Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 52(10) (2021) 713-716
DOI: 10.22060/mej.2019.16042.6259

Effects of Position and Shape of Cutout on the Axial Buckling Load of Composite Cylindrical Panel

D. Poorveis[1]*, A. Khajehdezfuly[1], S. Moradi[2]

[1] Department of Civil Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran
[2] Department of Mechanical Engineering, Shahid Chamran University of Ahvaz, Ahvaz, Iran

ABSTRACT: In this paper, the effects of position and shape of cutout on the buckling load of composite cylindrical panel under compressive load are investigated. The laminated cylindrical panel with an arbitrary cutout shape is simulated by the spline finite strip method. The first-order shear deformation theory is considered in this study. Using a linear buckling analysis, an eigenvalue problem is solved to obtain the buckling load of the panel under the compressive axial load. A comparison between the results obtained from the finite strip, finite element, and analytical methods was made to show the validity of the results obtained in this study. Several case studies are presented to investigate the effects of some parameters such as shape and position of cutout, central angle of panel, ply sequence of the composite layers, and boundary condition of the panel on its buckling load. The results show that the position and shape of cutout have considerable effects on the buckling load of the panel. The buckling load of the panel reaches its minimum when the cutout center has eccentricity from the loading direction. The results also show that the buckling load with quasi-isotropic configuration is greater than those of cross-ply and angle-ply.

Review History:

Received: Mar. 23, 2019
Revised: May, 30, 2019
Accepted: Jul. 08, 2019
Available Online: Jul. 15, 2019

Keywords:

Cutout position
Cutout shape
Buckling load
Cylindrical composite panel
Finite strip method

1- Introduction

Cylindrical shells/panels are wieldy used in the civil and mechanical engineering industries. Consequently, the buckling load of the shells/panels is investigated by several researchers. For instance, Shariati and Sedighi [1] evaluated the buckling load of the steel cylindrical panel using numerical and experimental approaches. Several studies have been conducted to investigate the effect of circular and rectangular cutouts on the buckling load of cylindrical shells [2]. According to previous studies, cutout shape and its position have a considerable effect on the buckling load of the composite cylindrical shell [3]. The cylindrical panel is a truncated cylindrical shell. Several investigations have been performed to evaluate the buckling load of these panels. For instance, Moradi and Khajehdezfuly [4] investigated the post-buckling behavior of composite cylindrical panels using spline finite strip method. Allahbakhsh and Dadrasi [5] evaluated the effects of area and shape of the cutout on the buckling load of square composite cylindrical panel using finite element method. In their studies the cutout was placed on the center of the panel and the buckling load was calculated using eigenvalue analysis.

A survey of the literature shows that the position of cutout has a considerable effect on the buckling load of the cylindrical shell and has gained much attention in the literature. However, the influence of cutout position on the composite cylindrical panel is not investigated in the literature. Moreover, the effects of different cutout shapes such as circular, elliptical, square and diamond on the panel buckling load have not been compared with each other in the previous studies. Therefore, this study is performed to eliminate the above-addressed limitations. To this end, a composite cylindrical panel with arbitrarily shaped cutout placed in the desired position is simulated using the spline finite strip method. The buckling load of the panel is calculated based on the eigenvalue analysis. The validity of the results obtained from the current study is checked using comparison made with those obtained by the finite element and analytical approaches. Through a parametric study, the effects of shape and position of cutout on the buckling load of the composite cylindrical panel are investigated.

2- Methodology

A cylindrical panel with an elliptical cutout under the compressive load is shown in Fig. 1. As shown in this figure, l، b، R and ϕ are the panel length, width, radius and central angle of the panel. As illustrated in Fig. 1, Compressive load with magnitude of P_0 is applied to the curved edges of the panel. In this study, the cylindrical panel is modeled using the spline finite strip element.

The panel is divided into several strip elements. Four nodal lines are considered in each strip element and m knots are considered on each nodal line. B3 spline and Lagrangian shape functions are considered in longitudinal and transverse directions of the strip element to estimate each node displacement in the strip element. First-order shear deformation theory is used in this study and according to the normal-tangential local coordinate system, five degrees of freedom are considered in each node. u, v, w, ψ_x and ψ_y are membrane displacement in longitudinal direction of panel, membrane displacement in tangential direction, radial displacement, rotation about the tangential direction and rotation

*Corresponding author's email: nozar@ssau.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

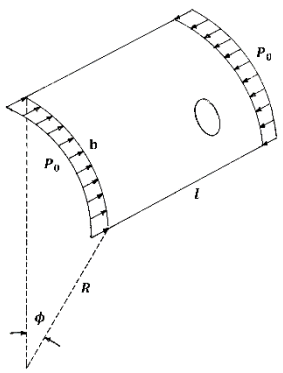


Fig. 1. Hybrid turbine model

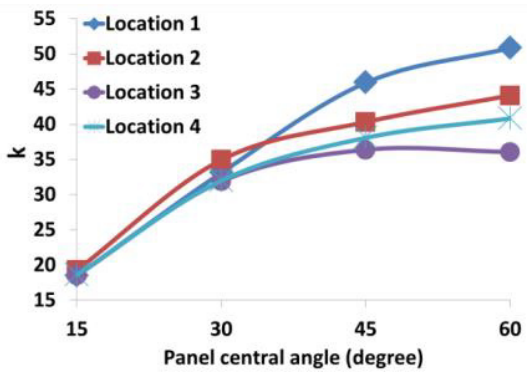


Fig. 2. The flow field and boundary conditions

Table 1. Turbine characteristics

Location	x_c	y_c
1	90	90
2	126	90
3	54	126
4	90	126

about the longitudinal direction, respectively. The displacement of each node is calculated using Eq. (1). In Eq. (1), ϕ_i is spline function of ith knot, L_j is Lagrangian function of jth nodal line [4, 6].

$$\{\Delta\} = \sum_{i=-1}^{m+1}\sum_{j=1}^{4}\Delta_{ij}\phi_i L_j \tag{1}$$

An isoparametric strip element is used to simulate an arbitrarily shaped cutout. In this regard, mapping functions are used to map the local element into the parent element [7]. Internal and external virtual works are written to derive tangential stiffness matrix and external force vector, respectively [6]. Based on the results obtained from a linear pre-buckling analysis and written internal virtual work, the geometrical stiffness matrix is derived [6]. Finally, the eigenvalue problem is solved to calculate the buckling load of the panel.

3- Results Validation

A comparison has been made between the results of the finite strip, finite element, and analytical approaches to investigate the validity of the results obtained from the proposed method. To this end, a square simple panel with elliptical cutout is simulated using the finite element and finite strip methods and the buckling load of the panel is calculated. The relative error between the buckling loads is limited to 2 percent. This shows that the strip element method is capable of calculating the buckling load of the panel with an arbitrarily shaped cutout. Another comparison between result of the analytical approach available in the literature and that of the finite strip shows the difference magnitude of 1.8 percent which is acceptable.

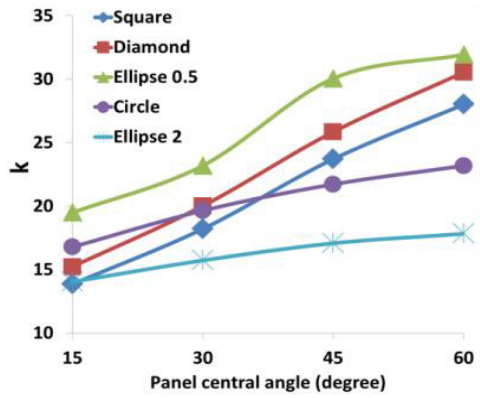


Fig. 3. Verification of straight-bladed turbine total moment coefficient

4- Results and Discussion

Through a parametric study, the effects of cutout shape and position on the buckling load of the panel are investigated. The cutout was placed in four locations (Table 1).

Fig. 2 shows that the central angle of the panel has a significant effect on the influence of the cutout position on the buckling load. When the central angle is greater than 30 degrees, the panel with central cutout has the most buckling load. The results presented in Fig. 3 indicate that the cutout with elliptical shape has lower and greater effects on the buckling load compared to other shapes and its effect depends on the direction of bigger chord of ellipse to the loading direction.

5- Conclusions

In this paper, the effect of cutout position and shape on the buckling load of composite cylindrical panels was investigated. The panel was simulated using the spline finite strip method. The results of current study were compared with those of the finite element method and analytical approach to prove their validity. The results obtained from this study show that when the bigger chord of the elliptical cutout is parallel with loading direction, the panel has the minimum buckling load. The cutout eccentricity has a significant effect on the buckling load. As the eccentricity is increased, the buckling

load is decreased, and when the central angle of the panel increases, the buckling load of the panel increases.

References

[1] M. Shariati, M. Sedighi, J. Saemi, H.R. Allahbakhsh, A Numerical and Experimental Study on Buckling of Cylindrical Panels Subjected to Compressive Axial Load, 2010, 56(10) (2010) 10.

[2] F. Taheri-Behrooz, M. Omidi, M. Shokrieh, Experimental and numerical examination of the effect of geometrical imperfection on buckling load in axially compressed composites cylinder with and without cutout, Modares Mechanical Engineering, 16(6) (2016) 367-377.

[3] D.K. Giljith Jacob, Preetha Prabhakaran, Buckling Analysis of Cylindrical Shells Subjected to Axial Compression, International Research Journal of Engineering and Technology, 4(4) (2017) 4.

[4] D.P. Shapoor Moradi, Amin Khajehdezfuly, Geometrically Nonlinear Analysis of Anistropic Laminated Cylindrical Panels with Cut-Out using Spline finite strip method, in: Proceeding of advances in Structural Engineering and Mechanics ASME, South Korea, 2011.

[5] H. Allahbakhsh, A. Dadrasi, Buckling Analysis of Laminated Composite Panel with Elliptical Cutout Subject to Axial Compression, Modelling and Simulation in Engineering, 2012 (2012) 10.

[6] D.P. Majid Khayat, Shapoor Moradi, Mona Hemmati, Buckling of thick deep laminated composite shell of revolution under follower forces, Structural Engineering and Mechanics, 58(01) (2016) 33.

[7] G. Eccher, K.J.R. Rasmussen, R. Zandonini, Isoparametric spline finite strip method for the bending of perforated plates, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 74(9) (2008) 1448-1472.

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۱۰، سال ۱۳۹۹، صفحات ۲۸۷۹ تا ۲۸۹۸
DOI: 10.22060/mej.2019.16042.6259

تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای کامپوزیتی

داود پورویس*، امین خواجه دزفولی، شاپور مرادی

دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

خلاصه: در این مقاله تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بارکمانش پانل استوانه‌ای کامپوزیتی تحت اثر فشار محوری بررسی شده است. به این منظور، پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای حفره با شکل دلخواه با کمک روش نوار محدود شبیه‌سازی شده و با حل مسئله مقدار ویژه، بار کمانش آن تحت اثر فشار محوری محاسبه شده است. به منظور بررسی صحت نتایج بدست آمده از روش نوار محدود، مقایسه‌ای میان نتایج روش نوار محدود، نتایج روش اجزای محدود و نتایج حاصل از روش تحلیلی صورت گرفته است. با درنظر گرفتن پنج نوع حفره با شکل‌های مختلف در چهار محل مختلف از پانل استوانه‌ای، بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی‌های مختلف، انحناهای متفاوت و شرایط تکیه‌گاهی مختلف محاسبه گردید. در میان همه موقعیت‌های حفره، موقعیت حفره مرکزی در مجموع بیشترین بار بحرانی را با روند صعودی در مقابل افزایش انحنای پانل ارائه می‌کند. بدترین عملکرد مربوط به حفره با خروج از مرکزیت عمود بر راستای بارگذاری می‌باشد. حفره بیضی با قطر کوچک در راستای بارگذاری بیشترین مقاومت کمانش و حفره با قطر بزرگ در راستای بارگذاری دارای کمترین مقاومت کمانشی بوده‌اند. از میان لایه‌بندی‌های مختلف، آرایش شبه‌همسانگرد برای تمامی اشکال و موقعیت‌های حفره حداکثر بار بحرانی محوری را ارائه می‌کند.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۰۳
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۳/۰۹
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۴/۱۷
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۴/۲۴

کلمات کلیدی:
شکل حفره
موقعیت حفره
بار کمانش
پانل استوانه‌ای کامپوزیتی
روش نوار محدود.

۱- مقدمه

امروزه، سازه‌های ساخته شده از مواد کامپوزیتی در صنایع مختلف کاربرد فراوانی دارند [۱ و ۲]. بر همین اساس تحقیقات متعددی در خصوص محاسبه بار کمانش این سازه‌ها تحت شرایط مختلف و به کمک روش‌های مختلف صورت گرفته است. این سازه‌ها از نظر شکل هندسی دارای تنوع بسیار زیادی هستند. یکی از ساده‌ترین آن‌ها، صفحات کامپوزیتی می‌باشد. روش‌های تحلیلی و عددی مختلفی به منظور بررسی وضعیت پایداری و بار کمانش صفحات کامپوزیتی در شرایط مختلف (دارای حفره و بدون حفره) و تحت شرایط بارگذاری متفاوت انجام شده است [۳-۹]. استوانه‌های کامپوزیتی کامل و ناقص از ایجاد انحنا در ورق به وجود می‌آیند و وجود انحنا منجر به پیچیده‌تر شدن رفتار سازه می‌شود. اینگونه سازه‌ها با توجه به شکل منحصر به فرد خود می‌توانند بار بسیار زیادی را تحمل کنند [۱۰]. با توجه به کاربرد فراوان این سازه‌ها، تحقیقات متعددی در خصوص محاسبه بار کمانش این سازه‌ها تحت شرایط مختلف و به کمک روش‌های مختلف انجام شده است. شریعتی و همکاران [۱۱] بار کمانش پانل استوانه‌ای فلزی را تحت بار فشاری محوری به کمک روش‌های عددی و آزمایشگاهی محاسبه کردند. وجود حفره در سازه استوانه‌ای کامپوزیتی می‌تواند باعث تغییرات شگرفی در میزان بار کمانش و رفتار پس از کمانش آن گردد [۱۲]. تحقیقات متعدد آزمایشگاهی، عددی و تحلیلی در زمینه بررسی تاثیر وجود حفره با شکل‌های دایره‌ای و مستطیلی بر بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی انجام گرفته است [۱۳-۱۵]. تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که موقعیت قرارگیری حفره به شدت بر میزان بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تاثیرگذار می‌باشد [۱۶ و ۱۷].

از سویی دیگر، در تحقیقات متعددی، بار کمانش استوانه‌های ناقص (پانل‌های استوانه‌ای) مورد بررسی قرار گرفته است. مرادی و همکاران [۱۸] از روش اسپلاین نوار محدود کمک گرفته و رفتار پس از کمانش پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای گشودگی را در طی یک تحلیل غیرخطی بررسی کردند. در تحقیق آن‌ها، شرایط تکیه‌گاهی دلخواه با کمک روش اسپلاین نوار محدود اعمال گردید. روش نوار محدود در مقایسه با روش

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: dpoorveis@scu.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

اجزای محدود، هزینه محاسبات به مراتب کمتری را دارا می‌باشد. احمدی و همکاران [۱۹] کمانش پانل‌های استوانه‌ای ساخته شده از مواد هدفمند[1] را تحت بارگذاری حرارتی و به کمک روش اجزای محدود بررسی کردند. آن‌ها تاثیر عوامل مختلفی نظیر زاویه مرکزی پانل، شرایط مختلف بارگذاری حرارتی و پارامترهای هندسی را بر روی رفتار کمانشی پانل‌های استوانه‌ای بررسی کردند. یزدانی [۲۰] تاثیر ضخامت پوسته، زاویه الیاف پوسته و زاویه قرارگیری تقویت‌کننده‌ها را بر بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده بررسی کرده است. در تحقیق او بار کمانش پوسته استوانه‌ای تحت فشار محوری به کمک روش عددی و براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول محاسبه گردید.

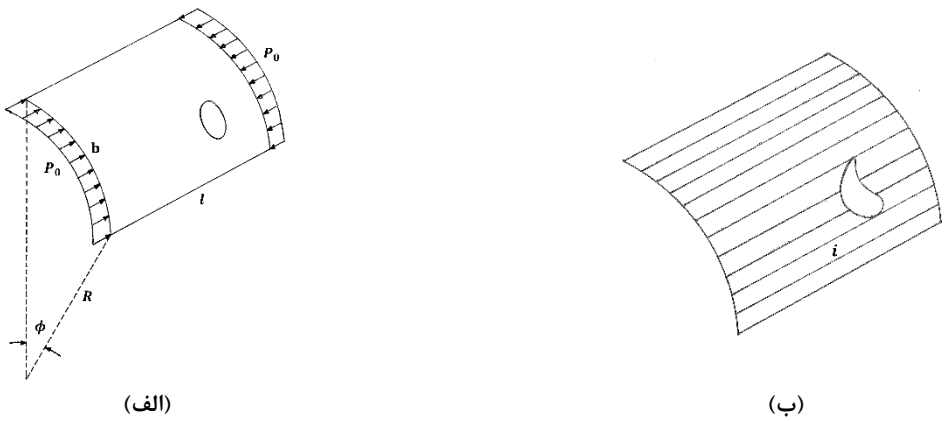
تاثیر وجود حفره بر بار کمانش پانل‌های استوانه‌ای نیز در تحقیقات مختلفی بررسی شده است. بیلی و وود [۲۱] تاثیر اندازه و شکل حفره را بر روی میزان بار کمانش پانل‌های کامپوزیتی مربعی را با کمک روش اجزای محدود بررسی کرده‌اند. در تحقیق آن‌ها تمامی لبه‌های پانل گیردار بوده و حفره در مرکز پانل قرار داشته است. همچنین، ساهو و داتا [۲۲] با کمک روش اجزای محدود، تاثیر حفره را بر بار کمانش پانل‌های دارای انحنا و تحت بارهای دورن صفحه‌ای بررسی کردند. همچنین، با کمک روش اجزای محدود و حل مسئله مقدار ویژه، مادنسی و باروت [۲۳] تاثیر وجود حفره‌های مستطیلی و دایروی شکل در مرکز پانل را بر بار کمانش آن بررسی کردند. تاثیر وجود حفره دایره‌ای شکل در مرکز پانل استوانه‌ای بر بار کمانش آن توسط ماریانو و همکاران [۲۴] و با کمک روش اجزای محدود بررسی شده است. آن‌ها در تحقیق خود تاثیر اندازه حفره، شعاع پانل، ضخامت پانل و لایه‌بندی را بر بار کمانش پانل بررسی کردند. به منظور بررسی تاثیر حفره بیضی شکل قرار گرفته در مرکز پانل استوانه‌ای بر بار کمانش محوری، تحقیقی توسط الله‌بخش و دادرسی [۲۵] انجام شده است. در طی تحقیق آن‌ها، پانل استوانه‌ای دارای حفره بیضی شکل با کمک روش اجزای محدود شبیه‌سازی شده و بار کمانش آن با کمک حل مسئله مقدار ویژه محاسبه شده است. شریعتی و مهدی‌زاده رخی [۲۶] به کمک روش اجزای محدود تاثیر گشودگی بیضی‌شکل را بر بار کمانش محوری پوسته استوانه‌ای فلزی بررسی کرده‌اند. همچنین جولیان و لیمام [۲۷] تاثیر اندازه حفره را بر بارکمانش پانل استوانه‌ای به کمک روش اجزای محدود بررسی کردند.مروری بر ادبیات موضوع نشان می‌دهد که با این‌که موقعیت حفره بر بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای بسیار موثر می‌باشد، اما تاکنون در هیچ پژوهشی تاثیر موقعیت حفره بر بار کمانش پانل‌های استوانه‌ای ارزیابی نشده است. از سویی دیگر، تاکنون مقایسه‌ای میان تاثیر شکل حفره‌های مختلف بر بار کمانش پانل‌های استوانه‌ای صورت نگرفته است. در راستای رفع این دو محدودیت مهم، این تحقیق انجام شده است. در همین راستا، ابتدا پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای حفره با کمک روش نوار محدود اسپلاین شبیه‌سازی شده است. در ادامه با حل مسئله مقدار ویژه، بار کمانش پانل استوانه‌ای محاسبه می‌شود. به منظور اعتبارسنجی نتایج بدست آمده، مقایسه‌ای میان نتایج بدست آمده از روش نوار محدود و نتایج روش‌های اجزای محدود و تحلیلی صورت گرفته است. در ادامه تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بارکمانش پانل استوانه‌ای در شرایط مختلف بررسی شده است.

۲- توسعه مدل نوار محدود پانل استوانه‌ای

نمایی از پانل استوانه‌ای دارای حفره بیضوی در شکل ۱-الف نشان داده شده است. همانگونه که در این شکل نشان داده شده است، پارامترهای l، b، R و ϕ به ترتیب طول، عرض، شعاع و زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای می‌باشند. در این تحقیق پانل استوانه‌ای به کمک روش اسپلاین نوار محدود شبیه‌سازی شده است. همانگونه که در شکل ۱-الف مشاهده می‌شود، یک بار فشاری گسترده با شدت یکنواخت به لبه‌های منحنی پانل اعمال می‌گردد. پانل استوانه‌ای نشان داده شده در شکل ۱-الف به وسیله المان‌های نواری شکل گسسته‌سازی می‌شود (شکل ۱-ب). همانگونه که در شکل ۱-ب نشان داده است، پانل استوانه‌ای به تعداد مختلفی المان نواری کوچک و بزرگ تقسیم شده است. در شکل ۲ نمایی از المان نواری استوانه‌ای نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۲ نشان داده شده است، المان نواری i ام دارای طول و عرض می‌باشد.

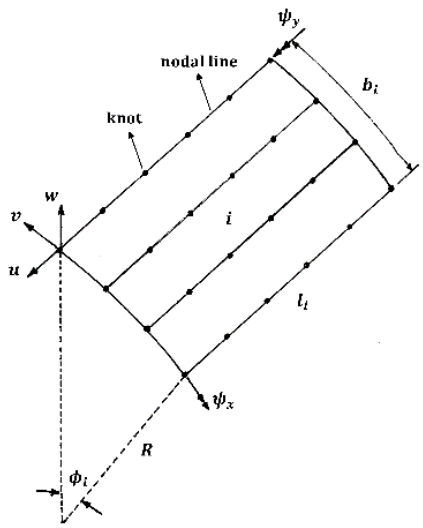
بر روی هر المان نواری، چهار خط گره‌ای در راستای طولی المان درنظر گرفته است. بر روی هر خط گره‌ای، تعدادی گره (نات) درنظر گرفته می‌شود. در هرگره پنج درجه آزادی u ، v ، w ، ψ_x و ψ_y با کمک یک سیستم مختصات محلی شعاعی-مماسی درنظر گرفته شده است. درجات آزادی u ، v، w ، ψ_x و ψ_y به ترتیب جابجایی در راستای محور x (راستای طولی پانل)، جابجایی در راستای محور y (راستای مماسی پانل)، جابجایی در راستای محور z (راستای شعاعی پانل)، دوران حول محور y (راستای مماسی پانل) و دوران حول محور x (راستای طولی پانل) می‌باشند. در تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، تغییر مکان یک نقطه دلخواه که به فاصله z از محور

1 Functionally Graded Material (FGM)



شکل ۱: پانل استوانه‌ای دارای حفره الف) مشخصات هندسی پانل و اعمال بار فشاری به آن ب) مدل نوار محدود پانل

Fig. 1. Perforated cylindrical panel a) geometrical parameters b) finite strip model



شکل ۲: المان نواری استوانه‌ای

Fig. 2. Cylindrical strip element

مرکزی پوسته قرار گرفته است، به کمک روابط (۱) تا (۳) محاسبه می‌شود [۲۸].

$$\bar{u}(x,y,z)=u(x,y)+z\psi_x(x,y) \quad (۱)$$

$$\bar{v}(x,y,z)=v(x,y)+z\psi_y(x,y) \quad (۲)$$

$$\bar{w}(x,y,z)=w(x,y) \quad (۳)$$

در روابط (۱) تا (۳)، $\bar{u}(x,y,z)$ ، $\bar{v}(x,y,z)$ و $\bar{w}(x,y,z)$ جابجایی‌های یک نقطه دلخواه در مختصات x و y می‌باشند. این نقطه به فاصله z از خط میانی پوسته قرار دارد. دیگر پارامترهای موجود در روابط (۱) تا (۳) پیش‌تر تعریف شده‌اند.

با توجه به درنظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، تغییر شکل مربوط به درجات آزادی از یکدیگر مستقل می‌باشند. با کمک رابطه (۴)، بردار تغییر شکل المان تعیین می‌شود. در رابطه (۴)، i شمارنده گره‌ها، m

تعداد گره‌های بر روی یک خط گره‌ای، j شمارنده خطوط گره‌ای، ϕ_i تابع اسپلاین گره iام، L_j تابع لاگرانژ خط گره‌ای j ام و Δ_{ij} ضریب وزنی مجهول مربوط به خط گره‌ای jام و گره iام می باشد. همانگونه که در رابطه (۵) مشاهده می‌شود، تغییر شکل المان در هر گره به‌صورت ۵ درجه آزادی u ، v ، w ، ψ_x و ψ_y محاسبه می‌شود [۲۹].

$$\{\Delta\}=\sum_{i=-1}^{m+1}\sum_{j=1}^{4}\Delta_{ij}\phi_i L_j \tag{۴}$$

$$\{\Delta\}=\{u \quad v \quad w \quad \psi_x \quad \psi_y\}^{\mathrm{T}} \tag{۵}$$

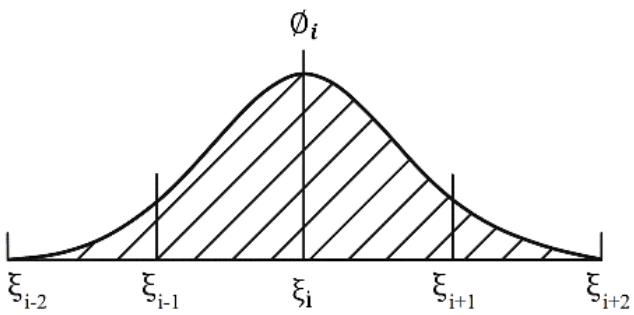
همانگونه که در رابطه (۴) نشان داده شده است، به منظور تخمین توابع جابجایی المان نواری، از توابع اسپلاین و لاگرانژ استفاده شده است. در راستای طولی المان نواری از توابع اسپلاین B_3 (معادله (۶)) و در راستای عرضی المان نواری از تابع لاگرانژی (معادله (۷)) استفاده شده است [۱۸].

$$\phi_i(\xi)=\frac{1}{6}\begin{cases}0 & \xi<\xi_{i-2}\\ (\xi-\xi_{i-2})^3 & \xi_{i-2}\le\xi<\xi_{i-1}\\ 1+3(\xi-\xi_{i-1})+3(\xi-\xi_{i-1})^2-3(\xi-\xi_{i-1})^3 & \xi_{i-1}\le\xi<\xi_i\\ 1+3(\xi_{i+1}-\xi)+3(\xi_{i+1}-\xi)^2-3(\xi_{i+1}-\xi)^3 & \xi_i\le\xi<\xi_{i+1}\\ (\xi_{i+2}-\xi)^3 & \xi_{i+1}\le\xi<\xi_{i+2}\\ 0 & \xi>\xi_{i+2}\end{cases} \tag{۶}$$

$$\begin{aligned}L_1(\eta)&=-\frac{9}{16}\left(\eta^3-\eta^2-\frac{1}{9}\eta+\frac{1}{9}\right)\\ L_2(\eta)&=\frac{27}{16}\left(\eta^3-\frac{1}{3}\eta^2-\eta+\frac{1}{3}\right)\\ L_3(\eta)&=-\frac{27}{16}\left(\eta^3+\frac{1}{3}\eta^2-\eta-\frac{1}{3}\right)\\ L_4(\eta)&=\frac{9}{16}\left(\eta^3+\eta^2-\frac{1}{9}\eta-\frac{1}{9}\right)\end{aligned} \tag{۷}$$

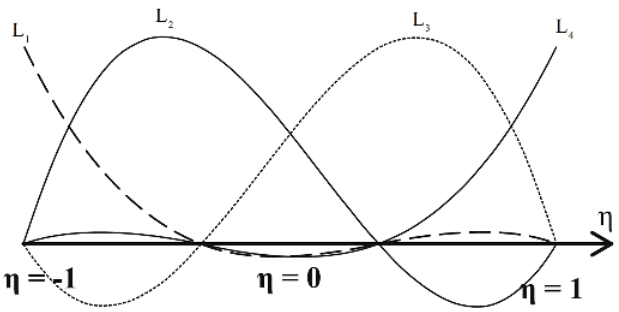
نمایی از تابع اسپلاین B_3 در شکل ۳ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده است، این تابع بر روی هر گره در راستای طولی درنظر گرفته می‌شود. همچنین در راستای عرضی بر روی هر گره یک تابع شکل لاگرانژی درجه ۳ درنظر گرفته شده است (شکل ۴). به دلیل این‌که توابع اسپلاین B_3 دارای پیوستگی از نوع $C^{(2)}$ هستند و توابع لاگرانژی دارای پیوستگی $C^{(0)}$ می‌باشند [۱۸] و بارگذاری در راستای محور طولی وارد می‌شود، دقت توابع تخمینی در راستای طولی نسبت به راستای عرضی اهمیت بیشتری دارد. در این روش فقط شرایط مرزی تغییر مکانی در محاسبات درنظر گرفته می‌شوند. به بیانی دیگر، اگر در لبه‌ای مولفه تغییر شکلی برابر صفر باشد، برای لبه طولی که در آن توابع شکل لاگرانژی درگیر هستند، درجه آزادی مربوطه حذف می‌گردد. همچنین در لبه‌های عرضی که در آن‌ها توابع شکل اسپلاین درگیر هستند، روابطی میان سه اسپلاین متوالی برقرار می‌گردد [۱۸].

در روش اسپلاین نوار محدود، راستای نوارها به نحوی است که مقطع عرضی در آن راستا ثابت باشد [۱۸]. نمایی از المان نواری اسپلاین ایزوپارامتریک در شکل ۵ نشان داده شده است. در شکل ۵-الف این المان در مختصات اصلی x-y نشان داده شده است. همانگونه که شکل ۵-الف مشاهده می‌شود، به منظور شبیه‌سازی یک حفره با شکل دلخواه، هر چهار لبه



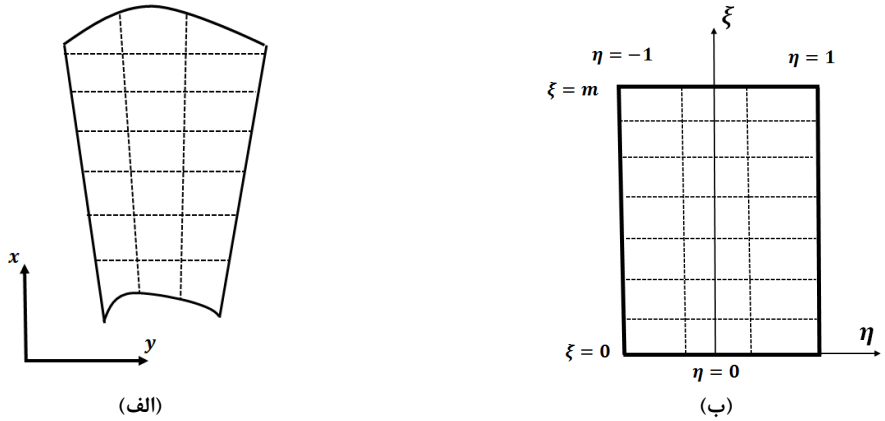
شکل ۳: تابع شکل اسپلاین در راستای طولی

Fig. 3. Spine shape function in longitudinal direction



شکل ٤: توابع شکل لاگرانژی درجه ۳ در راستای عرضی

Fig. 4. Lagrangian shape function in the transverse direction



شکل ۵: نگاشت المان نواری الف) المان محلی ب) المان مرجع

Fig. 5. Strip element mapping a) local element b) parent element

کناری المان نواری به‌صورت دلخواه می‌باشند. با کمک توابع نگاشت، المان از سیستم مختصات اصلی به سیستم مختصات محلی ξ–η انتقال می‌یابد (معادلات (۸) و (۹)) [۲۸]. به منظور انجام عملیات نگاشت، از مختصات کلیه گره‌های قرار گرفته بر روی مرزهای المان نواری استفاده می‌شود (گره‌های قرار گرفته بر روی خطوط گره‌ای شماره ۱ و ۴ ($\eta = ۱,\ \eta = -۱$) و همچنین کلیه گره‌های اول و آخر ($\xi = m,\ \xi = ۰$) تمام خطوط گره‌ای). در روابط (۸) و (۹)، $x(\xi.\eta)$ و $y(\xi.\eta)$ مقادیر مختصات نقاط در دستگاه x و y می‌باشند. همچنین و ضرایب مجهول گره iام خط گره‌ای jام هستند [۲۸].

$$x(\xi,\eta)=\sum_{i=-1}^{m+1}\sum_{j=1}^{4}\alpha_{ij}\phi_i(\xi)L_j(\eta) \tag{۸}$$

$$y(\xi,\eta)=\sum_{i=-1}^{m+1}\sum_{j=1}^{4}\beta_{ij}\phi_i(\xi)L_j(\eta) \tag{۹}$$

رابطه میان مشتق‌های مختصات x و y با مختصات η و ξ به کمک رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود [۲۸]. در رابطه (۱۰)، $|J|$ دترمینان ماتریس ژاکوبین می‌باشد و به کمک رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود.

$$\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial}{\partial x}\\ \dfrac{\partial}{\partial y}\end{Bmatrix}=\frac{1}{|J|}\times\begin{bmatrix}\dfrac{\partial y}{\partial \eta} & -\dfrac{\partial y}{\partial \xi}\\ -\dfrac{\partial x}{\partial \eta} & \dfrac{\partial x}{\partial \xi}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\dfrac{\partial}{\partial \xi}\\ \dfrac{\partial}{\partial \eta}\end{Bmatrix} \tag{۱۰}$$

$$|J|=\frac{\partial x}{\partial \xi}\times\frac{\partial y}{\partial \eta}-\frac{\partial x}{\partial \eta}\times\frac{\partial y}{\partial \xi} \tag{۱۱}$$

رابطه تنش–کرنش (رابطه رفتاری) مصالح کامپوزیتی استفاده شده در پانل استوانه‌ای به کمک رابطه (۱۲) تعریف می‌شود [۲۸ و ۲۹].

$$\begin{Bmatrix}\boldsymbol{N}\\ \boldsymbol{M}\\ \boldsymbol{Q}\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A} & \boldsymbol{B} & 0\\ \boldsymbol{B} & \boldsymbol{D} & 0\\ 0 & 0 & \boldsymbol{H}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\boldsymbol{\varepsilon}\\ \boldsymbol{k}\\ \boldsymbol{\gamma}\end{Bmatrix} \tag{۱۲}$$

در رابطه (۱۲)، N، M و Q به ترتیب بردار نیروهای غشایی، بردار لنگرهای خمشی و بردار نیروهای برشی در جهت ضخامت می‌باشند. همچنین، ε ، k و γ به ترتیب بردار کرنش‌های غشایی، بردار انحناها و بردار کرنش‌های برشی در جهت ضخامت هستند. در رابطه (۹)، A، B، D و H به ترتیب ماتریس‌های صلبیت غشایی، غشایی–خمشی، خمشی و برشی عرضی هستند. ماتریس‌های A، B، D و H به کمک روابط (۱۳) و (۱۴) محاسبه می‌شوند [۲۸ و ۲۹].

$$\left(A_{ij},B_{ij},D_{ij}\right)=\int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}}\left(1,z,z^2\right)\bar{Q}_{ij}dz \qquad i,j=1,2,6 \tag{۱۳}$$

$$H_{ij} = k_{ij} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij} dz \qquad i,j = 4,5 \tag{۱۴}$$

در روابط (۱۳) و (۱۴)، $\bar{Q}_{ij}$ سختی‌های کاهش یافته تبدیل شده بوده [۲۸ و ۲۹] و مقدار $k_{ij} = \frac{۵}{۶}$ درنظر گرفته می‌شود [۲۸ و ۲۹]. k_{ij} ضریب تصحیح برش در تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول است [۲۸ و ۳۰]. همانگونه که در رابطه (۱۳) مشاهده می‌شود، مقدار ۳ برای i و j درنظر گرفته نشده است. این امر به دلیل استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول بوده است. در این تئوری، فرض بر این است که کرنش در راستای ضخامت پانل (راستای z یا همان راستای ۳) قابل صرف‌نظر کردن است. به بیانی دیگر، ضخامت پانل یا صفحه تغییر نمی‌کند و در نتیجه $\varepsilon_{zz} = ۰$ می‌باشد. بر همین اساس، حاصل‌ضرب تنش در کرنش که در انرژی کرنشی ظاهر می‌شود، حذف می‌گردد. با کمک تئوری ساندرز، روابط کرنش-تغییر مکان به صورت روابط (۱۵) و (۱۶) نوشته می‌شوند. در رابطه (۱۵) کرنش‌های خطی و در رابطه (۱۶) کرنش‌های غیرخطی ارائه شده‌اند [۲۸ و ۲۹]. در رابطه (۱۵)، $\varepsilon_{\chi\chi}$ ، ε_{yy} ، γ_{xy} ، $\kappa_{\chi\chi}$، κ_{yy} ، κ_{xy} ، γ_{zx} و γ_{zy} به ترتیب کرنش خطی محوری در راستای x، کرنش خطی محوری در راستای y، کرنش خطی برشی در صفحه xy، انحنای حول x، انحنای حول y، انحنا در صفحه xy، کرنش خطی برشی در صفحه zx و کرنش خطی برشی در صفحه zy هستند. در رابطه (۱۶)، ε_{xx}^{nl} ، ε_{yy}^{nl} و γ_{xy}^{nl} به ترتیب کرنش‌های غیرخطی متناظر با $\varepsilon_{\chi\chi}$ ، ε_{yy} و γ_{xy} می‌باشند. همچنین در این روابط R شعاع پانل استوانه‌ای است.

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{zy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \psi_y - \frac{v}{R} \end{Bmatrix} \tag{۱۵}$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx}^{nl} \\ \varepsilon_{yy}^{nl} \\ \gamma_{xy}^{nl} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2\right] \\ \frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{R}\right)^2\right] \\ \frac{\partial w}{\partial x}\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{R}\right) \end{Bmatrix} \tag{۱۶}$$

به منظور محاسبه ماتریس سختی پانل استوانه‌ای، کار مجازی داخلی پانل استوانه‌ای (δW_{int}^{L}) به‌صورت رابطه (۱۷) نوشته می‌شود [۲۸ و ۲۹]. در رابطه (۱۷)، $\delta\varepsilon$ ، δk و $\delta\gamma$ به ترتیب مقادیر متناظر مجازی ε ، k و γ می‌باشند. همچنین i شمارنده المان نواری و N_{strip} تعداد کل المان‌های نواری می‌باشد.

$$\delta W_{int}^{L} = \sum_{i=1}^{N_{strip}} \iint \begin{bmatrix} (\boldsymbol{N}\,\delta\boldsymbol{\varepsilon}) \\ +(\boldsymbol{M}\,\delta\boldsymbol{k}) \\ +(\boldsymbol{Q}\,\delta\boldsymbol{\gamma}) \end{bmatrix} dA \tag{۱۷}$$

گسسته‌سازی کار مجازی داخلی پوسته برای هر نوار و مونتاژ آن برای کل پانل استوانه‌ای منتهی به رابطه (۱۸) می‌گردد [۱۸].

$$\delta W_{int}^{L} = \{\delta\boldsymbol{\Delta}\}^T \left[\boldsymbol{K}_E\right]\{\boldsymbol{\Delta}\} \tag{۱۸}$$

در رابطه (۱۸)، $\left[\boldsymbol{K}_E\right]$ ماتریس سختی الاستیک خطی کل پوسته، $\{\delta\Delta\}$ بردار جابجایی‌های پوسته و $\{\Delta\}$ مقدار مجازی آن می‌باشد. کار مجازی خارجی پوسته ناشی از اعمال بار فشاری گسترده یکنواخت به لبه‌های عرضی پانل استوانه‌ای به صورت رابطه (۱۹) نوشته می‌شود.

$$\delta W_{ext}^{P} = \sum_{k=1}^{N_{strip}} \int_0^{b_k} \begin{pmatrix} P_{k(x=0)} \\ \times\delta u_{k(x=0)} \\ -P_{k(x=l_k)} \\ \times\delta u_{k(x=l_k)} \end{pmatrix} dy \tag{۱۹}$$

در رابطه (۱۹)، N_{strip} تعداد کل المان‌های نواری، b_k عرض المان نواری kام، l_k طول المان نواری kام، kام، P_k شدت بارگسترده فشاری

یکنواخت وارده به المان نواری kام و δu_k جابجایی مجازی محوری (در راستای u) اعمال شده به لبه‌های ابتدا و انتهایی المان نواری kام هستند. با توجه به یکنواخت بودن بارگذاری انتهایی در $x=0$ و مقید بودن لبه x=l در جهت u و استفاده از رابطه (۴)، رابطه (۲۰) بدست می‌آید.

$$\delta W_{ext}^{P} = P_0 \sum_{k=1}^{N_{strip}} \sum_{i=-1}^{1} \sum_{j=1}^{4} \delta u_{ij}^{k} \phi_i \int_0^{b_k} L_j dy \qquad (۲۰)$$

پس از جمع‌بندی نقاط اشتراک نوارهای مجاور، رابطه (۲۱) بدست می‌آید. در رابطه (۲۱)، $\{\delta\Delta\}^T$ترانهاده بردار جابجایی مجازی پانل استوانه‌ای و $\{F\}$ بردار بار خارجی پانل استوانه‌ای است.

$$\delta W_{ext}^{P} = \{\delta\boldsymbol{\Delta}\}^T \{\boldsymbol{F}\} \qquad (۲۱)$$

در تحلیل کمانش مقدار ویژه فرض بر آن است که تا قبل از کمانش، تغییر شکل با افزایش بار به‌صورت خطی تغییر می‌کند. لذا در این مرحله الگوی بارگذاری وارده به پوسته باید معلوم گردد. در این مقاله الگوی بارگذاری به‌صورت یک بار یکنواخت فشاری در لبه عرضی پانل می‌باشد. شدت این بار برابر واحد فرض شده و بر این اساس یک تحلیل خطی استاتیکی انجام می‌گیرد. ابزار لازم در این مرحله ماتریس سختی الاستیک پوسته ($[K_E]$) و بردار نیروهای خارجی پوسته ($\{F\}$) است. با کمک رابطه (۲۲)، بردار جابجایی پانل استوانه‌ای در مرحله قبل از کمانش ($\{\Delta_0\}$) محاسبه می‌شود [۲۸ و ۲۹].

$$\{\Delta_0\} = \{\boldsymbol{F}\}[\boldsymbol{K}_E]^{-1} \qquad (۲۲)$$

با توجه به محاسبه $\{\Delta_0\}$ در این مرحله، به کمک رابطه (۱۲) تنش‌های غشایی داخلی پوسته (N_{xx}^0، N_{yy}^0 و N_{xy}^0) محاسبه می‌گردند که در محاسبه ماتریس سختی هندسی ($[\boldsymbol{K}_G]$) استفاده می‌شوند. کار مجازی داخلی ناشی از نیروهای غشایی مرحله قبل از کمانش در کرنش‌های مجازی غشایی غیرخطی به کمک رابطه (۲۳) نوشته می‌شود [۲۸ و ۲۹].

مرحله ۱- تعیین مشخصات هندسی و مکانیکی پانل استوانه ای
مرحله ۲- تخمین توابع جابجایی المان نواری
مرحله ۳- تخمین توابع نگاشت المان نواری و تعیین ماتریس ژاکوبین
مرحله ۴- تعیین روابط تنش- کرنش
مرحله ۵- تشکیل ماتریس سختی الاستیک المان نواری و پانل استوانه ای ($[\boldsymbol{K}_E]$)
مرحله ۶- اعمال بار یکنواخت P_0 به پانل و تشکیل بردار بار المان نواری و پانل استوانه ای ($\{\boldsymbol{F}\}$)
مرحله ۷- انجام تحلیل استاتیکی پیش از کمانش و حل معادله $\{\Delta_0\} = \{\boldsymbol{F}\}[\boldsymbol{K}_E]^{-1}$
مرحله ۸- تعیین ماتریس سختی هندسی المان نواری و پانل استوانه ای ($[\boldsymbol{K}_G]$)
مرحله ۹- حل معادله مقدار ویژه $((\boldsymbol{K}_E - \lambda \boldsymbol{K}_G)\phi = 0)$
مرحله ۱۰- تعیین بار کمانش ($P_{cr} = \lambda P_0$)

شکل ٦: الگوریتم برنامه توسعه داده شده در این تحقیق

Fig. 6. Algorithm used in the current study

$$\delta W_{int}^{nl} = \sum_{i=1}^{N_{strip}} \iint \begin{bmatrix} \left(N_{xx}^{0}\, \delta\varepsilon_{xx}^{nl}\right) \\ +\left(N_{yy}^{0}\, \delta\varepsilon_{yy}^{nl}\right) \\ +\left(N_{xy}^{0}\, \delta\gamma_{xy}^{nl}\right) \end{bmatrix} dA \qquad (۲۳)$$

بالا نویس nl در رابطه (۲۳) بیانگر استفاده از کرنش‌های غیرخطی در محاسبه کار مجازی است.

در تحلیل کمانش مقدار ویژه خطی، فرض بر این است که تنش‌های غشایی پیش از کمانش مستقل از تغییرشکل‌های مرحله کمانش هستند و رابطه بار–تغییر مکان تا مرحله کمانش خطی می‌باشد. برهمین اساس، کارمجازی (δW_{int}^{nl}) نسبت به Δ و $\Delta\delta$ خطی است. گسسته‌سازی کار مجازی ناشی از کرنش‌های غیرخطی داخلی پوسته برای هر نوار و مونتاژ آن برای کل پانل استوانه‌ای منتهی به رابطه (۲۴) می‌گردد. در این رابطه، $[\boldsymbol{K}_G]$ ماتریس سختی هندسی پانل استوانه‌ای می‌باشد.

$$\delta W_{int}^{nl} = \{\delta\boldsymbol{\Delta}\}^T [\boldsymbol{K}_G]\{\boldsymbol{\Delta}\} \qquad (۲۴)$$

Table 1. Properties of composite layers

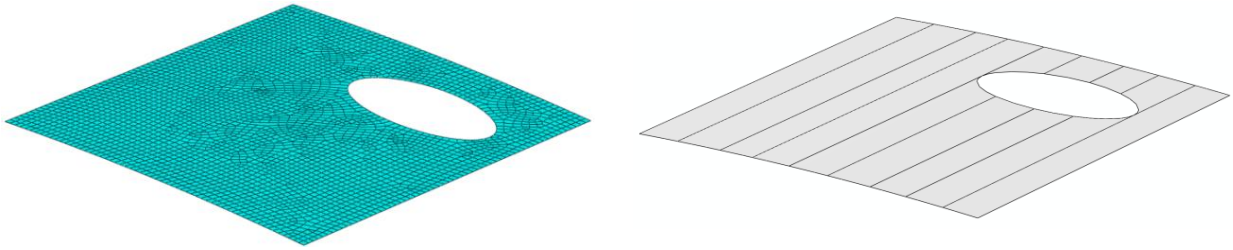
جدول ۱: مشخصات مصالح لایه‌های کامپوزیتی

E_{11}	E_{22}	G_{12}	G_{13}	G_{22}	V_{12}
۱۲۸ GPa	۱۱ GPa	۴/۴۸ GPa	۴/۴۸ GPa	۱/۵۳ GPa	۰/۲۵

در نهایت، با توجه به ماتریس سختی الاستیک خطی پانل استوانه‌ای ($[K_E]$) و ماتریس سختی هندسی پانل استوانه‌ای ($[\boldsymbol{K}_G]$)، و با حل مسئله مقدار ویژه ارائه شده در رابطه (۲۵)، بارکمانش پانل استوانه‌ای محاسبه می‌شود [۱۸]. در رابطه (۲۵)، λ مقدار ویژه و ϕ بردار شکل مودی متناظر با آن است [۲۸ و ۲۹].

$$\left(\boldsymbol{K}_E - \lambda \boldsymbol{K}_G\right)\phi = 0 \qquad (۲۵)$$

تمامی مراحل اشاره شده در این بخش، در محیط برنامه نویسی فرترن و به‌صورت برنامه‌ای با نام روش نوار محدود[1] توسعه داده شده است.. الگوریتم ارائه شده در شکل ۶، تمامی مراحل اشاره شده در این بخش و استفاده شده



(الف) (ب)

شکل ۷: شبیه‌سازی پانل استوانه‌ای دارای حفره بیضی شکل الف) نوار محدود ب) اجزای محدود

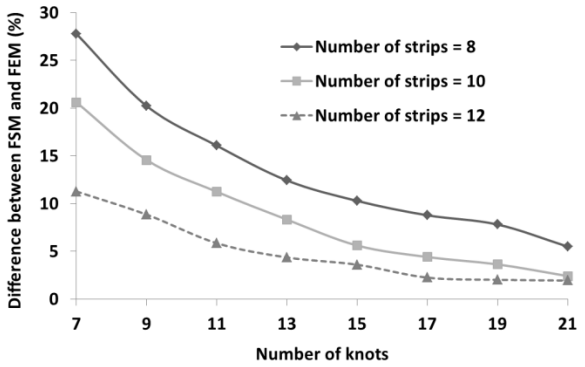
Fig. 7 Simulation of cylindrical panel with the elliptical cutout a) finite strip b) finite element

Table 2. Convergence of the buckling load of panel obtained from the finite strip method

جدول ۲: همگرایی بار کمانش پانل استوانه‌ای (N/mm) محاسبه شده توسط برنامه نوار محدود

تعداد نات	تعداد نوار		
	۸ نوار	۱۰ نوار	۱۲ نوار
۷	۵۸۵/۵۵۲	۵۵۲/۷۰۷	۵۰۹/۹۲۸
۹	۵۵۰/۹۶۲	۵۲۵/۰۳۵	۴۹۸/۸۴۸
۱۱	۵۳۱/۹۱۲	۵۰۹/۷۹۵	۴۸۵/۱۲۴
۱۳	۵۱۵/۲۱۲	۴۹۶/۴۳۵	۴۷۸/۲۷۲
۱۵	۵۰۵/۴۱۲	۴۸۴/۰۱۲	۴۷۴/۸۰۳
۱۷	۴۹۸/۵۱۲	۴۷۸/۴۹۲	۴۶۸/۵۸۶
۱۹	۴۹۴/۰۸۲	۴۷۴/۹۴۸	۴۶۷/۵۵۲
۲۱	۴۸۳/۴۹۲	۴۶۹/۳۴۵	۴۶۷/۱۹۷

1 Finite Strip Method (FSM)



شکل ۸: تاثیر تعداد نوارها و نات‌ها بر درصد اختلاف میان روش نوار محدود و روش اجزای محدود

Fig. 8 Effect of the number of element/knot on the difference between finite strip and finite element methods

Table 3. Comparison between results obtained from finite strip and analytical methods

جدول ۳: مقایسه بار کمانش برنامه نوار محدود با نتایج روش تحلیلی موجود در ادبیات موضوع

زاویه مرکزی پانل (رادیان)	روش نوار محدود (N/mm)	روش تحلیلی (N/mm)	درصد اختلاف (%)
۰/۱	۱۷۶/۲۵	۱۷۴/۵	۱
۰/۳	۵۲۹/۲۰	۵۲۰	۱/۷۴

در برنامه را نشان می‌دهد.

۳- مقایسه نتایج روش نوار محدود با نتایج عددی و تحلیلی

در این بخش، به منظور نشان دادن صحت نتایج بدست آمده توسط روش نوار محدود، مقایسه‌ای میان نتایج آن و نتایج بدست آمده از روش اجزای محدود[1] و نتایج تحلیلی موجود در ادبیات موضوع انجام شده است. به منظور شبیه‌سازی به کمک روش اجزای محدود از نرم‌افزار تجاری آباکوس[2] استفاده شده است. بر همین اساس و مطابق با شکل ۷، پانلی استوانه‌ای که دارای یک حفره بیضی شکل در گوشه سمت راست آن است، به کمک روش‌های نوار محدود و اجزای محدود شبیه‌سازی شده است. این پانل استوانه‌ای مربعی دارای ابعاد ۱۸۰ در ۱۸۰ میلی‌متر می‌باشد و حفره بیضی شکل دارای قطرهای کوچک و بزرگ ۴۰ و ۸۰ میلی‌متر است. فاصله مرکز حفره بیضی شکل از گوشه پایینی پانل در راستای‌های طولی و عرضی پانل به ترتیب ۱۳۵ و ۱۲۰ میلی‌متر می‌باشد. نسبت ضخامت به عرض پانل استوانه‌ای ۱:۴۰ درنظر گرفته شده است. هر چهار لبه پانل دارای شرایط تکیه‌گاهی مفصلی ساده است. شعاع پانل استوانه‌ای ۱۸۰۰ میلی‌متر درنظر گرفته شده است. پانل استوانه‌ای از ۸ لایه کامپوزیتی تشکیل شده است و مشخصات مصالح تمامی لایه‌های کامپوزیتی مطابق جدول ۱ می‌باشد. لایه بندی به صورت $[۴۵/-۴۵]_۴$ درنظر گرفته شده است.

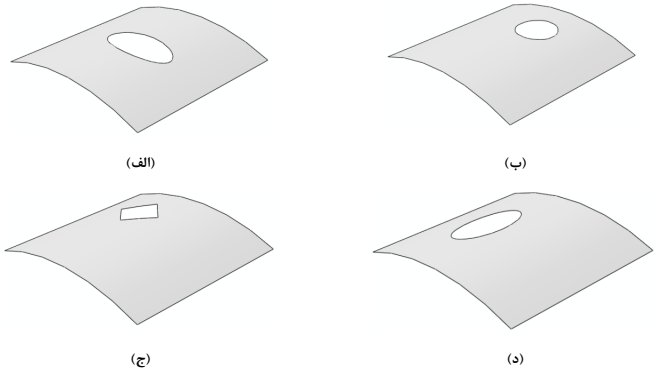
به منظور شبیه‌سازی این پانل استوانه‌ای در نرم‌افزار آباکوس از المان پوسته هشت‌گره‌ای[3] و با تعداد درجات آزادی مختلف (از ۸۵۰ تا ۷۰۰۰ درجه آزادی) استفاده شده است. با انجام تحلیل کمانش (مقدار ویژه) در نرم‌افزار آباکوس ، بار کمانش پانل حدود ۲۵/۴۵۸ نیوتن بر میلی‌متر بدست آمد (برای تعداد ۵۰۰۰ درجه آزادی). به منظور کنترل همگرایی برنامه نوارمحدود، پانل استوانه‌ای با ۸، ۱۰ و ۱۲ نوار شبیه‌سازی شده و همچنین تعداد ۷، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹ و ۲۱ نات در هر نوار درنظر گرفته شده است. برهمین اساس، حداکثر درجه آزادی در برنامه ۲۴۸۰ درجه آزادی می‌باشد. نتایج برنامه نوار محدود برای حالات مختلف در جدول ۲ ارائه شده است. همانگونه که در جدول ۲ نشان داده شده است، با افزایش تعداد نوارها و افزایش تعداد نات‌ها بار کمانش کاهش پیدا می‌کند. همچنین با افزایش تعداد نوارها و نات‌ها،

1 Finite Element Method (FEM)
2 ABAQUS
3 S8R5

درصد تغییرات بار کمانش محاسبه شده توسط برنامه نوار محدود کاهش می‌یابد. کمترین بار کمانش بدست آمده حدود ۲/ ۴۶۷ نیوتن بر میلی‌متر بوده که حدود ۲ درصد با روش اجزای محدود اختلاف دارد. در شکل ۸، تاثیر تعداد نوارها و نات‌ها بر درصد اختلاف میان روش‌های اجزای محدود و نوار محدود نشان داده شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که برنامه نوار محدود توانایی محاسبه بار کمانش پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای حفره با شکل دلخواه را دارد. همچنین به منظور بررسی بیشتر صحت نتایج بدست آمده توسط برنامه نوار محدود، مقایسه‌ای دیگر میان نتایج آن و نتایج روش تحلیلی موجود در ادبیات موضوع انجام گرفته است. تیموشنگو و گیر [۳۱] بار کمانش محوری یک پانل استوانه‌ای مربعی به طول ۶۰۰ میلی‌متر و ضخامت ۵ میلی‌متر را با کمک روش تحلیلی و تئوری کلاسیک محاسبه کردند. هر چهار طرف این پانل استوانه‌ای همسانگرد[1]، مفصلی بوده و مدول الاستیسیته و ضریب پواسون آن به ترتیب ۷۰ کیلونیوتن بر میلی‌متر مربع و ۰/۳ درنظر گرفته شده است. این پانل استوانه‌ای با کمک ۱۲ نوار و ۲۱ نات شبیه‌سازی شده و بار کمانش آن برای زوایای مرکزی ۰/۱ و۰/۳ رادیان محاسبه شده است. در جدول ۳ مقایسه ای میان نتایج بدست آمده از روش تحلیلی و روش نوار محدود ارائه شده است. همانگونه که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، حداکثر اختلاف میان روش تحلیلی و روش نوار محدود حدود ۸ /۱ درصد است.

٤- بررسی تاثیر و موقعیت حفره بر بارکمانش پانل استوانه‌ای

به منظور بررسی تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بار کمانش پانل استوانه‌ای



شکل ۹: پانل استوانه‌ای دارای حفره در موقعیت‌ها و شکل‌های مختلف الف) بیضی ۰,۵ در موقعیت ۱ ب) دایره در موقعیت ۲ ج) لوزی در موقعیت ۳ د) بیضی ۲ در موقعیت ۴

Fig. 9 Cylindrical panel with different cutout located on different position a) elliptical 0.5 on position 1 b) circular on position 2 c) diamond on position 3 d) elliptical 2 on position 4

1 Isotropic

کامپوزیتی، چهار موقعیت برای مرکز حفره (مطابق جدول ۴) و پنج شکل حفره (مربع، لوزی، بیضی ۰/۵، دایره و بیضی ۲) درنظر گرفته شده است. محل قطرهای بزرگ و کوچک در بیضی ۰/۵ برعکس بیضی ۲ می‌باشد. مساحت کلیه حفره‌ها یکسان و برابر ۱۲۹۶ میلی‌مترمربع درنظر گرفته شده است. به منظور بررسی دقیق تاثیر انحنای پانل بر بار کمانش، زاویه مرکزی پانل مقادیر ۱۵، ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه درنظر گرفته شده است. همچنین نسبت ضخامت به عرض پانل استوانه‌ای در کلیه حالات ۱ به ۴۰ درنظر گرفته شده است. براساس ادبیات موضوع، نسبت ۱ به ۴۰ مربوط به پانل‌های با ضخامت متوسط بوده و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول می‌تواند تخمین مناسبی از کرنش‌های ایجاد شده در آن را ارائه دهد [۳۰]. ابعاد پانل استوانه‌ای ۱۸۰ در ۱۸۰ میلی‌متر درنظر گرفته شده است و شرایط هر چهار لبه پانل استوانه‌ای به صورت مفصلی ساده می‌باشد [۲۸]. در تمامی حالات، پانل استوانه‌ای از هشت لایه کامپوزیتی تشکیل شده و مشخصات مصالح کامپوزیتی مطابق جدول ۱ است. شش چینش مختلف شامل چندلایه‌های[2] $[۰/۹۰]_۴$، $[۰/۹۰]_{۲s}$، $[۶۰/-۶۰]_{۲s}$، $[۳۰/-۳۰]_{۲s}$، $[۴۵/-۴۵]_{۲s}$ و $[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_s$ در نظر گرفته شده است. در شکل ۸، نمایی از قرارگیری حفره‌های مختلف در موقعیت‌های مختلف نشان داده شده است. با کمک رابطه (۲۶)، ضریب بار کمانش (k) برای پانل استوانه‌ای محاسبه می‌شود. در رابطه (۲۶)، عرض پانل، بارکمانش پانل، مدول الاستیسیته مصالح الیاف در راستای ۲ و ضخامت پانل است. ضریب k به عنوان یک عیار بی‌بعد از بار کمانش مورد استفاده قرار می‌گیرد. در جدول ۵، ضریب بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای زاویه مرکزی ۳۰ درجه به ازای شکل‌های مختلف حفره، موقعیت‌های مختلف حفره و تمامی لایه‌بندی‌ها نشان داده شده است.

Table 4. Center cutout positions

جدول ٤: موقعیت‌های مختلف مرکز حفره

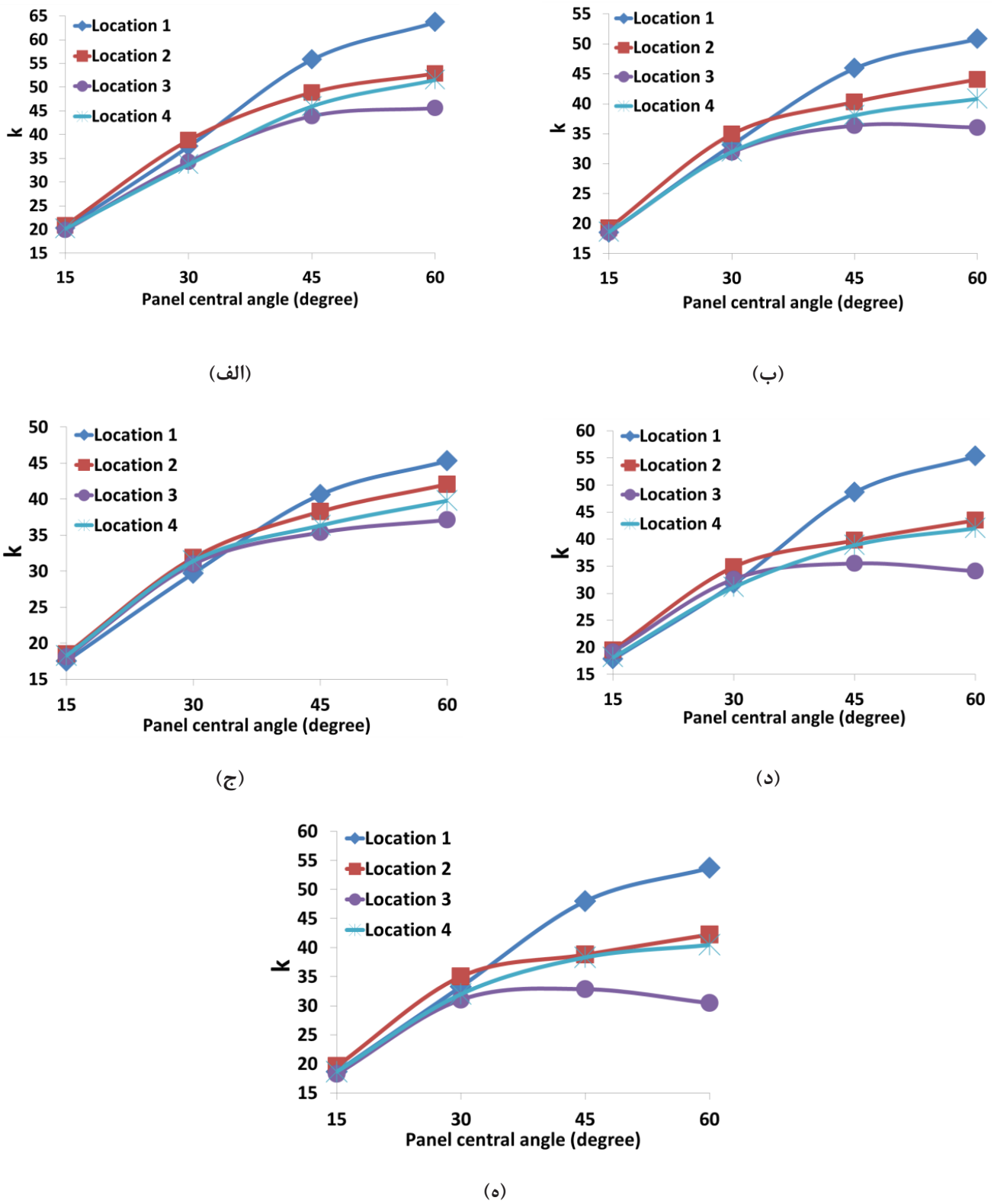
موقعیت	x_c	y_c
۱	۹۰	۹۰
۲	۱۲۶	۹۰
۳	۵۴	۱۲۶
۴	۹۰	۱۲۶

2 Laminate

Table 5. Effect of cutout position on buckling load of panel with central angle of 30 degrees

جدول ۵: تاثیر موقعیت حفره‌های مختلف بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای (N/mm) دارای زاویه مرکزی ۳۰ درجه

شکل حفره	لایه بندی	موقعیت حفره			
		۱	۲	۳	۴
مربع	$[۰/۹۰]_{۴}$	۱۷/۹۸۸	۱۸/۸۶۶	۱۸/۳۶۸	۱۷/۷۱۸
	$[۰/۹۰]_{۲s}$	۲۴/۰۳۵	۲۴/۵۰۸	۲۳/۱۱۳	۲۲/۳۵۸
	$[۴۵/-۴۵]_{۲s}$	۱۳/۹۱۵	۱۴/۴۷۶	۱۵/۵۱۵	۱۵/۴۷۲
	$[۶۰/-۶۰]_{۲s}$	۱۸/۲۰۸	۱۵/۹۲۰	۱۸/۲۳۴	۱۵/۸۱۰
	$[۳۰/-۳۰]_{۲s}$	۱۸/۶۳۲	۲۲/۳۹۳	۲۱/۷۴۷	۲۲/۸۲۷
	$[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_{s}$	۳۱/۷۴۷	۳۴/۸۸۰	۳۲/۶۱۰	۳۵/۱۰۸
لوزی	$[۰/۹۰]_{۴}$	۱۹/۲۸۵	۲۰/۱۳۲	۱۸/۷۰۵	۱۸/۳۸۷
	$[۰/۹۰]_{۲s}$	۲۵/۳۱۵	۲۶/۱۵۶	۲۳/۱۹۹	۲۲/۷۶۰
	$[۴۵/-۴۵]_{۲s}$	۱۸/۱۲۱	۱۶/۵۳۶	۱۴/۶۰۸	۱۵/۳۴۳
	$[۶۰/-۶۰]_{۲s}$	۲۰/۰۱۶	۱۶/۳۸۰	۱۴/۶۲۹	۱۶/۶۱۸
	$[۳۰/-۳۰]_{۲s}$	۲۰/۷۵۵	۲۴/۰۰۷	۲۱/۲۴۶	۲۳/۱۳۸
	$[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_{s}$	۳۳/۲۸۸	۳۵/۰۲۴	۳۱/۰۴۰	۳۱/۹۹۹
بیضی ۰/۵	$[۰/۹۰]_{۴}$	۲۳/۲۵۳	۲۲/۶۹۲	۲۰/۴۹۲	۱۹/۴۶۰
	$[۰/۹۰]_{۲s}$	۲۹/۸۸۴	۳۱/۴۹۰	۲۷/۹۰۰	۲۷/۱۶۲
	$[۴۵/-۴۵]_{۲s}$	۲۰/۹۳۲	۱۹/۶۸۳	۱۸/۰۰۱	۱۸/۶۰۳
	$[۶۰/-۶۰]_{۲s}$	۲۳/۱۹۴	۱۶/۹۵۴	۱۷/۵۲۲	۱۶/۲۷۵
	$[۳۰/-۳۰]_{۲s}$	۲۲/۱۵۱	۲۴/۷۵۵	۲۲/۷۸۱	۲۴/۳۹۱
	$[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_{s}$	۳۷/۴۷۸	۳۸/۸۲۰	۳۴/۲۸۳	۳۳/۶۹۵
دایره	$[۰/۹۰]_{۴}$	۱۸/۰۸۵	۱۸/۶۵۰	۱۷/۳۸۳	۱۷/۳۳۵
	$[۰/۹۰]_{۲s}$	۲۳/۱۹۲	۲۴/۰۴۳	۲۲/۳۷۳	۲۲/۳۰۶
	$[۴۵/-۴۵]_{۲s}$	۱۷/۶۹۹	۱۶/۸۰۰	۱۵/۴۰۵	۱۶/۴۰۵
	$[۶۰/-۶۰]_{۲s}$	۱۹/۶۵۱	۱۶/۱۸۲	۱۶/۸۳۷	۱۶/۱۱۴
	$[۳۰/-۳۰]_{۲s}$	۲۰/۹۸۰	۲۳/۷۷۱	۲۲/۰۶۲	۲۳/۳۹۴
	$[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_{s}$	۳۳/۰۸۸	۳۴/۹۲۲	۳۱/۸۷۲	۳۱/۹۸۲
بیضی ۲	$[۰/۹۰]_{۴}$	۱۵/۴۲۸	۱۶/۶۴۴	۱۶/۱۸۵	۱۶/۵۴۹
	$[۰/۹۰]_{۲s}$	۲۰/۵۶۵	۲۱/۸۱۸	۲۰/۸۹۹	۱۸/۲۸۱
	$[۴۵/-۴۵]_{۲s}$	۱۵/۶۳۳	۱۵/۶۲۰	۱۴/۲۹۱	۱۵/۵۱۷
	$[۶۰/-۶۰]_{۲s}$	۱۵/۷۲۷	۱۴/۵۴۵	۱۲/۸۰۴	۱۲/۲۴۱
	$[۳۰/-۳۰]_{۲s}$	۲۰/۰۰۵	۲۲/۸۳۱	۲۱/۶۲۸	۲۳/۰۷۲
	$[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_{s}$	۲۹/۷۰۶	۳۱/۸۴۲	۳۰/۹۷۸	۳۱/۴۰۳

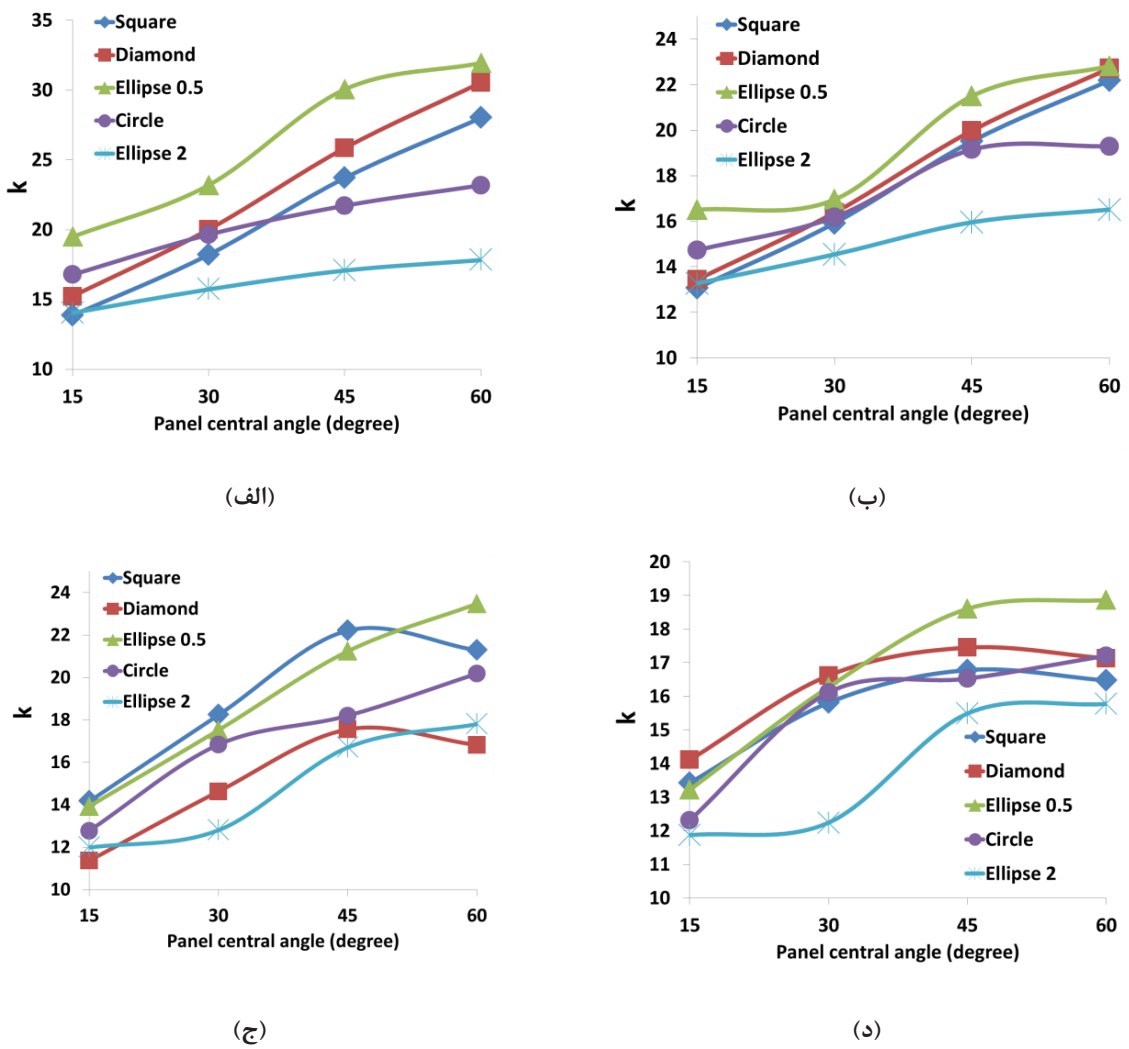


شکل ۱۰: تاثیر موقعیت حفره با شکل‌های مختلف بر ضریب بارکمانش محوری پانل استوانه‌ای الف) بیضی ۰/۵ ب) دایره ج) بیضی ۲ د) مربع ه) لوزی

Fig. 10 Effect of the cutout position with different shape on the panel buckling load a) elliptical 0.5 b) circular c) elliptical 2 d) square e) diamond4

$$k = \frac{P_{cr} b^2}{E_{22} h^3} \qquad (۲۶)$$

همانگونه که در این جدول نشان داده شده است، شکل و موقعیت حفره تاثیر زیادی بر بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد. به عنوان مثال، با درنظر گرفتن لایه‌بندی $[۶۰/-۶۰]_{۲s}$ مشاهده می‌شود که اگر حفره مربعی شکل از موقعیت ۱ به موقعیت ۳ جابجا شود، بار کمانش پانل از ۱۸/۲ به ۱۸/۲۳ افزایش می‌یابد. در همین شرایط، اگر حفره لوزی از موقعیت ۱ به موقعیت ۳ جابجا شود، بارکمانش پانل از مقدار ۲۰/۰۱ به مقدار ۱۴/۶ کاهش می‌یابد و این امر نشان‌دهنده تاثیر معکوس حفره لوزی در برابر حفره مربعی شکل است. همچنین، نوع لایه‌بندی پانل استوانه‌ای می‌تواند بر میزان تاثیر شکل و موقعیت حفره بر بار کمانش تاثیرگذار باشد. به عنوان مثال، در پانل استوانه‌ای با لایه‌بندی $[۰/۹۰]_{۴}$ و دارای حفره در موقعیت ۳، زمانی که حفره مربع جایگزین حفره لوزی گردد، بارکمانش از مقدار ۱۸/۷ به مقدار ۱۸/۳ کاهش می‌یابد. در همین شرایط، اگر لایه‌بندی $[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_{s}$ درنظر گرفته شود، مقدار بار کمانش از ۳۱/۰۴ به ۳۲/۶۱ افزایش می‌یابد. نتایج ارائه شده در جدول ۵ نشان می‌دهند که پانل استونه‌ای دارای حفره بیضی ۲ قرار گرفته در موقعیت ۴ با لایه‌بندی $[۶۰/-۶۰]_{۲s}$ دارای کمترین بار کمانش می‌باشد. در این حالت، بعد بزرگتر حفره به موازات راستای بارگذاری قرار داشته و دارای خروج از مرکزیت نسبت به مرکز پانل می‌باشد. همچنین راستای الیاف



شکل ۱۱: تاثیر شکل حفره بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای الف) موقعیت ۱ ب) موقعیت ۲ ج) موقعیت ۳ د) موقعیت ۴

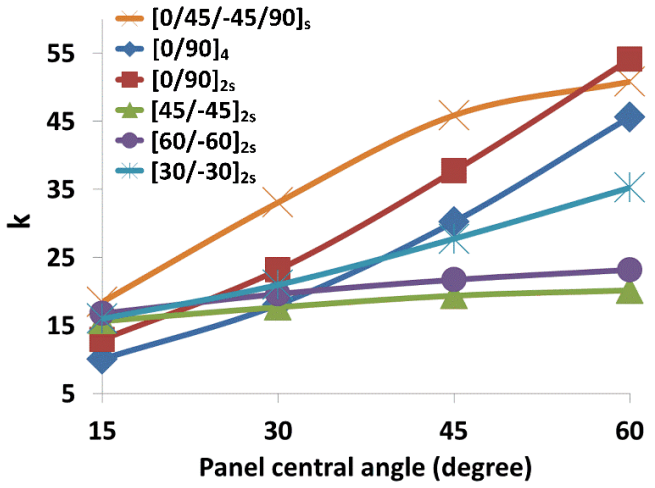
Fig. 11 Effect of the cutout shape on the panel buckling load a) position 1 b) position 2 c) position 3 d) position 4

لایه‌بندی $[۶۰/-۶۰]_{۲s}$ نسبت به راستای بارگذاری انحراف زیادی دارد. براساس جدول ۵، لایه‌بندی $[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_s$ در اکثر موارد منجر به بیشترین بارکمانش می‌شود. یک دلیل عمده برای برتری این لایه‌بندی، وجود راستای الیاف ۰ درجه، ۹۰ درجه و همچنین راستای الیاف با زاویه ۴۵ درجه برای تقویت سختی‌های برشی می‌باشد.

در شکل ۱۰، تاثیر زاویه مرکزی پانل بر اثر موقعیت و شکل حفره بر بارکمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی $[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_s$ نشان داده شده است. همانگونه که در این شکل مشخص است، زاویه مرکزی پانل تاثیر چشمگیری بر اثر شکل و موقعیت حفره بر بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد. زمانی که زاویه مرکزی پانل از ۳۵ درجه بیشتر است، حفره با شکل دلخواه در موقعیت ۱ کمترین تاثیر را بر کاهش بار کمانش در مقایسه با موقعیت‌های دیگر دارد. مهمترین عامل این نتیجه مربوط به گذار پانل از یک پانل کم‌عمق به یک پانل نسبتا عمیق می‌باشد. در پوسته‌های کم‌عمق کمانش به‌صورت متقارن بوده و قسمت میانی می‌تواند نقش مهمی را در میزان بار کمانش ایفا کند و نتیجتا، حذف قسمت میانی می‌تواند بار بحرانی را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش دهد. در نقطه مقابل و برای پوسته‌های عمیق، مود کمانش از حالت متقارن به حالت ضد تقارن تغییر می‌کند و وسط پانل نقشی همانند یک گره ایفا کرده و عملا وجود حفره در قسمت میانی نقش چندانی در تغییر بار کمانش ایفا نمی‌کند.

برای تمامی حفره‌ها و صرف‌نظر از زاویه مرکزی پانل، موقعیت ۳ بیشترین تاثیر را بر کاهش بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد. همچنین شکل حفره می‌تواند تاثیر فراوانی بر اثر موقعیت حفره و زاویه مرکزی پانل بر بارکمانش پانل داشته باشد. با مقایسه نمودارهای نشان داده شده در شکل ۱۰، می‌توان دریافت که بار کمانش پانل استوانه‌ای با وجود حفره بیضی ۲

در موقعیت‌های مختلف تغییر چندانی ندارد. این امر به دلیل ایجاد حفره‌ای با ابعاد زیاد و در راستای عمود بر راستای بارگذاری بوده است. در شکل ۱۱، تاثیر تغییر زاویه مرکزی پانل بر اثر شکل حفره قرار گرفته در موقعیت‌های مختلف بر بارکمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی $[۶۰/-۶۰]_{۲s}$ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۱۱ نشان داده شده است، در اکثر حالات حفره با شکل بیضی ۲ بیشترین تاثیر را بر کاهش بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد. در این حالت، هر چه که بعد حفره در راستای بارگذاری بیشتر باشد، کاهش بیشتری در میزان بار کمانش پانل استوانه‌ای رخ می‌دهد. بر همین اساس و برخلاف بیضی ۲، بیضی ۰/۵ کمترین تاثیر را بر کاهش

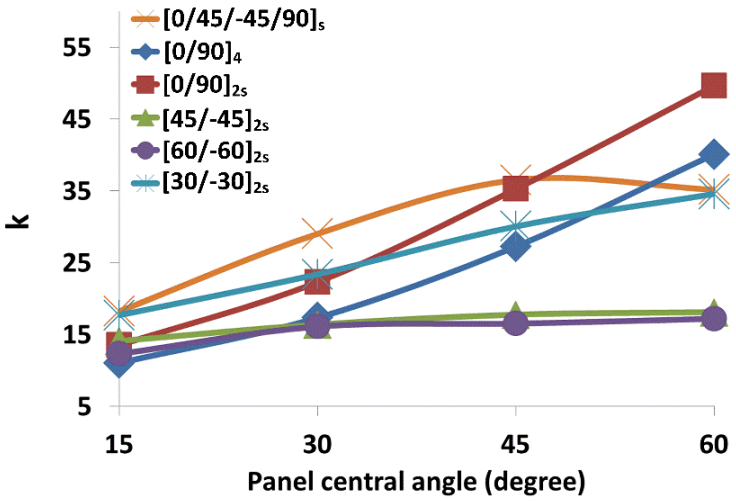


شکل ۱۲: تاثیر لایه‌بندی بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای دارای حفره دایره‌ای قرار گرفته در موقعیت ۱

Fig. 12 Simulation of cylindrical panel with the elliptical cutout a) finite strip b) finite element

بار کمانش دارد. به شکلی ساده‌تر می‌توان اثر بیضی ۰/۵ و بیضی ۲ بر بار کمانش را همانند تاثیر راستای یک ترک در کاهش مقاومت یک صفحه تفسیر کرد. مقایسه نمودارهای نشان داده شده در شکل ۱۱ با یکدیگر، دو نکته مهم را مشخص می‌کند. نکته اول این‌که موقعیت حفره نقش عمده‌ای بر کاهش تاثیر حفره بر بار کمانش دارد. در حالی‌که در موقعیت‌های ۱ و ۲ حفره با شکل بیضی ۰/۵ کمترین تاثیر را بر کاهش بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد، اما در موقعیت ۶ حفره‌های مربع و لوزی شکل کمترین تاثیر را بر بارکمانش پانل استوانه‌ای دارند. نکته دوم، اثر زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای در میزان تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بار کمانش پانل می‌باشد. زمانی‌که حفره با شکل دلخواه در موقعیت‌های ۱ و ۲ قرار دارد، افزایش زاویه مرکزی پانل منجر به افزایش بار کمانش پانل استوانه‌ای شده است. اما در نقطه مقابل، زمانی‌که حفره‌های مربعی و لوزی شکل در موقعیت ۳ قرار دارند، افزایش زاویه مرکزی پانل از ۴۵ به ۶۰ درجه منجر به کاهش قابل توجه بار کمانش پانل می‌گردد. همچنین زمانی‌که حفره‌های مربع و لوزی شکل در موقعیت ۴ قرار دارند، با افزایش زاویه مرکزی پانل، بار کمانش پانل استوانه‌ای روندی نزولی در پیش می‌گیرد.

به منظور نشان دادن تاثیر لایه‌بندی بر بارکمانش پانل استوانه‌ای، مقادیر بار کمانش پانل استوانه‌ای با لایه‌بندی‌های مختلف و دارای حفره دایره‌ای شکل قرار گرفته در موقعیت‌های ۱ و ۴ به ترتیب در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ مشاهده می‌شود،



شکل ۱۳: تاثیر لایه‌بندی بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای دارای حفره دایره‌ای قرار گرفته در موقعیت ۴

Fig. 13 Effect of the layup on buckling load of the panel with circular cutout on position 4

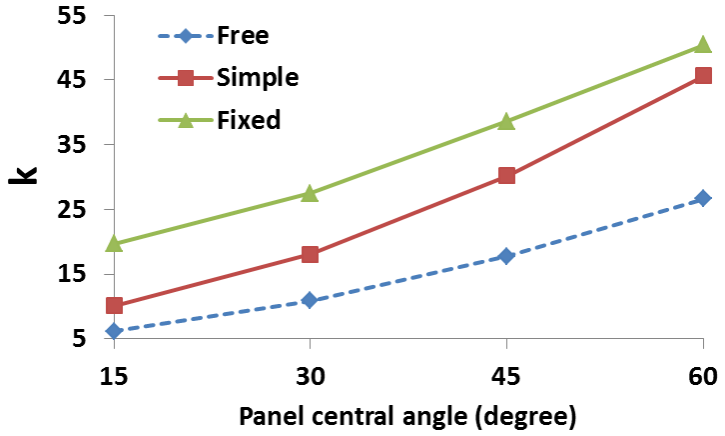
بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی‌های $[۴۵/-۴۵]_{۲s}$ و $[۶۰/-۶۰]_{۲s}$ تقریبا با یکدیگر برابر بوده و روند تغییرات مشابهی را دارند و با افزایش زاویه مرکزی پانل، بار کمانش مقدار اندکی افزایش می‌یابد. در بسیاری از موارد، لایه‌بندی‌های $[۴۵/-۴۵]_{۲s}$ و $[۶۰/-۶۰]_{۲s}$ دارای کمترین بار کمانش در مقایسه با سایر لایه‌بندی‌ها هستند. با افزایش زاویه مرکزی، بار کمانش پانل با لایه‌بندی‌های $[۰/۹۰]_{۲s}$ و $[۰/۹۰]_{۴}$ به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. در زمانی‌که زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای ۶۰ درجه است، بیشتر بار کمانش مربوط به لایه‌بندی $[۰/۹۰]_{۲s}$ می‌باشد. در این حالت، حتی توزیع الیاف در راستای ضخامت پانل نیز اختلاف بار قابل توجهی ایجاد کرده است. علی‌رغم اینکه چندلایه‌های $[۰/۹۰]_{۲s}$ و $[۰/۹۰]_{۴}$ هر دو دارای تعداد مساوی الیاف در راستای ۰ و ۹۰ هستند، الیاف ۰ درجه در لایه‌بندی $[۰/۹۰]_{۲s}$ به سطح بیرونی پانل نزدیکتر بوده و همین امر منجر به افزایش بار کمانش پانل در این نوع لایه‌بندی می‌شود. نکته قابل توجه این‌که هنگامی‌که زاویه مرکزی پانل بین ۱۵ تا ۴۵ درجه می‌باشد، پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی $[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_{s}$ دارای بیشترین بار کمانش است. در نقطه مقابل و در زمانی‌که زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای از ۴۵ به ۶۰ درجه تغییر می‌کند، بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی $[۰/۴۵/-۴۵/۹۰]_{s}$ کاهش می‌یابد (در تمامی موقعیت‌های حفره) و هرچه محل حفره به سمت کناره‌ای پانل نزدیکتر باشد، این مقدار کاهش شدیدتر خواهد بود. با افزایش زاویه مرکزی پانل، الیاف با راستای ۹۰ درجه که در راستای محیطی پانل قرار دارند، تاثیر بیشتری بر بار کمانش پانل دارند. با توجه به اینکه، لایه‌بندی‌های $[۰/۹۰]_{۲s}$ و $[۰/۹۰]_{۴}$ دارای الیاف ۹۰ درجه بیشتری در مقایسه با دیگر لایه‌بندی‌ها هستند، با افزایش زاویه مرکزی پانل بار کمانش پانل دارای لایه‌بندی‌های $[۰/۹۰]_{۲s}$ و $[۰/۹۰]_{۴}$ از پانل با دیگر لایه‌بندی‌ها بیشتر می‌شود.

به منظور بررسی تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر بار کمانش پانل استوانه‌ای، سه شرط تکیه‌گاهی مفصلی، آزاد و گیردار توسط برنامه نوار محدود شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفت. بر همین اساس، شرایط مرزی پانل در دو لبه عرضی (لبه‌های منحنی پانل)، یک بار گیردار، یک بار مفصلی و یک بار آزاد (مشابه با یکدیگر) درنظر گرفته شده است. شرایط تکیه‌گاهی دو لبه طولی تغییری نکردند و مشابه با تحلیل‌های قبل (مفصلی) باقی ماندند. یک حفره دایره‌ای در موقعیت‌های ۱ و ۲ بر روی پانل درنظر گرفته شد. نسبت ضخامت به عرض پانل ۱ به ۴۰ و لایه بندی آن به صورت $[۰/۹۰]_{۴}$ درنظر گرفته شد. مقدار زاویه مرکزی پانل چهار مقدار ۱۵، ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه لحاظ شده است. تاثیر تغییر شرایط تکیه‌گاهی بر میزان بار کمانش پانل استوانه‌ای در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ ارائه شده است. همانگونه که در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ مشاهده می‌شود، با افزایش گیرداری در تکیه‌گاه، بار کمانش پانل افزایش می‌یابد. در زمانی‌که حفره در موقعیت ۱ قرار دارد (شکل ۱۴)، با افزایش زاویه مرکزی پانل، بار کمانش پانل دارای تکیه‌گاه مفصلی به بار کمانش

پانل دارای تکیه‌گاه گیردار نزدیک می‌شود. در نقطه مقابل و در زمانی‌که حفره به موقعیت ۲ منتقل می‌شود، افزایش زاویه مرکزی پانل تاثیر چندانی بر کاهش اختلاف میان بارهای کمانش پانل‌های دارای تکیه‌گاه‌های مفصلی و گیردار ندارد.

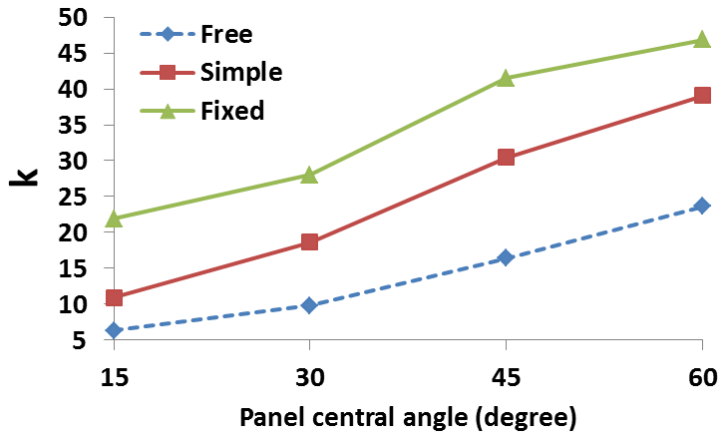
۵- نتیجه‌گیری

امروزه پانل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی دارای گشودگی در صنایع مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. با این‌حال تاکنون در ادبیات موضوع، تاثیر شکل و موقعیت حفره بر بارکمانش پانل استوانه‌ای کامپوزیتی بررسی نشده است. بر همین اساس و در این تحقیق، پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای حفره با کمک روش نوار محدود اسپلاین شبیه‌سازی شده است. با کمک حل مسئله مقدار ویژه، بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای حفره تحت اثر فشار محوری محاسبه می‌شود. به منظور اعتبارسنجی نتایج بدست آمده، مقایسه‌ای میان نتایج بدست آمده از روش نوار محدود و نتایج بدست آمده از روش‌های اجزای محدود و تحلیلی صورت گرفت. اثرات حفره با شکل‌های مربعی، لوزی، دایره ای، بیضی ۵/۰ و بیضی ۲ (دارای مساحت یکسان) بر بار کمانش بررسی گردید. همچنین این حفره‌ها در چهار موقعیت مختلف (مرکز (موقعیت۱)،



شکل ۱۴: تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای دارای حفره دایره‌ای قرار گرفته در موقعیت ۱

Fig. 14 Effect of the layup on buckling load of the panel with circular cutout on position 4
Effect of the boundary condition on buckling load of the panel with circular cutout on position 1



شکل ۱۵: تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای دارای حفره دایره‌ای قرار گرفته در موقعیت ۲

Fig. 15 Effect of the boundary condition on buckling load of the panel with circular cutout on position 2

کنار راست مرکز (موقعیت ۲)، گوشه چپ بالا (موقعیت ۳) و بالا مرکز (موقعیت ۴)) درنظر گرفته شدند. به منظور بررسی تاثیر لایه‌بندی (راستای قرارگیری الیاف)، شش نوع لایه‌بندی برای پانل استوانه‌ای کامپوزیتی درنظر گرفته شد. همچنین به منظور درنظر گرفتن انحنای پانل در بارکمانش، سه زاویه مرکزی ۱۵، ۳۰ و ۴۵ درجه برای پانل استوانه‌ای درنظر گرفته شدند. با توجه به تحلیل‌های انجام شده نتایج کلی زیر بدست آمد.

۱- چندلایه‌های متعامد در موقعیت‌های حفره دایره‌ای مرکزی و حفره دایره خارج از مرکز، با افزایش زاویه مرکزی پانل (انحنای پانل) روند صعوی بار کمانش را حفظ کرده‌اند. در صورتی‌که این افزایش برای چندلایه‌های زاویه‌دار محسوس نمی‌باشد و در مورد چندلایه شبه‌همسانگرد روند در ابتدا صعودی بوده ولی در انحناهای بالا متوقف می‌گردد.

۲- بیضی با قطر بزرگ در راستای بارگذاری در میان سایر شکل‌های حفره و برای موقعیت‌های مختلف، دارای کمترین بار کمانش محوری بوده، هر چندکه افزایش انحنا باعث افزیش محسوس بار بحرانی در این حالت می‌گردد. در مجموع موقعیت‌های مختلف حفره، بیضی با قطر کوچک در راستای بارگذاری دارای بیشترین بار بحرانی محوری در میان سایر اشکال حفره بوده و با افزایش انحنای پانل، روند افزایش بار کاهش می‌یابد.

۳- تاثیر خروج از مرکزیت حفره فارغ از شکل آن در بار بحرانی محوری پانل استوانه‌ای محسوس می‌باشد و در میان همه شکل‌ها، موقعیت حفره مرکزی در مجموع بیشترین بار بحرانی را با روند صعودی در مقابل افزایش انحنا ارایه می‌کند و در مرحله بعد، خروج از مرکزیت‌هایی که در راستای بارگذاری قرار دارند. بدترین عملکرد مربوط به خروج از مرکزیت عمود بر راستای بار وارده می‌باشد.

۴- قوی‌ترین ترکیب شکل حفره، محل حفره و لایه‌بندی مربوط به بیضی با قطر بزرگ عمود بر راستای بارگذاری و خروج از مرکزیت در امتداد بارگذاری و لایه‌بندی شبه‌همسانگرد می‌باشد. ضمنا لایه‌بندی شبه‌همسانگرد برای تمامی شکل حفره‌ها دارای حداکثر مقدار بار کمانش می‌باشد.

۵- ضعیف‌ترین ترکیب مربوط به حفره بیضی با گسترش قطر بزرگ در راستای بار وارده و خروج از مرکز سوراخ در دو راستا بوده و در این حالت لایه‌بندی $[۶۰/-۶۰]_{۲S}$ را دارا بوده است.

۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

P	فشار محوری (Nm^2)
W_j	عرض المان نواری (mm)
R	شعاع پانل استوانه‌ای (mm)
L	طول پانل استوانه‌ای(mm)
M	بردار لنگر خمشی (N.mm)
N	بردار نیروی غشایی (N)
Q	بردار نیروی برشی (N)
K	سختی (N/mm)
k	ضریب بار کمانش
u	جابجایی در راستای طولی پانل (mm)
v	جابجایی در راستای عرضی پانل (mm)
w	جابجایی در راستای شعاعی (mm)

علائم یونانی

$\emptyset$	زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای (radian)
λ	مقدار ویژه
θ	زاویه الیاف (درجه)
ψ	دوران (درجه)
Δ	بردار جابجایی

زیرنویس

E	الاستیک
G	هندسی
int	داخلی
ext	خارجی

بالانویس

L	خطی
NL	غیرخطی

منابع

[1] P. Seyedmonir, I. Sattarifar, M. Shakery, Buckling Analysis on Cylindrical Shell with Longitudinal and Circumferential Welds, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, 50(3) (2018) 551-560 (in Persian).

[2] D. Shahgholian-Ghahfarokhi, M.-R. Raafat, G.-H. Rahimi, Prediction of the critical buckling load of composite cylindrical shells by using Vibration

[10] A. Alibeigloo, J. Ranjbar, Analysis of sandwich cylindrical shell with FGM core subjected to thermal shock, Modares Mechanical Engineering, 14(5) (2014) 175-182 (in Persian).

[11] M. Shariati, M. Sedighi, J. Saemi, H.R. Allahbakhsh, A Numerical and Experimental Study on Buckling of Cylindrical Panels Subjected to Compressive Axial Load, Journal of Mechanical Engineering, 56(10) (2010) 1-10 (in Persian).

[12] A. Talezadehlari, G.H. Rahimi, Buckling analysis of perforated composite cylindrical shell using Generalized Differential Quadrature Method (GDQM), Modares Mechanical Engineering, 17(11) (2018) 385-396 (in Persian).

[13] E. Brunesi, R. Nascimbene, Effects of structural openings on the buckling strength of cylindrical shells, Advances in Structural Engineering, 21(16) (2018) 2466-2482.

[14] P. Stasiewicz, Analytical and Experimental Studies of Stability of Cylindrical Shells with a Cut-Out, Mechanics and Mechanical Engineering, 17(2) (2013) 167-176.

[15] F. Taheri-Behrooz, M. Omidi, M. Shokrieh, Experimental and numerical examination of the effect of geometrical imperfection on buckling load in axially compressed composites cylinder with and without cutout, Modares Mechanical Engineering, 16(6) (2016) 367-377 (in Persian).

[16] J. Giljith, K. Divya, P. Prabhakaran, Buckling Analysis of Cylindrical Shells Subjected to Axial Compression, International Research Journal of Engineering and Technology, 4(4) (2017) 1-4.

[17] Q. Li, D.F. Wang, Influence of Cutout Position on Buckling of Large-Scale Thin-Walled Cylindrical Shell of Desulphurizing Tower with Welding Induced Correlation Technique, Journal of Science and Technology of Composites, 5(3) (2018) 359-368. (in Persian).

[3] A.R.Nezamabadi, M.M. Gavari, S.Mansouri, The Survey of the Buckling Effect of Laminated Plate under the Thermal Load using Complex Finite Strip Method, World Academy of Science, Engineering and Technology, 73(01) (2011) 635-642.

[4] V. Anil, C.S. Upadhyay, N.G.R. Iyengar, Stability analysis of composite laminate with and without rectangular cutout under biaxial loading, Composite Structures, 80(1) (2007) 92-104.

[5] H.R. Eipakchi, S. Abolghasemi, M. Shariati, Analytical solution for buckling of rectangular plates subjected to non-uniform in-plane loading based on first order shear deformation theory, Modares Mechanical Engineering, 14(13) (2015) 37-46 (in Persian).

[6] M. Ghannad, M. Jafari, A. Ameri, Study of the stress distribution around a circular hole in a heterogeneous plate subjected to in-plane loads, Modares Mechanical Engineering, 15(6) (2015) 249-256 (in Persian).

[7] S.A.M. Ghannadpour, H.R. Ovesy, The application of an exact finite strip to the buckling of symmetrically laminated composite rectangular plates and prismatic plate structures, Composite Structures, 89(1) (2009) 151-158.

[8] D. Kumar, S.B. Singh, Stability and failure of composite laminates with various shaped cutouts under combined in-plane loads, Composites Part B: Engineering, 43(2) (2012) 142-149.

[9] H.R. Ovesy, J. Fazilati, Stability analysis of composite laminated plate and cylindrical shell structures using semi-analytical finite strip method, Composite Structures, 89(3) (2009) 467-474.

Imperfection under Wind Loading, Applied Mechanics and Materials, 187(01) (2014) 68-72.

[18] S. Moradi, D. Poorveis, A. Khajehdezfuly, Geometrically Nonlinear Analysis of Anistropic Laminated Cylindrical Panels with Cut-Out using Spline finite strip method, in: Proceeding of advances in Structural Engineering and Mechanics ASME, South Korea, 2011.

[19] A. Ahmadi, J. Skandari Jam, H. Poorshahsavar, Three dimensional buckling analysis of FG cylindrical panels under various thermal load conditions, Journal of Modeling in Engineering, 14(46) (2016) 1-10.

[20] M. Yazdani, Analysis of effective parameters on the buckling of grid stiffened composite shells based on first order shear deformation theory, Modares Mechanical Engineering, 13(10) (2013) 51-61 (in Persian).

[21] R. Bailey, J. Wood, Stability characteristics of composite panels with various cutout geometries, Composite Structures, 35(1) (1996) 21-31.

[22] S.K. Sahu, P.K. Datta, Dynamic stability of curved panels with cutouts, Journal of Sound and Vibration, 251(4) (2002) 683-696.

[23] E. Madenci, A. Barut, Pre- and postbuckling response of curved, thin, composite panels with cutouts under compression, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 37(9) (1994) 1499-1510.

[24] M.A. Arbelo, A. Herrmann, S.G.P. Castro, R. Khakimova, R. Zimmermann, R. Degenhardt, Investigation of Buckling Behavior of Composite Shell Structures with Cutouts, Applied Composite Materials, 22(6) (2015) 623-636.

[25] H. Allahbakhsh, A. Dadrasi, Buckling analysis of laminated composite panel with elliptical cutout subject to axial compression, modelling and simulation in engineering, 2012(01) (2012) 1-10.

[26] M. Shariati, M.M. Rokhi, Numerical and experimental investigations on buckling of steel cylindrical shells with elliptical cutout subject to axial compression, Thin-Walled Structures, 46(11) (2008) 1251-1261.

[27] J.F. Jullien, A. Limam, Effects of openings of the buckling of cylindrical shells subjected to axial compression, Thin-Walled Structures, 31(1) (1998) 187-202.

[28] G. Eccher, K.J.R. Rasmussen, R. Zandonini, Isoparametric spline finite strip method for the bending of perforated plates, International Journal for Numerical Methods in Engineering, 74(9) (2008) 1448-1472.

[29] M. Khayat, D. Poorveis, S. Moradi, M. Hemmati, Buckling of thick deep laminated composite shell of revolution under follower forces, Structural Engineering and Mechanics, 58(01) (2016) 1-33.

[30] A.A. Khdeir, L. Librescu, Analysis of symmetric cross-ply laminated elastic plates using a higher-order theory: Part II—Buckling and free vibration, Composite Structures, 9(4) (1988) 259-277.

[31] J.G. Stephen Timoshenko, Theory of Elastic Stability, 2 ed., Dover Publications, McGraw-Hill, New York, USA, 1961.

این صفحه عمداً خالی است