



## بهینه‌سازی هندسه دهانه ورودی S-شکل با هدف کاهش افت فشار کل و بهبود یکنواختی جریان

سیدحمیدرضا سادات پور، علی مددی\*

دانشکده مهندسی هوافضا، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸-۰۱-۱۶  
بازنگری: ۱۳۹۸-۰۳-۰۲  
پذیرش: ۱۳۹۸-۰۳-۲۶  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۴-۱۱

### کلمات کلیدی:

دهانه ورودی  
الگوریتم ژنتیک  
شبکه عصبی  
یکنواختی جریان  
بازیابی فشار

**خلاصه:** دهانه ورودی به بخشی از هواپیما گفته می‌شود که وظیفه تأمین هوای موتور به صورت یکنواخت و با حداقل افت فشار کل را عهده‌دار است. امروزه با توجه به کاربردهای فراوان دهانه‌های ورودی S-شکل، بهینه‌سازی این دهانه‌ها مورد توجه قرار گرفته است. این مسئله از آن جهت اهمیت دارد که توزیع یکنواخت جریان در ورودی کمپرسور، تأثیر مستقیم بر عملکرد موتور داشته و عدم یکنواختی جریان در ورودی احتمال سرچ کمپرسور را افزایش می‌دهد. از طرف دیگر جدایش در طول دهانه جریان موجب کاهش بازیابی فشار و در نتیجه کاهش نیروی پیشرانش موتور می‌شود. در این مقاله یک مجرای S-شکل باهدف کاهش افت فشار کل و کاهش اعوجاج جریان بهینه‌سازی شده است. به منظور بهینه‌سازی، الگوریتم ژنتیک و شبکه عصبی کوپل شده‌اند تا اهداف مورد نظر در کوتاه‌ترین زمان ممکن حاصل شوند. در این مقاله دو بهینه‌سازی با شرایط مختلف انجام شده است. در بهینه‌سازی اول، با تغییر مختصات خط مرکزی و نسبت مساحت مقاطع، هندسه‌های جدید تولید شده است. تجزیه و تحلیل انجام شده در بهینه‌سازی اول موجب بهبود ۳۲/۵٪ ضریب بازیابی فشار و کاهش ۳۵/۸٪ اعوجاج شده است. در بهینه‌سازی دوم علاوه بر مختصات خط مرکزی و نسبت مساحت مقاطع، طول دهانه نیز کاهش یافته است. کاهش طول دهانه از طرفی موجب کاهش وزن وسیله پرنده شده و از طرف دیگر فضای مفید داخل بدنه را افزایش می‌یابد. این بهینه‌سازی بهبود ۳۵/۹۶٪ ضریب بازیابی فشار، کاهش ۳۹/۴٪ اعوجاج و کاهش ۲۵٪ طول دهانه را به همراه داشته است. دلیل اصلی این میزان بهبود، کاهش اصطکاک دیواره‌ها ناشی از کاهش طول مجرا می‌باشد.

### ۱- مقدمه

هوا را کاهش و فشار استاتیک آن را افزایش می‌دهد. برای رسیدن به بیشترین تراست در هر شرایط پروازی نیاز به بهینه‌سازی پارامتر بازیابی فشار داخل دهانه ورودی هوا و پسای ناشی از جریان خارجی می‌باشد. البته به دلیل مصالحاتی که در طراحی هندسه دهانه‌های ورودی صورت می‌گیرد داشتن دهانه‌ای ایده‌آل تقریباً غیرممکن است ولی دهانه می‌بایست در هر شرایط پروازی هوای مورد نیاز موتور را با کمترین افت فشار و بیشترین یکنواختی فراهم سازد.

در دهه‌های گذشته، تحقیقات متعددی برای درک بهتر مشخصه‌های میدان جریان به منظور کاهش اعوجاج جریان و بهبود عملکرد مجرا انجام شده و اولین پروژه‌ها بر اساس تحقیقات تجربی بوده است؛ اخیراً، پیشرفت در آنالیز محاسباتی اجازه می‌دهد که جریان را با مدل‌های ریاضی شبیه‌سازی کرد که مطالعه دهانه ورودی S-شکل را تسهیل می‌کند.

امروزه استفاده از مجاری ورودی هوا با راندمان بالا در وسایل پرنده مورد توجه قرار گرفته است. این مسئله از آن جهت اهمیت دارد که توزیع یکنواخت جریان در ورودی کمپرسور، تأثیر مستقیم بر عملکرد موتور داشته و عدم یکنواختی جریان در ورودی کمپرسور می‌تواند منجر به سرچ گردد. از طرف دیگر جدایش جریان در طول مجرا موجب کاهش بازیابی فشار و در نتیجه کاهش نیروی پیشرانش موتور می‌شود.

بیشترین کارایی فن و کمپرسور موتور با جریان هوای یکنواخت و با ماخ تقریباً ۰/۴ می‌باشد و به همین دلیل هوای ورودی به موتور هواپیما معمولاً دارای ماخ ۰/۴ می‌باشد، بنابراین دهانه ورودی در تمام ماخ‌های پروازی بالاتر از آن به صورت دیفیوزر عمل کرده و سرعت

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ali.madadi@aut.ac.ir

تحقیق‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

فورلان و همکاران [۶] جریان داخل یک مقطع مستطیلی را بررسی کرد. هدف بهینه‌سازی به حداقل رساندن پارامترهای  $Cp_{loss}$  و  $DC_{\epsilon}$  بود. اولی ضریب میانگین سطحی<sup>۴</sup> فشار کل و دومی ضریب اعوجاج<sup>۵</sup> در صفحه خروجی دهانه است. هندسه بهینه با ایجاد یک برآمدگی در قسمت پایین مجرا اعوجاج را کاهش داد. این کار ضریب  $Cp_{loss}$  را به مقدار ۵۸٪ و  $DC_{\epsilon}$  را به مقدار ۵۴٪ کاهش داد.

در سال ۲۰۱۶ آرورا ریگوبلی [۷] در دانشگاه پادوا ایتالیا مطالعه‌ای بر روی بهینه‌سازی مجرای S-شکل انجام داده است. در این تحقیق هندسه با حل‌کننده فلوئنت و مدل توربولانسی  $k-\omega$  SST شبیه‌سازی شده است. در این تحقیق ۳ نوع هندسه آنالیز شده است: هندسه‌ای با بهترین بازیابی فشار، بهترین زاویه چرخش و مصالحه‌ای بین این دو. بیش از ۶۰۰ هندسه در شبیه‌سازی عددی مورد آزمایش قرار گرفته‌اند. راندمان مجرا از طریق دو تابع بازیابی فشار و زاویه چرخش بهبود یافته است. تجزیه و تحلیل انجام شده موجب افزایش ۱۹٪ ضریب بازیابی فشار و کاهش ۱۳٪ اعوجاج چرخش<sup>۶</sup> شده است.

در سال ۲۰۱۴ مددی و همکاران [۸] با استفاده از الگوریتم طراحی معکوس توپ-ستون فقرات<sup>۷</sup> تحقیقی بر روی مجراهای S-شکل انجام دادند. در این روش، دیواره‌ها به عنوان مجموعه‌ای از توپ‌های مجازی در نظر گرفته می‌شوند که می‌توانند آزادانه در جهت مستقیمی که ستون فقرات نامیده می‌شود حرکت کنند. توزیع فشار هدف در امتداد خطوط بالا و پایین طوری تعیین می‌شود که جدایش جریان رخ ندهد. نتایج این مقاله نشان می‌دهد که مجرای S-شکل حاصل از این روش دارای عملکرد بهتری نسبت به نمونه اولیه است. چیرگین و همکاران [۹] در سال ۲۰۱۷ با استفاده از روش تغییر شکل آزاد<sup>۸</sup> یک مجرای S-شکل را بهینه‌سازی کرد. اهداف این بهینه‌سازی به حداقل رساندن افت فشار کل و اعوجاج بوده است. برای بهینه‌سازی از الگوریتم ژنتیک چند هدفه استفاده شده است. تجزیه و تحلیل انجام شده موجب بهبود ۲۰٪ افت فشار کل و کاهش ۱۰٪ اعوجاج چرخش شده است.

ایمون [۱۰] در سال ۲۰۱۷ تحقیقی بر روی مجرای S-شکل

در سال ۱۹۴۳، وسک [۱] اولین آزمایش را بر روی مجرای زانویی شکل انجام داد؛ این پروژه، توزیع سرعت و فشار را در مقاطع بیضوی و دایره‌ای مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. این آزمایش‌ها در سرعت‌های جریان مختلف بین ۳۰ تا ۱۰۰ m/s انجام شدند، و ثابت کردند که مهم‌ترین پارامترهایی که افت فشار را تحت تأثیر قرار می‌دهند، منحنی خط مرکزی و نسبت شعاع ورودی و خروجی هستند.

در سال ۱۹۷۲ برای اولین بار، بنسون [۲] نشان داد حضور دو گردابه خلاف همگرد<sup>۱</sup> در صفحه ورودی موتور<sup>۲</sup>، موجب افت فشار کل می‌شود. او همچنین چندین پارامتر (فشار استاتیک و فشار کل، تنش برشی و غیره) و تغییرات آن‌ها را در ناحیه جدایش تحلیل کرد.

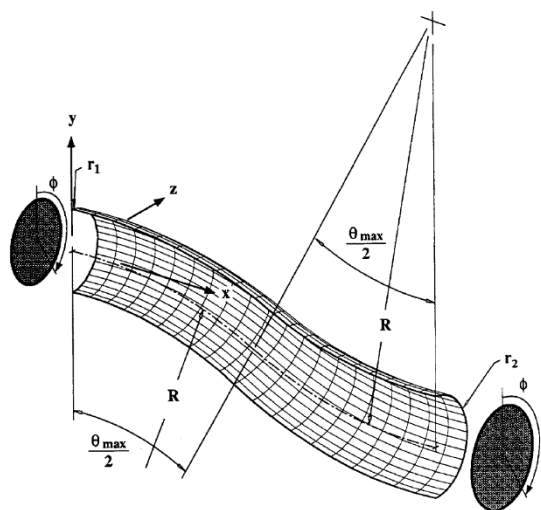
بیشترین تحقیقات تجربی توسط ولبرن و ریچرت [۳] در سال ۱۹۹۳ انجام شد؛ او جریان تراکم‌پذیر داخل مجرای S-شکل را در مرکز تحقیقاتی لویس ناسا آزمایش کرد و داده‌های متعددی درباره پارامترهای آیرودینامیکی و مکانیزم جدایش جریان ارائه داد. این آزمایش پیچیدگی میدان جریان را به خوبی نشان داد؛ در خم اول، یک ناحیه جدایش بزرگ رخ می‌دهد، که باعث ایجاد یک گردابه بر روی صفحه تقارن و دو گردابه خلاف همگرد در صفحه ورودی موتور می‌شود. این جریان‌های ثانویه باعث افت فشار کل می‌شوند. علاوه بر این، ولبرن تأکید کرد که جریان هنوز متقارن است و چگونه لایه مرزی به شدت از دیواره‌های مجرا جدا می‌شود.

فیولا و آگاروال [۴] هندسه را با حل‌کننده فلوئنت<sup>۳</sup> و چهار مدل توربولانسی شبیه‌سازی کرد و به این نتیجه رسید که مدل  $k-\omega$  SST در پیش‌بینی بازیابی فشار در مسیر خط مرکزی مناسب‌تر است. یک پروژه مهم دیگر نیز در دانشگاه کرنفیلد انجام شد. این پروژه که توسط منکا [۵] انجام شده است، در مورد تحلیل ناپایایی یک مجرای S-شکل با شبکه‌های متفاوت است؛ این پروژه به طور خاص، بیان می‌کند که چگونه یک شبکه متوسط نتایجی شبیه به یک شبکه خوب ارائه می‌دهد و تفاوت زیادی بین مجرای نیمه و کل مجرا وجود ندارد.

در سال‌های اخیر، فرآیندهای بهینه‌سازی برای بهبود مشخصات عملکردی دهانه‌های S-شکل اعمال شده است. این فرآیندها شکل مجرا را با استفاده از نقاط کنترلی بهبود می‌دهند. از جمله این

4 Area-averaged  
5 Distortion  
6 Swirl distortion  
7 Ball-spine  
8 Free form deformation

1 Counter-rotating  
2 Aerodynamic Interface Plane (AIP)  
3 Fluent



شکل ۱: نمای از مجرای S-شکل ولبرن [۳].  
**Fig. 1. View of S-shaped duct of Wellborn**

جدول ۱: پارامترهای هندسی مجرا.

**Table 1. Duct geometric parameters**

پارامتر	مقادیر
$R$	۱۰۲/۱ cm
$r_1$	۱۰/۲۱ cm
$r_2$	۱۲/۵۷ cm
Offset	۲۷۳/۵۳ cm
Length	۱۰۲/۱ cm

### ۲-۱- هندسه مجرای پایه

هندسه مورد استفاده در این مقاله همان هندسه ولبرن [۳] است که در مرکز تحقیقات لوییس ناسا در سال ۱۹۹۳ طراحی شده است. این هندسه در شکل ۱ نشان داده شده است.

در این هندسه خط مرکزی توسط دو کمان دایره‌ای که در صفحه  $x-z$  قرار دارند، با شعاع  $R = 102/1$  cm و با زاویه  $\theta_{max}/2 = 30^\circ$  تعریف می‌شود. مختصات خط مرکزی توسط روابط (۱) تا (۳) [۳] به دست می‌آید. در این هندسه تمام مقاطع عرضی مجرا دایره‌ای و عمود بر خط مرکزی هستند. نسبت مساحت خروجی به ورودی دهانه  $A_2/A_1 = 1/52$  است. تغییرات شعاع مجرا تابعی از زاویه  $\theta$  است که در رابطه (۴) [۳] داده شده است. جدول ۱ پارامترهای هندسی را نشان می‌دهد. برای شناخت بهتر این پارامترها شکل ۲ مفید است.

$$x_{cl} = \begin{cases} R \sin \theta & 0 \leq \theta \leq \theta_{max}/2 \\ 2R \sin(\theta_{max}/2) - R \sin(\theta_{max} - \theta) & \theta_{max}/2 \leq \theta \leq \theta_{max} \end{cases} \quad (1)$$

انجام داده است. هدف از این مقاله، طراحی یک شکل بهینه برای مجرای S-شکل، با توجه به تلفات انرژی و یکنواختی جریان خروجی است. هندسه پایه در نظر گرفته شده برای این مقاله، یک هندسه دوبعدی متقارن محور می‌باشد. در نهایت ایمونن توانسته است افت فشار کل را به مقدار ۱۵/۶٪ و سرعت شعاعی خروجی نرمال شده ۱ مجرا را به مقدار ۳۴/۲٪ بهبود بخشد.

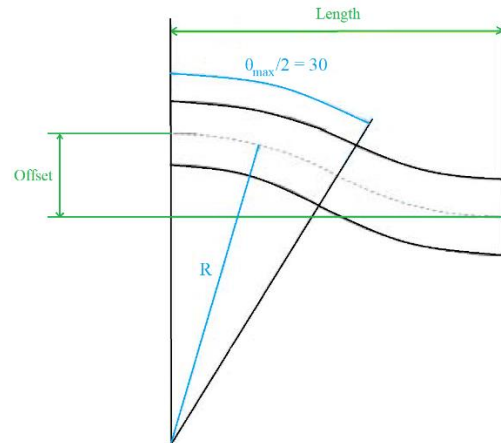
گان و ژانگ [۱۱] در سال ۲۰۱۶ یک مجرای S-شکل سه‌بعدی را با استفاده از مدل توربولانسی  $k-\omega$  SST بهینه کرده‌اند. در این مقاله بهینه‌سازی با استفاده از یک استراتژی بهینه‌سازی چند هدفه، عملکرد آیرودینامیکی مجرای S-شکل را بهبود بخشیده است. در مقایسه با طرح اصلی، ضریب اعوجاج جریان در مجرای بهینه تا ۱۶/۳٪ کاهش و ضریب بازیابی فشار کل تا ۱/۱٪ افزایش یافته است. در این مقاله از روش بهینه‌سازی جدیدی (کوپل کردن الگوریتم ژنتیک و شبکه عصبی) استفاده شده تا اهداف مورد نظر در کوتاه‌ترین زمان و با کمترین هزینه محاسباتی حاصل شوند. همچنین میزان بهبود توابع هدف بیشتر از مقادیر گزارش شده در مطالعات قبلی است.

### ۲- تعریف مسئله

هدف از این مقاله کاهش افت فشار کل و یکنواختی هرچه بیشتر جریان در مجرای S-شکل از طریق فرآیند بهینه‌سازی اشکال می‌باشد. این فرآیند با کوپل کردن الگوریتم ژنتیک و شبکه عصبی انجام خواهد شد که تلاش می‌کند دو تابع هدف مقدار افت فشار کل و اعوجاج را به صورت هم‌زمان به کمترین مقدار ممکن برساند. به منظور بهینه‌سازی شکل دهانه، نیاز به یک مدل ریاضی است که بتواند مقدار افت فشار کل و اعوجاج را برحسب پارامترهای هندسی مجرا بیان کند. به خاطر پیچیدگی بیش‌ازحد، هیچ مدلی که به‌طور دقیق بتواند این دو تابع هدف را پیش‌بینی کند وجود ندارد؛ بنابراین در این پژوهش از شبکه‌های عصبی چندلایه برای تخمین دو تابع هدف مورد نظر استفاده شده است.

در این مقاله ابتدا یک مجرای S-شکل که نتایج آزمایشگاهی و عددی آن موجود است انتخاب شده و اعتبار سنجی حل عددی با آن انجام شده است. سپس دو بهینه‌سازی با شرایط مختلف انجام شده است.

1 normalized



شکل ۲: نمای از مجرای S-شکل.

Fig. 2. View of S-shaped duct

$$y_{cl} = \begin{cases} R \cos \theta - R & 0 \leq \theta \leq \theta_{\max}/2 \\ 2R \cos(\theta_{\max}/2) - R(1 + \cos(\theta_{\max} - \theta)) & \theta_{\max}/2 \leq \theta \leq \theta_{\max} \end{cases} \quad (2)$$

$$z_{cl} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{r}{r_1} = 1 + 3 \left( \frac{r_2}{r_1} - 1 \right) \left( \frac{\theta}{\theta_{\max}} \right)^2 - 2 \left( \frac{r_2}{r_1} - 1 \right) \left( \frac{\theta}{\theta_{\max}} \right)^3 \quad (4)$$

### ۲-۲- حلقه بهینه‌سازی

در این مقاله بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک انجام شده است. الگوریتم ژنتیک، یکی از الگوریتم‌های فرا ابتکاری مشهور و کاراست که کاربرد گسترده‌ای در حل مسائل بهینه‌سازی دارد. این الگوریتم قدرت بالایی در یافتن جواب مسائل از خود نشان داده است، به‌خصوص مسائلی همانند مسئله موردنظر که شامل فضای حالت بسیار گسترده است. عدم نیاز الگوریتم ژنتیک به پیوستگی و تحدب تابع هدف را نیز می‌توان از دیگر ویژگی‌های مثبت این الگوریتم قلمداد نمود.

حلقه بهینه‌سازی این مقاله در شکل ۳ نشان داده شده است. در مرحله اول و قبل از شروع فرآیند حلقه بهینه‌سازی، جهت ایجاد پایگاه داده برای تعلیم شبکه عصبی، ابتدا ۴۰ هندسه به‌صورت تصادفی ایجاد شده است. لازم به ذکر است که پارامتری کردن هندسه یعنی تعریف متغیرها و موقعیت نقاط کنترلی توسط کد نویسی در نرم‌افزار متلب<sup>۱</sup> انجام می‌شود. در مرحله دوم ۴۰ هندسه مورد نظر شبکه‌بندی شده و شبیه‌سازی حل جریان با استفاده از حل‌کننده آنسیس سی‌اف‌ایکس<sup>۲</sup>

1 MATLAB

2 ANSYS CFX

انجام می‌شود و در پایان این مرحله توابع هدف موردنظر استخراج می‌گردند. در مرحله سوم با استفاده از توابع هدف استخراج شده در مرحله قبل پایگاه داده لازم برای شبکه عصبی ساخته می‌شود و دو شبکه عصبی جداگانه برای هر یک از توابع هدف افت فشار کل و اعوجاج ایجاد می‌شود. ساختار شبکه عصبی مورد استفاده در این مقاله به‌وسیله جعبه‌ابزار نرم‌افزار متلب طراحی شده است. در مرحله چهارم الگوریتم ژنتیک با فراخوانی توابع هدف به دست آمده از شبکه عصبی، بهینه‌سازی را انجام می‌دهد و در نهایت به یک بردار از متغیرهای بهینه دست خواهد یافت. عملیات بهینه‌سازی با استفاده از الگوریتم ژنتیک نیز در نرم‌افزار متلب انجام می‌شود. با استفاده از این متغیرها، هندسه بهینه ساخته و سپس شبیه‌سازی عددی خواهد شد. در این مرحله بررسی می‌شود که آیا به دقت مورد نظر رسیده است یا خیر؟ اگر به دقت مورد نیاز نرسیده باشد نتایج حل عددی به پایگاه داده شبکه عصبی افزوده خواهد شد تا حلقه ادامه یابد. اما اگر به دقت مورد نیاز رسیده باشد حلقه در این نقطه به پایان خواهد رسید.

### ۲-۳- توابع هدف

رفتار میدان جریان مجرای S-شکل بسیار پیچیده است و به چندین عامل بستگی دارد. یکی از اهداف مقاله کاهش اعوجاج در صفحه خروجی مجرا و ایجاد جریان به‌صورت یکنواخت است، این بهبود عملکرد مجرا با تغییر شکل آن صورت می‌گیرد.

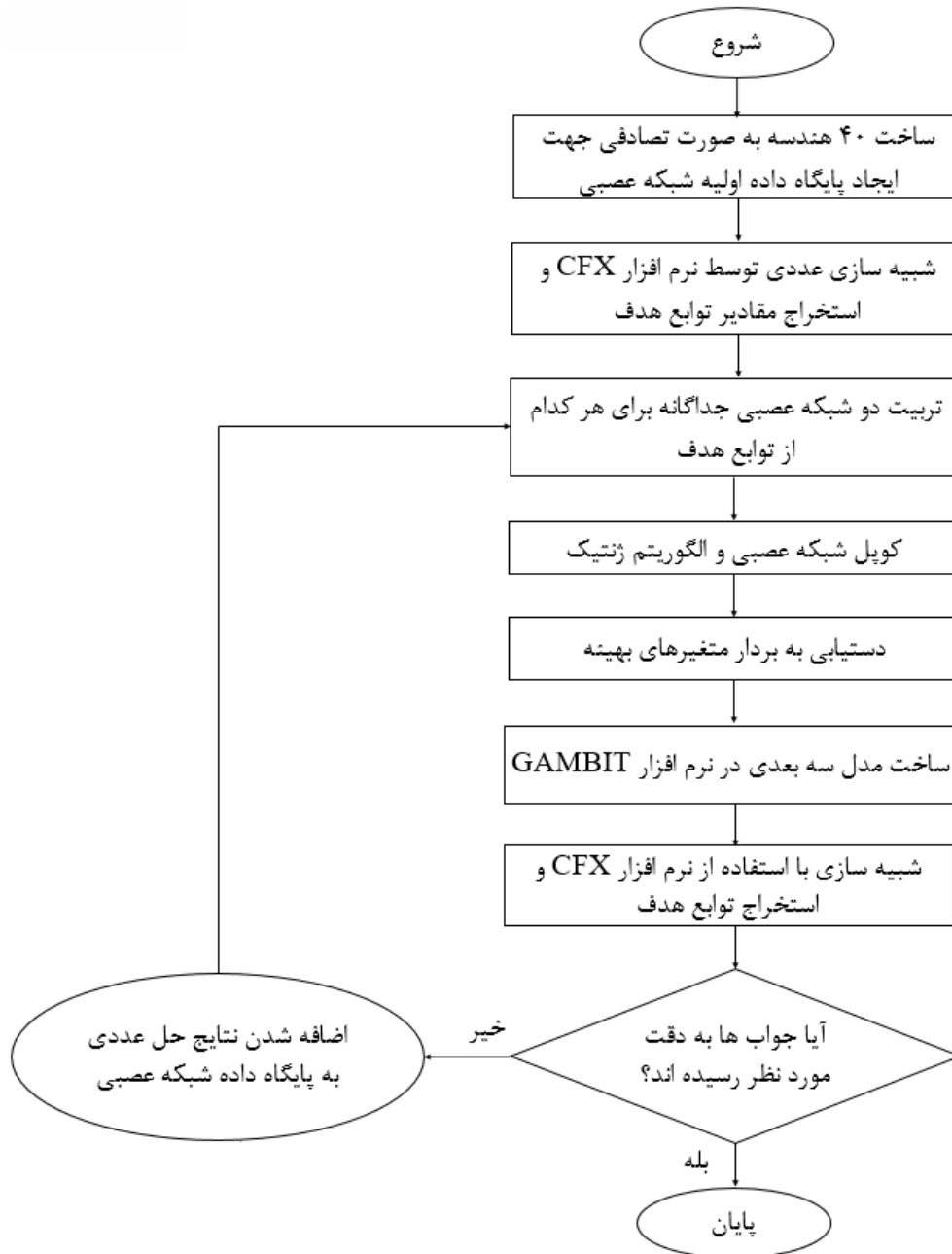
پارامترهای چندگانه‌ای وجود دارد که می‌تواند کارایی مجرای S-شکل را مورد ارزیابی قرار دهد. در میان آن‌ها افت فشار کل و اعوجاج، به‌عنوان پارامترهای اصلی، انتخاب شده است. در نهایت، شرح مختصری از عبارات ریاضی مورد استفاده برای محاسبه این اهداف ارائه شده است.

#### ۱) افت فشار کل

افت فشار کل ناشی از رفتار جریان واقعی و به‌ویژه جدایش جریان، می‌باشد. ضریب بازیابی فشار این افت فشار را توصیف می‌کند. این ضریب با روش میانگین گذر جرمی<sup>۲</sup> محاسبه شده است.

$$\text{Pressure Recovery} = \frac{P_{out}}{P_{in}} \quad (5)$$

3 Mass flow average



شکل ۳: فلوچارت فرایند بهینه‌سازی.  
**Fig. 3. Flowchart of the optimization process**

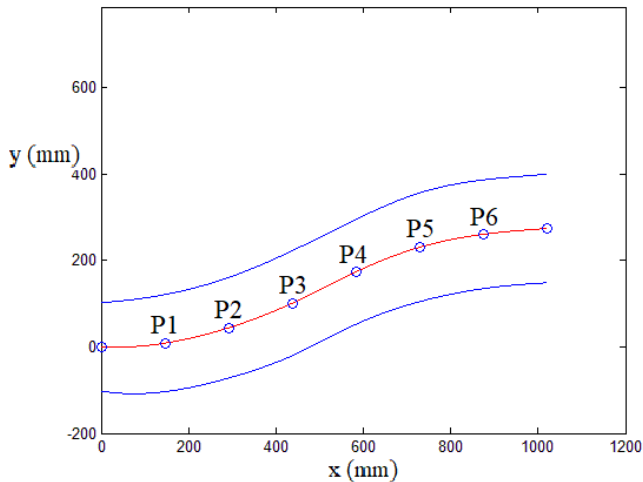
### ۲) اعوجاج

تابع هدف دوم اعوجاج است؛ به حداقل رساندن این پارامتر اجازه می‌دهد که یکنواختی جریان در صفحه ورودی کمپرسور افزایش یابد. رابطه‌ی (۷) برای محاسبه میزان اعوجاج فشار کل یک مقطع بکار گرفته شده است:

$$f_2 = DC(60) = \frac{P_f - P_{60}}{q_f} \quad (7)$$

که در آن  $P_{out}$  متوسط فشار کل مقطع خروجی مجرا (ورودی کمپرسور) و  $P_{in}$  فشار کل مقطع ورودی مجرا (دهانه ورودی هوا) می‌باشد. به‌منظور کاهش افت فشار در مجرا ضریب  $PR$  باید به حداکثر مقدار ممکن برسد. با توجه به اینکه توابع بهینه‌سازی برای به حداقل رساندن توابع هدف طراحی شده‌اند، تابع هدف را باید این‌گونه تعریف نمود:

$$f_1 = 1 - PR \quad (6)$$



شکل ۵: نقاط کنترلی مورد استفاده برای ساخت خط مرکزی دهانه.  
**Fig. 5. The control points used to build the center line of the inlet**

برای ساخت خط مرکزی دهانه نشان داده شده است.

#### ۵-۲- تنظیمات حلگر

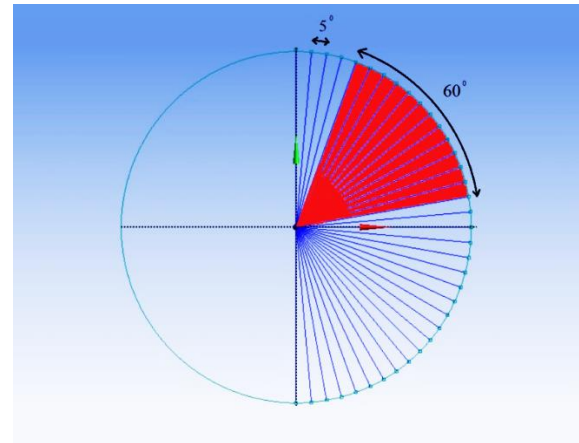
در این مقاله جریان با استفاده از نرم افزار انسیس سی اف ایکس ۱۸/۲ شبیه سازی شده است. در ادامه تنظیمات حل شرح داده خواهد شد:

**شبکه بندی:** از آنجایی که دامنه حل سیال به صورت گسسته در نظر گرفته می شود، در نواحی که گرادیان های شدید وجود دارد (نظیر لایه های مرزی و ناحیه جدایش)، شبکه بندی باید به قدر کافی ریز باشد تا تغییرات پارامترهای جریانی به خوبی در نظر گرفته شوند. در این پروژه شبکه محاسباتی با استفاده از نرم افزار انسیس مشینگ<sup>۱</sup> ایجاد شده است (شکل ۶).

**سیال عامل:** جریان داخل دهانه، هوا با فرض گاز ایده آل در نظر گرفته شده است.

**میدان جریان:** قابل ذکر است که با توجه به وجود تقارن از نظر هندسی و جریانی، برای کاهش هزینه محاسباتی تنها نیمی از مجرا مدل شده است. این مجرا در شکل ۷ نشان داده شده است.

**مدل توربولانسی:** در این مقاله برای حل میدان جریان مدل Shear Stress Transport یا همان  $k-\omega$  SST تنظیم شده است. این مدل از آن جهت انتخاب شد که یکی از اهداف بهینه سازی کاهش افت فشار کل در طول مجراست و این مدل به خوبی می تواند ناحیه



شکل ۴: تعریف قطاع های ۶۰ درجه ای.  
**Fig. 4. Definition of 60-degree sections**

که در این رابطه  $P_f$  فشار کل متوسط در مقطع ورودی موتور،  $q_f$  هد دینامیکی متوسط،  $P_e$  بدترین فشار در قطاع های (با زاویه ۶۰ درجه) مقطع ورودی موتور می باشد [۱۲]. تعریف ریاضی بدترین فشار، بیشترین اختلاف فشار قطاع ها با فشار در صفحه خروجی مجرا است که در رابطه (۸) نشان داده شده است:

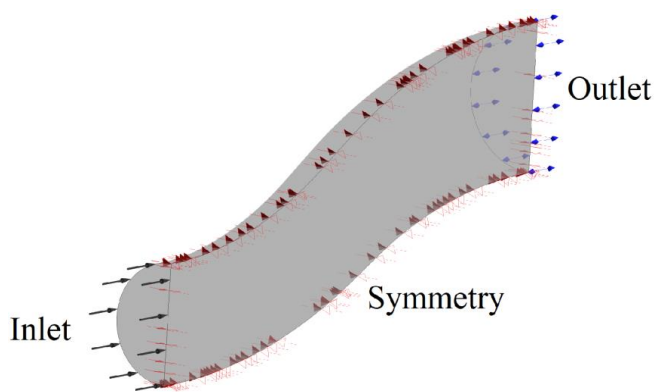
$$P_{60} = \max(P_a - P_f) \quad (8)$$

در یک نیم دایره ۳۶ قطاع ۶۰ درجه ای وجود دارد که  $P_a$  فشار میانگین در هر کدام از این قطاع ها می باشد. شکل ۴ قطاع های ۶۰ درجه ای و گام ۵ درجه ای میان هر کدام را نشان می دهد.

#### ۴-۲- پارامتری کردن هندسه

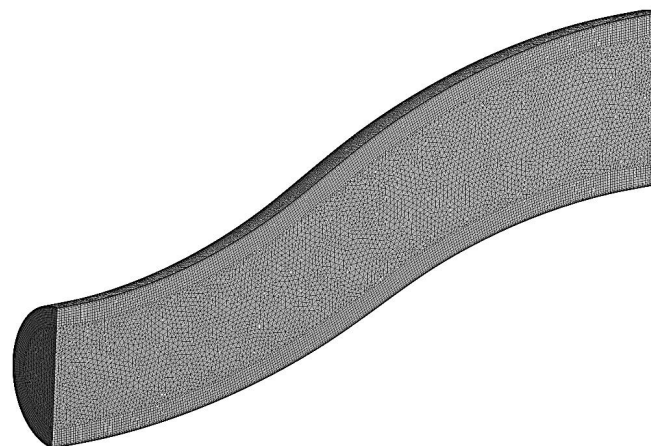
اولین گام و یکی از مهم ترین جنبه های یک آنالیز بهینه سازی، پارامتری کردن هندسه است. در این فرآیند، مدل با چند نقطه کنترلی (متغیرهای تصمیم گیری) توصیف می شود. اگر نقاط کنترلی تغییر یابند، هندسه مجرا نیز تغییر شکل خواهد داد. برای تعریف هندسه از ۱۲ پارامتر استفاده شده است. ۶ پارامتر اول موقعیت  $y$  نقاط خط مرکزی مجرای S- شکل را تعریف می کنند. لازم به ذکر است که موقعیت  $x$  و  $z$  نقاط خط مرکزی ثابت هستند. پارامترهای ۷ تا ۱۲ نیز نسبت مساحت مقاطع دایره ای را تعریف می کنند. تمام مقاطع دایره ای عمود بر خط مرکزی مجرا در نظر گرفته شده اند. موقعیت و مساحت دو مقطع ابتدایی و انتهایی یعنی مقطع ورودی و خروجی مجرا ثابت هستند. در شکل ۵، نقاط کنترلی مورد استفاده





شکل ۷: هندسه مجرا به همراه شرایط مرزی.

Fig. 7. The geometry of duct along with boundary conditions



شکل ۶: نمای پرسپکتیو از شبکه تولیدشده بر روی مجرا.

Fig. 6. Perspective view of the grid generated on the duct

جدول ۲: شرایط مرزی.

Table 2. Boundary conditions

مقادیر	شرط مرزی	موقعیت
Total Pressure = 129241 Pa	Inlet	ورودی دهانه
Static Pressure = 117048 Pa	Opening	خروجی دهانه
-	Wall	دیواره دهانه
-	Symmetry	صفحه تقارن

جدول ۳: مشخصات جریان در نیمی از مجرا.

Table 3. Flow properties in the half of the duct

مقادیر	پارامتر
۰/۶	عدد ماخ ورودی دهانه
۴/۲۴ kg/s	دبی جرمی عبوری
۰/۳۶	عدد ماخ خروجی دهانه

جدایش و افت‌های فشار را پیش‌بینی کند. با توجه به مطالعات قبلی که در بخش پیشینه موضوع نیز به آن اشاره شد در سایر تحقیقات مشابه نیز از همین مدل توربولانسی استفاده شده است [۴ و ۷ و ۱۰].  
**تکرارها:** برای توقف شبیه‌سازی تحقق یکی از دو شرط پایان تعداد تکرارها<sup>۱</sup> و یا رسیدن باقیمانده‌ها<sup>۲</sup> به مقدار  $10^{-7}$  در نظر گرفته شده است. پس از مطالعه حساسیت مجرا نسبت به تعداد تکرارها، تعداد تکرارها در همه‌ی شبیه‌سازی‌ها برابر ۱۰۰۰ در نظر گرفته شده است. علاوه بر این اختلاف دبی ورودی و خروجی نیز در همه‌ی شبیه‌سازی‌ها بررسی شده است.

**شرایط مرزی:** شرایط مرزی در شکل ۷ و مقادیر عددی هرکدام در جدول ۲ نشان داده شده است:  
 با به کار گرفتن مقادیر بالا پارامترهای جریان پس از شبیه‌سازی عددی به دست خواهند آمد که در جدول ۳ نشان داده شده است:

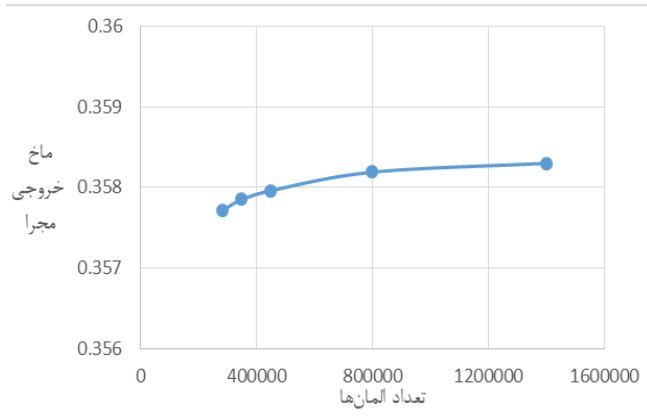
### ۳-۱- بررسی $y^+$

برای نشان دادن کامل رفتار لایه‌مرزی، کنترل ارتفاع اولین سلول مجاور دیواره ضروری است. در این مقاله از مدل توربولانسی  $k-\omega$  SST استفاده شده است.  $y^+$  ایده آل برای این مدل توربولانسی اعدادی نزدیک به ۱ است [۱۳]. ارتفاع اولین سلول لایه‌مرزی به‌گونه‌ای تنظیم شده است که مقدار  $y^+$  در محدوده موردنظر قرار گیرد. مقدار متوسط  $y^+$  بر روی سطوح دیواره برابر ۰/۸۰۶ می‌باشد. در شکل ۸ مقدار  $y^+$  بر روی دو خط با زوایای ۰ و ۱۸۰ رسم شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود،  $y^+$  به‌خوبی در

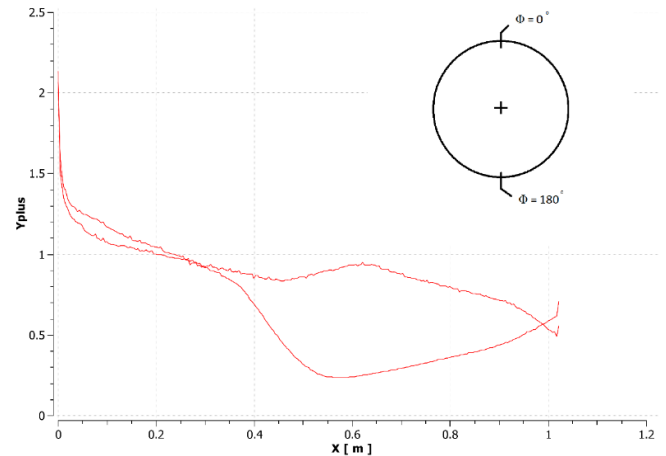
### ۳- نتایج هندسه پایه

اولین و مهم‌ترین مرحله یک حل عددی اعتبار سنجی نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی عددی می‌باشد. قبل از بررسی نتایج می‌بایست از صحت و اعتبار حل عددی انجام شده مطمئن گردید. به همین منظور ابتدا مقدار  $y^+$  بر روی دیواره‌ها موردبررسی قرار گرفته و سپس فرآیند استقلال از شبکه و در آخر اعتبار سنجی انجام شده است.

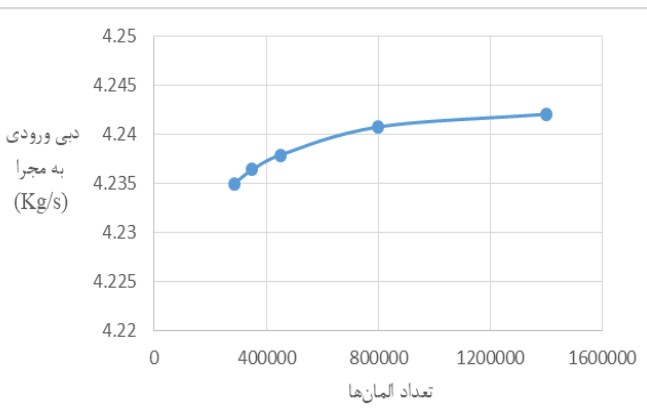
- 1 Iterations
- 2 Residual



شکل ۹: منحنی استقلال از شبکه برای ماخ خروجی دهانه.  
Fig. 9. Grid study for duct outlet Mach number



شکل ۸: مقدار  $y^+$  بر روی دو خط با زوایای ۰ و ۱۸۰ درجه.  
Fig. 8. The value of  $y^+$  on two lines with angles of 0 and 180 degrees



شکل ۱۰: منحنی استقلال از شبکه برای دبی ورودی به مجرا.  
Fig. 10. Grid study for inlet mass flow

محدوده مجاز قرار گرفته است.

### ۲-۳- استقلال از شبکه

برای اطمینان از حل عددی انجام گرفته، لازم است یک فرآیند استقلال از شبکه انجام گیرد تا اطمینان حاصل شود که با تغییر شبکه، نتایج عددی حاصل شده تغییر چندانی نخواهند داشت و صحت نتایج مورد قبول است. بدین منظور پنج شبکه با تعداد المان‌های متفاوت تولید شده است. در شکل‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب دبی ورودی به دهانه و عدد ماخ در صفحه خروجی دهانه برای پنج شبکه گزارش شده است. لازم به ذکر است که این تعداد المان تنها مربوط به نیمی از مجرا می‌باشد.

جدول ۴: مقایسه نتایج شبکه‌های مختلف.

Table 4. Comparison of the results of different grids

تعداد المان‌ها	دبی ورودی به مجرا (kg/s) (اختلاف با ریزترین شبکه)	ماخ خروجی مجرا (اختلاف با ریزترین شبکه)	فشار کل خروجی مجرا (Pa) (اختلاف با ریزترین شبکه)
۲۸۵۰۰۰	۴/۲۳۵۰ (۰/۱۷٪)	۰/۳۵۷۷ (۰/۱۶٪)	۱۲۸۰۹۹ (۰/۰۳٪)
۳۵۰۰۰۰	۴/۲۳۶۴ (۰/۱۳٪)	۰/۳۵۷۸ (۰/۱۴٪)	۱۲۸۱۰۷ (۰/۰۲٪)
۴۵۰۰۰۰	۴/۲۳۷۹ (۰/۱۰٪)	۰/۳۵۸۰ (۰/۰۸٪)	۱۲۸۱۱۴ (۰/۰۱٪)
۸۰۰۰۰۰	۴/۲۴۰۷ (۰/۰۳٪)	۰/۳۵۸۲ (۰/۰۳٪)	۱۲۸۱۲۷ (۰/۰۰۵٪)
۱۴۰۰۰۰۰	۴/۲۴۲۰ (۰٪)	۰/۳۵۸۳ (۰٪)	۱۲۸۱۳۴ (۰٪)

در جدول ۴ اختلاف مقادیر پارامترهای مختلف در شبکه‌های مختلف با ریزترین شبکه مقایسه شده است.

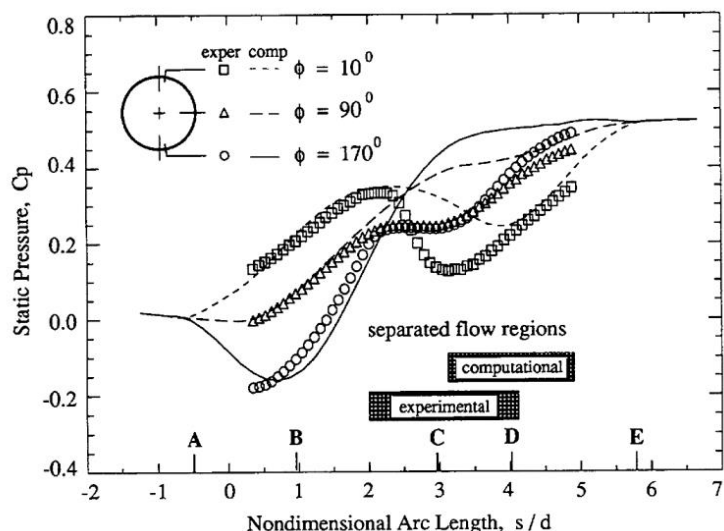
با توجه به نمودارها و جدول نشان داده شده در بالا می‌توان دریافت که شبکه محاسباتی با تعداد المان ۸۰۰,۰۰۰ از دقت قابل قبولی برخوردار است و نتایج عددی حاصل شده پس از آن با افزایش تعداد المان‌ها تغییر چندانی نخواهند داشت.

### ۳-۳- اعتبار سنجی

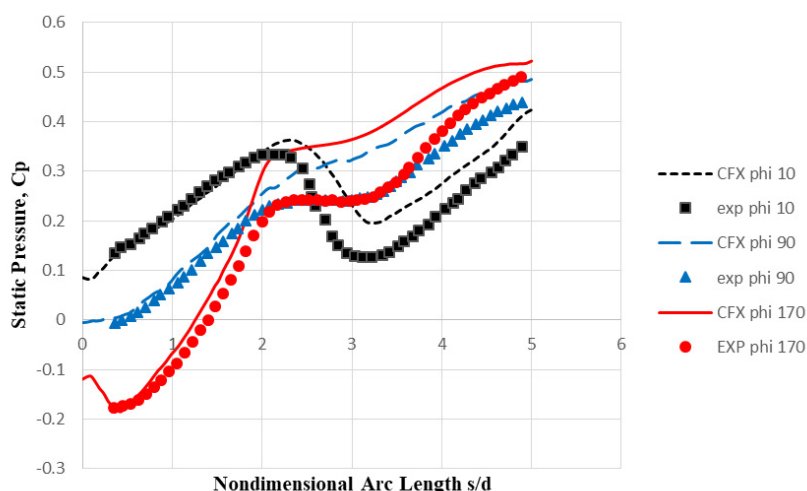
برای اعتبارسنجی، می‌بایست داده‌های حل عددی با داده‌های موجود از تست‌های تجربی مقایسه شود. یکی از مهم‌ترین دلایل انتخاب هندسه ولبرن [۳] به‌عنوان هندسه پایه در این مقاله، موجود

بودن نتایج آزمایشگاهی دقیق این هندسه می‌باشد. ولبرن در سال ۱۹۹۳ جریان تراکم پذیر داخل مجرای S-شکل را در مرکز تحقیقاتی





شکل ۱۱: روند ضریب فشار برای سه موقعیت پیرامونی [۳].  
**Fig. 11. Static pressure trends for three positions**



شکل ۱۲: مقایسه نتایج شبیه‌سازی انجام شده در این مقاله با نتایج آزمایشگاهی ولبرن (روند ضریب فشار برای سه موقعیت پیرامونی).  
**Fig. 12. Comparison of simulation results with Wellborn Lab results (Static pressure trends for three position)**

فشار بی‌بعد شده است که در رابطه (۹) تشریح شده است:

$$C_p = \frac{P - P_{cl}}{P_{0,cl} - P_{cl}} \quad (9)$$

که در این معادله  $P_{cl}$  و  $P_{0,cl}$  به ترتیب فشار استاتیک و فشار کل در نقطه مرکز مجرا در صفحه ورودی می‌باشد.

#### ۴- نتایج بهینه‌سازی

نتایج اصلی حاصل از بهینه‌سازی در این بخش شرح داده می‌شود. در این مقاله بر روی هندسه ولبرن کار شده است و با روش تغییر

لوپیس ناسا آزمایش کرد و داده‌های متعددی درباره پارامترهای آیرودینامیکی و مکانیزم جدایش جریان ارائه داد. شکل ۱۱ ضریب فشار را در امتداد مجرا برای سه موقعیت پیرامونی و در زوایای ۱۰، ۹۰ و ۱۷۰ درجه نشان می‌دهد.

به‌منظور ارزیابی حل عددی انجام شده در این مقاله، هندسه ولبرن با شرایط مشابه تحلیل شد که نتایج آن در شکل ۱۲ نشان داده شده است.

همان‌طور که ملاحظه می‌شود نتایج حاصل از حل عددی تطابق خوبی با نتایج آزمایشگاهی ولبرن دارد. قابل‌ذکر است که  $C_p$  ضریب

بهینه و هندسه پایه نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در هندسه بهینه ناحیه جدایش جریان پس از خم اول به مقدار زیادی حذف شده است. از بین رفتن ناحیه جدایش دو مزیت بزرگ به همراه دارد؛ اول اینکه افت فشار کل به مقدار قابل توجهی کاهش می‌یابد و دوم اینکه با حذف این ناحیه، جریان با یکنواختی بیشتری در صفحه خروجی مجرا به موتور تحویل داده می‌شود.

همان‌طور که در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود مجرای بهینه در همان ابتدا و اندکی بعد از ورودی یک افزایش مساحت شدید داشته و پس از آن مساحت مجرا تقریباً ثابت می‌ماند. این تغییرات، کاهش افت فشار کل و یکنواختی بیشتر جریان را به همراه دارد. در شکل ۱۴ کانتور فشار کل در صفحه خروجی مجرا در دو هندسه بهینه و هندسه پایه نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است در هندسه بهینه ضخامت لایه با مومنتوم کم کاهش و یکنواختی جریان افزایش یافته است. با کاهش ضخامت لایه مرزی سطح مقطع مفید مجرا افزایش یافته که این امر افزایش سرعت جریان خروجی از مجرا را به همراه دارد.

در شکل ۱۵ خطوط جریان در هندسه بهینه رسم شده است. همان‌طور که در این شکل مشخص است، جریان به صورت یکنواخت مسیر مجرا را طی کرده و بدون هیچ جدایش و یا اغتشاشی از مجرا خارج می‌شود.

جدول ۵: مقایسه بین نتایج هندسه پایه و هندسه بهینه.

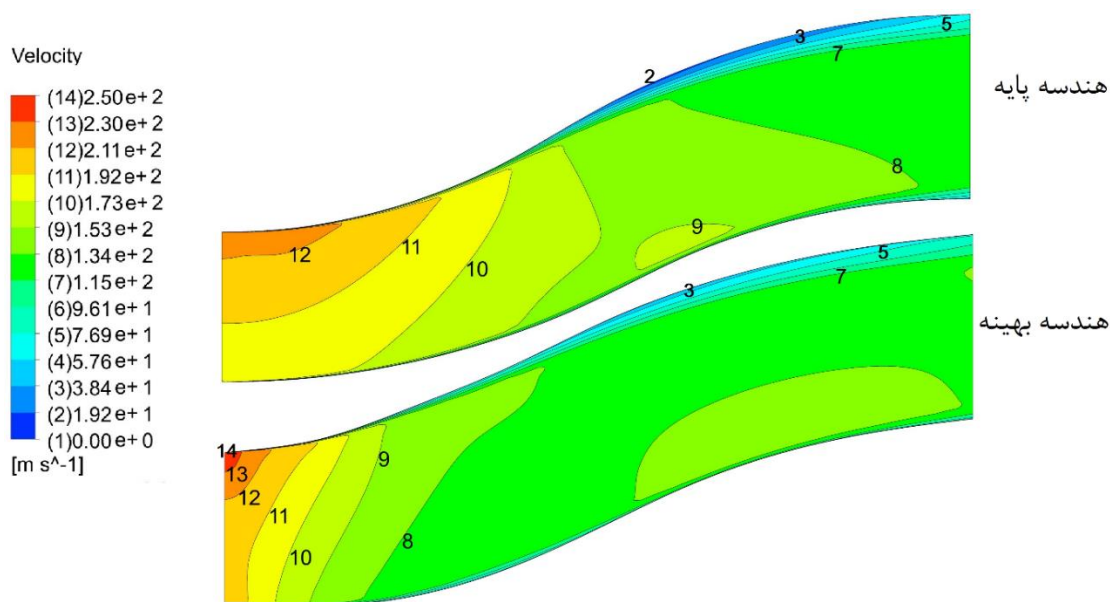
Table 5. Comparison between the results of baseline geometry and the optimal geometry

$f_2 = DC_{60}$		$f_1 = (1 - PR) * 100$		
درصد تغییرات	مقدار	درصد تغییرات	مقدار	
-	۰/۱۰۷	-	۰/۸۷٪	هندسه پایه
۳۵/۸٪	۰/۰۶۸۵	۳۲/۵٪	۰/۵۹٪	هندسه بهینه

شکل، مجرای S-شکل بهینه شده است. در این مقاله دو بهینه‌سازی مختلف با شرایط متفاوت انجام شده است که در ادامه به توضیح هرکدام پرداخته می‌شود.

#### ۴-۱- بهینه‌سازی با تغییر نسبت مساحت مقاطع و خط مرکزی

در این بهینه‌سازی ورودی و خروجی مجرا ثابت بوده و تنها نسبت مساحت مقاطع مجرا و مختصه  $y$  خط مرکزی مجرا تغییر می‌کند. تعداد شبیه‌سازی‌های انجام شده برای یافتن هندسه بهینه، ۱۹۰ عدد می‌باشد. در جدول ۵ نتایج و درصد تغییرات هندسه بهینه شده و هندسه پایه به صورت خلاصه نشان داده شده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود، تابع هدف اول یعنی افت فشار کل به مقدار ۳۲/۵٪ و تابع هدف دوم یعنی اعوجاج به مقدار ۳۵/۸٪ بهبود یافته است. در شکل ۱۳ کانتور سرعت در صفحه تقارن مجرا در دو هندسه



شکل ۱۳: مقایسه کانتور سرعت در صفحه تقارن مجرا در دو هندسه پایه (بالا) و هندسه بهینه (پایین).

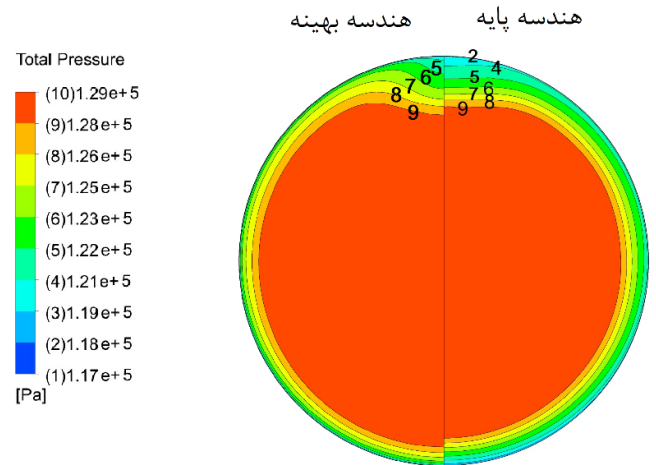
Fig. 13. Comparison of velocity contours on the symmetry plane in baseline geometry (top) and the optimal geometry (bottom)

در شکل ۱۶ برای مقایسه بهتر میان هندسه پایه و هندسه بهینه، مرزهای خطوط بالایی و پایینی هندسه مجرا در صفحه تقارن رسم شده است.

در شکل ۱۷ نمودار توزیع فشار استاتیک روی خطوط بالا و پایین هندسه پایه و هندسه بهینه رسم شده است. همان طور که ملاحظه می شود در هندسه بهینه افزایش فشار به بخش اول دیفیوزر منتقل شده که جریان مومنتوم بیشتری دارد و می تواند به گرادیان فشار معکوس غلبه کند. این مسئله باعث شده است که جدایش جریان از بین برود.

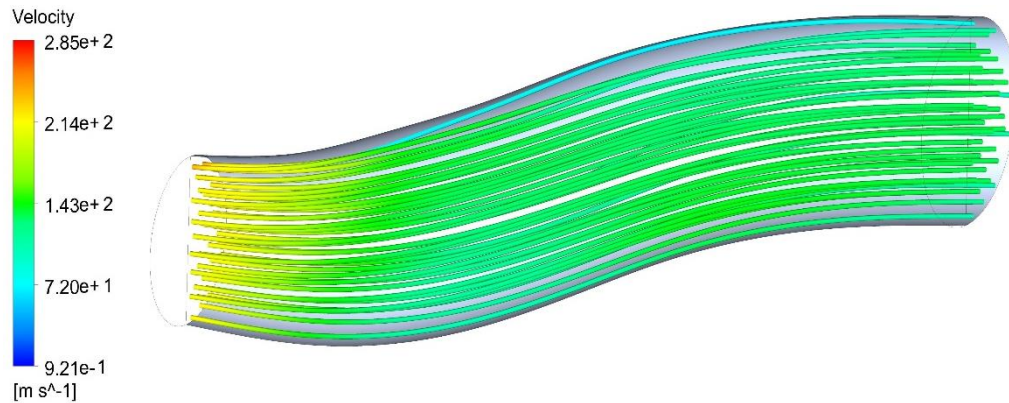
#### ۲-۴- بهینه سازی با طول کوتاه تر

شرایط بهینه سازی دوم مانند بهینه سازی اول است با این تفاوت



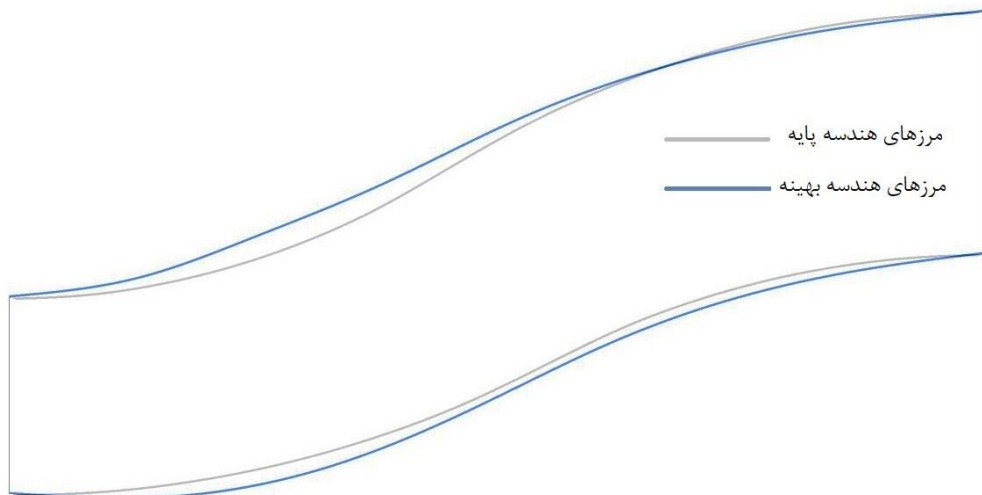
شکل ۱۴: مقایسه کانتور فشار کل در صفحه خروجی مجرا در دو هندسه پایه (راست) و هندسه بهینه (چپ).

Fig. 14. Comparison of total pressure contours at the AIP plane in baseline geometry (right) and the optimal geometry (left)



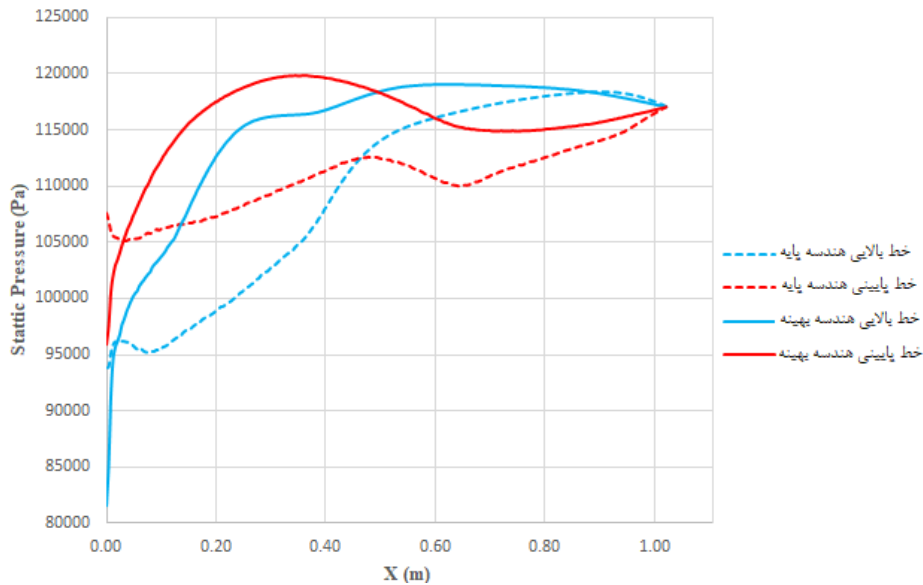
شکل ۱۵: خطوط جریان در هندسه بهینه.

Fig. 15. Streamlines in the optimal geometry



شکل ۱۶: مرزهای خطوط بالایی و پایینی هندسه مجرا در صفحه تقارن.

Fig. 16. The boundaries of the upper and lower lines of the duct on the symmetry plane



شکل ۱۷: نمودار توزیع فشار استاتیک روی خطوط بالا و پایین هندسه پایه و بهینه.

Fig. 17. The distribution of static pressure on the upper and lower lines of baseline and optimal geometry

جدول ۶: مقایسه بین نتایج هندسه پایه و هندسه بهینه.

Table 6. Comparison between the results of baseline geometry and the optimal geometry

طول مجرا		$f_2 = DC_{60}$		$f_1 = (1 - PR) * 100$		
درصد تغییرات	مقدار	درصد تغییرات	مقدار	درصد تغییرات	مقدار	
-	۱۰۲۱ mm	-	۰/۱۰۷	-	۰/۸۷ %	هندسه پایه
۲۵ %	۷۶۵/۷۵ mm	۳۹/۴۴ %	۰/۰۶۴۶	۳۵/۹۶ %	۰/۵۵۹ %	هندسه بهینه

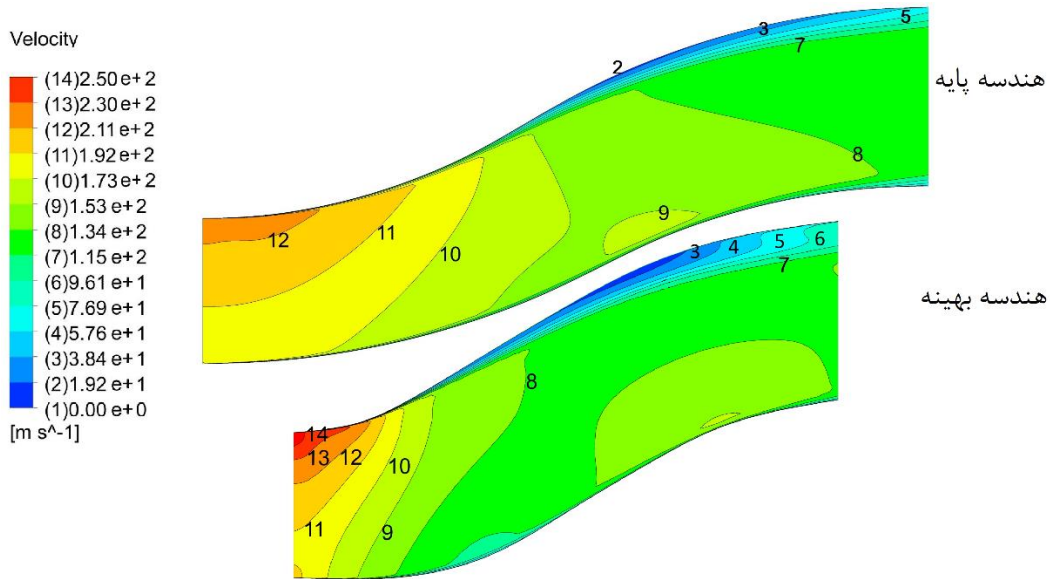
اعوجاج به مقدار ۳۹/۴۴٪ بهبود یافته است.

شکل ۱۸ کانتور سرعت را در صفحه تقارن مجرا در دو هندسه بهینه و هندسه پایه نشان می‌دهد. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، مطابق انتظار با کاهش طول مجرا ناحیه جدایش جریان اندکی گسترش یافته است. اما به حسن کاهش اصطکاک دیواره‌ها، ناشی از کاهش طول مجرا، مقدار افت فشار کل در طول مجرا کاهش یافته است.

در شکل ۱۹ کانتور فشار کل در صفحه خروجی مجرا در دو هندسه بهینه و هندسه پایه نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل ملاحظه می‌شود هرچند در قسمت بالای صفحه خروجی مجرا اندکی غیریکنواختی به وجود آمده است. اما در عوض ضخامت لایه با مومنوم کم در کل مقطع خروجی مجرا کاهش یافته است. با کاهش ضخامت لایه مرزی سطح مقطع مفید مجرا افزایش یافته که

که در بهینه‌سازی دوم طول مجرا نیز کاهش پیدا می‌کند. در مجراهای S-شکل با کاهش طول مجرا احتمال جدایش جریان، ناشی از نرخ بالای دیفیوژن، افزایش می‌یابد، زیرا در این حالت جریان فرصت کمتری برای تطبیق با انحنای مجرا دارد. اما از طرفی دیگر کاهش طول مجرای S-شکل همیشه مطلوب طراحان دهانه ورودی است چراکه مزیت‌های زیادی به همراه دارد از جمله: کاهش وزن پرنده، افزایش فضای مفید داخل پرنده برای جانمایی سایر تجهیزات، کاهش افت فشار کل به خاطر کاهش اصطکاک روی دیواره‌های مجرا.

در بهینه‌سازی دوم از نتایج بهینه‌سازی اول به‌عنوان حدس اولیه استفاده شده، به همین دلیل در بهینه‌سازی دوم تنها ۴۵ شبیه‌سازی انجام شده است. جدول ۶ نتایج حاصل از این بهینه‌سازی را به‌صورت خلاصه نشان می‌دهد. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود، طول دهانه به‌اندازه ۲۵٪ کاهش، افت فشار کل به مقدار ۳۵/۹۶٪ و



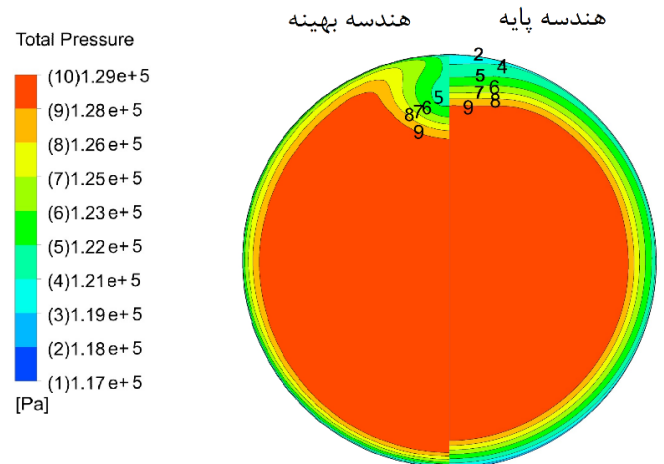
شکل ۱۸: مقایسه کانتور سرعت در صفحه تقارن مجرا در دو هندسه پایه (بالا) و هندسه بهینه (پایین).

Fig. 18. Comparison of velocity contours on the symmetry plane in baseline geometry (top) and optimal geometry (bottom)

استفاده شده و به منظور کاهش زمان محاسبات الگوریتم ژنتیک با شبکه عصبی کوپل شده است. هدف از این بهینه‌سازی کاهش افت فشار کل و اعوجاج جریان در صفحه خروجی مجرا می‌باشد. مروری به تحقیقات انجام شده در این زمینه نشان می‌دهد که بهینه‌سازی با این روش توسط محققان مورد بررسی قرار نگرفته است؛ بنابراین این پژوهش روش جدیدی در زمینه بهینه‌سازی مجراهای S-شکل ارائه داده است. فرآیند بهینه‌سازی در نرم‌افزار متلب کد نویسی شده است. هندسه انتخاب شده برای بررسی، هندسه مجرای S-شکل ولبرن [۳] است. در سال ۱۹۹۳ مرکز تحقیقات لوییس ناسا نتایج آزمایشگاهی دقیق این هندسه را استخراج کرده است، به همین دلیل این هندسه برای بررسی انتخاب شده و شبیه‌سازی عددی جریان با استفاده از نرم‌افزار انسیس سی‌اف‌ایکس ۱۸/۲ انجام شده است.

در این مقاله دو بهینه‌سازی مختلف با شرایط متفاوت انجام شده است. در بهینه‌سازی اول ورودی و خروجی مجرا ثابت بوده و تنها نسبت مساحت مقاطع مجرا و مختصه  $y$  خط مرکزی مجرا تغییر می‌کند. نتایج حاصل از این بهینه‌سازی منجر به بهبود افت فشار کل به مقدار ۳۲/۵٪ و اعوجاج به مقدار ۳۵/۸٪ شده است.

شرایط بهینه‌سازی دوم نیز مانند بهینه‌سازی اول است با این تفاوت که در این بهینه‌سازی علاوه بر تغییر نسبت مساحت مقاطع مجرا و مختصه  $y$  خط مرکزی، طول مجرا نیز کاهش پیدا کرده است.



شکل ۱۹: مقایسه کانتور فشار کل در صفحه خروجی مجرا در دو هندسه پایه (راست) و بهینه (چپ).

Fig. 19. Comparison of total pressure contours at the AIP plane in baseline geometry (right) and optimal geometry (left)

این امر افزایش سرعت جریان خروجی از مجرا را به همراه دارد. در شکل ۲۰ خطوط جریان در هندسه بهینه رسم شده است. مطابق این شکل، جریان به صورت یکنواخت مسیر مجرا را طی کرده و بدون جدایش بزرگی از مجرا خارج می‌شود.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این پژوهش از الگوریتم ژنتیک برای بهینه‌سازی مجرای S-شکل





شکل ۲۰: خطوط جریان در هندسه بهینه.

Fig. 20. Streamlines in baseline geometry and optimal geometry

صفحه ورودی موتور	$f$
ورودی مجرا	$in$
خروجی مجرا	$out$
گلوگاه	$t$

با مقایسه نتایج آزمایشگاهی و نتایج حاصل از این بهینه‌سازی می‌توان نتیجه گرفت که افت فشار کل به مقدار ۳۵/۹۶٪، اعوجاج در صفحه خروجی مجرا به مقدار ۳۹/۴۴٪ بهبود و طول مجرا تا ۲۵٪ کاهش پیدا کرده است.

#### منابع

- [1] J.R. Weske, Pressure loss in ducts with compound elbows, (1943).
- [2] P. Bansod, P. Bradshaw, The flow in S-shaped ducts, The Aeronautical Quarterly, 23(2) (1972) 131-140.
- [3] S. Wellborn, B. Reichert, T. Okiishi, An experimental investigation of the flow in a diffusing S-duct, in: 28th joint propulsion conference and exhibit, 1992, pp. 3622.
- [4] C. Fiola, R.K. Agarwal, Simulation of Secondary and Separated Flow in a Diffusing S-Duct, in: 52nd Aerospace Sciences Meeting, 2014, pp. 0561.
- [5] E. Manca, Unsteady Aerodynamic investigation of the flow within an optimized S-duct intake, Cranfield University : MSc Thesis (2016).
- [6] F. Furlan, N. Chiereghin, T. Kipouros, E. Benini,

#### فهرست علائم

علائم انگلیسی

مساحت، $m^2$	$A$
صفحه ورودی موتور	$AIP$
ضریب فشار کل	$C_p$
ضریب اعوجاج	$DC$
عدد ماخ	$M$
فشار، Pa	$P$
نسبت فشار	$PR$
شعاع، m	$r$
علائم یونانی	
درجه	$\theta$
زیرنویس	
خط مرکزی	$cl$

- [10] E. Immonen, Shape optimization of annular S-ducts by CFD and high-order polynomial response surfaces, *Engineering Computations*, 35(2) (2018) 932-954.
- [11] W. Gan, X. Zhang, Design optimization of a three-dimensional diffusing S-duct using a modified SST turbulent model, *Aerospace Science and Technology*, 63 (2017) 63-72.
- [12] J. Seddon, E.L. Goldsmith, *Intake aerodynamics: An account of the mechanics of flow in and around the air intakes of turbine-engined and ramjet aircraft and missiles*, Collins London, 1985.
- [13] E. Saadati , M. Zeynolabedini *Preliminary and Advanced Simulation Principles of Computational Fluid Dynamics Using FLUENT and CFX Software*, Ptec Engineering Services Company, (2016) , (In Persian).
- M. Savill, Computational design of S-Duct intakes for distributed propulsion, *Aircraft Engineering and Aerospace Technology: An International Journal*, 86(6) (2014) 473-477.
- [7] A. Rigobello, A Multi-objective shape optimization of an S-Duct intake through NSGA-II genetic algorithm, (2016).
- [8] A. Madadi, M. Kermani, M. Nili-Ahmadabadi, Aerodynamic design of S-Shaped diffusers using ball-spine inverse design method, *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, 136(12) (2014) 122606.
- [9] N. Chiereghin, L. Guglielmi, A.M. Savill, T. Kipouros, E. Manca, A. Rigobello, M. Barison, E. Benini, Shape optimization of a curved duct with free form deformations, in: *23rd AIAA Computational Fluid Dynamics Conference*, 2017, pp. 4114.



