Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 52(8) (2020) 557-560
DOI: 10.22060/mej.2019.15562.6157

The Effect of Curvature of Microbeam and Electrode on the Snap-Through and Pull-In Instabilities

E. Akrami Nia, H. Ekhteraei Toussi*

Department of Mechanical Engineering, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

ABSTRACT: Due to the pull-in instability, the sustainability of micro-electro-mechanical systems is vulnerable. One of the proposed mechanism to improve the stability of these systems is the use of curved microbeams. The curvature causes the snap-through phenomenon by which the microbeam moves to its second stable position. Despite the advantages of snap-through, sometimes it leads to unstable conditions. In order to use the merits of curved structure and avoid the snap-through effect, in the present study, the performance of a structure composed of curved electrode is investigated. By assuming the Euler-Bernoulli beam theory and based on the modified couple stress theory, the governing equation is obtained by using Hamilton's principle. This equation is converted to a nonlinear ordinary differential equation by using the reduced-order model based on Galerkin procedure. The numerical solution is formulated and obtained by using the MATLAB software. The performance of the systems composed of curved microbeam and curved electrode are compared with each other, as well as with the systems made of straight elements. The results show that in cases where snap-through may cause unstable conditions, the use of curved electrode can result in more sustainable behavior in a wider range of position and voltage levels.

Review History:

Received: 2018/12/31
Revised: 2019/02/23
Accepted: 2019/04/14
Available Online: 2019/04/22

Keywords:

Micro-electro-mechanical systems
Pull-in instability
Curved micro-beam
Snap-through
Curved electrode

1- Introduction

Curved microbeams are one of the most widely proposed mechanisms for controlling the instability of Micro-Electro-Mechanical Systems (MEMS). They may exhibit different behaviors, depending on the interaction between mechanical and electrical forces. One of these behaviors is the transmission between two stable states with a large domain, which is called snap-through [1]. Several results [2, 3] studying the possibilities of snap-through or pull-in depending on the level of electrostatic load and microbeam curvature confirm that sometimes the snap-through may result in the instability of the structure. So, if we can use the advantages of the curvature of the structure, and avoid the snap-through phenomenon, the structure behavior will improve. For this purpose, in present study, the behavior of the system composed of curved electrode has been compared with the systems composed of straight and curved microbeams.

2- Methodology

As shown in Fig. 1, generally the schematic of an electro-mechanic system may be composed of a curved microbeam in the vicinity of a curved electrode.

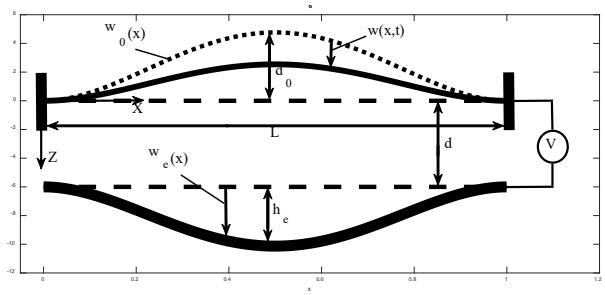


Fig. 1. Schematic model of the electromechanical system

In Fig. 1, $w_0(x)$ is the initial curvature of the microbeam, and is written as [4]:

$$w_0(x) = -\frac{d_0}{2}(1-\cos(\frac{2\pi x}{L})) \quad (1)$$

where d_0 is the maximum initial curvature of microbeam and L is its length. To have comparable shapes, the curvature of the electrode is selected similar to the curvature of microbeam as,

$$w_e(x) = \frac{h_e}{2}(1-\cos(\frac{2\pi x}{L})) \quad (2)$$

where h_e is the maximum curvature of the electrode.

Assuming shallow beam curvatures and Euler–Bernoulli beam model, by using Hamilton's principle and based on the modified coupled stress theory, the dimensionless equation of motion governing the normalized transverse deflection $W(\zeta,\tau)$ of the curved microbeam in the vicinity of the curved electrode is obtained as [4, 5]:

*Corresponding author's email: ekhteraee@um.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://mej.aut.ac.ir/article_3373.html.

$$(1+\eta)\frac{\partial^4 W(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^4}+\frac{\partial^2 W(\zeta,\tau)}{\partial\tau^2}= \left\{\bar{P}_r+\alpha\int_0^1\left[(\frac{\partial W(\zeta,\tau)}{\partial\zeta})^2+2\frac{\partial W(\zeta,\tau)}{\partial\zeta}\frac{dW_0(\zeta)}{d\zeta}\right]d\zeta\right\} \left\{\frac{\partial^2 W(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^2}+\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}\right\} +\beta\frac{V^2(\tau)}{(1+W_e(\zeta)-W_0(\zeta)-W(\zeta,\tau))^2} \quad (3)$$

where ζ and τ are the dimensionless position and time and V(τ) is the applied voltage, and the non-dimensional parameters η, $\bar{P}_r$, α, and β are defined as:

$$\eta=\frac{\mu A l^2}{EI},\bar{P}_r=\frac{P_r L^2}{EI},\alpha=6(\frac{d_{max}}{h})^2,\beta=\frac{6\varepsilon L^4}{Eh^3 d_{max}^3} \quad (4)$$

here μ is the Lame's constant, A and I are the area and moment of inertia of the cross section, l is the material length scale parameter, E is the Young's modulus, P_r is the axial force, d_{max} is the maximum initial gap, h is the microbeam thickness and ε is the dielectric constant of the gap medium.

The boundary conditions are

$$W(0,\tau)=W(1,\tau)=\frac{\partial W(0,\tau)}{\partial\zeta}=\frac{\partial W(1,\tau)}{\partial\zeta}=0 \quad (5)$$

The initial conditions are assumed as follows:

$$W(\zeta,0)=\frac{\partial W(\zeta,0)}{\partial\tau}=0 \quad (6)$$

Due to the high level of non-linearity involved in Eq. (3), a closed-form solution for this equation cannot be found. Hence, an approximate solution based on the Galerkin weighted residual method will be developed. Relying on this method and assuming quasi-static conditions, the pull-in voltage and pull-in location of the system can be obtained. In this case, the deflection of microbeam based on one-mode solution is expressed as,

$$W(\zeta)=a\psi(\zeta) \quad (7)$$

Here, ψ(ζ) is normalized such that the parameter a describes the mid-point deflection of the microbeam. ψ(ζ) is the first linear and un-damped mode-shape of the un-deformed microbeam which is determined as [6]

$$\psi(\zeta)=0.6297\{\cosh(4.73\zeta)-\cos(4.73\zeta) -0.98[\sinh(4.73\zeta)-\sin(4.73\zeta)]\} \quad (8)$$

By setting the time derivative equal to zero in Eq. (3) and substituting Eq. (7) into the resulting equation, one obtains,

$$(1+\eta)a\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}=\left\{\bar{P}_r+\alpha\int_0^1\left[a^2(\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta})^2 +2a\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}\frac{dW_0(\zeta)}{d\zeta}\right]d\zeta\right\}\left\{a\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}+\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}\right\} +\beta\frac{V_{DC}^2}{(1+W_e(\zeta)-W_0(\zeta)-a\psi(\zeta))^2} \quad (9)$$

Using MATLAB software, the numerical solution of Eq. (9) would specify the stability behavior of the system. Accordingly, once the gradient of voltage relative to deflection diminishes, the instability would happen.

3- Results and Discussion

By solving Eq. (9), the behavior of the systems made of each one of the straight or curved microbeams and the curved electrode is obtained. Fig. 2 shows an example of the results for the large ratio of curvature to gap.

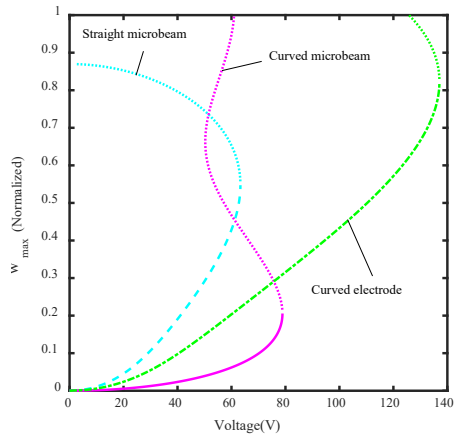


Fig. 2. Comparison of the non-dimensional deflection of different systems for the large ratio of curvature to the gap

In Fig. 2, the dotted point represents the unstable solution. Therefore, the curved microbeam just causes a slight increase in pull-in voltage and loses its stability in a much smaller position than the straight microbeam. In order to realize the effect of curvature size, instability characteristics of each system are calculated in different sizes of maximum gap, assuming h_e=3.5μm. These results are plotted in Figures 3 and 4.

Fig. 3 shows that the position of snap-through deserves the smallest size. Therefore, if the snap-through causes instability, the instability will start in a smaller position in comparison with other systems. In other words, to have the same instability characteristics, the curved electrode system must have smaller dimensions.

When the snap-through voltage is greater than the pull-in voltage, snap-through determines the instability conditions. Hence, the variation of instability voltages has to be calculated. Fig. 4 shows the variation of snap-through and pull-in voltage for different sizes of the maximum gap in the systems.

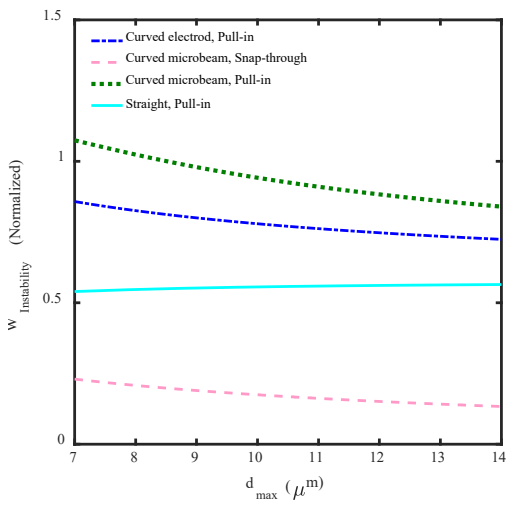


Fig. 3. Variation of instability positions for different sizes of the maximum gap, assuming h_e=3.5 μm

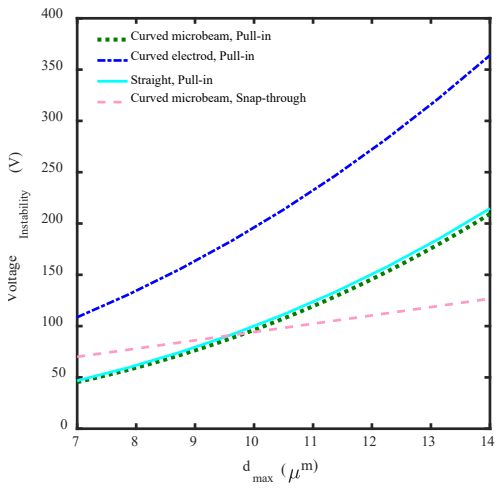


Fig. 4. Variation of instability voltages for different sizes of the maximum gap, assuming he=3.5 µm

Fig. 4 shows that the threshold endurance voltage of a system composed of a curved electrode is always larger than two other structures appointed in the figure. Therefore, by using a small structure composed of the curved electrode, one can achieve the same results as the greater systems composed of straight electrode, i.e. straight micro-beam or curved microbeam.

4- Conclusions

The aforementioned results on the instability of curved microbeams show that sometimes, snap-through is the main cause of structural instability. That is, the curvature of microbeam has negative effect on its stability behavior and causes pull-in in the smaller position comparing the straight microbeams. The results confirm that if snap-through is the main cause of instability in the curved microbeam, using a system composed of a curved electrode with the same dimensions would lead to the higher stable position and voltage levels.

5- References

[1] J. Qiu, J.H. Lang, A.H. Slocum, A centrally-clamped parallel-beam bistable MEMS mechanism, in: Technical Digest. MEMS 2001. 14th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (Cat. No. 01CH37090), IEEE, 2001, pp. 353-356.

[2] Y. Zhang, Y. Wang, Z. Li, Y. Huang, D. Li, Snap-through and pull-in instabilities of an arch-shaped beam under an electrostatic loading, Journal of Microelectromechanical Systems, 16(3) (2007) 684-693.

[3] M.M. Zand, The dynamic pull-in instability and snap-through behavior of initially curved microbeams, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 19(6) (2012) 485-491.

[4] M.I. Younis, H.M. Ouakad, F.M. Alsaleem, R. Miles, W. Cui, Nonlinear dynamics of MEMS arches under harmonic electrostatic actuation, Journal of Microelectromechanical Systems, 19(3) (2010) 647-656.

[5] A.R. Askari, M. Tahani, Size-dependent dynamic pull-in analysis of beam-type MEMS under mechanical shock based on the modified couple stress theory, Applied Mathematical Modelling, 39(2) (2015) 934-946.

[6] L. Medina, R. Gilat, S. Krylov, Symmetry breaking in an initially curved micro beam loaded by a distributed electrostatic force, International Journal of Solids and Structures, 49(13) (2012) 1864-1876.

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۸، سال ۱۳۹۹، صفحات ۲۲۴۳ تا ۲۲۶۰
DOI: 10.22060/mej.2019.15562.6157

تأثیر انحنای میکروتیر و الکترود بر ناپایداری‌های جذب و اسنپ-ترو

احسان اکرمی نیا، حمید اختراعی طوسی*

دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

خلاصه: وقوع ناپایداری جذب در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، آن‌ها را به عنوان سیستم‌هایی آسیب‌پذیر از نظر پایداری معرفی می‌کند. میکروتیرهای منحنی یکی از راه‌حل‌های پیشنهادی برای افزایش محدوده کاری سیستم می‌باشد. این انحنا سبب وقوع اسنپ-ترو خواهد شد که طی آن میکروتیر با یک ارتعاش دامنه بزرگ به حالت پایدار دوم خود منتقل می‌شود. علی‌رغم مزیت‌های این پدیده، گاهی شروع آن به ناپایداری سیستم ختم خواهد شد. به منظور استفاده از مزایای انحنای سازه و دوری جستن از معایب اسنپ-ترو، در پژوهش حاضر عملکرد سازه دارای الکترود منحنی بررسی شده است. در این راستا معادله دیفرانسیل حاکم با فرض تئوری تیر اولر-برنولی، به کمک اصل همیلتون و بر اساس تئوری تنش-کوپل بهبود یافته به دست آمده است. این معادله با استفاده از روش تجزیه گالرکین به یک معادله دیفرانسیل معمولی غیرخطی تبدیل شده و حل عددی آن توسط نرم‌افزار متلب به دست آمده است. نمودار تغییرات بیش‌ترین خیز میکروتیر در برابر اختلاف پتانسیل رسم شده و مشخصه‌های آغاز ناپایداری هر سیستم محاسبه شده است. نتایج حاصل نشان می‌دهد که در نسبت‌های انحنا به گپی که اسنپ-ترو سبب از دست رفتن پایداری میکروتیر منحنی می‌شود، استفاده از الکترود منحنی منجر به پایداری سازه تا موقعیت و ولتاژ بالاتری خواهد شد.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۰-۱۰-۱۳۹۷
بازنگری: ۰۴-۱۲-۱۳۹۷
پذیرش: ۲۵-۰۱-۱۳۹۸
ارائه آنلاین: ۰۲-۰۲-۱۳۹۸

کلمات کلیدی:
ناپایداری جذب
سیستم‌های میکروالکترومکانیکی
میکروتیر منحنی
اسنپ-ترو
الکترود منحنی

۱- مقدمه

به طوری که پژوهشگران مختلف مانند یونس [۱] اشاره نموده‌اند، ضرورت کوچک‌سازی مجموعه‌های متشکل از ترکیب حسگر، پردازنده و عملگر و یکپارچه‌سازی آن‌ها روی یک تراشه، منجر به ابداع سیستم‌های میکروالکترومکانیکی شده است. اندازه اجزای این سیستم‌ها بین چند نانومتر تا چند سانتی‌متر متغیر است. برخی معتقدند حجم یک واحد آن‌ها باید کم‌تر از یک سانتی‌متر مکعب باشد [۲ و ۳]، برخی می‌گویند بیش‌ترین بعد آن‌ها باید کوچک‌تر از یک سانتی‌متر باشد [۴ و ۵] و به اعتقاد عده‌ای باید یک یا چند بعد آن‌ها در محدوده میکرومتر باشد [۱]. این سیستم‌ها متشکل از اجزای الکتریکی و مکانیکی و گاهی اوقات دارای بخش‌های غیرمتحرک غیرالکترونیکی مانند قسمت‌های شیمیایی و نوری هستند. این جامع بودن و ترکیب چند زمینه فیزیکی در کارکرد این سیستم‌ها، مطالعه آن‌ها را به پژوهش‌های چند سویه تبدیل نموده است.

داشتن مزایایی از قبیل ویژگی مقیاس‌پذیری مطلوب، کاهش هزینه و افزایش دقت از طریق جمع‌آوری مستقیم داده‌ها از مقیاس میکرو، سهولت نسبی ساخت، سازگاری با مدارهای مجتمع، اجزای مکانیکی کم، اندازه کوچک، نسبت سطح به حجم بالا، پاسخ سریع، توان مصرفی کم، دوام بالا و ظرفیت انحراف بالا، منجر به جایگزینی سیستم‌های مرسوم با سیستم‌های میکروالکترومکانیکی شده است [۶ و ۷]. طبق گزارشات شرکت مشاوره استراتژی و تحقیقات بازار، پیش‌بینی شده است حجم سرمایه‌گذاری تجاری در این سیستم‌ها تا پایان سال ۲۰۲۰ به بیش از ۲۰ میلیارد دلار برسد [۸]. میکروتیرهای الکترواستاتیکی به دلیل ویژگی‌های برجسته‌شان هم‌چون سادگی هندسی، کاربرد گسترده، پیاده‌سازی آسان در یک مدار مجتمع، توانایی سرد یا گرم شدن در مدت زمان چند میکروثانیه و امکان استفاده از آن‌ها در محیط‌های خلأ، هوا یا مایع، به اجزای اصلی در بسیاری از سیستم‌های میکروالکترومکانیکی تبدیل شده‌اند [۱]. بنابراین میکروتیرها پیکره اصلی طیف گسترده‌ای از دستگاه‌های

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ekhteraee@um.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

میکروالکترومکانیکی از جمله سنسورهای رزونانس، تشدیدکننده‌ها، عملگرها، فیلترها، میکروسکوپ نیرو اتمی و سوئیچ‌های رادیو فرکانسی را تشکیل می‌دهند. لذا مطالعه رفتار و چگونگی کنترل حرکت آن‌ها از اهمیت خاصی در علوم مختلف برخوردار خواهد بود.

تحریک الکتریکی به دلیل سادگی و بازده بالا، پرکاربردترین روش اعمال نیرو در سیستم‌های میکرو می‌باشد [۱ و ۹]. به همین دلیل در مطالعات زیادی به منظور کشف ویژگی‌های استاتیکی و دینامیکی، رفتار مکانیکی میکروتیرهای الکتریکی به طور گسترده مطالعه شده است. وجود اختلاف پتانسیل در سیستم‌های میکروالکترومکانیکی باعث ایجاد نیروی الکترواستاتیک بین میکروتیر و الکترود می‌شود. اندازه این نیرو با افزایش ولتاژ و هم‌چنین کم شدن فاصله بین میکروتیر و الکترود بیش‌تر شده و به حدی می‌رسد که نیروی مکانیکی میکروتیر توان مقابله با آن را ندارد و این نابرابری نیروها سبب می‌شود که میکروتیر با از دست دادن پایداری خود، به طور ناگهانی به الکترود بچسبد [۱۰]. این ناپایداری اولین بار توسط تیلور [۱۱] و ناتانسون و همکاران [۱۲] به طور تجربی تحت عنوان ناپایداری جذب نشان داده شد. این پدیده با توجه به کارکرد میکرو ابزار می‌تواند مخرب و یا مفید باشد. در کاربردهایی مانند سوئیچ‌های رادیو فرکانسی، اختلاف ولتاژ طوری تنظیم شده است که باعث چسبیدن دو بخش به یکدیگر یا جداشدن آن‌ها از هم و در نتیجه عملکرد صحیح سیستم می‌شود. اما به طوری که لیائو و همکاران [۱۰] اشاره نموده‌اند، در برخی دیگر از سیستم‌های میکروالکترومکانیکی مانند میکروفون‌ها و سنسورهای فشار، پدیده ناپایداری جذب مضر بوده و باید از آن دوری جست، زیرا تماس بین دو بخش آن باعث ایجاد مدار کوتاه و در نتیجه غیر قابل استفاده شدن دستگاه می‌شود. بنابراین این سیستم‌ها به عنوان سازه‌های آسیب‌پذیر از نظر پایداری شناخته می‌شوند و تاکنون راه‌کارهای مختلفی به منظور کنترل بهینه رفتار و افزایش محدوده کاری آن‌ها ارائه شده است.

سازه‌های منحنی شکل یکی از پرکاربردترین مکانیزم‌های پیشنهادی برای کنترل پدیده ناپایداری جذب هستند. این سازه‌ها وابسته به فعل و انفعال بین نیروهای الکتریکی و مکانیکی، ممکن است رفتارهای متفاوتی از خود نشان دهند. یکی از این رفتارها، جابجایی با دامنه بزرگ بین دو حالت پایدار است که آن را اسنپ-ترو[1] می‌نامند [۱۳]. کیو و همکاران [۱۴] از اولین کسانی بودند که به این پدیده پی بردند و این سازه‌ها را به عنوان سیستم‌های دو پایا[2] معرفی نمودند. آن‌ها برای کنترل راحت‌تر و بهتر پدیده اسنپ-ترو، یک سازه منحنی شکل بدون تنش پس‌ماند اولیه ساختند. مکانیزم آن‌ها از دو تیر موازی کسینوسی شکل ساخته شده بود که در نقطه وسط و محل اعمال نیرو به هم متصل شده بودند. آن‌ها با اعمال نیرو به این نقطه رفتار دو پایای سازه را نشان داده و در این حالت رابطه بین نیرو و جابجایی را به دست آوردند. این محققین صحت نتایج تئوری و عددی خود را در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی بررسی کردند و نشان دادند که مطابقت خوبی بین آن‌ها برقرار است.

به دلیل استفاده گسترده از میکروتیرهای خمیده در کاربردهایی مانند حسگر، سوئیچ‌های رادیو فرکانسی و حافظه‌های غیر فرار، مطالعات گوناگونی پیرامون رفتار سیستم‌های دو پایا بخصوص ناپایداری‌های جذب و اسنپ-ترو در آن‌ها انجام شده است. به عنوان مثال ژانگ و همکارانش [۱۵ و ۱۶] ناپایداری‌های جذب و اسنپ-ترو را در میکروتیرهای منحنی تحت تحریک الکتریکی به دو روش تئوری و تجربی بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند نتایج مختلف امکان رخ دادن ناپایداری جذب یا اسنپ-ترو را وابسته به اندازه‌های انحنای میکروتیر و بار الکترواستاتیک پیش‌بینی می‌کنند. شبیه‌سازی مدل آن‌ها بر اساس تئوری تیر اولر-برنولی کم عمق و با استفاده از روش گالرکین بود که مطابقت خوبی بین نتایج تئوری و تجربی آن‌ها برقرار بود. نتایج آن‌ها نشان داد که گاهی رخ دادن اسنپ-ترو می‌تواند سبب از دست رفتن پایداری سازه شود و لذا این پدیده حداکثر جابجایی سیستم را محدود خواهد کرد. پارک و ها [۱۷] نیز با مطالعات تئوری نشان دادند که امکان وجود دو حالت پایدار فقط با نسبت انحنای اولیه به ضخامت میکروتیر تعیین نمی‌شود و به اندازه تنش پس‌ماند محوری نیز بستگی دارد. به طور مشابه بسیاری از محققین نشان دادند که امکان وقوع اسنپ-ترو و مفید بودن اثر آن به پارامترهای مختلفی وابسته خواهد بود.

شکل انحنای سازه نیز از پارامترهای تأثیر گذار بر رفتار سیستم‌های منحنی می‌باشد که برخی از محققین به بررسی اثر آن پرداخته‌اند. داس و باترا [۱۸] رفتار ناپایداری‌های جذب و اسنپ-ترو را در قوس‌های سهمی‌وار و زنگوله‌ای شکل دو سر گیردار بررسی کردند. آن‌ها با استفاده از روش‌های المان محدود و المان مرزی به

1 Snap-through

2 Bistable

مطالعه این دو پدیده پرداختند و به این نتیجه دست یافتند که برای نرخ‌های کم اعمال اختلاف پتانسیل، اندازه پارامترهای تعیین کننده اسنپ-ترو و ناپایداری جذب نزدیک مقادیر آن‌ها در حالت استاتیکی است. آن‌ها هم‌چنین نشان دادند که در سرعت‌های افزایش ولتاژ زیاد، امکان گذار بین دو حالت پایدار از بین می‌رود و فقط پدیده ناپایداری جذب در رفتار سازه مشاهده خواهد شد. مدینا و همکاران [۱۳] نیز با استفاده از مدل کاهش مرتبه، به تحلیل رفتار الکترواستاتیکی میکروتیر منحنی دچار کمانش پرداختند. آن‌ها پی بردند که می‌توان از نیروهای مکانیکی برای کنترل دینامیک میکرو سیستم‌های منحنی و دست‌یابی به عملکرد مطلوب مانند گسترش دامنه پایداری و یا تنظیم فرکانس‌های طبیعی استفاده نمود.

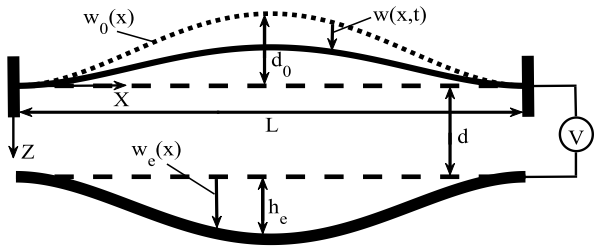
برخی از تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد اندازه انحنای اولیه و نیروهای مؤثر بر میکروتیر نیز تعیین کننده نوع رفتار میکروتیر منحنی خواهند بود. مقیمی‌زند [۱۹] با استفاده از روش المان محدود، رفتار دینامیکی میکروتیرهای دارای انحنای اولیه را تحت اثر کشش صفحه‌ای و تحریک الکترواستاتیک پله بررسی کرد. او نشان داد اندازه بزرگ انحنای اولیه ممکن است سبب رخ دادن ناپایداری کشیدگی بلافاصله پس از اسنپ-ترو شود. دانش‌پژوه و مقیمی‌زند [۲۰] نیز ارتعاش غیرخطی میکرو/ نانوتیرهای خمیده دو سر گیردار را با استفاده از روش آنالیز هموتوپی به طور نیمه تحلیلی بررسی کردند. آن‌ها با در نظر گرفتن تحریک الکتریکی پله، اثر انحنای اولیه، ولتاژ تحریک و کشش صفحه میانی را بر رفتار سازه مطالعه کردند. صالحی کلاهی و معین‌خواه [۲۱] نیز رفتار دینامیکی و ارتعاشات غیرخطی میکروتیر منحنی را تحت تحریک الکترواستاتیک پله بررسی کردند. آن‌ها نشان دادند که افزایش میرایی ویسکوز محیط تأثیر قابل توجهی بر رفتار دینامیکی میکروتیر منحنی دارد، به طوری که می‌تواند از انتقال میکروتیر به دومین حالت پایدار یا حتی از وقوع ناپایداری کشیدگی جلوگیری کند.

بررسی تاریخچه تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که در سازه‌های میکروتیر منحنی، علاوه بر مهم‌ترین مساله پیش‌رو در سازه‌های میکروالکترومکانیکی که ناپایداری از نوع کشیدگی است، امکان رخ دادن پدیده اسنپ-ترو نیز وجود دارد. با توجه به نتایج مطالعات قبلی، به تناسب ابعاد و شرایط مساله، رخ دادن این پدیده همواره مفید نبوده و گاهی ممکن است منجر به رخ دادن ناپایداری کشیدگی شود. یعنی با آغاز اسنپ-ترو که در خیز کم‌تری رخ می‌دهد، سازه مجدداً در وضعیت پایدار قرار نخواهد گرفت. از طرفی در تمامی کاربردها نیازی به داشتن این پدیده نیست و استفاده از میکروتیر منحنی و رخ دادن اسنپ-ترو فقط به منظور داشتن محدوده کاری گسترده‌تر در ابعاد کوچک‌تر سیستم میکروالکترومکانیکی مد نظر می‌باشد. بنابراین اگر سازه‌ای داشته باشیم که بتوان در آن تا حدودی از مزایای انحنای سازه بهره برد ولی از پدیده اسنپ-ترو نیز دوری جست، رفتار سازه بهبود یافته و محدوده ولتاژ و موقعیت پایداری آن افزایش خواهد یافت.

به منظور بهبود رفتار سیستم میکروالکترومکانیکی و افزایش محدوده پایداری آن، در پژوهش حاضر رفتار سیستم ساخته شده با الکترود منحنی بررسی شده و نتایج حاصل با سازه‌های میکروتیر صاف و منحنی مقایسه شده است. در این راستا انحنای اولیه میکروتیر و الکترود به شکل کسینوسی در نظر گرفته شده و با فرض تیر اولر-برنولی، معادله حرکت حاکم بر اساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده و به کمک اصل همیلتون به دست آمده است. سپس بر اساس روش تجزیه گالرکین و مشابه اکثر تحقیقات انجام شده با استفاده از تقریب تک مودی، معادله حاکم به یک معادله دیفرانسیل معمولی و غیرخطی تبدیل شده است. حل عددی این معادله دیفرانسیل به کمک نرم افزار متلب انجام شده و با استفاده از نتایج به دست آمده، تغییرات خیز میکروتیر در سیستم‌های دارای میکروتیر صاف، میکروتیر منحنی و الکترود منحنی در برابر اختلاف پتانسیل تعیین شده است. سپس در هر حالت با توجه به تغییرات حداکثر خیز به ازای ولتاژ، با رسم نمودارهایی رفتار پایداری سازه و اندازه مشخصه‌های آغاز پدیده‌های اسنپ-ترو و ناپایداری کشیدگی در اندازه‌های مختلف گپ و ابعاد یکسان سیستم‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. به این ترتیب محدوده بهینه استفاده از هر یک از سیستم‌های مذکور با توجه به کارکرد مورد انتظار تعیین شده است.

۱- معادلات حاکم

در پژوهش حاضر رفتار پایداری سیستم‌های دارای میکروتیر صاف، میکروتیر منحنی و یا الکترود منحنی با یکدیگر مقایسه خواهد شد. لذا در کلی‌ترین حالت شماتیک سیستم مورد بررسی مطابق شکل ۱ دارای میکروتیر و الکترود منحنی خواهد بود. بنابراین در



شکل ۱: شماتیک سیستم الکترومکانیکی ساخته شده با میکروتیر و الکترود منحنی

Fig. 1. A schematic of electro-mechanical system composed of curved microbeam and curved electrode

حالت کلی معادلات حاکم برای سیستم شکل ۱ استخراج می‌شود و برای داشتن هر یک از سازه‌های صاف، میکروتیر منحنی و الکترود منحنی به ترتیب باید حداکثر خیز اولیه میکروتیر و الکترود، الکترود و میکروتیر را برابر صفر قرار دهیم.

مطابق نظر سایر محققین نظیر رامینی و همکاران [۲۲]، شرط کوچک بودن انحنا معمولاً توسط رابطه $dw_{.}(x)/dx << 1$ بررسی شده است. با فرض برقراری این شرط که در ادامه صحت آن بررسی خواهد شد، با استفاده از تئوری تیر اولر-برنولی و به کمک اصل همیلتون و بر اساس تئوری تنش-کوپل اصلاح شده، معادله حرکت حاکم بر انحراف عرضی $w(x,t)$ میکروتیر منحنی شکل در مجاورت الکترود صاف، با استفاده از مراجع [۲۲ و ۲۳] عبارت است از:

$$\left(EI+\mu Al^2\right)\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}= \left\{P_r+\frac{EA}{2L}\int_0^L[(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x})^2+2\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\frac{dw_0(x)}{dx}]dx\right\} \{\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}+\frac{d^2 w_0(x)}{dx^2}\}+\frac{\varepsilon bV^2(t)}{2(d-w_0(x)-w(x,t))^2} \quad (۱)$$

در این رابطه E مدول یانگ، I ممان اینرسی، μ ضریب لامه، A سطح مقطع، l پارامتر مقیاس طول، ρ چگالی، P_r نیروی محوری، L فاصله بین تکیه‌گاه‌های میکروتیر، $w_0(x)$ انحنای اولیه میکروتیر، ε ثابت دی الکتریک محیط، b پهنای میکروتیر، $V(t)$ اختلاف پتانسیل و d فاصله بین راستای تکیه‌گاه‌های میکروتیر و الکترود می‌باشد. ذکر این نکته نیز ضروری است که برای میکروتیرهای نسبتاً پهن ($b \geq 5h$)، مدول الاستیسیته مؤثر با $E/(1-\nu^2)$ جایگزین می‌شود که h ضخامت میکروتیر و ν ضریب پواسون می‌باشد.

اندازه مشخصات مادی سیستم مورد بررسی مطابق مقادیر داده شده در جدول ۱ انتخاب شده است.

جدول ۱: خواص مکانیکی میکروتیر و محیط [۲۳]

Table 1. Mechanical properties of the microbeam and its periphery [23]

۱- پارامتر	۲- اندازه
۳- مدول یانگ (E)	۴- ۱۶۹ GPa
۵- ضریب پواسون (ν)	۶- ۰/۲۲
۷- پارامتر مقیاس طول (l)	۸- ۰/۱۵ μm
۹- چگالی (ρ)	۱۰- ۲۳۳۲ kg/m^3
۱۱- ثابت دی الکتریک محیط (ε)	۱۲- ۸/۸۵۴×۱۰$^{-12}$ C^{2}N^{-1}m^{-2}

در رابطه (۱)، $w(x,t)$ نشان‌دهنده خیز میکروتیر می‌باشد و هیچ وابستگی به فاصله گپ و شکل الکترود نخواهد داشت. بنابراین اگر سازه به جای الکترود صاف با الکترود منحنی ساخته شود، عبارت‌های شامل خیز هیچ تغییری نکرده و فقط اندازه گپ تغییر خواهد کرد. یعنی با توجه به جهت مثبت انحنای الکترود در شکل ۱، مقدار گپ به اندازه این انحنا افزایش خواهد یافت. لذا اگر مطابق شکل ۱ انحنای الکترود را با $w_e(x)$ نشان دهیم، در معادله حرکت (۱)، d با $d+w_e(x)$ جایگزین خواهد شد. در این صورت معادله حاکم بر انحراف عرضی میکروتیر منحنی در تقابل با الکترود منحنی مطابق رابطه (۲) به دست خواهد آمد.

$$\left(EI+\mu Al^2\right)\frac{\partial^4 w(x,t)}{\partial x^4}+\rho A\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial t^2}= \left\{P_r+\frac{EA}{2L}\int_0^L[(\frac{\partial w(x,t)}{\partial x})^2+2\frac{\partial w(x,t)}{\partial x}\frac{dw_0(x)}{dx}]dx\right\} \{\frac{\partial^2 w(x,t)}{\partial x^2}+\frac{d^2 w_0(x)}{dx^2}\}+\frac{\varepsilon bV^2(t)}{2(d+w_e(x)-w_0(x)-w(x,t))^2} \quad (۲)$$

در این رابطه $w_{.}(x)$ انحنای میکروتیر می‌باشد و به منظور برقراری شرط کمان کم عمق ($dw_{.}(x)/dx << 1$) و هم‌چنین برآورده کردن شرایط مرزی، مشابه مرجع [۲۴]، به شکل رابطه (۳) تعریف شده است.

$$w_0(x)=-\frac{d_0}{2}(1-\cos(\frac{2\pi x}{L})) \quad (۳)$$

که $d_{.}$ حداکثر انحنای اولیه میکروتیر می‌باشد. با توجه به جهت محور z در شکل ۱، علامت منفی در رابطه (۳) نشان می‌دهد که انحنای میکروتیر به سمت بیرون گپ و دور شدن از الکترود بوده و در

جدول ۲: محدوده ابعادی سیستم‌های مورد بررسی

Table 2. The range of investigated systems dimensions

۱۳- پارامتر	۱۴- اندازه (μm)
۱۵- فاصله تکیه‌گاه‌های میکروتیر (L)	۱۶- ۱۰۰۰
۱۷- پهنای میکروتیر (b)	۱۸- ۳۰
۱۹- ضخامت میکروتیر (h)	۲۰- ۲/۴
۲۱- فاصله راستای تکیه‌گاه‌ها (d)	۲۲- ۳/۵-۱۰/۵
۲۳- حداکثر انحنای اولیه میکروتیر (d_0)	۲۴- ۰-۳/۵
۲۵- حداکثر انحنای الکترود (h_e)	۲۶- ۰-۳/۵
۲۷- حداکثر گپ (d_{max})	۲۸- ۷-۱۴

نتیجه سبب بیش‌تر شدن ابعاد سیستم و فاصله گپ می‌گردد.

با توجه به ابعاد سیستم‌های مورد بررسی در مطالعات قبلی (به طور مثال مرجع [۲۴])، محدوده ابعادی سازه‌های مورد بررسی در پژوهش حاضر نیز مطابق اندازه‌های داده شده در جدول ۲ در نظر گرفته شده است.

اندازه‌های انتخاب شده برای ابعاد سیستم در جدول ۲ و تابع شکل انحنای اولیه میکروتیر در رابطه (۳) نشان می‌دهند که حداکثر شیب تابع انحنای میکروتیر در سازه‌های مورد بررسی، تقریباً برابر ۰/۰۱۱ می‌باشد. بنابراین شرط کم عمق بودن میکروتیر منحنی برای استخراج معادله حاکم برقرار خواهد بود.

به منظور فراهم کردن شرایطی که بتوان نتایج به دست آمده برای سیستم‌های میکروتیر منحنی و الکترود منحنی را با یکدیگر مقایسه نمود، انحنای الکترود نیز مانند انحنای اولیه میکروتیر به شکل کسینوسی و مطابق رابطه (۴) در نظر گرفته شده است.

$$w_e(x)=\frac{h_e}{2}(1-\cos(\frac{2\pi x}{L})) \qquad (۴)$$

در این رابطه h_e حداکثر انحنای الکترود می‌باشد. با توجه به جهت محور z در شکل ۱، رابطه (۴) نشان می‌دهد که انحنای الکترود به سمت بیرون گپ و در جهت عکس انحنای میکروتیر می‌باشد.

با توجه به دو سر گیردار بودن میکروتیر، شرایط مرزی عبارتند از:

$$w(0,t)=w(L,t)=\frac{\partial w(0,t)}{\partial x}=\frac{\partial w(L,t)}{\partial x}=0 \qquad (۵)$$

دو شرط اولیه مسئله نیز مطابق رابطه (۶) در نظر گرفته شده‌اند.

$$w(x,0)=\frac{\partial w(x,0)}{\partial t}=0 \qquad (۶)$$

برای حل معادله حرکت، ابتدا آن را مشابه مراجع [۲۰ و ۱۹] با استفاده از پارامترهای تعریف شده در رابطه (۷) به شکل بی‌بعد تبدیل می‌کنیم.

$$\zeta=\frac{x}{L},\ W=\frac{w}{d_{max}},\ W_e=\frac{w_e}{d_{max}},$$
$$\tau=\frac{t}{T},\ \tau_0=\frac{t_0}{T};\ T=\sqrt{\frac{\rho AL^4}{EI}} \qquad (۷)$$

که پارامتر d_{max} بیش‌ترین فاصله اولیه بین میکروتیر و الکترود را نشان می‌دهد و برای هر سیستم در حالت کلی برابر است با:

$$d_{max}=d+d_0+h_e \qquad (۸)$$

با تبدیل پارامترهای رابطه (۲) به متغیرهای بی‌بعد و ساده سازی رابطه به دست آمده، خواهیم داشت:

$$(1+\eta)\frac{\partial^4 W(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^4}+\frac{\partial^2 W(\zeta,\tau)}{\partial\tau^2}=$$
$$\left\{\bar{P}_r+\alpha\int_0^1\left[(\frac{\partial W(\zeta,\tau)}{\partial\zeta})^2+2\frac{\partial W(\zeta,\tau)}{\partial\zeta}\frac{dW_0(\zeta)}{d\zeta}\right]d\zeta\right\} \qquad (۹)$$
$$\{\frac{\partial^2 W(\zeta,\tau)}{\partial\zeta^2}+\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}\}+\beta\frac{V^2(\tau)}{(1+W_e(\zeta)-W_0(\zeta)-W(\zeta,\tau))^2}$$

که مقدار پارامترهای η، $\bar{P}_r$، α و β مطابق رابطه (۱۰) می‌باشد:

$$\eta=\frac{\mu Al^2}{EI},\bar{P}_r=\frac{P_rL^2}{EI},\alpha=6(\frac{d_{max}}{h})^2,\beta=\frac{6\varepsilon L^4}{Eh^3d_{max}^3} \qquad (۱۰)$$

از آن‌جا که در تحلیل اکثر سیستم‌های دینامیکی مود ارتعاشی اول، مود غالب است، استفاده از تقریب تک مودی در بیش‌تر پژوهش‌ها (به عنوان مثال مراجع [۲۷ - ۲۵]) مورد استفاده قرار گرفته است. بنابراین در پژوهش حاضر نیز با استفاده از تقریب تک مودی و روش تجزیه گالرکین خواهیم داشت:

$$W(\zeta,\tau)=u(\tau)\varphi(\zeta) \qquad (۱۱)$$

که در این رابطه $u(\tau)$ یک تابع بی بعد وابسته به زمان و مجهول است و $\varphi(\zeta)$ بخش وابسته به موقعیت مکانی تیر یا شکل مود می‌باشد که در تطابق با شرایط مرزی و مشابه اغلب منابع نظیر [۱۳ و ۲۰]

برای آن از شکل مود ارتعاش آزاد تیر دو سر گیردار صاف مطابق رابطه (۱۲) استفاده می‌شود.

$$\varphi(\zeta)=\cosh(4.73\zeta)-\cos(4.73\zeta)-0.98\{\sinh(4.73\zeta)-\sin(4.73\zeta)\} \tag{۱۲}$$

با توجه به شرایط تکیه‌گاهی دو سر گیردار و مود ارتعاشی اول آن، خیز ماکزیمم در وسط میکروتیر رخ می‌دهد. بنابراین برای سادگی و کم شدن محاسبات لازم برای یافتن خیز ماکزیمم پس از حل معادله، خیز میکروتیر به شکل رابطه (۱۳) تعریف می‌شود:

$$W(\zeta,\tau)=\psi(\zeta)f(\tau) \tag{۱۳}$$

با این تعریف، $f(\tau)$ در هر لحظه اندازه حداکثر خیز بی‌بعد (خیز نقطه وسط میکروتیر دو سر گیردار) را نشان می‌دهد. به این منظور $\psi(\zeta)$ به شکل رابطه (۱۴) تعریف می‌گردد.

$$\psi(\zeta)=\frac{\varphi(\zeta)}{\varphi(0.5)} \tag{۱۴}$$

با جایگذاری رابطه (۱۳) در رابطه (۹) خواهیم داشت:

$$\begin{aligned}&(1+\eta)f(\tau)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}+\psi(\zeta)\frac{d^2f(\tau)}{d\tau^2}=\\&\left\{\bar{P}_r+\alpha\int_0^1\left[\left(f(\tau)\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}\right)^2+2f(\tau)\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}\frac{dW_0(\zeta)}{d\zeta}\right]d\zeta\right\}\\&\{\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}+\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}\}+\beta\frac{V^2(\tau)}{(1+W_e(\zeta)-W_0(\zeta)-\psi(\zeta)f(\tau))^2}\end{aligned} \tag{۱۵}$$

به منظور ساده سازی محاسبات و راحتی حل معادله و هم‌چنین به منظور صفر کردن خطای استفاده از روش گالرکین، طرفین رابطه (۱۵) را در $\psi(\zeta)\left[1+W_e(\zeta)-W_0(\zeta)-f(\tau)\psi(\zeta)\right]^2$ ضرب کرده و از طرفین آن روی بازه صفر تا یک انتگرال می‌گیریم. با انجام این کار، مطابق رابطه (۱۶) به یک معادله از بخش زمانی خیز دست خواهیم یافت که تنها مجهول آن تابع زمانی $f(\tau)$ می‌باشد.

$$\begin{aligned}&[1+\eta]\Big\{f(\tau)\int_0^1\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta+f(\tau)\int_0^1W_e^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta+f(\tau)\int_0^1W_0^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta+f^3(\tau)\int_0^1\psi^3(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta\\&-2f(\tau)\int_0^1W_0(\zeta)W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta-2f^2(\tau)\int_0^1W_e(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta+2f^2(\tau)\int_0^1W_0(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta\\&+2f(\tau)\int_0^1W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta-2f(\tau)\int_0^1W_0(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta-2f^2(\tau)\int_0^1\psi^2(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta\Big\}+\Big\{\int_0^1\psi^2(\zeta)d\zeta\\&+\int_0^1W_e^2(\zeta)\psi^2(\zeta)d\zeta+\int_0^1W_0^2(\zeta)\psi^2(\zeta)d\zeta+f^2(\tau)\int_0^1\psi^4(\zeta)d\zeta-2\int_0^1W_0(\zeta)W_e(\zeta)\psi^2(\zeta)d\zeta-2f(\tau)\int_0^1W_e(\zeta)\psi^3(\zeta)d\zeta\\&+2\int_0^1W_e(\zeta)\psi^2(\zeta)d\zeta-2\int_0^1W_0(\zeta)\psi^2(\zeta)d\zeta-2f(\tau)\int_0^1\psi^3(\zeta)d\zeta+2f(\tau)\int_0^1W_0(\zeta)\psi^3(\zeta)d\zeta\Big\}\frac{d^2f(\tau)}{d\tau^2}=\\&\left[\bar{P}_r+\alpha f^2(\tau)\int_0^1\left(\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}\right)^2d\zeta+2\alpha f(\tau)\int_0^1\frac{dW_0(\zeta)}{d\zeta}\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}d\zeta\right]\Big\{f(\tau)\int_0^1\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta+f^3(\tau)\int_0^1\psi^3(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\\&-2f^2(\tau)\int_0^1W_e(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta+2f^2(\tau)\int_0^1W_0(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta-2f(\tau)\int_0^1W_0(\zeta)W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\\&-2f(\tau)\int_0^1W_0(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta+2f(\tau)\int_0^1W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta+f(\tau)\int_0^1W_e^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\\&+f(\tau)\int_0^1W_0^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta+f^3(\tau)\int_0^1\psi^3(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta-2f^2(\tau)\int_0^1\psi^2(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\Big\}\\&+\left[\bar{P}_r+\alpha f^2(\tau)\int_0^1\left(\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}\right)^2d\zeta+2\alpha f(\tau)\int_0^1\frac{dW_0(\zeta)}{d\zeta}\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}d\zeta\right]\Big\{\int_0^1\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta+\int_0^1W_e^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\\&-2\int_0^1W_0(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta-2\int_0^1W_0(\zeta)W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta-2f(\tau)\int_0^1W_e(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\\&+\int_0^1W_0^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta+f^2(\tau)\int_0^1\psi^3(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta+2\int_0^1W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta-2f(\tau)\int_0^1\psi^2(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\\&+2\int_0^1W_0(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\Big\}+\beta V^2(\tau)\int_0^1\psi(\zeta)d\zeta\end{aligned} \tag{۱۶}$$

پس از تعیین مقدار $f(\tau)$ به ازای مقادیر مختلف اختلاف پتانسیل به کمک معادله (۱۶)، تغییرات حداکثر خیز میکروتیر به ازای اختلاف پتانسیل و در نتیجه رفتار پایداری سازه مشخص خواهد شد. به این ترتیب که هرگاه در نمودار حداکثر خیز - ولتاژ، شیب خیز ماکزیمم نسبت به ولتاژ بینهایت شود (مماس نمودار حداکثر خیز-ولتاژ قائم باشد)، ناپایداری رخ خواهد داد. یعنی پس از آن میکروتیر برای بیش‌تر نزدیک شدن به الکترود و در نهایت چسبیدن به آن، نیازی به افزایش ولتاژ نخواهد داشت.

با شروع اعمال اختلاف پتانسیل DC به سازه و افزایش آهسته آن به طوری که اثر اینرسی ناچیز باشد، می‌توان رفتار سازه را به صورت شبه استاتیکی تحلیل کرد. از آن‌جا که رفتار دینامیکی سیستم‌های میکروالکترومکانیکی نیز به صورت ترکیبی از تحریک با ولتاژهای DC و AC می‌باشد (ارتعاش کوچک حول یک وضعیت استاتیکی)، بررسی رفتار سیستم در شرایط استاتیکی ملاک مناسبی برای قضاوت درباره پایداری اولیه سازه خواهد بود. در حالت شبه استاتیکی بخش زمانی پاسخ به یک ضریب مستقل از زمان تبدیل خواهد شد و لذا خیز میکروتیر مستقل از زمان و وابسته به اندازه اختلاف پتانسیل اعمالی عبارت است از:

$$W(\zeta) = a\psi(\zeta) \tag{۱۷}$$

بنابراین با حذف عبارت‌های وابسته به زمان در رابطه (۱۶) و جایگذاری خیز به شکل رابطه (۱۷)، در حالت استاتیکی معادله تعادل به شکل رابطه (۱۸) ساده خواهد شد.

$$\begin{aligned}
&[1+\eta]\Bigg\{a\int_0^1 \psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta + a\int_0^1 W_e^2(\zeta)\,\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta - 2a\int_0^1 W_0(\zeta)W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta + 2a\int_0^1 W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta \\
&\quad + a^3\int_0^1 \psi^3(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta - 2a\int_0^1 W_0(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta - 2a\int_0^1 \psi^2(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta + a\int_0^1 W_0^2(\zeta)\,\psi(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta \\
&\quad - 2a^2\int_0^1 W_e(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta + 2a^2\int_0^1 W_0(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^4\psi(\zeta)}{d\zeta^4}d\zeta\Bigg\} = \Bigg[\bar{P}_r + 2\alpha a\int_0^1 \frac{dW_0(\zeta)}{d\zeta}\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}d\zeta \\
&\quad + \alpha a^2\int_0^1\left(\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}\right)^2 d\zeta\Bigg]\Bigg\{a\int_0^1 \psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta + a\int_0^1 W_e^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta + a\int_0^1 W_0^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta \\
&\quad + a^3\int_0^1 \psi^3(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta + 2a\int_0^1 W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta - 2a\int_0^1 W_0(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta - 2a^2\int_0^1 \psi^2(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta \\
&\quad - 2a\int_0^1 W_0(\zeta)W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta - 2a^2\int_0^1 W_e(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta + 2a^2\int_0^1 W_0(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^2\psi(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\Bigg\} \\
&\quad + \Bigg[\bar{P}_r + \alpha a^2\int_0^1\left(\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}\right)^2 d\zeta + 2\alpha\int_0^1 \frac{dW_0(\zeta)}{d\zeta}\frac{d\psi(\zeta)}{d\zeta}d\zeta\Bigg]\Bigg\{\int_0^1 \psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta + \int_0^1 W_e^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta \\
&\quad + \int_0^1 W_0^2(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta + a^2\int_0^1 \psi^3(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta + 2\int_0^1 W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta - 2a\int_0^1 \psi^2(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta \\
&\quad - 2\int_0^1 W_0(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta - 2\int_0^1 W_0(\zeta)W_e(\zeta)\psi(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta - 2a\int_0^1 W_e(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta \\
&\quad + 2\int_0^1 W_0(\zeta)\psi^2(\zeta)\frac{d^2W_0(\zeta)}{d\zeta^2}d\zeta\Bigg\} + \beta V^2\int_0^1 \psi(\zeta)d\zeta
\end{aligned} \tag{۱۸}$$

در معادله (۱۸) ضریب a که اندازه خیز استاتیکی در وسط میکروتیر (حداکثر جابجایی) را نشان می‌دهد، پارامتر مجهول معادله می‌باشد و به ازای مقادیر مختلف ولتاژ به دست خواهد آمد. با رسم نمودار تغییرات a در برابر اختلاف پتانسیل می‌توان درباره چگونگی رفتار پایداری سازه و هم‌چنین درباره مختصات آغاز ناپایداری آن (موقعیت و ولتاژ) بحث و نتیجه‌گیری کرد. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، ناپایداری در نقطه‌ای آغاز می‌گردد که خیز میکروتیر بدون نیاز به افزایش ولتاژ هم‌چنان بیش‌تر خواهد شد. در این نقطه از نمودار، شیب حداکثر خیز نسبت به اختلاف پتانسیل برابر بینهایت خواهد شد. به عبارت دیگر ناپایداری از نقطه‌ای از نمودار آغاز می‌گردد که

شیب ولتاژ نسبت به حداکثر خیز صفر باشد. بنابراین در روابط ریاضی مختصات این نقطه را می‌توان با حل معادله حاصل از مشتق گیری از طرفین رابطه (۱۷) نسبت به ضریب a و مساوی صفر قرار دادن مشتق ولتاژ نسبت به ضریب a، به دست آورد. در واقع باید معادله حاصل از مشتق گیری و معادله (۱۸) را به طور همزمان حل کرد تا موقعیت و ولتاژ آغاز ناپایداری به دست آید.

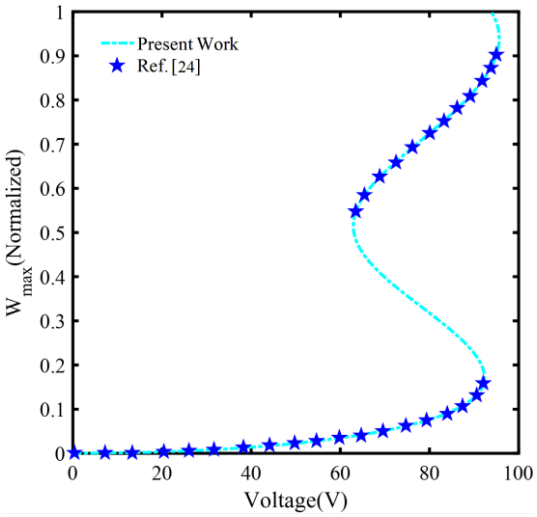
۲- اعتبارسنجی

حل عددی معادله نهایی به دست آمده برای حرکت عرضی میکروتیر منحنی، رسم نمودار تغییرات حداکثر خیز در برابر اختلاف پتانسیل و تعیین مشخصات ناپایداری سیستم توسط دستورهای ezplot و fzero در نرم‌افزار متلب انجام شده است. در این بخش به منظور بررسی صحت مدل‌سازی انحنای میکروتیر، راستی آزمائی رویکرد حل مساله و همچنین اطمینان از دقت حل عددی معادله در پژوهش حاضر، پاسخ پیش‌بینی شده برای یک مساله نمونه با نتایج پژوهش‌های قبلی مقایسه شده است. در این راستا مطابق یونس و همکاران [۲۴] اندازه حداکثر خیز در برابر ولتاژ برای سیستمی متشکل از میکروتیر منحنی با مشخصات مادی مطابق جدول ۱ و دارای ابعاد $L=$ ۱۰۰۰ μm، $b=$ ۳۰ μm، $h=$ ۲/۴ μm، $d=$ ۱۰/۱ μm و $d_0=$ ۳/۵μm به دست آمده است. شکل ۲ نمودارهای رسم شده با استفاده از نتایج به دست آمده با رویکرد این دو پژوهش را نشان می‌دهد.

انطباق قابل قبول نمودارهای ترسیم شده در شکل ۲ نشان می‌دهد که شبیه‌سازی انحنای میکروتیر و استخراج معادله حاکم به خوبی انجام شده و محاسبات و روش حل به کار رفته نیز تا رسیدن به پاسخ مساله با دقت کافی انجام شده است.

۳- نتایج عددی

یکی از پرکاربردترین مکانیزم‌های پیشنهادی برای کنترل بهینه پایداری سیستم‌های میکروالکترومکانیکی، سازه‌های منحنی شکل هستند. به منظور بهینه کردن شکل این سازه‌های منحنی، باید به خوبی از مزایا و معایب سیستم‌های قبلی مورد استفاده آگاه شد. لذا برای نشان دادن نحوه و شدت تأثیر انحنای اولیه میکروتیر بر پایداری سیستم، رفتار سازه در دو حالت میکروتیر صاف و منحنی با یکدیگر



شکل ۲: حداکثر خیز میکروتیر منحنی در برابر ولتاژ، بر اساس نتایج به دست آمده توسط پژوهش حاضر و مرجع [۲۴]

Fig. 2. Maximum deflection of curved microbeam versus the voltage in present work and reference [24]

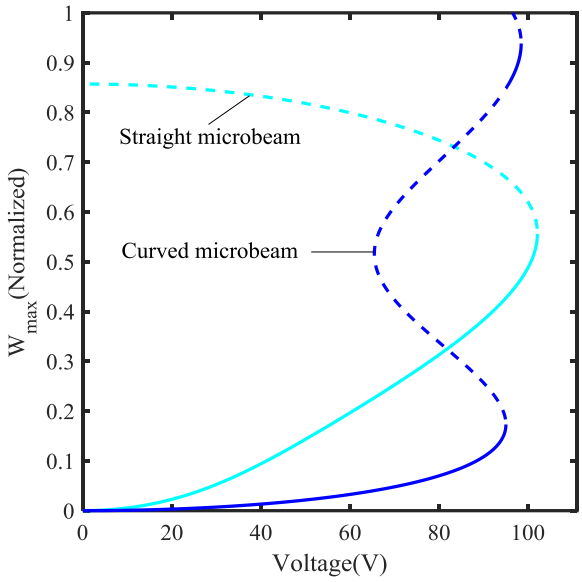
مقایسه خواهد شد. به این منظور باید رفتار میکروتیر با افزایش ولتاژ تا رسیدن به ناپایداری مشخص گردد تا با استفاده از آن بتوان درباره چگونگی رخ دادن ناپایداری و اندازه کمیت‌های تعیین‌کننده آن اظهار نظر کرد. از آن‌جا که نحوه تغییرات خیز ماکزیمم در برابر ولتاژ مشخص‌کننده شرایط پایداری یا ناپایداری سازه می‌باشد، رابطه حداکثر خیز ایجاد شده و اختلاف پتانسیل اعمالی برای دو سازه ساخته شده با میکروتیر صاف و منحنی مطابق خواص مکانیکی جدول ۱ و اندازه‌های ابعادی جدول ۲ به دست آمده است.

ناپایداری پس از غلبه نیروی الکتریکی بر مکانیکی رخ می‌دهد که اندازه نیروی الکتریکی وابسته به اختلاف پتانسیل و فاصله بین میکروتیر و الکترود می‌باشد، لذا تردیدی وجود ندارد که در یک ولتاژ مشخص هر چه اندازه این فاصله بیش‌تر باشد، اندازه نیروی الکتریکی کم‌تر و ناپایداری دیرتر اتفاق خواهد افتاد. بنابراین برای این‌که اندازه این فاصله بر نتایج اثری نداشته باشد، مقایسه بین دو میکروتیر صاف و منحنی در شرایطی انجام شده است که ابعاد کل سازه در هر دو حالت یکسان باشد. یعنی در هر یک از سیستم‌ها فاصله بین راستای تکیه‌گاه‌های میکروتیر و الکترود (d) به اندازه‌ای در نظر گرفته شده است که حداکثر گپ موجود در هر دو سیستم متشکل از میکروتیر صاف و منحنی یکسان باشد. به این منظور در شرایط نسبت انحنا به گپ کوچک، حداکثر انحنای اولیه و اندازه گپ بین دو عضو مطابق

جدول ۳: سیستم‌های دارای میکروتیر صاف و منحنی، در نسبت انحنا به گپ کوچک

Table 3. The systems composed of straight and curved microbeams at small ratio of curvature to gap

۲۹- پارامتر	۳۰- میکروتیر صاف	۳۱- میکروتیر منحنی
۳۲- $d(\mu m)$	۳۳- ۱۰/۱	۳۴- ۶/۶
۳۵- $d_{.}(\mu m)$	۳۶- ۰	۳۷- ۳/۵
۳۸- $d_{max}(\mu m)$	۳۹- ۱۰/۱	۴۰- ۱۰/۱



شکل ۳: حداکثر خیز در برابر ولتاژ برای میکروتیرهای صاف و منحنی، در نسبت انحنا به گپ کوچک

Fig. 3. Maximum deflections of curved and straight microbeams versus the voltage at small ratio of curvature to gap

جدول ۳ در نظر گرفته شده است.

با جایگذاری اندازه‌های انتخاب شده و حل معادله تعادل، تغییرات خیز هر نقطه از میکروتیر در برابر اختلاف پتانسیل به دست خواهد آمد. از طرفی سازه اگر ناپایدار شود و به الکترود بچسبد در نقطه‌ای که بیش‌ترین خیز را دارد این اتفاق می‌افتد، بنابراین برای پیش‌بینی ناپایداری می‌توان تغییرات این نقطه را در نظر گرفت. شکل ۳ تغییرات حداکثر خیز در برابر اختلاف پتانسیل را با استفاده از نتایج به دست آمده برای دو نمونه در نسبت انحنا به گپ کوچک میکروتیر منحنی نشان می‌دهد.

در شکل ۳ نمودار روشن، رفتار میکروتیر صاف و نمودار تیره، رفتار میکروتیر منحنی را با افزایش اختلاف پتانسیل اعمالی نشان می‌دهد. در هر یک از نمودارها خطوط پیوسته پایداری و بخش‌های خط‌چین ناپایدار شدن سیستم را نشان می‌دهند. مقایسه نمودارهای شکل ۳ نشان می‌دهد که در صورتی که با استفاده از میکروتیر منحنی حداکثر فاصله بین میکروتیر و الکترود تغییر نکند، حداکثر ولتاژ قابل تحمل سازه قبل از ناپایدار شدن چندان تغییری نخواهد کرد اما در این حالت موقعیت شروع ناپایداری به مقدار زیادی افزایش یافته و سیستم دارای میکروتیر منحنی از درصد بیش‌تری از گپ موجود در سازه استفاده خواهد کرد.

نمودار تغییرات حداکثر خیز میکروتیر منحنی در شکل ۳ هم‌چنین نشان می‌دهد که در ابتدا با افزایش ولتاژ اعمالی به این میکروتیر، پدیده اسنپ-ترو رخ می‌دهد و میکروتیر با یک جابجایی بزرگ به موقعیت پایدار دوم خود منتقل می‌شود. بنابراین از آن‌جا که پایداری سیستم به اندازه نیروی مکانیکی و الکتریکی اعمالی بر میکروتیر بستگی دارد و اندازه این نیروها نیز توسط موقعیت میکروتیر نسبت به الکترود تعیین خواهد شد، پایدار بودن و یا ناپایدار شدن سیستم نیز وابسته به ابعاد سیستم خواهد بود. یعنی اگر اندازه جابجایی رخ داده در طی پدیده اسنپ-ترو که ارتباط مستقیم با اندازه انحنای اولیه سازه دارد، به حدی باشد که پس از آن میکروتیر به موقعیتی برسد که در آن نقطه اندازه نیروی مکانیکی بیش‌تر باشد، سازه هم‌چنان پایدار می‌ماند. ولی اگر به جایی برسد که نیروی الکتریکی بر نیروی مکانیکی غلبه کند، میکروتیر دیگر پایدار نبوده و به الکترود زیرین خواهد چسبید. برای نشان دادن این موضوع، رفتار میکروتیرهای صاف و منحنی در شرایطی که فاصله اولیه بین راستای تکیه‌گاه‌های میکروتیر و الکترود (اندازه d در شکل ۱) کم‌تر از حالت قبل باشد، بررسی شده است. ابعاد انتخاب شده برای اندازه گپ و انحنای میکروتیر در این حالت نیز مشابه قبل به منظور رعایت اصل حداکثر گپ یکسان بین میکروتیر و الکترود، در دو سیستم مورد بررسی مطابق جدول ۴ انتخاب شده است.

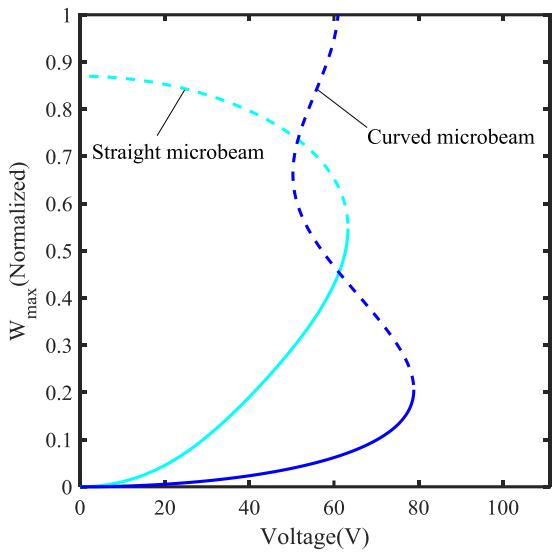
در این حالت نیز با حل معادله (۱۸)، حداکثر خیز میکروتیر در برابر اختلاف پتانسیل برای هر دو سیستم به دست آمده است. روند تغییرات حداکثر خیز در برابر اختلاف پتانسیل برای این دو میکروتیر توسط نمودارهای شکل ۴ نشان داده شده است.

نحوه تغییرات ثبت شده در شکل ۴ نشان می‌دهد در این حالت که نسبت حداکثر انحنا به فاصله بین میکروتیر و الکترود بیش‌تر

جدول ۴: سیستم‌های دارای میکروتیر صاف و منحنی در نسبت انحنا به گپ بزرگ

Table 4. The systems composed of straight and curved microbeams at large ratio of curvature to gap

۴۱- پارامتر	۴۲- میکروتیر صاف	۴۳- میکروتیر منحنی
۴۴- $d(\mu m)$	۴۵- ۸/۱	۴۶- ۴/۶
۴۷- $d_{\cdot}$ (μm)	۴۸- ۰	۴۹- ۳/۵
۵۰- $d_{max}(\mu m)$	۵۱- ۸/۱	۵۲- ۸/۱



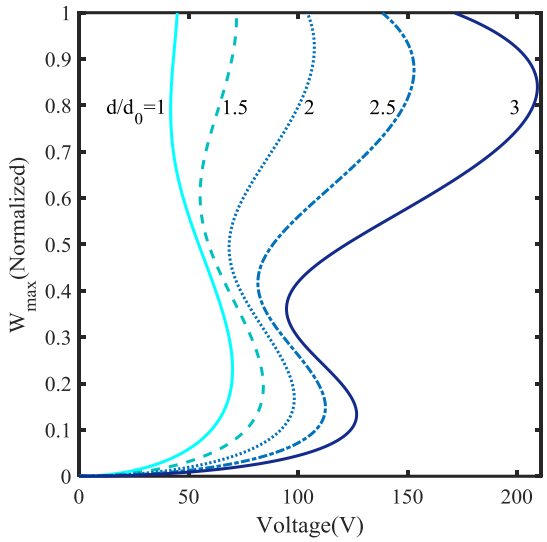
شکل ۴: حداکثر خیز در برابر ولتاژ برای میکروتیرهای صاف و منحنی، در نسبت انحنا به گپ بزرگ

Fig. 4. Maximum deflections of curved and straight microbeams versus the voltage at large ratio of curvature to gap

از حالت قبلی می‌باشد، میکروتیر منحنی پس از رخ دادن پدیده اسنپ-ترو به خاطر بیش از حد نزدیک شدن به الکترود، دیگر پایدار نبوده و به آن خواهد چسبید. در واقع می‌توان گفت که هر چند انحنای اولیه میکروتیر باعث می‌شود که نسبت به میکروتیر صاف تا ولتاژ بزرگ‌تری پایدار بماند ولی پس از رخ دادن پدیده اسنپ-ترو و باز شدن انحنای میکروتیر به سمت الکترود، میکروتیر بیش از اندازه به الکترود نزدیک می‌شود و لذا با بزرگ‌تر شدن اندازه نیروی الکتریکی نسبت به نیروی مکانیکی، همچنان بدون افزایش ولتاژ به سمت الکترود کشیده می‌شود. یعنی پس از منتقل شدن به موقعیت دوم، عکس‌العمل مکانیکی میکروتیر دیگر توانایی رقابت با نیروی الکتریکی را ندارد و همسو با این نیرو به سمت الکترود کشیده شده و سیستم ناپایدار می‌شود. بنابراین می‌توان گفت در این حالت ناپایداری سازه از موقعیت آغاز پدیده اسنپ-ترو که نسبت به موقعیت ناپایداری میکروتیر صاف خیلی کوچک‌تر است، شروع می‌شود. یعنی برعکس حالت قبل که استفاده از میکروتیر منحنی باعث بزرگ‌تر شدن موقعیت ناپایداری و استفاده بیش‌تر از گپ موجود در سیستم شده ولی بر اندازه ولتاژ ناپایداری تأثیر چندانی نداشته است، در این حالت میکروتیر منحنی دارای آستانه تحمل ولتاژ بزرگ‌تر ولی اندازه موقعیت ناپایداری خیلی کوچک‌تری می‌باشد.

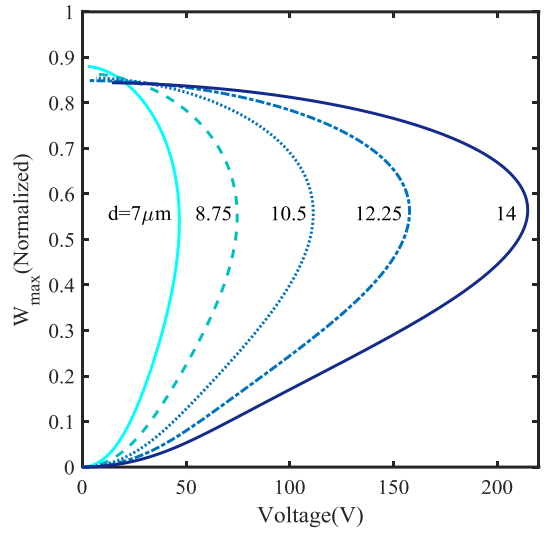
اندازه موقعیت شروع اسنپ-ترو در نمودارهای شکل‌های ۳ و ۴ نشان می‌دهد که این پدیده در میکروتیرهای منحنی و در خیز خیلی کوچک‌تری نسبت به موقعیت ناپایداری میکروتیر صاف آغاز می‌گردد. بنابراین با مقایسه نمودارهای رسم شده در این دو شکل با یکدیگر می‌توان نتیجه گرفت که استفاده از میکروتیر منحنی باعث افزایش ولتاژ و موقعیت پایداری به صورت غیر همزمان می‌گردد. یعنی نسبت به سیستم دارای میکروتیر صاف یا فقط آستانه تحمل ولتاژ را افزایش می‌دهد و یا فقط آغاز ناپایداری را به موقعیت بزرگ‌تری موکول می‌کند. در واقع نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که به ازای نسبت‌های کوچک حداکثر انحنا به گپ، استفاده از میکروتیر منحنی آستانه تحمل ولتاژ را افزایش می‌دهد ولی در موقعیت کوچک‌تری ناپایدار می‌شود و برعکس در نسبت‌های بزرگ‌تر انحنا به گپ، ولتاژ شروع ناپایداری را چندان تغییر نمی‌دهد ولی سبب پایدار ماندن سازه تا موقعیت بزرگ‌تری خواهد شد. برای بهتر نشان دادن این گونه تاثیرگذاری استفاده از میکروتیر منحنی، تغییرات حداکثر خیز میکروتیر در برابر اختلاف پتانسیل برای نسبت‌های مختلف حداکثر انحنا به گپ سازه با یکدیگر مقایسه شده است. به این منظور در نمونه‌های مورد بررسی حداکثر انحنای اولیه میکروتیر برابر ۳/۵ میکرومتر انتخاب شده و فاصله بین تکیه‌گاه‌های میکروتیر و الکترود به اندازه ۱، ۱/۵، ۲، ۲/۵ و ۳ برابر حداکثر انحنای اولیه میکروتیر در نظر گرفته شده است. یعنی رفتار پایداری میکروتیری با حداکثر انحنای اولیه ۳/۵ میکرومتر، در حداکثر گپ‌هایی به اندازه ۷، ۸/۷۵، ۱۰/۵، ۱۲/۲۵ و ۱۴ میکرومتر با رفتار میکروتیر صافی با همین اندازه گپ‌ها، مقایسه شده است. شکل‌های ۵ و ۶ نمودارهای رسم شده توسط نتایج به دست آمده برای این نمونه‌ها را نشان می‌دهد.

مقایسه نمودارهای شکل ۵ با یکدیگر نشان می‌دهد که اگر اندازه



شکل ۵: حداکثر خیز در برابر ولتاژ برای سازه میکروتیر منحنی-الکترود صاف، در نسبت‌های مختلف گپ به انحنا

Fig. 5. Maximum transverse displacement versus voltage for the curved microbeam-straight electrode composion in different ratios of curvature to gap



شکل ۶: حداکثر خیز در برابر ولتاژ برای سازه میکروتیر صاف-الکترود صاف، در اندازه‌های مختلف گپ

Fig. 6. Maximum transverse displacement versus voltage for the straight microbeam-straight electrode composion in different ratios of curvature to gap

انحنای میکروتیر نزدیک اندازه گپ باشد، سیستم با رخ دادن پدیده اسنپ-ترو ناپایدار می‌گردد و لذا با اعمال اختلاف پتانسیل در موقعیت خیلی کوچک‌تری پایداری خود را از دست خواهد داد. برعکس هر چه اندازه حداکثر انحنا نسبت به فاصله بین تکیه‌گاه‌های میکروتیر و الکترود کوچک‌تر باشد، پدیده اسنپ-ترو فقط باعث انتقال میکروتیر به موقعیت پایدار دوم خود طی یک ارتعاش دامنه بزرگ می‌گردد و با گذر از این وضعیت و با افزایش مجدد اختلاف پتانسیل، ناپایداری در موقعیتی جدید با اندازه بزرگ‌تر و ولتاژ بالاتر رخ خواهد داد. با توجه به نمودارهای شکل ۵ موقعیت و ولتاژ آغاز ناپایداری در اندازه‌های مختلف گپ سازه به دست می‌آید. با توجه به مقادیر به دست آمده و مقایسه آن‌ها با نتایج میکروتیر صاف مشابه، می‌توان درباره مفید و یا مضر بودن اثرگذاری میکروتیر منحنی قضاوت کرد. بنابراین تغییرات خیز در برابر ولتاژ برای میکروتیرهای صاف مشابه (از نظر اندازه حداکثر گپ و ابعاد) نیز محاسبه شده است. نمودار تغییرات حداکثر خیز میکروتیر صاف در برابر اختلاف پتانسیل برای اندازه گپ‌های مشابه با سیستم دارای میکروتیر منحنی، مطابق شکل ۶ می‌باشد.

نمودارهای شکل ۶ تعیین‌کننده اندازه موقعیت و ولتاژ آغاز ناپایداری سازه میکروتیر صاف-الکترود صاف در اندازه گپ‌های مختلف می‌باشند. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد، روند تغییرات نمودارهای این شکل نیز نشان می‌دهد که اندازه فاصله اولیه بین میکروتیر و الکترود به شدت بر اندازه ولتاژ آغاز ناپایداری تاثیرگذار خواهد بود. بنابراین مقایسه رفتار پایداری سیستم‌های مختلف با یکدیگر باید در ابعاد یکسان سازه‌ها انجام شود. به این منظور اندازه مشخصات آغاز ناپایداری سیستم‌های دارای میکروتیر صاف و منحنی در اندازه گپ‌های مختلف محاسبه شده است. اندازه موقعیت و ولتاژ آغاز ناپایداری برای هر یک از میکروتیرهای صاف و منحنی در پنج حالت مورد بررسی، مطابق جدول ۵ خواهد بود.

با توجه به داده‌های جدول ۵ مشخص است که در سیستم متشکل از میکروتیر صاف، با بیش‌تر شدن اندازه گپ اولیه، همواره موقعیت و ولتاژ آغاز ناپایداری نیز به طور پیوسته ولی با شدت کم افزایش می‌یابد. اما در سیستم دارای میکروتیر منحنی، روند تغییرات اندازه موقعیت و ولتاژ ناپایداری پیوسته نبوده و وابسته به نسبت حداکثر انحنا به گپ متفاوت خواهد بود. در نسبت‌های کوچک حداکثر انحنا به گپ، با رخ دادن پدیده اسنپ-ترو، میکروتیر با جابجایی دامنه بزرگ به حالت پایدار دوم خود منتقل شده و سیستم هم‌چنان پایدار می‌ماند. سپس با افزایش مجدد ولتاژ در موقعیتی خیلی بزرگ‌تر نسبت به میکروتیر صاف و ولتاژی کوچک‌تر ولی نزدیک ولتاژ ناپایداری آن، ناپایدار می‌شود. اما در نسبت‌های بزرگ‌تر حداکثر انحنا به گپ، میکروتیر پس از رخ دادن پدیده اسنپ-ترو پایداری

جدول ۵: مختصات آغاز ناپایداری سازه‌های میکروتیر صاف و منحنی

Table 5. Instability characteristics of the structures composed of straight microbeam and curved microbeam

۵۳- حداکثر گپ (μm)	۵۴- ولتاژ ناپایداری (V)		۵۵- موقعیت ناپایداری (بی‌بعد)	
	۵۶- منحنی	۵۷- صاف	۵۸- منحنی	۵۹- صاف
۷ -۶۰	۷۰/۰۷۳۱ -۶۱	۴۶/۷۵۷۸ -۶۲	۰/۲۳۰۱ -۶۳	۰/۵۳۹۶ -۶۴
۸/۷۵ -۶۵	۸۴/۱۱۶۲ -۶۶	۷۴/۶۳۵۹ -۶۷	۰/۱۹۳۹ -۶۸	۰/۵۵۱۰ -۶۹
۱۰/۵ -۷۰	۱۰۷/۴۲۳۸ -۷۱	۱۱۱/۲۹۴۵ -۷۲	۰/۹۲۵۴ -۷۳	۰/۵۵۷۶ -۷۴
۱۲/۲۵ -۷۵	۱۵۲/۹۶۱۵ -۷۶	۱۵۷/۶۷۵۱ -۷۷	۰/۸۷۷۰ -۷۸	۰/۵۶۱۷ -۷۹
۱۴ -۸۰	۲۰۹/۳۰۰۴ -۸۱	۲۱۴/۶۲۳۲ -۸۲	۰/۸۲۹۸ -۸۳	۰/۵۶۴۵ -۸۴

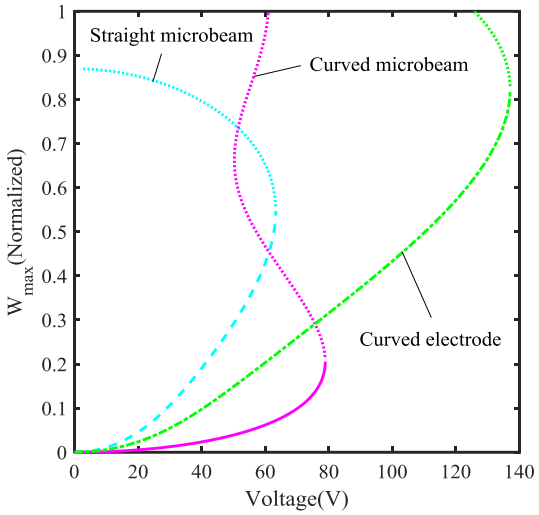
خود را از دست می‌دهد و این ناپایداری در موقعیتی خیلی پایین‌تر از میکروتیر صاف ولی در اندازه ولتاژی بزرگ‌تر از آن آغاز می‌شود. در این شرایط با افزایش نسبت اندازه گپ به انحنای میکروتیر، موقعیت نسبی ناپایداری کاهش خواهد یافت.

نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که ایجاد انحنا در میکروتیر سبب می‌شود پس از منتقل شدن میکروتیر به حالت پایدار دوم خود و باز شدن انحنا به سمت الکترود، به اندازه زیادی به الکترود نزدیک شود. بنابراین چون اندازه نیروی الکتریکی به فاصله تا الکترود نیز بستگی دارد، نیروی الکتریکی به شدت افزایش می‌یابد. در این شرایط هر چه نسبت انحنای میکروتیر به اندازه گپ بزرگ‌تر باشد، اندازه شدت افزایش نیروی الکتریکی پس از رخ دادن پدیده اسنپ-ترو بیش‌تر خواهد بود و وابسته به ابعاد سازه، گاهی سبب ناپایدار شدن سیستم می‌شود. بنابراین هر چند در برخی موارد از پدیده اسنپ-ترو به عنوان رفتاری مفید نام برده می‌شود، ولی به تناسب ابعاد سازه گاهی نیز تعیین‌کننده آغاز ناپایداری سازه خواهد بود و رخ دادن این پدیده ممکن است به قیمت از دست رفتن پایداری سازه تمام شود. یعنی علی‌رغم تمام مزیت‌های سازه میکروتیر منحنی-الکترود صاف، این سیستم همواره به افزایش موقعیت و ولتاژ آغاز ناپایداری به طور هم‌زمان کمک نخواهد کرد.

اگر بتوان از مزایای سازه منحنی بهره برد و از رخ دادن اسنپ-ترو در شرایطی که منجر به ناپایداری می‌گردد، نیز جلوگیری کرد، محدوده کاری سازه الکترومکانیکی به طور هم‌گام از نظر ولتاژ و موقعیت گسترده‌تر خواهد شد. بنابراین در ادامه به منظور بررسی امکان مهیا کردن چنین شرایطی و پیدا کردن راهی برای افزایش هم‌زمان موقعیت و ولتاژ ناپایداری، رفتار سازه‌ای مشابه دو سیستم قبلی از نظر ابعادی ولی متشکل از میکروتیر صاف و الکترود منحنی بررسی خواهد شد. در این راستا نمونه مورد بررسی یک میکروتیر صاف دو سر گیردار می‌باشد که در مجاورت یک الکترود منحنی با شکل کسینوسی مطابق رابطه (۳) و حداکثر انحنای ۳/۵ میکرومتر قرار گرفته است. در این سیستم نیز معادله حاکم بر حرکت میکروتیر با جایگذاری $d_0=0$ و h_e=۳/۵ μm در معادلات قبلی به دست خواهد آمد. خواص مکانیکی و سایر ابعاد هندسی سیستم نیز مطابق جداول ۱ و ۲ در نظر گرفته شده است.

مشابه قبل به منظور بررسی اثر استفاده از الکترود منحنی، رفتار سازه متشکل از الکترود منحنی در دو وضعیت نسبت انحنا به گپ بزرگ و کوچک بررسی شده و نتایج حاصل با دو سیستم میکروتیر صاف-الکترود صاف و میکروتیر منحنی-الکترود صاف مقایسه شده است. ذکر این نکته نیز ضروری است که مشابه قبل اندازه‌ها به گونه‌ای انتخاب شده است که ابعاد سیستم‌ها با یکدیگر برابر باشد. به این منظور اندازه حداکثر فاصله گپ موجود بین میکروتیر و الکترود در سازه‌هایی که با یکدیگر مقایسه می‌شوند، یکسان در نظر گرفته شده است. یعنی اگر بخشی از گپ موجود در سازه الکترود منحنی بخاطر انحنای الکترود می‌باشد، به اندازه این انحنا در سازه صاف به گپ موجود اضافه شده است. در این راستا سیستم الکترومکانیکی ساخته شده با الکترود منحنی، مشابه دو سیستم قبلی برای حالت نسبت انحنا به گپ بزرگ، با اندازه حداکثر گپ ۸/۱ میکرومتر ساخته شده است.

مشابه سازه‌های پیشین، روند تغییرات حداکثر خیز در برابر ولتاژ



شکل ۷: حداکثر خیز در برابر ولتاژ برای سازه‌های میکروتیر صاف، میکروتیر منحنی و الکترود منحنی، در نسبت انحنا به گپ بزرگ

Fig. 7. Maximum deflections of curved and straight microbeams as well as curved electrode versus the voltage at large ratio of curvature to gap

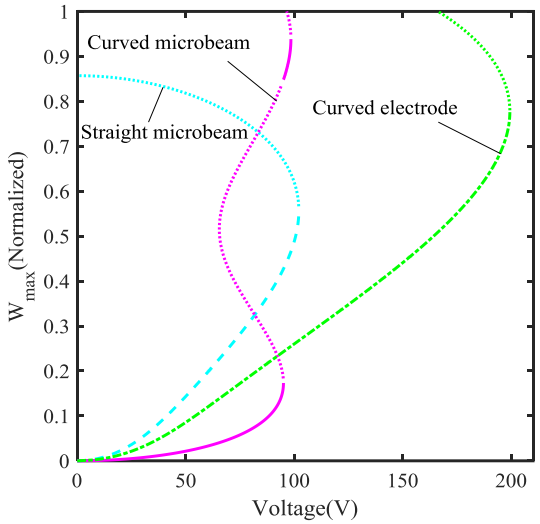
برای این نمونه نیز با حل معادله تعادل به دست آمده است. شکل ۷ چگونگی تغییرات حداکثر خیز میکروتیر در برابر اختلاف پتانسیل را در نسبت انحنا به گپ بزرگ برای سیستم‌های میکروتیر منحنی-الکترود صاف و میکروتیر صاف-الکترود منحنی در مقایسه با سیستم میکروتیر صاف-الکترود صافی که دارای حداکثر گپ مشابه می‌باشد، نشان می‌دهد. بنابراین مانند قبل می‌توان محدوده پایداری هر یک از سیستم‌ها را تعیین کرد و چون اندازه حداکثر گپ‌ها یکسان است، رفتار پایداری سازه‌ها را با یکدیگر مقایسه نمود.

در شکل ۷ قسمت نقطه‌چین هر نمودار ناپایدار شدن میکروتیر در آن مدل را نشان می‌دهد. بنابراین با توجه به نمودارهای رسم شده در این شکل می‌توان گفت که در نسبت انحنا به گپ بزرگ، سازه دارای میکروتیر منحنی (نمودار با بخش ابتدائی خط پیوسته) با رخ دادن پدیده اسنپ-ترو پایداری خود را از دست می‌دهد. لذا استفاده از میکروتیر منحنی با نسبت انحنا به گپ بزرگ (یا اندازه گپ کوچک در مقایسه با حداکثر انحنای میکروتیر)، فقط سبب افزایش ولتاژ آغاز ناپایداری می‌شود و در موقعیت خیلی کوچک‌تری از میکروتیر صاف (نمودار با بخش ابتدائی خط‌چین) پایداری خود را از دست می‌دهد. یعنی برخلاف آن‌چه که از سازه میکروتیر منحنی انتظار می‌رود، در این حالت انحنای میکروتیر کمکی به افزایش فاصله پایداری سیستم نکرده و بلکه سبب کوچک‌تر شدن این فاصله نیز شده است. اما اندازه موقعیت و ولتاژ ناپایداری برای سازه دارای الکترود منحنی (نمودار با بخش ابتدائی خط-نقطه) از دو سازه دیگر بسیار بیش‌تر است. لذا با توجه به نمودارها می‌توان گفت در حالت نسبت انحنا به گپ بزرگ هدف مورد نظر پژوهش که افزایش همزمان دو پارامتر موقعیت و ولتاژ آغاز ناپایداری می‌باشد، با استفاده از الکترود منحنی محقق شده است. یعنی در این شرایط اثر انحنای الکترود مفیدتر از اثر انحنای میکروتیر می‌باشد.

همان‌طور که قبلاً نشان داده شد، اگر میکروتیر منحنی پس از رفتن به وضعیت دوم خود پایدار بماند، در موقعیتی بالاتر از میکروتیر صاف ولی با ولتاژی نزدیک آن پایداری خود را از دست خواهد داد. یعنی می‌توان گفت در این شرایط استفاده از میکروتیر منحنی فقط موقعیت آغاز ناپایداری را افزایش می‌دهد و اثر چندانی بر ولتاژ آن ندارد. نتایج به دست آمده نشان می‌دهد که این رفتار زمانی مشاهده می‌شود که انحنای میکروتیر نسبت به اندازه گپ کوچک باشد. بنابراین در ادامه رفتار سازه متشکل از الکترود منحنی نیز در شرایط اندازه انحنای کوچک الکترود در برابر گپ، بررسی خواهد شد. به این منظور باز هم مشابه دو سازه دیگر، حداکثر گپ سازه الکترود منحنی برابر ۱۰/۱ میکرومتر در نظر گرفته شده است.

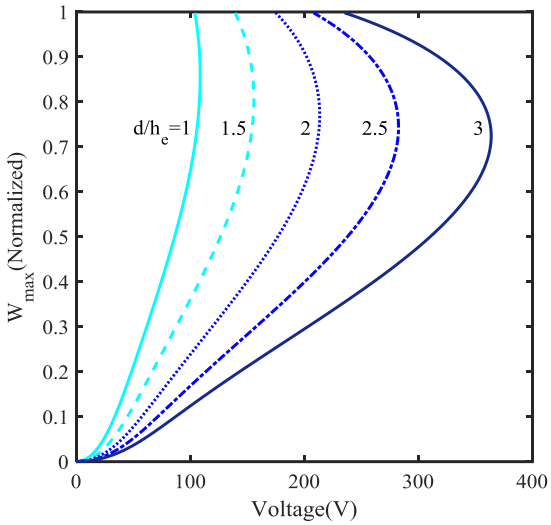
مشابه نمونه‌های قبلی با استفاده از اندازه‌های جدول ۷ و حل معادله تعادل، اندازه حداکثر خیز میکروتیر به ازای اختلاف پتانسیل اعمالی به دست خواهد آمد. شماتیک این نتایج برای نمونه‌ای که حداکثر انحنای الکترود آن نسبت به گپ سازه کوچک باشد (اندازه گپ بزرگ)، در مقایسه با سیستم‌های میکروتیر صاف-الکترود صاف و میکروتیر منحنی-الکترود صاف مطابق شکل ۸ خواهد بود.

همان‌طور که شکل ۸ نشان می‌دهد در این حالت عملکرد سازه با استفاده از الکترود منحنی (نمودار با بخش ابتدائی خط-نقطه) بهبود یافته و بر خلاف میکروتیر منحنی (نمودار با بخش ابتدائی خط پیوسته)، ولتاژ آغاز ناپایداری آن نیز افزایش یافته است. یعنی سازه دارای الکترود منحنی تا موقعیت و ولتاژ بالاتری نسبت به میکروتیر صاف (نمودار با بخش ابتدائی خط‌چین) پایداری خود را حفظ کرده است. برای مقایسه بهتر عملکرد سیستم‌های مذکور با یکدیگر، درصد افزایش موقعیت و ولتاژ آغاز ناپایداری سازه‌های میکروتیر منحنی-الکترود صاف و میکروتیر صاف-الکترود منحنی نسبت به سیستم میکروتیر صاف-الکترود صاف محاسبه شده است.



شکل ۸: حداکثر خیز در برابر ولتاژ برای سازه‌های میکروتیر صاف، میکروتیر منحنی و الکترود منحنی، در نسبت انحنا به گپ کوچک

Fig. 8. Maximum deflections of curved and straight microbeams as well as curved electrode versus the voltage at small ratio of curvature to gap



شکل ۹: حداکثر خیز در برابر ولتاژ برای سازه میکروتیر صاف-الکترود منحنی در نسبت‌های مختلف گپ به انحنا

Fig. 9. Maximum transverse displacement versus voltage for the straight microbeam-curved electrode composion in different ratios of curvature to gap

جدول ۶: درصد تغییر موقعیت و ولتاژ ناپایداری سازه‌های میکروتیر منحنی و الکترود منحنی نسبت به سازه صاف

Table 6. The percentage change in instability position and voltage of the curved microbeam or curved electrode compositions comparing the straight structure

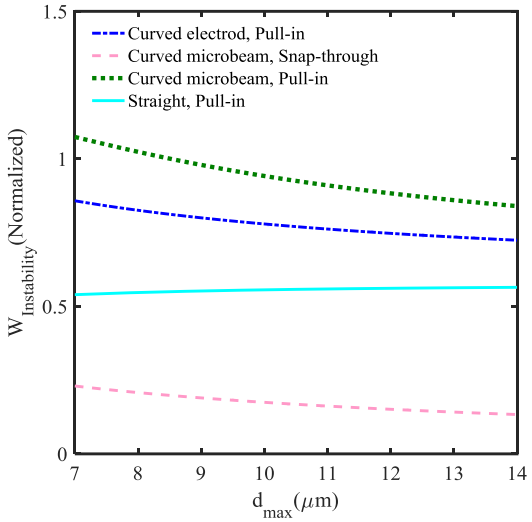
نسبت انحنا	افزایش نسبت به میکروتیر صاف			
	میکروتیر منحنی		الکترود منحنی	
	ولتاژ	موقعیت	ولتاژ	موقعیت
۰/۵۳	-۳/۶٪	+۶۸/۷٪	+۹۵/۲٪	+۳۹/۷٪
۰/۷۶	+۲۴/۶٪	-۶۲/۴٪	+۱۱۶/۵٪	+۵۰/۳٪

جدول ۶ درصد افزایش نسبی پارامترهای ناپایداری در این دو مدل را نشان می‌دهد.

درصد افزایش نسبی پارامترهای تعیین کننده آغاز ناپایداری در جدول ۶ نشان می‌دهد که بر خلاف میکروتیر منحنی، الکترود منحنی به خوبی در هر دو حالت نسبت حداکثر انحنا به گپ کوچک و بزرگ، باعث افزایش همزمان موقعیت و ولتاژ ناپایداری سازه شده است. اما جهت کسب اطمینان از عملکرد مناسب سیستم دارای الکترود منحنی، مشابه دو حالت میکروتیر صاف و منحنی رفتار این سازه در نسبت‌های مختلف حداکثر گپ به انحنای الکترود (اندازه‌های مختلف حداکثر گپ و انحنای ثابت الکترود) نیز بررسی شده است. به این منظور مشابه قبل در تمام نمونه‌های مورد بررسی حداکثر انحنای الکترود (h_e) برابر ۳/۵ میکرومتر انتخاب شده است. حداکثر فاصله بین میکروتیر و الکترود نیز مشابه سازه میکروتیر صاف و میکروتیر منحنی به اندازه ۷، ۸/۷۵، ۱۰/۵، ۱۲/۲۵ و ۱۴ میکرومتر در نظر گرفته شده است. نحوه تغییرات حداکثر خیز میکروتیر در برابر اختلاف پتانسیل برای هر یک از این حالت‌ها در شکل ۹ نشان داده شده است.

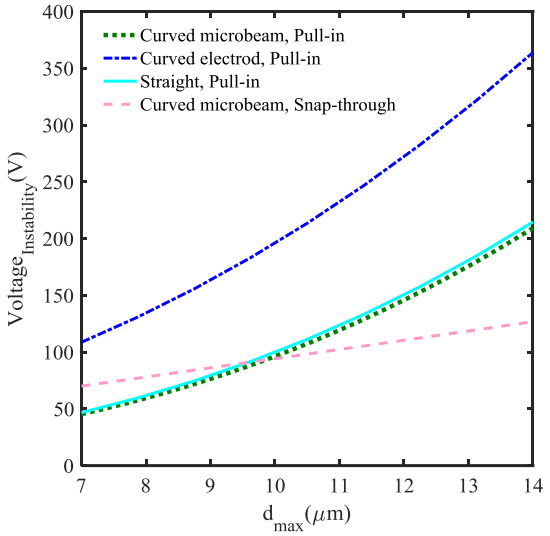
شکل ۹ و مقایسه آن با نتایج مدل‌های قبلی نشان می‌دهد که با افزایش نسبت اندازه گپ به انحنای الکترود، مشابه دو سازه قبلی ولتاژ آغاز ناپایداری به طور پیوسته بیش‌تر شده است. اما بر خلاف سازه دارای میکروتیر منحنی که موقعیت رخ دادن پدیده اسنپ-ترو و ناپایداری در آن کاهش می‌یابد، موقعیت نسبی ناپایداری سازه دارای الکترود منحنی چندان تغییری نمی‌کند. به منظور درک بهتر این موضوع، موقعیت نسبی و ولتاژ آغاز اسنپ-ترو و ناپایداری میکروتیر منحنی و هم‌چنین موقعیت نسبی و ولتاژ ناپایداری سازه‌های متشکل از میکروتیر صاف یا الکترود منحنی با در نظر گرفتن حداکثر انحنای ۳/۵ میکرومتر در سازه‌های منحنی، در اندازه‌های مختلف حداکثر گپ محاسبه شده است. نحوه تغییرات این دو پارامتر در شکل‌های ۱۰ و ۱۱ رسم شده است.

شکل ۱۰ تغییرات موقعیت نسبی آغاز ناپایداری جذب و اسنپ-ترو را در سه سازه مورد نظر نشان می‌دهد. همان‌طور که در این شکل قابل مشاهده است، موقعیت نسبی شروع شدن اسنپ-ترو در میکروتیر منحنی (نمودار خط چین روشن) از همه کم‌تر است. سپس



شکل ۱۰: موقعیت آغاز ناپایداری سازه‌های میکروتیر صاف، میکروتیر منحنی و الکترود منحنی به ازای اندازه گپ

Fig. 10. Maximum transverse displacement versus voltage for the straight microbeam-straight electrode as well as curved microbeam composions in different ratios of curvature to gap



شکل ۱۱: ولتاژ آغاز ناپایداری سازه‌های میکروتیر صاف، میکروتیر منحنی و الکترود منحنی به ازای اندازه گپ

Fig. 11. The pull-in voltage of different curved or straight microbeam/electrode compositions versus the size of the gap

نمودار مربوط به میکروتیر صاف (نمودار خط پیوسته روشن) قرار دارد. نمودار خط نقطه تغییرات موقعیت ناپایداری سازه دارای الکترود منحنی را نشان می‌دهد که از نمودار چهارم که مربوط به موقعیت ناپایداری جذب میکروتیر منحنی می‌باشد و با نقطه چین تیره نشان داده شده است، اندازه کم‌تری دارد. اما در عمل ناپایداری میکروتیر منحنی باید با مقایسه بین دو نمودار اسنپ-ترو و ناپایداری جذب میکروتیر منحنی مشخص گردد. زیرا زمانی که ولتاژ آغاز اسنپ-ترو از ولتاژ ناپایداری بیش‌تر باشد، این پدیده تعیین‌کننده ناپایداری سازه خواهد بود. یعنی باید تغییرات ولتاژ نیز محاسبه گردیده و با استفاده از آن درباره مختصات پایداری سازه‌ها در هر لحظه اظهار نظر کرد. بنابراین نمودار تغییرات ولتاژ آغاز ناپایداری هر سیستم نیز برای اندازه‌های مختلف حداکثر گپ به دست آمده که مطابق شکل ۱۱ می‌باشد.

با توجه به شکل ۱۱ برای نمونه مورد بررسی با اندازه حداکثر انحنای ۳/۵ میکرومتر، نمودارهای ولتاژ اسنپ-ترو (خط چین روشن) و ناپایداری میکروتیر منحنی (نقطه چین تیره) در حداکثر گپ نزدیک ۱۰ میکرومتر با یکدیگر تلاقی دارند. بنابراین در مقادیر کوچک‌تر گپ، ولتاژ آغاز اسنپ-ترو بزرگ‌تر است و در مقادیر بزرگ‌تر، ولتاژ ناپایداری بیش‌تر خواهد بود. یعنی اسنپ-ترو تعیین‌کننده ولتاژ و موقعیت ناپایداری میکروتیر منحنی در ناحیه اول است و در ناحیه دوم همان پارامترهای ناپایداری جذب تعیین‌کننده خواهند بود. لذا می‌توان گفت که در محدوده‌ای که پدیده اسنپ-ترو سبب از دست رفتن پایداری میکروتیر منحنی می‌گردد، ولتاژ و موقعیت ناپایداری سازه دارای میکروتیر منحنی همواره کوچک‌تر از مقادیر مشخصه‌های ناپایداری سیستم دارای الکترود منحنی می‌باشد. اما در شرایطی که ولتاژ ناپایداری جذب بیش‌تر از ولتاژ آغاز اسنپ-ترو باشد، میکروتیر منحنی در موقعیتی با اندازه اندکی بیش‌تر از سازه الکترود منحنی ناپایدار می‌گردد ولی هم‌چنان ولتاژ آغاز ناپایداری سازه الکترود منحنی بیش‌تر است. بنابراین با استفاده از سازه الکترود منحنی می‌توان در عین داشتن سیستمی با ابعاد کوچک‌تر و نزدیک‌تر بودن میکروتیر به الکترود در ابتدا، همواره به نتایجی مشابه سیستم‌های دارای الکترود صاف (حتی سیستم دارای میکروتیر منحنی) با ابعاد بزرگ‌تر دست یافت.

۴- بحث و نتیجه‌گیری

با توجه به آسیب‌پذیری سازه‌های میکروالکترومکانیکی از نظر پایداری، مشخصه مهمی که در استفاده از این سیستم‌ها بسیار مورد توجه قرار گرفته است، محدوده کاری سیستم از نظر موقعیت و ولتاژ آن می‌باشد. بنابراین استفاده از سازه‌های منحنی شکل که به افزایش این محدوده کمک می‌کنند، بسیار مفید خواهد بود. اما از آن‌جا که بررسی رفتار سازه‌های دارای میکروتیر منحنی، نشان دهنده وقوع

ناپایداری موقتی اسنپ-ترو می‌باشد و گاهی این پدیده منجر به از دست رفتن دائمی پایداری می‌گردد، ابعاد و شرایط مساله تعیین‌کننده نحوه تأثیر مثبت و یا منفی استفاده از میکروتیر منحنی خواهند بود. بنابراین اگر سازه‌ای داشته باشیم که بتوان در آن از مزایای انحنای سازه بهره برد ولی از پدیده اسنپ-ترو دوری جست، رفتار سازه بهبود یافته و محدوده ولتاژ و موقعیت پایداری آن افزایش خواهد یافت. پژوهش حاضر نشان می‌دهد در صورتی که شرایط مساله به گونه‌ای باشد که پدیده اسنپ-ترو باعث از دست رفتن ناپایداری سازه گردد، استفاده از سازه دارای الکترود منحنی راه‌کار بهتری در راستای افزایش محدوده کاری سیستم از نظر موقعیت و ولتاژ پایداری خواهد بود. با توجه به نتایج به دست آمده، هم موقعیت و هم ولتاژ قابل تحمل سازه دارای الکترود منحنی نسبت به سیستم‌های میکروتیر صاف-الکترود صاف و میکروتیر منحنی-الکترود صاف بیش‌تر می‌باشد. این بیش‌تر بودن محدوده کاری نشان می‌دهد در راستای دست‌یابی به سیستم کوچک‌تر و کم حجم‌تر که یکی از دلایل استفاده از سیستم‌های میکروالکترومکانیکی است، سازه دارای الکترود منحنی کمک شایانی خواهد کرد. یعنی در شرایط یکسان با فاصله‌ای کم‌تر بین میکروتیر و الکترود منحنی می‌توان به نتایج مشابه دو سیستم دیگر دست یافت. به عبارت دیگر در عین حال که ابعاد سیستم کاهش یافته و میکروتیر به الکترود نزدیک‌تر شده است، هم‌چنان شاهد بهبود نتایج پایداری سازه می‌باشیم.

برای ادامه کار و تحقیقات بیش‌تر نیز پیشنهاد می‌شود که محدوده ابعادی که منجر به دست‌یابی به نتایج بهتر برای سازه دارای الکترود منحنی نسبت به سازه متشکل از میکروتیر منحنی می‌گردد، به طور دقیق‌تر تعیین شود. برای استفاده بهتر از مزایای سازه منحنی نیز پیشنهاد می‌شود رفتار سیستم متشکل از هم میکروتیر و هم الکترود منحنی بررسی گردد. هم‌چنین پیش‌بینی می‌شود مشابه تمام سازه‌های الکترومکانیکی، بررسی رفتار دینامیکی سیستم‌های متنوع دارای الکترود منحنی نیز منجر به دست یافتن به نتایج جالب و متفاوتی خواهد شد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

a	ضریب مود ارتعاشی در حالت استاتیکی
A	سطح مقطع، m^2
AC	جریان متناوب
b	پهنای میکروتیر، µm
d	فاصله بین راستای تکیه‌گاه‌های میکروتیر و الکترود، µm
DC	جریان مستقیم
d_0	حداکثر انحنای اولیه میکروتیر، µm
d_{max}	حداکثر اندازه گپ، µm
E	مدول یانگ، GPa
f	حداکثر خیز میکروتیر در هر لحظه
h	ضخامت میکروتیر، µm
h_e	حداکثر انحنای الکترود، µm
I	ممان اینرسی
l	پارامتر مقیاس طول، µm
L	طول میکروتیر، µm
P_r	تنش پسماند
T	پارامتر زمان
u	بخش زمانی تابع خیز
V	اختلاف پتانسیل
w	خیز میکروتیر
w_0	انحنای اولیه میکروتیر منحنی
w_e	انحنای الکترود منحنی
W	خیز بی‌بعد میکروتیر
W_0	انحنای اولیه بی‌بعد میکروتیر منحنی
W_e	انحنای بی‌بعد الکترود منحنی

علائم یونانی

α	پارامتر جذب
β	پارامتر ولتاژ
ε	ثابت دی الکتریک محیط، $C^2N^{-1}m^{-2}$
η	پارامتر بی‌بعد مقیاس اندازه
μ	ضریب لامه
ν	ضریب پواسون
ζ	مختصه طول بی‌بعد
ρ	چگالی، kg/m^3
τ	زمان بی‌بعد
φ	تابع شکل ارتعاش میکروتیر
ψ	تابع شکل بی‌بعد ارتعاش میکروتیر

زیرنویس

۰	مقدار اولیه
max	حداکثر
Pull-in	ناپایداری جذب
r	پس‌ماند
Snap	اسنپ-ترو

مراجع

[1] M.I. Younis, MEMS linear and nonlinear statics and dynamics, Springer Science & Business Media, 2011.

[2] Y. Fu, J. Zhang, Electromechanical dynamic buckling phenomenon in symmetric electric fields actuated microbeams considering material damping, Acta mechanica, 215(1-4) (2010) 29-42.

[3] J. Zhang, Y. Fu, Pull-in analysis of electrically actuated viscoelastic microbeams based on a modified couple stress theory, Meccanica, 47(7) (2012) 1649-1658.

[4] Y. Fu, J. Zhang, R. Bi, Analysis of the nonlinear dynamic stability for an electrically actuated viscoelastic microbeam, Microsystem technologies, 15(5) (2009) 763-769.

[5] Y. Fu, J. Zhang, Nonlinear static and dynamic responses of an electrically actuated viscoelastic microbeam, Acta Mechanica Sinica, 25(2) (2009) 211-218.

[6] G. Rezazadeh, A. Tahmasebi, M. Zubstov, Application of piezoelectric layers in electrostatic MEM actuators: controlling of pull-in voltage, Microsystem technologies, 12(12) (2006) 1163-1170

[7] H. Moeenfard, M.T. Ahmadian, Analytical closed form model for static pull-in analysis in electrostatically actuated torsional micromirrors, Journal of Mechanical Science and Technology, 27(5) (2013) 1443-1449.

[8] G. Hu, W. Liu, Nano/micro-electro mechanical systems: a patent view, Journal of Nanoparticle Research, 17(12) (2015) 465.

[9] V.K. Varadan, K.J. Vinoy, K.A. Jose, RF MEMS and their applications, John Wiley & Sons, 2003.

[10] L.-D. Liao, P.C. Chao, C.-W. Huang, C.-W. Chiu, DC dynamic and static pull-in predictions and analysis for electrostatically actuated clamped circular micro-plates based on a continuous model, Journal of Micromechanics and Microengineering, 20(2) (2009) 025013.

[11] G.I. Taylor, The coalescence of closely spaced drops when they are at different electric potentials, Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences, 306(1487) (1968) 423-434.

[12] H.C. Nathanson, W.E. Newell, R.A. Wickstrom, J.R. Davis, The resonant gate transistor, IEEE Transactions on Electron Devices, 14(3) (1967) 117-133.

[13] L. Medina, R. Gilat, S. Krylov, Symmetry breaking in an initially curved micro beam loaded by a distributed electrostatic force, International Journal of Solids and Structures, 49(13) (2012) 1864-1876.

[14] J. Qiu, J.H. Lang, A.H. Slocum, A centrally-clamped parallel-beam bistable MEMS mechanism, in: Technical Digest. MEMS 2001. 14th IEEE International Conference on Micro Electro Mechanical Systems (Cat. No. 01CH37090), IEEE, 2001, pp. 353-356.

[15] Y. Zhang, Y. Wang, Z. Li, Y. Huang, D. Li, Snap-through and pull-in instabilities of an arch-shaped beam under an electrostatic loading, Journal of Microelectromechanical Systems, 16(3) (2007) 684-693.

[16] Y. Zhang, Y. Wang, Z. Li, Analytical method of predicating the instabilities of a micro arch-shaped beam under electrostatic loading, Microsystem Technologies, 16(6) (2010) 909-918.

[17] S. Park, D. Hah, Pre-shaped buckled-beam actuators: theory and experiments, Sensors and Actuators A: Physical, 148(1) (2008) 186-192.

[18] K. Das, R. Batra, Pull-in and snap-through instabilities in transient deformations of microelectromechanical systems, Journal of Micromechanics and Microengineering, 19(3) (2009) 035008.

[19] M.M. Zand, The dynamic pull-in instability and

snap-through behavior of initially curved microbeams, Mechanics of Advanced Materials and Structures, 19(6) (2012) 485-491.

[20] H. Daneshpajooh, M.M. Zand, Semi-analytic solutions to oscillatory behavior of initially curved micro/nano systems, Journal of Mechanical Science and Technology, 29(9) (2015) 3855-3863.

[21] M.R. Salehi Kolahi, H. Moeinkhah, Non-linear vibration of curved microbeam under electrostatic actuation by using reduced order model and finite element simulation, Modares Mechanical Engineering, 17(12) (2018) 514-522. (In Persian)

[22] A.H. Ramini, Q.M. Hennawi, M.I. Younis, Theoretical and experimental investigation of the nonlinear behavior of an electrostatically actuated in-plane MEMS arch, Journal of Microelectromechanical Systems, 25(3) (2016) 570-578.

[23] A.R. Askari, M. Tahani, Size-dependent dynamic pull-in analysis of beam-type MEMS under mechanical shock based on the modified couple stress theory, Applied Mathematical Modelling, 39(2) (2015) 934-946.

[24] M.I. Younis, H.M. Ouakad, F.M. Alsaleem, R. Miles, W. Cui, Nonlinear dynamics of MEMS arches under harmonic electrostatic actuation, Journal of Microelectromechanical Systems, 19(3) (2010) 647-656.

[25] Y. Qian, D. Ren, S. Lai, S. Chen, Analytical approximations to nonlinear vibration of an electrostatically actuated microbeam, Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation, 17(4) (2012) 1947-1955.

[26] Y. Fu, J. Zhang, L. Wan, Application of the energy balance method to a nonlinear oscillator arising in the microelectromechanical system (MEMS), Current applied physics, 11(3) (2011) 482-485.

[27] R. Batra, M. Porfiri, D. Spinello, Vibrations of narrow microbeams predeformed by an electric field, Journal of Sound and Vibration, 309(3-5) (2008) 600-612.