

شبیه‌سازی و تحلیل عددی سه‌بعدی تولید آنتروپی محلی و آگزرژی تخریبی در پره استاتور یک توربین‌گاز نمونه

محسن سروشان، حمید پرهیزکار*، جاماسب پیرکندی

مجتمع دانشگاهی هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷-۱۲-۱۲
بازنگری: ۱۳۹۸-۰۲-۱۳
پذیرش: ۱۳۹۸-۰۳-۲۶
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۴-۰۵

کلمات کلیدی:

پره استاتور توربین آزمایشگاهی
تولید آنتروپی محلی
قانون دوم ترمودینامیک
آگزرژی تخریبی
شبیه‌سازی عددی سه بعدی

خلاصه: آنتروپی به عنوان یک پارامتر کلیدی، محدودیت تئوری عملکرد و کیفیت بسیاری از کاربردهای مهندسی را فراهم آورده است. در این پژوهش تحلیل سه‌بعدی تولید آنتروپی، تولید آنتروپی محلی و آگزرژی تخریبی پره استاتور توربین به کمک کدنویسی توابع فلوننت صورت گرفته‌است. نوآوری کار حاضر محاسبه نرخ آگزرژی تخریبی پره سه‌بعدی توربین به کمک نرم‌افزار فلوننت است. برای پیش‌بینی مناسب چسبندگی مؤثر و هدایت حرارتی مؤثر از مدل $k-\omega(SST)$ و اسپالارت آلماراس استفاده شده‌است. به علت حساسیت به انحنای نوک پره و جریان‌های ویک، مدل $k-\omega(SST)$ متوسط تولید آنتروپی را حدود ۸۵ درصد بیشتر از مدل اسپالارت آلماراس به دست آورده‌است. آنتروپی تولیدی محلی با توجه به مقیاس صورت گرفته از ریشه تا نوک پره افزایش یافته‌است. اختلاف مقادیر تولید آنتروپی محلی با قانون دوم ترمودینامیک برای مدل‌های $k-\omega(SST)$ و اسپالارت آلماراس به ترتیب $4/7$ و $10/2$ درصد است. ضرایب توربولانس تقریبی به کمک تابع کاربری ساده در نرم‌افزار فلوننت کدنویسی شده که باعث افزایش تولید آنتروپی محلی حدود ۱۳۰ درصد شده است. مدل $k-\omega(SST)$ مقدار آگزرژی تخریبی یک طبقه توربین را (طبق قضیه گویا-استودلا) ۱۰۹۸ کیلو وات محاسبه کرده که به علت مقیاس در نظر گرفته شده ۴ برابر حالت دوبعدی است. مقادیر تولید آنتروپی محلی محاسبه شده در مقایسه با پره‌ی استاتور توربین مقاله معتبر اعتبارسنجی شده‌است که تطابق قابل قبولی دارد.

۱- مقدمه

محلی جریان بوده و در نگاه کلی قابل تشخیص نیست. دانش آنتروپی

تولیدی محلی در هر نقطه از کانال توربوماشین‌ها ابزار مفیدی از منابع مختلف مهم بازگشت‌ناپذیر را در فرآیند نشان می‌دهد [۲].

آنتروپی تولیدی محلی یک نقشه طراحی^۲ در اختیار طراح قرار می‌دهد تا اصلاحات لازم بر روی سیستم را به نحو مطلوب انجام دهد. توربین‌گازی دارای بخش‌های مختلفی شامل کمپرسور، محفظه احتراق و توربین است که قسمت‌های توربوماشینی مانند توربین و کمپرسور هسته‌ی اصلی توربین‌گاز هستند. افزایش بازده و عملکرد توربوماشین‌ها به عنوان هسته‌ی موتور تأثیر قابل ملاحظه‌ای در عملکرد کلی موتور دارد.

هروینگ و کوک [۳] در سال ۲۰۰۳ میلادی به تحلیل تولید آنتروپی محلی در جریان برشی توربولانس با دیدگاه نقش دیواره^۳ در رینولدزهای بالا پرداختند. نقش دیواره به صورت دو بعدی با رینولدز

آنتروپی به عنوان یک پارامتر کلیدی برای به دست آوردن عوامل محدودکننده عملکردی در بسیاری از سیستم‌های مهندسی کاربرد دارد. آنتروپی به همراه آگزرژی توانسته زاوایای جدیدی از فرآیندهای مختلف جریان را روشن کند. آنتروپی یک خاصیت مفید بوده و در تحلیل وسایل صنعتی از دید قانون دوم ترمودینامیک به عنوان ابزاری با ارزش به کار می‌رود. آنتروپی را به عنوان معیاری برای بی‌نظمی مولکولی (کاتورگی مولکولی) می‌توان در نظر گرفت. وقتی سیستمی بی‌نظم می‌شود، وضعیت مولکول‌ها کمتر قابل پیش‌بینی بوده و آنتروپی افزایش می‌یابد [۱]. محاسبه نرخ تولید آنتروپی در کانال‌های توربوماشین‌ها مستقیماً به دما و سرعت بستگی دارد. آنتروپی تولیدی کلی مرتبط با بازده ردیف پره‌ها (کسکید^۱) است در حالی که وابستگی آنتروپی تولیدی کلی به مقادیر آنتروپی تولیدی

2 Design map
3 Wall function

1 Cascade

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: hparhiz@mut.ac.ir



بالا در یک لوله حرارتی با مدل $k-\varepsilon$ انجام شد و نتایج آن‌ها نشان داد مقدار بیشینه تولید آنتروپی نزدیک به دیواره رخ داده است که با نتایج تجربی هم‌خوانی داشت. هایاشیبارا [۴] در سال ۲۰۰۳ میلادی به تحلیل تلفات از دیدگاه تولید آنتروپی محلی برای پره کمپرسور محوری ناکا ۰۰۶۵ در حالت دو بعدی توسط نرم‌افزار فلونت پراخته است. تمرکز این رساله بر اندازه‌گیری سرعت و تأثیر آن بر تولید آنتروپی قرار دارد. تحقیقات وی نشان داد که محاسبات نرم‌افزار فلونت علاوه بر مدل آزمایشگاهی با نتایج تجربی منتشر شده دانشگاه لیمارک برای پره‌ی ناکا سری ۰۰۶۵ تطابق مناسبی دارد. آلابی و لادیند [۵] در سال ۲۰۰۶ میلادی به تحلیل آنتروپی تولیدی بر روی بدنه و بال هواپیمای ۷۴۷ در حالت لزج و غیر لزج سه بعدی در نرم‌افزار ایروفلو پراخته‌اند. نتایج آن‌ها نشان داد که تولید آنتروپی به واسطه توربولانس زیاد است و ترم آنتروپی تولیدی چسبندگی نسبت به آنتروپی تولیدی حرارتی بیشتر است. همچنین به طور مختصر در ارتباط با بهینه‌سازی طراحی برای بدنه و بال هواپیما از نظر تولید آنتروپی بحث شده است.

یانگر [۶] در سال ۲۰۰۷ میلادی به طراحی دو بعدی و سه بعدی کمپرسور محوری پرداخت. در این تحقیق به پارامترهای مختلفی در یک طبقه از کمپرسور از جمله انحنای پره، ضخامت پره، لقی مجاز بین پره و دیواره کمپرسور، ضریب اثرگذاری گردابه‌های روتور، بازده یک طبقه آدیاباتیک و مواردی از این دست اشاره شده است. بررسی‌های وی نشان داد که آنتروپی تولیدی ناشی از گردابه‌های نوک پره مقدار زیادی داشته و همچنین لایه مرزی نزدیک پوسته کمپرسور و نزدیک لبه‌ی فرار روتور نیز به دلیل برهم‌کنش شوک و گردابه جدایش دارد که این مسئله باعث ازدیاد آنتروپی تولیدی شده است. یاندولی و همکاران [۷] در سال ۲۰۰۸ میلادی به تحلیل آنتروپی تولیدی محلی پره استاتور دو بعدی با خنک‌کاری، پره روتور دو بعدی با خنک‌کاری، پره استاتور سه بعدی بدون خنک‌کاری، پره روتور سه بعدی با خنک‌کاری و پره روتور یک نانو کمپرسور گریز از مرکز با نرم‌افزار فلونت پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که تولید آنتروپی چسبندگی در لبه حمله پره (نقطه ایستایی) و در لبه فرار آن (جریان گردابه‌ای) افزایش داشته و همچنین تولید آنتروپی حرارتی در لایه مرزی بیشینه بوده است.

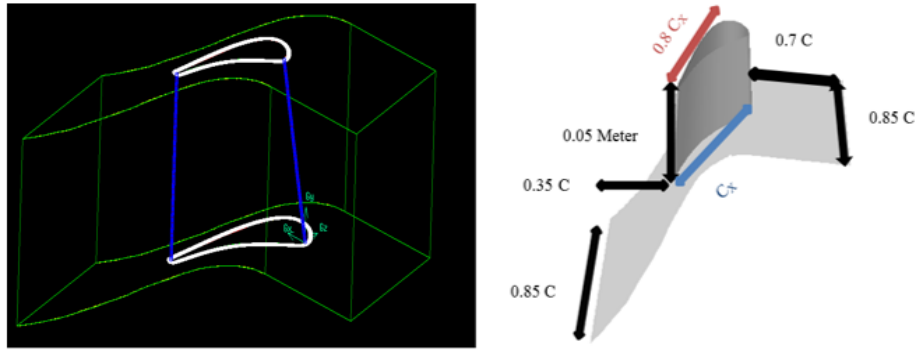
لکزبان و سلطان مددی [۸] در سال ۲۰۱۶ میلادی به بررسی تولید آنتروپی و بازده قانون اول در یک پره سه بعدی توربین چاه هم‌دم با نرم‌افزار فلونت پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که جدایش لایه مرزی باعث افزایش تولید آنتروپی شده است و نقاطی که در آن‌ها تولید آنتروپی بیشینه است، بازده قانون اول در کمینه خود قرار دارد. یان جین و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۷ میلادی به شبیه‌سازی بازگشت‌ناپذیری کمپرسور محوری در حالت سه بعدی توسط نرم‌افزار اوپن‌فوم پرداختند و تأثیر زاویه نصب پره بر روی بازگشت‌ناپذیری‌ها مدنظر قرار دادند. نتایج آن‌ها نشان داد که افزایش زاویه نصب پره کمپرسور مقدار تولید آنتروپی افزایش داشته و بهینه‌ترین زاویه نصب پره کمپرسور برای بهبود عملکرد زاویه ۲ درجه است. وانگ و همکاران [۱۰] در سال ۲۰۱۸ میلادی به بررسی پسای ایرفویل ناکا ۰۰۱۲ در جریان لزج دو بعدی با زاویه حمله‌های مختلف از دیدگاه تولید آنتروپی پرداختند. از طریق معادله مومنتم پسای ایرفویل به تولید آنتروپی مرتبط شده و دقت الگوریتم حل از شبیه‌سازی توزیع ضریب فشار و درگ در رینولدز و زاویه حمله‌های مختلف ایرفویل صحت‌سنجی شده است. نتایج آن‌ها نشان داد نرخ تولید آنتروپی با ضریب درگ می‌تواند به صورت معادلات خطی مرتبط باشد که این موضوع نشان داد پسای کلی از طریق مکانیزم‌های فیزیکی تلفات انرژی به تولید آنتروپی وابسته است.

در پژوهش حاضر به شبیه‌سازی تولید آنتروپی محلی و انرژی تخریبی یک پره استاتور توربین (پره راهنمای نازل) آزمایشگاهی سه بعدی ترانسونیک و تراکم‌پذیر پرداخته شده است. پره انتخاب شده ایرفویل پره VKI-LS ۸۹ است و ارتفاع آن برابر با پره توربین ترانسونیک برایت یورام^۲ در نظر گرفته شده و از ریشه تا نوک پره ۰/۸ مقیاس‌بندی^۳ شده است. تولید آنتروپی محلی به دو بخش آنتروپی تولیدی چسبندگی و آنتروپی تولیدی حرارتی تقسیم شده و با دو مدل توربولانس با دقت گسسته‌سازی ثانویه و در حالت پایا سیستم تحلیل شده است. نوآوری پژوهش حاضر تحلیل و محاسبه نرخ انرژی تخریبی به کمک نرم‌افزار فلونت بوده که این مهم توسط ابزار کدنویسی در نرم‌افزار انجام شده است. اهمیت این کار در این است که ترسیم کانتورهای تولید آنتروپی چسبندگی، حرارتی، عدد بجان و انرژی تخریبی، نقشه‌ی دقیق مهندسی با ذکر جزئیات دما

2 BRITE EURAM

3 Scale

1 Tolerance



شکل ۱: شماتیک سه بعدی پروفیل پره
Fig. 1. 3D-Blade profile schematic

جدول ۱: مشخصات هندسی پره استاتور

Table 1. Geometric characteristics of stator vane

میلی‌متر	وتر	c
۶۷/۶۴۷	وتر محوری	c_x
۳۸/۸۰۱	زاویه برخورد	γ
۵۵ درجه	گام / وتر	g/c
۰/۸۵	شعاع لبه حمله / وتر	r_{LE}/c
۰/۰۶۱	شعاع لبه فرار / وتر	r_{TE}/c
۰/۰۱۰۵		

پره متناسب با پره استاتور توربین ترانسونیک برایت یورام موسسه ون کارمن است [۱۲]. از ریشه تا نوک پره (ارتفاع پره) ۰۵/۰ متر است و ایرفویل پره به اندازه ۸/۰ از ریشه تا نوک پره مقیاس‌بندی شده است (پره باریک شده) [۱۳].

تست‌های انجام شده روی پره در محدوده دمای ورودی کل $(T_{i1} = 420\text{K})$ ، عدد ماخ آیزنتروپیک در خروجی پره (۱/۱ تا ۷/۰) $(M_{i2} = 2.0 \text{ تا } 5.0)$ ، عدد رینولدز $(Re_{is} = 200000 \text{ تا } 500000)$ و شدت توربولانس (۱ تا ۶٪) $(T_{t2} = 1 \text{ تا } 6\%)$ است. اطلاعات به دست آمده حداقل ۲ مرتبه در تجهیزات VKI CT-۲ موسسه ون کارمن آزمایش شده است. این تجهیزات دارای سه قسمت اصلی سیلندر، بخش تست و تانک دامپ می‌باشد. پروفیل سه بعدی پره و اندازه سطح کنترل آن (مرزهای اطراف پره) در شکل ۱ مشخص شده است. نقاط پروفیل پره استاتور از مقاله موسسه ون کارمن گرفته شده است [۱۰].

۳- شبکه‌بندی

شبکه‌بندی بر روی پره به صورت غیرسازمان‌یافته چهاروجهی بوده و در نرم‌افزار گمبیت با ۲۲۴۷۵۰۷ سلول و ۹۳۵۶۸۵ گره که

و سرعت به طراحان می‌دهد تا بتواند تحلیل جزئی و مناسبی از رفتار جریان در اطراف پره سه بعدی داشته باشند. تحلیل سه بعدی باعث می‌شود تلفات لایه مرزی ناشی از چسبندگی در ناحیه‌ی هاب و دیواره غلاف پره (شروود) با دقت مناسب محاسبه شود و اثرات سه بعدی آنها مشخص شود. بدین ترتیب اطلاعات مناسبی به طراح برای مشاهده نقاط آغازین شروع تخریب انرژی در هندسه داده می‌شود که می‌تواند از این اطلاعات برای اصلاح مناطق جریان تخریب شده استفاده نماید.

۲- هندسه

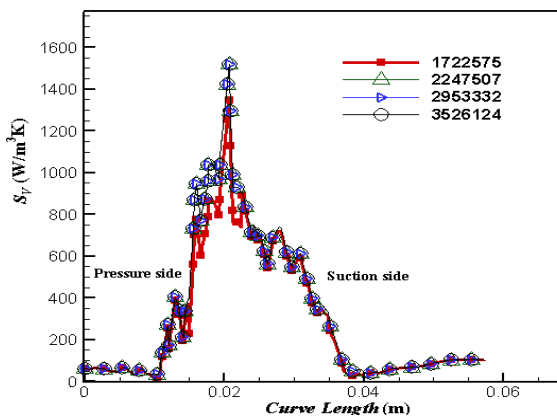
ایرفویل پره استاتور انتخاب شده در این تحقیق یک پره راهنمای نازل (خروجی محفظه احتراق) متعلق به موسسه ون کارمن است که VKI-LS ۸۹ نام دارد. ایرفویل پره VKI-LS یک ایرفویل پره آبرو - ترمودینامیکی بوده که مقدار عدد ماخ، عدد رینولدز و دمای گاز روی دیواره به صورت متداول در موتورهای هوایی مدرن دیده شده است. مشخصات هندسی ایرفویل پره در جدول ۱ نمایش داده شده است [۱۱].

هندسه سه بعدی بدون پیچش در نظر گرفته شده و ارتفاع

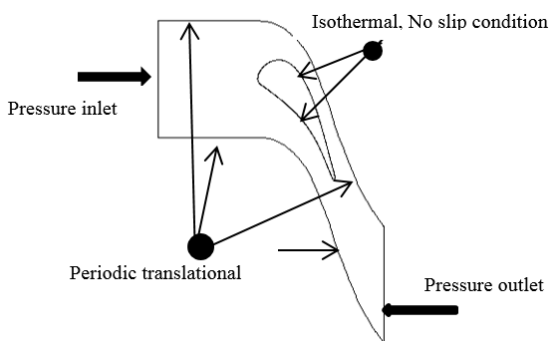
۴- شرایط مرزی

برای انجام تحلیل محاسبات بر روی پره، شرایط مرزی متفاوتی وجود دارد. همچنان که اشاره شد مقادیر وسیعی از جریانات سیال بر روی پره VKI-LS۸۹ از حالت زیرصوت تا ترانسونیک وجود دارد. دو مورد از شرایط به نام MUR ۱۲۹ و MUR ۲۳۵ شرایطی نزدیک به حالت واقعی عملکرد یک توربین را دارا می‌باشد [۱۴].

اطلاعات شرایط مرزی جریان و شرایط مرجع از تست MUR ۲۳۵ در حالت ترانسونیک طبق جدول ۲ می‌باشد. مرزهای جانبی به عنوان پریودیک ترنسلیشنال و دیواره‌های فشاری و مکشی پره بدون لغزش بوده و از سرعت‌های مماسی صرفنظر شده است. در ورودی و خروجی سطح معیار از شرط مرزی فشار ورودی و خروجی استفاده شده و شدت توربولانس ورودی ۶ درصد لحاظ شده است. شماتیک از شرایط مرزی حالت دو بعدی در شکل ۵ نشان داده شده است.



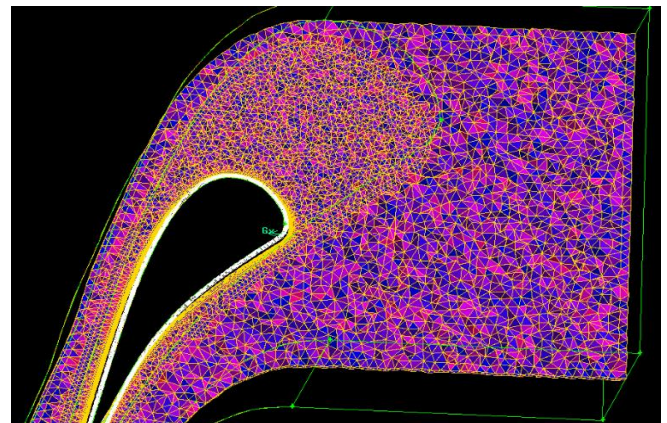
شکل ۴: پارامتر آنتروپی تولیدی چسبندگی بر روی خط مبنا
Fig. 4. The parameter of the viscous entropy generation on the reference line



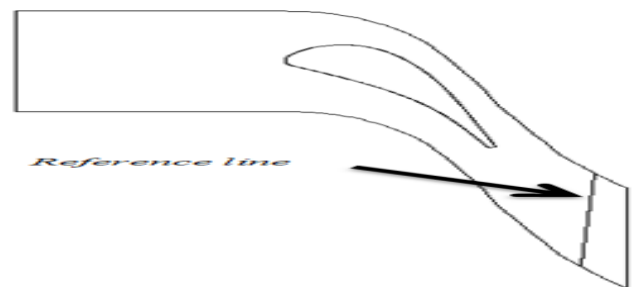
شکل ۵: شماتیک شرایط مرزی پره
Fig. 5. Blade boundary condition schematic

دارای ۳۰۰ نقطه بر روی قسمت مکشی و فشاری پره قرار دارد، ایجاد شده است. برای تحلیل مناسب جریان اطراف پره یک حجم جداگانه مش ریز در نظر گرفته شده است. برای بهبود کیفیت مش از مش سازمان یافته بر روی سطح مکشی و فشار پره استفاده شده است. تعداد لایه مرزی ۲۰ عدد است که فاصله اولین لایه ۰/۰۰۰۰۲ متر و نرخ رشد لایه مرزی ۱/۱ قرار داده شده است. تعداد سلول‌های لایه مرزی اطراف پره ۱۵۰۰۰ سلول است. در شکل ۲ شماتیک شبکه بندی پره سه بعدی استاتور نمایش داده شده است.

برای بررسی استقلال نتایج حل از تعداد سلول‌های شبکه، از خط مرجع شکل ۳ در صفحه میانی پره VKI-LS ۸۹ (صفحه ۵۰ درصد) استفاده شده و مقادیر آنتروپی تولیدی چسبندگی پره روی این خط در شکل ۴ ترسیم شده است. با توجه به تعداد سلول‌های مختلف مش زده شده در شکل ۴، انتخاب تعداد سلول‌های ۲۲۴۷۵۰۷ برای حل این مسئله قابل قبول می‌باشد.



شکل ۲: شماتیک شبکه بندی سه بعدی پره
Fig. 2. 3D-Blade grid schematic



شکل ۳: خط مبنا
Fig. 3. Reference line

$$\rho \frac{De}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(-q_j - \sum_k h_k j_{k,j} \right) - \quad (3)$$

$$p \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \tau_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + Q$$

در معادله (۱) چگالی، ρ اجزای سرعت کارترین است. در معادله (۲) اجزای نیروهای بدنه و τ_{ij} تانسور تنش برشی چسبندگی و p فشار است. در معادله (۳) انرژی داخلی مخصوص، q_j فلاکس حرارتی، h_k آنتالپی مخصوص و Q تولید انرژی داخلی است که بوسیله حرارت داخلی یا تشعشع بوجود آمده است. معادله تانسور تنش برشی چسبندگی در معادله (۴) معرفی شده است [۱۶].

$$\tau_{ij} = \mu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij} \quad (4)$$

در معادله (۴) δ_{ij} به دلتای کرونیگر معروف است. معادله تلفات چسبندگی ϕ در مختصات کارترین سه بعدی، در غیاب واکنش شیمیایی و تغییر فاز در معادله (۵) نشان داده شده است [۱۷]. ترم آخر معادله (۵) زمانی که مسئله تراکم‌پذیر باشد در نظر گرفته می‌شود.

$$\phi = 2\mu \left\{ \begin{aligned} & \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right) \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 \\ & + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

در این مقاله از ترم‌های چشمه $S_{\phi k}$ که مرتبط با نیروهای بدنه و نیروی گرانش بوده، صرف نظر شده است [۱۸]. معادله انتقالی آنتروپی در معادله (۶) تعریف شده است [۱۹].

$$\rho \frac{Ds}{Dt} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{k}{T} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) + \frac{k}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\phi}{T} \quad (6)$$

در معادله (۶) چگالی، ρ آنتروپی مخصوص، k هدایت حرارتی، T دما و ϕ تلفات چسبندگی است. مقدار تولید آنتروپی محلی به دو بخش آنتروپی تولیدی حرارتی و آنتروپی تولیدی چسبندگی در حالت معادله انتقال تقسیم شده و طبق معادلات (۷) و (۸) تعریف شده است.

در شرایط سه بعدی مرزهای بالا و پایین پره دیوار در نظر گرفته شده و انتقال حرارتی به خارج مرز وجود ندارد (آدیاباتیک). دیواره‌های آدیاباتیک پره سه بعدی در شکل ۶ نشان داده شده است. از مدلسازی محصولات احتراق صرف نظر شده و سیال عامل هوا فرض شده است. تمام خواص فیزیکی هوا به جز چگالی ثابت در نظر گرفته شده است. مقدار ضریب گرمای ویژه برای هوا در فشار ثابت و چسبندگی دینامیکی در دمای مرجع ۴۱۶/۶ کلوین محاسبه شده است و در نرم‌افزار وارد شده است.

۵- معادلات

معادلات بقای جرم، مومنتم و انرژی در روابط (۱) تا (۳) معرفی شده‌اند [۱۵ و ۱۶].

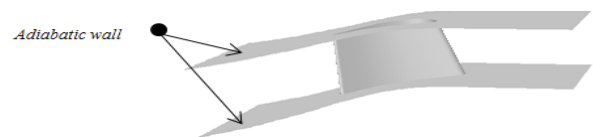
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho u_i) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} + \rho X_i \quad (2)$$

جدول ۲ شرایط مرزی

Table 2. Boundary condition

مقادیر	پارامترها (واحد)	
۱/۵۴	ρ (kg/m ³)	مقادیر مرجع
۴۱۶/۶	T_∞ (K)	
۱۸۲۸۰۰	P_∞ (Pa)	
۰/۰۰۰۰۱۷۱۶	μ_∞ (Pa.s)	
۳۰۰	T_{wall} (K)	
۰	U_{wall} (m/s)	
۰	K_{wall} (m ² /s ²)	
۱۸۲۸۰۰	P (Pa)	ورودی
۴۱۶/۶	T (K)	
۱۰۴۹۰۰	P (Pa)	خروجی



شکل ۶: شرایط مرزی دیواره بالا و پایین پره سه بعدی

Fig. 6. Boundary condition of 3D-blade up and down wall

کلی طبق معادله (۱۴) تابع دما و فشار بوده و برای حالت زیر صوت و گاز ایده آل استفاده شده است [۱۶].

$$\dot{s}_{global} = \dot{m} \left(c_p \ln \frac{T_{out}}{T_{in}} - R \ln \frac{P_{out}}{P_{in}} \right) \quad (14)$$

در آنتروپی تولیدی محلی (آنتروپی تولیدی حجمی) مقدار تولید آنتروپی به دو بخش آنتروپی تولیدی حرارتی و آنتروپی تولیدی چسبندگی تقسیم شده که معادلات (۱۵) و (۱۶) بستگی به مقادیر گرادیان‌های محلی دما و سرعت دارد. تلفات چسبندگی به عنوان کاهش انرژی مکانیکی (انرژی جنبشی) به انرژی درونی (انرژی محسوس) از طریق اثرات چسبندگی است. ترم تلفات حرارتی به واسطه انتقال حرارت در طی اختلاف دمای سیال است. آنتروپی تولیدی سه بعدی حرارتی در معادله (۱۵) و آنتروپی تولیدی سه بعدی چسبندگی در معادله (۱۶) معرفی شده که در واحد حجم بوده و واحد ریاضی آنها W/m^3K است [۱۶ و ۲۱ و ۲۲].

$$\dot{s}_t = \frac{k_{eff}}{T^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (15)$$

در معادلات (۱۵) و (۱۶) μ_{eff} چسبندگی دینامیکی مؤثر و k_{eff} هدایت حرارتی مؤثر است. ترم آخر معادله (۱۶) ناشی از تراکم‌پذیری است که در حل این پره در نظر گرفته شده است [۲۳]. معادلات (۱۵) و (۱۶) شکل کارترین معادلات (۷) و (۸) می‌باشند. همچنین مقادیر محاسبه شده در حالت آرام با تولید آنتروپی کلی معادله (۱۴) تفاوت ۹۰ درصدی داشته و توصیه می‌شود از حالت مؤثر برای حل مسئله استفاده شود. طبق معادلات (۱۷) و (۱۸) مقادیر μ_{eff} و k_{eff} وابسته به مقادیر آرام و توربولانس بوده که نرم‌افزار با توجه به مدل توربولانسی انتخاب شده آن را حل کرده است [۲۴].

$$k_{eff} = k + k_t \quad (17)$$

$$\mu_{eff} = \mu + \mu_t \quad (18)$$

آنتروپی تولیدی محلی از جمع آنتروپی تولیدی حرارتی و آنتروپی تولیدی چسبندگی در واحد W/m^3K محاسبه شده و در معادله (۱۹) آورده شده است.

$$\dot{s}_{gen} = \dot{s}_v + \dot{s}_t \quad (19)$$

اگر معادله (۱۹) در حجم ضرب شود واحد آن W/K خواهد شد و

$$\dot{s}_t = \frac{k}{T^2} \left(\frac{\partial T}{\partial x_i} \right)^2 \quad (7)$$

$$\dot{s}_v = \frac{\tau_{ij}}{T} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \quad (8)$$

با استفاده از فرآیند متوسط‌گیری رنس^۱ معادله انتقال آنتروپی به حالت معادله‌ی (۹) تبدیل می‌شود [۱۷].

$$\bar{\rho} \frac{D\bar{s}}{Dt} = \dot{s}_{mean} + \dot{s}_{turb} \quad (9)$$

در معادله (۱۲) \dot{s}_{mean} تغییرات آنتروپی متوسط را در طول خط جریان متوسط نشان داده و این پارامتر در معادله (۱۰) معرفی شده است [۱۷].

$$\dot{s}_{mean} = \frac{k}{\bar{T}^2} \left(\frac{\partial \bar{T}}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\bar{\phi}}{\bar{T}} \quad (10)$$

در معادله (۹) \dot{s}_{turb} به عنوان آنتروپی تولیدی ناشی از نوسانات توربولانس بوده و در معادله (۱۱) تعریف شده است [۱۷].

$$\dot{s}_{turb} = \frac{k}{\bar{T}^2} \left(\frac{\partial \bar{T}'}{\partial x_i} \right)^2 + \frac{\bar{\phi}'}{\bar{T}} \quad (11)$$

مقادیر محاسبه شده در این مقاله برای \dot{s}_{mean} قابل اطمینان است. \dot{s}_{turb} در پس‌پردازش نرم‌افزار فلوئنت قابل مشاهده نیست و از طریق دو ضریب که در معادلات (۱۲) و (۱۳) معرفی شده می‌توان آن‌ها را وارد معادلات متوسط زمانی تولید آنتروپی محلی در سیستم‌های مختلف مهندسی کرد. این ضرایب توسط هرویگ و کوک ارائه شده و مقادیر تقریبی را تخمین زده است [۲۰].

$$\dot{s}_{turb,v} = \frac{\rho \varepsilon}{\bar{T}} \quad (12)$$

$$\dot{s}_{turb,t} = \frac{\alpha_t k}{\alpha \bar{T}^2} \left[\left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (13)$$

در معادله (۱۲) ε نرخ تلفات انرژی جنبشی توربولانس و در معادله (۱۳) α_t پخش حرارتی توربولانس است. به دلیل سهم کم آنتروپی تولیدی حرارتی در توربین از معادله (۱۳) صرف‌نظر شده و به علت پیچیدگی جریان ترانسونیک و تراکم‌پذیر، بر روی پره از معادله (۱۲) چشم‌پوشی شده است ولی در قسمت نتایج در مورد محاسبه‌ی آن بحث شده است. در تحلیل‌های ترمودینامیکی آنتروپی تولیدی

$$\frac{\partial}{\partial x_i}(\rho \bar{g} v_i) = G_v + \frac{1}{\sigma_{\bar{g}}} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \rho \bar{g}) \frac{\partial \bar{g}}{\partial x_j} \right) + C_{b2} \rho \left(\frac{\partial \bar{g}}{\partial x_j} \right)^2 \right] - Y_v \quad (23)$$

در معادله (۲۳) G_v تولیدکننده چسبندگی و Y_v تخریب چسبندگی توربولانس است که در نزدیک ناحیه دیواره به علت دمپینگ چسبندگی رخ داده است. ثابت‌های $\sigma_{\bar{g}}$ و C_{b2} برابر ۰/۶۶۶ و ۰/۶۲۲ است.

مدل‌های دو معادله‌ای دقت بالاتری نسبت به مدل تک معادله‌ای دارند و اطلاعات بیشتری را نسبت به مدل تک معادله‌ای محاسبه کرده ولی هزینه محاسبات آنها بالاتر است. مدل $k-\varepsilon$ (RNG)، مقادیر μ_{eff} و k_{eff} را بر روی پره به خوبی محاسبه نکرده است اما روش $k-\omega$ (SST) به علت اصلاحاتی که در تنش‌های برشی توربولانس دارد، پیش‌بینی جریان با جدایش جریان و گرادیان فشاری معکوس را خوب پیش‌بینی کرده است. مدل $k-\omega$ به موازات مدل $k-\varepsilon$ در سال ۱۹۸۸ میلادی توسط ویلککس توسعه یافت. دقت مدل $k-\omega$ توسط منتر در سال ۱۹۹۲ میلادی با ارائه مدل $k-\omega$ (SST) افزایش یافت. معادلات انتقالی $k-\omega$ (SST) طبق معادلات (۲۴) و (۲۵) معرفی شده است [۱۸].

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \text{grad} k \right) + \left(2\mu_t S_{ij} S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) - \beta^* \rho k \omega \quad (24)$$

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \text{div}(\rho \omega U) = \text{div} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega,1}} \right) \text{grad} \omega \right) + \gamma_2 \left(\frac{2\mu_t S_{ij} S_{ij}}{3} - \rho \omega \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) - \beta_2 \rho \omega^2 + 2 \frac{\rho}{\sigma_{\omega,2}} \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \quad (25)$$

در معادلات (۲۴) و (۲۵) σ_k ، β^* ، $\sigma_{\omega,1}$ ، β_2 ، γ_2 ، $\sigma_{\omega,2}$ ثابت مدل‌ها می‌باشند. مقادیر ثابت‌ها برابر با $\beta^* = 0/09$ ، $\sigma_{\omega,1} = 2$ ، $\gamma_2 = 0/44$ و $\beta_2 = 0/83/0$ ، $\sigma_{\omega,2} = 1$ می‌باشند. چسبندگی توربولانس در معادله (۲۶) تعریف شده است.

$$\mu_t = \frac{\rho a_1 k}{\max(a_1 \omega; SF_2)} \quad (26)$$

ثابت $a_1 = 0/31$ و $S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}} F_\tau$ است [۱۴].

با انتگرال‌گیری از معادله (۱۹) مقدار آنتروپی تولیدی کل در معادله (۲۰) به دست می‌آید [۱۶].

$$\dot{S}_{gen,tot} = \iiint \dot{s}_{gen} dx dy dz \quad (20)$$

نرخ آگزرژی تخریبی بواسطه بازگشت‌ناپذیری‌ها متناسب با آنتروپی تولیدی کل است. نرخ آگزرژی کل در معادله (۲۱) آورده شده است و واحد آن بر حسب W است [۱۶].

$$\dot{E}x_{des} = T_0 \dot{S}_{gen,tot} \quad (21)$$

در معادله (۲۱) T_0 دمای مرجع بوده و بر حسب کلین است. عدد بجان در سال ۱۹۸۲ میلادی توسط بجان معرفی شد که از تقسیم آنتروپی تولیدی حرارتی به آنتروپی تولیدی کل در معادله (۲۲) تعریف شده است [۲۵ و ۲۶].

$$Be = \frac{\dot{s}_t}{\dot{s}_t + \dot{s}_v} \quad (22)$$

۶- روش حل

به منظور کسب مقادیر μ_{eff} ، k_{eff} و جریانات و یک^۱ پشت پره مدل‌های حل مختلفی بر روی پره استاتور استفاده شده است. مدل‌های حل عددی بیش‌تر از دو معادله مانند $k-k1-\omega$ و RSM باعث ایجاد جریان‌های غیر واقعی روی پره شده است. حل با این مدل‌ها در همگرایی معادله پیوستگی پره سه بعدی بسیار دشوار است. مدل‌های حل عددی SAS و LES نیاز به تعداد سلول‌های زیادی برای حل تولید آنتروپی محلی هندسه‌ی سه بعدی دارد که به علت محدودیت سخت‌افزاری صرف‌نظر شده است. مدل تک معادله‌ای اسپالارت آلماراس مقادیر مناسبی برای پره ترانسونیک و تراکم‌پذیر محاسبه کرده است.

مدل تک معادله‌ای اسپالارت آلماراس توسط اسپالارت و آلماراس در سال ۱۹۹۲ میلادی برای محاسبات تجاری مسائل آیرودینامیک خارجی فراهم شد که امروزه در طیف گسترده‌ای از مسائل توربولانس از جمله توربوماشین‌ها استفاده می‌شود. همچنین این مدل از نظر زمان و هزینه محاسبات مقرون به صرفه است. معادله انتقالی مدل اسپالارت آلماراس طبق معادله (۲۳) معرفی شده است که از ترم‌های منبع صرف‌نظر شده است [۱۸].

۷- اعتبار سنجی

به علت کمبود منابع برای مقایسه مقادیر تولید آنتروپی سه بعدی پره از پره دو بعدی تراکم‌ناپذیر و زیرصوت استفاده شده است. برای اعتبار سنجی پره استاتور توربین (پره راهنمای نازل) از پره مقاله ناتالینی و اسکویبا در پیکره‌بندی بدون خنک‌کاری بهره گرفته شده است [۲۷]. مقادیر مرزی مشابه در نظر گرفته شده و همچنین معادلات (۱۵) و (۱۶) مقادیر k و μ ثابت و برای جریان آرام با سیال عامل هوا در نظر گرفته شده است. زمانی که مقادیر k و μ ثابت فرض شود جواب مسئله مستقل از روش حل معادله توربولانسی بوده و فقط باید مسئله طوری حل شود تا جواب‌ها واگرا نشوند. پره مقاله ناتالینی و اسکویبا زیر صوت بوده و تمام خواص ترموفیزیکی هوا ثابت در نظر گرفته شده است. دمای روی پره ۱۳۰۰ کلوین و ثابت در نظر گرفته شده است. شکل پروفیل پره در نرم‌افزار دیجی‌تایزر قرار داده شده تا نقاط پروفیل پره به دست آید. مقادیر کانتور تولید آنتروپی چسبندگی، حرارتی و محلی با مقادیر مراجع [۲۸] و [۲۹] در شکل‌های ۷ تا ۹ مقایسه شده است.

یک خط مبنا بر روی سطح کنترل در ناحیه پشت لبه فرار پره مطابق شکل ۱۰ در نظر گرفته شده است [۲۸] و مقادیر آنتروپی تولیدی محلی روی خط مرجع در شکل ۱۱ مقایسه شده که ۱۰ درصد اختلاف دارد.

در شکل ۱۱ از معادله (۲۷) برای محور افقی نمودار تولید آنتروپی محلی استفاده شده است [۲۸].

$$y^* = \frac{d - d_{max}}{l_{ref}} \quad (27)$$

در معادله (۲۷) d خط مبنا و d_{max} خطی است که بیشینه آنتروپی تولیدی محلی در آن رخ داده و l_{ref} نیز طول مبنای پره است. همچنان که از شکل‌های ۷، ۸، ۹ و ۱۱ مشخص است مقادیر محاسبه شده با مقادیر محاسبه شده مراجع از تطابق قابل قبولی برخوردار است.

برای اینکه مقادیر محاسبه شده‌ی پره VKI-LS ۸۹ در شرایط MUR ۲۳۵ قیاس شود، مقدار عدد ماخ آیزنتروپیک پره طبق معادله (۲۸) در نظر گرفته شده است. عدد ماخ ترسیم شده در شکل ۱۲ در صفحه‌ی ۱۰ درصد ارتفاع پره می‌باشد، زیرا پره‌ی واقعی توربین برای یورام مقیاس ندارد و به همین منظور صفحه‌ای از ارتفاع پره انتخاب شده که کمترین تأثیر مقیاس‌بندی بر آن وجود دارد.

$$M_{is} = \sqrt{\left(\frac{2}{\gamma-1}\right) \left(\left(\frac{p_{01}}{p}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)} \quad (28)$$

در معادله (۲۸) γ برابر ۱/۴ و p_{01} مقدار فشار کل در مرز ورودی است که ثابت فرض شده است. مقدار عدد ماخ آیزنتروپیک (توزیع فشار استاتیک) بر روی سطح مکشی و فشاری پره محاسبه شده و با مقدار تجربی آزمایش شده در شکل ۱۲ مقایسه شده که ۸/۴ درصد مقادیر متوسط نمودار تفاوت دارد [۳۰].

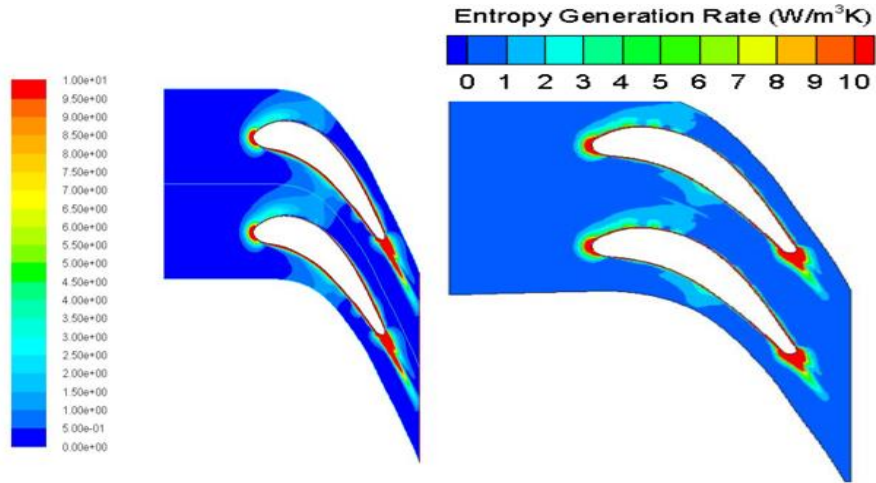
۸- نتایج

در روش‌های سنتی برای پیش‌بینی عملکرد توربین از پارامترهای ضریب تلفات فشار ایستایی^۱، ضریب تلفات آنتالپی و بازده آیزنتروپیک پره استفاده کرده‌اند. اما از سال ۱۹۸۹ میلادی روشی توسط بجان و اسکویبا معرفی شد که به نام روش تولید آنتروپی محلی معروف بود. نرخ آنتروپی تولیدی به عنوان اندازه‌گیری مقدار تلفات کار در بازگشت‌ناپذیری‌ها است که نسبت به روش ضرایب تلفات دارای مزایایی به شرح زیر است [۲]:

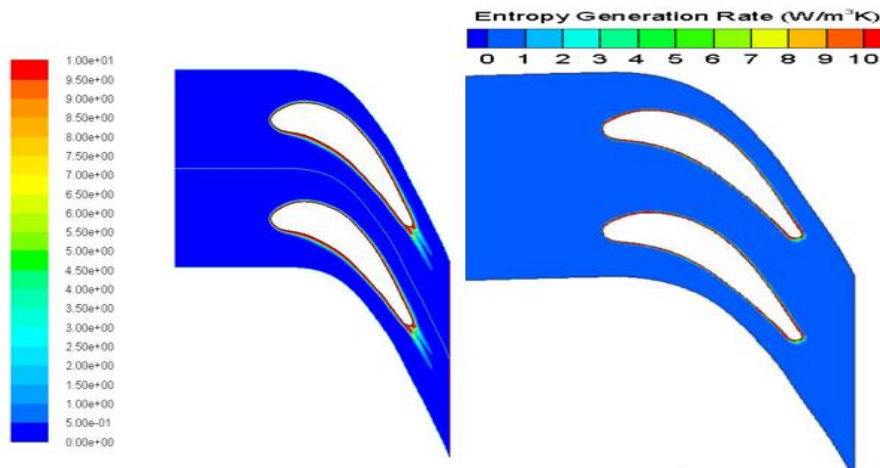
به مرجع قاب چرخشی یا ثابت بستگی ندارد. به دبی جرمی و حجمی بستگی ندارد. قابلیت جمع‌پذیری دارد. بدین معنی که به طور جداگانه می‌توان یک طبقه توربین را محاسبه نمود و سپس مقدار آن را با دیگر طبقات جمع کرد تا بازگشت‌ناپذیری کل سیستم به دست آید. همچنین می‌توان برای معبر پره نرخ آنتروپی تولیدی را محاسبه کرد و فرض کرد که جریان تناوبی در معابر دیگر پره‌ها وجود دارد تا از ضرب مقدار نرخ آنتروپی تولیدی در تعداد معابر پره‌ها، مقدار تلفات کل طبقه به دست آید. نرخ آنتروپی تولیدی به طور ضمنی به سطح دما در منطقه بازگشت‌ناپذیری اتفاق افتاده، بستگی دارد. نرخ آنتروپی تولیدی به سادگی به پارامترهای چسبندگی و حرارتی تقسیم‌بندی می‌شود.

مقادیر محاسبه شده در این مقاله در حالت گسسته‌سازی مرتبه دوم است و معیار همگرایی باقیمانده برای مدل اسپالارت آلماراس تا ۰/۰۰۰۱ و برای مدل $k-\omega$ (SST) ۰۰۱/۰ حل شده است. تمام جواب‌ها ابتدا در حالت گسسته‌سازی مرتبه اول همگرا شده و سپس گسسته‌سازی مرتبه دوم حل شده تا دقت جریان مناسب در نظر

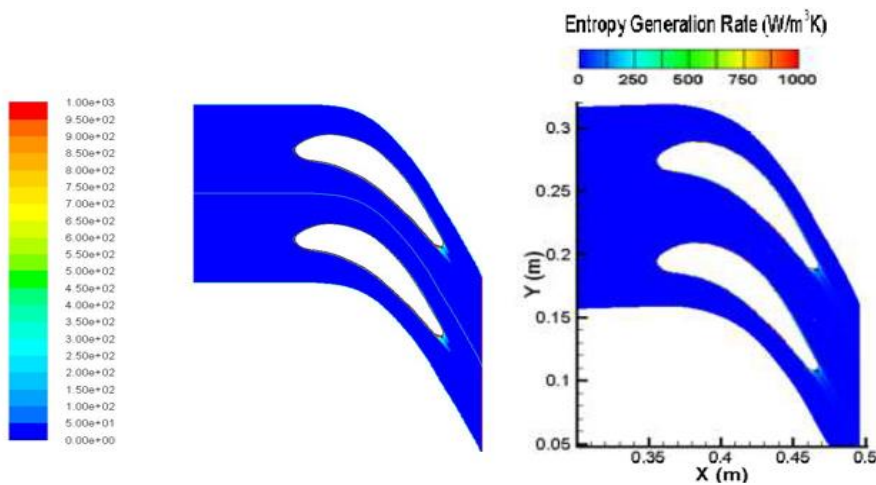
1 Stagnation pressure



شکل ۷: آنتروپی تولیدی چسبندگی کار حاضر (سمت چپ) و مراجع (سمت راست) [۲۸ و ۲۹]
 Fig. 7. Present work (left hand) and references (right hand) viscous entropy generation [28-29]



شکل ۸: آنتروپی تولیدی حرارتی کار حاضر (سمت چپ) و مراجع (سمت راست) [۲۸ و ۲۹]
 Fig. 8. Present work (left hand) and references (right hand) thermal entropy generation [28-29]



شکل ۹: آنتروپی تولیدی محلی کار حاضر (سمت چپ) و مراجع (سمت راست) [۲۸ و ۲۹]
 Fig. 9. Present work (left hand) and references (right hand) local entropy generation [28-29]

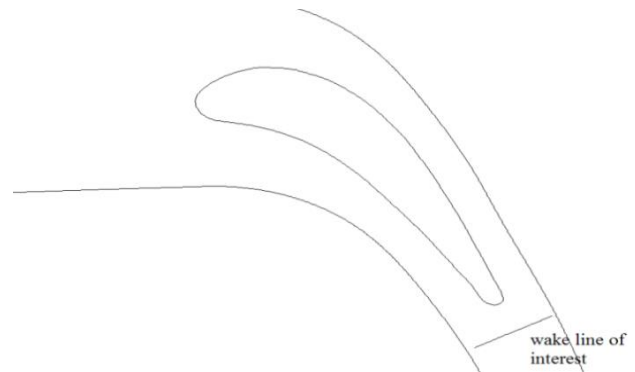
$k-\omega(SST)$ در صفحات ۱۰، ۵۰ و ۹۰ درصد ارتفاع پره نشان داده شده و دارای واحد W/m^3K است.

همانطور که در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ نشان داده شده مقدار آنتروپی تولیدی چسبندگی s_p و آنتروپی تولیدی حرارتی s_h در لایه مرزی به علت گرادیان‌های شدید سرعتی و دمایی زیاد می‌باشد. با افزایش ارتفاع پره مقدار تولید آنتروپی چسبندگی و تولید آنتروپی حرارتی همراه با باریک شدن پره (مقیاس ۰/۸) افزایش داشته است. همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود مقدار آنتروپی تولیدی چسبندگی به علت گرادیان‌های سرعتی زیاد در لبه‌ی فرار و در نقطه‌ی ایستایی بالا بوده و در ناحیه‌ی انحنای پره نیز به علت انحنای زیاد پره به خصوص در نوک پره افزایش شدید دارد. در قسمت نوک پره به علت افت شدید فشار در لبه‌ی حمله به علت انحنای زیاد جریان در صفحه‌ی ۹۰ درصد ارتفاع پره تغییر الگو داده و تولید آنتروپی به طور چشمگیر افزایش پیدا کرده است. کانتور فشار استاتیک در شکل ۱۵ نشان داده شده است که افت فشار در لبه‌ی حمله پره در قسمت نوک پره با شکل بیضی مشخص شده است. جریانات مکشی و فشاری پره با یکدیگر ترکیب شده مقدار تولید آنتروپی چسبندگی تا انتهای مرز دامنه‌ی سه بعدی کشیده شده است.

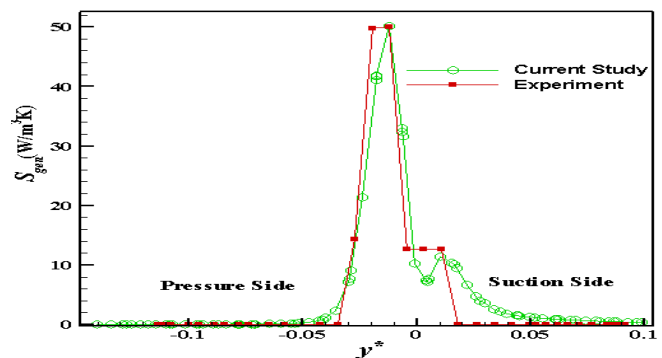
همچنین به علت اینکه پره ترانسونیک بوده و یک شوک قائم در ناحیه میانی در صفحه‌ی ۵۰ درصد پره قسمت مکشی رخ داده است، مقدار آنتروپی تولیدی چسبندگی در آن ناحیه نیز افزایش داشته است. در یک شوک قائم مقدار آنتروپی تولیدی چسبندگی نسبت به آنتروپی تولیدی حرارتی بیشتر می‌باشد که نشان‌دهنده مقدار زیاد گرادیان سرعتی به گرادیان دمایی است.

به علت هم‌دما در نظر گرفتن دمای سطح پره و عدم وجود خنک‌کاری روی سطح آن، مقدار آنتروپی تولیدی حرارتی در شکل ۱۴ مقدار کمی نشان می‌دهد. حتی اگر خنک‌کاری در پره وجود داشته باشد، سهم تولید آنتروپی حرارتی نسبت به تولید آنتروپی چسبندگی در توربین کمتر است. همچنین کانتور دمای استاتیک و کل پره در صفحه‌ی ۹۰ درصد نیز تغییر الگو نسبت به صفحه ۱۰ و ۵۰ درصد دارد که باعث افزایش چشمگیر تولید آنتروپی حرارتی شده است.

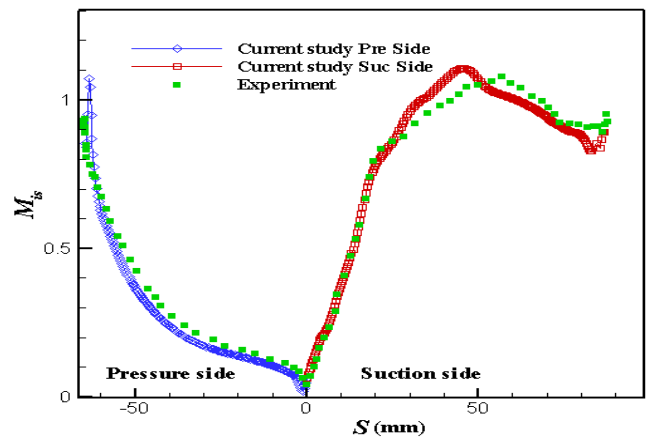
در جریان غیر لزج و غیر هم‌دما آنتروپی تولیدی چسبندگی صفر بوده و آنتروپی تولیدی حرارتی مخالف صفر (بیشینه) است. همچنین



شکل ۱۰: خط مبنا [۲۸]
Fig. 10. Reference line [28]



شکل ۱۱: آنتروپی تولیدی محلی اندازه‌گیری و شبیه‌سازی شده
Fig. 11. The measured and simulated local entropy generation



شکل ۱۲: مقدار عدد ماخ آیزنتروپیک تجربی و شبیه‌سازی شده بر روی سطح مکشی و فشاری پره سه بعدی در صفحه‌ی ۱۰ درصد ارتفاع پره [۳۰]
Fig. 12. The measured and experiment isentropic Mach number in 3D-vane suction and pressure side at 10 percent height plane of vane [30]

گرفته شود. مقادیر به دست آمده برای تولید آنتروپی محلی مربوط به s_{mean} (آنتروپی تولیدی متوسط جریان) است. آنتروپی تولیدی محلی به دو بخش آنتروپی تولیدی چسبندگی و آنتروپی تولیدی حرارتی تقسیم شده که در شکل‌های ۱۳ و ۱۴ کانتور آن‌ها در مدل

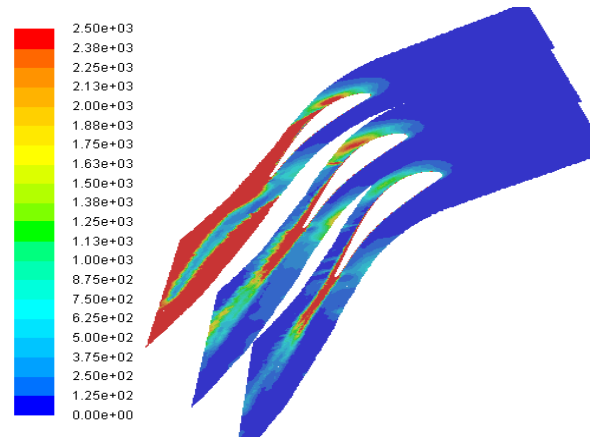
در قسمتی از دامنه افزایش داده و مطابق آن مقداری آنتروپی تولیدی حرارتی تولید کرده است. در توربین مقدار آنتروپی تولیدی چسبندگی به علت گرادیان‌های شدید سرعتی بیشتر از مقدار آنتروپی تولیدی حرارتی است. مقدار آنتروپی تولیدی حجمی (آنتروپی تولیدی محلی) بر حسب W/m^2K در شکل‌های ۱۶ و ۱۷ در دو مدل $k-\omega(SST)$ و اسپالارت آلماراس برای پره سه بعدی نشان داده شده است.

کانتور عدد بجان نشان‌دهنده سهم دو قسمت تولید آنتروپی محلی (آنتروپی تولیدی چسبندگی و آنتروپی تولیدی حرارتی) است که در شکل‌های ۱۸ و ۱۹ با دو مدل $k-\omega(SST)$ و اسپالارت آلماراس برای پره سه بعدی نمایش داده شده است. عدد بجان بین محدوده‌ی ۰ تا ۱ قرار دارد که سهم بازگشت‌ناپذیری‌ها به صورت زیر دسته‌بندی می‌شود [۲۶]:

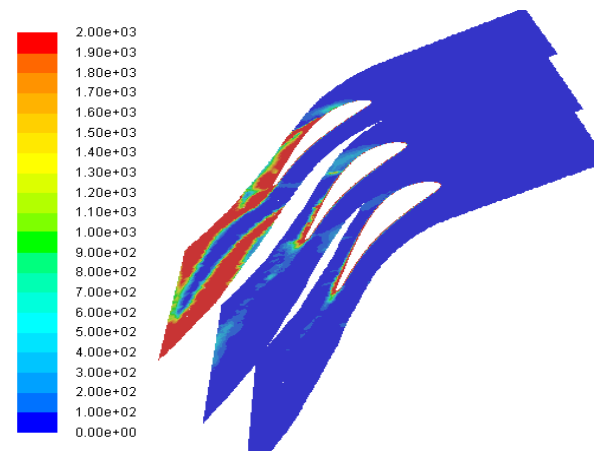
- مقدار صفر، بازگشت‌ناپذیری ناشی از تلفات چسبندگی
- مقدار کمتر از ۰/۵، بازگشت‌ناپذیری ناشی از غلبه‌ی تلفات چسبندگی بر تلفات حرارتی
- مقدار برابر با ۰/۵، بازگشت‌ناپذیری ناشی از سهم برابر تلفات چسبندگی و حرارتی
- مقدار بیشتر از ۰/۵، بازگشت‌ناپذیری ناشی از غلبه‌ی تلفات حرارتی بر تلفات چسبندگی

• مقدار یک، بازگشت‌ناپذیری ناشی از تلفات حرارتی (غیرلزج) عدد بجان در ناحیه فشاری پره بیشتر از ناحیه‌ی مکشی پره است که به علت سرعت کمتر در ناحیه فشاری قابل پیش‌بینی بوده است. متوسط مقدار عدد بجان در قسمت فشاری ۰/۸۱۵ و در قسمت مکشی ۰/۵ است. در قسمت‌های ویک پره در تمام صفحات ۱۰، ۵۰ و ۹۰ درصد ارتفاع پره مقدار عدد بجان کم است و تولید آنتروپی چسبندگی مقدار زیادی در دو مدل دارد. مناطق تیره ناحیه‌ی ویک پره نشان داده شده در کانتور عدد بجان شکل ۱۸ مدل $k-\omega(SST)$ حدود ۰/۱۴ تا ۰/۲۵ بوده که نشان دهنده مقدار زیاد آنتروپی چسبندگی در تمام صفحات ۱۰، ۵۰ و ۹۰ درصد ارتفاع پره است.

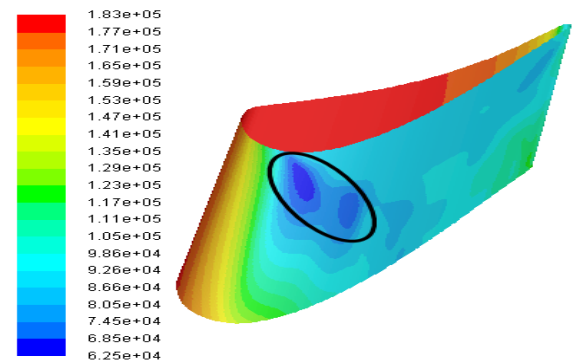
تحلیل انرژی یک روش سنتی برای ارزیابی عملکرد سیستم‌های صنعتی می‌باشد. این روش از بالانس انرژی استفاده کرده و بازده انرژی محاسبه می‌کند. بالانس انرژی برای تشخیص تلف شدن انرژی مثل تلف شدن گرما و یا بازیابی گرما می‌باشد. با این وجود بالانس انرژی اطلاعاتی در مورد از هم پاشیدگی انرژی یا منابع انرژی در



شکل ۱۳: کانتور آنتروپی تولیدی چسبندگی در مدل $k-\omega(SST)$
Fig. 13. Viscous entropy generation contour in $k-\omega(SST)$ model

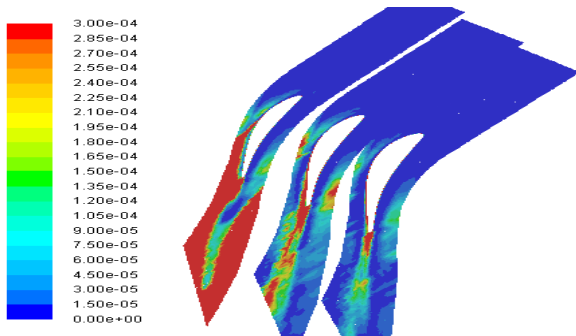


شکل ۱۴: کانتور آنتروپی تولیدی حرارتی در مدل $k-\omega(SST)$
Fig. 14. Thermal entropy generation contour in $k-\omega(SST)$ model



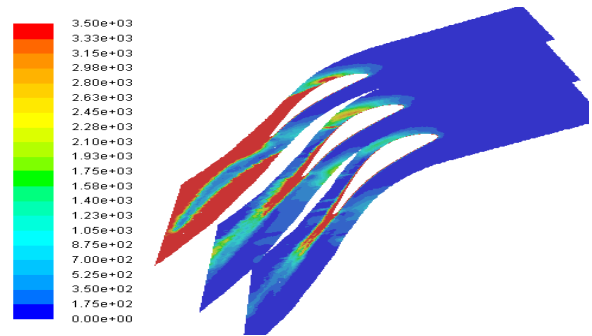
شکل ۱۵: کانتور توزیع فشار استاتیک مدل $k-\omega(SST)$
Fig. 15. Static pressure contour in $k-\omega(SST)$ model

در جریان لزج و هم‌دما آنتروپی تولیدی چسبندگی مخالف صفر (بیشینه) بوده و آنتروپی تولیدی حرارتی صفر است. مقادیر تولید آنتروپی ذکر شده در جریان لزج و هم‌دما از نظر فیزیکی غیر قابل قبول است زیرا وجود مقداری آنتروپی تولید چسبندگی دمای محلی را



شکل ۱۹: کانتور عدد بجان در مدل اسپالارت آلماراس

Fig. 19. Be Number contour in Spalart Allmaras model



شکل ۱۶: کانتور آنتروپی تولیدی محلی در مدل $k-\omega(SST)$

Fig. 16. Local entropy generation contour in $k-\omega(SST)$ model

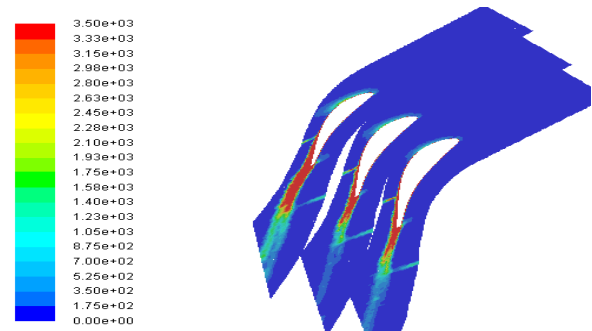
تخریبی محاسبه شده در UDF به صورت ضرب آنتروپی تولیدی کل در حجم و دمای مرجع است که دارای واحد W می‌باشد. در ناحیه فشاری مقدار عدد بجان به علت سرعت کم و افزایش تولید آنتروپی حرارتی بیشینه بوده و در ناحیه لبه‌ی فرار مقدار آن کاهش نشان داده که در شکل ۲۲ مشخص است.

در ناحیه‌ی مکشی قسمتی که افت فشار داشته، تولید آنتروپی چسبندگی بیشینه بوده که عدد بجان در آن ناحیه کمینه است. در نوک پره از لبه حمله تا لبه فرار به علت افزایش تولید آنتروپی حرارتی، عدد بجان بیشینه است.

مقدار گذرژئی تخریبی برای پره توربین برای یورام که از همین پروفیل پره استفاده کرده و مقیاس $0/8$ از ریشه تا نوک دارد برابر با $625/3 \text{ kW}$ محاسبه شده است.

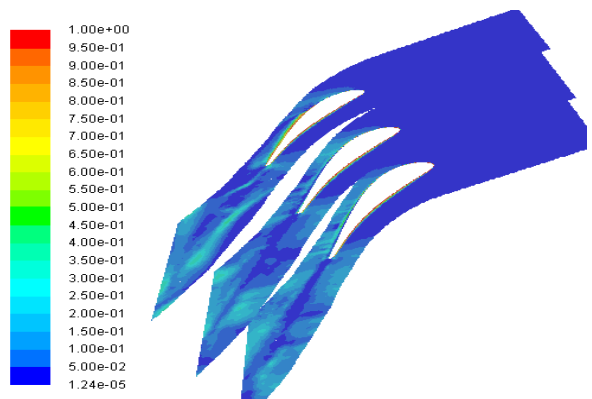
طبق مزایای اشاره شده برای نرخ آنتروپی تولیدی، قابل جمع‌پذیر بودن این پارامتر اجازه می‌دهد که بتوان نرخ گذرژئی تخریبی را در یک طبقه توربین محاسبه کرد. در کد UDF حجم ضرب معادله (۱۹) شده و برای محاسبه معادله (۲۰) در قسمت پس‌پردازش از گزینه جمع تمام مقادیر سلول‌ها استفاده شده است. اگر تعداد پره مطابق توربین برای یورام دارای ۴۳ پره استاتور با ارتفاع $0/05$ متر باشد [۱۳] و سهم تولید آنتروپی در استاتور برابر با $213/0$ باشد [۳۱] مقدار گذرژئی تخریبی برای یک طبقه توربین 1098 kW محاسبه شده است. مقدار محاسبه شده حدود ۴ برابر حالت دو بعدی همین پره بوده که به علت مقیاس صورت گرفته، انحنای لبه‌ی حمله زیاد شده و تولید آنتروپی محلی را در صفحه ۹۰ درصد ارتفاع پره به طور فزاینده رشد داده است.

مقدار گذرژئی تخریبی روی دیواره‌های نوک پره، هاب، قسمت



شکل ۱۷: کانتور آنتروپی تولیدی محلی در مدل اسپالارت آلماراس

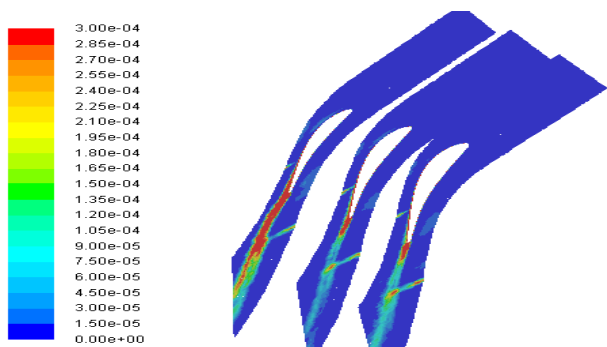
Fig. 17. Local entropy generation contour in Spalart Allmaras model



شکل ۱۸: کانتور عدد بجان در مدل $k-\omega(SST)$

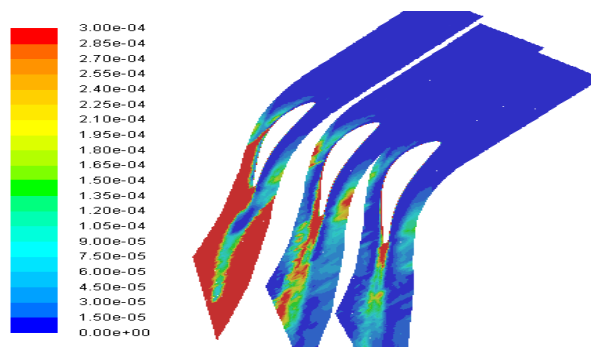
Fig. 18. Be Number contour in $k-\omega(SST)$ model

طول یک فرآیند را نمی‌دهد و همچنین کیفیت سودمندی انواع انرژی را نشان نمی‌دهد. روش گذرژئی بر محدودیت‌های روش انرژی غلبه کرده و مفهوم آن بر پایه قانون اول و دوم ترمودینامیک بنا شده است. مقدار بازگشت‌ناپذیری‌ها (کار تلف شده) با گذرژئی تخریبی بیان شده که طبق معادله (۲۱) کانتور آن برای دو مدل $k-\omega(SST)$ و اسپالارت آلماراس در شکل‌های ۲۰ و ۲۱ نشان داده شده است. مقدار گذرژئی



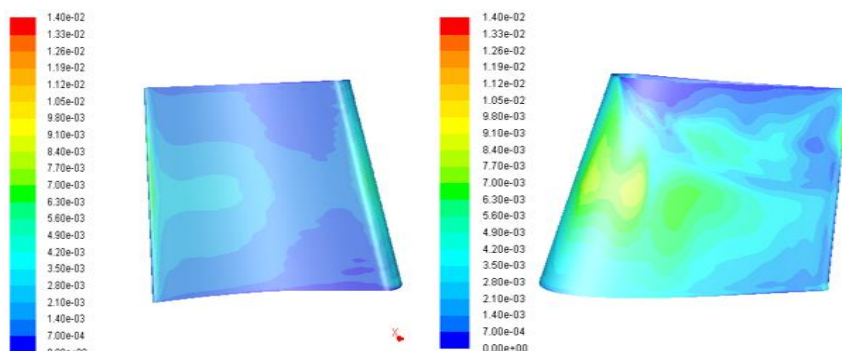
شکل ۲۱: کانتور اگزرژی تخریبی در مدل اسپالارت آلماراس

Fig. 21. Exergy destruction contour in Spalart Allmaras model



شکل ۲۰: کانتور اگزرژی تخریبی در مدل $k-\omega(SST)$

Fig. 20. Exergy destruction contour in $k-\omega(SST)$ model



شکل ۲۲: کانتور اگزرژی تخریبی ناحیه فشاری (سمت چپ) و مکشی (سمت راست) در مدل $k-\omega(SST)$

Fig. 22. Pressure(left hand) and suction(right hand) side of blade exergy destruction contour in $k-\omega(SST)$ model

محلی (تولید آنتروپی حجمی) بر روی خط مبنای مذکور، در مدل $k-\omega(SST)$ حدود ۸۵ درصد بیشتر از مدل اسپالارت آلماراس است. همچنین مقدار بیشینه نقطه تولید آنتروپی محلی در مدل $k-\omega(SST)$ حدود ۱۱۰ درصد بیشتر از مقدار متوسط تولید آنتروپی محلی مدل اسپالارت آلماراس است.

مقادیر تولید آنتروپی چسبندگی، تولید آنتروپی حرارتی، آنتروپی تولیدی محلی، آنتروپی تولیدی کل و اگزرژی تخریبی برای دو مدل $k-\omega(SST)$ و اسپالارت آلماراس در جدول ۳ نشان داده شده است. سه ستون اول (مقادیر محلی) دارای واحد $(W/m^2 K)$ است.

مقادیر به دست آمده در جدول ۳ برای یک پره و مقادیر متوسط در حجم کنترل است. پیش‌بینی جریان‌ات گردابه‌ای و یک در مدل $k-\omega(SST)$ بهتر از مدل اسپالارت آلماراس است. همچنین مدل $k-\omega(SST)$ نسبت به انحنا پره حساسیت زیادی نشان داده و الگوی جریان در قست نوک پره دچار تغییر در فشار، دما و سرعت شده که باعث تولید آنتروپی و اگزرژی تخریبی بیشتر نسبت به مدل اسپالارت آلماراس شده که از مقادیر جدول ۳ نیز مشخص است.

فشاری و قسمت مکشی پره به علت گرادیان‌های شدید سرعت بیشینه است. در شکل ۲۳ کانتور اگزرژی تخریبی در دیواره‌های هاب و نوک پره نشان داده شده است. مقدار متوسط اگزرژی تخریبی در هاب 0.00227 وات و در نوک پره 0.00168 وات است. مقدار اگزرژی تخریبی در هاب بیشتر از نوک پره بوده ولی بیشینه مقدار اگزرژی تخریبی در نوک پره اتفاق افتاده است که ناشی از انحنای بیش از حد پره در نوک می‌باشد. مقدار اگزرژی بیشینه در نوک پره در شکل ۲۳ با شکل بیضی مشخص شده است. در قسمت‌هایی از دیواره نوک پره، جریان روی قسمت مکشی جدا شده و مقدار گرادیان سرعت پایین آمده و در نتیجه مقدار اگزرژی تخریبی در نوک پره از هاب پره کم‌تر شده است.

برای مقایسه دو مدل حل اسپالارت آلماراس و $k-\omega(SST)$ یک خط مبنا مطابق شکل ۲۴ در صفحه‌ی میانی پره ترسیم شده است تا میزان تولید آنتروپی دو حالت بر روی این خط مرجع در پشت پره با یکدیگر مقایسه شوند.

در شکل ۲۵ می‌توان مشاهده نمود که مقدار متوسط تولید آنتروپی

جدول ۳ مقادیر آنتروپی تولیدی پره سه بعدی

Table 3. Entropy generation value of 3D-blade

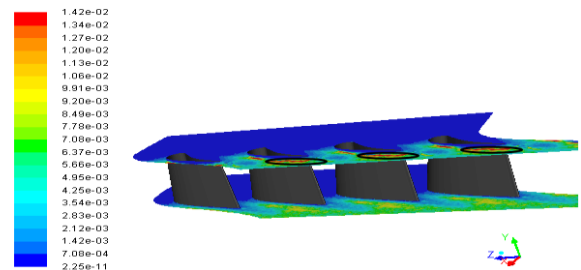
مدل	S_t	S_v	S_{gen}	$S_{gen,tot}(W/K)$	$Ex_{تخریبی}(W)$
k- ω (SST)	۷۹۴۴	۱۹۶۷۹	۲۷۶۲۳	۸/۷۰۳	۳۶۲۵
اسپالارت آلماراس	۶۲۳۳	۱۶۴۰۶	۲۲۶۳۹	۳/۴۵۷	۱۴۴۱

(مقادیر جزییات تولید آنتروپی) به دست آمده و بعد از ضرب در حجم و انتگرال گیری در حجم کنترل قابلیت قیاس با قانون دوم را دارا می باشد. مقدار آنتروپی تولیدی مدل k- ω (SST) و اسپالارت آلماراس به ترتیب برابر با ۹/۱۳۲ و ۳/۸۵ وات بر کلوبین است. مقدار محاسبات عددی معمولاً کمتر از مقدار به دست آمده از قانون دوم است [۳۲]. مقدار به دست آمده از قانون دوم به میزان قابل توجهی متأثر از محاسبات دما و فشار در حل مسئله بوده و مقادیر محاسبات عددی آنتروپی تولیدی محلی دارای خطاهایی از جمله ناپایداری عددی، خطای قطع، خطای گرد کردن است [۳۲]. مقدار قانون دوم ترمودینامیک برای دو مدل k- ω (SST) و اسپالارت آلماراس به ترتیب ۷/۴ و ۲/۱۰ درصد بیشتر است. لازم به ذکر است اگر مقادیر k و μ در معادلات تولید آنتروپی محلی ثابت در نظر گرفته شود مقدار اختلاف ۹۸ درصد است که در این مقاله توصیه می شود از مقادیر مؤثر چسبندگی و هدایت حرارتی استفاده شود.

معادله (۱۲) به عنوان معادله توربولانسی برای مدل k- ϵ پیشنهاد شده و معادله (۲۹) برای مدل k- ω پیشنهاد شده است [۳۳-۳۴]. لازم به ذکر است این معادلات زمانی کاربرد دارند که ترمهای منبع (نیروهای بدنه یا نیروی گرانش) در حل مسئله به کار برده شود.

$$\dot{S}_{turb,v} = \frac{\beta \rho \omega_t k}{T} \quad (29)$$

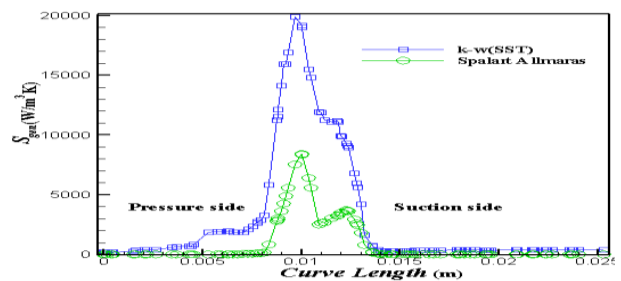
در معادله (۲۹) β برابر ۰/۹، نرخ تلفات مخصوص توربولانس و k انرژی جنبشی توربولانس است. در مدل k- ω (SST) تمامی پارامترهای نرخ تلفات معادله (۱۲)، نرخ تلفات مخصوص و انرژی جنبشی توربولانس معادله (۲۹) محاسبه شده و از طریق تابع کاربری ساده^۱ نرم افزار فلوئنت، معادلات در پس پردازش قابل نمایش است. خط مرجع شکل ۲۴ علاوه بر صفحه ۵۰ درصد برای صفحه ۱۰ درصد با همان x و z ترسیم شده تا معادلات (۱۲) و (۲۹) به معادله (۱۹) اضافه شود و مقادیر معادله (۱۹) به تنهایی (بدون



شکل ۲۳: کانطور اگزرژی تخریبی دیواره های هاب و نوک پره
Fig. 23. Exergy destruction contour of the walls of hub and tip of the blade



شکل ۲۴: خط مبنا
Fig. 24. Reference line

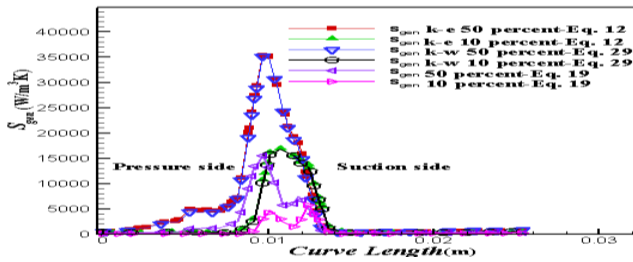


شکل ۲۵: مقایسه تولید آنتروپی محلی در مدل k- ω (SST) و اسپالارت آلماراس

Fig. 25. Compare local entropy generation in k- ω (SST) and Spalart Allmaras

وقتی جریان پایا، آدیاباتیک با یک ورودی و خروجی در نظر گرفته و سیال گاز ایده آل باشد، می توان از معادله (۱۴) به عنوان تولید آنتروپی قانون دوم ترمودینامیک استفاده کرد. در ورودی و خروجی چون دما و فشار دارای تغییرات هستند از متوسط مقادیر در ورودی و خروجی حجم کنترل استفاده شده است. مقادیر به دست آمده از قانون دوم ترمودینامیک با ستون چهارم جدول ۳ مقایسه شده است، به عبارت بهتر ابتدا در محاسبات عددی آنتروپی محلی

1 Custom field function



شکل ۲۶: مقادیر تولید آنتروپی محلی با و بدون ضرایب توربولانس روی خط مرجع

Fig. 26. Local entropy generation with and without turbulence coefficients on the reference line

به قانون دوم ترمودینامیک باشد. با تمام فرضیات و افزایش دقت در حل عددی (گسسته‌سازی مرتبه دوم)، قانون دوم ترمودینامیک در دو مدل $k-\omega(SST)$ و اسپالارت آلماراس $4/7$ و $10/2$ درصد بیشتر بوده که مقدار قابل قبولی است. مدل $k-\omega(SST)$ مقدار تولید آنتروپی متوسط نمودار روی خط مرجع را حدود ۸۵ درصد بیشتر از مدل اسپالارت آلماراس پیش‌بینی کرده است گرچه این مقدار روی کل حجم کنترل کمتر پیش‌بینی شده، بنابراین مدل $k-\omega(SST)$ ویک (گردابه پشت پره) را بهتر پیش‌بینی کرده و نسبت به انحنای لبه‌ی حمله حساس‌تر است.

مقادیر ضرایب توربولانس اضافه شده به معادله تولید آنتروپی باعث افزایش نقطه بیشینه تولید آنتروپی مدل $k-\omega(SST)$ به میزان ۱۴۲ و ۱۱۸ درصد در صفحات ۱۰ و ۵۰ درصد ارتفاع پره شده که به علت جریان پیچیده پره از مقادیر ضرایب توربولانس تقریبی صرف‌نظر شده و پیشنهاد می‌شود از معادلات دقیق توربولانس در نرم‌افزار کدنویسی شود.

از دیدگاه بهبود طراحی پره به علت مقیاس $0/8$ از نوک تا ارتفاع پره مقدار انحنای لبه‌ی حمله در نوک پره بسیار شدید شد و مقدار اگزرژی تخریبی برای مدل $k-\omega(SST)$ برای یک طبقه توربین ۱۰۹۸ کیلووات افزایش داشت که حدود ۴ برابر مقدار دو بعدی بدون مقیاس است. پیشنهاد می‌شود که پره‌های استاتور ورودی توربین مقیاس زده نشوند و به ضخامت، انحنا و نحوه خنک‌کاری پره بیش از پیش توجه شود.

مراجع

- [1] Y. A. Cengel, M. A. Boles, Thermodynamics an engineering approach, 3rd Edition, Tehran:

ترم‌های توربولانس) و با معادلات (۱۲) و (۲۹) (با ترم‌های توربولانس) قابل مقایسه باشد.

مطابق شکل ۲۶ افزودن معادلات (۱۲) و (۲۹) به معادله (۱۹) باعث افزایش مقدار عددی نسبت به معادله (۱۹) شده و مقدار عددی توربولانس اضافه شده برای تولید آنتروپی محلی یکسان است. فقط باید دقت شود که مدل حل انتخاب شده تمامی پارامترهای معادلات (۱۲) و (۲۹) را محاسبه کند. در مدل $k-\omega(SST)$ ، مقدار اضافه شده به تولید آنتروپی محلی معادله‌ی (۱۹) از طریق ضرایب توربولانس تقریبی برای صفحات ۱۰ و ۵۰ درصد به ترتیب برابر با ۱۴۲ و ۱۱۸ درصد است (مقادیر نقطه بیشینه نمودار برای مقایسه استفاده شده است). همچنان که اشاره شد در این مقاله از ترم‌های منبع صرف‌نظر شده و هیچ کدام از ضرایب توربولانس به واسطه پیچیدگی جریان استفاده نشده است. پیچیدگی جریان استفاده از ضرایب توربولانس را محدود کرده و در این مقاله فقط روند حل و اثرگذاری بر نتایج مدنظر بوده است.

۹- نتیجه‌گیری

با کشف دیدگاه جزئی‌نگر آنتروپی تولیدی محلی علاوه بر نشان دادن محل تولید آنتروپی، چگونگی افزایش آنتروپی نیز نشان داده شد. تولید آنتروپی به طور کلی در توربوماشین‌ها (توربین، کمپرسور، فن) ناشی از نشتی جریان (در نوک پره یا افزودن جریان هوا بین یک طبقه پره)، جریان ثانویه (جریان برگشتی) هنگام نزدیک شدن به موقعیت واماندگی، گرادیان سرعت به عبارتی تغییر سرعت از مادون صوت به مافوق صوت، نقاط سرعت صفر (لایه مرزی و لبه‌ی حمله پره)، خنک‌کاری پره، تغییر زاویه حمله جریان، تغییر زاویه نصب پره، جریان‌ات گردابه‌ای (لبه‌ی فرار پره)، شوک (پره‌های مافوق صوت و ترانسونیک)، تلفات ناپایایی (به خصوص در روتور و یک طبقه کامل توربین) و اصطکاک دیواره می‌باشد. آنتروپی تولیدی حرارتی ۲۸ درصد و آنتروپی تولیدی چسبندگی ۷۲ درصد از سهم کل تولید آنتروپی را دارا هستند که نشان دهنده گرادیان‌های شدید سرعت در توربین است.

استفاده از k_{eff} و μ_{eff} به مدل توربولانس وابسته بوده و از نظر محاسبات عددی اگزرژی تخریبی و آنتروپی تولیدی کل مناسب است که باعث می‌شود مقادیر به دست آمده معادلات تولید آنتروپی نزدیک

- Belgium, 1990.
- [12] G. Paniagua, R. Denos, T. Arts, Steady-unsteady measurement of the flow field downstream of a transonic high-pressure turbine stage, Presented at the 4th European Conference on Turbomachinery, Italy, 2001.
- [13] D. Joshi, Aerodynamic shape optimization of 3D gas turbine blade using differential evolution method, University of Texas, USA, 2010.
- [14] E. C. Morata, Impact of the unsteady aerothermal environment on the turbine blades, University of Toulouse, France, 2012.
- [15] I. S. Ertesveg, J. Kolbu, Entropy production modeling in CFD of turbulent combustion flow, Norwegian University of Science and Technology, NO-7491, Trondheim, Norway, 2002.
- [16] H. Z. Hassan, Evaluation of the local exergy destruction in the intake and fan of a turbofan engine, Energy, 63(2013) 245-251.
- [17] T. Takakura, Entropy generation in the tip region of a high-pressure turbine, University of Notre Dame, Indiana, 2016.
- [18] Fluent, User's Guide version 16.1, Fluent Incorporation, USA, 2015.
- [19] E. Perez, Entropy generation in a highly-loaded axial turbine, University of Notre Dame, Indiana, 2014.
- [20] F. Kock, H. Herwig, Entropy production calculation for turbulent shear flows and their implementation in cfd codes, Heat and Fluid Flow, 26 (2005) 672-680.
- [21] Z. S. Kolenda, J. S. Szmyd, J. Huber, Entropy generation minimization in steady state and transient diffusional heat conduction processes, Bulletin of the polish academy of sciences, 62 (2014) 875-882.
- [22] M. B. Zlatinov, C. S. Tan, M. Montgomery, T. Islam, M. Harris, Turbine hub and shroud sealing flow loss mechanisms, Turbomachinery, 134 (2012) 061027.1-061027.12.
- [23] A. Bejan, Convection heat transfer, 4th Edition, New Yourk: Wiley & Sons, 2013.
- Motefakeran Publication, 2006. (in Persian)
- [2] G. Natalini, E. Sciubba, Choice of the pseudo-optimal configuration of a cooled gas turbine blade based on a constrained minimization of the global entropy production rate, In Proceedings of international gas turbine and aeroengine congress and exhibition, Birmingham, UK, 1996.
- [3] F. Kock, H. Herwig, Local entropy production in turbulent shear flow: a high reynolds number model with wall function, Elsevier, 121 (2003) 1-21.
- [4] S. Hayashibara, Cascade flow simulation and measurement for the study of axial compressor loss mechanism, University of Wichita, Japan, 2003.
- [5] K. Alabi, F. Ladeined, Assessing CFD modeling of entropy generation for the frame subsystem in an integrated aircraft design/synthetic procedure, presented at 44th AIAA aerospace sciences meeting and exhibit, Nevada, USA, 2006.
- [6] V. Iyenger, A first principles based methodology for design of axial compressor configurations, Georgia Institute of Technology, USA, 2007.
- [7] C. L. Iandoli, E. Sciubba, N. Zeoli, The computing of the entropy generation rate for turbomachinery design application: some theoretical remarks and practical example, Energy Technology and Policy, 6 (2008) 64-95.
- [8] E. Lakzian, R. Soltanmohamadi, M. Nazeryan, A comparison between entropy generation analysis and first law efficiency in a monoplane wells turbine, Scientia Iranica, 23 (2016) 2673-2681.
- [9] Y. Jin, J. Du, Z. Li, H. Zhang, Second-law analysis of irreversibility losses in gas turbine, Entropy, 19 (2017) 1-19.
- [10] W. Wang, J. Wang, H. Liu, B. Y. Jiang, CFD prediction of airfoil drag in viscous flow using the entropy generation method, 2018 (2018) 1-15.
- [11] T. Arts, M. L. D. Rouvorit, Aero-thermal performance of a two dimensional highly loaded transonic turbine nozzle guide vane, Presented at the Gas Turbine and Aeroengine Congress and Exposition, Brussels,

- generation by solving reynolds-averaged entropy transport equation in an air-cooled turbine cascade, In Proceedings of American Society of Mechanical Engineers turbo expo, Copenhagen, Denmark, 2012.
- [30] K. Hillewaet, J. S. Cagnone, A. Frere, M. Rasquin, Z. Zeren, Development of a DGM solver for scale-resolving simulation, the 4th Workshop on order CFD methods, Italy, 2016.
- [31] S. Yoon, T. Vandeputte, H. Mistry, J. Ong, A. Stein, Loss audit of a turbine stage, *Turbomachinery*, 138 (2016) 051004.1-051004.9.
- [32] M. K. Drost, M. D. White, Local entropy generation analysis, VA 22161, USA, (1991) 1.1-7.2.
- [33] B. Schmandt, H. Herwig, Diffuser and nozzle design optimization by entropy generation minimization, *Entropy*, 13 (2011) 1380-1402.
- [34] T. Eger, T. Bol, D. Thevenin, R. Schroth, G. Janiga, Preliminary numerical investigation of entropy generation in electric machines based on a canonical configuration, *Entropy*, 17 (2015) 8187-8206.
- [24] G. Giangaspero, E. Sciubba, Application of the EGM method to a LED-Based spotlight: a constrained pseudo-optimization design process based on the analysis of the local entropy generation, *Entropy*, 13 (2011) 1212-1228.
- [25] Y. Wei, Z. Wang, Y. Qian, A numerical study on entropy generation in two-dimensional rayleigh-benard convection at different prandtl number, *Entropy*, 19 (2017) 1-13.
- [26] M. Ozgun korukcu, 2D Temperature analysis of energy and exergy characteristics of laminar steady flow across a square cylinder under strong blockage, *Entropy*, 17 (2015) 3124-3151.
- [27] G. Natalini, E. Sciubba, Minimization of the local rates of entropy production in the design of air-cooled gas turbine blades, *Engineering for Gas Turbine and Power*, 121 (1999) 466-475.
- [28] O. E. Orhan, Investigation of the effect of turbulence on entropy generation in turbomachinery, University of Middle East, Turkey, 2014.
- [29] E. Orhan, O. Uzol, Direct calculation of entropy

