

Predicting Sheets Forming Limit Diagrams by Numerical Simulation of Nakazima and Modified Marciniak Tests

V. Talebsafa and M. Aghaie-Khafri*

Faculty of Materials Science and Engineering, K. N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT: Forming limit diagram is a useful tool for investigation of sheet's formability for designing industrial products. Experimentally extracting forming limit diagram requires exact experimental tests, and is time consuming, and expensive. Therefore, several studies have been carried out on the usage of theoretical methods and finite element software for determining these diagrams. In this study, forming limit diagram for AA3105 aluminum alloy sheet were obtained by simulating the Nakazima and modified Marciniak tests in ABAQUS software. In order to numerically determine forming limit diagram of AA3105, Hill yield criterion, Hosford yield criterion and Gurson, Tvergaard and Needleman damage model based on the Hosford criterion and Voce and power law hardening rules were investigated. Due to the lack of the Hosford yield criterion and the Gurson, Tvergaard and Needleman damage model based on Hosford criterion in the ABAQUS software, VUMAT subroutines has been developed and used to determine the behavior of the AA3105 aluminum alloy. The results showed that the predicted forming limit diagram based on the Hill criterion, shows large deviation from experimental results. The usage of the Hosford criterion and Gurson, Tvergaard and Needleman damage model for aluminum alloys showed a better correlation with experimental results. Also, due to the presence of voids in metals, the Gurson, Tvergaard and Needleman damage model which is based on the void volume fraction has a greater physical justification than the other yield criterions. Furthermore, by comparing numerical forming limit diagrams that obtained from Nakazima and modified Marciniak tests, it was concluded that the limit strains in modified Marciniak test is lower than the Nakazima test.

Review History:

Received: 11/17/2018

Revised: 1/11/2019

Accepted: 3/11/2019

Available Online: 4/3/2019

Keywords:

Forming limit diagram

Anisotropic yield criteria

Gurson

Tvergaard and Needleman damage model

Nakazima test

Modified Marciniak test

1. Introduction

Metal forming is one of the most important production methods in various industries. In the metal forming, the raw material is plastically deformed by the tool into a complex product with the desired engineering properties. The forming limits in the sheets is mostly determined by the onset of localization of the deformation and the formation of a neck. The Forming Limit Diagram (FLD), indicates the formability of a sheet in different strain states [1]. Killer and Backofen in 1964, for the first time, experimentally examined the limit strains of the sheet metal. They constructed the right hand side of the FLD [2]. Subsequently, Goodwin in 1968, by drawing sheets with different widths, obtained the left hand side of the FLD, and presented a complete forming limit diagram [3]. There are many factors affecting the simulation and predicting FLD, some of the most important of which are the yield criteria and the hardening rules. Results of different researches show that during the deformation of ductile alloys porosity occurs during the plastic deformation due to the presence of secondary phase particles and impurities [4]. Nucleation of the voids and subsequent growth and interconnection of them during plastic deformation can cause fracture in the metal sheet. In this situation, the effect of the hydrostatic stress and the void volume fraction should be considered in the plastic deformation. With this in mind,

*Corresponding author's email: maghaei@kntu.ac.ir

different models of void and defect are presented by the researchers to predict the yield behavior of a ductile metal. The most well-known void-based criterion is the Gurson model that has been modified by Tvergaard and Needleman, and is now known as the Gurson–Tvergaard–Needleman (GTN) model [5]. Aluminum alloys are characterized by good formability, high mechanical strength, low density, high thermal and electrical conductivity, and relatively high resistance to corrosion. These alloys are widely used in the metal forming industry. formability of aluminum sheets is important in product design and production process.

In this paper, sheet forming limit diagrams have been predicted by numerical simulation of Nakazima and modified Marciniak tests by GTN damage model based on the Hill 1948 and the Hosford yield criterions. Furthermore, a comparison between these criteria have been made.

2. Methodology

In the present study, a GTN damage model based on the Hosford criterion has been developed to determine the numerical forming limit curve for AA3105 aluminum sheet by simulating the Nakazima and modified Marciniak tests in Abaqus software. This simulation used the VUMAT subroutine in Abaqus software 2014. Also, the numerical prediction of the forming limit curve was made using the 1948 Hill yield criterion and the Hosford yield criterion. The

results obtained were compared with each other. In addition, the effect of the Voce and power law hardening rules on the FLD for the AA3105 aluminum sheet was investigated based on the simulation results.

Details of the implementation of the GTN damage model in Abaqus finite element software was based on the works of Chen and Dong in reference [6].

3. Results and Discussion

Simulation results obtained by different yield criteria and hardening rules are presented and discussed in this section. The main results are as follows.

- Comparison of FLDs obtained based on the Voce and power law hardening rules:

Comparison of predicted FLD based on power and voce laws using the Hosford criterion with experimental results is shown in Fig. 1. The results of this investigation show that the flow curve resulting from the Voce relationship is more consistent with experimental results. The application of the Voce equation is superior than the power low equation in predicting FLD, so the predicted data is very close to the experimental data.

- Evaluation of the Nakazima test by the GTN model:

The GTN model was used to evaluate the limit strains obtained in Nakazima test. Simulation results for maximum strain contour of Nakazima test based on the GTN-Hosford criterion for AA3105 sheets of 45 mm widths is shown in Fig. 2. It is evident that when a porous sheet is under tensile stress,

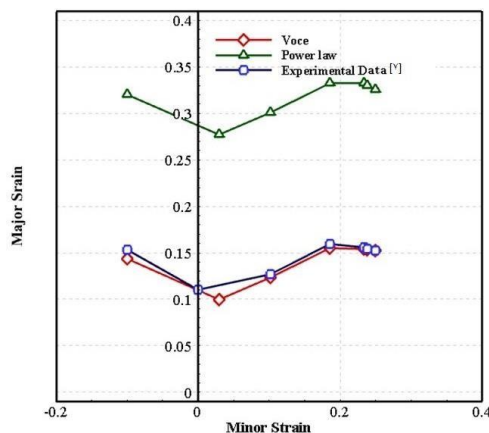


Fig. 1. Comparison of predicted FLD based on power and Voce laws using the Hosford criterion with experimental results.

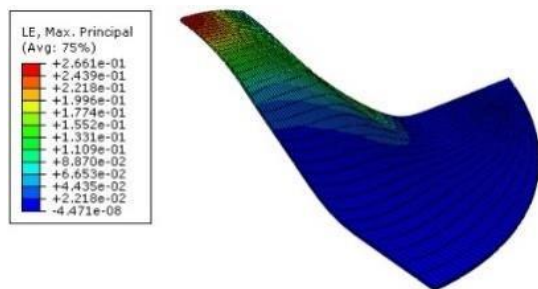


Fig. 2. Strain distribution at the necking time resulting from the simulation of the Nakazima test for the AA3105 alloy using the GTN model and Hosford criterion for 45 mm width sheet.

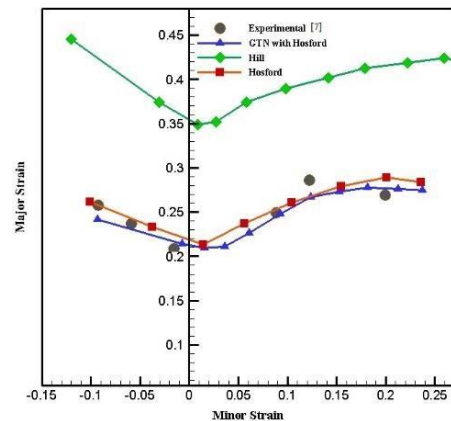


Fig. 3. Comparison of the forming limit diagram obtained from Hill's 1948, Hosford yield criterion and GTN model with experimental results.

the amount of the free volume or voids grows and increases. Subsequently, with increasing tension stress and strain, the voids join each other resulting in cracks, and finally cause material rupture. According to the simulation results based on the Hosford criterion, the void volume fraction reaches to a critical volume fraction ($f_c = 0.1$) at the time of the neck formation. Furthermore, the void volume fraction reaches to the amount of, $f_c = 0.15$, at the time of rupture and failure in the material. The results obtained are in good agreement with the results of other reported investigations [6].

- Comparison of the forming limit curves based on the Hill 1948, Hosford criterions and GTN model:

Comparison of the forming limit diagram obtained from Hill's 1948, Hosford yield criterion and GTN model with experimental results is shown in Fig. 3.

The simulation results indicate that the predicted FLD based on the Hill criterion, shows large deviation from the experimental results of Aghaie-Khafri and Mahmudi [7]. However, the usage of the Hosford criterion and GTN damage model for aluminum alloys showed a better correlation with experimental results. Furthermore, due to the presence of voids in metals, the GTN damage model which is based on the void volume fraction has a greater physical justification than other yield criterions.

- Comparison of FLDs obtained from both the Nakazima and Marciniak tests:

Both the Nakazima and Marciniak tests are used for construction of FLD [1]. Simulation results indicate that the FLD curve of AA3105 in Nakazima test is higher than the Marciniak test. This result is in good agreement with the experimental results of Moshksar and Mansourzadeh [8].

4. Conclusions

In this research, Hill 1948, the Hosford yield criterion and the GTN model based on the Hosford criterion were used for predicting forming limit curve of the sheet metal by finite element simulation. The results obtained can be summarized as follows:

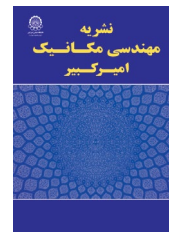
- The Hosford and GTN model predictions of the FLD of AA3105 alloy are more accurate and are close to the experimental results.
- Comparison of the experimental FLD of the AA3105 alloy

with the numerical FLD obtained from the hardening relationships shows that the power law predicts the limit strains above the experimental values, and the Voce relationship is suitable for the aluminum alloys.

- Despite of the conventional hardening rules such as power laws, by using the GTN model it is possible to detect the softening of the material during the deformation and necking.
- Based on the numerical FLDs that obtained from Nakazima and modified Marciniak tests, it was concluded that the limit strains in the modified Marciniak test is lower than the Nakazima test.

References

- [1] M. Aghaie-Khafri, Formability of Metals, K.N. Toosi University of Technology 2015,(in Persian).
- [2] S.P. Keeler, W.A. Backhofen, Plastic instability and fracture in sheet stretched over rigid punches, *ASM Transactions Quarterly*, 56 (1964) 25-48. [3] G. Goodwin, Application of strain analysis to sheet metal forming in the press shop, (1968) 1-12.
- [4] J.Samei, D.E.Green, J.Cheng, M.Lima, Influence of strain path on nucleation and growth of voids in dual phase steel sheets, *Materials and Design*, 92 (2016) 1028–1037.
- [5] V. Tvergaard, A. Needleman, Analysis of the cupcone fracture in a round tensile bar, *Acta metallurgica*, 32 (1984) 157-169.
- [6] Z. Chen, X. Dong, The GTN damage model based on Hill'48 anisotropic yield criterion and its application in sheet metal forming, *Computational Materials Science*, 44 (2009) 1013–1021.
- [7] M. Aghaie-Khafri, R. Mahmudi, Predicting of plastic instability and forming limit diagrams, *International Journal of Mechanical Sciences* 46 (2004) 1289–1306.
- [8] M. Moshksar, S. Mansorzadeh, Determination of the forming limit diagram for Al 3105 sheet, *Journal of Materials Processing Technology*, 141 (2003) 138-142.



پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی ورق‌ها با شبیه‌سازی عددی آزمون‌های ناکازیمایا و مارسینیاک اصلاح شده

واله طالب‌صفا، مهرداد آقایی خفری*

مهندسی و علم مواد، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۰۸-۲۶
بازنگری: ۱۳۹۷-۱۰-۲۱
پذیرش: ۱۳۹۷-۱۲-۲۰
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۱-۱۴

کلمات کلیدی:

نمودار حد شکل‌دهی
معیار تسلیم ناهمسانگرد
مدل آسیب گارسن
آزمون ناکازیمایا
آزمون مارسینیاک اصلاح شده

خلاصه: نمودار حد شکل‌دهی از ابزارهای مفید در بررسی شکل‌دهی ورق‌های فلزی به منظور طراحی محصولات صنعتی به شمار می‌رود. استخراج نمودارهای حد شکل‌دهی به صورت تجربی، مستلزم آزمایش‌های دقیق، صرف زمان و هزینه زیاد است. از این‌رو پژوهش‌های متعددی در استفاده از روش‌های تحلیلی و نرم‌افزارهای المان محدود برای تعیین این نمودارها صورت گرفته است. در این پژوهش، منحنی‌های حد شکل‌دهی برای ورق آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ از طریق شبیه‌سازی آزمون ناکازیمایا و آزمون مارسینیاک اصلاح شده در نرم‌افزار آباکوس به دست آمده است. به منظور تعیین عددی نمودارهای حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵، معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸، معیار تسلیم هاسفورد و مدل آسیب گارسن بر پایه هاسفورد با به کارگیری روابط سخت‌شوندگی وس و توانی بررسی و مقایسه شدند. به دلیل عدم وجود معیار تسلیم هاسفورد و مدل آسیب گارسن بر پایه هاسفورد در نرم‌افزار آباکوس، زیرروال نویسی ویومت توسعه یافته و جهت تعیین رفتار آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ مورد استفاده قرار گرفت. نتایج نشان دادند معیار هیل ۱۹۴۸، برای آلیاژهای آلومینیوم، اختلاف زیادی با نتایج تجربی دارد و استفاده از معیار هاسفورد و مدل آسیب گارسن بر پایه هاسفورد، از تطابق خوبی با نتایج تجربی برخوردار است. همچنین به دلیل وجود حفره‌ها در ساختار فلزات، مدل آسیب گارسن به جهت دارا بودن پارامتر کسر حجمی حفره‌ها، توجیه فیزیکی بیشتری نسبت به سایر معیارها دارد. همچنین آزمون مارسینیاک اصلاح شده، نسبت به آزمون ناکازیمایا نمودار حد شکل‌دهی را در کرنش‌های حدى پایین‌تر نسبت به آزمون ناکازیمایا پیش‌بینی می‌کند.

۱- مقدمه

سمت راست نمودار حد شکل‌دهی را به دست آورند [۲]. پس از آن، گودوین^۴ در سال ۱۹۶۸، با کشش ورق‌هایی با عرض‌های مختلف، سمت چپ نمودار حد شکل‌دهی را به دست آورده و بدین ترتیب نمودار حد شکل‌دهی را کامل کرد [۳].

تعیین نمودار حد شکل‌دهی با سه روش تجربی، تحلیلی و عددی امکان‌پذیر است. انجام آزمایش‌های تجربی مستلزم صرف هزینه و زمان زیادی است؛ روش عددی اجزای محدود به دلیل سرعت و هزینه کم می‌تواند به عنوان یک روش جایگزین نسبت به روش تجربی مورد استفاده قرار گیرد. عوامل زیادی بر نمودار حد شکل‌دهی تأثیر گذارند که از جمله مهمترین آن‌ها می‌توان به معیار تسلیم و روابط سخت‌شوندگی اشاره نمود. مطالعات بسیاری به منظور بررسی این

شکل‌دهی فلزات از مهم‌ترین روش‌های تولید در صنایع مختلف است. در شکل‌دهی فلزات، ماده اولیه توسط ابزار و با استفاده از تغییر شکل پلاستیک به محصول با شکل پیچیده و خواص مهندسی مطلوب تبدیل می‌شود. حد شکل‌دهی در ورق‌ها با توجه به موضعی شدن تغییر شکل و تشکیل گلوئی تعیین می‌شود. نمودارهای حد شکل‌دهی^۱، حد شکل‌دهی ورق را در حالت‌های مختلف کرنش نشان می‌دهند [۱]. کیلر^۲ و بکوفن^۳ در سال ۱۹۶۴ برای اولین بار کرنش‌های حدى را برای ورق‌های فلزی به صورت تجربی بررسی کردند. آن‌ها توانستند

- 1 Forming Limit Diagram (FLD)
- 2 Killer
- 3 Backofen

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: maghaei@kntu.ac.ir

4 Goodwin

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



و لیان^{۱۶} ۲d-۲۰۰۰ و روابط سخت‌شوندگی سوئیفت و وس اصلاح شده، تعیین و با منحنی‌های تجربی مقایسه کردند. نتایج آن‌ها نشان می‌دهد منحنی حد شکل‌دهی و حد تنش شکل‌دهی به طور قابل توجهی تحت تأثیر معیار تسلیم و مدل سخت‌شوندگی هستند [۹]. کرچیانی^{۱۷} و همکاران از دو معیار عددی مشتق دوم نازک‌شدگی و معیار کرنش بیشینه برای پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی ورق‌های دولایه آلومینیوم و فولاد استفاده کردند. نتایج تحقیق آن‌ها نشان داد که روش‌های عددی از تطابق خوبی با نتایج تجربی برخوردار هستند [۱۰]. ژانگ و همکاران با استفاده از معیارهای مختلف روش عددی، منحنی‌های حد شکل‌دهی گلوبی آلومینیوم آلیاژی را به‌دست آوردند و نتیجه گرفتند که سه معیار نسبت کرنش پلاستیک معادل، نقطه انشقاق برای تغییرات ضخامت المان بحرانی و مشتق دوم کرنش ضخامتی المان بحرانی با نتایج تجربی به‌دست آمده انطباق قابل قبولی دارند [۱۱]. تحقیقات نشان می‌دهد که در آلیاژهای شکل‌پذیر به دلیل وجود ذرات فاز ثانویه و ناخالصی‌ها، حفره‌دار شدن در حین تغییر شکل پلاستیک رخ می‌دهد [۱۲]. جوانه‌زنی حفره‌ها و سپس رشد و به هم پیوستن آن‌ها در حین تغییر شکل پلاستیک می‌تواند سبب شکست در ورق فلزی شود. در این شرایط باید تأثیر تنش هیدرواستاتیک و کسر حجمی حفره در تغییر شکل پلاستیک لحاظ گردد. با توجه به این موضوع مدل‌های در برگیرنده حفره و عیب توسط محققین برای پیش‌بینی صحیح رفتار تسلیم یک فلز نرم ارائه شده است. شناخته شده‌ترین معیار مبتنی بر اثر حفره‌ها، مدل ارائه شده توسط گارسن^{۱۸} است که بعدها این مدل با اصلاحاتی که تورگارد^{۱۹} و نیدلمن^{۲۰} بر روی آن انجام دادند، تصحیح شد و امروزه به عنوان مدل گارسن-تورگارد-نیدلمن^{۲۱} شناخته می‌شود [۱۳]. چن و همکاران مدل گارسن ناهمسانگرد را بر پایه معیار تسلیم ناهمسانگرد مربعی هیل گسترش دادند [۱۴]. عباسی و همکاران منحنی حد شکل‌دهی فولاد IF را به صورت تجربی و شبیه‌سازی مورد بررسی قرار دادند. آنان جهت اعمال مدل گارسن در نرم‌افزار آباکوس از زیرروال یومت^{۲۲} و معیار همسانگرد میسز استفاده نمودند [۱۵]. پارسا و همکاران با

عوامل بر پیش‌بینی کرنش‌های حدی صورت گرفته است. زو^۱ و وینمان^۲ از معیار تسلیم هیل^۳ ۱۹۹۳ برای پیش‌بینی منحنی حد شکل‌دهی استفاده کردند و نشان دادند مکان هندسی معیار تسلیم اثر زیادی بر روی کرنش‌های حدی می‌گذارد [۴]. فریدمن^۴ و پن^۵ اثر معیارهای تسلیم درجه دو هیل، غیر درجه دو هیل و هاسفورد^۶ را بر سمت راست منحنی حد شکل‌دهی بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد برای یک مقدار ضریب ناهمسانگردی مشخص، اثر ناهمسانگردی پلاستیک بر کرنش‌های حدی در کشش دو محوری، به معیار تسلیم وابسته است [۵]. عاصم پور و همکاران، اثر توابع تسلیم هاسفورد و بانابیک-بالان-کمس^۷ ۲۰۰۰ را بررسی کردند و نتیجه گرفتند کرنش‌های حدی پیش‌بینی شده توسط معیار تسلیم هاسفورد با توان ۶ برای فولاد AK، و معیار تسلیم هاسفورد با توان ۸ برای آلیاژ آلومینیوم سری ۵۰۰۰ مطابقت خوبی با نتایج تجربی دارد [۶]. آقای و همکاران بصورت تحلیلی منحنی حد شکل‌دهی را توسط معیار هاسفورد با به کارگیری رابطه سخت‌شوندگی وس^۸، رابطه توانی^۹ و رابطه تیان-ژانگ^{۱۰} برای آلیاژهای آلومینیوم ۳۱۰۵ و ۸۰۱۱ به‌دست آورده و با نتایج تجربی مقایسه کردند و قابلیت پیش‌بینی خوب کرنش‌های حدی را برای دو رابطه وس و تیان-ژانگ نشان دادند [۷]. فانگ^{۱۱} و همکاران با مطالعه نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیوم ۱۰۶۰ نشان دادند که از بین دو معیار سخت‌شوندگی وس و سوئیفت^{۱۲}، معیار وس برای بیشتر آلیاژهای آلومینیوم تطابق بیشتری با داده‌های تجربی دارد [۸]. پانیچ^{۱۳} و همکاران نمودار حد شکل‌دهی و حد تنش شکل‌دهی دو ورق فلزی را با استفاده از مدل مارسینیاک-کوزینسکی^{۱۴} و معیارهای تسلیم ون میسز^{۱۵}، هیل ۱۹۴۸ و معیار تسلیم بارلات

- 1 Xu
- 2 Vinman
- 3 Hill
- 4 Friedman
- 5 Pan
- 6 Hosford
- 7 Banabic-Balan-Comsa (BBC)
- 8 Voce
- 9 Power-law
- 10 Tian-Zhang
- 11 Fang
- 12 Swift
- 13 Panich
- 14 Marciniak-Kuczynski (M-K)
- 15 Von Mises

- 16 Barlat and Lian(Yld)
- 17 Karajibani
- 18 Gurson
- 19 Tvergaard
- 20 Needleman
- 21 Gurson-Tvergaard-Needleman (GTN)
- 22 UMAT

آلومینیوم ۳۱۰۵ مورد بررسی و مقایسه قرار گرفته‌اند.

۱-۱-۲- تابع تسلیم هیل ۱۹۴۸

تابع تسلیم هیل ۱۹۴۸ با توجه به رابطه (۱) بیان می‌گردد [۱۸]:

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^2 + G(\sigma_{33} - \sigma_{11})^2 + H(\sigma_{11} - \sigma_{22})^2}{2L\sigma_{23}^2 + 2M\sigma_{31}^2 + 2N\sigma_{12}^2}} \quad (1)$$

که ثابت‌های F, G, H, L, M, N با توجه به پارامتر ناهمسانگردی

ماده طبق روابط (۲) تا (۷) محاسبه می‌شوند:

$$F = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{22}^2} + \frac{1}{R_{23}^2} - \frac{1}{R_{11}^2} \right) \quad (2)$$

$$G = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^2} + \frac{1}{R_{33}^2} - \frac{1}{R_{22}^2} \right) \quad (3)$$

$$H = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^2} + \frac{1}{R_{22}^2} - \frac{1}{R_{33}^2} \right) \quad (4)$$

$$L = \frac{3}{2R_{23}^2} \quad (5)$$

$$M = \frac{3}{2R_{13}^2} \quad (6)$$

$$N = \frac{3}{2R_{12}^2} \quad (7)$$

که R_{ij} ها ضرایب ناهمسانگردی هستند که با استفاده از آزمون

کشش بدست آمده‌اند و بر اساس پارامتر ناهمسانگردی در جهات

مختلف طبق روابط (۸) تا (۱۱) محاسبه می‌شوند:

$$R_{11} = R_{13} = R_{23} = 1 \quad (8)$$

$$R_{22} = \sqrt{\frac{R_{90}(R_0 + 1)}{R_0(R_{90} + 1)}} \quad (9)$$

$$R_{33} = \sqrt{\frac{R_{90}(R_0 + 1)}{R_0 + R_{90}}} \quad (10)$$

$$R_{12} = \sqrt{\frac{3R_{90}(R_0 + 1)}{(2R_{45} + 1)(R_{90} + R_0)}} \quad (11)$$

در روابط (۹) تا (۱۱) R_0 ، R_{45} و R_{90} به ترتیب ضرایب

ناهمسانگردی در جهات ۰، ۴۵ و ۹۰ درجه نسبت به جهت نورد

می‌باشند. به دلیل سادگی و دقت زیاد، معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸ به

طور گسترده‌ای برای پیش‌بینی رفتار ورق‌های فولادی ناهمسانگرد

استفاده می‌شود. این تابع تسلیم مربعی تنها نیاز به تعداد محدودی از

خواص مکانیکی برای تعیین شکل سطح تسلیم دارد. با این حال، به

رغم استفاده گسترده، کاربرد معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸ برای برخی از

استفاده از مدل آسیب گارسن، حد شکل‌دهی ورق ساندویچی آلیاژ

آلومینیوم ۳۱۰۵ / پلی پروپیلن / آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ را پیش‌بینی

کردند [۱۶]. کمی و همکاران به منظور تعیین منحنی‌های حد

شکل‌دهی ورق آلیاژ آلومینیوم ۶۰۱۶-T۴ ناهمسانگرد، زیرروال

ویومت^۱ مدل گارسن با معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸ را توسعه دادند.

آن‌ها همچنین منحنی‌های تحلیلی حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیوم

۶۰۱۶-T۴ را با مدل‌های مارسینیاک-کوزینسکی و معیار نیروی

حداکثر اصلاح شده^۲ به دست آوردند. نتایج آن‌ها نشان داد منحنی

حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده توسط مدل گارسن مطابقت بیشتری

با نتایج تجربی به خصوص در منطقه کشش دو محوری دارد [۱۷].

آلیاژهای آلومینیوم به واسطه شکل‌پذیری خوب، استحکام مکانیکی

بالا، چگالی کم، هدایت حرارتی و الکتریکی بالا و مقاومت نسبتاً بالا به

خوردگی از دسته آلیاژهای پرکاربرد و مورد توجه در صنعت شکل‌دهی

می‌باشند. تعیین و تحلیل شکل‌پذیری ورق‌های آلومینیومی می‌تواند

در طراحی محصول و فرایند تولیدی، مؤثر واقع شود.

در پژوهش حاضر، یک مدل آسیب گارسن بر پایه هاسفورد جهت

تعیین عددی منحنی حد شکل‌دهی برای ورق آلومینیوم ۳۱۰۵

با شبیه‌سازی آزمون ناکازیم و آزمون مارسینیاک اصلاح شده در

نرم‌افزار آباکوس توسعه داده شده است. این مدل به صورت زیرروال

ویومت در نرم‌افزار آباکوس ۲۰۱۴ وارد شد. همچنین پیش‌بینی

عددی منحنی حد شکل‌دهی با استفاده از معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸ و

معیار تسلیم هاسفورد صورت گرفته و نتایج بدست آمده با یکدیگر

مقایسه شدند. علاوه بر این مقایسه اثر روابط سخت‌شوندگی وس و

رابطه توانی بر نمودار حد شکل‌دهی برای ورق آلومینیوم ۳۱۰۵ از

طریق شبیه‌سازی بررسی شدند.

۲- توصیف روابط ساختاری

در این قسمت توابع تسلیم و روابط ساختاری مورد استفاده در

تحلیل المان محدود ارائه شده است.

۲-۱- توابع تسلیم

توابع تسلیم ناهمسانگرد هیل ۱۹۴۸، هاسفورد و مدل گارسن بر

پایه هاسفورد برای پیش‌بینی عددی منحنی حد شکل‌دهی ورق آلیاژ

1 VUMAT

2 Modified Maximum Force Criterion (MMFC)

فلزات با $R < 1$ مثل آلومینیوم با مشکلاتی همراه است [۱].

۲-۱-۲- معیار تسلیم ناهمسانگرد هاسفورد

هاسفورد بر اساس بررسی‌های بلور شناسی، به طور مستقل از هیل، معیار تسلیم غیر مربعی را به صورت رابطه (۱۲) ارائه کرد:

$$\bar{\sigma}^M = F(\sigma_{22} - \sigma_{33})^M + G(\sigma_{11} - \sigma_{33})^M + H(\sigma_{22} - \sigma_{11})^M \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)، پارامتر M توان بزرگتر از یک است. پارامتر M برای فلزات مکعبی مرکزدار برابر ۶ و برای فلزات مکعبی با وجوه مرکزدار برابر ۸ در نظر گرفته می‌شود [۱۹].

معادله (۱۲)، در حالت تنش صفحه‌ای و همسانگردی صفحه‌ای به شکل رابطه (۱۳) نوشته می‌شود:

$$(1+R)\bar{\sigma}^M = (\sigma_{11})^M + (\sigma_{22})^M + R(\sigma_{11} - \sigma_{22})^M \quad (13)$$

۲-۱-۳- مدل آسیب گارسن

مدل گارسن به صورت رابطه (۱۴) بیان می‌شود [۱۳]:

$$\varphi = \left(\frac{\bar{\sigma}}{\sigma_Y} \right)^2 + q_1 f^*(f) [2 \cosh \left(-q_2 \frac{3_m}{2_Y} \right) - q_1 f^*(f)] - 1 \quad (14)$$

که $\bar{\sigma}$ تنش معادل، σ_Y استحکام تسلیم فلز پایه بدون حفره، σ_m تنش هیدرواستاتیک، f^* تابعی از کسر حجمی حفره‌ها^۱ و q_1 و q_2 ثابت‌هایی هستند که برای مدل‌سازی دقیق‌تر در نظر گرفته شده‌اند. چنانچه در مدل گارسن، برای $\bar{\sigma}$ از معیار میسز استفاده شود، مدل گارسن همسانگرد و اگر از معیارهای ناهمسانگرد مانند هیل، هاسفورد و غیره استفاده شود، مدل گارسن ناهمسانگرد است و قابلیت توصیف رفتار مواد ناهمسانگرد را دارد.

پارامتر f^* توسط تورگارد و نیدلمن جهت شبیه‌سازی کاهش سریع استحکام در مراحل نهایی رشد حفره‌ها معرفی شد [۱۳]. در روش تورگارد-نیدلمن، زمانی که کسر حجمی حفره‌ها به مقدار بحرانی f_c می‌رسد، یک اصلاح در f^* به صورت رابطه (۱۵) در نظر گرفته می‌شود:

$$f^*(f) = \begin{cases} f, & \text{if } f < f_c \\ f_c + \frac{f_F - f_c}{f_F - f_c} (f - f_c), & \text{if } f \geq f_c \end{cases} \quad (15)$$

که f_c کسر حجمی حفره بحرانی و f_F کسر حجمی حفره در

نقطه شکست است. رشد و تکامل کسر حجمی حفره شامل دو بخش است: رشد حفره‌های موجود و جوانه‌زنی حفره‌های جدید. افزایش کسر حجمی حفره در مدل به صورت رابطه (۱۶) بیان می‌گردد:

$$df = df_g + df_n \quad (16)$$

رشد حفره‌های موجود (f_g) و جوانه‌زنی حفره، (f_n) بصورت رابطه (۱۷) محاسبه می‌شوند:

$$df_g = (1-f) \text{tr}(\bar{d} \bar{\varepsilon}_p) \quad , \quad df_n = A d \bar{\varepsilon}_p \quad (17)$$

فرض می‌شود که جوانه‌زنی حفره، توسط کرنش پلاستیک کنترل می‌گردد. مقدار A از رابطه (۱۸) به دست می‌آید:

$$A = \frac{f_n}{S_N \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\bar{\varepsilon}_p - \varepsilon_N}{S_N} \right)^2 \right) \quad (18)$$

که f_n بیانگر کسر حجمی حفره‌های مستعد جوانه‌زنی است و بیشترین مقدار جوانه‌زنی حفره است. ε_p کرنش میانگین جوانه‌زنی بوده و S_N انحراف معیار است.

۲-۲- روابط سخت‌شوندگی

۲-۲-۱- رابطه توانی

رابطه توانی به صورت رابطه (۱۹) است:

$$\bar{\sigma} = k \bar{\varepsilon}^n \dot{\bar{\varepsilon}}^m \quad (19)$$

که k ، n و m ثابت‌های ماده‌اند که به ترتیب ضریب استحکام، توان کارسختی و ضریب حساسیت به نرخ کرنش می‌باشند. برخی از محققین گزارش کرده‌اند که رابطه توانی رفتار تنش-کرنش برخی از آلیاژهای آلومینیوم را به خوبی توصیف نمی‌کند. شواهد نشان می‌دهند که معادله اشباع تنش وس ممکن است مناسب‌تر باشد [۷].

۲-۲-۲- معادله وس

معادله وس به صورت رابطه (۲۰) است:

$$\bar{\sigma} = A - (A - B) \exp(-C \bar{\varepsilon}) \quad (20)$$

که A ، B و C ثابت‌های ماده می‌باشند. در فلزاتی مانند آلومینیوم، کاهش سرعت کرنش سختی و پدیده اشباع در منحنی سیلان رخ می‌دهد. رابطه توانی امکان توصیف پدیده اشباع را ندارد ولی در رابطه وس حضور عبارت نمایی، امکان توصیف پدیده اشباع شدن را فراهم می‌کند [۱].

۳- فرمولاسیون عددی معادلات ساختاری

به دلیل غیرخطی بودن رفتار یک ماده الاستوپلاستیک، مسأله به صورت نموی و مرحله‌ای حل می‌شود به گونه‌ای که بتوان در هر مرحله رفتار را خطی فرض کرد. الگوریتم مورد استفاده بر اساس جدا کردن عملگرها است، که در آن یک اپراتور پیش‌بینی کننده الاستیک و یک عملگر اصلاح کننده پلاستیک مورد استفاده قرار می‌گیرد. مبانی تئوری پلاستیسیته مورد نیاز عبارتند از:

- تجزیه نمو کرنش به قسمت الاستیک $d\epsilon^e$ و قسمت پلاستیک $d\epsilon^p$.

- معیار تسلیم $f(\sigma, q_\alpha)$ که شروع تسلیم و ادامه آن را کنترل می‌نماید. q_α مجموعه‌ای از متغیرهای داخلی است.

- کنترل سیلان پلاستیک و تعیین نمو کرنش پلاستیک توسط قانون سیلان.

- معادلات تکمیلی متغیرهای داخلی، شامل رابطه کرنش سختی [۲۰].

الگوریتم به روز رسانی تنش مورد استفاده در این پژوهش، الگوریتم نگاشت بازگشتی^۱ است. هدف الگوریتم نگاشت بازگشتی، گرفتن اطلاعات $(\epsilon_n, \epsilon_n^p, q_n)$ در زمان n و محاسبه $(\epsilon_n, \epsilon_n^p, q_{n+1})$ در گام زمانی بعد و همچنین ارضا شرایط بارگذاری-باربرداری است. در این راستا دو روش انتگرال گیری جلو رونده اوایلر^۲ و روش انتگرال گیری عقب رونده^۳ وجود دارد. در روش انتگرال گیری جلو رونده از اطلاعات لحظه قبل استفاده می‌شود، در نتیجه این اطلاعات الزاماً تابع تسلیم را ارضا نمی‌کنند. در روش انتگرال گیری عقب رونده از اطلاعات لحظه بعد استفاده می‌شود.

الگوریتم نگاشت بازگشتی به روش انتگرال گیری اوایلر عقب رونده به صورت زیر خلاصه شده است:

۱- معرفی مقادیر اولیه کرنش پلاستیک و متغیر داخلی و اسکالر

سیلان پلاستیک

۲- محاسبه تنش حدسی

۳- محاسبه نمو اسکالر سیلان پلاستیک، نمو تنش و نمو متغیر

داخلی

۴- بررسی شرایط تسلیم و همگرایی

۵- به روز رسانی مقادیر کرنش پلاستیک، متغیر داخلی و اسکالر سیلان پلاستیک [۲۰].

جزئیات وارد نمودن مدل آسیب گارسن در نرم‌افزار المان محدود آباکوس مطابق با مرجع [۱۴] صورت گرفته است.

۴- شبیه‌سازی

به منظور تحلیل عددی، دو آزمون ناکازیمایا و مارسینیاک اصلاح شده در نرم‌افزار آباکوس ۱۴.۶ شبیه‌سازی شد. ماده مورد آزمایش در این پژوهش، ورق آلومینیوم آلیاژی ۳۱۰۵ آنیل شده، با ترکیب شیمیایی مطابق با جدول ۱ و خواص مکانیکی مطابق با جدول ۲ است.

برای معیار هاسفورد و مدل گارسن، پارامترهای مربوط به خواص آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ مطابق با جداول ۲ و ۳ در زیرروال ویومت اعمال شد. همچنین پارامترهای مربوط به روابط سخت‌شوندگی توانی و وس مطابق با جدول ۴ در نظر گرفته شد.

۴-۱- شبیه‌سازی آزمون ناکازیمایا

در آزمون ناکازیمایا، از طریق کشش نمونه‌های با عرض‌های مختلف با استفاده از سنبه نیمکره و قالب دایره‌ای، مسیرهای مختلف کرنش قابل حصول هستند. قطعاتی که باید جهت انجام تحلیل در قسمت مدلسازی نرم‌افزار ایجاد شوند، شامل یک ورق تغییر شکل پذیر و سه ابزار صلب به نام‌های سنبه، ماتریس و نگهدارنده می‌باشند. ابزارها به دلیل این‌که ضخامت بسیار بیشتری نسبت به ورق دارند، تغییرشکلی در آنها وجود ندارد و به صورت صلب در نظر گرفته می‌شوند. در تمامی تحلیل‌ها ابعاد اجزای صلب یکسان بوده و تنها ابعاد ورق تغییر می‌کند. مطابق با روش توصیف شده در استاندارد بین المللی ایزو (۲۰۰۸) ۲- ۱۲۰۰۴، حداقل پنج نمونه ورق برای دستیابی به مسیرهای مختلف کرنش نیاز است. در این پژوهش شش نمونه ورق با عرض‌های ۴۵، ۷۵، ۹۰، ۱۳۰، ۱۵۰ میلی‌متر و یک نمونه کاملاً دایره‌ای مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است. کرنش‌های حدی مربوط به هر یک از این حالت‌ها به طور میانگین از نتایج شش آزمون ناکازیمایا به دست آمده است. هندسه ورق شبیه‌سازی شده در شکل ۱ نشان داده شده است. پارامتر W نشان‌دهنده عرض ورق می‌باشد.

- 1 Return mapping algorithm
- 2 Forward Euler integration
- 3 Backward Euler

جدول ۱: ترکیبات شیمیایی ورق آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ [۷].

Table 1: Chemical composition of AA3105 alloy sheet [7]

Ga	V	Cr	Ti	Zn	Fe	Si	Mg	Mn	Cu	Al
۰/۰۱	۰/۰۱	۰/۰۲	۰/۰۱	۰/۳۳	۰/۸۱	۰/۲۷	۰/۶۱	۰/۶۷	۰/۲۳	پایه

جدول ۲: خواص مکانیکی آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ [۷].

Table 2: Mechanical Properties of AA3105 alloy [7]

نوع ماده	نسبت پواسون	مدول یانگ، GPa	چگالی، g. cm^{-3}	ضخامت، mm
آلومینیوم ۳۱۰۵	۰/۳۳	۷۰	۲/۷	۱

جدول ۳: پارامترهای مدل گارسن برای آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ [۱۶].

Table 3: GTN model parameters for the alloy AA3105 [16]

f_0	f_N	f_c	f_f	ϵ_N	s_N	q_1	q_2
۰/۰۱	۰/۰۶	۰/۱	۰/۱۵	۰/۰۸	۰/۱	۱/۵	۲/۲۵

جدول ۴: پارامترهای ساختاری رابطه توانی و وس [۷].

Table 4: Constitutive parameters of power law and Voce rules [7]

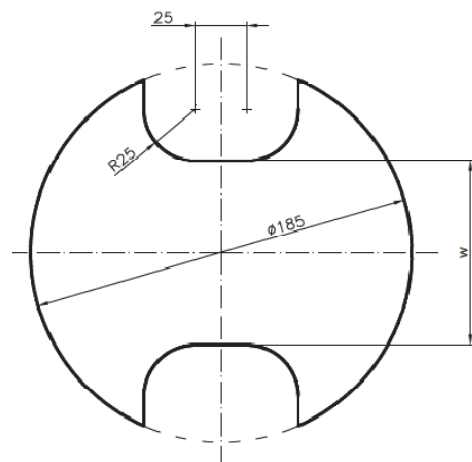
آلیاژ	رابطه توانی	رابطه وس
	n m K , MPa	C B , MPa A , MPa
آلومینیوم ۳۱۰۵	۰/۳۰ ۰/۰۰۰۲ ۲۵۵	۱۱/۲۹ ۴۲/۱۱ ۱۴۹/۲۶

در جهات 0° ، 45° و 90° حاصل از پژوهش آقایی و همکاران در جدول ۵ نشان داده شده است.

مقادیر پارامترهای R_{23} ، R_{13} ، R_{12} ، R_{33} ، R_{22} ، R_{11} محاسبه شده، در جدول ۶ بیان شده است.

به جهت آنکه نرم افزار آباکوس معیارهای هاسفورد و مدل گارسن بر پایه معیار هاسفورد را دارا نیست، جهت تعیین خواص پلاستیسیته می بایست از زیرروال استفاده نمود. در این تحقیق از حل گر صریح و کد زیرروال ویبومت به زبان فرترن جهت بررسی رفتار مکانیکی آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ استفاده شده است.

فرآیند شبیه سازی در دو مرحله انجام می شود. در مرحله اول ورق گیر که در ابتدا بر روی سطح ورق مماس است، به سمت بالا حرکت می کند. نیروی ورق گیری برابر با ۱۰۰ کیلو نیوتون به ورق وارد می شود تا طبق استاندارد از ورود ورق به ناحیه در معرض کشش جلوگیری شود. در مرحله دوم، سنبه با سرعت ثابت در راستای محور خود حرکت کرده و تا پارگی ورق پیش می رود. در هر دو مرحله از اعمال نیرو به سنبه خودداری شده و فرآیند کاملاً مطابق روال عملی با کنترل جابجایی و با سرعت ثابت تعریف شده است. به طور کلی در



شکل ۱: هندسه ورق به کار برده شده در شبیه سازی آزمون ناکازیم [۱۷].

Fig. 1: Sheet geometry used in the simulation of the Nakazima test [17]

۱-۴-۱- نحوه محاسبه پارامترهای مربوط به معیار هیل ۱۹۴۸ در آباکوس:

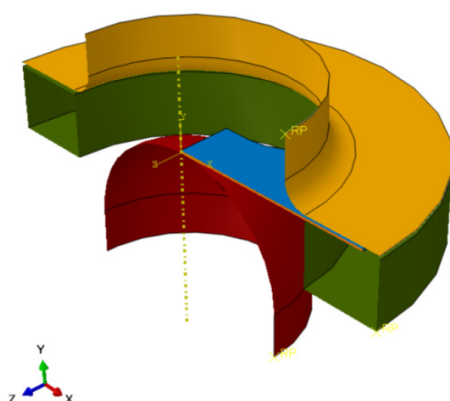
در نرم افزار آباکوس به منظور اعمال معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸، پارامترهای R_{23} ، R_{13} ، R_{12} ، R_{33} ، R_{22} ، R_{11} باید بر حسب ضرایب ناهمسانگردی R_0 ، R_{45} و R_{90} محاسبه شوند و به عنوان ورودی در قسمت خواص به نرم افزار معرفی شوند. مقادیر ضرایب ناهمسانگردی

جدول ۵: مقادیر پارامتر ناهمسانگردی برای آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ [۷].
Table 5: Anisotropy parameter values for AA3105 alloy [7]

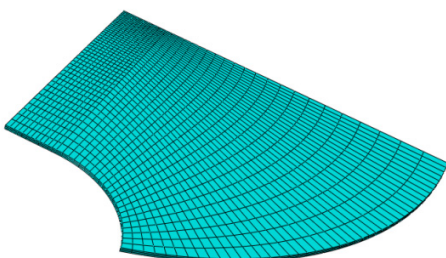
R^*	R_{90}	R_{45}	R_0	آلیاژ
۰/۳۱۲	۰/۱۹۸	۰/۴۲۴	۰/۲۰۲	آلومینیوم ۳۱۰۵

جدول ۶: ضرایب ناهمسانگردی بر اساس معیار تسلیم ناهمسانگرد هیل ۱۹۴۸.
Table 6: Anisotropy coefficients based on anisotropic Hill 1948 yield criterion

R_{11}	R_{22}	R_{33}	R_{12}	R_{13}	R_{23}
۱	۰/۹۹۱	۰/۷۷۱	۰/۹۸۳	۱	۱



شکل ۲: مدل سازی قطعات آزمون ناکازیم
Fig. 2: Modeling of the parts of the Nakazima test



شکل ۳: مش بندی یک چهارم ورق با عرض ۱۳۰ میلی متر.
Fig. 3: Quarter sheet meshing with a width of 130 mm

نازک ترین المان در نظر گرفته شده است. به هنگام بروز گلویی موضعی، تغییر ناگهانی در رفتار کرنش المان انتخابی مشاهده می شود. با رسم نمودار تغییرات کرنش های اصلی در راستای ضخامت ورق بر حسب زمان، یک زانویی ایجاد می شود که نمایان گر تغییرات بیش تر کرنش نسبت به زمان است. در این لحظه، مشتق دوم کرنش نسبت به زمان مقدار بیشینه ی خود را دارد. با رسم تغییرات مشتق دوم کرنش بر حسب زمان می توان شروع گلویی در نقطه ی پیک نمودار را به دست آورد. با انجام

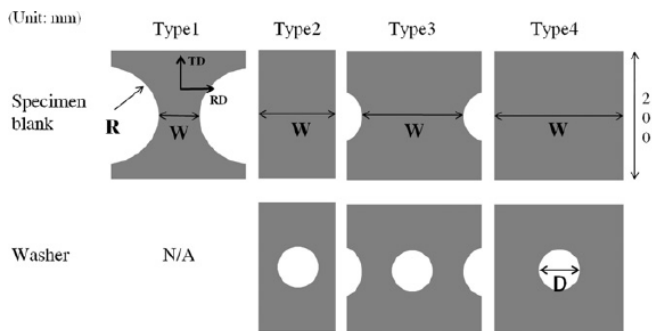
آنالیز شبه استاتیک، این نکته باید مورد توجه قرار گیرد که دامنه اعمال بارگذاری ها باید بصورت هموار انجام گیرد. از این رو دامنه حرکت سنبه را از نوع ملایم^۲ تعریف می کنیم تا حرکت سنبه در طی فاصله مد نظر بصورت آرام و هموار انجام گیرد. در حل اجزای محدود، انتخاب نوع المان ها و تعداد آن ها بسیار مهم است. نوع المان به کار رفته باید متناسب با شرایط و فیزیک مسأله باشد. در این شبیه سازی برای مش بندی ورق از المان نوع C3D8R یک المان هشت گره ای متقارن، با انتگرال کاهش یافته^۳ استفاده شده است. به منظور استخراج دقیق تنش ها و کرنش ها، تعداد سه المان در راستای ضخامت ورق در نظر گرفته شد. شرایط اصطکاکی بین ورق فلزی و ابزار با مدل کولمب^۴ توصیف شده است. مقادیر ضریب اصطکاک ۰/۰۳ برای سطح سنبه و ۰/۱ برای سطوح قالب و نگهدارنده در نظر گرفته شد. بدلیل تقارن و به منظور کاهش حجم محاسبات، ورق ها بصورت یک چهارم شبیه سازی شدند. در تمامی مراحل، شرط مرزی تقارن در دو قسمت لبه ورق که دارای تقارن هندسی بوده، اعمال شد. در شکل ۲ مدل سازی قطعات آزمون ناکازیم نشان داده شده است.

نحوه ی مش بندی نمونه ورق با عرض ۱۳۰ میلی متر در شکل ۳ نشان داده شده است.

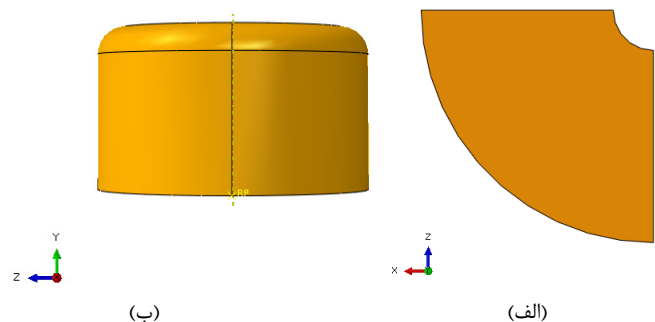
۲-۱-۴- مراحل رسم نمودار حد شکل دهی

در این پژوهش، از روش پیتک^۵ و همکاران برای تعیین آغاز گلویی موضعی استفاده شده است [۲۱]. در این الگوریتم برای تعیین گلویی موضعی، کرنش مومسان در راستای ضخامت در

- 1 Amplitude
- 2 Smooth
- 3 Reduced integration
- 4 Coulomb's model
- 5 Petek



شکل ۵: هندسه نمونه‌های ورق و واشر [۲۲].
Fig. 5: Geometry of the sheet and washers samples [22]



شکل ۴: هندسه قطعات آزمون مارسینیاک اصلاح شده: الف) سنبه و (ب) یک چهارم واشر.

Fig. 4: The geometry of the modified Marciniak test pieces: a) Punch and (b) quarter of washer

جدول ۷: ابعاد نمونه‌های ورق و واشر [۲۲].
Table 7: Dimensions of sheets and washers [22].

نوع	W	R	D	نسبت کرنش
۱	۲۰	۹۰	-	منفی
۱	۴۵	۷۷/۵	-	منفی
۲	۱۰۰	-	۴۴	منفی
۲	۱۲۰	-	۴۴	منفی
۳	۱۲۵	۳۷/۵	۴۴	کرنش صفحه ای
۳	۱۳۵	۳۲/۵	۴۴	مثبت
۴	۲۰۰	-	۳۳	اتساع دو محوری متقارن

۵- نتایج و بحث

به منظور مقایسه نمودار تنش-کرنش با نمودار تجربی، شبیه‌سازی آزمون کشش تک محوری برای نمونه صورت گرفت. پس از اتمام حل، منحنی تنش-کرنش حاصل از شبیه‌سازی رسم شد. جهت به دست آوردن منحنی‌های تنش-کرنش از مقادیر نیرو-جابجایی استفاده شده است. منحنی تنش-کرنش حقیقی حاصل از شبیه‌سازی در شکل ۷ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، منحنی تنش-کرنش حقیقی آزمون کشش تک محوری آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با نتایج تجربی آقایی و همکاران تطابق خوبی دارد [۷]. این تطابق نشان دهنده صحت الگوریتم و زیرروال ویومت مورد استفاده در این تحقیق است. به دلیل رشد و به هم پیوستن حفره‌ها در ماده پس از بار حداکثر، پدیده شکست نرم رخ می‌دهد. این امر در نمودار سیلان به صورت افت ناگهانی تنش و شکست نمونه قابل مشاهده است. هرچند پدیده افت تنش و شکست نرم را با استفاده از شبیه‌سازی‌های مرسوم نمی‌توان نشان داد ولی امروزه مدل‌های عددی مبتنی بر معادلات بنیادین

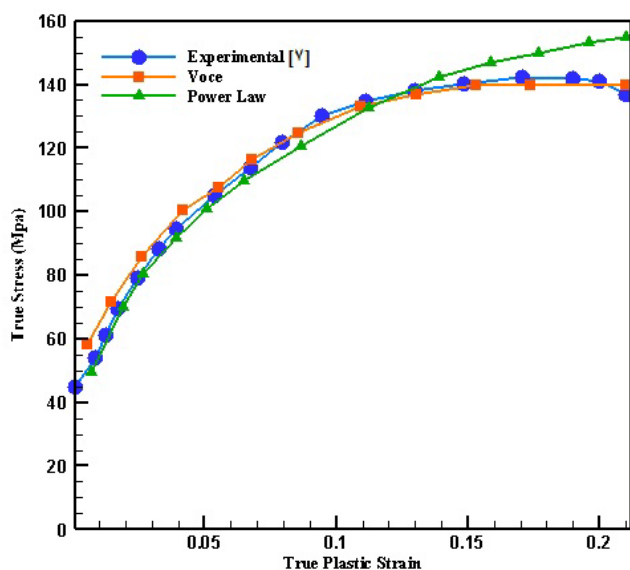
مراحل ذکر شده برای هر نمونه، نقطه‌های مختلف نمودار حد شکل‌دهی به دست می‌آیند.

۲-۴- شبیه‌سازی آزمون مارسینیاک اصلاح شده

برای شبیه‌سازی آزمون مارسینیاک اصلاح شده، کلیه مراحل شبیه‌سازی مشابه با آزمون ناکازیم انجام گرفت. با این تفاوت که همانطور که در شکل ۴ نشان داده شده است، سنبه به کار گرفته شده در این آزمون دارای سطح صاف است و علاوه بر قطعات مورد استفاده در آزمون ناکازیم از یک واشر فلزی با خصوصیات ورق استفاده شده است.

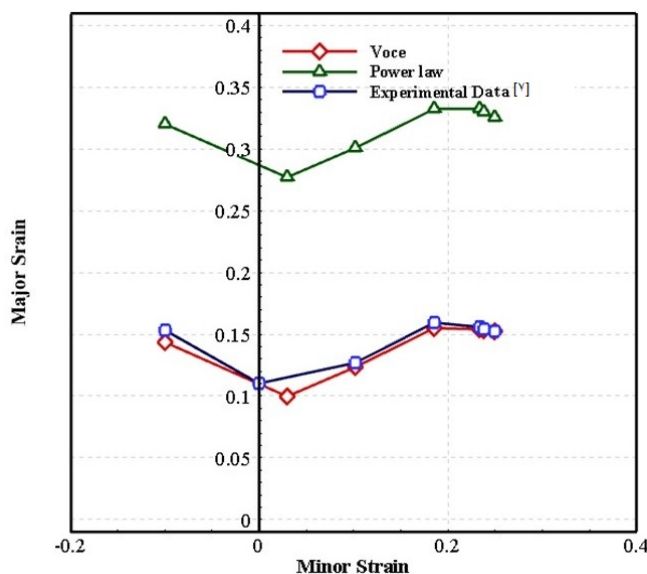
ابعاد نمونه‌های ورق و واشر مطابق با پژوهش لی^۱ و همکاران انتخاب شد (شکل ۵ و جدول ۷) [۲۲].

شرایط مرزی اعمال شده در آزمون مارسینیاک در شکل ۶ نشان داده شده است.



شکل ۸: مقایسه منحنی تنش-کرنش حاصل از شبیه‌سازی آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با استفاده از معیار هاسفورد با در نظر گرفتن رابطه وس و توانی به همراه نتایج تجربی.

Fig. 8: Comparison of stress-strain curve obtained from simulating AA3105 alloy using the Hosford criterion considering the power and voce rules with experimental results

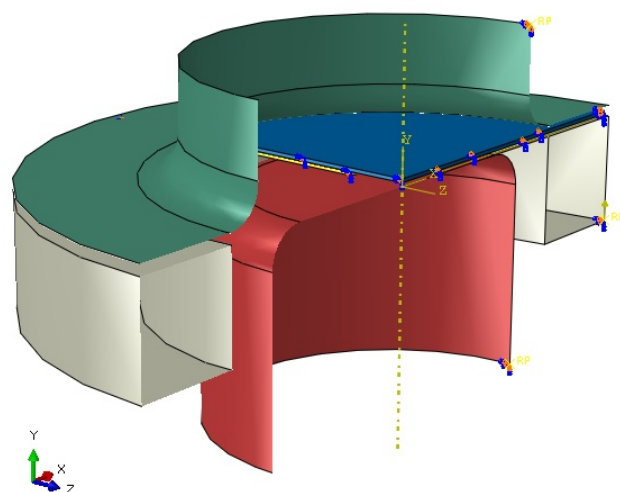


شکل ۹: مقایسه نمودار حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده بر اساس روابط توانی و وس با استفاده از معیار هاسفورد با نتایج تجربی.

Fig. 9: Comparison of predicted FLD based on power and voce laws using the Hosford criterion with experimental results

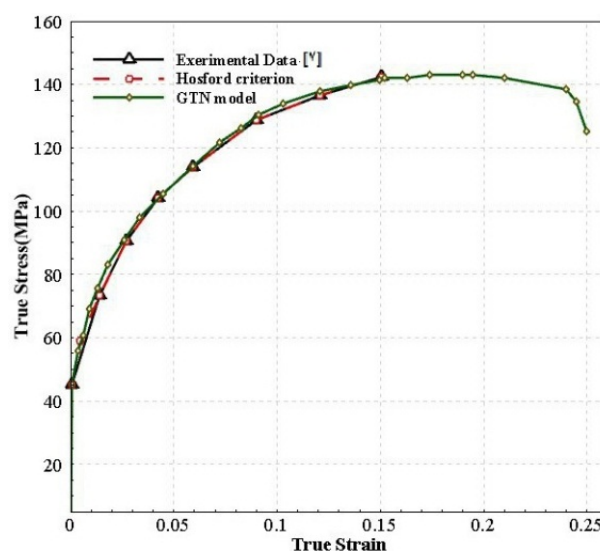
۵-۱- مقایسه نمودار حد شکل‌دهی حاصل از روابط سخت‌شوندگی وس و توانی

مقایسه منحنی تنش-کرنش آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ حاصل از



شکل ۶: شرایط مرزی اعمال شده در آزمون مارسینیاک.

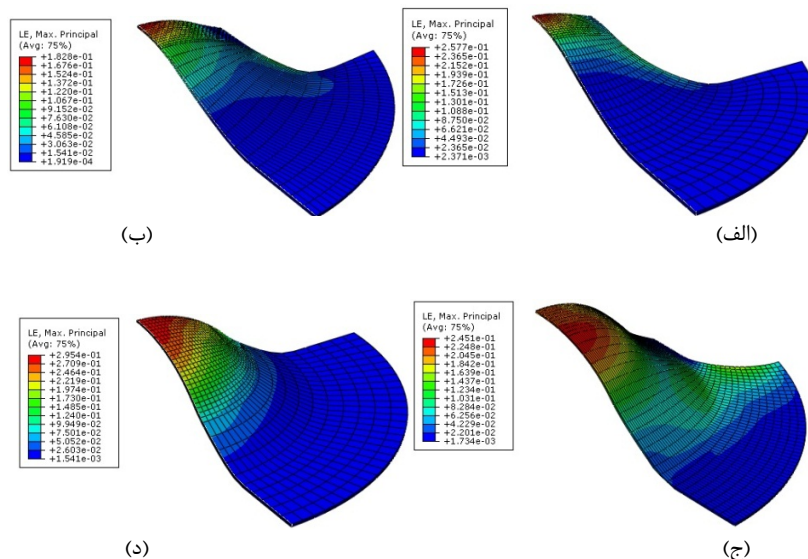
Fig. 6: Boundary conditions applied to the Marciniak test



شکل ۷: مقایسه منحنی تنش-کرنش حقیقی حاصل از شبیه‌سازی آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با نتایج تجربی.

Fig. 7: Comparison of the true stress- strain curve obtained from simulating AA3105 alloy with experimental results

مربوط به مواد متخلخل مثل مدل گارسن به طور گسترده‌ای برای شبیه‌سازی شکست نرم به کار برده می‌شوند. این مدل‌های تجربی، توابع تسلیم و توابع پتانسیلی را به کار می‌برند که تخلخل را به عنوان یک متغیر داخلی که عامل نرم شدن است در نظر می‌گیرند. مدل گارسن چنانچه در شکل ۷ نشان داده شده می‌تواند به وضوح این پدیده را نشان دهد. در صورتی که در معادلات سخت‌شوندگی معمول از جمله معادلات وس، سویت و رابطه توانی نمودار سیلان، افزایشی است و قادر به نمایش نرم شوندگی ماده نیستند.



شکل ۱۰: توزیع کرنش در لحظه گلوپی حاصل از شبیه سازی آزمون ناکازیمای برای آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با استفاده از معیار هاسفورد. (الف) عرض ۴۵ میلی‌متر، (ب) عرض ۷۵ میلی‌متر، (ج) عرض ۱۳۰ میلی‌متر و (د) ورق کامل.

Fig. 10: Strain distribution at the necking time obtained from the simulation of the Nakazima test for the AA310S alloy using the Hosford criterion. (A) 45, (b) 75, (c) 130 mm and (d) full sheet

آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ مقدار تجربی کرنش یکنواخت ۰/۲۱۹ بوده و این مقدار بر اساس پیش‌بینی معادلات وس و هولمان به ترتیب ۰/۱۹۷ و ۰/۳۲ است. به این ترتیب معادله هولمان کرنش یکنواخت بیشتری را پیش‌بینی کرده و در نتیجه مقدار کرنش حدی پایه^۱ در نمودار حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده توسط معادله هولمان بیشتر از پیش‌بینی معادله وس است.

برخلاف معادله توانی، معادله ساختاری وس در پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی بهتر عمل کرده، به طوری که داده‌های آن بسیار نزدیک به داده‌های تجربی بدست آمده است.

۵-۲- نتایج شبیه‌سازی آزمون ناکازیمای با معیار هاسفورد

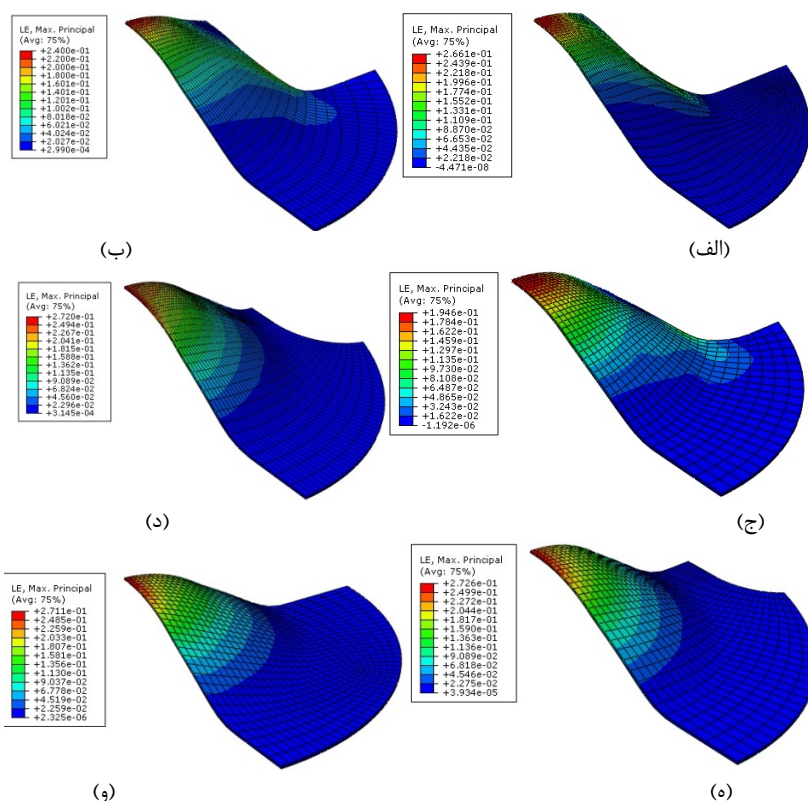
کانتور کرنش ماکزیمم برای ورق‌های آلومینیوم ۳۱۰۵ با عرض ۴۵، ۷۵، ۱۳۰ میلی‌متر و ورق کامل در شکل ۱۰ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، تمرکز کرنش در قله ورق رخ داده است.

۵-۳- بررسی آزمون ناکازیمای با مدل گارسن

کانتور کرنش ماکزیمم حاصل از شبیه‌سازی آزمون ناکازیمای با مدل گارسن بر پایه معیار هاسفورد برای ورق آلومینیوم ۳۱۰۵ با

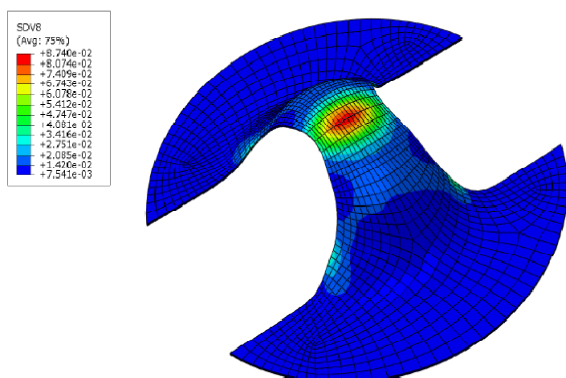
شبیه‌سازی آزمون کشش تک محوری با استفاده از معیار هاسفورد با در نظر گرفتن دو رابطه سخت‌شوندگی وس و توانی در شکل ۸ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، منحنی سیلان حاصل از رابطه وس از تطابق بیشتری با نتایج تجربی برخوردار است. مقایسه نمودار حد شکل‌دهی پیش‌بینی شده بر اساس روابط توانی و وس با استفاده از معیار هاسفورد با نتایج تجربی در شکل ۹ نشان داده شده است. هرچند در آزمون کشش تک محوری نتایج شبیه‌سازی معادله وس و توانی به هم نزدیک است ولی به دلیل حالت‌های مختلف تنش (کشش دو محوری و حالت کرنش مسطح) در منحنی حد شکل‌دهی پیش‌بینی این معادلات متفاوت است.

در آلومینیوم و برخی از آلیاژهای دیگر مقدار توان کارسختی $(n = \frac{d \ln \sigma}{d \ln \epsilon})$ در طول تغییر شکل ثابت نبوده و با افزایش کرنش، کاهش می‌یابد. این اثر در معادله توانی با n ثابت نشان داده نمی‌شود ولی در معادله وس توان کارسختی، با افزایش کرنش کاهش یافته و می‌تواند در کرنش‌های زیاد، حالت اشباع تنش که در تغییر شکل‌های زیاد قابل مشاهده است را نشان دهد. این پدیده می‌تواند دلیل دیگری برای اختلاف مقادیر پیش‌بینی شده معادله توانی و معادله وس باشد. به این ترتیب مقدار کرنش یکنواخت که بر اساس معیار کانسیدر از محل تقاطع منحنی‌های σ و ϵ و $\frac{d\sigma}{d\epsilon}$ بدست می‌آید، در پیش‌بینی‌های وس و هولمان متفاوت خواهد بود. با توجه به نتایج بدست آمده برای



شکل ۱۱: توزیع کرنش در لحظه گلویی حاصل از شبیه سازی آزمون ناکازیمما برای آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با استفاده از مدل گارسن بر پایه هاسفورد. (الف) عرض ۴۵ میلی‌متر، (ب) عرض ۷۵ میلی‌متر، (ج) عرض ۹۰ میلی‌متر، (د) عرض ۱۳۰ میلی‌متر، (ه) عرض ۱۵۰ میلی‌متر و (و) ورق کامل.

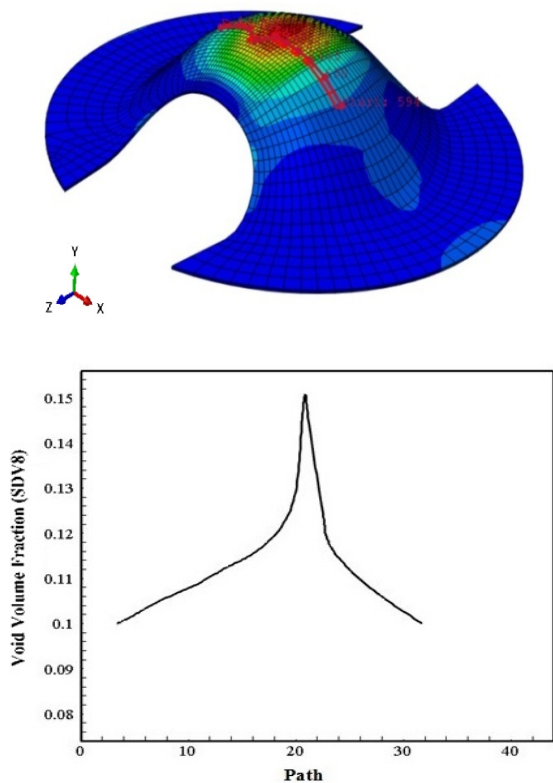
Fig. 11: Strain distribution at the necking time resulting from the simulation of the Nakazima test for the AA3105 alloy using the GTN model based on Hosford. A) width 45 mm, b) width 75 mm, c) width 90 mm, d) width 130 mm, e) width 150 mm, and f) full sheet



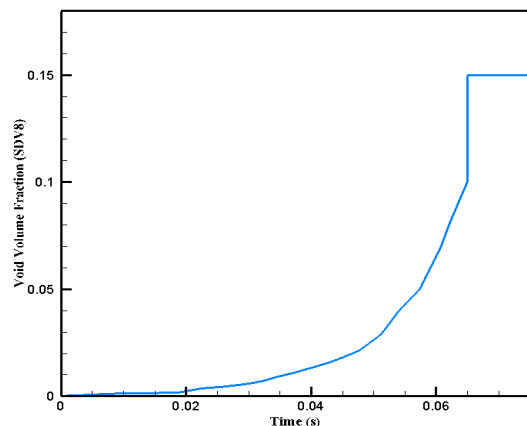
شکل ۱۲: کانتور کسر حجمی حفره‌ها برای نمونه با عرض ۴۵ میلی‌متر.
Fig. 12: Void volume fraction contour for specimen with a width of 45 mm

در شکل ۱۳ نمودار تغییرات کسر حجمی حفره‌ها نسبت به زمان فرآیند حاصل از شبیه سازی آزمون ناکازیمما با مدل گارسن بر پایه معیار هاسفورد نشان داده شده است. زمانی که ورق متخلخل تحت اثر اعمال تنش کششی قرار گیرد، میزان حجم آزاد یا حفره‌ها، رشد کرده و افزایش می‌یابند. با افزایش

عرض‌های مختلف در شکل ۱۱ نشان داده شده است. فلزات نرم معمولاً دارای حفره‌ها و تخلخل می‌باشند و در حین فرآیند تغییر شکل پلاستیک بر کسر حجمی آن‌ها افزوده می‌شود. نهایتاً با پیوستن این حفره‌ها به یکدیگر، فلز دچار پارگی و شکست می‌شود. از آنجایی که مدل گارسن معیار تسلیمی است که پارامتر کسر حجمی حفره‌ها را در نظر می‌گیرد، می‌تواند جهت بررسی و آنالیز میزان حفره‌ها و تغییرشان در حین تغییرشکل، مورد استفاده قرار گیرد. تغییرات کسر حجمی برای یک نمونه چند المانی مطابق با شکل ۱۲ بررسی شده است. به منظور تعیین دقیق مکان حفره‌ها، ورق بدون تقارن و به صورت کامل شبیه‌سازی شده است. با توجه به کانتور کسر حجمی، در آزمون ناکازیمما کسر حجمی حفره‌ها در گنبد نمونه دارای بیشترین مقدار است که این نشان‌دهنده مستعد بودن این ناحیه برای شکست و پارگی است. در صورت مقایسه با کانتور کرنش ماکزیمم (شکل ۱۱) می‌توان نتیجه گرفت در گنبد نمونه که تمرکز کرنش رخ می‌دهد، ماکزیمم حفره‌ها را نیز داریم.



شکل ۱۴: تغییرات کسر حجمی حفره‌ها در طول نمونه.
Fig. 14: Voids volume fraction variations along the sample



شکل ۱۳: رشد حفره‌ها در آزمون ناکازیمای برای نمونه آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با عرض ۷۵ میلی‌متر.
Fig. 13: Growth of voids in the Nakazima test for a sample of AA3105 alloy with a width of 75 mm

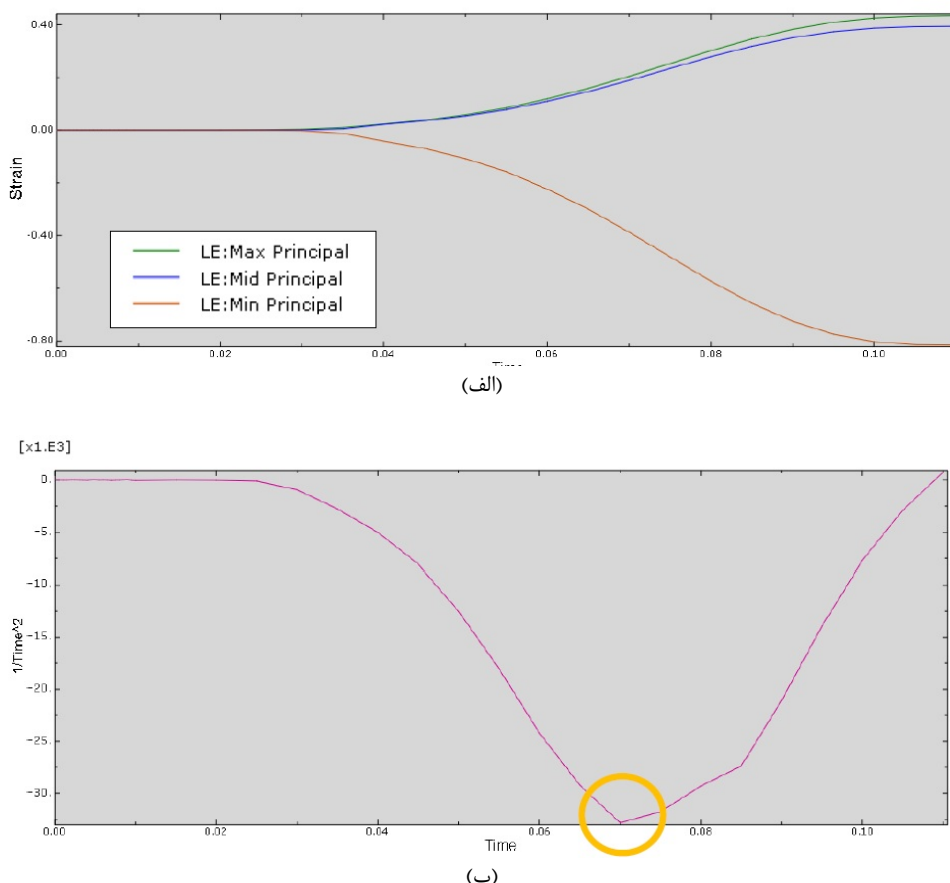
تنش، حفره‌ها به یکدیگر می‌پیوندند و موجب پارگی ماده می‌شوند. همانطور که در شکل ۱۳ ملاحظه می‌گردد، کسر حجمی حفره‌ها با رسیدن به کسر حجمی بحرانی ($f_c = 0.1$) در زمان گلوپی، به یکباره افزایش یافته و با رسیدن به میزان کسر حجمی شکست ($f_c = 0.15$)، پارگی و شکست در ماده رخ می‌دهد. همچنین میزان تغییرات کسر حجمی حفره‌ها در نمونه، با استفاده از ابزار مسیر^۱ در نرم‌افزار آباکوس، بررسی شد و نتایج آن در شکل ۱۴ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌گردد، در لبه ورق مینیمم کسر حجمی حفره‌ها را داریم. با اعمال تنش کششی، حفره‌ها رشد کرده و در گنبد ورق به بیشترین مقدار خود می‌رسند. به همین دلیل شکست ماده در گنبد ورق رخ می‌دهد.

۴-۵- مقایسه نمودارهای حد شکل‌دهی حاصل از سه معیار هیل ۱۹۴۸، هاسفورد و مدل گارسن

به منظور تعیین کرنش‌های اصلی و فرعی بر اساس روش پیتک، نمودار کرنش در راستای ضخامت برحسب زمان در ناحیه گلوپی موضعی برای هر شش ورق شبیه‌سازی شده رسم شد. نحوه تعیین زمان گلوپی برای ورق با عرض ۱۳۰ میلی‌متر در شکل ۱۵ نشان داده شده است. در زمان وقوع گلوپی، یک تغییر شکل ناگهانی در نمودار مشاهده می‌شود. در مرحله بعد، اولین و دومین مشتق‌های کرنش محاسبه می‌شوند. با مشخص شدن لحظه گلوپی، کرنش‌های اصلی و فرعی از روی نمودار بدست می‌آیند.

1 Path

تعیین عددی نمودار حد شکل‌دهی برای آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با معیارهای هیل ۱۹۴۸، هاسفورد و مدل گارسن بر پایه هاسفورد صورت گرفت. مقایسه آن‌ها در شکل ۱۶ نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود منحنی نمودار حد شکل‌دهی بدست آمده توسط معیار هیل بالاتر از منحنی حد شکل‌دهی بدست آمده از دو معیار هاسفورد و مدل گارسن بر پایه معیار هاسفورد قرار گرفته است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که منحنی حد شکل‌دهی حاصل از معیار هاسفورد و مدل گارسن بر پایه معیار هاسفورد برای آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با نتایج تجربی آقایی و همکاران مطابقت بیشتری دارد [۷]. همچنین منحنی حد شکل‌دهی حاصل از مدل گارسن بر پایه معیار هاسفورد نیز پایین‌تر از دو معیار دیگر قرار گرفته است. دلیل آن مربوط به در نظر گرفتن حفره‌ها موجود و رشد آن‌ها است. به دلیل حضور حفره‌ها در ماده، در اثر اعمال تنش‌های کششی، رشد و پیوستن حفره‌ها رخ می‌دهد. این مسأله منجر به پایین آمدن سطح منحنی شکل‌دهی و کاهش میزان شکل‌پذیری ماده شده و موجب شکست ماده در کرنش‌های کمتر می‌شود. با مقایسه نتایج منحنی حد شکل‌دهی بدست آمده در این پژوهش با نتایج منحنی



شکل ۱۵: نحوه تعیین زمان گلوئی و کرنش‌های اصلی و فرعی. الف) نمودار کرنش ضخامتی بر حسب زمان برای ورق با عرض ۱۳۰ میلی‌متر، ب) نمودار مشتق دوم کرنش ضخامتی بر حسب زمان برای ورق با عرض ۱۳۰ میلی‌متر در آزمون ناکازیم.

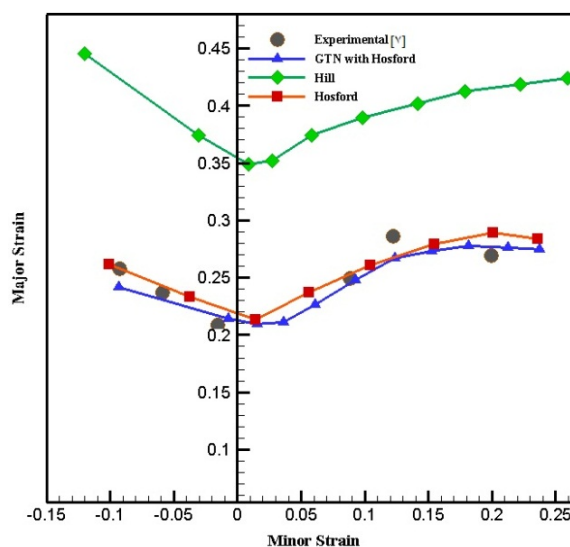
Fig. 15: Calculation the time of the necking and the major and the minor strains. a) Thickness strain- time diagram for a sheet with a width of 130 mm; (b) second derivative diagram of the thickness strain - time for a sheet with a width of 130 mm in the Nakazima test

حد شکل‌دهی حاصل از مدل گارسن بر پایه معیار هیل ۱۹۴۸ بر روی آلیاژ آلومینیوم T۴-۶۰۱۶ در پژوهش کمی و همکاران، مشخص شد منحنی‌های حد شکل‌دهی اختلاف جزئی با یکدیگر دارند که این اختلاف را می‌توان به تفاوت معیار تسلیم به کار رفته شده نسبت داد.

۵-۵- مقایسه نمودار حد شکل‌دهی حاصل از دو آزمون ناکازیم و مارسینیاک

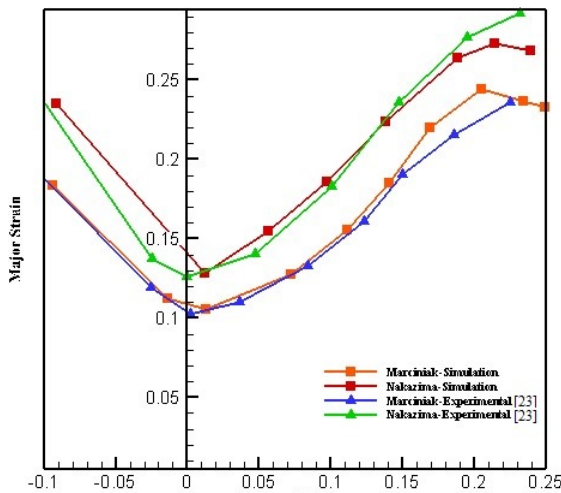
کانتور کرنش ماکزیمم حاصل از شبیه‌سازی آزمون مارسینیاک با معیار تسلیم هاسفورد مربوط به آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ برای نمونه دو' در شکل ۱۷ نشان داده شده است.

منحنی‌های حد شکل‌دهی بدست آمده از آزمون ناکازیم و مارسینیاک اصلاح شده برای آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با معیار تسلیم



شکل ۱۶: مقایسه نمودارهای حد شکل‌دهی بدست آمده از معیارهای هیل ۱۹۴۸، هاسفورد و مدل گارسن با نتایج تجربی.

Fig. 16: Comparison of the forming limit diagram obtained from Hill's 1948, Hosford and GTN model with experimental results



شکل ۱۸: مقایسه نمودار حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ حاصل از شبیه‌سازی دو آزمون ناکازیم و مارسینیاک با نتایج تجربی.

Fig. 18: Comparison of the FLD of the AA3105 alloy obtained from the simulation of the both Nakazima and Marciniak tests with experiments results

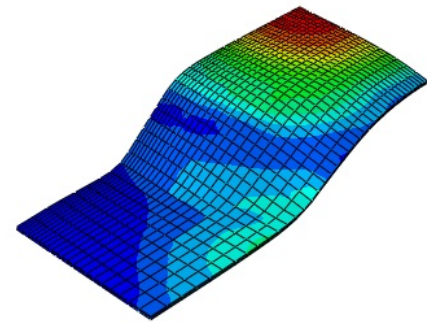
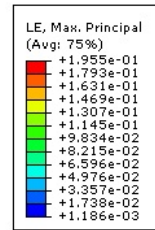
مناسب است.

- با استفاده از مدل گارسن می‌توان نرم‌شوندگی در ماده را مشاهده نمود در صورتی‌که روابط سخت‌شوندگی معمول از جمله روابط وس و توانی قابلیت نمایش نرم‌شوندگی در ماده را ندارند.
- نتایج حاصل از شبیه‌سازی آزمون ناکازیم و مارسینیاک اصلاح شده در نرم‌افزار آباکوس نشان دادند هر دو آزمون برای تعیین منحنی حد شکل‌دهی مناسب‌اند اما منحنی حد شکل‌دهی حاصل از آزمون مارسینیاک اصلاح شده، بالاتر از منحنی حد شکل‌دهی حاصل از آزمون ناکازیم قرار می‌گیرد. همچنین کرنش‌های حدی در آزمون مارسینیاک اصلاح شده دقیق‌تر محاسبه می‌شوند.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

پارامترهای معیار تسلیم هیل و هاسفورد	N, M, L, H, G, F
مدول الاستیسیته، N/m^2	E
پارامتر ناهمسانگردی	R
ضریب استحکام، MPa	K
ضریب حساسیت به نرخ کرنش	m
توان کارسختی	n
انحراف معیار	S_N
ثابت‌های مدل گارسن	q_2, q_1
پارامترهای ساختاری رابطه وس	C, B, A



شکل ۱۷: توزیع کرنش حاصل از شبیه‌سازی آزمون مارسینیاک مربوط به آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ برای نمونه دو با استفاده از معیار تسلیم هاسفورد.

Fig. 17: Strain distribution obtained from the simulation of the Marciniak test for AA3105 alloy for sample 2 using the Hosford yield criterion

هاسفورد، در شکل ۱۸ نشان داده شده است. آزمون ناکازیم یک آزمایش خارج صفحه‌ای است که شرایط هندسی نمونه‌ها و اصطکاک بین نمونه و سنبه، نقش اصلی را در جابه‌جایی پیوسته محل تمرکز کرنش از ناحیه شروع شده دارند. در آزمون مارسینیاک اصلاح شده، حفره مرکزی و اشتر، شرایط گسترش آزاد نمونه را فراهم می‌کند. بنابراین نمودار حد شکل‌دهی در آزمون ناکازیم بالاتر از آزمون مارسینیاک قرار می‌گیرد. مطابقت این نتیجه با نتایج تجربی مشکسار و منصورزاده [۲۳] در شکل ۱۸ دیده می‌شود.

۶- نتیجه‌گیری

در این پژوهش مقایسه معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸، معیار تسلیم هاسفورد و مدل گارسن بر پایه معیار هاسفورد بر منحنی حد شکل‌دهی ورق فلزی از طریق شبیه‌سازی اجزای محدود صورت گرفته است. نتایج به شرح ذیل می‌باشند:

- بررسی‌های حاصل از مقایسه معیار تسلیم هیل ۱۹۴۸، معیار تسلیم هاسفورد و مدل گارسن بر پایه معیار هاسفورد نشان دادند معیار هاسفورد و مدل گارسن منحنی حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ را دقیق‌تر و منطبق با نتایج تجربی پیش‌بینی می‌کنند.
- بر اساس مقایسه نتایج تجربی حد شکل‌دهی آلیاژ آلومینیوم ۳۱۰۵ با حد شکل‌دهی عددی حاصل از روابط سخت‌شوندگی، می‌توان نتیجه گرفت رابطه توانی، کرنش‌های حدی را بالاتر از مقادیر تجربی پیش‌بینی می‌کند و رابطه وس برای آلیاژهای آلومینیوم

- of Nonferrous Metals Society of China, vol.22 (2012) 343-349.
- [9] S. Panich, F. Barlat, V. Uthaisangsuk, S. Suranuntchai, S. Jiratharanat, Experimental and theoretical formability analysis using strain and stress based forming limit diagram for advanced high strength steels, *Materials & Design*, 51 (2013) 756–766.
- [10] E. Karajibani, R. Hashemi, M. Sedighi, Determination of Forming Limit Curve in Two-Layer Metallic Sheets using the Finite Element Simulation, *Journal of Materials Design and Applications*, 230 (2015) 1018–1029.
- [11] C. Zhang, L. Leotoing, G. Zhao, D. Guines, E. Ragneau, comparative study of different necking criteria for numerical and experimental prediction of FLCs, *Journal of Materials Engineering and Performance*, 20 (2011) 1036-1042.
- [12] J. Samei, D.E. Green, J. Cheng, M. Lima, Influence of strain path on nucleation and growth of voids in dual phase steel sheets, *Materials and Design*, 92 (2016) 1028–1037.
- [13] V. Tvergaard, A. Needleman, Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar, *Acta metallurgica*, 32(1) (1984) 157-169.
- [14] Z. Chen, X. Dong, The GTN damage model based on Hill'48 anisotropic yield criterion and its application in sheet metal forming, *Computational Materials Science*, 44 (2009) 1013–1021.
- [15] M. Abbasi, M.A. Shafaat, M. Ketabchi, D.F. Haghshenas, Mo. Abbasi, Application of the GTN model to predict the forming limit diagram of IF-Steel, *Journal of Mechanical science and Technology*, 26(2) (2012) 345-352.
- [16] M.H. Parsa, M. Ettehad, P.H. Matin, S.N.A. Ahkami, Experimental and Numerical Determination of Limiting Drawing Ratio of Al3105- Polypropylene-Al3105 Sandwich Sheets, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 132 (2010).
- [17] A. Kami, B.M. Dariani, A.S. Vanini, D.S. Comsa, D. Banabic, Numerical determination of the forming limit

تنش معادل، MPa

$\bar{\sigma}$

تنش هیدرواستاتیک، MPa

σ_m

کرنش معادل

$\bar{\epsilon}$

کرنش شکست

ϵ_f

نرخ کرنش معادل

$\dot{\epsilon}$

پارامترهای مدل گارسن

$f_g, f_n,$

f^*, f_c, f_F

- [1] M. Aghaie, Formability of Metals, K.N. Toosi University of Technology 2015, (in Persian).
- [2] S.P. Keeler, W.A. Backhofen, Plastic instability and fracture in sheet stretched over rigid punches, *ASM Transactions Quarterly*, 56 (1964) 25-48.
- [3] G. Goodwin, Application of strain analysis to sheet metal forming in the press shop, (1968) 1-12.
- [4] S. Xu, K.J. Weinmann, Prediction of forming limit curves of sheet metal using Hill's (1993) user-friendly yield criterion of anisotropic materials, *International Journal of Mechanical Sciences*, 40 (1998) 913–925.
- [5] P. Friedman, J. Pan, Effect of plastic anisotropic and yield criteria on prediction of forming limit curves, *International Journal of Mechanical Sciences*, 42 (2000) 29-48.
- [6] M. Ganjiani, A. Assempour, An improved analytical approach for determination of forming limit diagrams considering the effects of yield functions, *Journal of Materials Processing Technology*, 182 (2007) 598-607.
- [7] M. Aghaie-Khafri, R. Mahmudi, Predicting of plastic instability and forming limit diagrams, *International Journal of Mechanical Sciences* 46 (2004) 1289–1306.
- [8] G. Fang, L. Qing-Jun, L. Li-Ping, Z. Pan, Comparative analysis between stress- and strain-based forming limit diagrams for aluminum alloy sheet 1060, *Transaction*

- method for determining forming limit diagram in the digital environment, J. of Mechanical Engineering, 51 (2005) 330–345.
- [22] H.J. Bong, F. Barlat, M.G. Lee, D.C. Ahn, The forming limit diagram of ferritic stainless steel sheets: Experiments and modeling, International Journal of Mechanical Sciences, 64 (2012) 1-10.
- [23] M. Moshksar, S. Mansorzadeh, Determination of the forming limit diagram for Al 3105 sheet, Journal of Materials Processing Technology, 141 (2003) 138-142.
- curves of anisotropic sheet metals using GTN damage model,, Journal of Materials Processing Technology, 216 (2015) 472–483.
- [18] W. Hosford, R. Caddell, Metal forming mechanics and metallurgy, Cambridge University Press, 2007.
- [19] D. Banabic, Formability of metallic materials, 2000.
- [20] T. Belytschko, W.K. Liu, B. Moran, K. Elkhodary, Nonlinear finite elements for continua and structures, John wiley & sons, 2013.
- [21] A.Petek, T.Pepelnjak, K.Kuzman, An improved