



تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای کامپوزیتی

داود پورویس*، امین خواجه دزفولی، شاپور مرادی

دانشکده مهندسی، دانشگاه شهید چمران اهواز، اهواز، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۰۳
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۳/۰۹
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۴/۱۷
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۴/۲۴

کلمات کلیدی:

شکل حفره
موقعیت حفره
بار کمانش
پانل استوانه‌ای کامپوزیتی
روش نوار محدود.

خلاصه: در این مقاله تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بار کمانش پانل استوانه‌ای کامپوزیتی تحت اثر فشار محوری بررسی شده است. به این منظور، پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای حفره با شکل دلخواه با کمک روش نوار محدود شبیه‌سازی شده و با حل مسئله مقدار ویژه، بار کمانش آن تحت اثر فشار محوری محاسبه شده است. به منظور بررسی صحت نتایج بدست آمده از روش نوار محدود، مقایسه‌ای میان نتایج روش نوار محدود، نتایج روش اجزای محدود و نتایج حاصل از روش تحلیلی صورت گرفته است. با در نظر گرفتن پنج نوع حفره با شکل‌های مختلف در چهار محل مختلف از پانل استوانه‌ای، بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی‌های مختلف، انحنای متفاوت و شرایط تکیه‌گاهی مختلف محاسبه گردید. در میان همه موقعیت‌های حفره، موقعیت حفره مرکزی در مجموع بیشترین بار بحرانی را با روند صعودی در مقابل افزایش انحنای پانل ارائه می‌کند. بدترین عملکرد مربوط به حفره با خروج از مرکزیت عمود بر راستای بارگذاری می‌باشد. حفره بیضی با قطر کوچک در راستای بارگذاری بیشترین مقاومت کمانش و حفره با قطر بزرگ در راستای بارگذاری دارای کمترین مقاومت کمانشی بوده‌اند. از میان لایه‌بندی‌های مختلف، آرایش شبه‌همسانگرد برای تمامی اشکال و موقعیت‌های حفره حداکثر بار بحرانی محوری را ارائه می‌کند.

۱- مقدمه

است. شریعتی و همکاران [۱۱] بار کمانش پانل استوانه‌ای فلزی را تحت بار فشاری محوری به کمک روش‌های عددی و آزمایشگاهی محاسبه کردند. وجود حفره در سازه استوانه‌ای کامپوزیتی می‌تواند باعث تغییرات شگرفی در میزان بار کمانش و رفتار پس از کمانش آن گردد [۱۲]. تحقیقات متعدد آزمایشگاهی، عددی و تحلیلی در زمینه بررسی تاثیر وجود حفره با شکل‌های دایره‌ای و مستطیلی بر بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای کامپوزیتی انجام گرفته است [۱۳-۱۵]. تحقیقات انجام شده نشان می‌دهد که موقعیت قرارگیری حفره به شدت بر میزان بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تاثیرگذار می‌باشد [۱۶ و ۱۷].

از سویی دیگر، در تحقیقات متعددی، بار کمانش استوانه‌های ناقص (پانل‌های استوانه‌ای) مورد بررسی قرار گرفته است. مرادی و همکاران [۱۸] از روش اسپالین نوار محدود کمک گرفته و رفتار پس از کمانش پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای گشودگی را در طی یک تحلیل غیرخطی بررسی کردند. در تحقیق آن‌ها، شرایط تکیه‌گاهی دلخواه با کمک روش اسپالین نوار محدود اعمال گردید. روش نوار محدود در مقایسه با روش

امروزه، سازه‌های ساخته شده از مواد کامپوزیتی در صنایع مختلف کاربرد فراوانی دارند [۱ و ۲]. بر همین اساس تحقیقات متعددی در خصوص محاسبه بار کمانش این سازه‌ها تحت شرایط مختلف و به کمک روش‌های مختلف صورت گرفته است. این سازه‌ها از نظر شکل هندسی دارای تنوع بسیار زیادی هستند. یکی از ساده‌ترین آن‌ها، صفحات کامپوزیتی می‌باشد. روش‌های تحلیلی و عددی مختلفی به منظور بررسی وضعیت پایداری و بار کمانش صفحات کامپوزیتی در شرایط مختلف (دارای حفره و بدون حفره) و تحت شرایط بارگذاری متفاوت انجام شده است [۳-۹]. استوانه‌های کامپوزیتی کامل و ناقص از ایجاد انحنا در ورق به وجود می‌آیند و وجود انحنا منجر به پیچیده‌تر شدن رفتار سازه می‌شود. اینگونه سازه‌ها با توجه به شکل منحصر به فرد خود می‌توانند بار بسیار زیادی را تحمل کنند [۱۰]. با توجه به کاربرد فراوان این سازه‌ها، تحقیقات متعددی در خصوص محاسبه بار کمانش این سازه‌ها تحت شرایط مختلف و به کمک روش‌های مختلف انجام شده

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: dpoorveis@scu.ac.ir

حفره بر بار کمانش پانل‌های استوانه‌ای ارزیابی نشده است. از سویی دیگر، تاکنون مقایسه‌ای میان تاثیر شکل حفره‌های مختلف بر بار کمانش پانل‌های استوانه‌ای صورت نگرفته است. در راستای رفع این دو محدودیت مهم، این تحقیق انجام شده است. در همین راستا، ابتدا پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای حفره با کمک روش نوار محدود اسپلین شبیه‌سازی شده است. در ادامه با حل مسئله مقدار ویژه، بار کمانش پانل استوانه‌ای محاسبه می‌شود. به منظور اعتبارسنجی نتایج بدست آمده، مقایسه‌ای میان نتایج بدست آمده از روش نوار محدود و نتایج روش‌های اجزای محدود و تحلیلی صورت گرفته است. در ادامه تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بار کمانش پانل استوانه‌ای در شرایط مختلف بررسی شده است.

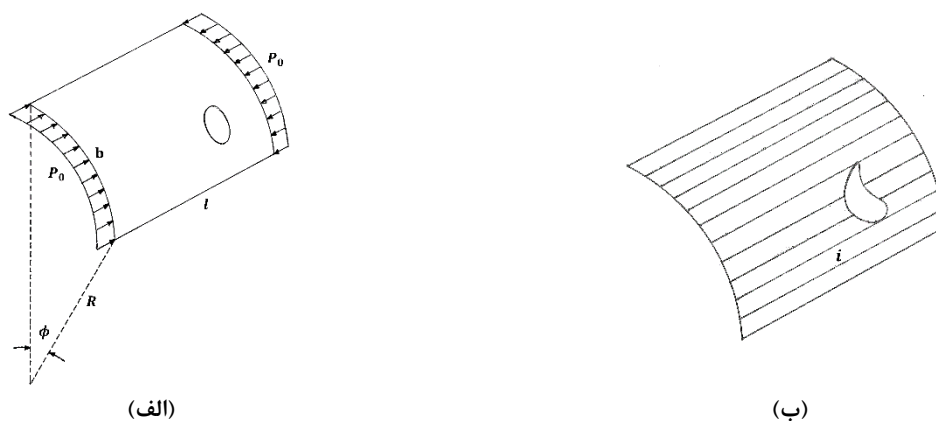
۲- توسعه مدل نوار محدود پانل استوانه‌ای

نمایی از پانل استوانه‌ای دارای حفره بیضوی در شکل ۱-الف نشان داده شده است. همانگونه که در این شکل نشان داده شده است، پارامترهای a ، b ، R و ϕ به ترتیب طول، عرض، شعاع و زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای می‌باشند. در این تحقیق پانل استوانه‌ای به کمک روش اسپلین نوار محدود شبیه‌سازی شده است. همانگونه که در شکل ۱-الف مشاهده می‌شود، یک بار فشاری گسترده با شدت یکنواخت به لبه‌های منحنی پانل اعمال می‌گردد. پانل استوانه‌ای نشان داده شده در شکل ۱-الف به وسیله المان‌های نواری شکل گسسته‌سازی می‌شود (شکل ۱-ب). همانگونه که در شکل ۱-ب نشان داده شده است، پانل استوانه‌ای به تعداد مختلفی المان نواری کوچک و بزرگ تقسیم شده است. در شکل ۲ نمای از المان نواری استوانه‌ای نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۲ نشان داده شده است، المان نواری i ام دارای طول و عرض می‌باشد.

بر روی هر المان نواری، چهار خط گره‌ای در راستای طولی المان در نظر گرفته است. بر روی هر خط گره‌ای، تعدادی گره (نات) در نظر گرفته می‌شود. در هر گره پنج درجه آزادی u ، v ، w ، ψ_x و ψ_y با کمک یک سیستم مختصات محلی شعاعی-مماسی در نظر گرفته شده است. درجات آزادی u ، v ، w ، ψ_x و ψ_y به ترتیب جابجایی در راستای محور x (راستای طولی پانل)، جابجایی در راستای محور y (راستای مماسی پانل)، جابجایی در راستای محور z (راستای شعاعی پانل)، دوران حول محور y (راستای مماسی پانل) و دوران حول محور x (راستای طولی پانل) می‌باشند. در تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، تغییر مکان یک نقطه دلخواه که به فاصله z از محور

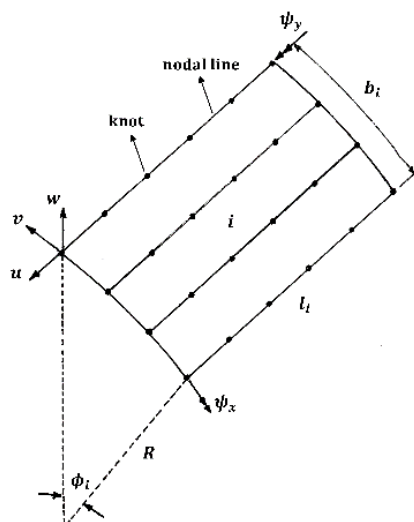
اجزای محدود، هزینه محاسبات به مراتب کمتری را دارا می‌باشد. احمدی و همکاران [۱۹] کمانش پانل‌های استوانه‌ای ساخته شده از مواد هدفمند را تحت بارگذاری حرارتی و به کمک روش اجزای محدود بررسی کردند. آن‌ها تاثیر عوامل مختلفی نظیر زاویه مرکزی پانل، شرایط مختلف بارگذاری حرارتی و پارامترهای هندسی را بر روی رفتار کمانشی پانل‌های استوانه‌ای بررسی کردند. یزدانی [۲۰] تاثیر ضخامت پوسته، زاویه الیاف پوسته و زاویه قرارگیری تقویت‌کننده‌ها را بر بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای تقویت شده بررسی کرده است. در تحقیق او بار کمانش پوسته استوانه‌ای تحت فشار محوری به کمک روش عددی و براساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول محاسبه گردید.

تاثیر وجود حفره بر بار کمانش پانل‌های استوانه‌ای نیز در تحقیقات مختلفی بررسی شده است. بیلی و وود [۲۱] تاثیر اندازه و شکل حفره را بر روی میزان بار کمانش پانل‌های کامپوزیتی مربعی را با کمک روش اجزای محدود بررسی کرده‌اند. در تحقیق آن‌ها تمامی لبه‌های پانل گیردار بوده و حفره در مرکز پانل قرار داشته است. همچنین، ساهو و داتا [۲۲] با کمک روش اجزای محدود، تاثیر حفره را بر بار کمانش پانل‌های دارای انحنای تحت بارهای دورن صفحه‌ای بررسی کردند. همچنین، با کمک روش اجزای محدود و حل مسئله مقدار ویژه، مادنسی و باروت [۲۳] تاثیر وجود حفره‌های مستطیلی و دایروی شکل در مرکز پانل را بر بار کمانش آن بررسی کردند. تاثیر وجود حفره دایره‌ای شکل در مرکز پانل استوانه‌ای بر بار کمانش آن توسط ماریانو و همکاران [۲۴] و با کمک روش اجزای محدود بررسی شده است. آن‌ها در تحقیق خود تاثیر اندازه حفره، شعاع پانل، ضخامت پانل و لایه‌بندی را بر بار کمانش پانل بررسی کردند. به منظور بررسی تاثیر حفره بیضی شکل قرار گرفته در مرکز پانل استوانه‌ای بر بار کمانش محوری، تحقیقی توسط الله‌بخش و دادرسی [۲۵] انجام شده است. در طی تحقیق آن‌ها، پانل استوانه‌ای دارای حفره بیضی شکل با کمک روش اجزای محدود شبیه‌سازی شده و بار کمانش آن با کمک حل مسئله مقدار ویژه محاسبه شده است. شریعتی و مهدی‌زاده رخی [۲۶] به کمک روش اجزای محدود تاثیر گشودگی بیضی‌شکل را بر بار کمانش محوری پوسته استوانه‌ای فلزی بررسی کرده‌اند. همچنین جولیان و لیمام [۲۷] تاثیر اندازه حفره را بر بار کمانش پانل استوانه‌ای به کمک روش اجزای محدود بررسی کردند. مروری بر ادبیات موضوع نشان می‌دهد که با این‌که موقعیت حفره بر بار کمانش پوسته‌های استوانه‌ای بسیار موثر می‌باشد، اما تاکنون در هیچ پژوهشی تاثیر موقعیت



شکل ۱: پانل استوانه‌ای دارای حفره الف) مشخصات هندسی پانل و اعمال بار فشاری به آن ب) مدل نوار محدود پانل

Fig. 1. Perforated cylindrical panel a) geometrical parameters b) finite strip model



شکل ۲: المان نواری استوانه‌ای

Fig. 2. Cylindrical strip element

در روابط (۱) تا (۳)، $\bar{u}(x, y, z)$ ، $\bar{v}(x, y, z)$ و $\bar{w}(x, y, z)$ جابجایی‌های یک نقطه دلخواه در مختصات x و y می‌باشند. این نقطه به فاصله z از خط میانی پوسته قرار دارد. دیگر پارامترهای موجود در روابط (۱) تا (۳) پیش‌تر تعریف شده‌اند.

با توجه به در نظر گرفتن تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، تغییر شکل مربوط به درجات آزادی از یکدیگر مستقل می‌باشند. با کمک رابطه (۴)، بردار تغییر شکل المان تعیین می‌شود. در رابطه (۴)، i شماره‌دهنده گره‌ها، m

مرکزی پوسته قرار گرفته است، به کمک روابط (۱) تا (۳) محاسبه می‌شود [۲۸].

$$\bar{u}(x, y, z) = u(x, y) + z\psi_x(x, y) \quad (1)$$

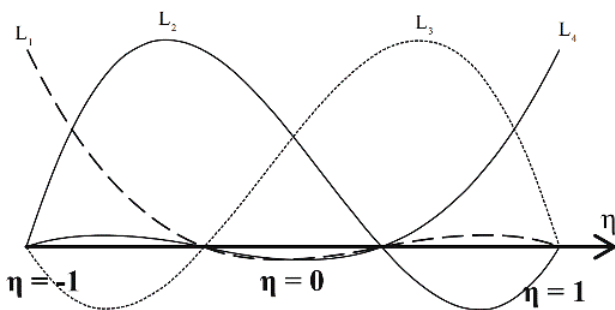
$$\bar{v}(x, y, z) = v(x, y) + z\psi_y(x, y) \quad (2)$$

$$\bar{w}(x, y, z) = w(x, y) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} L_1(\eta) &= -\frac{9}{16}\left(\eta^3 - \eta^2 - \frac{1}{9}\eta + \frac{1}{9}\right) \\ L_2(\eta) &= \frac{27}{16}\left(\eta^3 - \frac{1}{3}\eta^2 - \eta + \frac{1}{3}\right) \\ L_3(\eta) &= -\frac{27}{16}\left(\eta^3 + \frac{1}{3}\eta^2 - \eta - \frac{1}{3}\right) \\ L_4(\eta) &= \frac{9}{16}\left(\eta^3 + \eta^2 - \frac{1}{9}\eta - \frac{1}{9}\right) \end{aligned} \quad (7)$$

نمایی از تابع اسپلاین B_p در شکل ۳ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۳ نشان داده شده است، این تابع بر روی هر گره در راستای طولی در نظر گرفته می‌شود. همچنین در راستای عرضی بر روی هر گره یک تابع شکل لاگرانژی درجه ۳ در نظر گرفته شده است (شکل ۴). به دلیل این که توابع اسپلاین B_p دارای پیوستگی از نوع $C^{(n)}$ هستند و توابع لاگرانژی دارای پیوستگی $C^{(1)}$ می‌باشند [۱۸] و بارگذاری در راستای محور طولی وارد می‌شود، دقت توابع تخمینی در راستای طولی نسبت به راستای عرضی اهمیت بیشتری دارد. در این روش فقط شرایط مرزی تغییر مکانی در محاسبات در نظر گرفته می‌شوند. به بیانی دیگر، اگر در لبه‌ای مولفه تغییر شکلی برابر صفر باشد، برای لبه طولی که در آن توابع شکل لاگرانژی درگیر هستند، درجه آزادی مربوطه حذف می‌گردد. همچنین در لبه‌های عرضی که در آن‌ها توابع شکل اسپلاین درگیر هستند، روابطی میان سه اسپلاین متوالی برقرار می‌گردد [۱۸].

در روش اسپلاین نوار محدود، راستای نوارها به نحوی است که مقطع عرضی در آن راستا ثابت باشد [۱۸]. نمایی از المان نواری اسپلاین ایزوپارامتریک در شکل ۵ نشان داده شده است. در شکل ۵-الف این المان در مختصات اصلی $x-y$ نشان داده شده است. همانگونه که شکل ۵-الف مشاهده می‌شود، به منظور شبیه‌سازی یک حفره با شکل دلخواه، هر چهار لبه



شکل ۴: توابع شکل لاگرانژی درجه ۳ در راستای عرضی

Fig. 4. Lagrangian shape function in the transverse direction

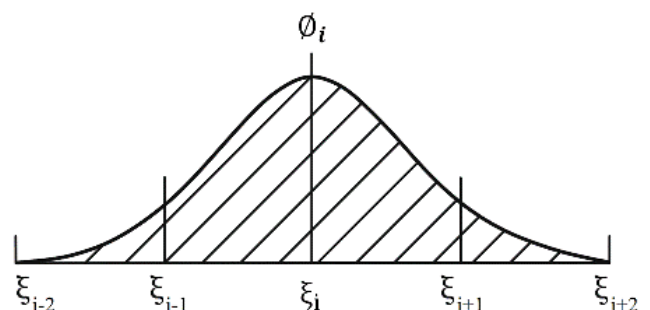
تعداد گره‌های بر روی یک خط گره‌ای، زشمارنده خطوط گره‌ای، تابع ϕ_i اسپلاین گره نام، L_j تابع لاگرانژ خط گره‌ای زام و Δ_{ij} ضریب وزنی مجهول مربوط به خط گره‌ای زام و گره نام می‌باشد. همانگونه که در رابطه (۵) مشاهده می‌شود، تغییر شکل المان در هر گره به صورت ۵ درجه آزادی u, v, w, ψ_x, ψ_y محاسبه می‌شود [۲۹].

$$\{\Delta\} = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^4 \Delta_{ij} \phi_i L_j \quad (4)$$

$$\{\Delta\} = \{u \quad v \quad w \quad \psi_x \quad \psi_y\}^T \quad (5)$$

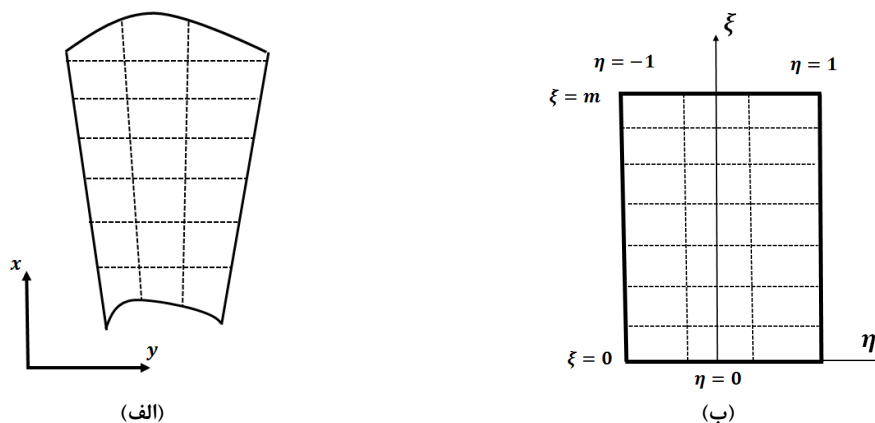
همانگونه که در رابطه (۴) نشان داده شده است، به منظور تخمین توابع جابجایی المان نواری، از توابع اسپلاین و لاگرانژ استفاده شده است. در راستای طولی المان نواری از توابع اسپلاین B_p (معادله (۶)) و در راستای عرضی المان نواری از تابع لاگرانژی (معادله (۷)) استفاده شده است [۱۸].

$$\phi_i(\xi) = \frac{1}{6} \begin{cases} 0 & \xi < \xi_{i-2} \\ (\xi - \xi_{i-2})^3 & \xi_{i-2} \leq \xi < \xi_{i-1} \\ 1 + 3(\xi - \xi_{i-1}) + 3(\xi - \xi_{i-1})^2 - 3(\xi - \xi_{i-1})^3 & \xi_{i-1} \leq \xi < \xi_i \\ 1 + 3(\xi_{i+1} - \xi) + 3(\xi_{i+1} - \xi)^2 - 3(\xi_{i+1} - \xi)^3 & \xi_i \leq \xi < \xi_{i+1} \\ (\xi_{i+2} - \xi)^3 & \xi_{i+1} \leq \xi < \xi_{i+2} \\ 0 & \xi > \xi_{i+2} \end{cases} \quad (6)$$



شکل ۳: تابع شکل اسپلاین در راستای طولی

Fig. 3. Spine shape function in longitudinal direction



شکل ۵: نگاشت المان نواری الف) المان محلی ب) المان مرجع

Fig. 5. Strip element mapping a) local element b) parent element

$$|J| = \frac{\partial x}{\partial \xi} \times \frac{\partial y}{\partial \eta} - \frac{\partial x}{\partial \eta} \times \frac{\partial y}{\partial \xi} \quad (11)$$

رابطه تنش-کرنش (رابطه رفتاری) مصالح کامپوزیتی استفاده شده در پانل استوانه‌ای به کمک رابطه (۱۲) تعریف می‌شود [۲۸ و ۲۹].

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ Q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & 0 \\ B & D & 0 \\ 0 & 0 & H \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon \\ k \\ \gamma \end{Bmatrix} \quad (12)$$

در رابطه (۱۲)، N, M و Q به ترتیب بردار نیروهای غشایی، بردار لنگرهای خمشی و بردار نیروهای برشی در جهت ضخامت می‌باشند. همچنین، ϵ, k و γ به ترتیب بردار کرنش‌های غشایی، بردار انحناها و بردار کرنش‌های برشی در جهت ضخامت هستند. در رابطه (۹)، A, B, D و H به ترتیب ماتریس‌های صلبیت غشایی، غشایی-خمشی، خمشی و برشی عرضی هستند. ماتریس‌های A, B, D و H به کمک روابط (۱۳) و (۱۴) محاسبه می‌شوند [۲۸ و ۲۹].

$$(A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} (1, z, z^2) \bar{Q}_{ij} dz \quad (13)$$

$i, j = 1, 2, 6$

کناری المان نواری به صورت دلخواه می‌باشند. با کمک توابع نگاشت، المان از سیستم مختصات اصلی به سیستم مختصات محلی ξ - η انتقال می‌یابد (معادلات (۸) و (۹)) [۲۸]. به منظور انجام عملیات نگاشت، از مختصات کلیه گره‌های قرار گرفته بر روی مرزهای المان نواری استفاده می‌شود (گره‌های قرار گرفته بر روی خطوط گره‌ای شماره ۱ و ۴ ($\eta = -1, \eta = 1$) و همچنین کلیه گره‌های اول و آخر ($\xi = m, \xi = 0$) تمام خطوط گره‌ای). در روابط (۸) و (۹)، $x(\xi, \eta)$ و $y(\xi, \eta)$ مقادیر مختصات نقاط در دستگاه x و y می‌باشند. همچنین و ضرایب مجهول گره نام خط گره‌ای η هستند [۲۸].

$$x(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^4 \alpha_{ij} \phi_i(\xi) L_j(\eta) \quad (8)$$

$$y(\xi, \eta) = \sum_{i=1}^{m+1} \sum_{j=1}^4 \beta_{ij} \phi_i(\xi) L_j(\eta) \quad (9)$$

رابطه میان مشتق‌های مختصات x و y با مختصات η و ξ به کمک رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود [۲۸]. در رابطه (۱۰)، $|J|$ دترمینان ماتریس ژاکوبین می‌باشد و به کمک رابطه (۱۱) محاسبه می‌شود.

$$\begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial x} \\ \frac{\partial}{\partial y} \end{Bmatrix} = \frac{1}{|J|} \times \begin{bmatrix} \frac{\partial y}{\partial \eta} & -\frac{\partial y}{\partial \xi} \\ -\frac{\partial x}{\partial \eta} & \frac{\partial x}{\partial \xi} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \frac{\partial}{\partial \xi} \\ \frac{\partial}{\partial \eta} \end{Bmatrix} \quad (10)$$

$$\left\{ \begin{matrix} \varepsilon_{xx}^{nl} \\ \varepsilon_{yy}^{nl} \\ \gamma_{xy}^{nl} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right] \\ \frac{1}{2} \left[\left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{R} \right)^2 \right] \\ \frac{\partial w}{\partial x} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{v}{R} \right) \end{matrix} \right\} \quad (16)$$

به منظور محاسبه ماتریس سختی پانل استوانه‌ای، کار مجازی داخلی پانل استوانه‌ای (δW_{int}^L) به صورت رابطه (۱۷) نوشته می‌شود [۲۸ و ۲۹]. در رابطه (۱۷)، $\delta \varepsilon$ ، δk و $\delta \gamma$ به ترتیب مقادیر متناظر مجازی ε ، k و γ می‌باشند. همچنین i شمارنده المان نواری و N_{strip} تعداد کل المان‌های نواری می‌باشد.

$$\delta W_{int}^L = \sum_{i=1}^{N_{strip}} \iint \left[\begin{matrix} (N \delta \varepsilon) \\ (M \delta k) \\ (Q \delta \gamma) \end{matrix} \right] dA \quad (17)$$

گسسته‌سازی کار مجازی داخلی پوسته برای هر نوار و مونتاژ آن برای کل پانل استوانه‌ای منتهی به رابطه (۱۸) می‌گردد [۱۸].

$$\delta W_{int}^L = \{\delta \Delta\}^T [K_E] \{\Delta\} \quad (18)$$

در رابطه (۱۸)، $[K_E]$ ماتریس سختی الاستیک خطی کل پوسته، $\{\delta \Delta\}$ بردار جابجایی‌های پوسته و $\{\Delta\}$ مقدار مجازی آن می‌باشد. کار مجازی خارجی پوسته ناشی از اعمال بار فشاری گسترده یکنواخت به لبه‌های عرضی پانل استوانه‌ای به صورت رابطه (۱۹) نوشته می‌شود.

$$\delta W_{ext}^P = \sum_{k=1}^{N_{strip}} \int_0^{b_k} \left[\begin{matrix} P_k(x=0) \\ \times \delta u_{k(x=0)} \\ -P_k(x=l_k) \\ \times \delta u_{k(x=l_k)} \end{matrix} \right] dy \quad (19)$$

در رابطه (۱۹)، N_{strip} تعداد کل المان‌های نواری، b_k عرض المان نواری k ام، l_k طول المان نواری k ام، P_k شدت بارگسترده فشاری

$$H_{ij} = k_{ij} \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \bar{Q}_{ij} dz \quad i, j = 4, 5 \quad (14)$$

در روابط (۱۳) و (۱۴)، \bar{Q}_{ij} سختی‌های کاهش یافته تبدیل شده بوده [۲۸ و ۲۹] و مقدار $k_{ij} = \frac{5}{6}$ در نظر گرفته می‌شود [۲۸ و ۲۹]. k_{ij} ضریب تصحیح برش در تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول است [۲۸ و ۳۰]. همانگونه که در رابطه (۱۳) مشاهده می‌شود، مقدار ۳ برای i و j در نظر گرفته نشده است. این امر به دلیل استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول بوده است. در این تئوری، فرض بر این است که کرنش در راستای ضخامت پانل (راستای z یا همان راستای ۳) قابل صرف‌نظر کردن است. به بیانی دیگر، ضخامت پانل یا صفحه تغییر نمی‌کند و در نتیجه $\varepsilon_{zz} = 0$ می‌باشد. بر همین اساس، حاصل ضرب تنش در کرنش که در انرژی کرنشی ظاهر می‌شود، حذف می‌گردد. با کمک تئوری ساندروز، روابط کرنش-تغییر مکان به صورت روابط (۱۵) و (۱۶) نوشته می‌شوند. در رابطه (۱۵) کرنش‌های خطی و در رابطه (۱۶) کرنش‌های غیرخطی ارائه شده‌اند [۲۸ و ۲۹]. در رابطه (۱۵)، ε_{xx} ، ε_{yy} ، ε_{zz} ، γ_{xy} ، γ_{yz} ، γ_{zx} ، κ_{xy} ، κ_{yy} ، κ_{xx} ، γ_{xy} ، ε_{yy} ، ε_{xx} ، γ_{xy}^{nl} و ε_{yy}^{nl} به ترتیب کرنش خطی محوری در راستای x ، کرنش خطی محوری در راستای y ، کرنش خطی برشی در صفحه xy ، انحنای حول x ، انحنای حول y ، انحنای در صفحه xy ، کرنش خطی برشی در صفحه zx و کرنش خطی برشی در صفحه zy هستند. در رابطه (۱۶)، ε_{xx}^{nl} ، ε_{yy}^{nl} و γ_{xy}^{nl} به ترتیب کرنش‌های غیرخطی متناظر با ε_{xx} ، ε_{yy} و γ_{xy} می‌باشند. همچنین در این روابط R شعاع پانل استوانه‌ای است.

$$\left\{ \begin{matrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ k_{xx} \\ k_{yy} \\ k_{xy} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{zy} \end{matrix} \right\} = \left\{ \begin{matrix} \frac{\partial u}{\partial x} \\ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{w}{R} \\ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\ \frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\ \frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \\ \frac{\partial w}{\partial y} + \psi_y - \frac{v}{R} \end{matrix} \right\} \quad (15)$$

مرحله ۱- تعیین مشخصات هندسی و مکانیکی پانل استوانه ای
 مرحله ۲- تخمین توابع جابجایی المان نواری
 مرحله ۳- تخمین توابع نکاشت المان نواری و تعیین ماتریس ژاکوبین
 مرحله ۴- تعیین روابط تنش- کرنش
 مرحله ۵- تشکیل ماتریس سختی الاستیک المان نواری و پانل استوانه ای ($\{K_E\}$)
 مرحله ۶- اعمال بار یکنواخت P به پانل و تشکیل بردار بار المان نواری و پانل استوانه ای ($\{F\}$)
 مرحله ۷- انجام تحلیل استاتیکی پیش از کمانش و حل معادله $\{\Delta\} = \{F\}[K_E]^{-1}$
 مرحله ۸- تعیین ماتریس سختی هندسی المان نواری و پانل استوانه ای ($\{K_G\}$)
 مرحله ۹- حل معادله مقدار ویژه $((K_E - \lambda K_G)\phi = 0)$
 مرحله ۱۰- تعیین بار کمانش ($P_{cr} = \lambda P$)

شکل ۶: الگوریتم برنامه توسعه داده شده در این تحقیق

Fig. 6. Algorithm used in the current study

$$\delta W_{int}^{nl} = \sum_{i=1}^{N_{strip}} \iint \left[\begin{array}{l} (N_{xx}^0 \delta \epsilon_{xx}^{nl}) \\ + (N_{yy}^0 \delta \epsilon_{yy}^{nl}) \\ + (N_{xy}^0 \delta \gamma_{xy}^{nl}) \end{array} \right] dA \quad (23)$$

بالا نویسنده در رابطه (۲۳) بیانگر استفاده از کرنش‌های غیرخطی در محاسبه کار مجازی است.

در تحلیل کمانش مقدار ویژه خطی، فرض بر این است که تنش‌های غشایی پیش از کمانش مستقل از تغییر شکل‌های مرحله کمانش هستند و رابطه بار-تغییر مکان تا مرحله کمانش خطی می‌باشد. بر همین اساس، کار مجازی (δW_{int}^{nl}) نسبت به Δ و $\delta \Delta$ خطی است. گسسته‌سازی کار مجازی ناشی از کرنش‌های غیرخطی داخلی پوسته برای هر نوار و موتاژ آن برای کل پانل استوانه‌ای منتهی به رابطه (۲۴) می‌گردد. در این رابطه، $[K_G]$ ماتریس سختی هندسی پانل استوانه‌ای می‌باشد.

$$\delta W_{int}^{nl} = \{\delta \Delta\}^T [K_G] \{\Delta\} \quad (24)$$

Table 1. Properties of composite layers

جدول ۱: مشخصات مصالح لایه‌های کامپوزیتی

E_{11}	E_{22}	G_{12}	G_{13}	G_{23}	ν_{12}
۱۲۸ GPa	۱۱ GPa	۴/۴۸ GPa	۴/۴۸ GPa	۱/۵۳ GPa	۰/۲۵

یکنواخت وارده به المان نواری k ام و δu_k جابجایی مجازی محوری (در راستای u) اعمال شده به لبه‌های ابتدا و انتهای المان نواری k ام هستند. با توجه به یکنواخت بودن بارگذاری انتهای در $x=0$ و مقید بودن لبه $x=l$ در جهت u و استفاده از رابطه (۴)، رابطه (۲۰) بدست می‌آید.

$$\delta W_{ext}^P = P_0 \sum_{k=1}^{N_{strip}} \sum_{i=-1}^1 \sum_{j=1}^4 \delta u_{ij}^k \phi_i \int_0^{b_k} L_j dy \quad (20)$$

پس از جمع‌بندی نقاط اشتراک نوارهای مجاور، رابطه (۲۱) بدست می‌آید. در رابطه (۲۱)، $\{\delta \Delta\}^T$ ترانهاده بردار جابجایی مجازی پانل استوانه‌ای و $\{F\}$ بردار بار خارجی پانل استوانه‌ای است.

$$\delta W_{ext}^P = \{\delta \Delta\}^T \{F\} \quad (21)$$

در تحلیل کمانش مقدار ویژه فرض بر آن است که تا قبل از کمانش، تغییر شکل با افزایش بار به صورت خطی تغییر می‌کند. لذا در این مرحله الگوی بارگذاری وارده به پوسته باید معلوم گردد. در این مقاله الگوی بارگذاری به صورت یک بار یکنواخت فشاری در لبه عرضی پانل می‌باشد. شدت این بار برابر واحد فرض شده و بر این اساس یک تحلیل خطی استاتیکی انجام می‌گیرد. ابزار لازم در این مرحله ماتریس سختی الاستیک پوسته ($[K_E]$) و بردار نیروهای خارجی پوسته ($\{F\}$) است. با کمک رابطه (۲۲)، بردار جابجایی پانل استوانه‌ای در مرحله قبل از کمانش ($\{\Delta\}$) محاسبه می‌شود [۲۸ و ۲۹].

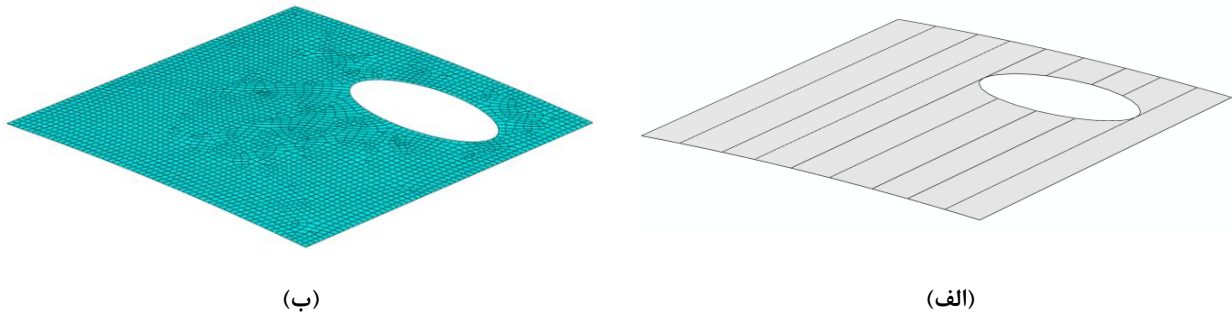
$$\{\Delta_0\} = \{F\} [K_E]^{-1} \quad (22)$$

با توجه به محاسبه $\{\Delta_0\}$ در این مرحله، به کمک رابطه (۱۲) تنش‌های غشایی داخلی پوسته (N_{xx}^0 ، N_{yy}^0 و N_{xy}^0) محاسبه می‌گردند که در محاسبه ماتریس سختی هندسی ($[K_G]$) استفاده می‌شوند. کار مجازی داخلی ناشی از نیروهای غشایی مرحله قبل از کمانش در کرنش‌های مجازی غشایی غیرخطی به کمک رابطه (۲۳) نوشته می‌شود [۲۸ و ۲۹].

$$(\mathbf{K}_E - \lambda \mathbf{K}_G) \phi = 0 \quad (25)$$

تمامی مراحل اشاره شده در این بخش، در محیط برنامه نویسی فرترن و به صورت برنامه‌ای با نام روش نوار محدود^۱ توسعه داده شده است. الگوریتم ارائه شده در شکل ۷ تمامی مراحل اشاره شده در این بخش و استفاده شده

در نهایت، با توجه به ماتریس سختی الاستیک خطی پانل استوانه‌ای $([\mathbf{K}_E])$ و ماتریس سختی هندسی پانل استوانه‌ای $([\mathbf{K}_G])$ ، و با حل مسئله مقدار ویژه ارائه شده در رابطه (۲۵)، بارکمانش پانل استوانه‌ای محاسبه می‌شود [۱۸]. در رابطه (۲۵)، λ مقدار ویژه و ϕ بردار شکل مودی متناظر با آن است [۲۸ و ۲۹].



شکل ۷: شبیه‌سازی پانل استوانه‌ای دارای حفره بیضی شکل (الف) نوار محدود (ب) اجزای محدود

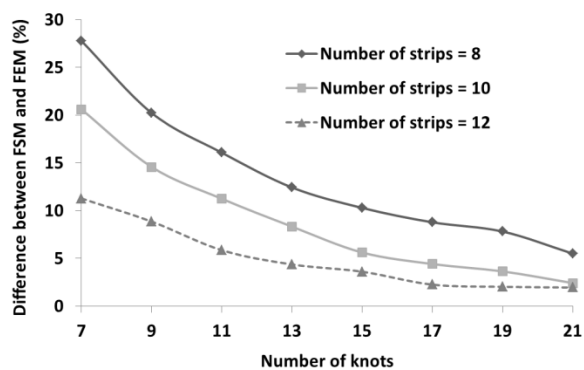
Fig. 7 Simulation of cylindrical panel with the elliptical cutout a) finite strip b) finite element

Table 2. Convergence of the buckling load of panel obtained from the finite strip method

جدول ۲: همگرایی بار کمانش پانل استوانه‌ای (N/mm) محاسبه شده توسط برنامه نوار محدود

تعداد نوار			تعداد نات
۱۲ نوار	۱۰ نوار	۸ نوار	
۵۰۹/۹۲۸	۵۵۲/۷۰۷	۵۸۵/۵۵۲	۷
۴۹۸/۸۴۸	۵۲۵/۰۳۵	۵۵۰/۹۶۲	۹
۴۸۵/۱۲۴	۵۰۹/۷۹۵	۵۳۱/۹۱۲	۱۱
۴۷۸/۲۷۲	۴۹۶/۴۳۵	۵۱۵/۲۱۲	۱۳
۴۷۴/۸۰۳	۴۸۴/۰۱۲	۵۰۵/۴۱۲	۱۵
۴۶۸/۵۸۶	۴۷۸/۴۹۲	۴۹۸/۵۱۲	۱۷
۴۶۷/۵۵۲	۴۷۴/۹۴۸	۴۹۴/۰۸۲	۱۹
۴۶۷/۱۹۷	۴۶۹/۳۴۵	۴۸۳/۴۹۲	۲۱

1 Finite Strip Method (FSM)



شکل ۸: تاثیر تعداد نوارها و نات‌ها بر درصد اختلاف میان روش نوار محدود و روش اجزای محدود

Fig. 8 Effect of the number of element/knot on the difference between finite strip and finite element methods

Table 3. Comparison between results obtained from finite strip and analytical methods

جدول ۳: مقایسه بار کمانش برنامه نوار محدود با نتایج روش تحلیلی موجود در ادبیات موضوع

زاویه مرکزی پانل (رادیان)	روش نوار محدود (N/mm)	روش تحلیلی (N/mm)	درصد اختلاف (%)
۰/۱	۱۷۶/۲۵	۱۷۴/۵	۱
۰/۳	۵۲۹/۲۰	۵۲۰	۱/۷۴

در برنامه را نشان می‌دهد.

تکیه‌گاهی مفصلی ساده است. شعاع پانل استوانه‌ای ۱۸۰۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. پانل استوانه‌ای از ۸ لایه کاپوزیتی تشکیل شده است و مشخصات مصالح تمامی لایه‌های کامپوزیتی مطابق جدول ۱ می‌باشد. لایه بندی به صورت $[45/-45]_4$ در نظر گرفته شده است.

به منظور شبیه‌سازی این پانل استوانه‌ای در نرم‌افزار آباکوس از المان پوسته هشت‌گره‌ای^۲ و با تعداد درجات آزادی مختلف (از ۸۵۰ تا ۷۰۰۰ درجه آزادی) استفاده شده است. با انجام تحلیل کمانش (مقدار ویژه) در نرم‌افزار آباکوس، بار کمانش پانل حدود ۲۵/۴۵۸ نیوتن بر میلی‌متر بدست آمد (برای تعداد ۵۰۰۰ درجه آزادی). به منظور کنترل همگرایی برنامه نوار محدود، پانل استوانه‌ای با ۸، ۱۰ و ۱۲ نوار شبیه‌سازی شده و همچنین تعداد ۷، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۵، ۱۷، ۱۹ و ۲۱ نات در هر نوار در نظر گرفته شده است. بر همین اساس، حداکثر درجه آزادی در برنامه ۲۴۸۰ درجه آزادی می‌باشد. نتایج برنامه نوار محدود برای حالات مختلف در جدول ۲ ارائه شده است. همانگونه که در جدول ۲ نشان داده شده است، با افزایش تعداد نوارها و افزایش تعداد نات‌ها، بار کمانش کاهش پیدا می‌کند. همچنین با افزایش تعداد نوارها و نات‌ها،

۳- مقایسه نتایج روش نوار محدود با نتایج عددی و تحلیلی

در این بخش، به منظور نشان دادن صحت نتایج بدست آمده توسط روش نوار محدود، مقایسه‌ای میان نتایج آن و نتایج بدست آمده از روش اجزای محدود^۱ و نتایج تحلیلی موجود در ادبیات موضوع انجام شده است. به منظور شبیه‌سازی به کمک روش اجزای محدود از نرم‌افزار تجاری آباکوس^۲ استفاده شده است. بر همین اساس و مطابق با شکل ۷، پانلی استوانه‌ای که دارای یک حفره بیضی شکل در گوشه سمت راست آن است، به کمک روش‌های نوار محدود و اجزای محدود شبیه‌سازی شده است. این پانل استوانه‌ای مربعی دارای ابعاد ۱۸۰ در ۱۸۰ میلی‌متر می‌باشد و حفره بیضی شکل دارای قطرهای کوچک و بزرگ ۴۰ و ۸۰ میلی‌متر است. فاصله مرکز حفره بیضی شکل از گوشه پایینی پانل در راستای‌های طولی و عرضی پانل به ترتیب ۱۳۵ و ۱۲۰ میلی‌متر می‌باشد. نسبت ضخامت به عرض پانل استوانه‌ای ۱:۴۰ در نظر گرفته شده است. هر چهار لبه پانل دارای شرایط

1 Finite Element Method (FEM)
2 ABAQUS

کامپوزیتی، چهار موقعیت برای مرکز حفره (مطابق جدول ۴) و پنج شکل حفره (مربع، لوزی، بیضی ۰/۵، دایره و بیضی ۲) در نظر گرفته شده است. محل قطرهای بزرگ و کوچک در بیضی ۰/۵ برعکس بیضی ۲ می‌باشد. مساحت کلیه حفره‌ها یکسان و برابر ۱۲۹۶ میلی‌متر مربع در نظر گرفته شده است. به منظور بررسی دقیق تاثیر انحنای پانل بر بار کمانش، زاویه مرکزی پانل مقادیر ۱۵، ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه در نظر گرفته شده است. همچنین نسبت ضخامت به عرض پانل استوانه‌ای در کلیه حالات ۱ به ۴۰ در نظر گرفته شده است. براساس ادبیات موضوع، نسبت ۱ به ۴۰ مربوط به پانل‌های با ضخامت متوسط بوده و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول می‌تواند تخمین مناسبی از کرنش‌های ایجاد شده در آن را ارائه دهد [۳۰]. ابعاد پانل استوانه‌ای ۱۸۰ در ۱۸۰ میلی‌متر در نظر گرفته شده است و شرایط هر چهار لبه پانل استوانه‌ای به صورت مفصلی ساده می‌باشد [۲۸]. در تمامی حالات، پانل استوانه‌ای از هشت لایه کامپوزیتی تشکیل شده و مشخصات مصالح کامپوزیتی مطابق جدول ۱ است. شش چینش مختلف شامل چندلایه‌های ۲_f، ۴_f، ۲_s، ۴_s، ۲_f، ۴_f، ۲_s، ۴_s، ۲_f، ۴_f، ۲_s، ۴_s و ۴_f، ۲_s، ۴_s، ۲_f، ۴_f، ۲_s، ۴_s در نظر گرفته شده است. در شکل ۸، نمایی از قرارگیری حفره‌های مختلف در موقعیت‌های مختلف نشان داده شده است. با کمک رابطه (۲۶)، ضریب بار کمانش (k) برای پانل استوانه‌ای محاسبه می‌شود. در رابطه (۲۶)، عرض پانل، بار کمانش پانل، مدول الاستیسیته مصالح الیاف در راستای ۲ و ضخامت پانل است. ضریب k به عنوان یک عیار بی‌بعد از بار کمانش مورد استفاده قرار می‌گیرد. در جدول ۵، ضریب بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای زاویه مرکزی ۳۰ درجه به ازای شکل‌های مختلف حفره، موقعیت‌های مختلف حفره و تمامی لایه‌بندی‌ها نشان داده شده است.

Table 4. Center cutout positions

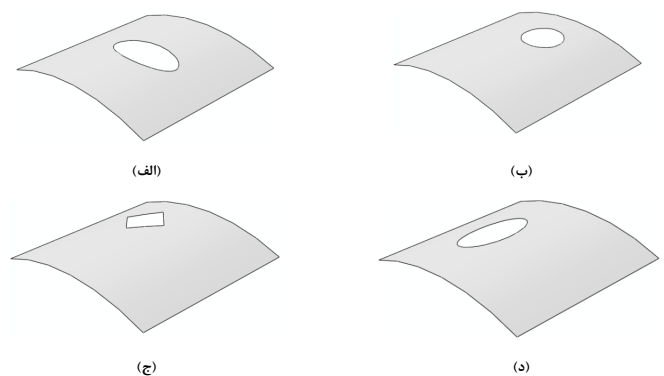
جدول ۴: موقعیت‌های مختلف مرکز حفره

موقعیت	x_c	y_c
۱	۹۰	۹۰
۲	۱۲۶	۹۰
۳	۵۴	۱۲۶
۴	۹۰	۱۲۶

درصد تغییرات بار کمانش محاسبه شده توسط برنامه نوار محدود کاهش می‌یابد. کمترین بار کمانش بدست آمده حدود ۴۶۷/۲ نیوتن بر میلی‌متر بوده که حدود ۲ درصد با روش اجزای محدود اختلاف دارد. در شکل ۸، تاثیر تعداد نوارها و نات‌ها بر درصد اختلاف میان روش‌های اجزای محدود و نوار محدود نشان داده شده است. این مقایسه نشان می‌دهد که برنامه نوار محدود توانایی محاسبه بار کمانش پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای حفره با شکل دلخواه را دارد. همچنین به منظور بررسی بیشتر صحت نتایج بدست آمده توسط برنامه نوار محدود، مقایسه‌ای دیگر میان نتایج آن و نتایج روش تحلیلی موجود در ادبیات موضوع انجام گرفته است. تیموشنکو و گیر [۳۱] بار کمانش محوری یک پانل استوانه‌ای مربعی به طول ۶۰۰ میلی‌متر و ضخامت ۵ میلی‌متر را با کمک روش تحلیلی و تئوری کلاسیک محاسبه کردند. هر چهار طرف این پانل استوانه‌ای همسانگرد، مفصلی بوده و مدول الاستیسیته و ضریب پواسون آن به ترتیب ۷۰ کیلو نیوتن بر میلی‌متر مربع و ۰/۳ در نظر گرفته شده است. این پانل استوانه‌ای با کمک ۱۲ نوار و ۲۱ نات شبیه‌سازی شده و بار کمانش آن برای زوایای مرکزی ۰/۱ و ۰/۳ رادیان محاسبه شده است. در جدول ۳ مقایسه ای میان نتایج بدست آمده از روش تحلیلی و روش نوار محدود ارائه شده است. همانگونه که در جدول ۳ مشاهده می‌شود، حداکثر اختلاف میان روش تحلیلی و روش نوار محدود حدود ۱/۸ درصد است.

۴- بررسی تاثیر و موقعیت حفره بر بار کمانش پانل استوانه‌ای

به منظور بررسی تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بار کمانش پانل استوانه‌ای



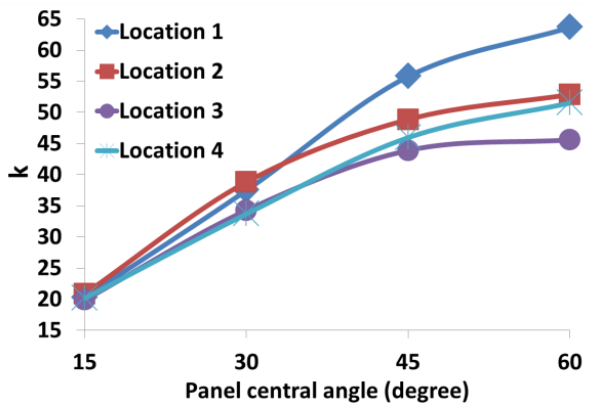
شکل ۹: پانل استوانه‌ای دارای حفره در موقعیت‌ها و شکل‌های مختلف الف) بیضی ۰/۵، در موقعیت ۱ ب) دایره در موقعیت ۲ ج) لوزی در موقعیت ۳ د) بیضی ۲ در موقعیت ۴

Fig. 9 Cylindrical panel with different cutout located on different position a) elliptical 0.5 on position 1 b) circular on position 2 c) diamond on position 3 d) elliptical 2 on position 4

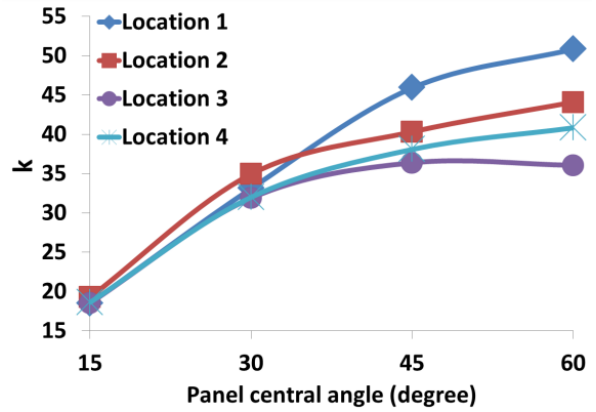
Table 5. Effect of cutout position on buckling load of panel with central angle of 30 degrees

جدول ۵: تاثیر موقعیت حفره‌های مختلف بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای (N/mm) دارای زاویه مرکزی ۳۰ درجه

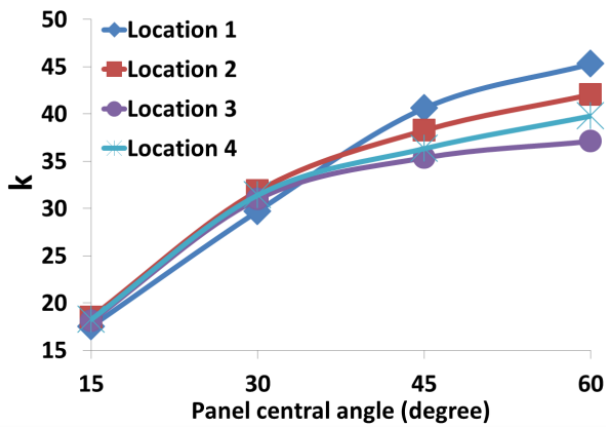
موقعیت حفره				لایه بندی	شکل حفره
۴	۳	۲	۱		
۱۷/۷۱۸	۱۸/۳۶۸	۱۸/۸۶۶	۱۷/۹۸۸	$[0/90]_f$	مربع
۲۲/۳۵۸	۲۳/۱۱۳	۲۴/۵۰۸	۲۴/۰۳۵	$[0/90]_{T,S}$	
۱۵/۴۷۲	۱۵/۵۱۵	۱۴/۴۷۶	۱۳/۹۱۵	$[45/-45]_{T,S}$	
۱۵/۸۱۰	۱۸/۲۳۴	۱۵/۹۲۰	۱۸/۲۰۸	$[60/-60]_{T,S}$	
۲۲/۸۲۷	۲۱/۷۴۷	۲۲/۳۹۳	۱۸/۶۳۲	$[30/-30]_{T,S}$	
۳۵/۱۰۸	۳۲/۶۱۰	۳۴/۸۸۰	۳۱/۷۴۷	$[0/45/-45/90]_S$	
۱۸/۳۸۷	۱۸/۷۰۵	۲۰/۱۳۲	۱۹/۲۸۵	$[0/90]_f$	لوزی
۲۲/۷۶۰	۲۳/۱۹۹	۲۶/۱۵۶	۲۵/۳۱۵	$[0/90]_{T,S}$	
۱۵/۳۴۳	۱۴/۶۰۸	۱۶/۵۳۶	۱۸/۱۲۱	$[45/-45]_{T,S}$	
۱۶/۶۱۸	۱۴/۶۲۹	۱۶/۳۸۰	۲۰/۰۱۶	$[60/-60]_{T,S}$	
۲۳/۱۳۸	۲۱/۲۴۶	۲۴/۰۰۷	۲۰/۷۵۵	$[30/-30]_{T,S}$	
۳۱/۹۹۹	۳۱/۰۴۰	۳۵/۰۲۴	۳۳/۲۸۸	$[0/45/-45/90]_S$	
۱۹/۴۶۰	۲۰/۴۹۲	۲۲/۶۹۲	۲۳/۲۵۳	$[0/90]_f$	بیضی ۰/۵
۲۷/۱۶۲	۲۷/۹۰۰	۳۱/۴۹۰	۲۹/۸۸۴	$[0/90]_{T,S}$	
۱۸/۶۰۳	۱۸/۰۰۱	۱۹/۶۸۳	۲۰/۹۳۲	$[45/-45]_{T,S}$	
۱۶/۲۷۵	۱۷/۵۲۲	۱۶/۹۵۴	۲۳/۱۹۴	$[60/-60]_{T,S}$	
۲۴/۳۹۱	۲۲/۷۸۱	۲۴/۷۵۵	۲۲/۱۵۱	$[30/-30]_{T,S}$	
۳۳/۶۹۵	۳۴/۲۸۳	۳۸/۸۲۰	۳۷/۴۷۸	$[0/45/-45/90]_S$	
۱۷/۳۳۵	۱۷/۳۸۳	۱۸/۶۵۰	۱۸/۰۸۵	$[0/90]_f$	دایره
۲۲/۳۰۶	۲۲/۳۷۳	۲۴/۰۴۳	۲۳/۱۹۲	$[0/90]_{T,S}$	
۱۶/۴۰۵	۱۵/۴۰۵	۱۶/۸۰۰	۱۷/۶۹۹	$[45/-45]_{T,S}$	
۱۶/۱۱۴	۱۶/۸۳۷	۱۶/۱۸۲	۱۹/۶۵۱	$[60/-60]_{T,S}$	
۲۳/۳۹۴	۲۲/۰۶۲	۲۳/۷۷۱	۲۰/۹۸۰	$[30/-30]_{T,S}$	
۳۱/۹۸۲	۳۱/۸۷۲	۳۴/۹۲۲	۳۳/۰۸۸	$[0/45/-45/90]_S$	
۱۶/۵۴۹	۱۶/۱۸۵	۱۶/۶۴۴	۱۵/۴۲۸	$[0/90]_f$	بیضی ۲
۱۸/۲۸۱	۲۰/۸۹۹	۲۱/۸۱۸	۲۰/۵۶۵	$[0/90]_{T,S}$	
۱۵/۵۱۷	۱۴/۲۹۱	۱۵/۶۲۰	۱۵/۶۳۳	$[45/-45]_{T,S}$	
۱۲/۲۴۱	۱۲/۸۰۴	۱۴/۵۴۵	۱۵/۷۲۷	$[60/-60]_{T,S}$	
۲۳/۰۷۲	۲۱/۶۲۸	۲۲/۸۳۱	۲۰/۰۰۵	$[30/-30]_{T,S}$	
۳۱/۴۰۳	۳۰/۹۷۸	۳۱/۸۴۲	۲۹/۷۰۶	$[0/45/-45/90]_S$	



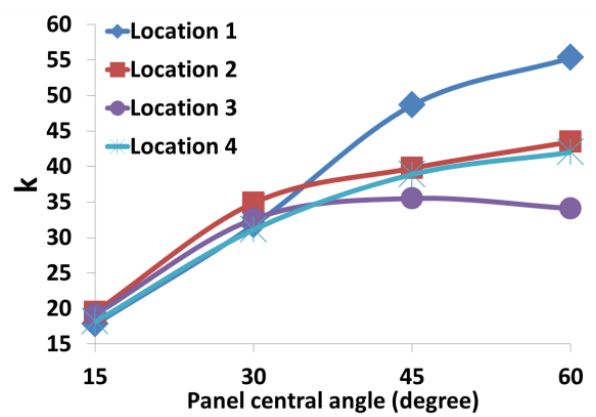
(الف)



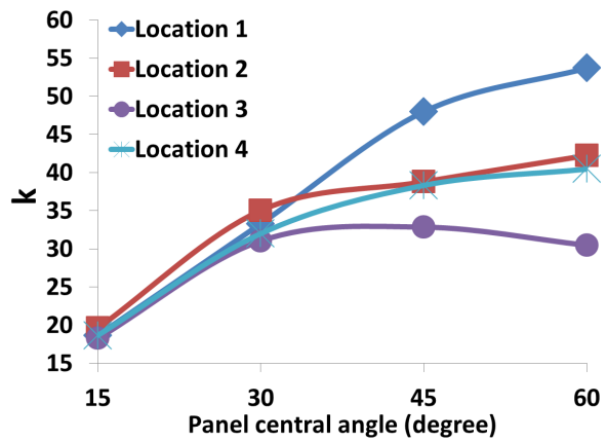
(ب)



(ج)



(د)



(ه)

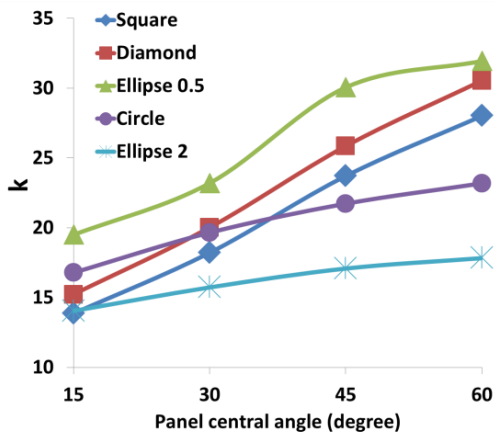
شکل ۱۰: تاثیر موقعیت حفره با شکل‌های مختلف بر ضریب بارکمانش محوری پانل استوانه‌ای الف) بیضی ۰/۵ (ب) دایره ج) بیضی ۲ (د) مربع ه) لوزی

Fig. 10 Effect of the cutout position with different shape on the panel buckling load a) elliptical 0.5 b) circular c) elliptical 2 d) square e) diamond

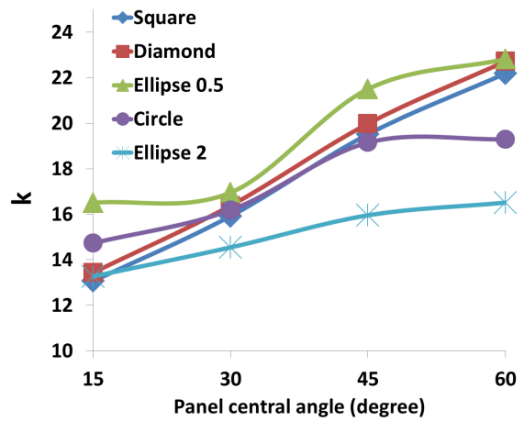
است. همچنین، نوع لایه‌بندی پانل استوانه‌ای می‌تواند بر میزان تاثیر شکل و موقعیت حفره بر بار کمانش تاثیرگذار باشد. به عنوان مثال، در پانل استوانه‌ای با لایه‌بندی $[0/90]_4$ و دارای حفره در موقعیت ۳، زمانی که حفره مربع جایگزین حفره لوزی گردد، بار کمانش از مقدار $18/7$ به مقدار $18/3$ کاهش می‌یابد. در همین شرایط، اگر لایه‌بندی $[0/45/-45/90]_s$ در نظر گرفته شود، مقدار بار کمانش از $31/04$ به $32/61$ افزایش می‌یابد. نتایج ارائه شده در جدول ۵ نشان می‌دهند که پانل استوانه‌ای دارای حفره بیضی ۲ قرار گرفته در موقعیت ۴ با لایه‌بندی $[60/-60]_{rs}$ دارای کمترین بار کمانش می‌باشد. در این حالت، بعد بزرگتر حفره به موازات راستای بارگذاری قرار داشته و دارای خروج از مرکزیت نسبت به مرکز پانل می‌باشد. همچنین راستای الیاف

$$k = \frac{P_{cr} b^2}{E_{22} h^3} \quad (26)$$

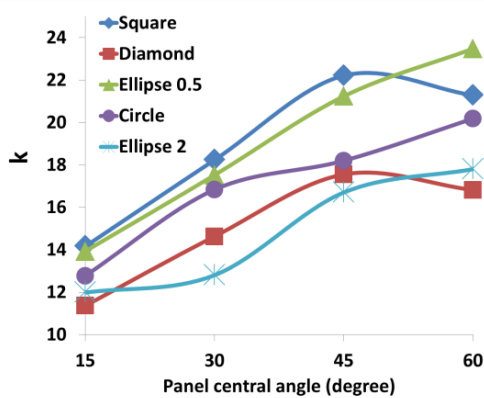
همانگونه که در این جدول نشان داده شده است، شکل و موقعیت حفره تاثیر زیادی بر بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد. به عنوان مثال، با در نظر گرفتن لایه‌بندی $[60/-60]_{rs}$ مشاهده می‌شود که اگر حفره مربعی شکل از موقعیت ۱ به موقعیت ۳ جابجا شود، بار کمانش پانل از $18/23$ به $18/23$ افزایش می‌یابد. در همین شرایط، اگر حفره لوزی از موقعیت ۱ به موقعیت ۳ جابجا شود، بار کمانش پانل از مقدار $20/01$ به مقدار $14/6$ کاهش می‌یابد و این امر نشان‌دهنده تاثیر معکوس حفره لوزی در برابر حفره مربعی شکل



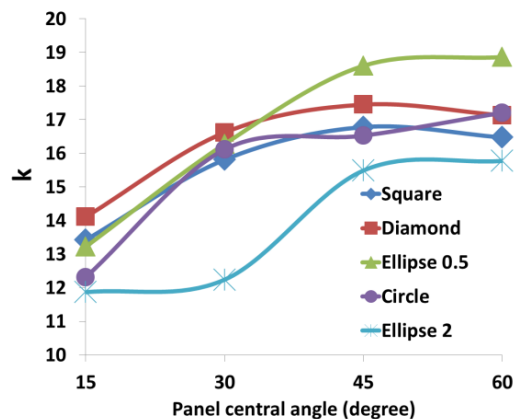
(الف)



(ب)



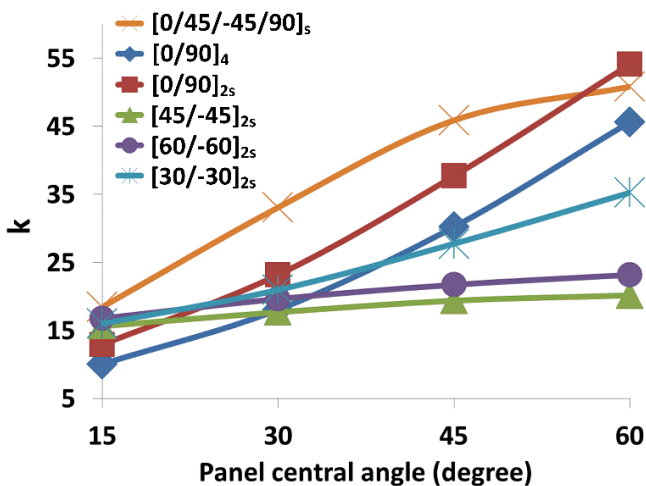
(ج)



(د)

شکل ۱۱: تاثیر شکل حفره بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای (الف موقعیت ۱ ب) موقعیت ۲ ج) موقعیت ۳ د) موقعیت ۴

Fig. 11 Effect of the cutout shape on the panel buckling load a) position 1 b) position 2 c) position 3 d) position 4



شکل ۱۲: تاثیر لایه‌بندی بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای دارای حفره دایره‌ای قرار گرفته در موقعیت ۱

Fig. 12 Simulation of cylindrical panel with the elliptical cutout a) finite strip b) finite element

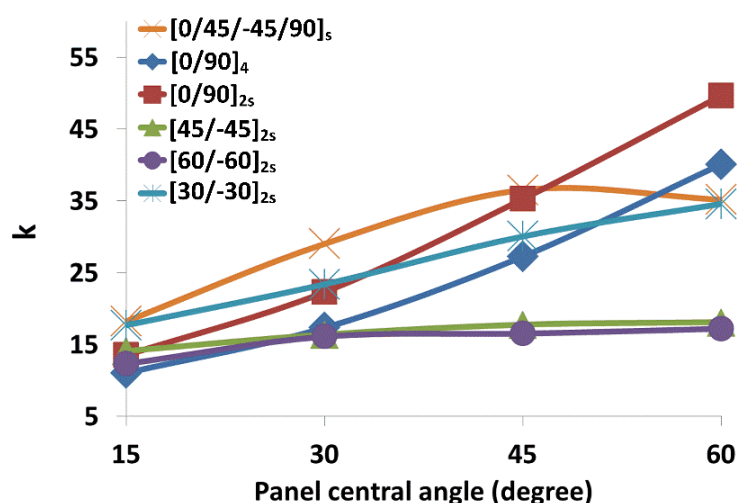
بار کمانش دارد. به شکلی ساده‌تر می‌توان اثر بیضی ۵/۰ و بیضی ۲ بر بار کمانش را همانند تاثیر راستای یک ترک در کاهش مقاومت یک صفحه تفسیر کرد. مقایسه نمودارهای نشان داده شده در شکل ۱۱ با یکدیگر، دو نکته مهم را مشخص می‌کند. نکته اول این‌که موقعیت حفره نقش عمده‌ای بر کاهش تاثیر حفره بر بار کمانش دارد. در حالی‌که در موقعیت‌های ۱ و ۲ حفره با شکل بیضی ۰/۵ کمترین تاثیر را بر کاهش بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد، اما در موقعیت ۶ حفره‌های مربع و لوزی شکل کمترین تاثیر را بر بار کمانش پانل استوانه‌ای دارند. نکته دوم، اثر زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای در میزان تاثیر موقعیت و شکل حفره بر بار کمانش پانل می‌باشد. زمانی‌که حفره با شکل دلخواه در موقعیت‌های ۱ و ۲ قرار دارد، افزایش زاویه مرکزی پانل منجر به افزایش بار کمانش پانل استوانه‌ای شده است. اما در نقطه مقابل، زمانی‌که حفره‌های مربعی و لوزی شکل در موقعیت ۳ قرار دارند، افزایش زاویه مرکزی پانل از ۴۵ به ۶۰ درجه منجر به کاهش قابل توجه بار کمانش پانل می‌گردد. همچنین زمانی‌که حفره‌های مربع و لوزی شکل در موقعیت ۴ قرار دارند، با افزایش زاویه مرکزی پانل، بار کمانش پانل استوانه‌ای روندی نزولی در پیش می‌گیرد.

به منظور نشان دادن تاثیر لایه‌بندی بر بار کمانش پانل استوانه‌ای، مقادیر بار کمانش پانل استوانه‌ای با لایه‌بندی‌های مختلف و دارای حفره دایره‌ای شکل قرار گرفته در موقعیت‌های ۱ و ۴ به ترتیب در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل‌های ۱۲ و ۱۳ مشاهده می‌شود،

لایه‌بندی $[60/-60]_s$ نسبت به راستای بارگذاری انحراف زیادی دارد. براساس جدول ۵، لایه‌بندی $[0/45/-45/90]_s$ در اکثر موارد منجر به بیشترین بارکمانش می‌شود. یک دلیل عمده برای برتری این لایه‌بندی، وجود راستای الیاف ۰ درجه، ۹۰ درجه و همچنین راستای الیاف با زاویه ۴۵ درجه برای تقویت سختی‌های برشی می‌باشد.

در شکل ۱۰، تاثیر زاویه مرکزی پانل بر اثر موقعیت و شکل حفره بر بارکمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی $[0/45/-45/90]_s$ نشان داده شده است. همانگونه که در این شکل مشخص است، زاویه مرکزی پانل تاثیر چشمگیری بر اثر شکل و موقعیت حفره بر بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد. زمانی‌که زاویه مرکزی پانل از ۳۵ درجه بیشتر است، حفره با شکل دلخواه در موقعیت ۱ کمترین تاثیر را بر کاهش بار کمانش در مقایسه با موقعیت‌های دیگر دارد. مهمترین عامل این نتیجه مربوط به گذار پانل از یک پانل کم‌عمق به یک پانل نسبتاً عمیق می‌باشد. در پوسته‌های کم‌عمق کمانش به‌صورت متقارن بوده و قسمت میانی می‌تواند نقش مهمی را در میزان بار کمانش ایفا کند و نتیجتاً، حذف قسمت میانی می‌تواند بار بحرانی را به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش دهد. در نقطه مقابل و برای پوسته‌های عمیق، مود کمانش از حالت متقارن به حالت ضد تقارن تغییر می‌کند و وسط پانل نقشی همانند یک گره ایفا کرده و عملاً وجود حفره در قسمت میانی نقش چندانی در تغییر بار کمانش ایفا نمی‌کند.

برای تمامی حفره‌ها و صرف‌نظر از زاویه مرکزی پانل، موقعیت ۳ بیشترین تاثیر را بر کاهش بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد. همچنین شکل حفره می‌تواند تاثیر فراوانی بر اثر موقعیت حفره و زاویه مرکزی پانل بر بارکمانش پانل داشته باشد. با مقایسه نمودارهای نشان داده شده در شکل ۱۰، می‌توان دریافت که بار کمانش پانل استوانه‌ای با وجود حفره بیضی ۲ در موقعیت‌های مختلف تغییر چندانی ندارد. این امر به دلیل ایجاد حفره‌ای با ابعاد زیاد و در راستای عمود بر راستای بارگذاری بوده است. در شکل ۱۱، تاثیر تغییر زاویه مرکزی پانل بر اثر شکل حفره قرار گرفته در موقعیت‌های مختلف بر بارکمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی $[60/-60]_s$ نشان داده شده است. همانگونه که در شکل ۱۱ نشان داده شده است، در اکثر حالات حفره با شکل بیضی ۲ بیشترین تاثیر را بر کاهش بار کمانش پانل استوانه‌ای دارد. در این حالت، هر چه که بعد حفره در راستای بارگذاری بیشتر باشد، کاهش بیشتری در میزان بار کمانش پانل استوانه‌ای رخ می‌دهد. بر همین اساس و برخلاف بیضی ۲، بیضی ۰/۵ کمترین تاثیر را بر کاهش



شکل ۱۳: تاثیر لایه‌بندی بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای دارای حفره دایره‌ای قرار گرفته در موقعیت ۴

Fig. 13 Effect of the layup on buckling load of the panel with circular cutout on position 4

که در راستای محیطی پانل قرار دارند، تاثیر بیشتری بر بار کمانش پانل دارند. با توجه به اینکه، لایه‌بندی‌های $[0/90]_{2s}$ و $[0/90]_4$ دارای الیاف ۹۰ درجه بیشتری در مقایسه با دیگر لایه‌بندی‌ها هستند، با افزایش زاویه مرکزی پانل بار کمانش پانل دارای لایه‌بندی‌های $[0/90]_{2s}$ و $[0/90]_4$ از پانل با دیگر لایه‌بندی‌ها بیشتر می‌شود.

به منظور بررسی تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر بار کمانش پانل استوانه‌ای، سه شرط تکیه‌گاهی مفصلی، آزاد و گیردار توسط برنامه نوار محدود شبیه‌سازی و مورد بررسی قرار گرفت. بر همین اساس، شرایط مرزی پانل در دو لبه عرضی (لبه‌های منحنی پانل)، یک بار گیردار، یک بار مفصلی و یک بار آزاد (مشابه با یکدیگر) در نظر گرفته شده است. شرایط تکیه‌گاهی دو لبه طولی تغییری نکردند و مشابه با تحلیل‌های قبل (مفصلی) باقی ماندند. یک حفره دایره‌ای در موقعیت‌های ۱ و ۲ بر روی پانل در نظر گرفته شد. نسبت ضخامت به عرض پانل ۱ به ۴۰ و لایه بندی آن به صورت $[0/90]_4$ در نظر گرفته شد. مقدار زاویه مرکزی پانل چهار مقدار ۱۵، ۳۰، ۴۵ و ۶۰ درجه لحاظ شده است. تاثیر تغییر شرایط تکیه‌گاهی بر میزان بار کمانش پانل استوانه‌ای در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ ارائه شده است. همانگونه که در شکل‌های ۱۴ و ۱۵ مشاهده می‌شود، با افزایش گیرداری در تکیه‌گاه، بار کمانش پانل افزایش می‌یابد. در زمانی که حفره در موقعیت ۱ قرار دارد (شکل ۱۴)، با افزایش زاویه مرکزی پانل، بار کمانش پانل دارای تکیه‌گاه مفصلی به بار کمانش

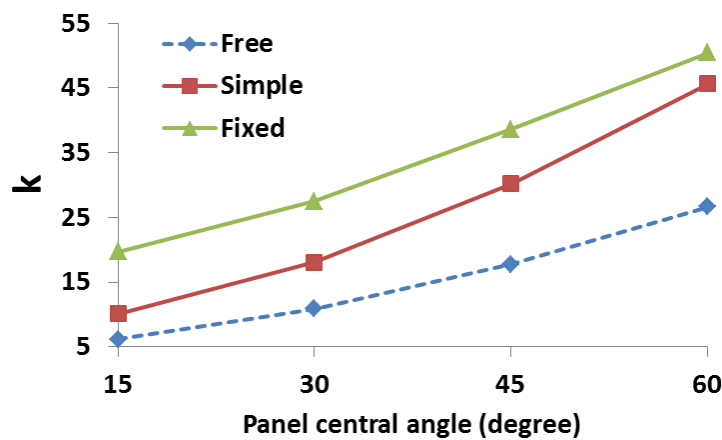
بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی‌های $[45/-45]_{2s}$ و $[60/-60]_{2s}$ تقریباً با یکدیگر برابر بوده و روند تغییرات مشابهی را دارند و با افزایش زاویه مرکزی پانل، بار کمانش مقدار اندکی افزایش می‌یابد. در بسیاری از موارد، لایه‌بندی‌های $[45/-45]_{2s}$ و $[60/-60]_{2s}$ دارای کمترین بار کمانش در مقایسه با سایر لایه‌بندی‌ها هستند. با افزایش زاویه مرکزی، بار کمانش پانل با لایه‌بندی‌های $[0/90]_{2s}$ و $[0/90]_4$ به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. در زمانی که زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای ۶۰ درجه است، بیشتر بار کمانش مربوط به لایه‌بندی $[0/90]_{2s}$ می‌باشد. در این حالت، حتی توزیع الیاف در راستای ضخامت پانل نیز اختلاف بار قابل توجهی ایجاد کرده است. علی‌رغم اینکه چند لایه‌های $[0/90]_{2s}$ و $[0/90]_4$ هر دو دارای تعداد مساوی الیاف در راستای ۰ و ۹۰ هستند، الیاف ۰ درجه در لایه‌بندی $[0/90]_{2s}$ به سطح بیرونی پانل نزدیکتر بوده و همین امر منجر به افزایش بار کمانش پانل در این نوع لایه‌بندی می‌شود. نکته قابل توجه این که هنگامی که زاویه مرکزی پانل بین ۱۵ تا ۴۵ درجه می‌باشد، پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی $[0/45/-45/90]_s$ دارای بیشترین بار کمانش است. در نقطه مقابل و در زمانی که زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای از ۴۵ به ۶۰ درجه تغییر می‌کند، بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای لایه‌بندی $[0/45/-45/90]_s$ کاهش می‌یابد (در تمامی موقعیت‌های حفره) و هرچه محل حفره به سمت کناره‌های پانل نزدیکتر باشد، این مقدار کاهش شدیدتر خواهد بود. با افزایش زاویه مرکزی پانل، الیاف با راستای ۹۰ درجه

بر همین اساس و در این تحقیق، پانل استوانه‌ای کامپوزیتی دارای حفره با کمک روش نوار محدود اسپلاین شبیه‌سازی شده است. با کمک حل مسئله مقدار ویژه، بار کمانش پانل استوانه‌ای دارای حفره تحت اثر فشار محوری محاسبه می‌شود. به منظور اعتبارسنجی نتایج بدست آمده، مقایسه‌ای میان نتایج بدست آمده از روش نوار محدود و نتایج بدست آمده از روش‌های اجزای محدود و تحلیلی صورت گرفت. اثرات حفره با شکل‌های مربعی، لوزی، دایره ای، بیضی ۵/۰ و بیضی ۲ (دارای مساحت یکسان) بر بار کمانش بررسی گردید. همچنین این حفره‌ها در چهار موقعیت مختلف (مرکز موقعیت ۱)،

پانل دارای تکیه‌گاه گیردار نزدیک می‌شود. در نقطه مقابل و در زمانی که حفره به موقعیت ۲ منتقل می‌شود، افزایش زاویه مرکزی پانل تاثیر چندانی بر کاهش اختلاف میان بارهای کمانش پانل‌های دارای تکیه‌گاه‌های مفصلی و گیردار ندارد.

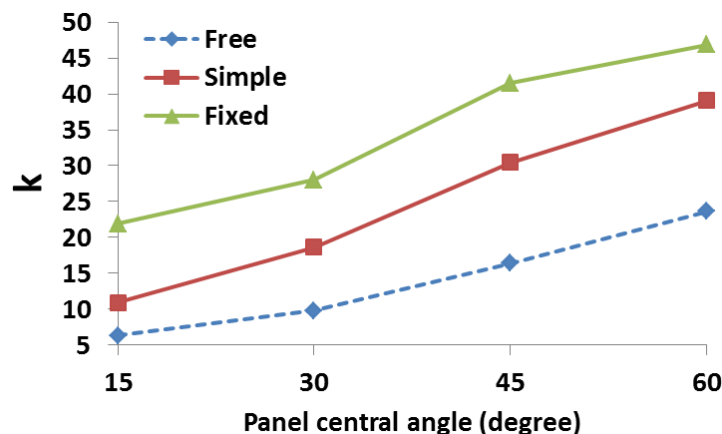
۵- نتیجه‌گیری

امروزه پانل‌های استوانه‌ای کامپوزیتی دارای گشودگی در صنایع مختلف مورد استفاده قرار می‌گیرند. با این حال تاکنون در ادبیات موضوع، تاثیر شکل و موقعیت حفره بر بار کمانش پانل استوانه‌ای کامپوزیتی بررسی نشده است.



شکل ۱۴: تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای دارای حفره دایره‌ای قرار گرفته در موقعیت ۱

Fig. 14 Effect of the layup on buckling load of the panel with circular cutout on position 4
Effect of the boundary condition on buckling load of the panel with circular cutout on position 1



شکل ۱۵: تاثیر شرایط تکیه‌گاهی بر ضریب بار کمانش محوری پانل استوانه‌ای دارای حفره دایره‌ای قرار گرفته در موقعیت ۲

Fig. 15 Effect of the boundary condition on buckling load of the panel with circular cutout on position 2

۶- فهرست علائم

علائم انگلیسی

P	فشار محوری (Nm^2)
W_j	عرض المان نواری (mm)
R	شعاع پانل استوانه‌ای (mm)
L	طول پانل استوانه‌ای (mm)
M	بردار لنگر خمشی (N.mm)
N	بردار نیروی غشایی (N)
Q	بردار نیروی برشی (N)
K	سختی (N/mm)
k	ضریب بار کمانش
u	جابجایی در راستای طولی پانل (mm)
v	جابجایی در راستای عرضی پانل (mm)
w	جابجایی در راستای شعاعی (mm)

علائم یونانی

\emptyset	زاویه مرکزی پانل استوانه‌ای (radian)
λ	مقدار ویژه
θ	زاویه الیاف (درجه)
ψ	دوران (درجه)
Δ	بردار جابجایی

زیرنویس

E	الاستیک
G	هندسی
int	داخلی
ext	خارجی

بالانویس

L	خطی
NL	غیرخطی

کنار راست مرکز (موقعیت ۲)، گوشه چپ بالا (موقعیت ۳) و بالا مرکز (موقعیت ۴)) در نظر گرفته شدند. به منظور بررسی تاثیر لایه‌بندی (راستای قرارگیری الیاف)، شش نوع لایه‌بندی برای پانل استوانه‌ای کامپوزیتی در نظر گرفته شد. همچنین به منظور در نظر گرفتن انحنای پانل در بارکمانش، سه زاویه مرکزی ۱۵، ۳۰ و ۴۵ درجه برای پانل استوانه‌ای در نظر گرفته شدند. با توجه به تحلیل‌های انجام شده نتایج کلی زیر بدست آمد.

۱- چندلایه‌های متعامد در موقعیت‌های حفره دایره‌ای مرکزی و حفره دایره خارج از مرکز، با افزایش زاویه مرکزی پانل (انحنای پانل) روند صعودی بار کمانش را حفظ کرده‌اند. در صورتی که این افزایش برای چندلایه‌های زاویه‌دار محسوس نمی‌باشد و در مورد چندلایه شبه‌همسانگرد روند در ابتدا صعودی بوده ولی در انحنای بالا متوقف می‌گردد.

۲- بیضی با قطر بزرگ در راستای بارگذاری در میان سایر شکل‌های حفره و برای موقعیت‌های مختلف، دارای کمترین بار کمانش محوری بوده، هر چند که افزایش انحنای باعث افزایش محسوس بار بحرانی در این حالت می‌گردد. در مجموع موقعیت‌های مختلف حفره، بیضی با قطر کوچک در راستای بارگذاری دارای بیشترین بار بحرانی محوری در میان سایر اشکال حفره بوده و با افزایش انحنای پانل، روند افزایش بار کاهش می‌یابد.

۳- تاثیر خروج از مرکزیت حفره فارغ از شکل آن در بار بحرانی محوری پانل استوانه‌ای محسوس می‌باشد و در میان همه شکل‌ها، موقعیت حفره مرکزی در مجموع بیشترین بار بحرانی را با روند صعودی در مقابل افزایش انحنای ارایه می‌کند و در مرحله بعد، خروج از مرکزیت‌هایی که در راستای بارگذاری قرار دارند. بدترین عملکرد مربوط به خروج از مرکزیت عمود بر راستای بار وارده می‌باشد.

۴- قوی‌ترین ترکیب شکل حفره، محل حفره و لایه‌بندی مربوط به بیضی با قطر بزرگ عمود بر راستای بارگذاری و خروج از مرکزیت در امتداد بارگذاری و لایه‌بندی شبه‌همسانگرد می‌باشد. ضمناً لایه‌بندی شبه‌همسانگرد برای تمامی شکل حفره‌ها دارای حداکثر مقدار بار کمانش می‌باشد.

۵- ضعیف‌ترین ترکیب مربوط به حفره بیضی با گسترش قطر بزرگ در راستای بار وارده و خروج از مرکز سوراخ در دو راستا بوده و در این حالت لایه‌بندی $[-60/60]_s$ را دارا بوده است.

منابع

- [1] P. Seyedmonir, I. Sattarifar, M. Shakeri, Buckling Analysis on Cylindrical Shell with Longitudinal and Circumferential Welds, Amirkabir Journal of Mechanical Engineering, 50(3) (2018) 551-560 (in Persian).
- [2] D. Shahgholian-Ghahfarokhi, M.-R. Raafat, G.-H. Rahimi, Prediction of the critical buckling load of composite cylindrical shells by using Vibration

- [10] A. Alibeigloo, J. Ranjbar, Analysis of sandwich cylindrical shell with FGM core subjected to thermal shock, *Modares Mechanical Engineering*, 14(5) (2014) 175-182 (in Persian).
- [11] M. Shariati, M. Sedighi, J. Saemi, H.R. Allahbakhsh, A Numerical and Experimental Study on Buckling of Cylindrical Panels Subjected to Compressive Axial Load, *Journal of Mechanical Engineering*, 56(10) (2010) 1-10 (in Persian).
- [12] A. Talezadehlari, G.H. Rahimi, Buckling analysis of perforated composite cylindrical shell using Generalized Differential Quadrature Method (GDQM), *Modares Mechanical Engineering*, 17(11) (2018) 385-396 (in Persian).
- [13] E. Brunesi, R. Nascimbene, Effects of structural openings on the buckling strength of cylindrical shells, *Advances in Structural Engineering*, 21(16) (2018) 2466-2482.
- [14] P. Stasiewicz, Analytical and Experimental Studies of Stability of Cylindrical Shells with a Cut-Out, *Mechanics and Mechanical Engineering*, 17(2) (2013) 167-176.
- [15] F. Taheri-Behrooz, M. Omid, M. Shokrieh, Experimental and numerical examination of the effect of geometrical imperfection on buckling load in axially compressed composites cylinder with and without cutout, *Modares Mechanical Engineering*, 16(6) (2016) 367-377 (in Persian).
- [16] J. Giljith, K. Divya, P. Prabhakaran, Buckling Analysis of Cylindrical Shells Subjected to Axial Compression, *International Research Journal of Engineering and Technology*, 4(4) (2017) 1-4.
- [17] Q. Li, D.F. Wang, Influence of Cutout Position on Buckling of Large-Scale Thin-Walled Cylindrical Shell of Desulphurizing Tower with Welding Induced Correlation Technique, *Journal of Science and Technology of Composites*, 5(3) (2018) 359-368. (in Persian).
- [3] A.R. Nezamabadi, M.M. Gavari, S. Mansouri, The Survey of the Buckling Effect of Laminated Plate under the Thermal Load using Complex Finite Strip Method, *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 73(01) (2011) 635-642.
- [4] V. Anil, C.S. Upadhyay, N.G.R. Iyengar, Stability analysis of composite laminate with and without rectangular cutout under biaxial loading, *Composite Structures*, 80(1) (2007) 92-104.
- [5] H.R. Eipakchi, S. Abolghasemi, M. Shariati, Analytical solution for buckling of rectangular plates subjected to non-uniform in-plane loading based on first order shear deformation theory, *Modares Mechanical Engineering*, 14(13) (2015) 37-46 (in Persian).
- [6] M. Ghannad, M. Jafari, A. Ameri, Study of the stress distribution around a circular hole in a heterogeneous plate subjected to in-plane loads, *Modares Mechanical Engineering*, 15(6) (2015) 249-256 (in Persian).
- [7] S.A.M. Ghannadpour, H.R. Ovesy, The application of an exact finite strip to the buckling of symmetrically laminated composite rectangular plates and prismatic plate structures, *Composite Structures*, 89(1) (2009) 151-158.
- [8] D. Kumar, S.B. Singh, Stability and failure of composite laminates with various shaped cutouts under combined in-plane loads, *Composites Part B: Engineering*, 43(2) (2012) 142-149.
- [9] H.R. Ovesy, J. Fazilati, Stability analysis of composite laminated plate and cylindrical shell structures using semi-analytical finite strip method, *Composite Structures*, 89(3) (2009) 467-474.

- Structures with Cutouts, *Applied Composite Materials*, 22(6) (2015) 623-636.
- [25] H. Allahbakhsh, A. Dadrasi, Buckling analysis of laminated composite panel with elliptical cutout subject to axial compression, modelling and simulation in engineering, 2012(01) (2012) 1-10.
- [26] M. Shariati, M.M. Rokhi, Numerical and experimental investigations on buckling of steel cylindrical shells with elliptical cutout subject to axial compression, *Thin-Walled Structures*, 46(11) (2008) 1251-1261.
- [27] J.F. Jullien, A. Limam, Effects of openings of the buckling of cylindrical shells subjected to axial compression, *Thin-Walled Structures*, 31(1) (1998) 187-202.
- [28] G. Eccher, K.J.R. Rasmussen, R. Zandonini, Isoparametric spline finite strip method for the bending of perforated plates, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 74(9) (2008) 1448-1472.
- [29] M. Khayat, D. Poorveis, S. Moradi, M. Hemmati, Buckling of thick deep laminated composite shell of revolution under follower forces, *Structural Engineering and Mechanics*, 58(01) (2016) 1-33.
- [30] A.A. Khdeir, L. Librescu, Analysis of symmetric cross-ply laminated elastic plates using a higher-order theory: Part II—Buckling and free vibration, *Composite Structures*, 9(4) (1988) 259-277.
- [31] J.G. Stephen Timoshenko, *Theory of Elastic Stability*, 2 ed., Dover Publications, McGraw-Hill, New York, USA, 1961.
- Imperfection under Wind Loading, *Applied Mechanics and Materials*, 187(01) (2014) 68-72.
- [18] S. Moradi, D. Poorveis, A. Khajehdezfuly, Geometrically Nonlinear Analysis of Anisotropic Laminated Cylindrical Panels with Cut-Out using Spline finite strip method, in: *Proceeding of advances in Structural Engineering and Mechanics ASME*, South Korea, 2011.
- [19] A. Ahmadi, J. Skandari Jam, H. Poorshahsavari, Three dimensional buckling analysis of FG cylindrical panels under various thermal load conditions, *Journal of Modeling in Engineering*, 14(46) (2016) 1-10.
- [20] M. Yazdani, Analysis of effective parameters on the buckling of grid stiffened composite shells based on first order shear deformation theory, *Modares Mechanical Engineering*, 13(10) (2013) 51-61 (in Persian).
- [21] R. Bailey, J. Wood, Stability characteristics of composite panels with various cutout geometries, *Composite Structures*, 35(1) (1996) 21-31.
- [22] S.K. Sahu, P.K. Datta, Dynamic stability of curved panels with cutouts, *Journal of Sound and Vibration*, 251(4) (2002) 683-696.
- [23] E. Madenci, A. Barut, Pre- and postbuckling response of curved, thin, composite panels with cutouts under compression, *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 37(9) (1994) 1499-1510.
- [24] M.A. Arbelo, A. Herrmann, S.G.P. Castro, R. Khakimova, R. Zimmermann, R. Degenhardt, Investigation of Buckling Behavior of Composite Shell

