



تأثیر چگالی نابعایی‌ها بر نمودار حد شکل‌دهی پیش‌بینی‌شده به روش پلاستیسیته بلوره‌ای

صدیقه محمدنژادزنجانی، علی باستی*، رضا انصاری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷/۱۱/۰۹

بازنگری: ۱۳۹۷/۱۲/۲۶

پذیرش: ۱۳۹۸/۰۱/۲۵

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۲/۰۳

کلمات کلیدی:

نابعایی‌ها

نمودار حد شکل‌دهی

پلاستیسیته بلوره‌ای

روش تیلور

مoad بلوره مکعبی مرکز وجوه پر.

خلاصه: یکی از مهم‌ترین و پرکاربردترین ابزارها برای پیش‌بینی رفتار ورق‌ها، نمودار حد شکل‌دهی است. مدل مارشینیاک-کوزینسکی یکی از روش‌های پیش‌بینی است که می‌تواند با معادلات پدیدار شناختی یا از طریق معادلات مربوط به پلاستیسیته بلوره‌ای برای دستیابی به نتایج موردنظر ترکیب شود. در این تحقیق، تلاش شده است که از ترکیب مستقیم روش مارشینیاک-کوزینسکی با پلاستیسیته بلوره‌ای برای رسم نمودارهای حد شکل‌دهی استفاده شود. روش مستقیم به علت حالت خاص معادلات ریاضی مربوط به پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی انتخاب شده است. در این تحقیق از فلز چند بلوره مکعبی مرکز وجوه پر، استفاده شده است، بنابراین روش تیلور برای چندبلوره‌ها می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد. هرچند این روش برای توصیف پلاستیسیته، از تعاملات بین بلوره‌ها صرف‌نظر کرده ولی با ساده‌سازی نظریه یکنواختی کرنش، هزینه محاسباتی را کاهش داده است. در این تحقیق دو روش نابعایی‌ها و پلاستیسیته چندبلوره‌ها توسط راهکار جدیدی ادغام شده‌اند. فقط فرآیند سخت شدن بر اساس نابعایی‌ها مدل شده و کل تحلیل بر اساس پلاستیسیته بلوره‌ای وابسته به نرخ انجام شده است. برای اولین بار نمودار حد شکل‌دهی با در نظر گرفتن اثر چگالی نابعایی‌ها رسم شده است و نتایج نشان داده است که در نظر گرفتن اثر چگالی نابعایی‌ها در تغییرات مقاومت برشی، باعث نزدیک شدن نمودارهای حد شکل‌دهی به مقادیر تجربی می‌شود.

۱- مقدمه

بلوره‌ای است. فعالیت هر سامانه لغزش بر سختی خود و سامانه‌های دیگر اثرگذار بوده و همچنین فرآیندی غیرهمسانگرد است. مدل‌های کار سختی در تئوری پلاستیسیته بلوره‌ای به دو دسته فیزیکی و ریاضی تقسیم‌بندی می‌شوند. اولین مدل ریاضی از کار سختی توسط تیلور [۲] با این فرض که کار سختی سامانه‌های مختلف در حین تغییر شکل پلاستیک یکسان است (مدل کار سختی همسانگرد)، ارائه گردید. یکی دیگر از مدل‌ها، مدل هاوونر و شالابی [۳]، پیرس و همکاران [۴] و مدل آسارو [۵] است. وو و بسنی [۶] کار سختی پنهان را بسیار کمتر از خودسخت‌شوندگی در نظر گرفتند. بسنی و وو [۷] بر این اساس و همچنین لحاظ کردن برهمکنش‌های بین سامانه‌های لغزش، مدل کار سختی خود را ارائه نمودند. یکی از پرکاربردترین مدل‌ها نیز توسط کالیدیندی و همکاران [۸] ارائه گردید. در مدل‌های فیزیکی، کار سختی بر اساس متغیرهایی از ریزساختار بلوره مانند انرژی نقص چیده شدن بلوره و چگالی نابعایی در سامانه‌های لغزش مدل می‌گردد. در حقیقت با مطالعه نابعایی‌ها و نقش آن‌ها در ایجاد

پلاستیسیته بلوره‌ها^۱ با یک رویکرد میکروسکوپی فرآیند شکل‌گیری جریان پلاستیک را توصیف می‌کند. در این مدل، لغزش بلوره‌ای عامل اصلی تغییر شکل پلاستیک است. گسترش تئوری پلاستیسیته بلوره‌ای نشان‌دهنده توانایی این تئوری در تشخیص میکرو مکانیسم‌های مؤثر در تغییر شکل پلاستیک است که از آن جمله می‌توان به محلی شدن لغزش در تک‌بلوره‌ها و یا دانه‌های یک چندبلوره اشاره نمود.

از طرف دیگر در بررسی تغییر شکل‌های کوچک در یک چندبلوره، به دلیل خواص ناهمسانگردی دانه‌ها، از تئوری کار سختی تک‌بلوره‌های مکعبی با مرکز وجوه پر^۲ پلاستیسیته بلوره‌ای، بهره برده می‌شود [۱]. بررسی کار سختی لغزش در حین تغییر شکل پلاستیک و ارائه مدلی کارآمد برای آن، از مهم‌ترین مباحث تئوری پلاستیسیته

- 1 Crystal Plasticity
- 2 Face Centered Cubic Crystal

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: basti@guilan.ac.ir



تغییر شکل پلاستیک، نیز می‌توان به مکانیسم‌های استحکام‌بخشی مواد دست‌یافت. اوروان^۱ پولانی^۲ و تیلور^۳، تقریباً هم‌زمان متوجه شدند که تغییر شکل پلاستیک می‌تواند از لحاظ نظری به کمک نابجایی‌ها توضیح داده شود. تیلور دریافت که تنش سیلان (اتی) متناسب باریشه دوم چگالی نابجایی است [۲]. تلاش‌های موفقیت‌آمیزی توسط فریدل [۹]، سیگر و همکاران [۱۰ و ۱۱]، هیرش و میچل [۱۲]، نابارو [۱۳]، ویلسدورف [۱۴]، باسینسکی [۱۵]، مکینگ و ککس [۱۶] و استرن و مکینگ [۱۷] انجام شد. استرن و مکینگ [۱۷] تنش اشباع و نرخ سخت شدن را برای بارها با نرخ‌های مختلف بارگذاری، در تنش ثابت یا بار ثابت، به دست آوردند (استرن و مراجع موجود در آن).

اگرچه روش‌های نابجایی منفرد به‌خوبی مورد مطالعه قرار گرفته است، توصیف رفتار گروهی نابجایی‌ها بدون مدل‌سازی کامپیوتری چالش‌برانگیز است. علاوه بر این، شبیه‌سازی‌های کامپیوتری مانند روش دینامیک نابجایی‌های گسسته^۴ مشارکت مکانیسم‌های مختلف را با حذف عوامل دیگر بررسی می‌کند. مدل دینامیک نابجایی‌های گسسته دوبعدی می‌تواند، مواد چندبلوره‌ای، تراکم نابجایی واقعی و کرنش‌های نسبتاً بزرگ را با تلاش محاسباتی کمتری نسبت به حالت سه‌بعدی مدل کند، اما لزوماً بخشی از فیزیک مسئله را از دست می‌دهد. مطالعات اخیر نشان داده است که شبیه‌سازی دو و سه‌بعدی در برخی موارد مشابه، می‌تواند نتایج یکسانی را پیش‌بینی کند [۱۹ و ۲۰]. هر دو نوع شبیه‌سازی برای مطالعه طیف وسیعی از پدیده‌ها استفاده شد از جمله می‌توان به سیلان پلاستیک در ورق‌های نازک داوودی و همکاران [۲۱] اشاره کرد. اثر باوشینگر شیشوان و همکاران [۲۲]، داناس و دشپانده [۲۳]، لی و همکاران [۲۴]، داوودی و همکاران [۲۵] مورد مطالعه قرار گرفت. اثر شتاب نابجایی را روس و همکاران [۲۶] بررسی کردند. اعتبار معادله تیلور گومز-گارسیا و همکاران [۲۷]، گروپراساد و بنزرگا [۲۸]، مدس و همکاران [۲۹]، سوزی و کوبین [۱۵] بررسی شده است. اثرات منابع نابجایی‌ها و مرزهای دانه به وسیله کومار و همکاران [۳۰] و اثر ناهمسانگردی الاستیک بر تغییر شکل چندبلوره‌ها توسط شیشوان و همکاران [۲۲] ارائه شد. مطالعه ترک بر مبنای نابجایی‌ها و ندرگیسن و منابع آن

1 Orowan
2 Polanyi
3 Taylor
4 Discrete Dislocation Dynamic (DDD)

[۳۱] بررسی کردند و مدل‌سازی چندبعدی وتره و همکاران [۳۲] نیز از جمله پدیده‌های است که تاکنون مورد مطالعه قرار گرفته است. تغییر شکل پلاستیک، وابسته به مسیر است. چگالی نابجایی نمی‌تواند به وسیله تعادل ترمودینامیک تعیین شود. تغییر شکل پلاستیک فرآیندی غیرقابل‌برگشت و بسیار اتلافی و غیر تعادلی است [۳۳-۳۵ و ۱۵]. بنابراین معادلات تکاملی دینامیکی برای ساختار نابجایی و معادلات جنبشی برای مدل‌سازی سیلان پلاستیک لازم است [۳۴]. معادلات تکاملی بسیاری به وسیله ککس و همکاران [۳۶]، مکینگ و ککس [۳۷]؛ استرن و مکینگ [۳۸] و الگرف و ایفانتیس [۳۹] توسعه یافته‌اند. عسگری [۴۰] در توصیف تکامل نابجایی، یک مدل پیوسته را برای تکامل نابجایی در فیلم‌های نازک چندبلوره‌ای توضیح داده و از شبیه‌سازی نابجایی گسسته برای تأیید مدل استفاده کرده است.

نکته مهم دیگر این است که تئوری‌هایی که مبنای آن‌ها چگالی نابجایی‌هاست، قابلیت بررسی اثرات اندازه را نیز دارا هستند. اثر اندازه، یکی از چالش‌برانگیزترین مفاهیم مقیاس میکرو است و تئوری‌های متعددی از جمله تئوری‌های پدیدار شناختی مانند گرادیان کرنش نیز تلاش کرده‌اند اثرات اندازه را در روابط خود بگنجانند. در تئوری‌های مرتبه پایین آچاریا و باسانی [۴۱] و هان و همکاران [۴۲] اثرات اندازه، با افزودن مقدار چگالی نابجایی‌های هندسی به مقدار چگالی نابجایی‌های آماری در رابطه تیلور در نظر گرفته می‌شوند.

تاکنون تحقیقات بسیار گسترده‌ای برای پیش‌بینی نظری نمودارهای حد شکل‌دهی^۵ صورت گرفته که به دو دسته تحلیل خطی بر اساس ناپایداری پلاستیک در ورق‌های همگن و تحلیل غیرخطی بر پایه ناپایداری پلاستیک در ورق‌های ناهمگن است. از جمله مهم‌ترین تحلیل‌های خطی به نظریه هیل [۳۶] و معیار دوشاخه‌ای شدن استورن و رایس [۳۷] و کارهای جدید پیتک و پی‌اینجاک [۴۵] و پی‌اینجاک همکاران [۴۶]، زاجکانی و بندیزاکی [۴۷ و ۴۸]، بتایب و عابد-مریام [۴۹] و تورگارد و نیلسن [۵۰] می‌توان اشاره نمود. برای تحلیل غیرخطی نیز، نظریه مارشینیاک-کوزینسکی [۵۱] ارائه شده است.

از تحقیقات ذکر شده می‌توان به لزوم استفاده از روش پلاستیسته بلوره‌ای و نابجایی‌ها در افزایش دقت پیش‌بینی تغییر شکل مواد

روش خودسازگار^۴، روش تیلور و نتایج آزمایش‌ها در بخش نتایج و بحث، مقایسه شده است.

۲- روند حل

در این پژوهش به جای استفاده از مدل‌های پدیدار شناختی، یک مدل متغیر حالت داخلی بر اساس فعالیت‌های نابجایی در هر سامانه لغزش در بلوره مکعبی مرکز وجوه پر، در ادامه بحث لی و همکاران [۲۴]، توسعه داده شده است.

تنش آستانه در هر سیستم لغزش دارای سهم اولیه تنش برشی اعمال شده بحرانی^۵، اندازه دانه یا سخت شدن اثر هال-پیچ^۶ و سخت شدن جنگل نابجایی^۷ است، یعنی:

$$\tau^\alpha = \tau_0^\alpha + \tau_{HP}^\alpha + \lambda \mu b \sqrt{\Omega^{\beta\alpha} \rho^\beta} \quad (1)$$

جایی که τ_0^α ، تنش برشی اعمال شده بحرانی^۵، τ_{HP}^α ، سخت شدن اثر هال پیچ [۵۲]، استفاده از اندازه تجربی دانه، d_g سخت شدن جنگل نابجایی، یعنی: $\delta_{HP}^\alpha = \psi^\alpha d_g^{-0.5}$ برای آلومینیوم ۰.۴، $\psi_{\alpha=}$ [۵۳]. در معادله (۱)، λ ، ضریب سخت شدن معمولاً واحد است، μ مدول برشی و برای آلومینیوم برابر ۲۶ گیگاپاسکال است، b ، بردار برگرز و مقدار آن دو برابر شعاع اتمی است و از آنجایی که شعاع اتمی آلومینیوم ۴۳/۱۰ نانگستروم است اندازه بردار برگرز آن ۲۸۶/۰ نانومتر است. ρ^r ، تراکم نابجایی کل در سیستم لغزش « β » است که مجموع چگالی نابجایی متحرک و ثابت ($\rho_m^\beta = \rho_i^\beta + \rho^\beta$) و $\dot{U}^{\alpha\beta}$ ماتریس برهمکنش است. اثر سخت شدن سیستم لغزش β بر روی سیستم لغزش α بر اساس تعامل نابجایی‌ها در این دو سیستم است. مقدار اولیه برای τ_0^α را می‌توان با استفاده از مطالعات تجربی تک‌بلوره به دست آورد. همان‌طور که در رید-هیل^۸ [۵۵]، روبرتسون^۹ [۵۶] و ونسیویچ^{۱۰} و بکهوفن^{۱۱} [۵۷] و یوشینگا^{۱۲} و هوریچی^{۱۳} [۵۸] و همچنین در تحقیق اوبارا^{۱۴} و همکاران [۵۹] برای تراکم نابجایی

بلوره‌ای پی برد؛ بنابراین در این مقاله تلاش شده است برای اولین بار با استفاده از مدل کارسختی بر مبنای چگالی نابجایی‌ها و ترکیب آن با روابط پلاستیسیته چندبلوره‌ای، نمودارهای حد شکل‌دهی با تکیه به روش مارشینیاک-کوزینسکی برای آلیاژ آلومینیوم پیش‌بینی شود. با توجه به چندبلوره‌ای بودن ورق مورد بررسی، مدل تیلور برای تحلیل چندبلوره مورد نظر استفاده شده است. از بین مکانیسم‌هایی که در تغییر شکل پلاستیک مشارکت می‌کنند، می‌توان به نابجایی‌های آماری، نابجایی‌های لازم هندسی^۱ و نابجایی‌های مرزدانه‌ای^۲ اشاره کرد. درحالی‌که تغییر شکل لغزش مرزدانه‌ای^۳ برای فعال شدن به ساختارهای خاص و معمولاً دماهای بالا نیاز دارد، تغییر شکل به علت لغزش و دوقلویی، در تمام شرایط تغییر شکل یا به‌عنوان مکانیسم اصلی یا به‌عنوان مکانیسم جایگزین، فعال است؛ در کار حاضر، مدل تغییر شکل در دمای اتاق توسعه داده شده و در نتیجه لغزش مرزدانه‌ای فعال نیست. این مدل می‌تواند برای درجه حرارت بالا نیز مناسب باشد، اما لازم است اصلاحاتی در آینده مورد توجه قرار گیرد. علاوه بر این، در مدل فعلی، در مورد لغزش صحبت شده و مکانیسم‌ها و پاسخ‌های سخت‌شوندگی مربوط به آن‌ها در یک رویکرد فیزیکی ارائه شده است. در واقع، یک مدل نابجایی با روش تیلور برای شبیه‌سازی رفتار چندبلوره‌ها ادغام شده است. در این رویکرد، مقاومت در برابر لغزش در هر سامانه لغزش وابسته به چگالی نابجایی‌های آن سامانه است. این در حالی است که در روش‌های قبلی از مدل‌های سخت‌شوندگی که اثرات نابجایی‌ها را در نظر نمی‌گیرند، استفاده شده است. همچنین روش‌هایی که نابجایی را در نظر گرفته‌اند یا بر مبنای پلاستیسیته بلوره‌ای نیستند یا بر مبنای پلاستیسیته بلوره‌ای مستقل از نرخ هستند. چگالی نابجایی‌ها در حین تغییر شکل و با گذر زمان تغییر می‌کنند. از آنجایی‌که حل مسئله، نمودی است مقدار تغییر چگالی در هر نمو مانند سایر متغیرها محاسبه شده و چگالی جدید با جمع این مقدار با چگالی مرحله قبل به‌روزرسانی شده و در رابطه مقاومت لغزش، جاگذاری می‌شود. این روش در بخش بعدی به‌طور کامل توضیح داده شده است.

به‌منظور برنامه‌نویسی معادلات مورد استفاده از برنامه متلب استفاده شده است. همچنین نمودارهای به‌دست آمده این مقاله با

4 Self-Consistent(SC)
5 Critical Resolved Shear Stress (CRSS)
6 Hall-Petch
7 Dislocation Forest
8 Reed-Hill
9 Robertson
10 Wonsiewicz
11 Backofen
12 Yoshinaga
13 Horiuchi
14 Obara

1 Geometry Necessary Dislocation
2 Grain Boundary Dislocation
3 Grain Boundary Sliding (GBS)

نیست، مقدار $\dot{\gamma}_0$ ، جایگزین آن شده است. هرچند این ساده‌سازی نتایج را تحت تأثیر قرار می‌دهد ولی نتایج نهایی تا حد زیادی قابل قبول است. $\dot{\gamma}$ ، نرخ کرنش برشی (پلاستیک) و k_r ، k_s ثابت‌های ماده است. در سمت راست معادله (۳)، k_s نشان‌دهنده ذخیره‌سازی نابجایی^۱ و k_r نشان‌دهنده بازیابی پویا^۲ است. این مقادیر با توجه به تحقیق [۶۴] و مراجع موجود در آن در نظر گرفته شده است. یک نتیجه مهم در این روش بلافاصله از معادله (۳) قابل تشخیص است. نرخ نابجایی به میزان کرنش بستگی دارد. این بدان معنی است که هنگامی که ماده سخت می‌شود، نابجایی متحرک کمتر است. رویکرد فوق به شکل گرادیان‌های چگالی نابجایی توجه نمی‌کند بنابراین درحالی که برای مقادیر کم کرنش بسیار کارآمد است، اما این اجازه را نمی‌دهد تا تغییرات مکانی چگالی را مورد مطالعه قرار داد. این موضوع هم یکی از دلایل ایجاد اختلاف روش اخیر با نتایج تجربی است.

۲-۱- سینماتیک و سینتیک پلاستیسیته بلوره‌ای

گرادیان تغییر شکل کل F را می‌توان به دو بخش الاستیک F^* و پلاستیک F^p ، تجزیه نمود [۸].
 F^p ، لغزش صفحه‌های اتمی در بلوره و F^* ، در رابطه (۴) هم‌زمان دو پارامتر انبساط الاستیک و چرخش شبکه را نشان می‌دهد.

$$F = F^* F^p \quad (4)$$

گرادیان سرعت با کمک گرادیان تغییر شکل توسط رابطه (۵) تعریف می‌گردد:

$$L = FF^{-1} \quad (5)$$

گرادیان سرعت کل L را می‌توان به دو بخش الاستیک L^* و پلاستیک L^p ، تجزیه نمود. جایگذاری رابطه (۴) در رابطه (۵) نتیجه می‌دهد:

$$L^* = (F^*)F^{*(-1)}L^p = F^*F^pF^{(p(-1))}F^{*(-1)} = F^*L_0^pF^{*((-1))} \quad (6)$$

زیرنویس 0 در معادلات نشان‌دهنده پیکره‌بندی میانی است. تانسور نرخ انبساط D و تانسور چرخش W ، به ترتیب، به‌عنوان بخش

کم آمده است. مزیت استفاده از معادله (۱) این است که سهم خود سخت‌شوندگی و سخت‌شوندگی پنهان به‌طور مستقیم در محاسبات در نظر گرفته می‌شود. نتایج این مطالعه با نتایج پژوهش سرنلی و همکاران [۶۰] و نیز نتایج آزمایشگاهی گزارش شده برای آلومینیوم مقایسه شده است. آلیاژ آلومینیوم در مدل سرنلی دارای محتوای تراکم نابجایی بالایی است. هنگامی که تراکم نابجایی بالا است، سهم جنگل نابجایی‌ها نسبت به تنش برشی اعمال‌شده و سخت شدن حال پیچ به‌وضوح بیشتر است، همان‌طور که توسط لارنفتو و پوخیل [۶۱] نشان داده شده است. اثرات جنگل نابجایی در بخش سوم معادله (۱) محاسبه می‌شود. باید توجه داشت که شناسایی درست اجزاء ماتریس Ω ، برای محدوده تجربی چگالی نابجایی‌ها، چالش اصلی برای مدل‌سازی سخت شدن کرنش در بلوره است. اجزای این ماتریس را می‌توان با استفاده از دینامیک نابجایی گسسته محاسبه کرد [۶۲]. در این تحقیق از مقادیر گزارش‌شده توسط آرسنلیس و پارکس [۶۳] برای آلومینیوم استفاده شده است.

از سوی دیگر واضح است که چگالی نابجایی‌ها در حین تغییر شکل تغییر می‌کند. برای پیش‌بینی تغییرات چگالی نابجایی‌ها نیز نظریه‌های گوناگونی وجود دارد و این تئوری‌ها روابط متفاوتی را برای تغییر چگالی نابجایی‌ها ارائه کرده‌اند. درواقع دانشمندان مواد اغلب سخت شدن را به دلیل انباشت نابجایی توصیف می‌کنند. با استفاده از مدل کوک [۲۴]، مقاومت به لغزش، ζ ، فرض می‌شود که از طریق رابطه (۲) به تراکم نابجایی کل وابسته است:

$$\zeta = \zeta(\rho) \quad (2)$$

رابطه بالا در حقیقت وابستگی مقاومت به لغزش را تنها به متغیر چگالی نابجایی‌ها محدود می‌کند و انباشت نابجایی در هنگام لغزش پلاستیک، با توجه به یک معادله دیفرانسیل معمولی، تکامل می‌یابد. معادله‌ای که می‌تواند به شکل زیر بازنویسی شود:

$$\frac{d\rho}{dt} = |\dot{\gamma}|(k_s\sqrt{\rho} - k_r\rho) \quad (3)$$

$$\frac{d\rho}{d\varepsilon} D = |\dot{\gamma}_0|(k_s\sqrt{\rho} - k_r\rho), D = \left(\frac{d\varepsilon}{dt}\right)$$

در این رابطه، $\dot{\gamma}$ ، نیز جز پارامترهای وابسته به زمان است اما به این دلیل که تابع ریاضی مشخص وابستگی به زمان این متغیر در دست

1 Dislocation Storage
 2 Dynamic Recovery

حالت با استفاده از رابطه (۱۴)، گرادیان سرعت کل در لغزش

چندگانه محاسبه می‌شود:

$$L_0^p = F^p F^{p-1} = \sum_{\alpha} L_0^{p\alpha} = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha} S_0^{\alpha} S_0^{\alpha} = s_0^{\alpha} \otimes m_0^{\alpha} \quad (15)$$

$$s^{\alpha} = F^* s_0^{\alpha} \quad (16)$$

در رابطه (۱۲)، N ، تعداد سامانه‌های لغزش و S_0^{α} ، تانسور اشمید

سیستم α ، در پیکره‌بندی اصلی است. برای حفظ تعامد m^{α} بر صفحه لغزش، رابطه (۱۷) ارائه گردیده است [۳]:

$$m^{\alpha} = m_0^{\alpha} F^{*-1} \quad (17)$$

چرخش صلب شبکه بلوره‌ای باعث چرخش سامانه‌های لغزش

می‌شود. بردار جهت لغزش را می‌توان توسط F^* ، از پیکره‌بندی مرجع s_0^{α} ، به پیکره‌بندی کنونی s^{α} ، منتقل نمود.

با استفاده از روابط (۸)، (۱۵)، (۱۶) و (۱۷) نتیجه می‌شود:

$$L^p = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha} S^{\alpha} \quad (18)$$

S^{α} ، تانسور اشمید در پیکره‌بندی کنونی است. با استفاده از

روابط (۱۰) و (۱۸) تانسورهای نرخ انبساط پلاستیک و چرخش پلاستیک در پیکره‌بندی کنونی به دست می‌آید:

$$D^p = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha} P^{\alpha} \quad (19)$$

$$W^p = \sum_{\alpha} \dot{\gamma}^{\alpha} Q^{\alpha} \quad (20)$$

$$P^{\alpha} = \text{sym}(S^{\alpha}), Q^{\alpha} = \text{skw}(S^{\alpha}), \quad (21)$$

تانسورهای P^{α} و Q^{α} ، به ترتیب، بخش متقارن و پادمتقارن

تانسور اشمید S^{α} ، هستند. معادله ساختاری الاستیک یک تک‌بلوره در کرنش‌های بزرگ به شکل رابطه (۲۲) توسط هیل و رایس ارائه

متقارن و پادمتقارن تانسور L تعریف می‌گردند:

می‌توان تانسورهای D و W را به دو بخش الاستیک D^* و W^* و پلاستیک D^p و W^p تجزیه کرد. طبق رابطه (۷):

$$L^* = (F^*) F^{*(-1)} \quad (7)$$

اگر γ^{α} ، لغزش نسبی دو صفحه از سیستم لغزش α که به فاصله واحد از هم واقع شده‌اند، باشد، با فرض وجود تک‌لغزش در سیستم α ، رابطه (۸) ارتباط بین گرادیان تغییر شکل پلاستیک ناشی از لغزش سیستم α ، $F^{p\alpha}$ و γ^{α} را بیان می‌کند:

$$L^p = F^* F^p F^{(p-1)} F^{*(-1)} = F^* L_0^p F^{*(-1)} \quad (8)$$

$$L = D + W \quad (9)$$

$$D = \text{sym}(L), W = \text{skw}(L)$$

$$D = D^* + D^p, W = W^* + W^p \quad (10)$$

$$W^* = \text{skw}(L^*), W^p = \text{skw}(L^p)$$

$$D^* = \text{sym}(L^*), D^p = \text{sym}(L^p)$$

$$F^{p\alpha} = I + \gamma^{\alpha} (s_0^{\alpha} \otimes m_0^{\alpha}) \quad (11)$$

در رابطه (۱۱)، I ، ماتریس واحد، \otimes ، ضرب دایادیک دو بردار متعامد s_0^{α} و m_0^{α} و این بردارها به ترتیب، بردارهای یکه در امتداد صفحه لغزش و عمود بر صفحه لغزش سیستم α در پیکره‌بندی مرجع می‌باشند. از آنجاکه ارتباط گرادیان تغییر شکل پلاستیک کل با کرنش برشی γ^{α} ، در حالت کلی (لغزش چندگانه) قابل بیان نیست. تانسور گرادیان سرعت پلاستیک، برای استفاده در روابط به صورت تابعی از نرخ لغزش $\dot{\gamma}^{\alpha}$ ، محاسبه می‌گردد. با فرض تک‌لغزش و با استفاده از رابطه (۱۱) می‌توان نوشت:

$$\dot{F}^{p\alpha} = \dot{\gamma}^{\alpha} (s_0^{\alpha} \otimes m_0^{\alpha}) \quad (12)$$

$$F^{p\alpha-1} = I - \gamma^{\alpha} (s_0^{\alpha} \otimes m_0^{\alpha}) \quad (13)$$

آنگاه معادله (۱۴) به دست می‌آید:

$$L_0^{p\alpha} = \dot{F}^{p\alpha} F^{p\alpha-1} = \dot{\gamma}^{\alpha} (s_0^{\alpha} \otimes m_0^{\alpha}) \quad (14)$$

شد:

۲-۲- مدل کار سختی پیشنهادی بر مبنای چگالی نابجایی‌ها

برای بررسی مدل‌های کار سختی، لازم است که پاسخ آن‌ها در شبیه‌سازی فرآیندهای پلاستیک با نتایج تجربی مقایسه گردد. از آنجاکه حل تحلیلی برای معادلات ارائه شده وجود ندارد، از روش‌های عددی استفاده شده است. در این پژوهش با توجه به ماهیت تغییر شکل ورق تحت کشش دوماحوره می‌توان با تقریب خوبی از تغییر مقدار چگالی نابجایی‌های هندسی صرف‌نظر کرد، بنابراین چگالی نابجایی‌های هندسی ثابت فرض شده‌اند. در حقیقت به این دلیل که منشأ کار سختی همسانگرد، نابجایی‌های آماری و دلیل سخت شدن سینماتیک، نابجایی‌های ضروری هندسی است، در شرایط سخت‌شوندگی همسانگرد می‌توان از نابجایی‌های ضروری هندسی صرف‌نظر نمود. در این پژوهش با معرفی روشی که مقاومت لغزش در آن بر مبنای چگالی نابجایی‌هاست، ابتدا با فرض وجود رابطه خطی میان نمو‌های تنش، کرنش و متغیرهای حالت (مانند مقاومت برشی سامانه‌های لغزش)، معادلات نموی خطی حل شده و سپس معادلات نموی غیرخطی توسط روش نیوتن رافسون با حدس اولیه به دست آمده از روش خطی، محاسبه شده‌اند.

۲-۳- حل خطی

در این بخش فلوچارت حل کلی مسئله در شکل ۱ ارائه شده است. بخش محاسبات تنش‌ها نیز شامل الگوریتم دیگری است که در این فلوچارت از ترسیم آن صرف‌نظر شده است. نمو کرنش در سیستم α و رابطه میان‌یابی خطی برای تعیین آن، در بازه زمانی Δt ، مطابق روابط (۲۷) و (۲۸) تعریف می‌گردند:

$$\Delta \gamma^\alpha = \gamma_{t+\Delta t}^\alpha - \gamma_{t}^\alpha \quad (27)$$

$$\Delta \gamma^\alpha = \left\{ (1-\theta) \dot{\gamma}_t^\alpha + \theta \dot{\gamma}_{t+\Delta t}^\alpha \right\} \Delta t \quad (28)$$

در روابط (۲۷) و (۲۸) زیرنویس t نشان‌دهنده زمان و پارامتر $0 \leq \theta \leq 1$ است. انتخاب مقدار $0.5 \leq \theta \leq 1$ در مرجع [۶۶] توصیه شده است. مطابق رابطه (۲۳) نرخ، وابسته به تنش برشی و مقاومت برشی در سیستم لغزش α است. بنابراین، با استفاده از بسط تیلور می‌توان نوشت:

$${}^o\sigma^* + \sigma(I : D^*) = l : D^* \quad (22)$$

در رابطه (۲۲)، l ، تانسور مرتبه چهارم مدول الاستیسیته و ${}^o\sigma^*$ ، نرخ جاومان^۱ تنش کوشی نسبت به دستگاه متصل به شبکه بلوره است.

$${}^o\sigma^* = \dot{\sigma} - W^* \sigma + \sigma W^* \quad (23)$$

فرض می‌شود که رابطه (۲۳) در یک فرآیند الاستوپلاستیک برقرار باشد و از آنجاکه تنش کوشی در دستگاه متصل به ماده بیان می‌گردد، ارتباط بین نرخ جاومان تنش کوشی نسبت به دستگاه‌های متصل به شبکه ${}^o\sigma^*$ و متصل به ماده ${}^o\sigma$ به کمک رابطه (۲۴) بیان می‌شود:

$${}^o\sigma^* = {}^o\sigma + W^p \sigma - \sigma W^p \quad (24)$$

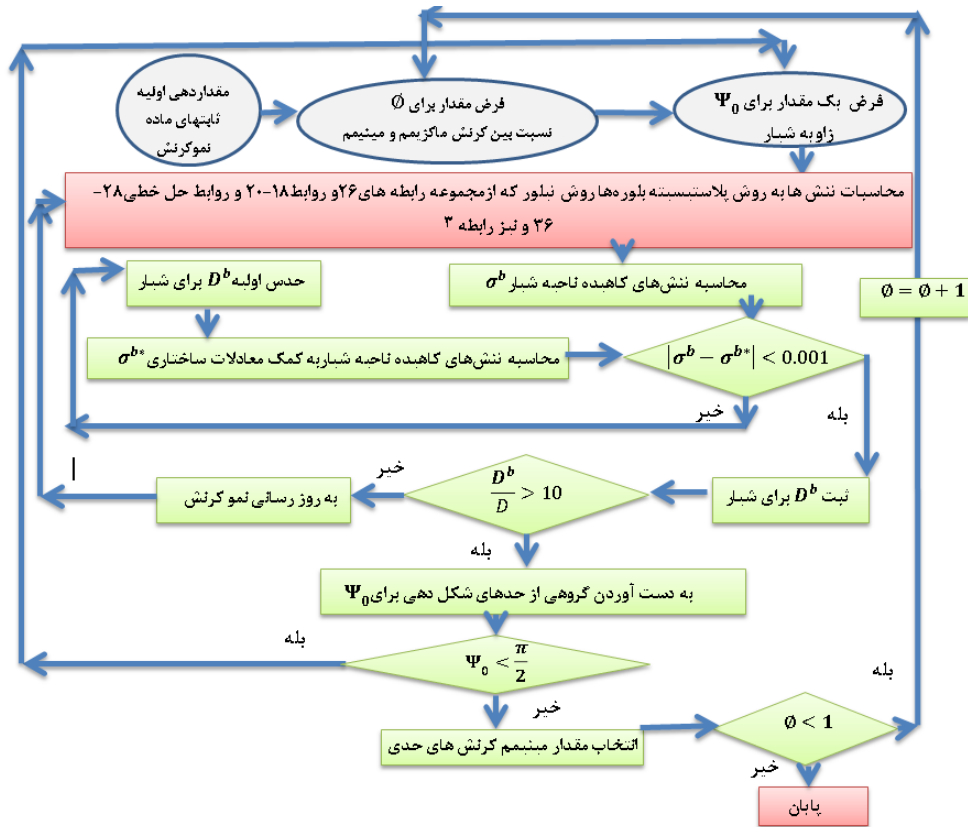
با تعریف $J = \det F$ ، تنش اشمید در سیستم لغزش α از رابطه (۲۵) محاسبه می‌شود:

$$\tau^\alpha = J \sigma : S^\alpha \quad (25)$$

آسارو و نیدلمن [۶۵] برای حل مشکل غیریکتا بودن پاسخ روش مستقل از نرخ در لغزش‌های چندگانه، روش وابسته به نرخ را به صورت رابطه (۲۶) ارائه نمودند.

$$\dot{\gamma}^\alpha = \dot{\gamma}_0 \left| \frac{\tau^\alpha}{\tau_{cr}^\alpha} \right|^{\frac{1}{m}} \text{sign}(\tau^\alpha) \quad (26)$$

ثابت‌های $\dot{\gamma}_0$ و $1/m$ به ترتیب نرخ لغزش مرجع و پارامتر حساسیت نرخ هستند. اگر $1/m$ به سمت صفر میل کند، مدل مستقل از نرخ خواهد شد.



شکل ۱- فلوجارت کلی حل مدل ارائه شده در این پژوهش
 Fig. 1. General solving flowchart of the proposed model in this research

در نهایت، معادله برای مقادیر مختلف τ_{cr} به دست می آید و با قرار دادن این پاسخ می توان معادله (۱) را به روزرسانی کرد.

$$\tau^\alpha = \tau_0^\alpha + \tau_{HP}^\alpha + \lambda \mu b \sqrt{\Omega^{\beta\alpha} \left(\frac{\chi}{\phi} + C e^{-\frac{\delta t}{2}} \right)^2} \quad (31)$$

$$\Delta \tau^\alpha = \left(\eta_{ijkl} P_{kl}^\alpha + Q_{ik}^\alpha \sigma_{ik} + Q_{ik}^\alpha \sigma_{ik} \right) \left(\Delta \varepsilon_{ij} - \sum_{\beta=1}^N P_{ij}^\beta \Delta \gamma^\beta \right) \quad (32)$$

با جاگذاری نتایج به دست آمده از روابط (۱) و (۳) و (۳۲) در رابطه (۲۹)، دستگاه معادلات خطی، برای محاسبه نمو کرنش های برشی با کمک نمو کرنش اعمال شده، به دست می آید:

$$\sum_{\beta=1}^N \left\{ \delta^{\alpha\beta} + \theta \Delta t \frac{\partial \dot{\gamma}^\alpha}{\partial \tau^\alpha} (\eta_{ijkl} P_{kl}^\alpha + Q_{ik}^\alpha \sigma_{ik} + Q_{ik}^\alpha \sigma_{ik}) - \theta \Delta t \frac{\partial \dot{\gamma}^\alpha}{\partial \tau_{cr}^\alpha} h^{\alpha\beta} \text{sign}(\dot{\gamma}_t^\beta) \right\} \Delta \gamma^\beta = \dot{\gamma}_t^\alpha \Delta t + \theta \Delta t \frac{\partial \dot{\gamma}^\alpha}{\partial \tau^\alpha} (\eta_{ijkl} P_{kl}^\alpha + Q_{ik}^\alpha \sigma_{ik} + Q_{ik}^\alpha \sigma_{ik}) \Delta \varepsilon_{ij} \quad (33)$$

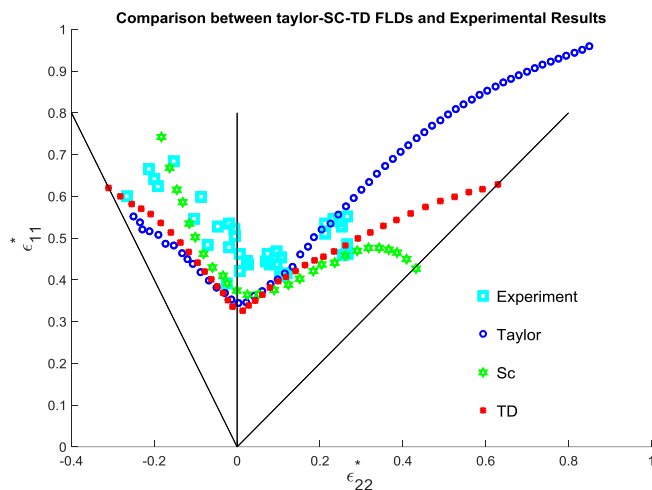
$$\Delta \dot{\gamma}^\alpha = \left(\dot{\gamma}_t^\alpha + \frac{\partial \dot{\gamma}^\alpha}{\partial \tau^\alpha} \Delta \tau^\alpha + \frac{\partial \dot{\gamma}^\alpha}{\partial \tau_{cr}^\alpha} \Delta \tau_{cr}^\alpha \right) \Delta t \quad (29)$$

در این تحقیق با توجه به معادله (۱) در تغییرات مقاومت برشی اندازه دانه ها، اندازه بردار برگرز و ماتریس برهمکنش در حین تغییر شکل ثابت فرض شده است؛ بنابراین چگالی نابجایی ها تنها عامل باقیمانده ای است که در تغییر مقاومت برشی مؤثر است. تغییرات چگالی با حل معادله (۳) که یک معادله دیفرانسیل معمولی غیرخطی برنولی است، به شکل زیر به دست می آید:

$$\rho = \left(\frac{\chi}{\phi} + C e^{-\frac{\delta t}{2}} \right)^2 \quad (30)$$

که در آن $\phi = |\dot{\gamma}| k_r$ ، $\chi = |\dot{\gamma}| k_s$ و ثابت C با توجه به مقدار اولیه ρ ، تعیین می شود. مقدار اولیه چگالی نابجایی ها برای همه نمودارها به جز مواردی که تغییرات چگالی ذکر شده است، 10^{-7} cm^{-2} است.

شکل ۲ قابل مشاهده است. در تمام نمودارها روش پیشنهادی این کار با نماد TD^2 مشخص شده است. در شکل ۲ حدود شکل دهی برای شرایط مشخصی از ماده $h_0 = 1000 \text{ MPa}$ و $1/m = 0.2$ مشاهده می شود. نتایج تجربی نقاط گلوبی شدن، با علامت مربع در نمودار نمایش داده شده است. همان گونه که در شکل دیده می شود، نتایج تجربی در نیمه سمت چپ نمودار به وسیله روش اخیر و روش تیلور بهتر پیش بینی شده است و روش خودسازگار در این ناحیه قادر نبوده نتایج درستی ارائه نماید. این در حالی است که در نیمه سمت راست نمودار حد شکل دهی، نتایج روش خودسازگار به نتایج آزمایش های تجربی نزدیک تر است و همچنین منحنی روش جدید تیلور- نابعجایی^۳ به نمودار روش خودسازگار نسبت به روش تیلور نزدیک تر است که به معنای افزایش دقت پیش بینی روش مورد استفاده در کار اخیر نسبت به روش تیلور است. در حقیقت، روش اخیر بهبود قابل توجهی در پیش بینی های مدل تیلور ایجاد کرده است و از نظر هزینه محاسباتی خیلی کم هزینه تر از روش خودسازگار است. هرچند به دلیل ساده سازی های صورت گرفته از جمله حذف تأثیر چگالی نابعجایی های لازم هندسی، کم بودن تعداد دانه ها، ثابت در نظر گرفتن اندازه دانه ها در طول تغییر شکل، در نظر نگرفتن تحول بافت ماده در حین تغییر شکل و نیز ضعف مدل تیلور در پیش بینی رفتار چند بلوره ها، نتایج از مقدار تجربی فاصله گرفته است ولی نمودارهای تیلور- نابعجایی در مقایسه با دو روش تیلور و خودسازگار و نتایج تجربی، قابل قبول است.



شکل ۲. مقایسه نمودارهای حد شکل دهی حاصل از روش تیلور، روش خودسازگار سرنلی و همکاران و روش تیلور بر مبنای نابعجایی ها

Fig. 2. Comparison between the forming limit diagrams obtained by Taylor model, the self-consistent Serenelli et al. method and Taylor method based on dislocation

- 2 Taylor-Dislocation(TD)
- 3 Taylor-Dislocation

کار سختی تک بلوره های مکعبی با مرکز وجوه پر، در روش پلاستیسیته بلوره ای با استفاده از روابط (۱۰)، (۱۹)، (۲۰)، (۲۲) و (۲۵) نمو تنش برشی، برحسب نموهای کرنش و کرنش برشی مشخص می شود.

$$\Delta\sigma_{ij} = \eta_{ijkl}\Delta\varepsilon_{kl} - \sigma_{ij}\Delta\varepsilon_{kk} - \sum_{\alpha=1}^N (\eta_{ijkl}P_{kl}^{\alpha} + Q_{ik}^{\alpha}\sigma_{ik} + Q_{ik}^{\alpha}\sigma_{ik})\Delta\gamma^{\alpha} \quad (34)$$

چرخش سامانه های لغزش شبکه بلوره در حین تغییر شکل پلاستیک، سبب تغییر جهت بردار جهت های لغزش و عمود بر صفحه های لغزش می شود. این تغییر جهت باید در هر نمو در نظر گرفته شود. تغییرات جهت لغزش سیستم α و بردار عمود بر صفحه لغزش آن سیستم را می توان با استفاده از روابط (۱۶) و (۱۷) محاسبه نمود.

$$\Delta s_i^{\alpha} = \left(\Delta\varepsilon_{ij} + W_{ij}\Delta t - \sum_{\beta=1}^N S_{ij}^{\beta}\Delta\gamma^{\beta} \right) s_j^{\alpha} \quad (35)$$

$$\Delta m_i^{\alpha} = - \left(\Delta\varepsilon_{ji} + W_{ji}\Delta t - \sum_{\beta=1}^N S_{ji}^{\beta}\Delta\gamma^{\beta} \right) m_j^{\alpha} \quad (36)$$

۳- بحث و بررسی داده ها

با توجه به فرض هایی که برای رسم نمودار حد شکل دهی برای مواد با بلوره های مکعبی با مرکز وجوه پر صورت گرفت، الگوریتم حل نسبتاً طولانی خواهد شد. اساس یا بخش اصلی این الگوریتم مربوط به حل دستگاه های معادلات غیرخطی مربوط به هر دانه است. مجموعه ۶۵ دانه ای از بلوره ها (دانه ها)، با یک توزیع تصادفی در نظر گرفته شده است که نمودار قطبی^۱ مربوط به آن در شکل ۷ قابل مشاهده است. تفاوت روند حل فعلی با روندهای قبلی در استفاده از دو تئوری مربوط به مقاومت لغزش بر اساس چگالی کل نابعجایی ها و دیگری تئوری مربوط به تغییرات چگالی نابعجایی های آماری است. در اینجا از تغییرات چگالی نابعجایی های هندسی صرف نظر شده است. برای اعتبار سازی حل، نتایج با نتایج تجربی و روش تیلور و روش خودسازگار سرنلی و همکاران [۶۰]، مقایسه شده است. نتایج در

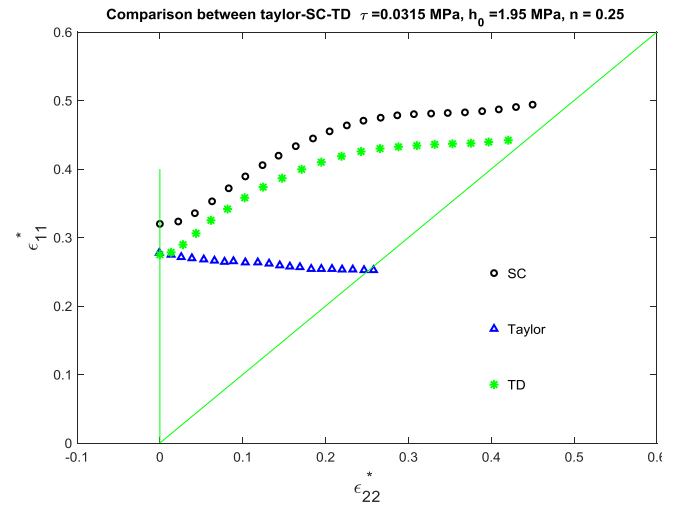
1 Pole Figure

است. شکل ۴ نتایج حد شکل‌دهی را برای شرایط دیگری از ماده نشان می‌دهد. در این شکل نیز نتایج تجربی AA5182-O با علامت مربع مشخص شده است. در سمت چپ این نمودار نتایج روش تیلور-نابجایی نسبت به دو روش دیگر به نتایج آزمایش نزدیک‌تر است. روش خودسازگار علی‌رغم دقت بیشتر در موارد متعدد پیش‌بینی نمودارهای حد شکل‌دهی که همراه با تغییر بافت ماده نیز بوده‌اند، در ناحیه سمت چپ این مثال، محل گلویی را به‌درستی پیش‌بینی نمی‌کند؛ اما روش حاضر پیش‌بینی دقیق‌تری دارد.

در شکل ۵، با تغییر چگالی اولیه نابجایی‌ها، نمودارهای حد شکل‌دهی تغییر می‌کنند. همان‌طور که پیش‌بینی می‌شد با افزایش چگالی اولیه ماده نمودار حد شکل‌دهی به سمت بالا جابجا می‌شود. هرچند نتایج سمت چپ منحنی تغییر چندانی نشان نمی‌دهد و نمودارها تقریباً منطبق هستند اما روند کلی نشان‌گر افزایش شکل‌پذیری ماده است.

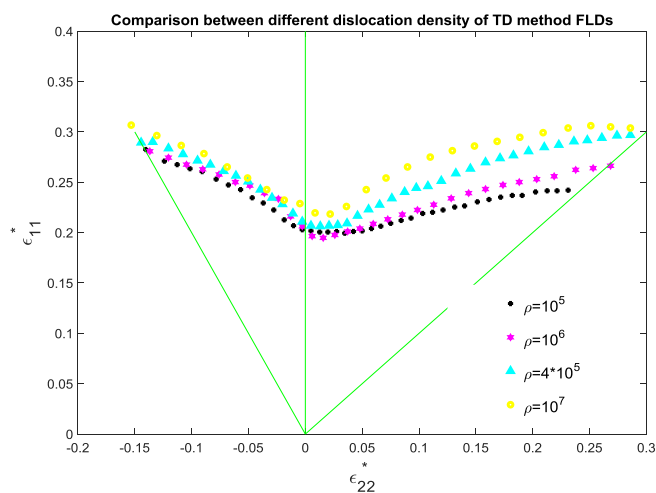
در شکل ۶، نحوه اثرگذاری چگالی نابجایی‌ها با تغییر مقادیر از 10^7 cm^{-2} در روش تیلور-نابجایی، قابل مشاهده است. با توجه به این‌که چگالی نابجایی صفر معادل روش تیلور است رفته‌رفته با افزایش مقدار چگالی نمودارهای حد شکل‌دهی به نمودار حقیقی نزدیک می‌شوند که در این حالت چگالی اولیه 10^7 cm^{-2} است. از سوی دیگر این نمودار نشان‌دهنده افزایش قابلیت شکل‌پذیری ورق با افزایش چگالی نابجایی‌ها است.

همان‌گونه که در شکل ۹ دیده می‌شود، تعداد دانه‌ها به‌شدت



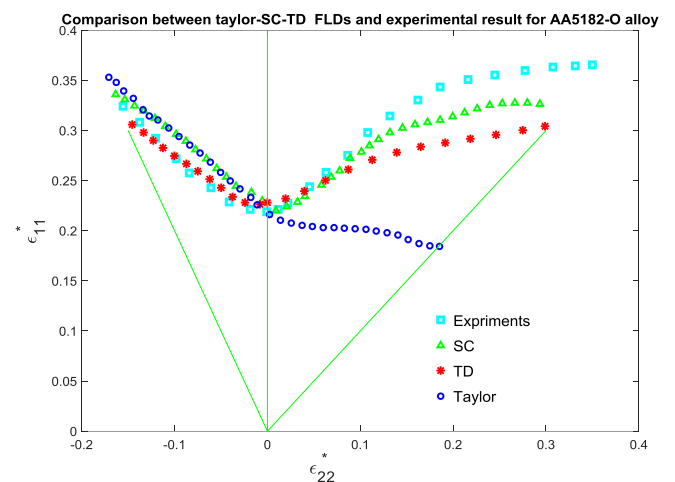
شکل ۳. مقایسه نتایج حاصل از روش تیلور و خودسازگار و روش تیلور-نابجایی
Fig. 3. Comparison of Taylor and Self-consistent results and TD Method

در شکل ۳ با توجه به این‌که فقط نتایج سمت راست تئوری تیلور و روش خودسازگار به‌طور هم‌زمان در دسترس بود، برای شرایط مشخص ماده $\tau_{sc} = 0.315$ ، $h_0 = 95$ و $n = 250$ نمودارها رسم شده‌اند. در این حالت نیز نمودار حد شکل‌دهی روش تیلور-نابجایی به نتایج خودسازگار و در نتیجه به نتایج حقیقی نزدیک‌تر است. برای محاسبه نمودار حد شکل‌دهی، مقدار پارامتر نقص اولیه، f_0 ، نمی‌تواند به راحتی با اندازه‌گیری‌های تجربی ارتباط داشته باشد. با سعی و خطا ضرایب نقص $f_0 = 960$ و $f_0 = 965$ برای رویکردهای مارشینیاک-کوزینسکی - خودسازگار و اسکوپلاستیک، مارشینیاک-کوزینسکی - تیلور و مارشینیاک-کوزینسکی - تیلور-نابجایی در نظر گرفته شده



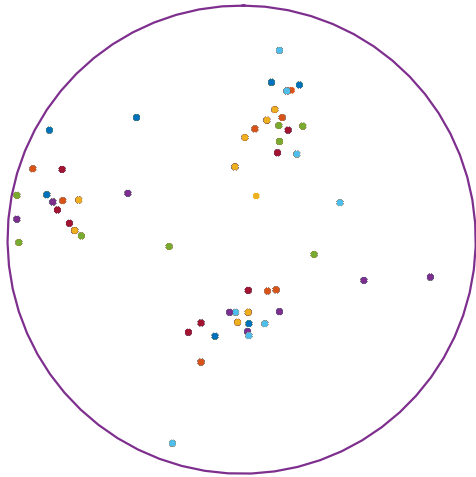
شکل ۵. مقایسه تغییرات چگالی اولیه روی نمودار حد شکل‌دهی روش تیلور-نابجایی

Fig. 5. Comparison of initial density variations on the TD forming limit diagram

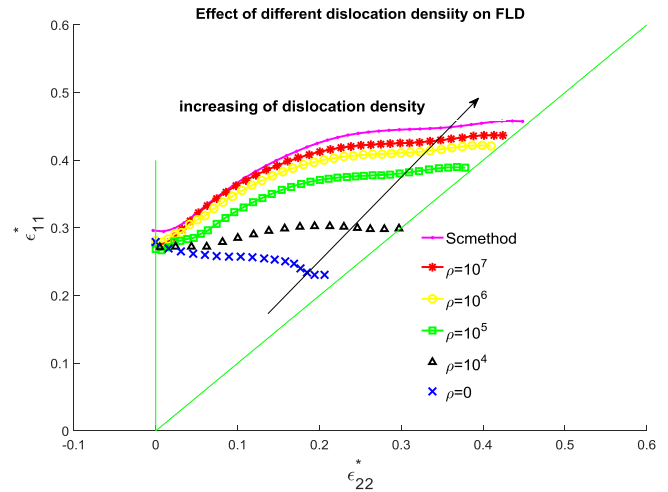


شکل ۴. مقایسه نمودارهای حد شکل‌دهی به‌دست آمده از روش تیلور و خودسازگار و روش پیشنهادی کار اخیر در مقایسه با نتایج تجربی

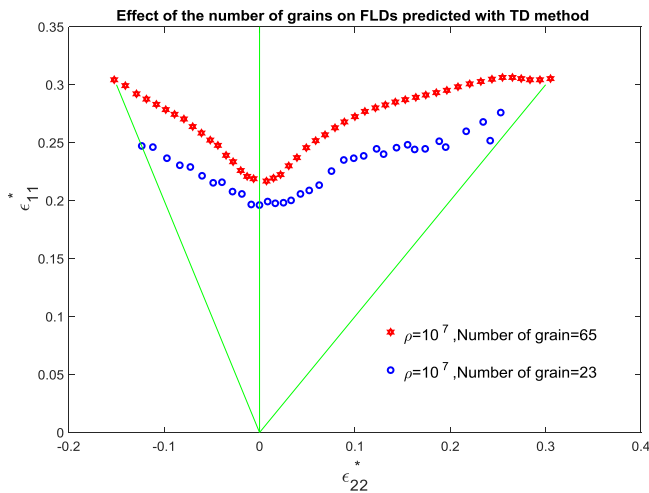
Fig. 4. Comparison of forming limit diagrams obtained by self-consistent method, Taylor method and proposed method with the experimental results



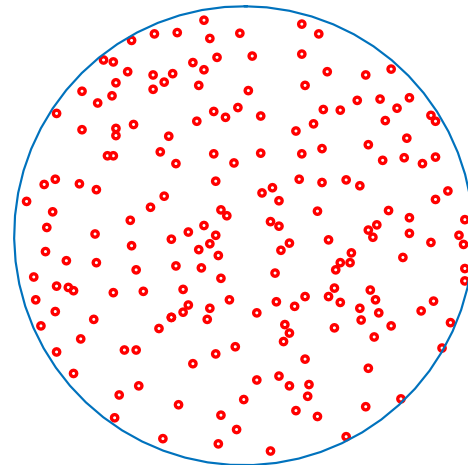
شکل ۸. نمودار قطبی {۱۰۰} بافت انتخاب شده برای روش پیشنهادی تعداد دانه‌ها ۲۳ عدد انتخاب شده است
Fig. 8. Pole figure of {100} selected texture related to the proposed method the number of grains is 23



شکل ۶. نحوه تأثیر مقدار چگالی نابجایی‌ها بر پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی
Fig. 6. Effect of the amount of dislocation density on the prediction of forming limit curve



شکل ۹. نحوه تأثیر انتخاب تعداد دانه‌ها بر نتایج پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی روش تیلور-نابجایی
Fig. 9. Effect of selecting the number of seeds on the results of predicting the forming limit of the TD method



شکل ۷. نمودار قطبی {۱۰۰} بافت انتخاب شده برای روش پیشنهادی تعداد دانه‌ها ۶۵ عدد انتخاب شده است
Fig. 7. Pole figure of {100} selected texture related to the proposed method the number of grains is 65

از روش مارشینیاک-کوزینسکی با تحلیل چندبلوری تیلور و اثر نابجایی‌ها و تغییرات آن در حین تغییر شکل ارائه شده است. با کمک این مدل که با تیلور-نابجایی نشان داده شده است، نمودارهای حد شکل‌دهی آلومینیوم پیش‌بینی شده است. با مقایسه نتایج به‌دست آمده پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی با نتایج تجربی و نتایج روش تیلور و روش خودسازگار نتایج زیر به‌دست آمده است:

- روش تیلور-نابجایی که با در نظر گرفتن اثر چگالی نابجایی‌های آماری سعی در بهبود روش تیلور برای پیش‌بینی رفتار چندبلوره‌ها دارد، به‌طور قابل توجهی نتایج روش تیلور را بهبود داده است.
- می‌توان به این نکته اشاره کرد که سمت چپ نمودار حد

روی نمودار حد شکل‌دهی تأثیر دارد. شکل ۹، نمودار حد شکل‌دهی روش تیلور-نابجایی در دو حالت انتخاب تعداد دانه‌های کمتر، یعنی، ۲۳ دانه که نمودار قطبی آن‌ها مطابق شکل ۸ است با تعداد دانه‌های بیشتر، یعنی، ۶۵ دانه که جهت‌گیری‌های تصادفی آن در نمودار قطبی شکل ۷ نشان داده شده را مقایسه می‌کند. این نمودار نشان‌دهنده افزایش دقت با تعداد دانه‌های بیشتر و توزیع جهت‌گیری دانه‌ای یکنواخت‌تر است.

۴- نتیجه‌گیری

در این مقاله، برای پیش‌بینی نمودار حد شکل‌دهی مدلی ترکیبی

تلفیق روش‌های خطی پیش‌بینی حدود شکل‌دهی مانند نظریه هیل و معیار دوشاخه‌ای شدن با در نظر گرفتن اثر نابعجایی‌ها اشاره کرد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

بردار برگرز، nm	b
. تانسور نرخ انبساط، $1/s$	D
اندازه تجربی دانه، m	d_g
گرادیان تغییر شکل کل، بدون واحد	F
تغییر شکل پلاستیک، بدون واحد	F^P
انبساط الاستیک و چرخش شبکه، بدون واحد	F^*
ثابت سخت‌شوندگی اولیه مدل تیلور و خودسازگار، MPa	h_0
ماتریس واحد	I
ثابت ماده بازیابی پویا، $1/m$	k_r
ثابت ماده نشان‌دهنده ذخیره‌سازی نابعجایی	k_s
گرادیان سرعت کل، $1/s$	L
بخش الاستیک گرادیان سرعت کل، $1/s$	L^*
بخش پلاستیک گرادیان سرعت کل، $1/s$	L^P
بردار یکه عمود بر جهت لغزش بدون واحد	m^α
حساسیت نرخ کرنش، بدون واحد	$1/m$
تعداد سامانه‌های لغزش، بدون واحد	N
بخش متقارن تانسور اشمید، بدون واحد	P^α
بخش پادمقارن تانسور اشمید، بدون واحد	Q^α
بخش متقارن تانسور اشمید، بدون واحد	P^α
تانسور اشمید، بدون واحد	S^α
بردار یکه جهت لغزش بدون واحد	s^α
تانسور چرخش، $1/s$	W

علائم یونانی

نرخ لغزش مرجع، $1/s$	$\dot{\gamma}_0$
کرنش برشی بدون واحد	γ^α
نرخ کرنش برشی، $1/s$	$\dot{\gamma}^\alpha$
تانسور کرنش، بدون واحد	ε_{ij}
تابع مقاومت لغزش، MPa	ζ
تانسور مرتبه چهارم الاستیسیته، m/N^2	η
ضریب ثابت، $1/s$	ϕ
ضریب ثابت، $1/s$	χ
تانسور مرتبه چهارم الاستیسیته، m/N^2	η
مدول برش، MPa	μ
تراکم نابعجایی متحرک، $1/cm^2$	ρ_m^β
تراکم نابعجایی ثابت، $1/cm^2$	ρ_i^β

شکل‌دهی توسط روش تیلور بهتر از روش خودسازگار پیش‌بینی می‌شود. چون روش تیلور-نابعجایی، با در نظر گرفتن چگالی نابعجایی‌ها روش تیلور را چه در سمت راست و چه در سمت چپ نمودار بهبود داده است. در نتیجه، سمت چپ نمودارها بسیار به نتایج تجربی نزدیک شده است. سمت راست نمودارها نیز با اختلاف به نمودارهای خودسازگار نزدیک شده‌اند.

• با توجه به کم بودن تعداد دانه‌های در نظر گرفته شده و همچنین در دسترس نبودن مقدار حقیقی چگالی نابعجایی‌های ورق مورد مطالعه و با صرف نظر کردن از تغییر بافت ورق حین تغییر شکل، می‌توان نتیجه گرفت اگر روش تیلور با رویکرد چگالی نابعجایی‌ها مورد استفاده قرار گیرد، به نتایج حاصل از آزمایش نزدیک‌تر خواهد شد. با توجه به این‌که روش تیلور از نظر هزینه محاسباتی از روش خودسازگار بهینه‌تر است، این روش می‌تواند دستاورد قابل توجهی باشد. هر چند در کار اخیر به دلیل محدودیت‌هایی برای ضرایب مربوط به ماده بلوره‌ای خاص ساده‌سازی‌هایی صورت گرفته و اثر نابعجایی‌های لازم هندسی و تغییرات آن چشم‌پوشی شده است ولی با تمام این فرض‌ها، نتایج قابل قبول است.

• دو مورد از نمودارها اثر افزایش چگالی را مورد بررسی قرار داده‌اند که هر دو حاکی از افزایش چشمگیر قابلیت شکل‌دهی ورق هستند که بر اساس مکانیسم اثرگذاری نابعجایی‌ها روی تغییر شکل پلاستیک نیز قابل پیش‌بینی بود.

• نتیجه دیگر اثر تعداد دانه‌ها و جهت‌گیری اولیه دانه‌ها بر نمودارها کاملاً مشخص است با افزایش تعداد دانه‌ها و افزایش تعداد جهت‌گیری دانه‌ها دقت نتایج افزایش می‌یابد.

• از آنجایی که یکی از دلایل فاصله گرفتن نمودارها از نمودارهای تجربی ضعف روش تیلور برای مدل‌سازی چندبلوره‌هاست، استفاده از روش‌های دقیق‌تری مانند روش خودسازگار که برهمکنش بین دانه‌ها را در نظر می‌گیرند و ترکیب آن با مدل‌هایی که اثر تراکم نابعجایی را هم لحاظ می‌کنند، مانند روش ارائه شده در این مقاله می‌توان به نتایج بهتری دست یافت.

• یکی دیگر از مواردی که می‌تواند کار اخیر را بهبود دهد، در نظر گرفتن اثر چگالی نابعجایی‌های هندسی است که از این طریق می‌توان اثر اندازه را در حل مسئله لحاظ کرد.

• همچنین برای انجام کارهای جدید در این زمینه می‌توان به

- [4] R. Peirce, R.J. Asaro, A. Needleman, An analysis of nonuniform and localized deformation in ductile single crystals, *Acta Metallurgica*, 30(6) (1982) 1087-1119.
- [5] R.J. Asaro, *Micromechanics of crystals and polycrystals*, in: *Advances In Applied Mechanics*, Elsevier, 1983, pp. 1-115.
- [6] T.Y. Wu, J.L. Bassani, C. Laird, Latent hardening in single crystals-I. Theory and experiments, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 435 (1991) 1-19.
- [7] J.L. Bassani, T.Y. Wu, Latent hardening in single crystals. II. Analytical characterization and predictions, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 435(1893) (1991) 21-41.
- [8] S.R. Kalidindi, C.A. Bronkhorst, L. Anand, Crystallographic texture evolution in bulk deformation processing of FCC metals, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 40(3) (1992) 537-569.
- [9] J. Friedel, CXXX. On the linear work hardening mate of face-centred cubic single crystals, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 46(382) (1955) 1169-1186.
- [10] A. Seeger, CXXXII. The generation of lattice defects by moving dislocations, and its application to the temperature dependence of the flow-stress of FCC crystals, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 46(382) (1955) 1194-1217.
- [11] A. Seeger, J. Diehl, S. Mader, H. Rebstock, Work-hardening and work-softening of face-centred cubic metal crystals *Philosophical Magazine*, 2(5) (1957) 323-350.
- [12] P. Hirsch, T. Mitchell, Stage II work hardening in crystals, *Canadian Journal of Physics*, 45(2) (1967) 663-706.
- [13] F.R.N. Nabarro, Work hardening and dynamical

تراکم نابجایی کل، $1/cm^2$	ρ^{β}
نرخ جاومان تنش کوشی نسبت به دستگاه‌های متصل به شبکه، MPa	$^{\circ}\sigma^*$
نرخ جاومان تنش کوشی نسبت به دستگاه‌های متصل به ماده، MPa	$^{\circ}\sigma$
تانسور کرنش، بدون واحد	ϵ_{ij}
تانسور تنش، MPa	σ_{ij}
مقاومت برشی، MPa	τ_{cr}^{α}
ضریب ثابت، $1/s$	ϕ
ضریب ثابت، $1/s$	χ
ثابت معادله هال پیچ، $MPa.m^{1/2}$	ψ^{α}
ماتریس تعامل، بدون واحد	$\Omega^{\alpha\beta}$
	زیرنویس
حال پیچ	Hp
نماد جایگشت	i, j, k, l
دانه	g
زمان s	t
پیکره‌بندی میانی	0
	بالانویس
نرخ زمانی متغیرها	$o, .$
حالت الاستیک	$*$
شمارنده سیستم لغزش	α, β
حالت پلاستیک	P

منابع

- [1] W. Lee, Y. Chen, Simulation of micro-indentation hardness of FCC single crystals by mechanism-based strain gradient crystal plasticity, *International Journal of Plasticity*, 26(10) (2010) 1527-1540.
- [2] G.I. Taylor, The mechanism of plastic deformation of crystals. Part I-Theoretical, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 145(855) (1934) 326-387.
- [3] K.S. Havner, A.H. Shalaby, A simple mathematical theory of finite distortional latent hardening in single crystals, *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 358(1692) (1977) 47-70.

- iron single crystal with mechanism-based continuum dislocation dynamics, *International Journal of Plasticity*, 52 (2014) 3-17.
- [25] K.M. Davoudi, L. Nicola, J.J. Vlassak, Bauschinger effect in thin metal films: Discrete dislocation dynamics study, *Journal of Applied Physics* 115(1) (2014).
- [26] A. Roos, J.T.D. Hosson, E.V.d. Giessen, High-speed dislocations in high strain-rate deformations, *Computational Materials Science* 20(1) (2001) 19-27.
- [27] D. Gómez-García, B. Devincre, L.P. Kubin, Dislocation patterns and the similitude principle: 2.5 D mesoscale simulations, *Physical review letters*, 96(12) (2006).
- [28] P.J. Guruprasad, A.A. Benzerga, Size effects under homogeneous deformation of single crystals: a discrete dislocation analysis, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 56(1) (2008) 132-156.
- [29] R. Madec, B. Devincre, L.P. Kubin, From dislocation junctions to forest hardening, *Physical review letters*, 89(25) (2002) 255508.
- [30] R. Kumar, L. Nicola, E.V.d. Giessen, Density of grain boundaries and plasticity size effects: A discrete dislocation dynamics study, *Materials Science and Engineering*, 527(1-2) (2009) 7-15.
- [31] E. Van der Giessen, Discrete Dislocation Plasticity Analysis of Cracks and Fracture, in: *Multiscale Modelling of Plasticity and Fracture by Means of Dislocation Mechanics*, Springer, 2010, pp. 185-212.
- [32] A. Vattré, B. Devincre, F. Feyel, R. Gatti, S. Groh, O. Jamond, A. Roos, Modelling crystal plasticity by 3D dislocation dynamics and the finite element method: the discrete-continuous model revisited, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 63 (2014) 491–505.
- [33] L. P. Kubin and G. Canova, The modelling of dislocation patterns, *Scr. Metall. Mater.* 27(8) (1992) 957–962
- [34] M. Sauzay and L. P. Kubin, Scaling laws for recovery of FCC metals in multiple glide, *Acta metallurgica*, 37(6) (1989) 1521-1546.
- [14] D.K. Wilsdorf, The theory of dislocation-based crystal plasticity, *Philosophical Magazine A*, 79(4) (1999) 955-1008.
- [15] K.M. Davoudi, J.J. Vlassak, Dislocation evolution during plastic deformation: Equations vs. discrete dislocation dynamics study, *Journal of Applied Physics* 123(8) (2018).
- [16] H. Mecking, U.F. Kocks, Kinetics of flow and strain-hardening, *Acta Metallurgica* 29(11) (1981) 1865-1875.
- [17] Y. Estrin, H. Mecking, A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one-parameter models, *Acta metallurgica*, 32(1) (1984) 57-70.
- [18] Y. Estrin, Dislocation-density-related constitutive modeling, *Unified constitutive laws of plastic deformation*, 1 (1996) 69-106.
- [19] P.D. Ispánovity, I. Groma, G. Györgyi, F.F. Csikor, D. Weygand, Submicron plasticity: yield stress, dislocation avalanches, and velocity distribution, *Physical review letters*, 105(8) (2010) 085503.
- [20] P.D. Ispánovity, Á. Hegyi, I. Groma, G. Györgyi, K. Ratter, D. Weygand, Average yielding and weakest link statistics in micron-scale plasticity, *Acta Materialia*, 61(16) (2013) 6234-6245.
- [21] K.M. Davoudi, L. Nicola, J.J. Vlassak, Dislocation climb in two-dimensional discrete dislocation dynamics, *Journal of Applied Physics* 111(10) (2012).
- [22] S.S. Shishvan, L. Nicola, E. Van der Giessen, Bauschinger effect in unpassivated freestanding thin films, *Journal of Applied Physics*, 107(9) (2010) 093529.
- [23] K. Danas, V.S. Deshpande, Plane-strain discrete dislocation plasticity with climb-assisted glide motion of dislocations, *Modelling Simul. Mater. Science and Engineering*, 21(4) (2013).
- [24] D. Li, H. Zbib, X. Sun, M. Khaleel, Predicting plastic flow and irradiation hardening of

- digital environment, *Strojnicki Vestnik*, 51(6) (2005) 330-345.
- [46] T. Pepelnjak, A. Petek, K. Kuzman, *Analyses of the forming limit diagram in digital environment*, Trans Tech Publications, 2005.
- [47] A. Zajkani, A. Bandizaki, An efficient model for diffuse to localized necking transition in rate-dependent bifurcation analysis of metallic sheets, *International Journal of Mechanical Sciences*, 133 (2017) 794-803.
- [48] A. Zajkani, A. Bandizaki, A path-dependent necking instability analysis of the thin substrate composite plates considering nonlinear reinforced layer effects, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 95(1-4) (2018) 759-774.
- [49] M.B. Bettaieb, F. Abed-Meraim, Investigation of localized necking in substrate-supported metal layers: comparison of bifurcation and imperfection analyses, *International Journal of Plasticity*, 65 (2015) 168-190.
- [50] V. Tvergaard, K.L. Nielsen, Relations between a micro-mechanical model and a damage model for ductile failure in shear, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 58(9) (2010) 1243-1252.
- [51] Z. Marciniak, K. Kuczyński, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, *International Journal of Mechanical Sciences*, 9(9) (1967) 609-620.
- [52] T. Ohashi, M. Kawamukai, H.M. Zbib, A multiscale approach for modeling scale-dependent yield stress in polycrystalline metals, *International Journal of Plasticity*, 23(5) (2007) 897-914.
- [53] N. Hansen, Hall–Petch relation and boundary strengthening, *Scripta Materialia*, 51(8) (2004) 801–806.
- [54] M.J. Serenelli, M.A. Bertinetti, J.W. Signorelli, Study of limit strains for FCC and BCC sheet metal using polycrystal plasticity, *International Journal of Solids and Structures*, 48(7-8) (2011) 1109–1119.
- dislocation microstructures in monotonic and cyclic deformation of fcc metals, *Progress in Materials Science* 56(6), (2011) 725–784.
- [35] M. Hillert and J. Ågren, Extremum principles for irreversible processes, *Acta Mater.* 54(8), (2006) 2063–2066.
- [36] U. F. Kocks, A. S. Argon, and M. F. Ashby, *Thermodynamics and Kinetics of Slip* (Pergamon Press Ltd., 1975)
- [37] H. Mecking and U. F. Kocks, Kinetics of flow and strain-hardening, *Acta Metall.* 29, (1981) 1865–1875.
- [38] Y. Estrin and H. Mecking, A unified phenomenological description of work hardening and creep based on one-parameter models, *Acta Metall.* 32(I), (1984) 57–70.
- [39] D. Walgraef and E. C. Aifantis, On the formation and stability of dislocation patterns -I: One-dimensional considerations, *International Journal of Engineering Science.* 23, (1985) 1351–1358.
- [40] H.A. Askari, A continuum dislocation dynamics framework for plasticity of polycrystalline materials, 2014.
- [41] A. Acharya, J.L. Bassani, On non-local flow theories that preserve the classical structure of incremental boundary value problems, in: *IUTAM Symposium on Micromechanics of Plasticity and Damage of Multiphase Materials*, Springer, Dordrecht, 1996, pp. 3-9.
- [42] C.S.Han, et al., Mechanism-based strain gradient crystal plasticity. II. Analysis. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 53)2005b(1204–1222
- [43] R.T. Hill, On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 1(1) (1952) 19-30.
- [44] S. Stören, J.R. Rice, Localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 23(6) (1975) 421-441.
- [45] A. Petek, T. Pepelnjak, An improved method for determining a forming limit diagram in the

- slip, *physica status solidi (a)*, 32(1) (1975) 227-232.
- [61] A. Alankar, L.N. Mastorakos, D.P. Field, H.M. Zbib, Determination of dislocation interaction strengths using discrete dislocation dynamics of curved dislocations, *Journal of engineering materials and technology*, 134(2) (2012).
- [62] F. Lavrentev, The type of dislocation interaction as the factor determining work hardening, *Materials Science and Engineering*, 46(2) (1980) 191-208.
- [63] E. Nes, K. Marthinsen, Y. Brechet, On the mechanisms of dynamic recovery, *Scripta Materialia* 47(9) (2002) 607–611.
- [64] R. Hill, J.R. Rice, Constitutive analysis of elastic-plastic crystals at arbitrary strain, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 20(6) (1972) 401-413.
- [65] Y. Huang, A user-material subroutine incorporating single crystal plasticity in the ABAQUS finite element program, Harvard University, Cambridge, 1991.
- [55] R.E. Reed-Hill, and W.D. Robertson, Pyramidal slip in magnesium. *Transaction of Metallurgical Soc.. AIME*, 212(1958).
- [56] I. Robertson, , The effect of hydrogen on dislocation dynamics. *Engineering fracture mechanics*, 68(6) (2001)671-692
- [57] B.C. Wonsiewicz, and W.A. Backofen, Independent slip systems and ductility of hexagonal polycrystals. *Transaction of Metallurgical Soc. AIME*, 239, (1967)1422-1433.
- [58] H.Yoshinaga, and R.Horiuchi, Deformation mechanisms in magnesium single crystals compressed in the direction parallel to hexagonal axis. *Transactions of the Japan Institute of Metals*, 4(1) (1963)1-8.
- [59] T.Obara, H., Yoshinga, and S.Morozumi, $\text{Æ-1-123\text{æ}}$ slip system in magnesium. *Acta Metall*, 21 (1973).845-853.
- [60] F. Lavrentev, Y.A. Pokhil, Effect of „Forest” Dislocations in the $\{11-22\}\langle 11-23\rangle$ system on hardening in Mg single crystals under basal

