ساندویچی دوانحنا تحت بارگذاری انفجار را مورد مطالعه قرار دادند. در این تحقیق از معادلات غیرخطی دانل استفاده گردید و خواص هسته پلی وینلید کلراید به دو نوع همسانگرد و همسانگرد عرضی در نظر گرفته شد. آن‌ها همچنین تاثیر انفجار زیر آب و انفجار در هوا را بر روی ورق‌های ساندویچی دریایی با هسته فوم انعطاف‌پذیر مورد مطالعه قرار دادند [۱۳]. در این مطالعه فشار اکوستیکی منتشر شده و انعکاس پیدا کرده با استفاده از روش برهمکنش سیال-جامد[3] وارد معادلات حرکت لاگرانژ گردید و رفتار الاستیک-پلاستیک هسته با استفاده از مدل الاستیک–پلاستیک کامل مدل گردید. نتایج این مطالعه نشان داد پانل‌های دارای هسته نرم‌تر و شکل‌پذیرتر به دلیل استهلاک انرژی در طول فرآیند تغییر شکل پلاستیک دارای مقاومت به انفجار بهتری هستند. میرجلیلی و همکاران [۱۴] شبیه‌سازی عددی جهت بررسی تأثیر نوسانات حباب ناشی از انفجار بر روی سازه کشتی انجام دادند و به مطالعه پارامترهایی از جمله عمق محل انفجار و جرم ماده منفجره بر روی پاسخ سازه شناور پرداختند.

در این مقاله پاسخ تغییر شکل یک پانل ساندویچی استوانه‌ای با در نظر گرفتن مدل الاستیک–پلاستیک کامل برای هسته مورد مطالعه قرار گرفته است. فرض شده پانل در لبه‌ها دارای شرط مرزی ساده باشد و لایه‌های داخلی و خارجی آن از جنس مواد اورتتروپ و هسته از فوم پلیمری تشکیل شده است. به منظور در نظر گرفتن قابلیت فشردگی در هسته، از یک تئوری غیرخطی مرتبه بالا بهره برده شده است. معادلات دیفرانسیل حرکت بر مبنای الاستیسیته سه‌بعدی استخراج شده‌اند و از روش ضمنی نیومارک جهت حل دستگاه معادلات به دست آمده استفاده شده است. تأثیر پارامترهای هندسی مختلف پانل بر روی پاسخ دینامیکی آن مورد مطالعه قرار داده شد و شکست پوسته آن بررسی گردیده است.

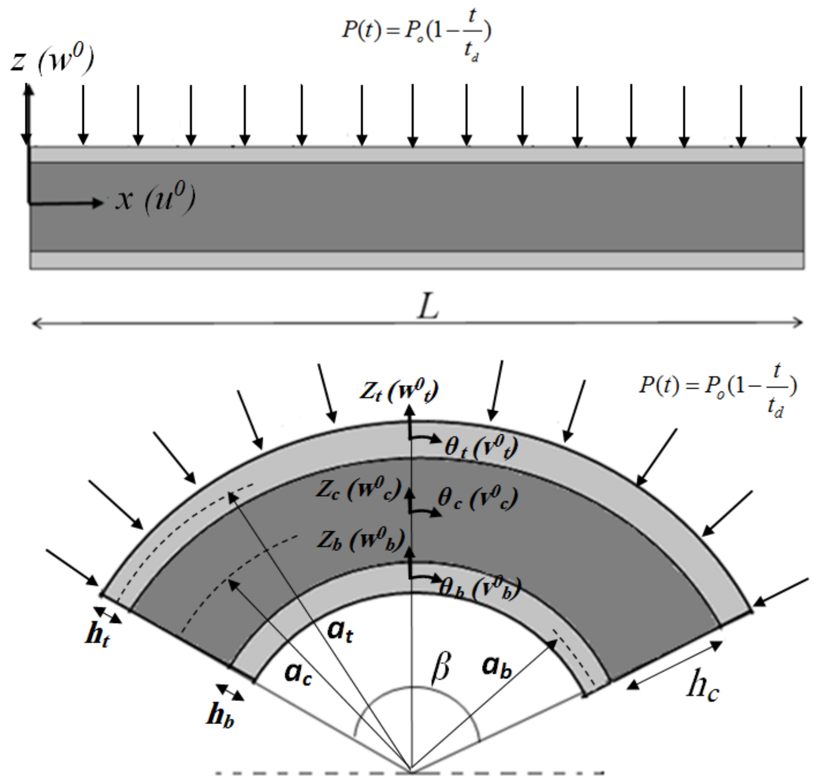
۲- فرمول‌بندی مسئله

در شکل ۱ پوسته استوانه‌ای ساندویچی به شعاع میانی a_c، طول L و ضخامت لایه‌های جانبی h_f (f=t,b) و لایه میانی h_c (ضخامت کل $H=2h_f+h_c$) تحت بارگذاری انفجار بر روی سطح بیرونی لایه خارجی نشان داده شده است. فرض شده لایه‌های بیرونی و درونی پانل از جنس مواد اورتتروپ بوده و لایه میانی آن از فوم پلی وینلی‌کلراید تشکیل شده باشد. بارگذاری انفجار به صورت رابطه (۱) تعریف می‌گردد.

$$P(t) = P_o(1-\frac{t}{t_d}) \tag{۱}$$

که در آن P_0 بیان‌کننده بیشینه فشار اعمال شده و t_d برابر با زمان اعمال نشت فشار ضربانی می‌باشد. مطابق با آنچه در شکل نشان داده شده است، مولفه‌های تغییر مکان u، v و w برای سه راستای

1 Impulse
2 Wrinkling
3 Fluid-Structure Interaction



شکل ۱: مشخصات هندسی و مختصات پانل ساندویچی استوانه‌ای

Fig. 1. Geometrical properties and schematic view of the cylindrical sandwich panel

محوری (x)، محیطی (θ) و شعاعی (z) پانل برای هر لایه در نظر گرفته می‌شود.

فرضیات زیر مطابق مرجع [۱۰] برای مواد به کار گرفته شده در پانل ساندویچی در نظر گرفته شده است.

• برخی از فوم‌های به کار گرفته شده در شناورها به دلیل مقاومت فشردگی بالا تا رسیدن صفحات جانبی به شرایط شکست، رفتار چروکیدگی قابل توجهی از خود نشان نمی‌دهند و بنابراین می‌توان رفتار الاستیک–پلاستیک کامل را برای آن‌ها در نظر گرفت. این فرضیه برای پانل‌های ساندویچی با صفحات جانبی از جنس پلیمرهای تقویت‌شده با الیاف که خواصی شکننده (کرنش شکست کمتر از ۵٪) دارند، قابل پذیرش است. این لایه‌های جانبی نیز عملا رفتار پلاستیک از خود نشان نخواهند داد. فوم‌هایی از نوع اِچ.سی.پی.[۱] محصول شرکت دیوینیسل[۲] که در این مطالعه برای هسته پانل ساندویچی در نظر گرفته شده است، به دلیل مقاومت به ضربه بالا و خواص فشردگی عالی از این دست محسوب می‌شود.

• بین هسته و صفحات جانبی اتصال کامل برقرار است. در نظر گرفتن تغییر شکل‌های با کرنش‌های کوچک موجب می‌گردد تا اطمینان از عدم رخ دادن ترک‌های بین لایه‌ای مابین هسته و صفحات جانبی وجود داشته باشد.

• با توجه به آن‌که بیشتر فوم‌ها رفتار همسانگرد عرضی از خود نشان می‌دهند، در این مطالعه فرض شده است فوم دارای رفتار همسانگرد باشد. این فرض از آن جهت به کار گرفته شده است که قانون جریان تنش پلاستیک برای مواد ایزوتروپ عرضی به روشنی در دسترس قرار ندارد.

• با توجه به بارگذاری تک مرحله‌ای با نرخ اعمال بالا، روابط ساختاری دینامیکی توصیف کاملی از رفتار هسته و صفحات جانبی ارائه می‌نمایند و لذا اثرات نرخ کرنش برای هیچ‌کدام از لایه‌ها در نظر گرفته نمی‌شود.

• برای لبه‌های پانل شرط تکیه‌گاهی ساده در نظر گرفته شده است.

• تحلیل تغییر شکل پلاستیک برای پانل ساندویچی تا لحظه رسیدن پانل به بیشینه جابه‌جایی انجام می‌شود. به عبارت دیگر با توجه به آن‌که بیشینه جابه‌جایی در همان دوره اول نوسان تغییر مکان پانل حاصل می‌گردد، لذا رفتار نوسانی رفت و برگشتی پانل در نظر گرفته نمی‌شود.

1 Hydraulic Crush Point (HCP)
2 Divinycell

با در نظر گرفتن این مورد که لایه‌های بالایی و پایینی فرضیات کیرشهف-لاو را ارضا نمایند، مؤلفه‌های جابه‌جایی برای این لایه‌ها بر حسب جابه‌جایی‌های صفحه میانی آن‌ها به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۵].

لایه بالایی:

$$
\begin{aligned}
&u_t(z,\theta,x,t)=u^t{}_0(\theta,x,t)-\left(z-\frac{h_c+h_t}{2}\right)\cdot\left(\frac{\partial}{\partial x}w^t{}_0(\theta,x,t)\right)\\
&v_t(z,\theta,x,t)=v^t{}_0(\theta,x,t)-\frac{1}{a_t}\left(z-\frac{h_c+h_t}{2}\right)\cdot\left(\frac{\partial}{\partial \theta}w^t{}_0(\theta,x,t)-v^t{}_0(\theta,x,t)\right)\\
&,\quad \frac{h_c}{2}<z<\frac{h_c}{2}+h_t\\
&w_t(z,\theta,x,t)=w^t{}_0(\theta,x,t)
\end{aligned}
\tag{۲}
$$

لایه پایینی:

$$
\begin{aligned}
&u_b(z,\theta,x,t)=u^b{}_0(\theta,x,t)-\left(z+\frac{h_c+h_b}{2}\right)\cdot\left(\frac{\partial}{\partial x}w^b{}_0(\theta,x,t)\right)\\
&v_b(z,\theta,x,t)=v^b{}_0(\theta,x,t)-\frac{1}{a_b}\left(z+\frac{h_c+h_b}{2}\right)\cdot\left(\frac{\partial}{\partial \theta}w^b{}_0(\theta,x,t)-v^b{}_0(\theta,x,t)\right),\\
&-\frac{h_c}{2}-h_b<z<-\frac{h_c}{2}\\
&w_b(z,\theta,x,t)=w^b{}_0(\theta,x,t)
\end{aligned}
\tag{۳}
$$

که در آن اندیس t و b به ترتیب برای لایه بالایی و پایینی به کار برده می‌شود. همچنین z مختصه شعاعی هر لایه در صفحه میانی همان لایه است. به منظور در نظر گرفتن قابلیت فشرده‌سازی هسته در راستای شعاعی از یک تئوری غیرخطی مرتبه بالای ارائه شده در [۱۶] استفاده شده است. بر این اساس، روابط زیر برای جابه‌جایی‌های هسته به دست خواهد آمد:

$$
\begin{aligned}
&u^c(z,\theta,x,t)=\frac{1}{2}\left(u^t{}_0(\theta,x,t)+u^b{}_0(\theta,x,t)\right)+\\
&\frac{z}{h_c}\left(u^t{}_0(\theta,x,t)-u^b{}_0(\theta,x,t)\right)+\frac{zh_f}{h_c}\frac{\partial}{\partial x}w^c{}_0(\theta,x,t)\\
&v^c(z,\theta,x,t)=\frac{1}{2}\left(v^t{}_0(\theta,x,t)+v^b{}_0(\theta,x,t)\right)+\\
&\frac{z}{h_c}\left(v^t{}_0(\theta,x,t)-v^b{}_0(\theta,x,t)\right)+\frac{zh_f}{(z+a_c)h_c}\frac{\partial}{\partial \theta}w^c{}_0(\theta,x,t),\quad -\frac{h_c}{2}<z<\frac{h_c}{2}\\
&w^c(z,\theta,x,t)=\frac{1}{2}\left(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4}\right)\left(w^t{}_0(\theta,x,t)+w^b{}_0(\theta,x,t)\right)+\\
&\frac{1}{2}\left(\frac{z}{h_c}+\frac{4z^3}{h_c^3}\right)\left(w^t{}_0(\theta,x,t)-w^b{}_0(\theta,x,t)\right)\\
&+\left(1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4}\right)w^c{}_0(\theta,x,t)
\end{aligned}
\tag{۴}
$$

مطابق با روابط ساختاری ارائه شده برای مواد اورتتروپ داریم:

$$
\begin{bmatrix}\sigma_z\\ \sigma_\theta\\ \sigma_x\\ \tau_{\theta x}\\ \tau_{xz}\\ \tau_{z\theta}\end{bmatrix}^{b,t,c}
=\begin{bmatrix}
C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\
C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0\\
C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & C_{4} & 0 & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & C_{5} & 0\\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{6}
\end{bmatrix}^{b,t,c}
\begin{bmatrix}\varepsilon_z\\ \varepsilon_\theta\\ \varepsilon_x\\ \varepsilon_{\theta x}\\ \varepsilon_{xz}\\ \varepsilon_{z\theta}\end{bmatrix}^{b,t,c}
\tag{۵}
$$

که در آن C_{ij} ثوابت ماتریس سختی برای هر لایه می‌باشد و از روابط زیر محاسبه می‌گردند:

$$
\begin{aligned}
&C_{11}=\frac{1-\nu_{23}.\nu_{32}}{E_2\,E_3\,\Delta},\quad C_{12}=\frac{\nu_{21}-\nu_{31}.\nu_{23}}{E_2\,E_3\,\Delta}\\
&C_{22}=\frac{1-\nu_{13}.\nu_{31}}{E_1\,E_3\,\Delta},\quad C_{13}=\frac{\nu_{31}-\nu_{21}.\nu_{32}}{E_1\,E_3\,\Delta}\\
&C_{33}=\frac{1-\nu_{12}.\nu_{21}}{E_2\,E_1\,\Delta},\quad C_{23}=\frac{\nu_{32}-\nu_{12}.\nu_{31}}{E_2\,E_1\,\Delta}\\
&C_4=G_{23}\,,\ C_5=G_{13}\,,\ C_6=G_{12}
\end{aligned}
\tag{۶}
$$

$$
\Delta=\frac{1-\nu_{12}.\nu_{21}-\nu_{23}.\nu_{32}-\nu_{13}.\nu_{31}-2.\nu_{21}.\nu_{32}.\nu_{13}}{E_1\,E_2\,E_3}
$$

لازم به ذکر است برای هسته که خواص آن همسانگرد در نظر گرفته شده است، تعداد این ثوابت کاهش یافته به فرم ساده‌تری نوشته می‌شوند. روابط خطی کرنش-جابه‌جایی برای لایه‌ها به صورت زیر بیان شده است:

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon_z=\frac{\partial w}{\partial z} &&,\ \varepsilon_{xz}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial w}{\partial x}+\frac{\partial u}{\partial z}\right)\\
&\varepsilon_x=\frac{\partial u}{\partial x} &&,\ \varepsilon_{z\theta}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{z+a_i}\frac{\partial w}{\partial \theta}+\frac{\partial v}{\partial z}-\frac{v}{z+a_i}\right)\\
&\varepsilon_\theta=\frac{1}{z+a_i}\frac{\partial v}{\partial \theta}+\frac{w}{z+a_i} &&,\ \varepsilon_{\theta x}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{z+a_i}\frac{\partial u}{\partial \theta}+\frac{\partial v}{\partial x}\right)
\end{aligned}
\tag{۷}
$$

در روابط بالا a_i شعاع میانی هر کدام از لایه‌ها می‌باشد. از معادلات حرکت حاکم بر اساس روابط سه‌بعدی الاستیسیته در این مطالعه استفاده شده است.

$$
\begin{aligned}
&\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x}+\frac{1}{z+a_i}\frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial \theta}+\frac{\partial \sigma_z}{\partial z}+\frac{\sigma_z-\sigma_\theta}{z+a_i}=\rho\frac{\partial^2 w(z,\theta,x,t)}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial \sigma_{\theta x}}{\partial x}+\frac{1}{z+a_i}\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta}+\frac{\partial \sigma_{z\theta}}{\partial z}+\frac{2\sigma_{z\theta}}{z+a_i}=\rho\frac{\partial^2 v(z,\theta,x,t)}{\partial t^2}\\
&\frac{\partial \sigma_{x}}{\partial x}+\frac{1}{z+a_i}\frac{\partial \sigma_{x\theta}}{\partial \theta}+\frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial z}+\frac{\sigma_{xz}}{z+a_i}=\rho\frac{\partial^2 u(z,\theta,x,t)}{\partial t^2}
\end{aligned}
\tag{۸}
$$

با انتگرال‌گیری از معادله (۸) در راستای شعاعی و بکارگیری معادلات (۲) تا (۷)، هفت معادله حاکم بر حرکت پوسته ساندویچی بر حسب مولفه‌های تغییر مکان (u^t ، v^t ، w^t ، w^c ، u^b ، v^b ، w^b) مطابق با پیوست بدست می‌آید.

در این مقاله فرض شده است لایه‌های درونی و بیرونی پانل ساندویچی در طول فرآیند بارگذاری در محدوده تغییر شکل الاستیک باقی بمانند و هسته دستخوش تغییر شکل پلاستیک گردد. برای مدل‌سازی رفتار پلاستیک هسته از مدل الاستیک– پلاستیک کامل مطابق شکل ۲ استفاده شده است. در این مدل هر نقطه از ماده هسته تا رسیدن به تنش تسلیم از قانون مواد الاستیک پیروی می‌کند و پس از رسیدن به شرایط تسلیم، تنش در آن نقطه مطابق نمودار ۲ ثابت باقی می‌ماند و تغییر شکل دائم در آن به وجود می‌آید. یکی از معیارهای پرکاربرد جهت بررسی شرایط تسلیم نقاط مختلف هسته همسانگرد یک پانل ساندویچی، تنش ون–میسز است که به صورت رابطه (۹) تعریف می‌شود [۱۱].

$$\sigma_{von} = \sigma_Y \tag{۹}$$

که در آن σ_Y تنش تسلیم در هسته می‌باشد و تنش ون–میسز σ_{von} به صورت زیر بیان می‌گردد.

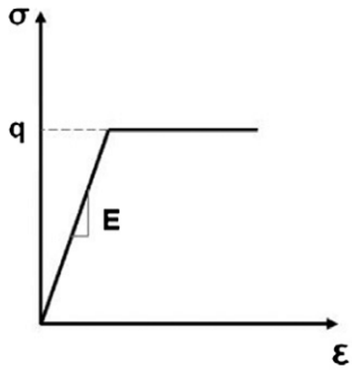
$$\sigma_{von} = \sqrt{\frac{1}{2}\left((\sigma_x - \sigma_z)^2 + (\sigma_x - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2\right) + 3\left(\tau_{x\theta}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{z\theta}^2\right)} \tag{۱۰}$$

جهت بررسی شکست لایه‌های جانبی پانل نیز از معیار هاشین–روتم[1] استفاده شده است که بر اساس آن شرط شکست لایه اورتتروپ به کار رفته در رویه‌های پانل ساندویچی به صورت زیر خواهد بود. مطابق با این معیار، زمانی صفحات جانبی پانل ساندویچی دستخوش شکست می‌شوند که یکی از تنش‌های فشاری نرمال درون‌صفحه‌ای آن‌ها برابر با مقاومت شکست ماده در همان راستا گردد.

$$\begin{cases} \dfrac{\sigma_{xx}}{X_t} = 1 & if \quad \sigma_{xx} > 0 \\ \dfrac{|\sigma_{xx}|}{X_c} = 1 & if \quad \sigma_{xx} < 0 \end{cases} \quad and \quad \begin{cases} \dfrac{\sigma_{\theta\theta}}{Y_t} = 1 & if \quad \sigma_{\theta\theta} > 0 \\ \dfrac{|\sigma_{\theta\theta}|}{Y_c} = 1 & if \quad \sigma_{\theta\theta} < 0 \end{cases} \tag{۱۱}$$

۳- روش حل عددی

در این مقاله در ابتدا با استفاده از روش مربعات تفاضلی بر پایه چندجمله‌ای [۱۷] مشتقات جزئی بر حسب مؤلفه‌های x و θ تقریب زده می‌شوند و با گسسته‌سازی معادلات در بعد مکانی، دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی با استفاده از یکی از روش‌های موجود



شکل ۲: نمودار تنش–کرنش برای مواد با خاصیت الاستیک–پلاستیک کامل

Fig. 2. Stress-strain curve for elastic-perfectly plastic materials

برای تقریب مؤلفه‌های تغییر مکان حل خواهد شد. در روش مربعات تفاضلی مشتق یک تابع در N امین نقطه از میدان حل گسسته شده به وسیله جمع وزنی مقادیر تابع در همه نقاط آن میدان تقریب زده می‌شود. مطابق با این روش مشتق تابع $f(t)$ در میدان زمان را می‌توان به صورت زیر تعریف نمود.

$$\frac{\partial f(x,\theta)}{\partial x}\Big|_{x=t_i} = \sum_{j=1}^{N} a_j^1 \cdot f(x_i,\theta_j), \quad \frac{\partial f(x,\theta)}{\partial \theta}\Big|_{\theta=\theta_i} = \sum_{j=1}^{N} b_j^1 \cdot f(x_i,\theta_j) \tag{۱۲}$$
$$for\ i = 1,2,\ldots,N \quad , \quad j = 1,2,\ldots,M$$

که در آن a_{ij}^1 و b_{ij}^1 ضرایب وزنی برای مشتقات مرتبه اول در دو راستای محوری و محیطی می‌باشند و N و M نیز تعداد نقاط شبکه در این دو بعد را نشان می‌دهند. ضرایب وزنی مشتق مرتبه اول بر اساس درون‌یابی چندجمله‌ای لاگرانژ بدست خواهد آمد. این ماتریس ضرایب وزنی برای راستای محوری مطابق زیر خواهد بود:

$$a_{ij}^1 = \frac{M^{(1)}(t_i)}{(x_i - x_j)\cdot M^{(1)}(x_j)}, \quad for\ i \neq j$$
$$a_i^1 = \frac{M^{(2)}(x_i)}{2M^{(1)}(x_i)} \tag{۱۳}$$

که در آن:

$$M^{(1)}(x_i) = \prod_{k=1,k\neq i,j}^{N}(x_i - x_k)$$
$$M^{(2)}(x_i) = N^{(2)}(x_i,x_k).(x_i - x_k) + 2.\ N^{(1)}(x_i,x_k) \tag{۱۴}$$
$$N^{(m)}(x_i,x_j) = \frac{m\left[a_i^{(m-1)}M^{(1)}(x_i) - a_j^{(m-1)}M^{(1)}(x_j)\right]}{x_i - x_j}$$

به همین صورت ماتریس ضریب وزنی برای مشتق مرتبه دوم نیز تعریف خواهد شد.

$$a^2{}_{ij} = \sum_{k=1}^{N} a_{ik}^1 a_{kj}^1 \tag{۱۵}$$

1 Hashin-Rotem

در این مقاله شرط مرزی ساده برای لبه‌های پانل درنظر گرفته شده است. این شروط مرزی برای لبه‌ها در فرم گسسته شده با استفاده از روش مربعات تفاضلی به صورت زیر نوشته خواهد شد.

(۱۶) لبه‌های طولی پانل

$$w_j^t(t)=u_j^t(t)=v_j^t(t)=w_j^c(t)=w_j^b(t)=u_j^b(t)=v_j^b(t)=0$$
$$j=1,\ M$$
$$\sum_{k=1}^{N} b_{jk}^{(2)} w_k^t(t)=\sum_{k=1}^{N} b_{jk}^{(2)} w_k^c(t)=\sum_{k=1}^{N} b_{jk}^{(2)} w_k^b(t)=0$$
$$j=2,\ M-1$$

(۱۶) لبه‌های محیطی پانل

$$w_j^t(t)=u_j^t(t)=v_j^t(t)=w_j^c(t)=w_j^b(t)=u_j^b(t)=v_j^b(t)=0$$
$$i=1,\ N$$
$$\sum_{k=1}^{N} a_{ik}^{(2)} w_k^t(t)=\sum_{k=1}^{N} a_{ik}^{(2)} w_k^c(t)=\sum_{k=1}^{N} a_{ik}^{(2)} w_k^b(t)$$
$$i=2,\ N-1$$

پس از گسسته‌سازی معادلات در دو راستای طولی و محیطی، یک دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی به فرم زیر حاصل می‌شود:

$$[M]_{7M*7M}\{\ddot{X}\}_{7M*1}+[K]_{7M*7M}\{X\}_{7M*1}=\{p(t)\} \qquad (۱۷)$$

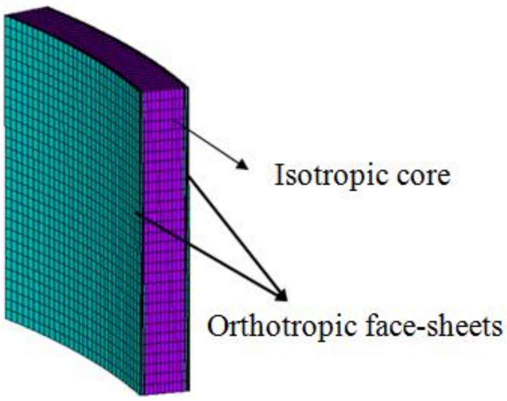
که در آن $[M]$ و $[K]$ به ترتیب ماتریس جرمی و ماتریس سفتی می‌باشند و $\{X\}$ بردار تغییر مکان شامل مولفه‌های جابه‌جایی پانل در لایه‌های مختلف است.

پس از گسسته‌سازی معادلات دیفرانسیل جزئی و تبدیل آن به معادلات دیفرانسیل معمولی، با استفاده از روش عددی ضمنی نیومارک و در نظر گرفتن گام‌های زمانی مناسب با حلی برای عبارت شتاب بر حسب جابه‌جایی، سرعت و نیروی اعمالی ارائه گردیده است.

۴- شبیه‌سازی المان محدود

در این مطالعه به منظور اعتبارسنجی معادلات استخراج شده و نتایج به دست آمده از روش حل ارائه شده، از شبیه‌سازی‌های مشابه در نرم‌افزار تجاری انسیس[1] استفاده شده است. تحلیل‌ها با در نظر گرفتن دو رفتار الاستیک خالص و الاستیک–پلاستیک کامل برای هسته انجام پذیرفته است. در شرایطی خاص که پانل ساندویچی دارای هسته‌های با مقاومت بالا است و یا آن‌که ضخامت صفحات جانبی کم باشد، بروز شکست در لایه‌های جانبی و خرابی پانل قبل از رسیدن هسته به

1 ANSYS



شکل ۳: مدل المان محدود پانل ساندویچی
Fig. 3. Finite element model of sandwich panel

محدوده تغییر شکل پلاستیک رخ می‌دهد. از این‌رو شبیه‌سازی در ناحیه الاستیک خالص نیز به منظور اعتبارسنجی نتایج بدست آمده در این محدوده استفاده شده است. از سوی دیگر از اهداف این مطالعه نشان دادن تفاوت‌های موجود در نتایج برای تحلیل‌ها در دو حالت الاستیک خالص و الاستیک–پلاستیک می‌باشد. از المان سه‌بعدی سالید[2] که از خود رفتار تغییر مکان مرتبه دوم نشان می‌دهد و جهت مدل‌سازی رفتار الاستیک–پلاستیک، تغییر شکل و کرنش‌های بزرگ مناسب می‌باشد، استفاده شده است (شکل ۳).

در بسته نرم‌افزار انسیس، از روش حل ضمنی گذرا[3] استفاده شده است که انتگرال زمانی در آن با استفاده از الگوریتم نیومارک تخمین زده می‌شود. با مطالعه همگرایی نتایج در نرم‌افزار انسیس برای تحلیل‌های دینامیکی در شرایط مختلف و تعداد نقاط شبکه‌بندی متفاوت، تعداد المان‌های ۵۰۰۰۰ برای هسته و ۲۵۰۰۰ برای لایه‌های جانبی در نظر گرفته شده است.

۵- نتایج و بحث

در این مقاله پاسخ دینامیکی الاستیک–پلاستیک و شرایط شکست لایه‌های یک پانل منحنی ساندویچی کامپوزیتی تحت بارگذاری ضربانی تک‌مرحله‌ای مورد مطالعه قرار گرفته است. برای لایه‌های درونی و بیرونی پانل مواد اورتتروپ از جنس شیشه/وینلی استر و برای هسته فوم‌های پلی‌وینلید کلراید[4] در نظر گرفته شده است که خواص تمامی مواد مورد استفاده در جدول ۱ قابل مشاهده

2 Solid 185
3 Implicit Transient
4 Polyvinyl Chloride (PVC)

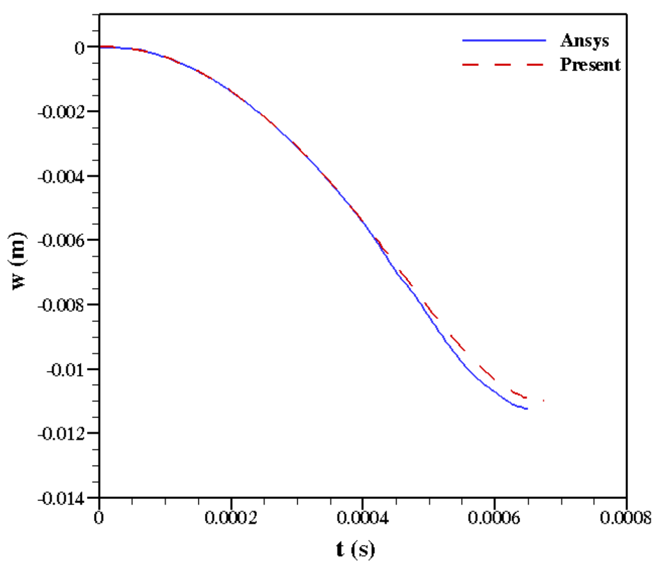
جدول۱ : خواص مواد به کارگرفته شده برای لایه‌های جانبی و هسته پانل ساندویچی

Table 1. Material properties of the core and facesheets

τ_Y (MPa)	σ_Y (MPa)	ρ kg/m^3	ν_{13}	ν_{23}	ν_{12}	G_{23} (GPa)	G_{31} (GPa)	G_{12} (GPa)	E_{33} (GPa)	E_{22} (GPa)	E_{11} (GPa)	
–	–	۱۳۹۱	۰/۲۸	۰/۱۲	۰/۱۲	۴	۱/۷۳	۱/۷۳	۱۷	۱۷	۷/۴۳	شیشه / وینلی استر
			ν			G (GPa)			E (GPa)			
۰/۳۵	۰/۲۹	۳۶	۰/۲۵			۰/۰۱۳			۰/۰۲۷			PVC-H30
۱/۴۷	۱/۵۳	۱۰۰	۰/۳۱			۰/۰۴۳۸			۰/۱۰۵			PVC-H100
۳/۶۴	۶/۳	۲۵۰	۰/۳۴			۰/۱۱۷			۰/۴۰۳			PVC-H250
۷/۴۴	۱۲/۸۸	۴۰۰	۰/۳			۰/۱۳۱			۰/۳۴			PVC-HCP100

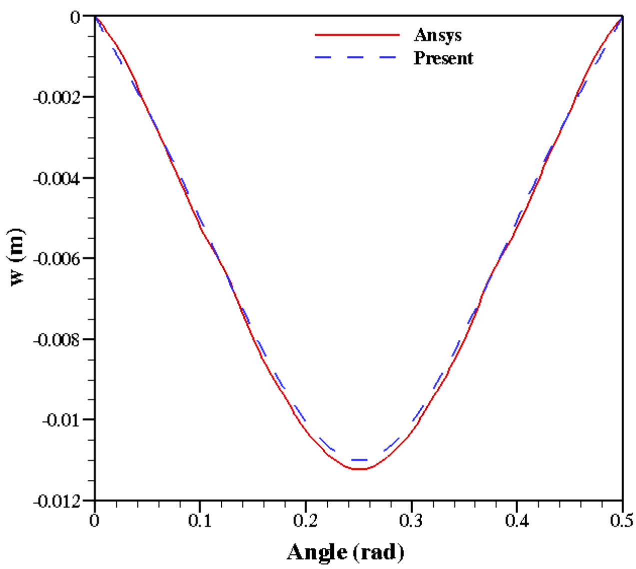
می‌باشد. در ابتدا با استفاده از تحلیل المان محدود در نرم‌افزار انسیس معادلات دیفرانسیل به دست آمده و روش ارائه شده را اعتبارسنجی نموده و سپس نتایج مربوط به تغییر شکل‌های پلاستیک و کانتورهای تنش در لایه‌های پانل ساندویچی ارائه می‌گردد.

پانل ساندویچی مورد تحلیل جهت تایید صحت معادلات استخراج شده و روش حل ارائه شده برای تغییر شکل‌های الاستیک–پلاستیک پانل‌ساندویچی تحت بارگذاری فشار دینامیکی، دارای لایه‌های بالایی و پایینی اورتتروپ و هسته از جنس فوم PVC-H ۲۵۰ مطابق با خواص داده شده در جدول ۱ می‌باشد. همچنین این پانل ساندویچی مربعی دارای طول و پهنای $L=b=$ ۰/۵ m، شعاع داخلی $R_1=$ ۱ m، ضخامت هسته $h_c=$ ۰/۰۴ m، ضخامت لایه‌های جانبی بالایی و پایینی $h_t=h_b=$ ۰/۰۰۵ m می‌باشد. بارگذاری از نوع فشار یکنواخت خارجی ضربانی با بیشینه فشار اعمالی $P_0=$ ۲ MPa و مدت زمان اعمال $t_d=$ ۰/۰۰۲ s است. معیار تسلیم ون–میسز نیز به عنوان شرط تسلیم هسته و ورود به تغییر شکل پلاستیک در نرم‌افزار انسیس و روش عددی مقاله اتخاذ شده است. در شکل‌های ۴ و ۵ تغییر مکان مرکز پانل تا رسیدن به بیشینه جابه‌جایی و نحوه تغییر آن در راستای خطوط میانی محیطی سطح میانی هسته پانل که از دو روش عددی و المان محدود به دست آمده‌اند، ارائه شده است. بررسی نتایج نشان از دقت بالا و همگرایی بسیار خوب نتایج روش عددی مورد استفاده در مقاله دارد. همچنین در شکل ۶ نتایج به دست آمده برای تنش ون–میسز در راستای محیطی و طولی در سطوح میانی



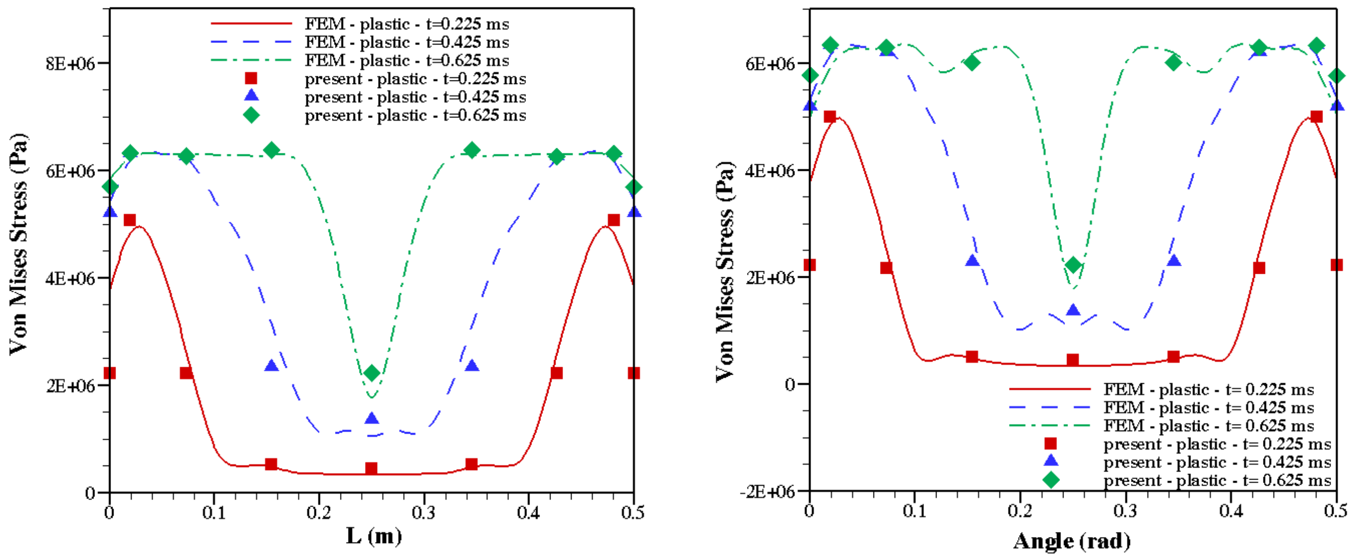
شکل ۴: مقایسه تغییر مکان شعاعی مرکز پانل به دست آمده از روش عددی و حل المان محدود در حالت تغییر شکل پلاستیک

Fig. 4. Comparison of the panel mid-layer center deflection obtained by presented method and finite element analysis results



شکل ۵: مقایسه تغییر مکان شعاعی خطوط میانی محیطی سطح میانی هسته پانل با نرم‌افزار انسیس

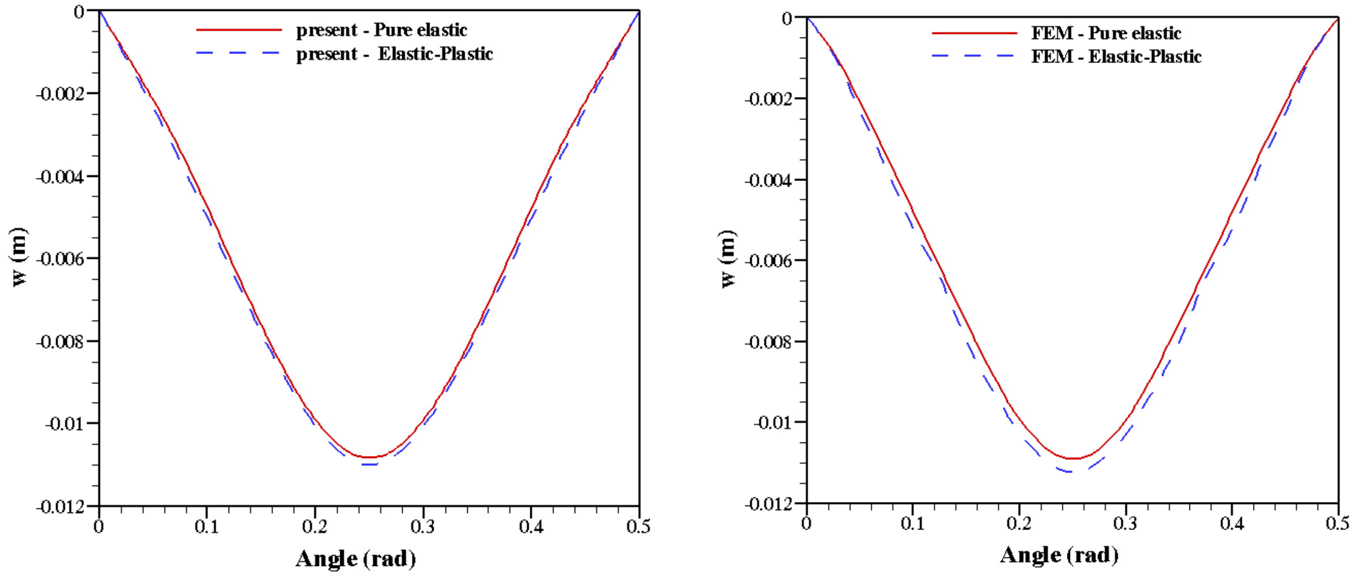
Fig. 5. Comparison of the core mid-line (circumferential) deflection obtained by numerical and finite element analysis results



ب الف

شکل ۶: مقایسه تنش ون-میسز به دست آمده از حل عددی و نرم‌افزار انسیس، الف) خط محیطی سطح میانی هسته، ب) خط طولی سطح میانی هسته

Fig. 6. Comparison of the Von-Mises stress at the mid-surface of core before maximum deflection: (a) mid-line (circumferential), (b) mid-line (longitudinal)



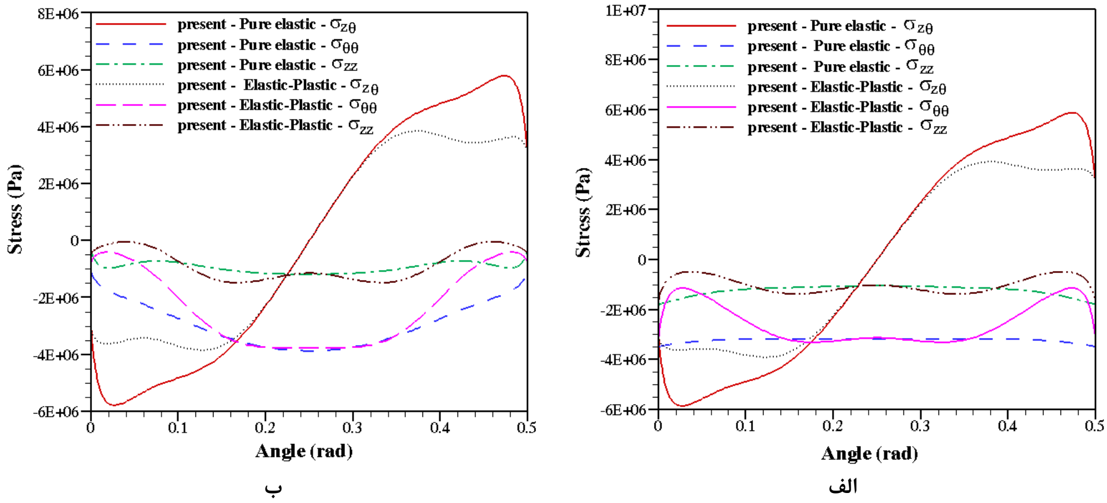
ب الف

شکل ۷: تغییرات جابه‌جایی شعاعی در راستای خطوط میانی محیطی در سطح میانی پانل، (الف) انسیس، (ب) روش عددی

Fig. 7. Variation of the radial deformation at the core mid-line (circumferential), (a) ANSYS, (b) presented method

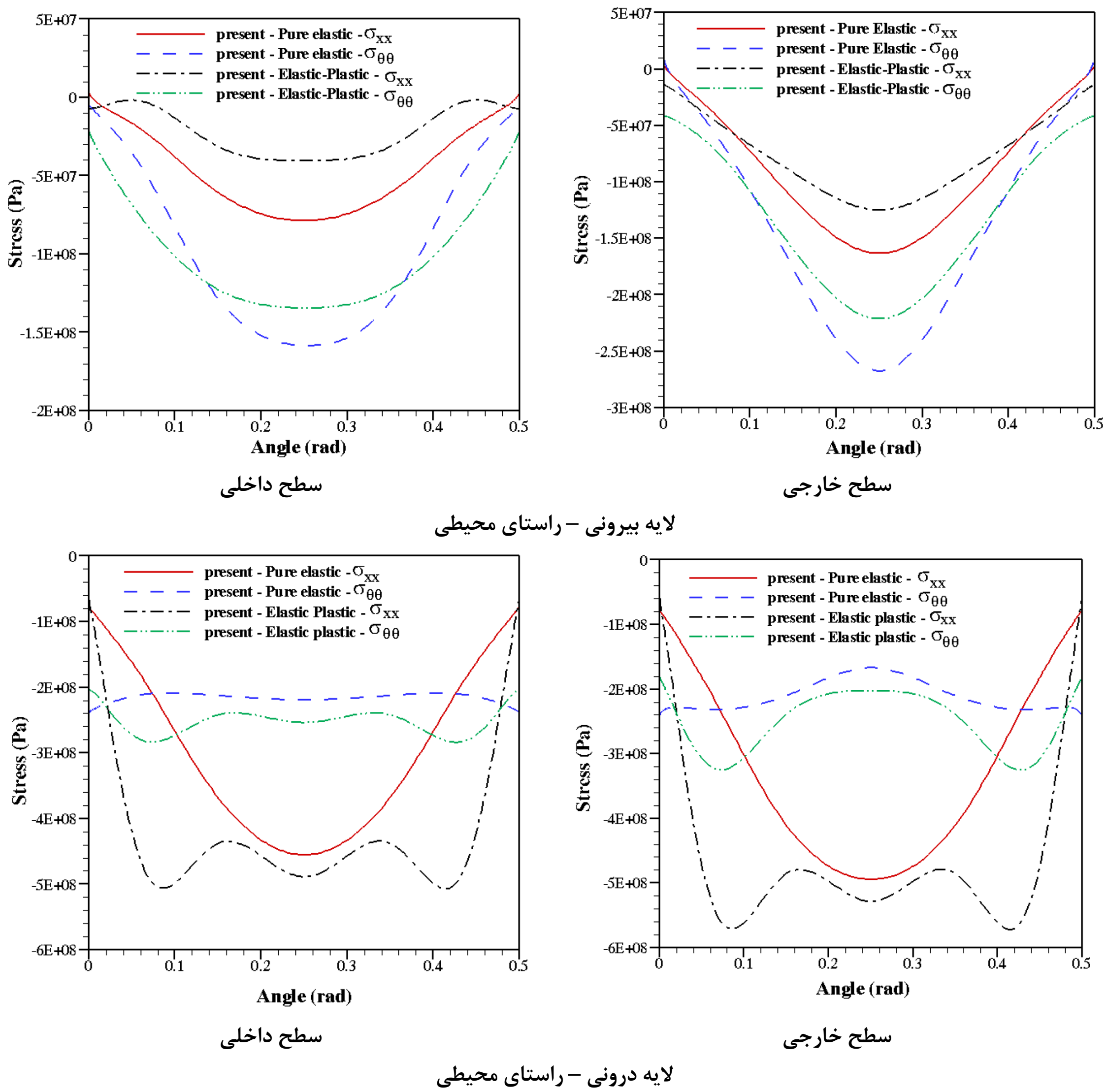
هسته پانل ساندویچی در زمان انتهای فشردگی نشان داده شده است.

پس از بررسی‌های انجام شده جهت تصدیق روش حل مسئله و معادلات حرکت به دست آمده برای تغییر شکل الاستیک-پلاستیک یک پانل ساندویچی کامپوزیتی، به مطالعه پارامتری پانل پرداخته می‌شود. خواص مواد لایه‌های پانل ساندویچی در این بخش مطابق با جدول ۱ می‌باشد و پانل دارای طول و پهنای $L=b=$ ۰/۵ m، شعاع داخلی $R_I=$ ۱ m، ضخامت هسته $h_c=$ ۰/۰۴ m، ضخامت لایه‌های جانبی بالایی و پایینی $h_t=h_b=$ ۰/۰۰۵ m است. در گام اول به بررسی نحوه تغییرات مولفه‌های تنش و تغییر مکان در پانل در شرایط هسته الاستیک و الاستیک-پلاستیک پرداخته می‌شود. در شکل ۷



شکل ۸: تغییرات تنش در خطوط میانی محیطی هسته پانل ساندویچی، الف) سطح میانی هسته ۰ =z ، ب) سطح $z=h_c/4$

Fig. 8. Variation of the stresses at the core mid-line (circumferential), (a) z=0, (b) $z=h_c/4$



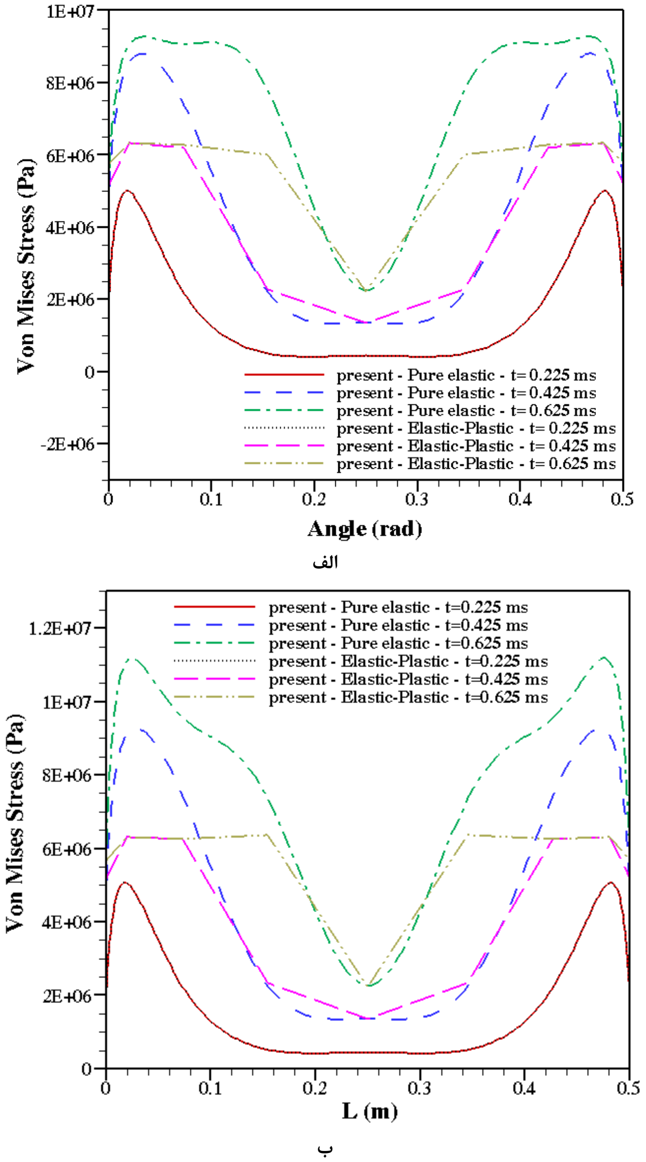
شکل ۹: تغییرات تنش در سطوح داخلی و خارجی لایه‌های درونی و بیرونی اورتتروپ پانل ساندویچی

Fig. 9. Variation of the stresses at the inner and outer surface of the orthotropic facesheets

جابه‌جایی شعاعی در سطح میانی هسته در راستای میانی محیطی برای شرایط تغییر شکل الاستیک هسته و الاستیک–پلاستیک آن رسم شده است. مطابق با انتظار در تغییر شکل پلاستیک جابه‌جایی پانل به دلیل کرنش‌های بزرگ در نقاط مختلف بیشتر از حالت الاستیک پدیدار شده است اما این مقدار اختلاف بسیار کم می‌شد. دلیل اصلی این رخداد این است که سهم اصلی در تسلیم هسته را تنش‌های برشی تشکیل می‌دهند که اندازه آن‌ها در لبه‌های پانل مقدار قابل توجهی است و در قسمت‌های میانی پانل عموما به دلیل مقدار ناچیز این مولفه از تنش، پدیده تسلیم مشاهده نخواهد شد. لذا تغییر جابه‌جایی در مرکز پانل، بیشتر تحت تاثیر تغییر شکل‌های پلاستیک در کناره‌های پانل نمایان می‌شود. تغییرات تنش در دو حالت الاستیک و پلاستیک برای هسته در شکل ۸ قابل مشاهده است. مطابق با آنچه از نمودارها برمی‌آید برای هسته، تنش‌های برشی به خصوص در لبه‌های پانل نقش غالب در تسلیم را ایفا می‌کنند. در حالت پلاستیک این تنش‌ها بعد از رسیدن به نقطه تسلیم برابر با مقدار ثابت تنش تسلیم ماده هسته باقی می‌مانند. با توجه به شکل دامنه تنش‌های فشاری درون صفحه‌ای بزرگ‌تر از دامنه تنش‌های فشاری خارج صفحه‌ای می‌باشد. این مورد نشان می‌دهد که بهتر است برای مدل‌سازی خواص مکانیکی این نوع فوم‌ها، از خواص همسانگرد عرضی آن‌ها استفاده شود. همچنین در شکل ۹ تغییرات تنش در سطوح داخلی و خارجی لایه‌های درونی و بیرونی پانل که از تحلیل الاستیک خالص و الاستیک–پلاستیک حاصل شده‌اند، نشان داده شده است.

نمودارهای ارائه شده در شکل ۱۰ تغییرات تنش ون–میسز هسته پانل در زمان‌های مختلف بارگذاری قبل و بعد از رسیدن به تسلیم را نشان می‌دهد. مطابق با آنچه در بالا اشاره شد، از مدل الاستیک–پلاستیک کامل بدون در نظر گرفتن کار سختی جهت مدل‌سازی رفتار هسته استفاده شده است. بر این اساس بعد از رسیدن هر نقطه از هسته به تسلیم، جریان تنش در آن مقدار ثابتی پیدا خواهد کرد. نمودارهای ارائه شده در شکل ۱۰ در حالت الاستیک و پلاستیک نشان می‌دهد که در لبه‌های پانل که به دلیل وجود مولفه تنش برشی بزرگ تغییر شکل پلاستیک از آن نقاط شروع می‌شود، تنش ون–میسز بعد از رسیدن به تسلیم ثابت و برابر با تنش تسلیم ماده باقی می‌ماند.

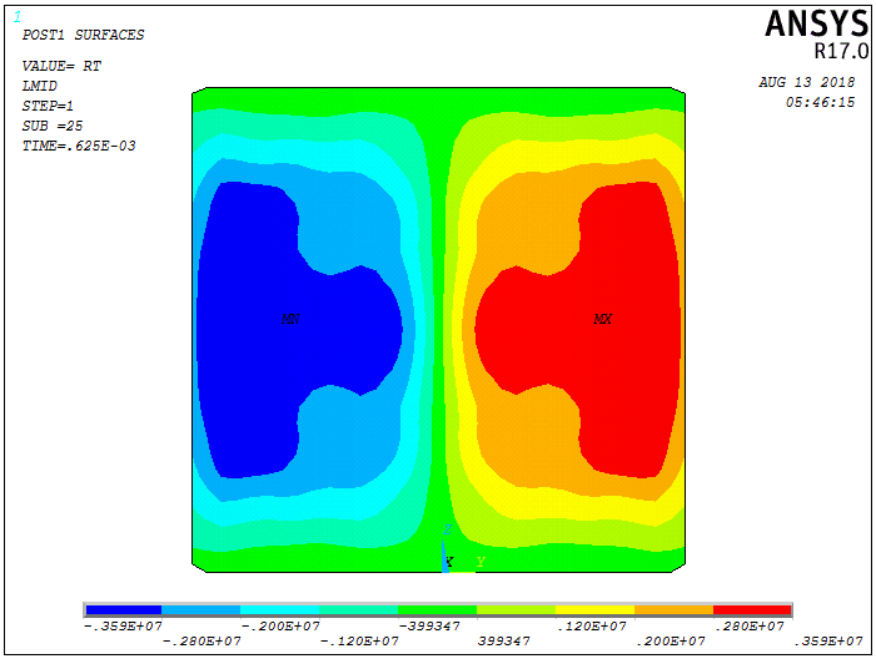
مطالعه جامع‌تر پیرامون توزیع تنش‌ها در نقاط مختلف هسته یک



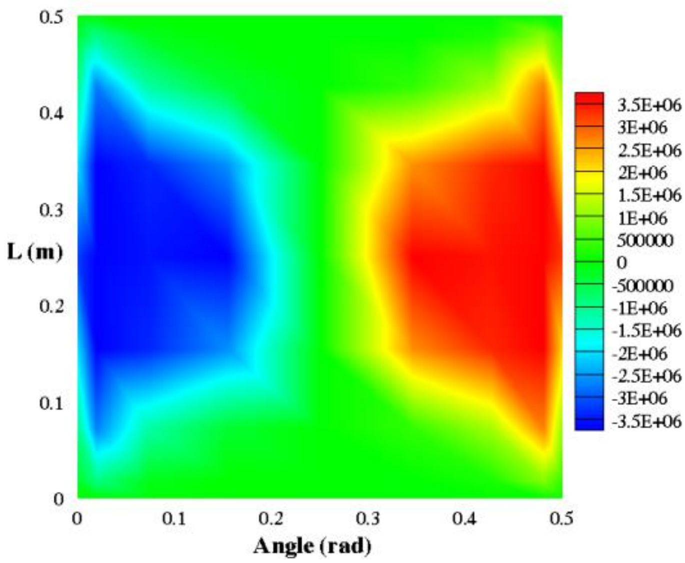
شکل ۱۰: تغییرات تنش ون–میسز در هسته، الف) خط میانی سطح میانی در راستای محیطی، ب) خط میانی سطح میانی در راستای طولی

Fig. 10. Variation of the Von-Mises stress at the core layer, (a) mid-surface, mid-line (circumferential), (b) mid-surface, mid-line (longitudinal)

پانل ساندویچی به منظور بالا بردن سطح آگاهی از نحوه رفتار پانل و تغییر شکل‌های دائمی با بررسی کانتورهای زیر امکان‌پذیر خواهد بود. در شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ کانتور تنش‌های برشی و ون–میسز برای سطح میانی هسته ($z=$ ۰) به دست آمده از حل عددی مورد استفاده در این مقاله و حل المان محدود توسط نرم‌افزار انسیس در زمان $t=$ ۰/۶۲۵ ms نشان داده شد. مطابق با آنچه در بالا نیز بدان اشاره شد، به دلیل بزرگی تنش‌های برشی در لبه‌های پانل، تنش ون–میسز نیز در این نقاط بیشتر از بقیه خواهد بود و تسلیم هسته از این مناطق



الف



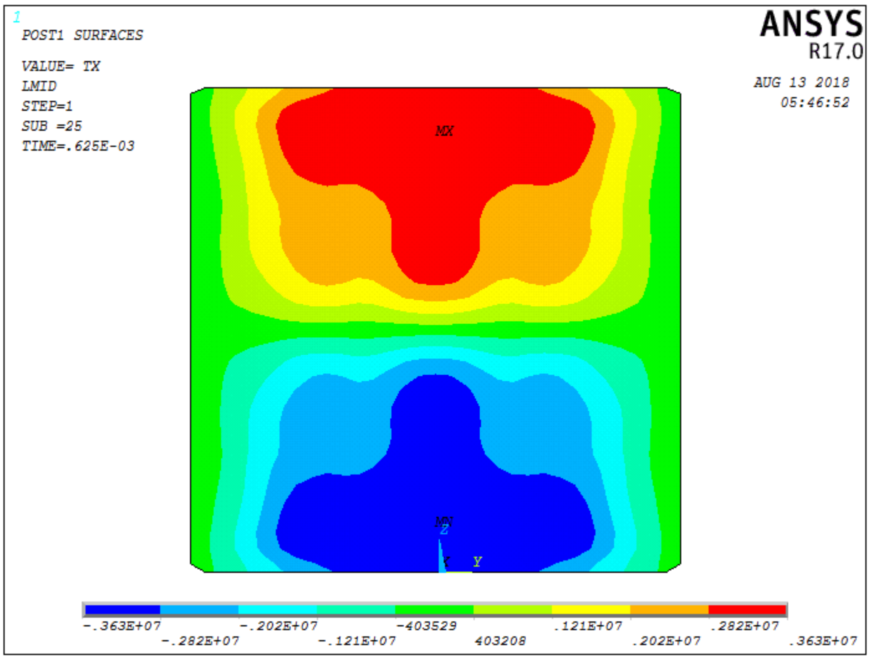
ب

شکل ۱۱: کانتور تنش برشی $\sigma_{z\theta}$ در راستای محیطی سطح میانی Z= ۰ هسته در زمان ۰/۶۲۵ میلی‌ثانیه. الف) انسیس، ب) حل عددی

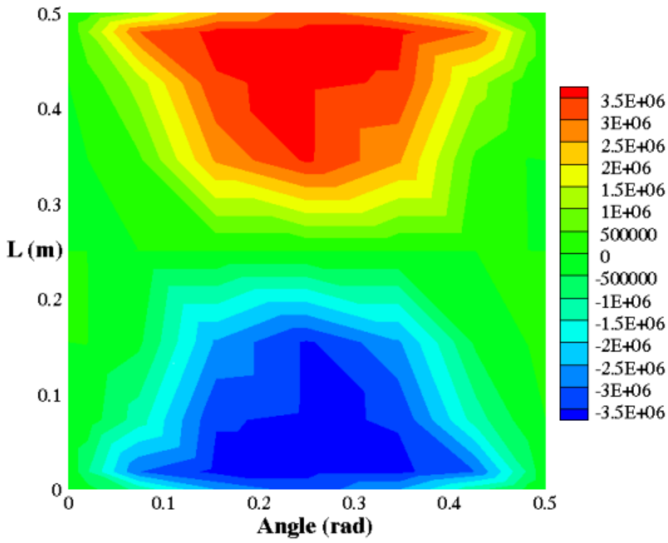
Fig. 11. Contour of the shear stress $\sigma_{z\theta}$ at the core mid-surface (circumferential) z=0 in the t= 0.625 ms, (a) ANSYS, (b) presented method

شروع شده و با افزایش زمان گسترش می‌یابد.

در ادامه بررسی مولفه‌های هندسی پانل، پارامتر انحنای پانل مورد توجه قرار می‌گیرد به نحوی‌که تغییرات فشار بیشینه متناسب با شروع تسلیم هسته برای فوم‌های مختلف در شکل ۱۴ ارائه شده است. مطابق نتایج به دست آمده برای تمامی جنس هسته‌ها با افزایش شعاع انحنای پانل، بیشینه فشار متناظر با شروع تسلیم کاهش یافته و برای شعاع انحنای بزرگ که پانل استوانه‌ای مشابه با یک ورق رفتار می‌کند، به یک مقدار مجانب میل می‌کند. از دیگر پارامترهای تأثیرگذار بر روی تسلیم هسته، زمان نشست بارگذاری ضربانی t_d می‌باشد. در شکل ۱۵ تغییرات فشار بیشینه بحرانی تسلیم پانل ساندویچی در ازای



الف

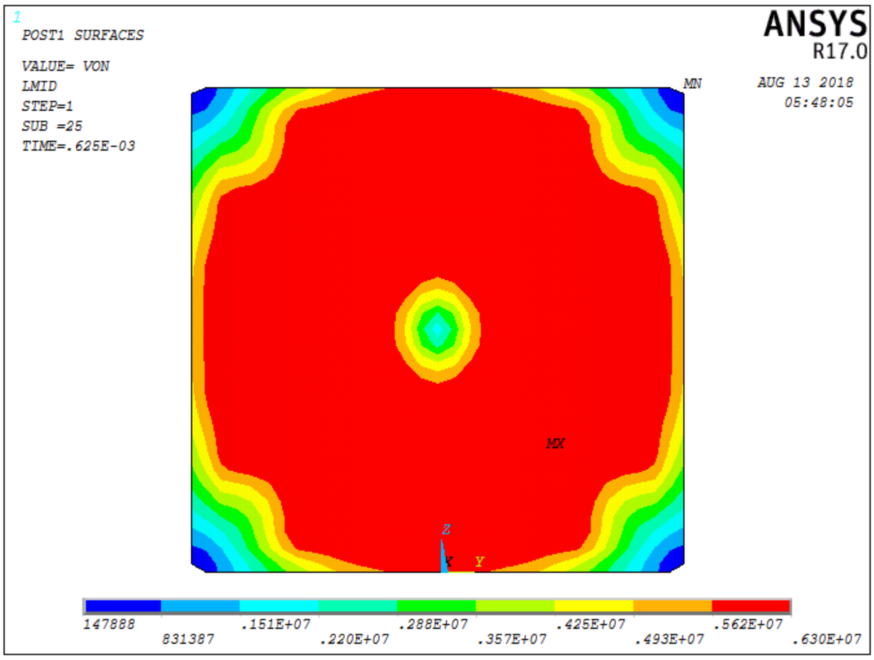


ب

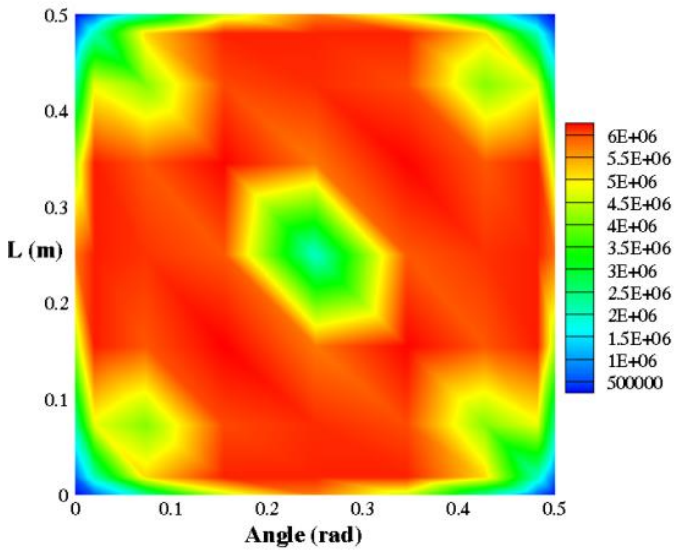
شکل ۱۲: کانتور تنش برشی σ_x در راستای محیطی سطح میانی Z= ۰ هسته در زمان ۰/۶۲۵ میلی‌ثانیه. الف) انسیس، ب) حل عددی

Fig. 12. Contour of the shear stress σ_x at the core mid-surface (circumferential) z=0 in the t= 0.625 ms, (a) ANSYS, (b) presented method

بارگذاری دینامیکی ضربانی با زمان نشست مختلف ترسیم شده است. برای تمامی پانل‌های ساندویچی با هسته‌های مختلف، با افزایش زمان نشست بار می‌توان دید فشار بیشینه تسلیم پانل کاهش می‌یابد. از جمله اهمیت‌های شبیه‌سازی مناسب بارگذاری‌های دینامیکی و عدم استفاده از تقریب‌های استاتیکی و شبه استاتیکی برای فشار اعمالی، را می‌توان همین بیش برآوردهای فشارهای بحرانی برای سازه‌های در معرض بارگذاری دینامیکی دانست که موجب می‌گردد طرح با ضریب ایمنی‌های خیلی بیشتر از آنچه مورد نیاز است طراحی گردد. همچنین مطابق نتایج به دست آمده برای فوم ۱۰۰HCP که دارای تنش‌های تسلیم و مدول یانگ و چگالی بیشتری است، حساسیت به افزایش زمان نشست بیشتر بوده و مقدار کاهش فشار تسلیم برای آن بیشتر از فوم‌های دیگر است.



الف

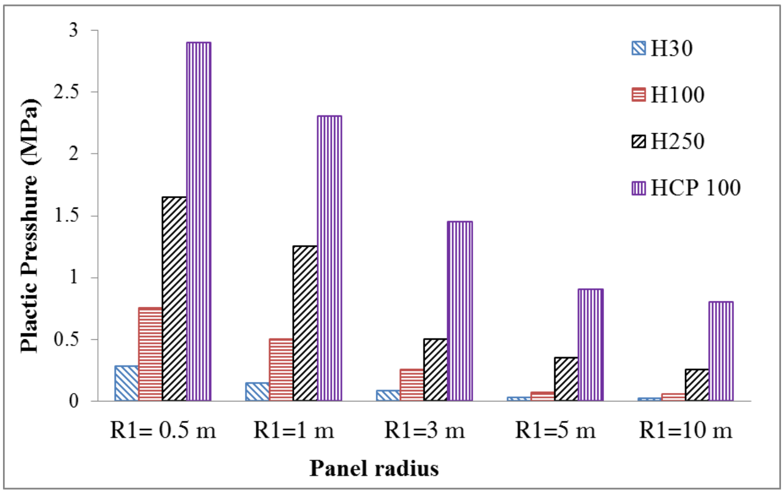


ب

شکل ۱۳: کانتور تنش ون-میسز در راستای محیطی سطح میانی $Z=0$ هسته در زمان ۰/۶۲۵ میلی‌ثانیه. الف) انسیس، ب) حل عددی

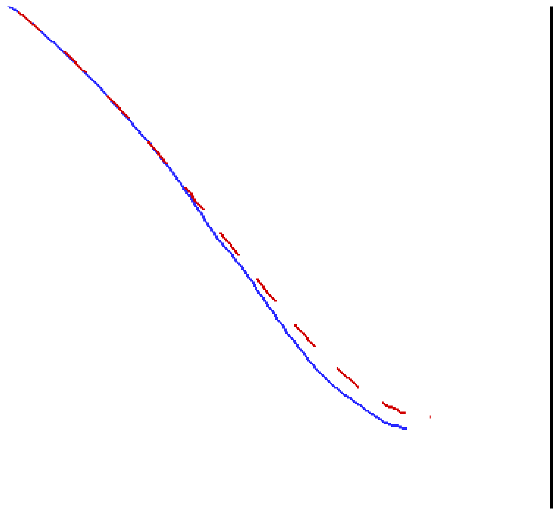
Fig. 13. Contour of the von-Mises stress at the core mid-surface (circumferential) z=0 in the t= 0.625 ms, (a) ANSYS, (b) presented method

از دیگر مسائل مهم در تحلیل سازه‌های ساندویچی بررسی خرابی این پانل‌ها در اثر شکست لایه‌های اورتتروپ به کار رفته در صفحات جانبی پانل می‌باشد. این مقوله برای پانل‌های ساندویچی که در آن از هسته‌های با مقاومت بالا استفاده می‌شود، اهمیت بیشتری نیز پیدا می‌کند. با توجه به نتایج ارائه شده در بالا مشخص گردید مقادیر تنش در نزدیکی لبه‌های صفحات زیرین پانل‌های ساندویچی بیشتر از دیگر نواحی است و می‌تواند مکان بروز شکست تلقی گردد. در شکل ۱۶ فشار بیشینه بحرانی متناظر با شروع شکست در صفحات جانبی و همچنین شروع تغییر شکل هسته برای پانل ساندویچی با طول و پهنای $L=b=$ ۰/۵ m، شعاع داخلی $R_1=$ ۱ m، زمان نشت بارگذاری $t_d=$ ۰/۰۰۲ s و ضخامت لایه جانبی ثابت داده شده است. بر اساس آنچه از تحلیل شرایط مختلف خرابی پانل به دست آمد، با



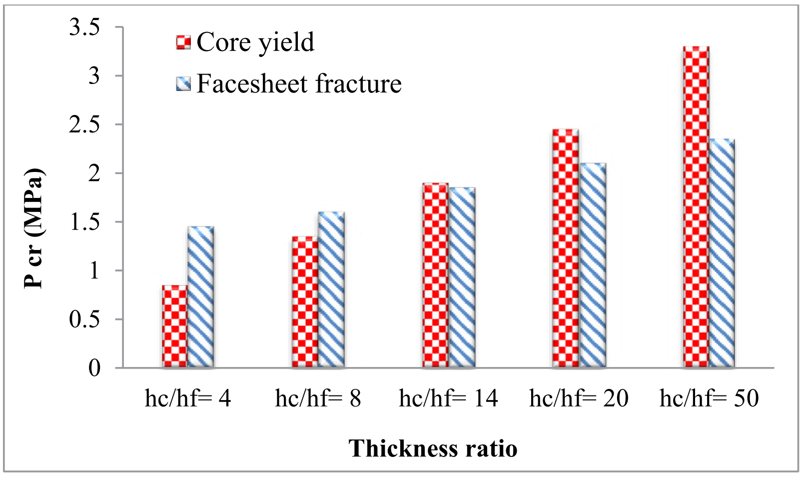
شکل ۱۴: تغییرات فشار بیشینه شروع تغییر شکل پلاستیک با شعاع انحنای پانل ساندویچی

Fig. 14. Effects of the mid-surface radius on the plastic critical pressure of sandwich panel



شکل ۱۵: تغییرات فشار بیشینه شروع تغییر شکل پلاستیک با زمان نشست بار ضربانی

Fig. 15. Effects of the pulse decay on the plastic critical pressure of sandwich pane



شکل ۱۶: نوع خرابی پانل ساندویچی در معرض بارگذاری انفجار h_f= ۰/۰۰۵ m.

Fig. 16. Failure modes of the sandwich panel subjected to pulse loading, h_f=0.005 m

افزایش ضخامت صفحات جانبی مقاومت به شکست این لایه‌ها در مقابل تسلیم شدن هسته بیشتر شده و بنابراین تغییر شکل پلاستیک هسته مد خرابی غالب خواهد بود.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله تحلیل الاستیک-پلاستیک پانل ساندویچی تحت بارگذاری دینامیکی ضربانی انفجار انجام شده است. فرض شده پانل دارای تکیه‌گاه ساده در چهار لبه خود باشد و برای مدل‌سازی رفتار هسته از مدل الاستیک–پلاستیک کامل بهره برده شده است. از یک تئوری غیرخطی مرتبه بالا جهت استخراج معادلات هسته استفاده گردید و با استفاده از حل الاستیسیته سه‌بعدی، معادلات دیفرانسیل جزئی حاکم بر حرکت پانل ساندویچی استخراج شد. فرض گردید بین لایه‌های پانل اتصال کامل وجود داشته باشد و اثرات استهلاک در مسئله نادیده گرفته شده است. معادلات دیفرانسیل حرکت به دست آمده بعد از گسسته‌سازی به کمک روش نیومارک حل شد. مقایسه نتایج با آنچه از تحلیل المان محدود در نرم‌افزار انسیس بدست آمد نشان داد روش فرمول‌بندی و حل مسئله بسیار دقیق و قابل اطمینان می‌باشد. همچنین مشاهده گردید که استفاده از فرمول‌بندی استخراج شده و روش حل به کار گرفته شده در این مقاله، زمان رسیدن به پاسخ با دقت مد نظر را تا ۵۰ درصد نسبت به شبیه‌سازی در نرم‌افزار انسیس کاهش می‌دهد. با توجه به مقایسه بین تنش‌های به دست آمده در تحلیل الاستیک خالص و الاستیک-پلاستیک، نشان داده شد که اجازه دادن به تغییر شکل پلاستیک در هسته می‌تواند مقاومت کلی پانل را در برابر بارگذاری دینامیکی ضربانی تقویت کند. همچنین نشان داده شد که صفحات درونی پانل ساندویچی در معرض تنش‌های بزرگتری هستند و احتمال خرابی پانل در اثر شکست این لایه بیشتر از لایه خارجی می‌باشد. نتایج بیان نمودند که شبیه‌سازی دقیق بارگذاری دینامیکی و پرهیز از فرضیات استاتیکی و شبه استاتیکی می‌تواند در طراحی بهینه سازه موثر واقع گردد.

ضمیمه

$$
\begin{aligned}
&P_0(1-\frac{t}{t_d})-(a_c+\frac{h_c}{2})(c_{11}^c(-\frac{6w^c(x,\theta,t)}{h_c}+\frac{5w^t(x,\theta,t)+w^b(x,\theta,t)}{h_c})\\
&+c_{12}^c(\frac{-\frac{\partial}{\partial\theta}v^t(x,\theta,t)+w^t(x,\theta,t)+\frac{\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}w^t(x,\theta,t)h_t}{a_c+\frac{h_c}{2}}}{a_c+\frac{h_c}{2}})\\
&+c_{13}^c(-\frac{\partial}{\partial x}u^t(x,\theta,t)+\frac{\partial^2}{\partial x^2}w^t(x,\theta,t)h_t))\\
&+\int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}+h_t}(2c_{66}^t(\frac{(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}w^t(x,\theta,t)+\frac{\partial}{\partial\theta}v^t(x,\theta,t))}{(a_c+z)^2})-\rho_t(a_c+z)\frac{\partial^2w^t(x,\theta,t)}{\partial t^2}\\
&-c_{22}^t(-\frac{(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}w^t(x,\theta,t)+\frac{\partial}{\partial\theta}v^t(x,\theta,t))}{(a_c+z)^2}-\frac{\frac{\partial}{\partial\theta}v^t(x,\theta,t)+w^t(x,\theta,t)}{a_c+z})\\
&-c_{23}^t(\frac{\partial}{\partial x}u^t(x,\theta,t)+(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})\frac{\partial^2}{\partial x^2}w^t(x,\theta,t)))dz=0
\end{aligned}
\qquad \text{(ض-۱)}
$$

$$-2(a_c+\frac{h_c}{2})(c_{66}^c(\frac{\frac{\partial}{\partial\theta}w^t(x,\theta,t)}{2(a_c+\frac{h_c}{2})}+\frac{v^t(x,\theta,t)-v^b(x,\theta,t)}{2h_c}+\frac{h_t\frac{\partial}{\partial\theta}w^t(x,\theta,t)}{2(a_c+\frac{h_c}{2})h_c}-\frac{h_t\frac{\partial}{\partial\theta}w^t(x,\theta,t)}{4(a_c+\frac{h_c}{2})^2}$$

$$+\frac{h_t(-\frac{6w^c(x,\theta,t)}{h_c}+\frac{5w^t(x,\theta,t)+w^b(x,\theta,t)}{h_c})}{4(a_c+\frac{h_c}{2})}-\frac{v^t(x,\theta,t)+\frac{\frac{\partial}{\partial\theta}w^t(x,\theta,t)h_t}{a_c+\frac{h_c}{2}}}{2(a_c+\frac{h_c}{2})})$$

$$-2(a_c+\frac{h_c}{2})(\eta(\frac{\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial t\partial\theta}}{2(a_c+\frac{h_c}{2})}+\frac{\frac{\partial v^t(x,\theta,t)}{\partial t}-\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial t}}{2h_c}+\frac{h_t\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial t\partial\theta}}{2(a_c+\frac{h_c}{2})h_c}-\frac{h_t\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial t\partial\theta}}{4(a_c+\frac{h_c}{2})^2}$$

$$+\frac{h_t(-\frac{6\frac{\partial w^c(x,\theta,t)}{\partial t}}{h_c}+\frac{5\frac{\partial w^t(x,\theta,t)}{\partial t}+\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial t}}{h_c})}{4(a_c+\frac{h_c}{2})}-\frac{\frac{\partial v^t(x,\theta,t)}{\partial t}+\frac{\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial t\partial\theta}h_t}{a_c+\frac{h_c}{2}}}{2(a_c+\frac{h_c}{2})}))$$

$$+\int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}+h_t}(c_{22}^t(\frac{-(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^3}{\partial\theta^3}w^t(x,\theta,t)+\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}v^t(x,\theta,t))}{(a_c+z)^2} \tag{ض-۲}$$

$$-\frac{-\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}v^t(x,\theta,t)+\frac{\partial w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta}}{a_c+z})+c_{23}^t(\frac{\partial^2 u^t(x,\theta,t)}{\partial x\partial\theta}-(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})\frac{\partial^3 w^t(x,\theta,t)}{\partial^2 x\partial\theta})$$

$$+2(a_c+z)c_{44}^t(\frac{\frac{\partial^2 u^t(x,\theta,t)}{\partial x\partial\theta}-(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})\frac{\partial^3 w^t(x,\theta,t)}{\partial^2 x\partial\theta}}{2(a_c+z)}$$

$$+\frac{\partial^2}{\partial x^2}v^t(x,\theta,t)-\frac{(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})(-\frac{\partial^3 w^t(x,\theta,t)}{\partial^2 x\partial\theta}-\frac{\partial^2}{\partial x^2}v^t(x,\theta,t))}{2(a_c+z)})$$

$$+c_{66}^t(\frac{2(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})(\frac{\partial w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta}-v^t(x,\theta,t))}{(a_c+z)^2})$$

$$-\rho_t(a_c+z)(\frac{\partial^2 v^t(x,\theta,t)}{\partial t^2}-\frac{(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^3 w^t(x,\theta,t)}{\partial t^2\partial\theta}-\frac{\partial^2 v^t(x,\theta,t)}{\partial t^2})}{(a_c+z)}))dz=0$$

$$
\begin{aligned}
&-2c_{55}^{c}(a_c+\frac{h_c}{2})(-\frac{\partial}{\partial x}w^t(x,\theta,t)+\frac{u^t(x,\theta,t)+u^b(x,\theta,t)}{h_c}+\frac{h_t\frac{\partial}{\partial x}w^t(x,\theta,t)}{h_c}\\
&+\frac{h_t}{4}(-\frac{6\frac{\partial}{\partial x}w^c(x,\theta,t)}{h_c}+\frac{5\frac{\partial}{\partial x}w^t(x,\theta,t)+\frac{\partial}{\partial x}w^b(x,\theta,t)}{h_c}))\\
&-2(a_c+\frac{h_c}{2})\eta(-\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial t\partial x}+\frac{\frac{\partial u^t(x,\theta,t)}{\partial t}+\frac{\partial u^b(x,\theta,t)}{\partial t}}{h_c}+\frac{h_t\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial t\partial x}}{h_c}\\
&+\frac{h_t}{4}(-\frac{6\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}w^c(x,\theta,t)}{h_c}+\frac{5\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}w^t(x,\theta,t)+\frac{\partial^2}{\partial x\partial t}w^b(x,\theta,t)}{h_c}))\\
&+\int_{\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}+h_t}(2c_{44}^{t}(\frac{\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}u^t(x,\theta,t)+(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta}w^t(x,\theta,t)}{a_c+z}+\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta}v^t(x,\theta,t)\\
&-\frac{(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta}w^t(x,\theta,t)-\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta}v^t(x,\theta,t))}{2(a_c+z)})\\
&+(a_c+z)(c_{23}^{t}(-\frac{(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^3}{\partial x\partial\theta^2}w^t(x,\theta,t)-\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta}v^t(x,\theta,t))}{(a_c+z)^2}+\frac{\frac{\partial^2}{\partial x\partial\theta}v^t(x,\theta,t)}{(a_c+z)}+\frac{\frac{\partial}{\partial x}w^t(x,\theta,t)}{L(a_c+z)})\\
&+c_{33}^{t}(\frac{\partial^2}{\partial x^2}u^t(x,\theta,t)\\
&-(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})\frac{\partial^3}{\partial x^3}w^t(x,\theta,t))-\rho_t(a_c+z)(\frac{\partial^2 u^t(x,\theta,t)}{\partial t^2}-(z-\frac{h_c}{2}-\frac{h_t}{2})\frac{\partial^3 w^t(x,\theta,t)}{\partial x\partial t^2}))dz=0
\end{aligned}
\tag{ض-۳}
$$

$$
\begin{aligned}
&L1+\int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}}(L2)dz+\int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}}(L3)dz+\int_{-\frac{h_c}{2}}^{\frac{h_c}{2}}(\eta.\frac{\partial L3}{\partial t})dz+L4)=0\\
&L1=((a_c+\frac{1}{2}h_c)(c_{11}^{c}(-\frac{6w^c(x,\theta,t)}{h_c}+\frac{5w^t(x,\theta,t)+w^b(x,\theta,t))}{h_c})\\
&+c_{12}^{c}(\frac{-\frac{\partial v^t(x,\theta,t)}{\partial\theta}+w^t(x,\theta,t)+\frac{1}{2}\frac{h_t\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}}{a_c+\frac{1}{2}h_c}}{a_c+\frac{1}{2}h_c})\\
&+c_{13}^{c}(-\frac{\partial u^b(x,\theta,t)}{\partial x}-\frac{1}{2}h_t\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial x^2}))\\
&-(a_c-\frac{1}{2}h_c)(c_{11}^{c}(\frac{6w^c(x,\theta,t)}{h_c}-\frac{3((w^t(x,\theta,t)+w^b(x,\theta,t))}{h_c})\\
&+c_{12}^{c}(\frac{-\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}+w^b(x,\theta,t)-\frac{1}{2}\frac{h_t\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}}{a_c-\frac{1}{2}h_c}}{a_c-\frac{1}{2}h_c})\\
&+c_{13}^{c}(-\frac{\partial u^b(x,\theta,t)}{\partial x}-\frac{1}{2}h_t\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}))
\end{aligned}
\tag{ض-۴}
$$

$$L2 = c_{12}^c((\frac{2z}{h_c^2}+\frac{16z^3}{h_c^4})(-2w^c(x,\theta,t)+w^t(x,\theta,t)+w^b(x,\theta,t))$$

$$+\frac{1}{2}(\frac{1}{h_c}+\frac{12z^2}{h_c^3})(w^t(x,\theta,t)-w^b(x,\theta,t))-c_{22}^c(\frac{1}{(a_c+z)}($$

$$-(\frac{1}{2}\frac{\partial}{\partial\theta}-\frac{z}{h_c}\frac{\partial}{\partial\theta})\frac{\frac{\partial}{\partial\theta}(v^b(x,\theta,t)+v^t(x,\theta,t))}{2}+$$

$$\frac{1}{h_c(a_c+z)}(zh_t(((1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4})\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}$$

$$-(\frac{1}{2}(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4}))(-\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}$$

$$-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})+(\frac{1}{2}(\frac{2z}{h_c}+\frac{4z^3}{h_c^3}))(+\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})))$$

$$+\frac{1}{(a_c+z)}((-(1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4})w^c(x,\theta,t)$$

$$+(\frac{1}{2}(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4}))(w^t(t)+w^b(t))+(\frac{1}{2}(\frac{2z}{h_c}+\frac{4z^3}{h_c^3}))(w^t(t)-w^b(t))))$$

$$+c_{23}^c(\frac{1}{2}\frac{\partial u^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}+\frac{1}{2}\frac{\partial u^t(x,\theta,t)}{\partial\theta}$$

$$-\frac{z}{h_c}\frac{\partial}{\partial x}(\frac{u^b(x,\theta,t)}{2}-\frac{u^t(x,\theta,t)}{2})+\frac{1}{h_c}(zh_t((1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4})\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial x^2}$$

$$+\frac{1}{2}(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4})\frac{\partial^2}{\partial x^2}(w^t(x,\theta,t)+w^b(x,\theta,t)))))$$

(ض-۴)

$$L3 = (2c_{66}^c(\frac{1}{2(a_c+z)}((1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4})\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{1}{2}(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4}).(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})$$

$$+\frac{1}{2}(\frac{z}{h_c}+\frac{4z^3}{h_c^3}).(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}))+\frac{(-\frac{\partial v^t(x,\theta,t)}{\partial\theta}+\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta})}{2h_c}$$

$$+\frac{1}{2h_c(a_c+z)}(h_t((1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4})\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{1}{4}(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4}).$$

$$(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})+\frac{1}{2}(\frac{z}{h_c}+\frac{4z^3}{h_c^3}).(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})))$$

$$-\frac{1}{2h_c(a_c+z)^2}(zh_t.((1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4})\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{1}{4}(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4}).(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})$$

$$+\frac{1}{2}(\frac{z}{h_c}+\frac{4z^3}{h_c^3})(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})))+\frac{1}{2h_c(a_c+z)}(zh_t(-(-\frac{4z}{h_c^2}-\frac{32z^3}{h_c^4}).\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}$$

$$+\frac{1}{2}(\frac{4z}{h_c^2}+\frac{32z^3}{h_c^4})(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})+\frac{1}{2}(\frac{1}{h_c}+\frac{12z^2}{h_c^3})(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}))))$$

$$-\frac{1}{2h_c(a_c+z)}(-\frac{1}{2}\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}-\frac{1}{2}\frac{\partial v^t(x,\theta,t)}{\partial\theta}+\frac{z(-\frac{\partial v^t(x,\theta,t)}{\partial\theta}+\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta})}{h_c}$$

$$+\frac{1}{h_c(a_c+z)}(zh_t((1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4})\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{1}{2}(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4})(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})$$

$$+\frac{1}{2}(\frac{z}{h_c}+\frac{4z^3}{h_c^3})(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}))))+2(a_c+z)c_{55}^c.((1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4})\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial x^2}$$

$$
\begin{aligned}
&+\frac{1}{4}\left(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4}\right)\left(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}\right)+\frac{1}{4}\left(\frac{2z}{h_c}+\frac{4z^3}{h_c^3}\right)\left(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}\right)\\
&+\frac{1}{2}\frac{\frac{\partial}{\partial x}(u^b(x,\theta,t)-u^t(x,\theta,t))}{h_c}+\frac{1}{2h_c}(h_t((1-\frac{2z^2}{h_c^2}-\frac{8z^4}{h_c^4})\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial x^2}\\
&+\frac{1}{2}\left(\frac{2z^2}{h_c^2}+\frac{8z^4}{h_c^4}\right)\left(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{z}{h_c}+\frac{4z^3}{h_c^3}\right)\left(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}\right)))\\
&+\frac{1}{2h_c}(zh_t.((-\frac{4z}{h_c^2}-\frac{32z^3}{h_c^4})\frac{\partial^2 w^c(x,\theta,t)}{\partial x^2}+\frac{1}{2}(\frac{4z}{h_c^2}+\frac{32z^3}{h_c^4})(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2})\\
&+\frac{1}{2}(\frac{1}{h_c}+\frac{12z^2}{h_c^3})(\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial x^2}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2})))
\end{aligned}
\tag{ض-۴}
$$

$$
\begin{aligned}
L4=&+\frac{h_c^5}{80}(-\rho_c a_c(\frac{4}{h_c^4}(\frac{\partial^2 B^t(x,\theta,t)}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 B^b(x,\theta,t)}{\partial t^2})-\frac{8}{h_c^4}\frac{\partial^2 B^c(x,\theta,t)}{\partial t^2})\\
&-\frac{2}{h_c^3}\rho_c(\frac{\partial^2 B^t(x,\theta,t)}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 B^b(x,\theta,t)}{\partial t^2}))-\rho_c a_c h_c\frac{\partial^2 B^c(x,\theta,t)}{\partial t^2}\\
&+\frac{h_c^3}{12}(-\rho_c a_c(\frac{1}{h_c^2}(\frac{\partial^2 B^t(x,\theta,t)}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 B^b(x,\theta,t)}{\partial t^2})-\frac{2}{h_c^2}\frac{\partial^2 B^c(x,\theta,t)}{\partial t^2})\\
&-\frac{\rho_c}{2h_c}(\frac{\partial^2 B^t(x,\theta,t)}{\partial t^2}-\frac{\partial^2 B^b(x,\theta,t)}{\partial t^2})))
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
&2c_{55}^c(a_c-\frac{h_c}{2})(\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial x}+\frac{u^t(x,\theta,t)+u^b(x,\theta,t)}{h_c}+\frac{h_t}{h_c}\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial x}-\frac{h_t}{4}(\frac{6}{h_c}\frac{\partial w^c(x,\theta,t)}{\partial x}\\
&-\frac{5\frac{\partial w^t(x,\theta,t)}{\partial x}+\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial x}}{h_c}))+2(a_c-\frac{h_c}{2})\eta(\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x\partial t}+\frac{\frac{\partial u^t(x,\theta,t)}{\partial t}-\frac{\partial u^b(x,\theta,t)}{\partial t}}{h_c}\\
&+\frac{h_t}{h_c}\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x\partial t}-\frac{h_t}{4}(\frac{6}{h_c}\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x\partial t}-\frac{5\frac{\partial^2 w^t(x,\theta,t)}{\partial x\partial t}+\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x\partial t}}{h_c}))\\
&+\int_{-\frac{h_c}{2}-h_b}^{-\frac{h_c}{2}}(2c_{44}^b(\frac{\frac{\partial^2 u^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{-(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2\partial x}}{L}}{a_c+z}\\
&-\frac{(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2\partial x}-\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial x\partial\theta})}{2(a_c+z)})+\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial x\partial\theta}\\
&+(a_c+z)(c_{23}^b(-\frac{(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2\partial x}-\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial x\partial\theta})}{(a_c+z)^2}\\
&+\frac{1}{(a_c+z)}\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial x\partial\theta}+\frac{1}{(a_c+z)}\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial x})+c_{33}^b(\frac{\partial^2 u^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}\\
&+(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^3})-\rho_b(a_c+z)(\frac{\partial^2 u^b(x,\theta,t)}{\partial t^2}-(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial t^2\partial x}))dz=0
\end{aligned}
\tag{ض-۵}
$$

$$
\begin{aligned}
&2(a_c-\frac{h_c}{2})(c_{66}^{c}(\frac{1}{2(a_c+\frac{h_c}{2})}\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}+\frac{v^t(x,\theta,t)-v^b(x,\theta,t)}{2h_c}+\frac{h_t}{2(a_c-\frac{h_c}{2})h_c}\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}+\\
&\frac{h_t}{4(a_c-\frac{h_c}{2})^2}\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}-\frac{v^b(x,\theta,t)-\frac{h_t}{a_c-\frac{h_c}{2}}\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}}{2(a_c-\frac{h_c}{2})}-\frac{h_t(\frac{6w^c(t)}{h_c}-\frac{5w^t(v)+w^b(x,\theta,t)}{h_c})}{4(a_c-\frac{h_c}{2})})\\
&+2(a_c-\frac{h_c}{2})(\eta(\frac{\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial t}}{2(a_c-\frac{h_c}{2})}+\frac{\frac{\partial v^t(x,\theta,t)}{\partial t}-\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial t}}{2h_c}+\frac{h_t\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial t}}{2(a_c-\frac{h_c}{2})h_c}+\frac{h_t\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial t}}{4(a_c-\frac{h_c}{2})^2}\\
&-\frac{h_t(\frac{6\frac{\partial w^c(x,\theta,t)}{\partial t}}{h_c}-\frac{5\frac{\partial w^t(x,\theta,t)}{\partial t}+\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial t}}{h_c})}{4(a_c-\frac{h_c}{2})}-\frac{\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial t}-\frac{h_t}{a_c-\frac{h_c}{2}}\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial t}}{2(a_c-\frac{h_c}{2})}))\\
&+\int_{-\frac{h_c}{2}-h_b}^{-\frac{h_c}{2}}(c_{22}^{b}(\frac{-(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})(+\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^3}-\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2})}{(a_c+z)^2}-\frac{-\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}-\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}}{a_c+z})\\
&+c_{23}^{b}(\frac{\partial^2 u^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial x}-\frac{(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial x^2}}{L^2})+2(a_c+z)c_{44}^{b}(\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}\\
&+\frac{\frac{\partial^2 u^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial x}-(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial x^2}}{2(a_c+z)}-\frac{(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial x^2}-\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial x^2})}{2(a_c+z)})+\\
&c_{66}^{b}(\frac{2(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})(\frac{\partial w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}-v^b(x,\theta,t))}{(a_c+z)^2})-\rho_b(a_c+z)(\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial t^2}\\
&-\frac{(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^3 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta\partial t^2}-\frac{\partial^2 v^b(x,\theta,t)}{\partial t^2})}{(a_c+z)}))dz=0
\end{aligned}
$$

(ض-۶)

$$
\begin{aligned}
&(a_c-\frac{h_c}{2})(c_{11}^{c}(\frac{6w^c(x,\theta,t)}{h_c}-\frac{5w^t(x,\theta,t)+w^b(x,\theta,t)}{h_c})+c_{13}^{c}(-\frac{\partial u^b(x,\theta,t)}{\partial x}-\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}))\\
&+c_{12}^{c}(\frac{-\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}+B^b(x,\theta,t)+\frac{h_t}{a_c-\frac{h_c}{2}}\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}}{a_c-\frac{h_c}{2}})\\
&+\int_{-\frac{h_c}{2}-h_b}^{-\frac{h_c}{2}}(2c_{66}^{b}(\frac{(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta})}{(a_c+z)^2})-\rho_b(a_c+z)\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial t^2}\\
&-c_{22}^{b}(-\frac{(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})(\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial\theta^2}+\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta})}{(a_c+z)^2}-\frac{\frac{\partial v^b(x,\theta,t)}{\partial\theta}+w^b(x,\theta,t)}{a_c+z})\\
&-c_{23}^{b}(-\frac{\partial u^b(x,\theta,t)}{\partial x}+(z+\frac{h_c}{2}+\frac{h_t}{2})\frac{\partial^2 w^b(x,\theta,t)}{\partial x^2}))dz=0
\end{aligned}
$$

(ض-۷)

منابع

1. S.A. Tekalur, A.E. Bogdanovich, A. Shukla, Shock loading response of sandwich panels with 3-D woven E-glass composite skins and stitched foam core, Composite science Technology, 69(6) (2009) 736–53.
2. E. Wang, A. Shukla, Blast performance of sandwich composites with in-plane compressive loading, Experience Mechanics, 52(1) (2012) 49–58.
3. H. Arora, P.A. Hooper, J.P. Dear, Dynamic response of full-scale sandwich composite structures subject to air-blast loading, Composite Part A: Applied Science Manufactures, 42(11) (2011) 1651–62.
4. H. Arora, P.A. Hooper, J.P. Dear, The effects of air and underwater blast on composite sandwich panels and tubular laminate structures, Experience Mechanics, 52 (1) (2012) 59–81.
5. E. Wang, N. Gardner, A. Shukla, The blast resistance of sandwich composites with stepwise graded cores, International journal of solid structures, 46(18–19) (2009) 3492–502.
6. J. Shen, G. Lu, Z. Wang, L. Zhao, Experiments on curved sandwich panels under blast loading, International Journal of Impact Engineering, 37 (2010) 960-970.
7. J. Hohe, L. Librescu, A nonlinear theory for doubly curved anisotropic sandwich shells with transversely compressible core, International Journal of Solids and Structures, 40 (2003) 1059-1099.
8. T. Hause, L. Librescu, Dynamic response of doubly-curved anisotropic sandwich panels impacted by blast loadings, International Journal of Solids and Structures, 44 (2007) 6678–6700.
9. J. Hohe, L. Librescu, Recent results on the effect of the transverse core compressibility on the static and dynamic response of sandwich structures, Composites Part B: Engineering, 38 (2009) 108-119.
10. M.S. Hoo Fatt, Y. Gao, D. Sirivolu, Foam-core curved composite sandwich panels under blast, Journal of Sandwich Structures and Material, 15(3) (2013) 261–291.
11. V.S. Deshpande, N.A. Fleck, Multi-axial yield behavior of polymer foams, Acta Mater, 49 (2001) 1859-1866.
۱۲. M.S. Hoo Fatt, D. Sirivolu, Blast response of double curvature, composite sandwich shallow shells, Engineering Structures, 100 (2015) 696–706.
13. M.S. Hoo Fatt, D. Sirivolu, Marine composite sandwich plates under air and water blasts, Marine Structures, 56 (2017) 163-185.
14. S.A.M. Mirjalili, A.A. Karimi, S. Hadi, Study of the effects of explosion bubble on the ship structures, Modares Technical journal, 24 (1385). (In Persian)
15. W. Soedel, Vibrations of shells and plates. 3rd ed., Marcel Dekker Inc, New York, 2004.
16. R. Li, G.A. Kardomatease, Nonlinear high order core theory for sandwich plates with orthotropic phases, AIAA journal, 46(11) (2008).
17. C. Shu, Differential quadrature and its application in Engineering, Springer-Verlag, London, UK, 2000.

این صفحه عمداً خالی است