نشریه مهندسی عمران امیرکبیر

نشریه مهندسی عمران امیرکبیر، دوره ۵۳ شماره ۳، سال ۱۴۰۰، صفحات ۸۹۷ تا ۹۲۰
DOI: 10.22060/ceej.2019.16688.6304

توسعه المان فیبری بتن مسلح مبتنی بر میدان تنش محلی و برهم‌کنش بتن و آرماتور

بهروز یوسفی، محمدرضا اصفهانی*، محمدرضا توکلی‌زاده

گروه عمران، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

خلاصه: در این پژوهش، مدلی تحلیلی جهت توسعه روش فیبری مبتنی بر تئوری میدان تنش محلی ارائه می‌شود. در این راستا، مبانی فرمول‌بندی مدل فیبری به همراه رویکرد لاگرانژی در کرنش‌های بزرگ ارائه شده و معادلات حاکم بر المان قابی پیشنهادی در فرم تضعیف شده اجزا محدودی بازنویسی می‌گردد. همچنین قید پیوستگی کامل بین فیبرهای بتنی و میلگردها برداشته شده و معادلات حاکم بر المان قابی بتن مسلح برای میلگردهای هر لایه به صورت مجزا توسعه می‌یابد. بازنویسی فرمولی این المان بر مبنای تئوری تیر تیموشنکو به همراه اثرات اندرکنشی محوری، خمشی و برشی در دامنه هر المان بتن مسلح انجام می‌گیرد. قابل ذکر است، در فرآیند پیاده‌سازی روش، برهم‌نهی کنش‌های محوری و خمشی با کنش‌های برشی همراه با وارد شدن مستقیم عبارت‌های مربوطه در ماتریس سختی سویی مقطع المان فیبری در نظر گرفته می‌شود. بر همین اساس، با استفاده از فاکتور اصلاح برشی مبتنی بر تئوری میدان تنش محلی در توابع هرمیتی، حل غیرخطی مستقیم تکراری برای هر گام بارگذاری انجام می‌گیرد. صحت‌سنجی روش تحلیلی ارائه شده با مطالعات آزمایشگاهی موجود بر روی اعضای بتنی مسلح مورد آزمون و ارزیابی قرار گرفته که نتایج حاصل از تحلیل نشان از تقریب نسبتاً مناسب و همگرایی قابل قبول در مسائل را دارد.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۱۳
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۵/۱۳
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۵/۱۳
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۵/۱۸

کلمات کلیدی:
المان قابی فیبری
ترک پخشی
تیر تیموشنکو
اثرات لغزش-تنش پیوستگی
رویکرد لاگرانژی

۱- مقدمه

گام اساسی و ضروری در ارزیابی رفتاری سازه‌های بتن مسلح تعیین خصوصیات ذاتی اجزای سازه می‌باشد. این ویژگی‌ها شامل تخمین قابل قبولی از بیشینه ظرفیت، سختی اولیه سازه و شکل‌پذیری‌های محلی و کلی می‌باشد. به طور کلی مدل‌سازی سازه‌های بتنی به دو روش ریزمدل‌سازی و درشت‌مدل‌سازی تقسیم‌بندی می‌شود. در مدل‌سازی و تحلیل غیرخطی سازه‌ها به خصوص در ابعاد بزرگتر، روش ریزمدل‌سازی با وجود دقت مناسب در نمایش پاسخ‌ها و نشان‌دادن وضعیت خرابی و مسیر گسیختگی بصورت دقیق، بدلیل هزینه زمانی کاربرد کمتری دارد، به همین دلیل روش درشت مدل‌سازی، با در نظر گرفتن رفتار غیرخطی ناهمسانگرد، می‌تواند برای تحلیل اجزای واقع در سازه‌های بتنی مفید واقع گردد. تحقیقات جامع گوناگونی برای تخمین رفتار غیرخطی سازه‌ها به روش درشت‌مدل‌سازی توسعه پیدا کرده است که المان‌های قابی فیبری بیشتر مورد توجه و توسعه قرار گرفته است ([۱]، [۲] و [۳]). بدین منظور روابط و مدلهای متعددی جهت تبیین رفتار نیرو-تغییرشکل متناسب با نوع نیروی داخلی در چهار دهه اخیر توسط محققین ارائه شده است. در سازه‌های بتن مسلح این مدل‌ها متناسب با رفتارهای خمشی، برشی، اندرکنش نیروی محوری و خمشی، اندرکنش لغزش میلگرد و رفتار برشی، اندرکنش رفتار خمشی و عامل بیرون کشیدگی میلگرد در بتن مسلح تعریف شده‌اند که در قالب دو نوع فرمول‌بندی مبتنی بر کنترل نیرویی ([۴-۶]) و کنترل جابه‌جایی ([۷-۹]) قابل بیان است. اگرچه در برخی از این مدلها اثر اندرکنش نیروی محوری و خمش لحاظ شده است،

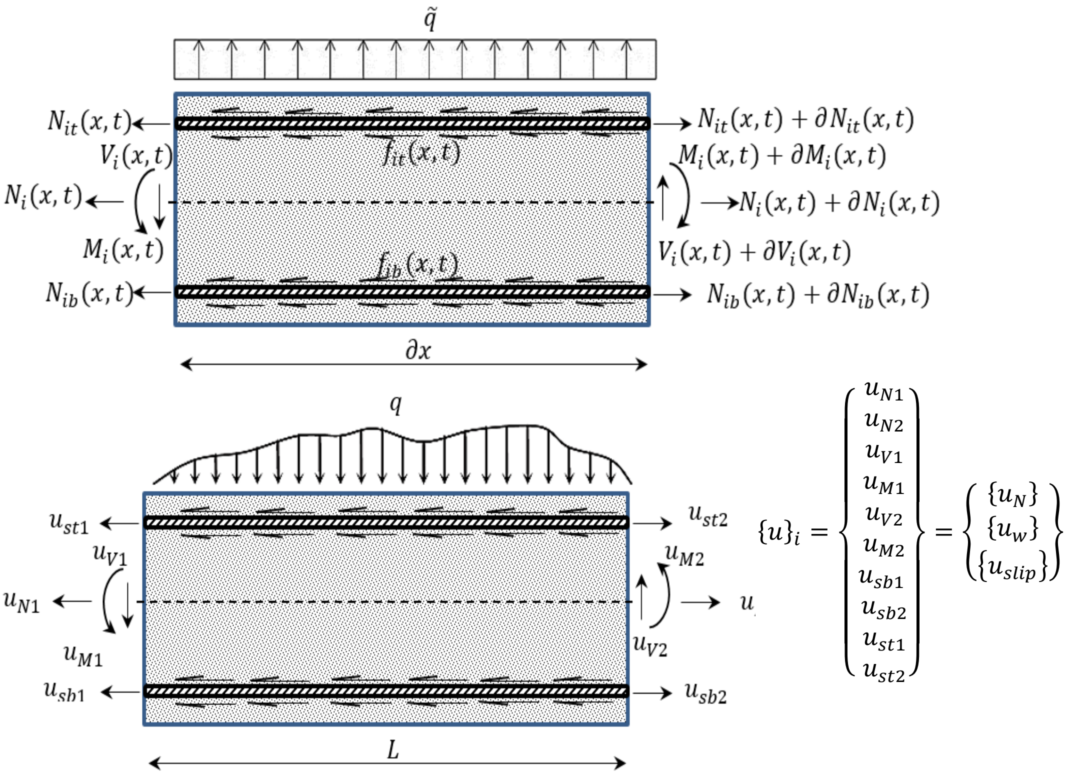
* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: esfahani@um.ac.ir

ولی به دلیل پیچیده شدن عوامل تأثیرگذار در رفتار آنها از جمله لحاظ نمودن اثرات لغزش-تنش پیوستگی محلی، امکان پیاده‌سازی یک مدل تحلیلی برای آن بسیار مشکل می‌شود. جهت اعمال اثر برهم کنش بتن و میلگردهای مسلحکننده در روش‌های تحلیلی دو روش عمده قابل بررسی است. یکی از این روش‌ها، اعمال این اثر به صورت معادل در رفتار مصالح بتن و میلگردها و اصلاح مدل‌های رفتاری آنها می‌باشد (روش ارائه شده توسط Belarbi و Hsu [۱۰] و Kwak و Kim [۱۱]). از تحقیقات دیگر نیز، پیاده‌سازی فرمول‌بندی‌های حاکم بر مسأله براساس مدل‌سازی اندرکنش بتن و میلگرد به صورت مجزا و تعریف یک مدل عددی برای اثر آنها روی یکدیگر است ([۱۲-۱۴]). اغلب پژوهش‌های مذکور دقیق بوده و در صورت بکارگیری آن‌ها در مدل تحلیلی، اندرکنش بتن و میلگرد در فرمول‌بندی وارد می‌شود. از این میان مدل تحلیلی Limkatanyu و Spacone [۱۳] جهت توسعه روش و تعمیم آن در فرمول‌بندی اجزا محدودی حاکم بر مسأله انتخاب شده است. در این پژوهش، ضمن توسعه این المان، مبانی فرمول‌بندی مدل رشته‌ای به همراه رویکرد لاگرانژی در فرم تضعیف شده مدل اجزا محدود در کرنش‌های بزرگ ارائه شده است. همچنین معادلات حاکم بر المان قابی بتن مسلح برای میلگردهای هر لایه به صورت مجزا تعریف شده و بازنویسی فرمولی این المان بر مبنای تئوری تیر تیموشنکو به همراه اثرات اندرکنشی محوری، خمشی و برشی در دامنه هر المان پیاده‌سازی گردیده است. قابل به ذکر است، در فرآیند پیاده‌سازی روش، با تعریف درجات آزادی مجزا برای مجموعه المان‌های بتنی و میله‌ای (آرماتورها)، لغزش حاکم در رشته میله‌ای لحاظ می‌گردد و رویکرد ترک پخشی مبتنی بر میدان تنش محلی اجزا بتن مسلح جهت در نظرگیری رفتار برشی المان در نظر گرفته شده است.

۲- فرمول‌بندی المان تیرستونی غیرخطی

۲-۱- معادلات حاکم بر المان قابی

مطابق با تئوری حاکم بر این پژوهش، رفتار یک المان قابی در حالت دوبعدی کلی شامل اثرات نیروی محوری به همراه خمش تحت بار یکنواخت ($\tilde{q}$) بوده که شامل نیروهای محوری مقطع و میله‌های مسلح‌کننده با درجات آزادی جداگانه می‌باشد. قابل به ذکر است توزیع بار اعمالی در طول یک المان به میزان ∂x با تقریب نسبی، یکنواخت در نظر گرفته شده است. بنابراین، دیاگرام آزاد یک جزء المان قابی بتن مسلح و میله‌ها در شکل ۱ نمایش داده شده و روابط



شکل ۱. دیاگرام آزاد و درجات آزادی مفروض جزء پیشنهادی المان قابی بتن مسلح

Fig. 1. Dynamic free body diagram and proposed degree of freedom of frame element

$$-\frac{\partial V_i(x,t)}{\partial x}=\rho A\frac{\partial^2 V_i(x,t)}{\partial t^2}+q \ \therefore \ \frac{\partial N_i(x,t)}{\partial x}=0$$
$$-\frac{\partial^2 M_i(x,t)}{\partial x^2}=\rho A\frac{\partial^2 V_i(x,t)}{\partial t^2}+q \ \therefore \ -\frac{\partial N_i{}^{bars}(x,t)}{\partial x}+f_i{}^{bars}(x,t)=0 \quad (۱)$$

$$N_i(x,t)=\int_A \sigma_c\, dA+\sum_j(As_{jb}\sigma s_{jb}+As_{jt}\sigma s_{jt}) \ \therefore \ V_i(x,t)=\int_A \tau_{xy}\, dA=\kappa AG\gamma$$
$$M_i(x,t)=\int_A \sigma_c\, y\, dA+\sum_j(As_{jb}\sigma s_{jb}y_{jb}+As_{jt}\sigma s_{jt}y_{jt})$$
$$N_{ib}{}^{bars}(x,t)=\sum_j(As_{jb}\times\sigma s_{jb}) \ \therefore \ N_{it}{}^{bars}(x,t)=\sum_j(As_{jt}\times\sigma s_{jt}) \quad (۲)$$
$$f_{ib}(x,t)=\sum_j(\pi\times ds_{jb}\times\tau_{jb}(x,t)) \ \therefore \ f_{it}(x,t)=\sum_j(\pi\times ds_{jt}\times\tau_{jt}(x,t))$$

حاکم تعادلی نیروهای داخلی بازنویسی می‌گردد. همچنین المان تیرستونی پیشنهادی به طول L دارای حداقل ۵ درجه آزادی در هر گره بوده که شامل درجات آزادی انتقالی افقی (u_N)، انتقالی قائم (u_V)، دوران حول محور $z(u_M)$ و دو درجه مربوط به رشته‌های میله‌ای فوقانی (u_{st}) و تحتانی (u_{sb}) مطابق شکل ۱ می‌باشد.

در ادامه، روابط تعادل در جهت قائم (Y)، لنگر حول محور (Z) و تعادل محوری المان بتنی و میلگرد iام در جهت X مطابق روابط (۱) قابل استخراج است.

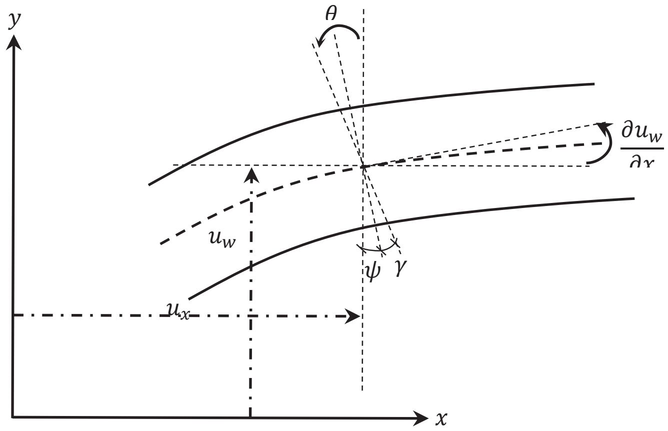
در مقیاس المان، نیروهای مقاوم گرهی المان قابی بتن مسلح شامل نیروهای داخل محوری (N_i (x,t))، خمشی (M_i (x,t))، برشی (V_i (x,t)) بخش بتنی، نیروهای داخلی محوری میلگردهای تحتانی ($N_{ib}{}^{bars}$ (x,t)) و فوقانی ($N_{it}{}^{bars}$ (x,t)) با تنش‌های پیوستگی محلی نظیر آن در مجموعه رشته‌های تحتانی (f_{ib} (x,t) و فوقانی (f_{it} (x,t) مطابق روابط (۲) قابل تعریف است. این روابط از جمع اثر بخش بتنی و میلگردها با فاصله مرکز سطح هر رشته تا تار خنثی مقطع (y_{nf}) حاصل می‌گردد.

که در روابط فوق، i شمارنده مربوط به المان و j شمارنده مربوط به تعداد میلگرد در هر رشته می‌باشد. همچنین As، ds، σs و τ به ترتیب سطح مقطع مجموعه میله‌های هر لایه، محیط مقطع مجموعه میله‌های هر لایه، تنش متوسط محوری هر میلگرد و تنش پیوستگی طولی محلی در هر المان تعریف می‌گردد. علاوه بر آن، متغیر κ_y ضریب اصلاح تنش برشی جهت احتساب توزیع غیریکنواخت این تنش در مقطع و متغیر G مدول برشی مقطع نسبت به پیکربندی پیشین تغییرشکل است که در ادامه تشریح می‌گردد.

در این پژوهش، با استفاده از توابع شکل المان مرجع، گسسته‌سازی متغیرها انجام شده است. روش‌های متعددی برای تعیین معادلات توابع شکل تاکنون معرفی گردیده است که از بارزترین آن‌ها می‌توان به روش مستقیم، چند جمله‌ای‌های لاگرانژ، روش آیرون، حاصل‌ضرب خطوط، توابع هرمیتی، برهم‌نهی و ... اشاره نمود. در این پژوهش تابع‌های شکل جزء تیر دو گرهی با چهار درجه آزادی درجه سوم ارائه شده توسط Bazoune و همکاران [۱۵] به صورت معادله‌های (۳) و (۴) در نظر گرفته شده است. شایان ذکر است با توجه به محدود بودن گسترش این توابع، از توابعی استفاده شده است که کارایی و سازگاری در اجزای مستوی محوری- خمشی را داشته باشند.

$$a_d(x)=\begin{bmatrix}\varphi_1(x) & 0 & 0 & \varphi_2(x) & 0 & 0\\ 0 & \varphi_3(x) & \varphi_4(x) & 0 & \varphi_5(x) & \varphi_6(x)\end{bmatrix} \quad (۳)$$

$$\varphi_1(x)=1-\frac{x}{L} \ \therefore \ \varphi_2(x)=\frac{x}{L}$$
$$\varphi_3(x)=\frac{1}{\Phi_z}\left(2\left(\frac{x}{L}\right)^3-3\left(\frac{x}{L}\right)^2+\Phi_z\right) \ \therefore \ \varphi_4(x)=\frac{1}{2\Phi_z}\left(2L\left(\frac{x}{L}\right)^3-(3+\Phi_z)L\left(\frac{x}{L}\right)^2+(1+\Phi_z)(x)\right)$$
$$\varphi_5(x)=\frac{1}{\Phi_z}\left(-2\left(\frac{x}{L}\right)^3+3\left(\frac{x}{L}\right)^2+(\Phi_z-1)\left(\frac{x}{L}\right)\right)\therefore \quad (۴)$$
$$\varphi_6(x)=\frac{1}{2\Phi_z}\left(2L\left(\frac{x}{L}\right)^3+(\Phi_z-3)L\left(\frac{x}{L}\right)^2+(1-\Phi_z)(\mathrm{x})\right)$$



$$\begin{bmatrix} u_x \\ u_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_x{}^0 - y\sin\theta \\ u_y{}^0 + y\cos\theta - y \end{bmatrix}$$

$$\theta = \frac{\partial V_i(x,t)}{\partial x} = \frac{\partial u_w}{\partial x} = \psi + \gamma$$

$$1 + u'_x = s'\cos\psi \quad \therefore \quad u'_y = s'\sin\psi$$

$$s' = \frac{ds}{dX} = \sqrt{(1+u'_x)^2 + {u'_y}^2}$$

$$s' \approx \frac{L}{L_0} \quad \Rightarrow \begin{bmatrix} 1 + u'_x \approx \frac{L}{L_0}\cos\psi \\ u'_y \approx \frac{L}{L_0}\sin\psi \end{bmatrix}$$

شکل ۲. پیکربندی تیر و مختصات سیستم و روابط سینماتیکی حرکتی

Fig. 2. Beam description and coordinate system and kinematics relations

که متغیر Φ_z پارامتر تغییرشکل برشی و یا لاغری برشی[1] و EI_z صلبیت المان فیبری قابی می‌باشد که به صورت رابطه (۵) تعریف می‌گردد:

$$\Phi_z = 1 + \frac{12EI_z}{\kappa_y GAL^2} \;\therefore\; EI_z = \sum_{n_f=1}^{n_{tf}(x)} E_{n_f} {y_{n_f}}^2 \tag{۵}$$

متغیر κ_y، ضریب اصلاح تنش برشی جهت احتساب توزیع غیریکنواخت این تنش در مقطع تعریف می‌گردد. بحث تفصیلی ارزیابی این ضریب در پژوهش‌های متعددی عنوان گردیده است (Puchegger و همکاران [۱۶]، Yu و Hodges[۱۷]، Hutchinson [۱۸]، Dong و همکاران [۱۹]، Chan و همکاران [۲۰]). فصل مشترک این پژوهش‌ها بر مبنای مطالعات کلاسیک تیموشنکو [۲۱] برای مقاطع مستطیلی شکل با نسبت پواسون (υ) دلخواه، $\kappa_y=((5\upsilon+5))/((6+5\upsilon))$ بوده است که در این پژوهش با توجه به سازگاری نسبتاً مناسب با نتایج آزمایشگاهی [۱۸]، $\kappa_y=۰٫۸۳۳$ در نظر گرفته شده است. همچنین، متغیر G مدول برشی مقطع نسبت به پیکربندی پیشین تغییرشکل می‌باشد که جهت محاسبه این پارامتر از روش تئوری میدان تنش محلی معرفی شده توسط سلطانی و همکاران [۲۲] بهره گرفته شده است. در ادامه، روابط سینماتیکی حرکتی المان تشریح می‌گردد. میدان جابه‌جایی یک نقطه دلخواه از یک المان قابی مبتنی بر تیر تیموشنکو، با استفاده از میدان‌های جابه‌جایی محوری و جانبی تارخنثی و دوران مقطع مطابق شکل ۲ قابل بیان است.

بر طبق تئوری تیموشنکو علاوه بر صفحه باقی‌ماندن سطح مقطع، میزان دوران با اثر تنش برشی تشدید می‌شود. همچنین روابط هندسی حاکم در پیکربندی جاری تحلیل و نمایه مشتق در روابط نسبت به متغیر Xمطابق روابط واقع در شکل ۲ تعریف می‌شود.

در ادامه، تغییرشکل سطح هر المان به جابه‌جایی گرهی ارتباط داده شده و تانسور کرنش گرین لاگرانژ[2] $(\bar{\varepsilon})$ با استفاده از کرنش‌های غیر صفر محوری (ε_{xx}) و برشی (ε_{yx}) مطابق رابطه (۶) بیان می‌گردد:

که در روابط فوق، بردار سه کمیتی معرفی شده، به ترتیب توصیف‌کننده کرنشی محوری (e)، برشی (γ) و انحنا (κ) می‌باشد. همچنین با توجه به میدان جابه‌جایی در پیکربندی کنونی تحلیل، کرنش گرین لاگرانژ با جمع اثر بخش بتنی و میلگردها حاصل می‌گردد:

که در روابط فوق، s شمارنده مربوط به فیبر میلگرد در مقطع المان، $u_{x_i}^{s}$ مقدار کل لغزش میلگرد s ام می‌باشد. قابل به ذکر است با استفاده از روابط (۸) و با استفاده از مدل‌های رفتاری المان بتن مسلح، روابط (۸) به صورت تابعی از روابط مذکور بیان می‌گردد:

$$\bar{\varepsilon} = \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ 2\varepsilon_{yx} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} e - y\theta' \\ \gamma \end{Bmatrix} \;\therefore\; u_{slip} = {u_{x_i}}^{s} - u_{x_i} = {u_{x_i}}^{s} - {u_x}^{0} - y\sin\theta \tag{۶}$$

$$\begin{Bmatrix} e \\ \gamma \\ \kappa \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (1+u'_x)\cos\theta + u'_y\sin\theta - 1 \\ -(1+u'_x)\sin\theta + u'_y\cos\theta \\ \theta' \end{Bmatrix} \;\therefore\; \sin\theta = \frac{\partial u_w}{\partial x} \rightarrow \frac{\partial^2 u_w}{\partial x^2} = \kappa\cos\theta \rightarrow \cos\theta = \frac{\partial^2 u_w}{\kappa \partial x^2} \tag{۷}$$

1 shear slenderness

2 Green-Lagrange (GL)

$$\varepsilon_{xx}{}^{concrete} = \left[\left(\frac{L}{L_0}\cos\psi\right)\cos\theta + \left(\frac{L}{L_0}\sin\psi\right)\sin\theta - 1\right] - y\kappa = \left[\left(1+\frac{\partial u_N}{\partial x}\right)\left(\frac{\kappa}{\frac{\partial^2 u_w}{\partial x^2}}\right) - 1\right] - Y\kappa$$
$$\varepsilon_{xx}{}^{bars} = \varepsilon_{xx}{}^{concrete} + \frac{\partial u_{slip}}{\partial x} \quad (۸)$$

$$\sigma_c = \sigma_c(\varepsilon_{xx}{}^{concrete})$$
$$\sigma s = \sigma s(\varepsilon_{xx}{}^{bars})$$
$$\tau = \tau(u_{slip}) \quad (۹)$$

۲-۲- فرم تضعیف شده روابط حاکم در محیط اجزا محدود

در این بخش، جهت استخراج معادلات حاکم بر سینماتیک حرکتی المان، فرم روابط حاکم ذکر شده در بخش ۲-۱ در قالب فرم تضعیف شده بیان می‌گردد. با بهره‌گیری از تابع آزمون دلخواه وابسته به تغییرمکان‌های گرهی هر جهت و انتگرال‌گیری روی محیط جزء محدود المان، شرایط تعادل ارضا خواهد شد. این تابع آزمون[1] به صورت $\delta u_{slip}{}^{b}$، δu_w، δu_N و $\delta u_{slip}{}^{t}$ در نظر گرفته شده و در روابط حاکم ضرب می‌گردد. در ادامه جهت ساده‌سازی روابط مذکور، با استفاده از انتگرال‌گیری جزء به جزء خواهیم داشت:

با جایگزینی روابط (۲) و (۹) در روابط فوق، معادلات حاکم در فرم تضعیف شده به ترتیب به صورت زیر بیان می‌گردد:

همان‌طور که پیش از این عنوان شد، گسسته‌سازی مقطع بر روی المان‌های قابی مبتنی بر فرمول‌بندی تیموشنکو جهت لحاظ کردن اثرات تغییرشکل‌های برشی انجام می‌گیرد. همچنین مطابق رویه حاکم در تئوری فیبری، تقسیم‌بندی هر مقطع بتنی به چندین رشته، برای فیبر بتنی iام مشخصه‌هایی از قبیل سطح مقطع، موقعیت مرکز فیبر در مختصات مقطع محاسبه شده و به طور کلی هندسه سلول‌های انتخابی در گروه‌های فیبری جمع می‌شود. جهت انتگرال‌گیری عددی در مقیاس یک سطح مقطع از یک المان، روش‌های متعددی از جمله

$$\int_L N_i(x,t)\frac{\partial \delta u_N}{\partial x}dx = [\delta u_N\, N_i(x,t)]_0^L \quad (۱۰)$$

$$-\int_L M_i(x,t)\frac{\partial^2 \delta u_w}{\partial x^2}dx = \int_L \delta u_w\left(\rho A\frac{\partial^2 V_i(x,t)}{\partial t^2}+q\right)dx - \left[\frac{\partial \delta u_w}{\partial x}\, M_i(x,t)\right]_0^L + [\delta u_w\, V_i(x,t)]_0^L \quad (۱۱)$$

$$\int_L N_{ib}{}^{bars}(x,t)\frac{\partial \delta u_{slip}{}^{b}}{\partial x}dx - \int_L \delta u_{slip}{}^{b} f_{ib}{}^{bars}(x,t)dx = \left[\delta u_s{}^{b}\, N_{ib}{}^{bars}(x,t)\right]_0^L \quad (۱۲)$$

$$\int_L N_{it}{}^{bars}(x,t)\frac{\partial \delta u_{slip}{}^{t}}{\partial x}dx + \int_L \delta u_{slip}{}^{t} f_{it}{}^{bars}(x,t)dx = \left[\delta u_s{}^{t}\, N_{it}{}^{bars}(x,t)\right]_0^L \quad (۱۳)$$

$$\int_L \frac{\partial \delta u_N}{\partial x}\left[\int_A \sigma_c\, dA + \sum_j\left(As_{jb}\sigma s_{jb} + As_{jt}\sigma s_{jt}\right)\right]dx = [\delta u_N\, N_i(x,t)]_0^L \quad (۱۴)$$

$$-\int_L \frac{\partial^2 \delta u_w}{\partial x^2}\left[\int_A \sigma_c\, y\, dA + \sum_j\left(As_{jb}\sigma s_{jb}y_{jb} + As_{jt}\sigma s_{jt}y_{jt}\right)\right]dx = \int_L \delta u_w\left(\rho A\frac{\partial^2 V_i(x,t)}{\partial t^2}+q\right)dx - \left[\frac{\partial \delta u_w}{\partial x}\, M_i(x,t)\right]_0^L + [\delta u_w\, V_i(x,t)]_0^L \quad (۱۵)$$

$$\int_L \frac{\partial \delta u_{slip}{}^{b}}{\partial x}\left[\sum_j\left(As_{jb}\times\sigma s_{jb}\right)\right]dx + \int_L \delta u_{slip}{}^{b}\left[\sum_j\left(\pi\times ds_{jb}\times\tau_{jb}(x,t)\right)\right]dx = \left[\delta u_{slip}{}^{b}\, N_{ib}{}^{bars}(x,t)\right]_0^L \quad (۱۶)$$

$$\int_L \frac{\partial \delta u_{slip}{}^{t}}{\partial x}\left[\sum_j\left(As_{jt}\times\sigma s_{jt}\right)\right]dx + \int_L \delta u_{slip}{}^{t}\left[\sum_j\left(\pi\times ds_{jt}\times\tau_{jt}(x,t)\right)\right]dx = \left[\delta u_{slip}{}^{t}\, N_{it}{}^{bars}(x,t)\right]_0^L \quad (۱۷)$$

1 Test function

$$\{\widetilde{u_N}\} \approx N_N \begin{Bmatrix} u_{N1} \\ u_{N2} \end{Bmatrix}_i \therefore\ N_N = [\varphi_1(x) \quad \varphi_2(x)]$$
$$\{\widetilde{u_w}\} \approx N_w \begin{Bmatrix} u_{V1} \\ u_{M1} \\ u_{V2} \\ u_{M2} \end{Bmatrix}_i \therefore\ N_w = [\varphi_3(x) \quad \varphi_4(x) \quad \varphi_5(x) \quad \varphi_6(x)] \tag{۱۸}$$
$$\{\widetilde{u_{slip}}\} \approx N_{slip} \begin{Bmatrix} u_{sb1} \\ u_{sb2} \\ u_{st1} \\ u_{st2} \end{Bmatrix}_i \therefore\ N_{slip} = \begin{bmatrix} \varphi_1(x) & \varphi_2(x) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \varphi_1(x) & \varphi_2(x) \end{bmatrix}$$

مجموعه روش‌های مربعات گاوسی[1]، ذوزنقه‌ای مرکب[2] و سیمپسون[3] وجود دارد. روش‌های گاوسی در دو دسته روش گاوس لوباتو[4] و گاوس لوژاندر[5] قابل تقسیم‌بندی است. در این مقاله، از رویکرد مربعات گاوسی مبتنی بر روش گاوس لوباتو بهره گرفته شده است. مزیت روش گاوس لوباتو نسبت به دیگر روش‌ها، در قابلیت انتخاب نقاط انتگرال‌گیری در رشته‌های مجاورت سطح در خارجی‌ترین موقعیت نسبت به سطح مقطع گسسته شده است. از طرف دیگر، برای n نقاط انتگرال‌گیری عددی، از مجموعه چندجمله‌ای‌های با مرتبه پایین‌تر از درجه ۳-۲n در قیاس با دیگر روش‌های گاوسی که دارای درجه ۱-۲n هستند، استفاده می‌شود. قابل به ذکر است در محدوده عنوان شده رفتار غیرخطی مواد با توجه به توزیع خطی کرنش بیشینه بوده و روش انتخابی بایستی قابلیت لحاظ این رفتار را داشته باشد. همچنین نقاط انتگرال‌گیری با مرتبه پایین‌تر منجر به کارآمدی بهتر روش در الگوریتم تحلیلی غیرخطی خواهد شد. با توجه به پیوسته بودن معادلات حاکم در حوزه المان، روابط (۱۴) تا (۱۷) بایستی تغییرمکان‌ها به صورت درون‌یابی از تغییرمکان‌های گرهی توسط توابع شکل در نظر گرفته شود. با حصول میدان‌های برداری جابه‌جایی و کرنش‌ها، بردار تنش با در نظر گرفتن مدل‌های رفتاری اختصاصی مصالح به هر فیبر بدست می‌آید. سپس با استفاده از توابع شکل المان مرجع، گسسته‌سازی متغیرها انجام شده است. روش‌های متعددی برای تعیین معادلات توابع شکل تاکنون معرفی گردیده است که در ادامه مطابق با شرایط مرزی حاکم بر المان پیشنهادی، توابع شکل به صورت روابط (۱۸) تعریف می‌گردد.

که در روابط فوق، s شمارنده مربوط به فیبر میلگرد در مقطع المان، $u_{x\,i}^{s}$ مقدار کل لغزش میلگرد s ام می‌باشد.

1 Gaussian quadrature
2 Composite trapezoidal method
3 Simpson rule
4 Gauss-Lobatto
5 Gauss-Legendre

$$\{\widetilde{u_w}\} \approx N_w\{u_w\} \to \frac{\partial \widetilde{u_w}}{\partial x} = \dot{N}_w\{u_w\} \tag{۱۹}$$
$$\frac{\partial^2 \widetilde{u_w}}{\partial x^2} = B_w\{u_w\}$$

همچنین در راستای ساده‌سازی روابط، معادلات حاکم در فرم تضعیف شده اجزا محدودی با استفاده از توابع آزمون دلخواه قابل بازنویسی است. این توابع به صورت توابع وزنی δu_N، δu_w، $\delta u_{slip}{}^b$ و $\delta u_{slip}{}^t$ در نظر گرفته شده که به ترتیب نمایانگر میزان جابه‌جایی مجازی سیستم در جهت u_N، u_w، $u_{slip}{}^b$ و $u_{slip}{}^t$ می‌باشد. روش‌های متعددی جهت انتخاب توابع وزنی موجود است که از جمله می‌توان به روش گالرکین[6]، روش هم‌محلی نقطه‌ای[7]، روش هم‌محلی زیردامنه[8] و روش حداقل مربعات[9] اشاره کرد. در این پژوهش با توجه به کاربردی بودن روش و همچنین سازگاری با فرمول‌بندی سیستم، روش گالرکین انتخاب می‌شود. مزیت اصلی این روش، انتخاب توابع وزنی مشابه توابع شکل سیستم است. بنابراین خواهیم داشت (روابط ۲۰):

که در روابط فوق، $\{\tilde{u}_N\}_i$، $\{\tilde{u}_w\}_i$ و $\{\tilde{u}_{slip}\}_i$ میزان جابه‌جایی مجازی سویی به صورت اسکالر در المان iام می‌باشند. در ادامه با توجه به آنچه عنوان شد، روابط حاکم بر سیستم با استفاده از توابع وزنی انتخابی بازنویسی می‌گردد. بدین منظور معادلات (۱۴) تا (۱۷) به صورت زیر جهت استخراج بردار نیروهای داخلی المان بتن مسلح ساده‌سازی می‌گردد:

بنابراین بردار نیروهای داخلی المان مطابق رابطه (۲۴) خلاصه می‌گردد:

$$\{f_{int}\} = \{f_{ext}\} \to \begin{Bmatrix} \{f_{int}^N\} \\ \{f_{int}^w\} \\ \{f_{int}^{slip}\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{f_{ext}^N\} \\ \{f_{ext}^w\} \\ \{f_{ext}^{slip}\} \end{Bmatrix} \tag{۲۴}$$

6 Galerkin's method
7 Point collocation method
8 Subdomain collocation method
9 Least-squares method

$$\delta u_N \approx N_N \begin{Bmatrix} \widetilde{u_{N1}} \\ \widetilde{u_{N2}} \end{Bmatrix}_i \rightarrow \left\{\frac{\partial \delta u_N}{\partial x}\right\} \approx \frac{\partial N_N}{\partial x} \begin{Bmatrix} \widetilde{u_{N1}} \\ \widetilde{u_{N2}} \end{Bmatrix}_i = B_N \{\widetilde{u_N}\}_i$$
$$\delta u_w \approx N_w \begin{Bmatrix} \widetilde{u_{V1}} \\ \widetilde{u_{M1}} \\ \widetilde{u_{V2}} \\ \widetilde{u_{M2}} \end{Bmatrix}_i \rightarrow \left\{\frac{\partial^2 \delta u_w}{\partial x^2}\right\} \approx \frac{\partial^2 N_w}{\partial x^2} \begin{Bmatrix} \widetilde{u_{V1}} \\ \widetilde{u_{M1}} \\ \widetilde{u_{V2}} \\ \widetilde{u_{M2}} \end{Bmatrix}_i = B_w \{\widetilde{u_w}\}_i \tag{۲۰}$$
$$\delta u_{slip} \approx N_{slip} \begin{Bmatrix} \widetilde{u_{sb1}} \\ \widetilde{u_{sb2}} \\ \widetilde{u_{st1}} \\ \widetilde{u_{st2}} \end{Bmatrix}_i \rightarrow \left\{\frac{\partial \delta u_{slip}}{\partial x}\right\} \approx \frac{\partial N_{slip}}{\partial x} \begin{Bmatrix} \widetilde{u_{sb1}} \\ \widetilde{u_{sb2}} \\ \widetilde{u_{st1}} \\ \widetilde{u_{st2}} \end{Bmatrix}_i = B_{slip} \{\widetilde{u_{slip}}\}_i$$

$$\{\widetilde{u_N}\}_i^T \int_L {B_N}^T \left[\int_A \sigma_c \, dA + \sum_j (As_{jb}\sigma s_{jb} + As_{jt}\sigma s_{jt})\right] dx = \begin{Bmatrix} u_{N1} \\ u_{N2} \end{Bmatrix}_i \left[{N_N}^T N_i(x,t)\right]_0^L \tag{۲۱}$$

$$\begin{aligned} -\{\widetilde{u_w}\}_i^T \int_L {B_w}^T &\left[\int_A \sigma_c \, y \, dA + \sum_j (As_{jb}\sigma s_{jb} y_{jb} + As_{jt}\sigma s_{jt} y_{jt})\right] dx \\ &= \{\widetilde{u_w}\}_i^T \int_L {N_w}^T \left(\rho A \frac{\partial^2 V_i(x,t)}{\partial t^2} + q\right) dx - \left[{B_w}^T M_i(x,t)\right]_0^L + \left[{N_w}^T V_i(x,t)\right]_0^L \end{aligned} \tag{۲۲}$$

$$\{\widetilde{u_{slip}}\}_i^T \int_L {B_{slip}}^T \begin{bmatrix} \sum_j (As_{jb} \times \sigma s_{jb}) \\ \sum_j (As_{jt} \times \sigma s_{jt}) \end{bmatrix} + {N_{slip}}^T \begin{bmatrix} \sum_j (\pi \times ds_{jb} \times \tau_{jb}(x,t)) \\ \sum_j (\pi \times ds_{jt} \times \tau_{jt}(x,t)) \end{bmatrix} dx \tag{۲۳}$$

در ادامه، ماتریس سختی المان قابی بتن مسلح با استفاده از روابط حاکم در فرم تضعیف شده قابل محاسبه است. بدین منظور با بهره‌گیری از تغییرات مرتبه اول بردار نیروهای داخلی نسبت به کرنش در هر جهت درجه آزادی المان، ماتریس سختی حاصل می‌گردد. به عبارت دیگر مشتق سویی درجه نخست روابط (۱۴) تا (۱۷) منجر به تعریفی برای ماتریس سختی سویی خواهد شد. بنابراین سطر نخست ماتریس سختی سویی با استفاده از مشتق سویی رابطه (۱۴) در جهت‌های مختلف به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\{\widetilde{u_N}\}_i^T \underbrace{\int_L \lambda_N \left(\frac{\kappa}{B_w\{\widetilde{u_w}\}}\right) B_N dx}_{k_{\widetilde{u_N}}^{\widetilde{u_N}}} \{\Delta\widetilde{u_N}\}_i \;\therefore\; \lambda_N = {B_N}^T \left[\int_A \frac{\partial \sigma_c}{\partial \varepsilon} \, dA + \sum_j \left(As_{jb} \frac{\partial \sigma s_{jb}}{\partial \varepsilon} + As_{jt} \frac{\partial \sigma s_{jt}}{\partial \varepsilon}\right)\right] \tag{۲۵}$$

$$\{\widetilde{u_N}\}_i^T \underbrace{\int_L -\lambda_N \frac{\kappa(1 + B_N\{\widetilde{u_N}\})}{\{B_w \widetilde{u_w}\}^2} B_w dx}_{k_{\widetilde{u_N}}^{\widetilde{u_w}}} \{\Delta\widetilde{u_w}\}_i \tag{۲۶}$$

$$\{\widetilde{u_N}\}_i^T \underbrace{\int_L \begin{bmatrix} \lambda_N^s & 0 \\ 0 & \lambda_N^s \end{bmatrix} B_{slip} dx}_{k_{\widetilde{u_N}}^{\widetilde{u_{slip}}}} \{\Delta\widetilde{u_{slip}}\}_i \;\therefore\; \lambda_N^s = {B_N}^T \left[\sum_j \left(As_{jb} \frac{\partial \sigma s_{jb}}{\partial \varepsilon} + As_{jt} \frac{\partial \sigma s_{jb}}{\partial \varepsilon}\right)\right] \tag{۲۷}$$

همچنین مشتق سویی رابطه (۱۵) در جهت‌های مختلف به صورت زیر حاصل می‌شود:

$$\{\widetilde{u_w}\}_i^T \underbrace{\int_L -\lambda_w \left(\frac{\kappa}{B_w\{\widetilde{u_w}\}}\right) B_N dx}_{k_{\widetilde{u_w}}^{\widetilde{u_N}}} \{\Delta\widetilde{u_N}\}_i \;\therefore\; \lambda_w = {B_w}^T \left[\int_A \sigma_c y \, dA + \sum_j (As_{jb}\sigma s_{jb} y_{jb} + As_{jt}\sigma s_{jt} y_{jt})\right] \tag{۲۸}$$

$$\{\widetilde{u_w}\}_i^T \underbrace{\int_L \lambda_w \frac{\kappa(1 + B_N\{\widetilde{u_N}\})}{\{B_w \widetilde{u_w}\}^2} B_w dx}_{k_{\widetilde{u_w}}^{\widetilde{u_w}}} \{\Delta\widetilde{u_w}\}_i \tag{۲۹}$$

$$\{\widetilde{u_w}\}_i^T \underbrace{\int_L -\begin{bmatrix}\lambda_w^s & 0\\ 0 & \lambda_w^s\end{bmatrix} B_{slip}\,dx}_{k_{\widetilde{u_w}}^{\widetilde{u_{slip}}}} \{\Delta\widetilde{u_{slip}}\}_i \;\therefore\; \lambda_w^s = B_w{}^T\left[\sum_j (As_{jb}\sigma s_{jb} y_{jb} + As_{jt}\sigma s_{jt} y_{jt})\right] \tag{۳۰}$$

در ادامه محاسبه سطر سوم ماتریس سختی سویی با استفاده از مشتق سویی روابط (۱۶) و (۱۷) صورت می‌پذیرد:

$$\lambda_{slip}^\sigma = \begin{bmatrix}\sum_j \left(As_{jb}\dfrac{\partial\sigma s_{jb}}{\partial x}\right) & 0\\ 0 & \sum_j\left(As_{jt}\dfrac{\partial\sigma s_{jt}}{\partial x}\right)\end{bmatrix} \;\therefore\; \lambda_{slip}^\tau = \begin{bmatrix}\sum_j (\pi\times ds_{jb}\times\dfrac{\partial\tau_{jb}}{\partial x}) & 0\\ 0 & \sum_j(\pi\times ds_{jt}\times\dfrac{\partial\tau_{jt}}{\partial x})\end{bmatrix} \tag{۳۱}$$

$$\{\widetilde{u_{slip}}\}_i^T \underbrace{\int_L B_{slip}{}^T\lambda_{slip}^\sigma\left(\frac{\kappa}{B_w\{\widetilde{u_w}\}}\right)B_N\,dx}_{k_{\widetilde{u_{slip}}}^{\widetilde{u_N}}} \{\Delta\widetilde{u_N}\}_i$$

$$\{\widetilde{u_{slip}}\}_i^T \underbrace{\int_L -B_{slip}{}^T\lambda_{slip}^\sigma\left(\frac{\kappa(1+B_N\{\widetilde{u_N}\})}{\{B_w\widetilde{u_w}\}^2}\right)B_w\,dx}_{k_{\widetilde{u_{slip}}}^{\widetilde{u_w}}} \{\Delta\widetilde{u_w}\}_i \tag{۳۲}$$

$$\{\widetilde{u_{slip}}\}_i^T \underbrace{\left(\int_L B_{slip}{}^T\lambda_{slip}^\sigma B_{slip}\,dx + \int_L N_{slip}{}^T\lambda_{slip}^\tau N_{slip}\,dx\right)}_{k_{\widetilde{u_{slip}}}^{\widetilde{u_{slip}}}} \{\Delta\widetilde{u_{slip}}\}_i \tag{۳۳}$$

بنابراین ماتریس سختی سویی در هر المان در مختصات محلی حاصل می‌شود:

$$\widetilde{K_{local}} = \begin{bmatrix} k_{\widetilde{u_N}}^{\widetilde{u_N}} & k_{\widetilde{u_N}}^{\widetilde{u_w}} & k_{\widetilde{u_N}}^{\widetilde{u_{slip}}}\\ k_{\widetilde{u_w}}^{\widetilde{u_N}} & k_{\widetilde{u_w}}^{\widetilde{u_w}} & k_{\widetilde{u_w}}^{\widetilde{u_{slip}}}\\ k_{\widetilde{u_{slip}}}^{\widetilde{u_N}} & k_{\widetilde{u_{slip}}}^{\widetilde{u_w}} & k_{\widetilde{u_{slip}}}^{\widetilde{u_{slip}}}\end{bmatrix} \tag{۳۴}$$

ماتریس فوق در هر المان سرهم‌بندی شده و پس از انتقال به مختصات اصلی، ماتریس سختی سویی کل پیاده‌سازی می‌گردد.

۲-۳- خواص مواد و مدل‌های رفتاری بتن مسلح

۲-۳-۱- مدل رفتاری المان بتن مسلح تحت تنش فشاری

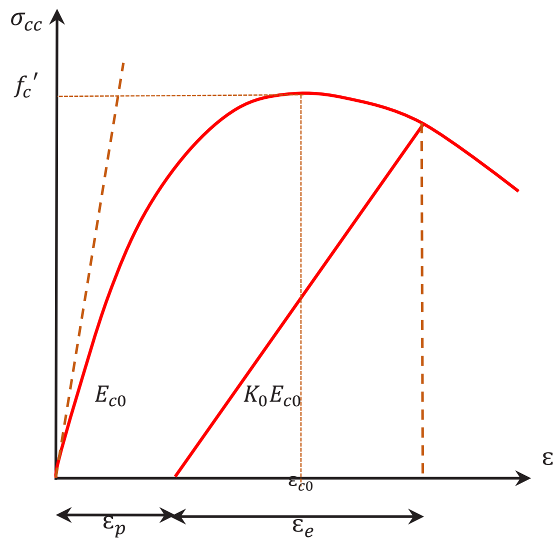
مدل تحلیلی اتخاذ شده در اینجا برای بتن تحت تنش فشاری، بر اساس مدل الاستوپلاستیک و شکست (EPF) پیشنهاد شده توسط Maekawa و Okamura [۲۳] مطابق شکل ۳ است. قبل از ترکخوردگی، بتن به عنوان یک ماده الاستوپلاستیکی مدل‌سازی شده و رفتار مکانیکی آن به عنوان ترکیب پلاستیک و مکانیک شکست پیوسته شناخته شده است. نسبت سختی دو محوری و نسبت پواسون دو محوری یک المان بتن مسلح، بستگی زیادی به شرایط بارگذاری و مسیر رفتاری تنش-کرنش دارد [۲۴]. پس از ترکخوردگی بتن، سختی و مقاومت بتن در جهت تنش فشاری در مقایسه با بتن ترک نخورده کاهش مییابد و رفتار به سمت تک محوره سوق پیدا می‌کند. بنابراین برای حالت بارگذاری یکنوا[1] تنش فشاری تک محوری به صورت روابط (۳۵) تعریف می‌گردد.

که در این روابط، $E_.$ پارامتر مدل که برابر ۲ در نظر گرفته می‌شود،

$$\sigma_{cc} = \omega K_0 E_{c0}(\varepsilon-\varepsilon_p)$$

$$K_0 = exp\left(-0.73\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\left(1-exp\left(-1.25\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)\right)\right) \;\therefore\; \varepsilon_p = \beta\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}-\frac{20}{7}\left(1-exp\left(-0.35\frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}\right)\right)\right)\varepsilon_c \;\therefore\; E_{c0} = E_0\frac{f_c'}{\varepsilon_c} \tag{۳۵}$$

1 Monotonic



شکل ۳. مدل رفتاری فشاری بتن مسلح

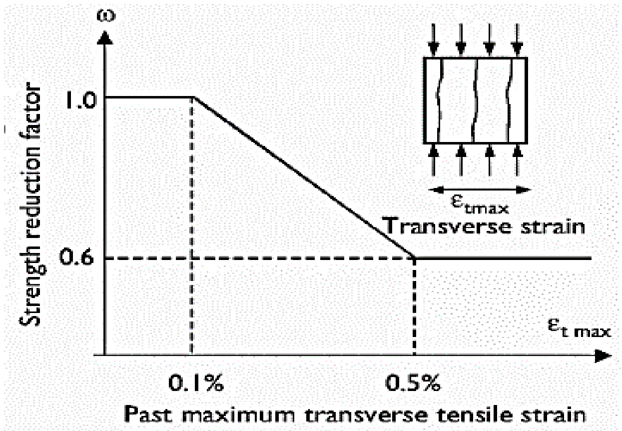
Fig. 3. Compressive model of reinforced concrete

متغیر β برای بارگذاری با نرخ کرنش کم برابر با یک اختیار می‌شود، f'_c مقاومت فشاری استوانه‌ای، ε_c کرنش متناظر با مقاومت نهایی بتن و ω ضریب نرم‌شدگی بتن ناشی از ترک‌خوردگی جانبی مطابق شکل ۴ است که در حالت فشار تک‌محوری برابر با یک می‌باشد.

۲-۳-۲- مدل رفتاری المان بتن مسلح تحت تنش کششی

در این مدل برای اعضای بتن مسلح، تنش انتقال یافته در بتن ترک خورده همراه با مشارکت کامل تنش پیوستگی آرماتور با رویکرد ترک پخشی در نظر گرفته شده است. با توجه به تحمل نیروی کششی در فاصله‌ی میان ترک‌ها، همواره انتقال این نیرو به واسطه‌ی چسبندگی میان بتن و میلگردها وجود دارد. این امر سختی کششی بعد از ترک‌خوردگی را از سختی کششی میلگرد تنها بیشتر کرده و افزایش ظرفیت کششی بتن را حاصل می‌نماید. بر این اساس رابطه میان تنش متوسط و کرنش متوسط در حالت تک محوری و تست کشش در مطالعات متعدد گذشته مورد توجه قرار گرفته است (Colins و Mitchel [۲۵]، Vecchio و Colins [۲۶] و Shima و همکاران [۲۷]). در ادامه سه مدل سخت‌شدگی کششی در زیربرنامه اصلی برنامه تحلیلی مطابق شکل ۵ پیاده‌سازی شده است که فرایند حل روی یک مدل انتخابی انجام می‌پذیرد:

$$\beta = \begin{cases} 1.0 & ; \quad \varepsilon_1 \le 0.0012 \\ 1 - 1.25(\varepsilon_1 - 0.002) & ; \quad 0.0012 < \varepsilon_1 < 0.0014 \\ 0.6 & ; \quad 0.0014 \le \varepsilon_1 \end{cases}$$

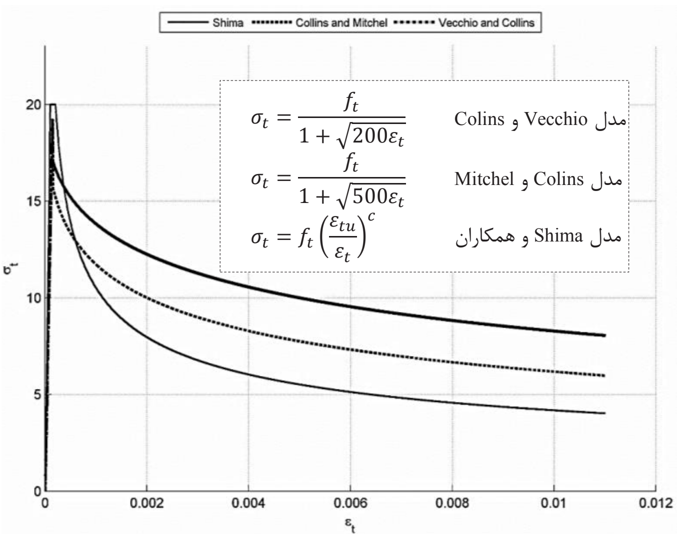


شکل ۴. متغیر نرم‌شدگی فشاری ناشی از ترک‌خوردگی جانبی [۲۳]

Fig. 4. Strength reduction factor

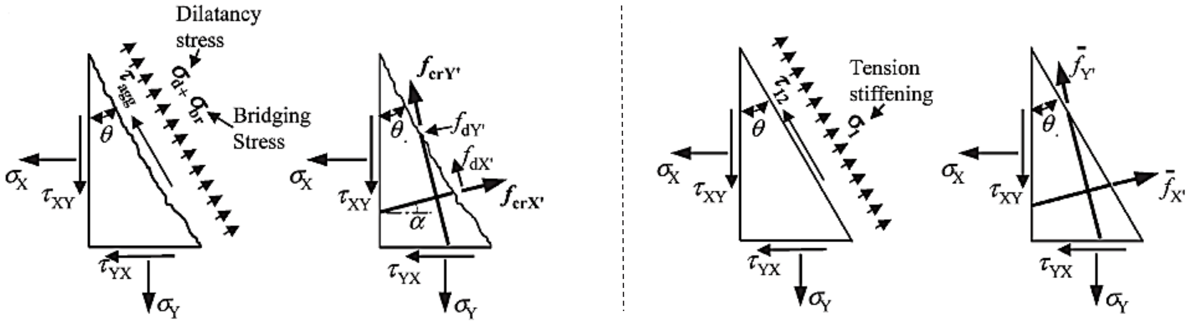
۲-۳-۳- مدل رفتاری المان بتن مسلح تحت تنش برشی

ساختار تحلیلی زیربرنامه مدل رفتاری برشی المان بر اساس تابع چگالی تماس ارائه شده توسط Li [۲۸] انجام می‌گیرد. این مدل توانایی شبیه‌سازی رفتاری مکانیزم انتقال تنش از جمله اصطکاک میکروسکوپی سنگدانه‌های بتن، رفتار الاستوپلاستیک سطوح تماس و شکست واحد تماس جهت کنترل مسیر انتقال تنش در طول ترک را دارد. این مدل به طور گسترده در مدل‌سازی رفتارهای برشی بتن مسلح مورد استفاده قرار می‌گیرد که جزییات آن در [۲۹] بیان گردیده است. برای بتن مسلح با نسبت آرماتور نرمال که ترک‌های بسیاری در حوزه المان بتن مسلح رخ دهد، مدل رفتاری برشی به



شکل ۵. مدل‌های رفتاری سخت‌شدگی کششی بتن مسلح

Fig. 5. Tension stiffening model



شکل ۶. دیاگرام تنش واقعی (سمت چپ) و متوسط (سمت راست) المان بتن مسلح [۲۹]

Fig. 6. Stress diagram of (Left) real state, (Right) average state of RC element

صورت روابط (۳۶) تعریف می‌گردد:

$$\tau_{agg} = 3.83 f_c^{1/3}\left(\frac{\beta^2}{1+\beta^2}\right) \therefore \beta = \frac{\gamma}{\varepsilon_1}$$
$$\sigma_d = 3.83 {f'_c}^{1/3}\left(\frac{\pi}{2} - \cot^{-1}\beta - \frac{\beta^2}{1+\beta^2}\right) \quad (۳۶)$$

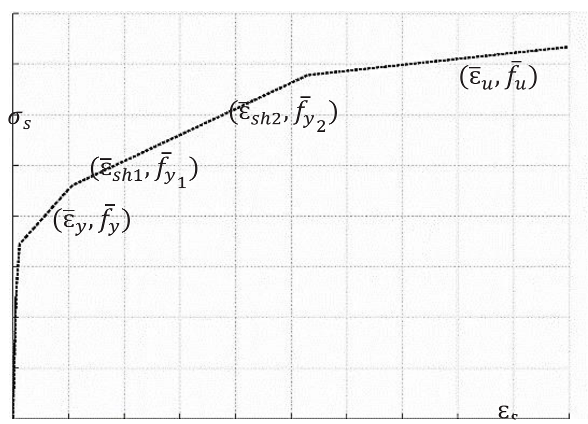
که در این روابط، γ کرنش برشی، ε_1 کرنش کششی عمود بر سطح ترک، τ_{agg} مقاومت برشی و σ_d تنش نرمال عمود بر ترک می‌باشد.

۲-۳-۴- مدل رفتاری میلگردهای مسلح‌کننده در بتن

با توجه به اثرات سخت‌شدگی کششی بتن، رفتار آرماتورهای هر فیبر در محل وقوع ترک تغییر کرده و رفتار غیرخطی تنش متوسط-کرنش متوسط فولاد تنها از بین رفته و جاری‌شدگی آرماتور مجاور ترک منجر به کمتر شدن مقاومت تسلیم نسبت به تنش متوسط فولاد می‌گردد. تسلیم‌شدن یک المان صفحه‌ای بتن مسلح، نقطه‌ای تعریف می‌شود که سختی کششی المان به طور کامل شروع به کاهش کرده و متناظر با آن تنش فولاد در صفحهٔ ترک به مقاومت تسلیم برسد. مفاهیم اصلی این بخش در مرجع [۲۳] مورد توجه قرار گرفته است. در این پژوهش، مدل رفتاری مورد استفاده در تنش‌های کشش، از مدل متوسط تنش-کرنش متوسط چهار خطی ارائه شده توسط Salem [۳۰] (شکل ۷) و در تنش‌های فشاری از مدل سه خطی Shima [۳۱] (شکل ۸) بهره گرفته شده است.

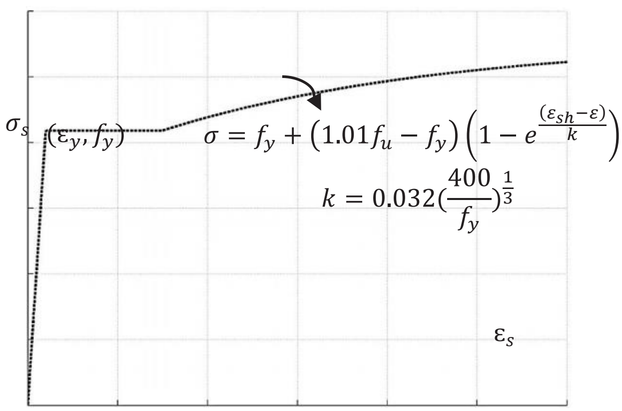
۲-۳-۵- مدل رفتاری لغزش-تنش پیوستگی بین بتن و میلگرد

همان‌طور که پیش از این مطرح شد، شبیه‌سازی رفتاری بتن و میلگردها و سطوح تماس آن‌ها در توصیف مناسب رفتار سازه‌های بتن مسلح از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است. اثرات این مدل بیشتر در مقیاس تنش‌های محلی المان نظیر انرژی شکست بتن در نظر



شکل ۷. مدل متوسط آرماتور در بتن منحنی چهار خطی Salem

Fig. 7. Average steel bar model proposed by Salem



شکل ۸. مدل رفتاری فولاد تنها، منحنی سه خطی Shima

Fig. 8. Bare-bar model proposed by Shima

گرفته می‌شود. در این رساله از مدل Eligehausen و همکاران [۳۲] همراه با اصلاحات معرفی شده توسط Gan [۳۳] بهره گرفته می‌شود. بر مبنای مدل ارائه شده، منحنی غیرخطی برای رابطه تنش پیوستگی-لغزش ناشی از حالت بیرون کشیدگی میلگرد مطابق روابط (۲۴) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned} &\tau_b = \tau_{b1}\left(\frac{d_b}{d_{b1}}\right)^{\alpha_b} && d_b < d_{b1} \\ &\tau_b = \tau_{b1} = \tau_{b2} && d_{b1} \le d_b \le d_{b2} \\ &\tau_b = \tau_{b2} - \left(\tau_{b2} - \tau_{bf}\right)\left(\frac{d_b - d_{b2}}{d_{b3} - d_{b2}}\right) && d_{b2} \le d_b \le d_{b3} \\ &\tau_b = \tau_{bf} && d_b > d_{b3} \end{aligned} \tag{۳۷}$$

که در روابط فوق، $d_{b3} = S_s$ ، $d_{b2} = 3\ mm$ و $\alpha_b = 0.4$ تعریف می‌شود. با افزایش میزان لغزش ($d_b > d_{b3}$) مقدار مقاومت پیوستگی همان مقدار تنش پیوستگی اصطکاکی نهایی (τ_{bf}) تعریف می‌شود. همچنین τ_{b1}، τ_{b2}، τ_{bf} و d_{b1} به صورت زیر تعیین می‌گردد. کلیه واحدهای از نوع تنش و جابه‌جایی به ترتیب مگاپاسکال و میلی‌متر می‌باشد.

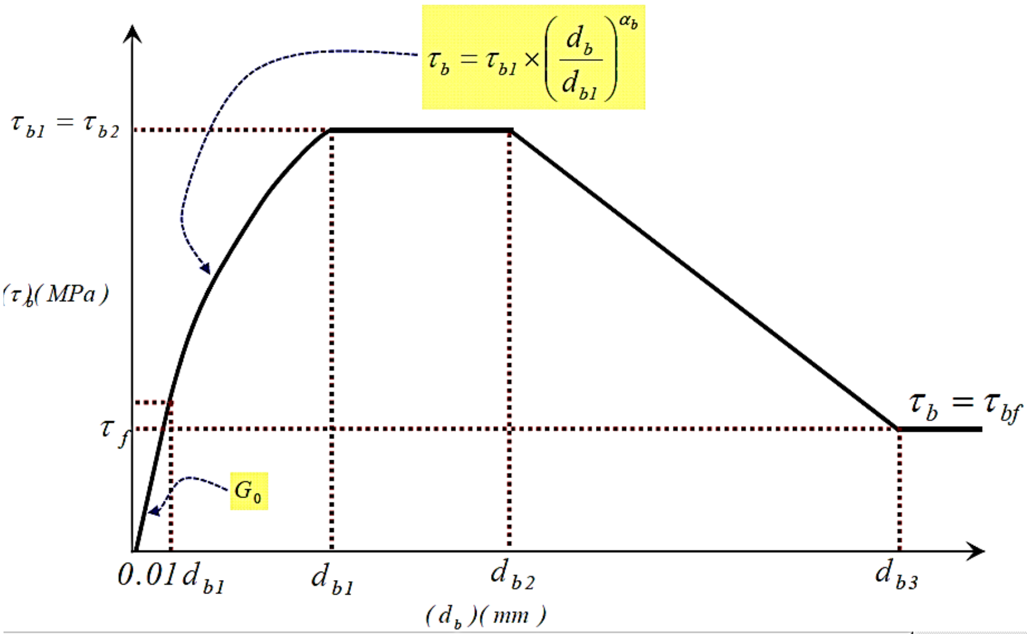
$$\begin{aligned} &\tau_{b1} = \tau_{b2} = \left(20 - \frac{d_s}{4}\right)\left(\frac{f'_c}{30}\right)^{0.5} \quad (MPa) \\ &\tau_{bf} = \left(5.5 - 0.07\frac{S_s}{H_s}\right)\left(\frac{f'_c}{27.6}\right)^{0.5} \quad (MPa) \\ &d_{b1} = \left(\frac{f'_c}{30}\right)^{0.5} \quad (mm) \end{aligned} \tag{۳۸}$$

در این روابط، H_s و S_s به ترتیب ارتفاع و فاصله دندانه‌های میلگردها به واحد میلی‌متر تعریف شده که با توجه به قطرهای مختلف میلگرد تعیین می‌شود [۲۳]. جزییات این منحنی مدل رفتاری برای شرایط بارگذاری یکنوا و چرخه‌ای در شکل ۹ آورده شده است. لازم به ذکر است روابط فوق‌الذکر در شرایطی که فشار محصورشوندگی در اطراف میلگردها به مقدار کافی وجود داشته باشد، اعتبار دارند.

در ادامه، جهت راستی‌آزمایی مدل لغزش-تنش پیوستگی بین بتن و میلگرد و اصلاح مدل رفتاری میلگرد و بر هم کنش آن با بتن، دو تست آزمایشگاهی انجام شده توسط Noghabai [۳۴] و Deluce [۳۵] مورد آزمون واقع می‌گردد:

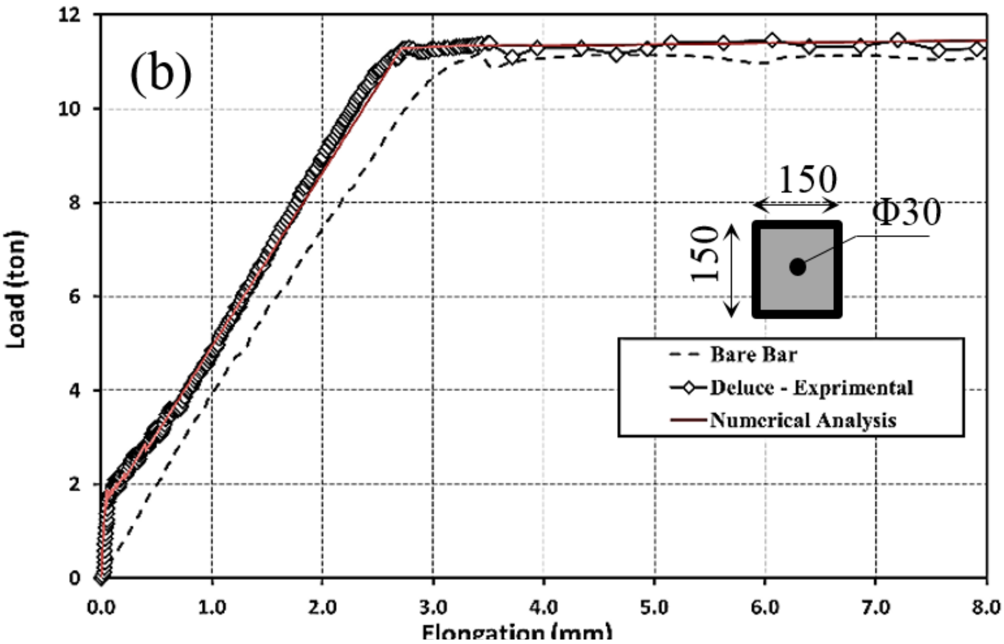
۲-۴- تحلیل برشی المان بتن مسلح

همان‌طور که پیش از این بیان گردید در تحلیل زیربرنامه اصلی جهت محاسبه مدول برشی (G)، روش تئوری میدان تنش محلی معرفی شده توسط سلطانی و همکاران [۲۲] استفاده شده است.



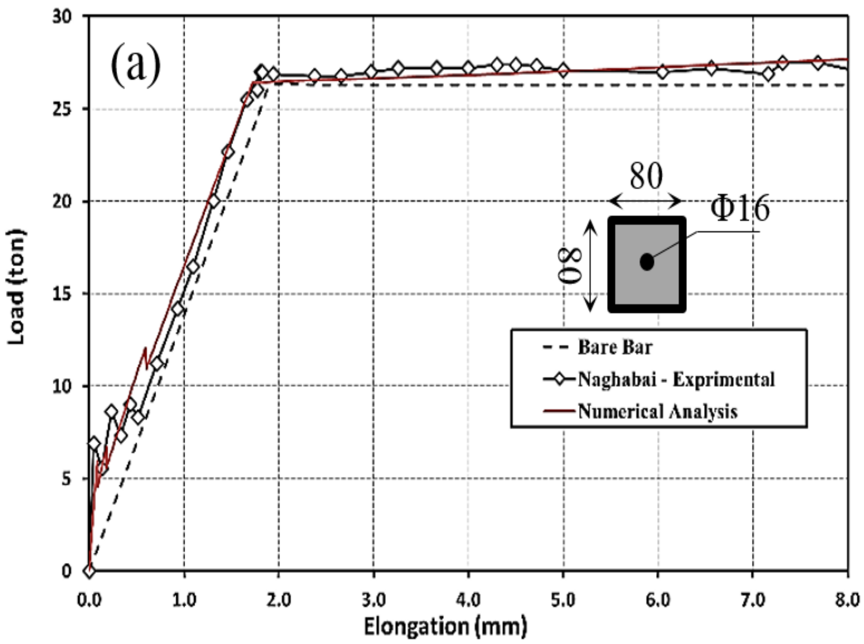
شکل ۹. منحنی غیرخطی تنش پیوستگی-لغزش ارائه شده توسط Eligehausen و همکاران [۳۲]

Fig. 9. Bond-slip model proposed by Eligehausen et al. [32]



شکل ۱۰. مقایسه تحلیلی منحنی بار – تغییرمحوری طول تست شده توسط Deluce [۳۵]

Fig. 10. Comparison between analytical approach predictions and Deluce’s experiments

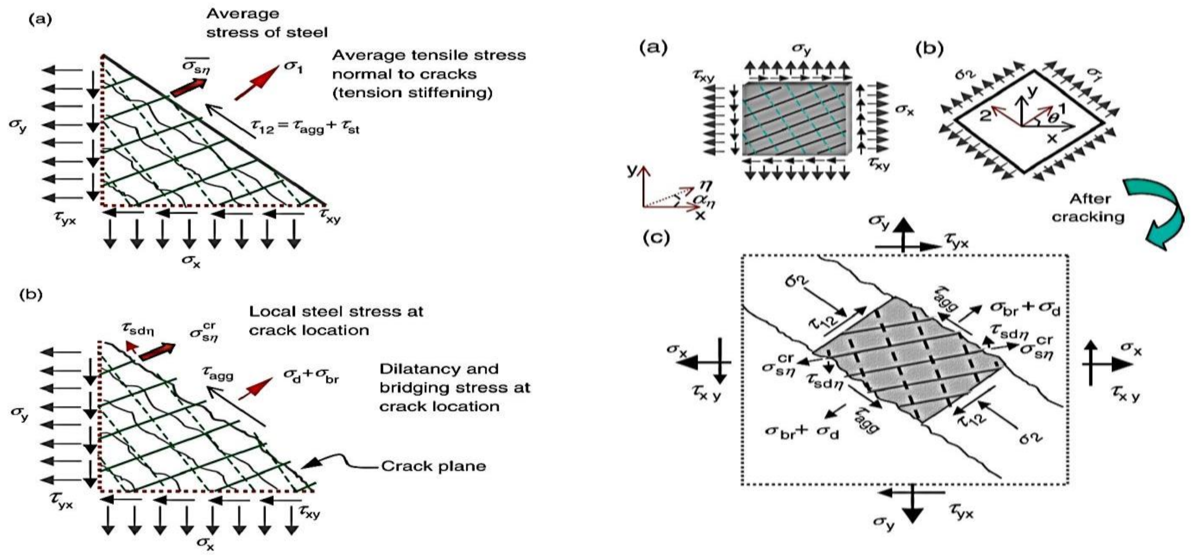


شکل ۱۱. مقایسه تحلیلی منحنی بار – تغییرمحوری طول تست شده توسط Noghabai [۳۴]

.Fig. 11. Comparison between analytical approach predictions and Noghabai’s experiments

روش مذکور یک مدل تحلیلی برای نشان دادن رفتار سازه‌های بتنی دوبعدی است که توسط عناصر غشایی تحت تأثیر تنش‌های نرمال و برشی قرار می‌گیرد، همان‌طور که در شکل ۱۲ نشان داده شده است. بر مبنای این فرمولاسیون، با استفاده از تنش‌ها و کرنش‌های متوسط (در منطقه بین ترک‌ها) و تنش‌های محلی المان بتنی و میلگردها و همچنین عرض و جهت گسترش ترک در طول بارگذاری، حالت شکست این المان می‌تواند تعیین شود.

در این روش با این فرض که ترک‌ها در المان به طور یکسان توزیع شده است (روش ترک پخشی)، روابط ساختاری ماده بر اساس تنش متوسط-کرنش متوسط به کار گرفته می‌شود و تا پایان تحلیل، محیط



شکل ۱۲. المان بتن مسلح در روش ترک پخشی ثابت [۲۳]

Fig. 12. Fixed smeared crack approach in RC element

پیوسته همچنان پیوسته باقی می‌ماند و اثرات ترک‌خوردگی در مدل رفتاری نمونه اعمال می‌شود. همچنین یکی از فرضیات اساسی این روش بدین صورت تعریف می‌شود که بعد از ترک‌خوردگی، تأثیر کرنش عمود بر ترک بر رفتار راستاهای دیگر به صورت صریح وارد محاسبات نمی‌شود و اثرات آن با اصلاح مدل‌های رفتاری انجام می‌پذیرد. بنابراین لازم است ترک‌خوردگی با معیارهای مناسبی کنترل گردد. فرمول‌بندی کامل ترک پخشی ثابت توسط Maekawa و همکاران [۲۳] برای ترک پخشی دوجهته و چهارجهته ارائه شده است. تحلیل غیرخطی زیربرنامه نیز با استفاده از معادلات تعادل و سازگاری، آنالیز موضعی عضو بتن مسلح ترک‌خورده و سپس انتخاب روش کنترل تغییرمکان مستقیم[۱] Jirásek و Bazant [۳۶] و در نهایت استخراج مدول برشی المان (G) با استفاده از شیب نمودار تنش برشی- کرنش برشی متوسط انجام می‌شود.

جهت بررسی صحت زیربرنامه انجام شده در سطح المان، مجموعه‌ای از پانل‌های تست شده توسط Vecchio و Colins [۲۳] و Pang و Hsu [۳۷]، تحت تنش‌های یکنواخت داخل صفحه مورد آنالیز قرار گرفته است. تشریح مشخصات پانل‌های آزمایشگاهی بکار گرفته شده در تحلیل المان بتن مسلح در [۲۳] و [۳۷] آورده شده است. نتایج تحلیل سکانتی و انطباق آن‌ها با داده‌های آزمایشگاهی دو نمونه انتخابی در شکل ۱۳ و شکل ۱۴ نشان داده شده است.

1 Direct displacement control

۲-۵- الگوریتم حل غیرخطی

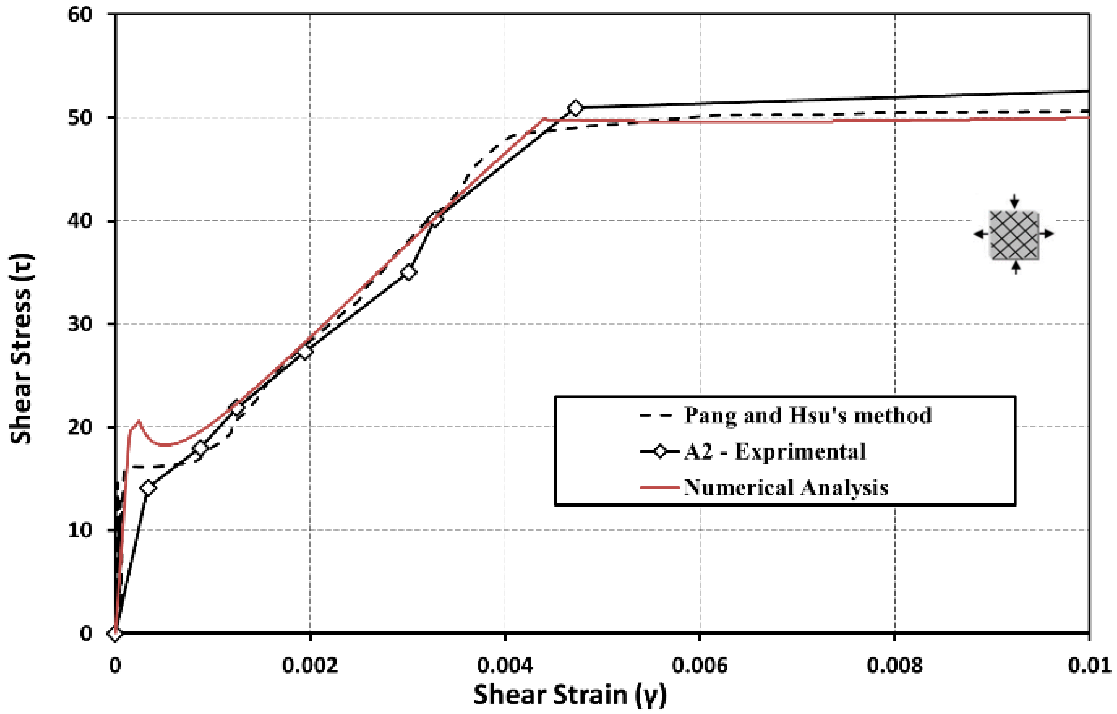
جهت انجام تحلیل غیرخطی اصلی برنامه، یکی از فرایندهای پرکاربرد برای تحلیل غیرخطی سازه‌ها نظیر فن طول قوس بهره گرفته شده است. این روش نیز نظیر روش‌های تغییرمکانی به دو روش تانژانتی و سکانتی پیاده‌سازی شده است. روش حل طول قوس با استفاده افزودن یک معادله اضافی به مجموعه معادلات حاکم، یک قید اضافی مطابق رابطه (۳۹) ایجاد می‌نماید.

$$r(s) = q_i\big(d(s)\big) - \lambda(s) q_e = 0 \quad \therefore \quad s = \int ds$$
$$\therefore \quad ds = \sqrt{dd^T dd + d\lambda^2 \psi^2 {q_e}^T q_e} \qquad (۳۹)$$

که در این روابط، ds شعاع قوس، ψ پارامتر مقیاس‌کننده مشخصه میزان درصد مشارکت بار و جابه‌جایی بین صفر و یک می‌باشد که برای تحلیل بر مبنای کنترل جابه‌جایی این متغیر به سمت صفر میل می‌کند. با در نظر گرفتن فرم دیفرانسیلی کلی با استفاده از رابطه (۴۰) و در نظر گرفتن شعاع ثابت دلخواه برای تقاطع قوس و معادله تعادلی Δl خواهیم داشت:

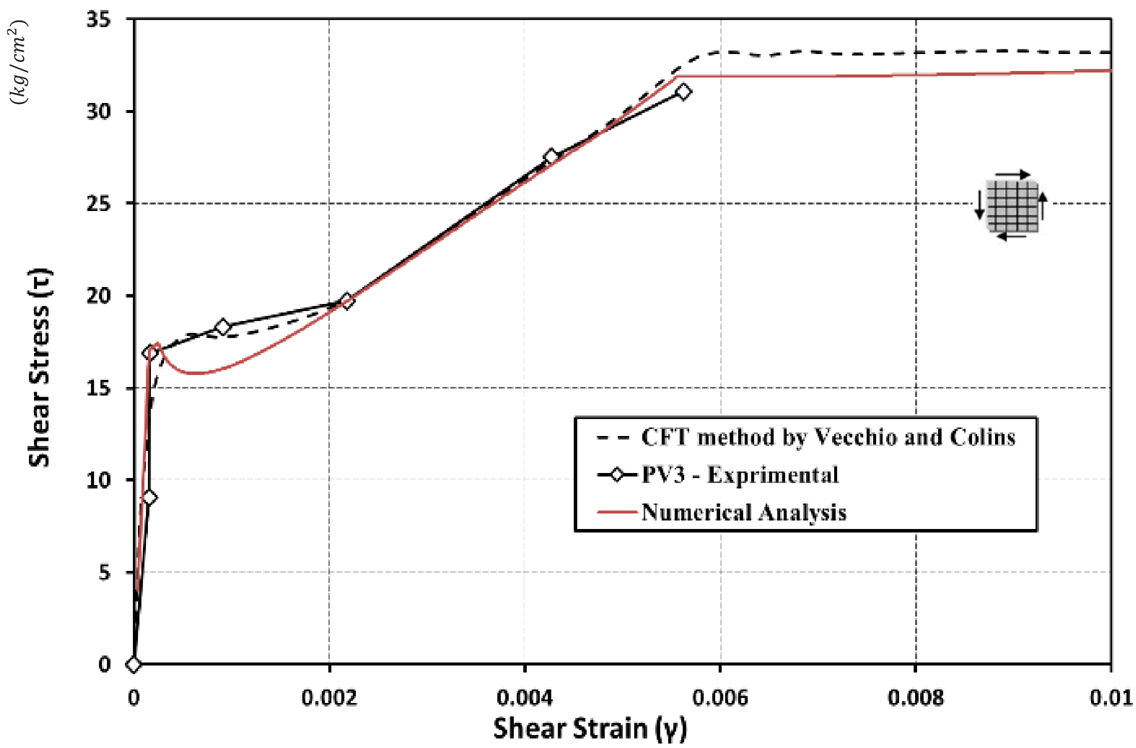
$$a^i = (\Delta d^i)^T \Delta d^i + (\Delta \lambda^i)^2 \psi^2 {q_e}^T q_e - \Delta l^2 = 0 \qquad (۴۰)$$

سپس همزمان دستگاه معادلات به روش نیوتن رافسون به روش تکراری صورت می‌پذیرد. ایده حل ابتدا توسط Riks [۳۸] و سپس توسط Wempner [۳۸] با احتساب معادله اضافی متفاوتی ارائه گردید. با استفاده از بسط سری تیلور مطابق رابطه (۴۱) و ساختار



شکل ۱۳. مقایسه تحلیل پانل برشی و آزمایشگاهی A2

Fig. 13. A2 panel analysis



شکل ۱۴. مقایسه تحلیل پانل برشی و آزمایشگاهی PV3

Fig. 14. PV3 panel analysis

ماتریسی نمایش داده شده توسط Fellipa [۳۹]، رابطه (۴۲) حاصل شده است.

$$a^{i+1} = a^i + \frac{\partial a}{\partial d}\delta d^i + \frac{\partial a}{\partial \lambda}\delta\lambda^i = a^i + 2(\Delta d^i)^T\delta d^i + 2\Delta\lambda^i\delta\lambda^i\psi^2 {q_e}^T q_e = 0 \quad (۴۱)$$

$$\begin{pmatrix}\delta d^i\\ \delta\lambda^i\end{pmatrix} = -\begin{bmatrix}K_t & -q_e\\ 2(\Delta d^i)^T & 2\Delta\lambda^i\delta\lambda^i\psi^2 {q_e}^T q_e\end{bmatrix}^{-1}\begin{pmatrix}r^i\\ a^i\end{pmatrix} \quad (۴۲)$$

در ادبیات پژوهشی روش‌های متعددی جهت حل رابطه (۴۲) ارائه شده است که در این تحقیق، الگوریتم طول قوس خطی هم مرتبه ارائه شده توسط Schweizerhof و Wriggers [۴۰] مورد استفاده قرار می‌گیرد (روابط (۴۳)، (۴۴) و (۴۵)):

$$\delta d^i = -{K_t}^{-1}r^i + \delta\lambda^i\delta {d_t}^i \quad (۴۳)$$

$$\delta d^i = \delta\bar{d}^i + \delta\lambda^i\delta {d_t}^i \quad (۴۴)$$

$$\delta\bar{d}^i = -{K_t}^{-1}r^i \;\;\therefore\;\; \delta {d_t}^i = {K_t}^{-1}q_e \quad (۴۵)$$

با جایگزینی روابط ارائه شده در فوق در رابطه (۴۱)، میزان افزایش طول قوس هر گام در هر تکرار $\delta\lambda^i$ مطابق رابطه (۴۶) در نظر گرفته می‌شود.

$$\delta\lambda^i = \frac{-\left(\frac{a^i}{2}\right)-(\Delta d^i)^T(\delta\bar{d}^i)}{(\Delta d^i)^T(\delta d_t)+\Delta\lambda^i\psi^2 {q_e}^T q_e} \quad (۴۶)$$

سپس بردار تغییرمکان δd و سطح بار متناظر با آن $\delta\lambda$ در گام i ام مطابق رابطه (۴۷) و (۴۸) بروز می‌گردد:

$$\Delta d^{i+1} = \Delta d^i + \delta d^i \quad (۴۷)$$

$$\Delta\lambda^{i+1} = \Delta\lambda^i + \delta\lambda^i \quad (۴۸)$$

۳- ارزیابی روش تحلیلی و اعتبارسنجی نتایج عددی

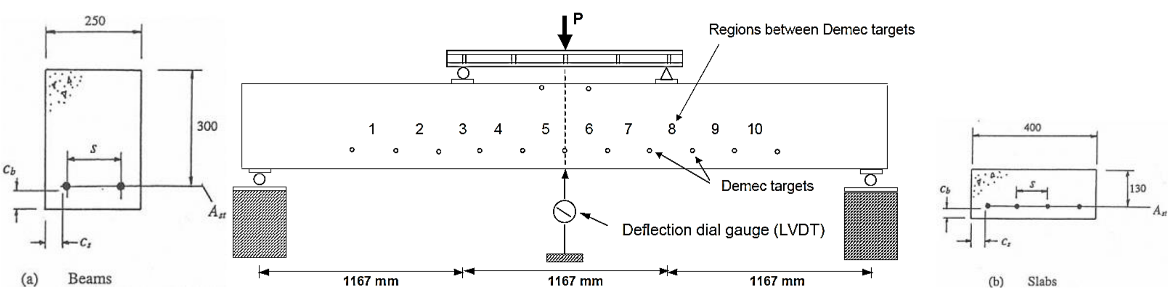
در این بخش براساس تئوری‌های حاکم بر مسائل و فرمول‌بندی‌های پیشنهادی در این پژوهش، نتایج عددی برنامه تحلیلی با نمونه‌های مختلف آزمایشگاهی تست شده موجود مورد آزمون و قیاس واقع شده است. در تمامی تحلیل‌ها از تحلیل‌های غیرخطی استاتیکی با استفاده از المان کامل تیرستونی فیبری بهره گرفته شده است. جهت تهیه برنامه کامپیوتری بر اساس روش پیشنهادی، زیربرنامه‌های موردنیاز در قالب فضاهای اشاره شده در بخش‌های پیشین این پژوهش در محیط نرم‌افزار MATLAB تهیه شده است.

جهت صحت‌سنجی و راستی‌آزمایی روش پیشنهادی، چندین دسته متفاوت از نمونه‌های آزمایشی تجربی جهت شبیه‌سازی انتخاب شده است. بدین منظور نمونه تیر دو سر ساده با دو بار متمرکز تست شده توسط Gilbert و Nejadi [۴۱] با رویکرد حاضر تحلیل شده است. هندسه مدل و جزییات مربوط به آن در شکل ۱۵ تشریح شده است. مطابق با مدل آزمایش شده، ۶ تیپ نمونه برای مقاطع تیر و دال با آرماتور تک لایه تعریف شده است. قابل به ذکر است نمونه‌های تست شده از نظر مقاومتی و یا مقادیر تسلیح آرماتور متفاوت بوده که مشخصات مدلهای رفتاری و جزییات بارگذاری در [۴۱] آورده شده است.

در ادامه منحنی رفتاری بدست آمده از تحلیل با بهره‌گیری از المان قابی پیشنهادی، با نتایج آزمایشگاهی موجود برای دو حالت تیر (B۱b و B۲b) مطابق شکل ۱۶ و دو حالت (S۱b و S۳b) مطابق شکل ۱۷ مورد مقایسه قرار می‌گیرد.

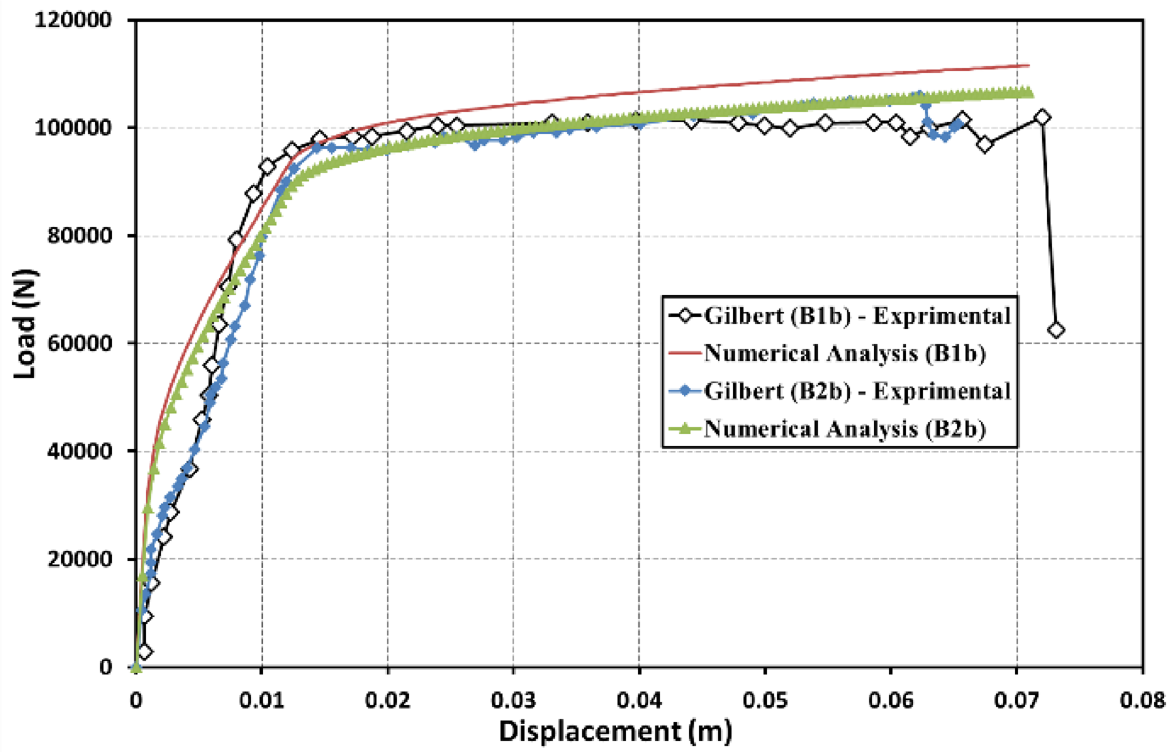
در ادامه روند رشد ترک در گام زمانی انتهایی یک نمونه B۱b و توالی تشکیل ترک مطابق با شکل ۱۸ و شکل ۱۹ در برنامه تحلیلی نمایش داده می‌شود:

همچنین مطابق با مدل رفتاری لغزش- تنش پیوستگی مقادیر



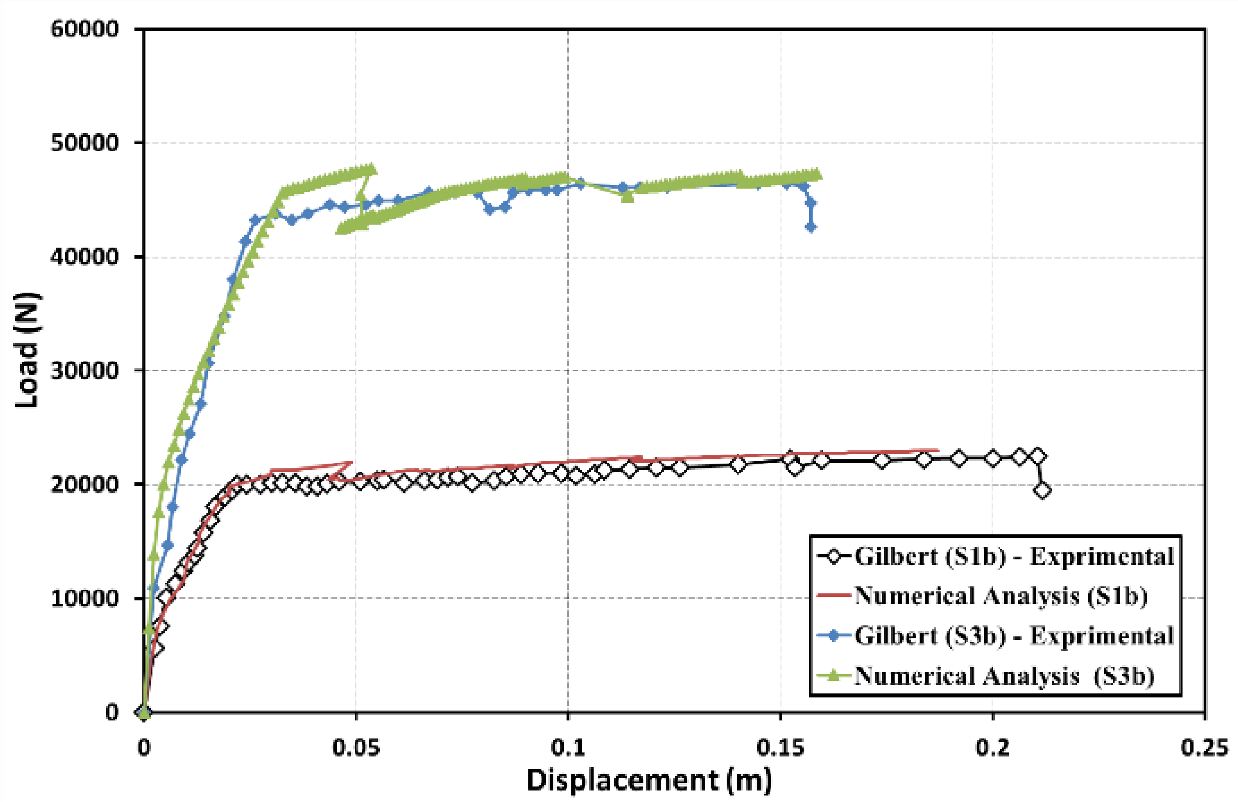
شکل ۱۵. نمونه تست شده توسط Gilbert و Nejadi [۴۱]

Fig. 15. PV22 panel analysis



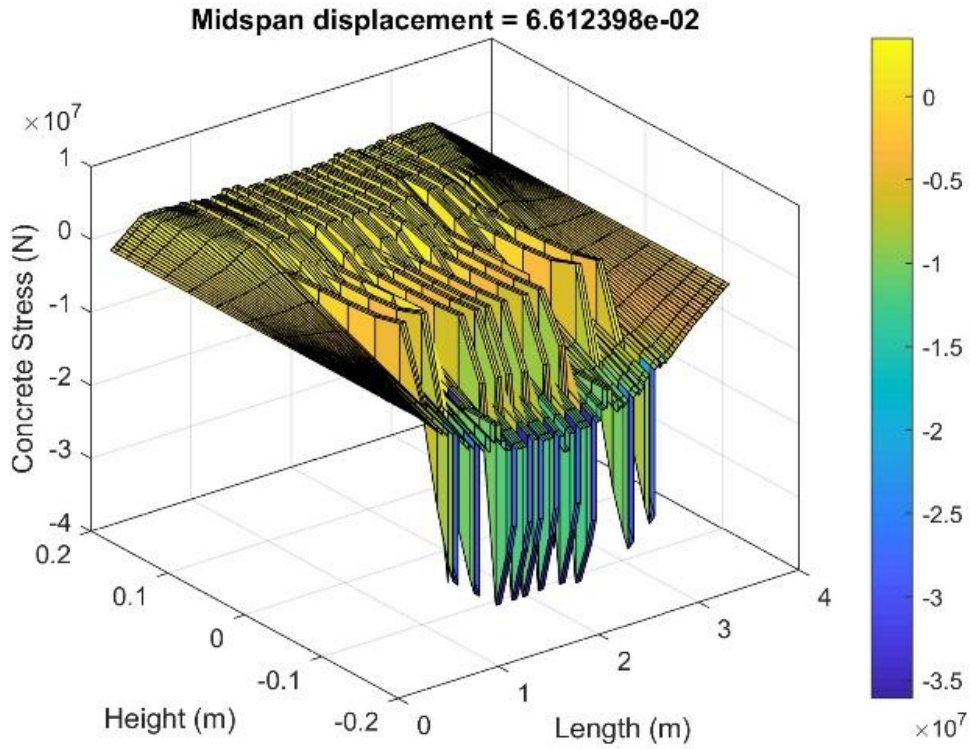
شکل ۱۶. منحنی رفتاری تحلیلی نمونه تیر B1b و B3b

Fig. 16. Load-displacement of specimen B1b and B3b



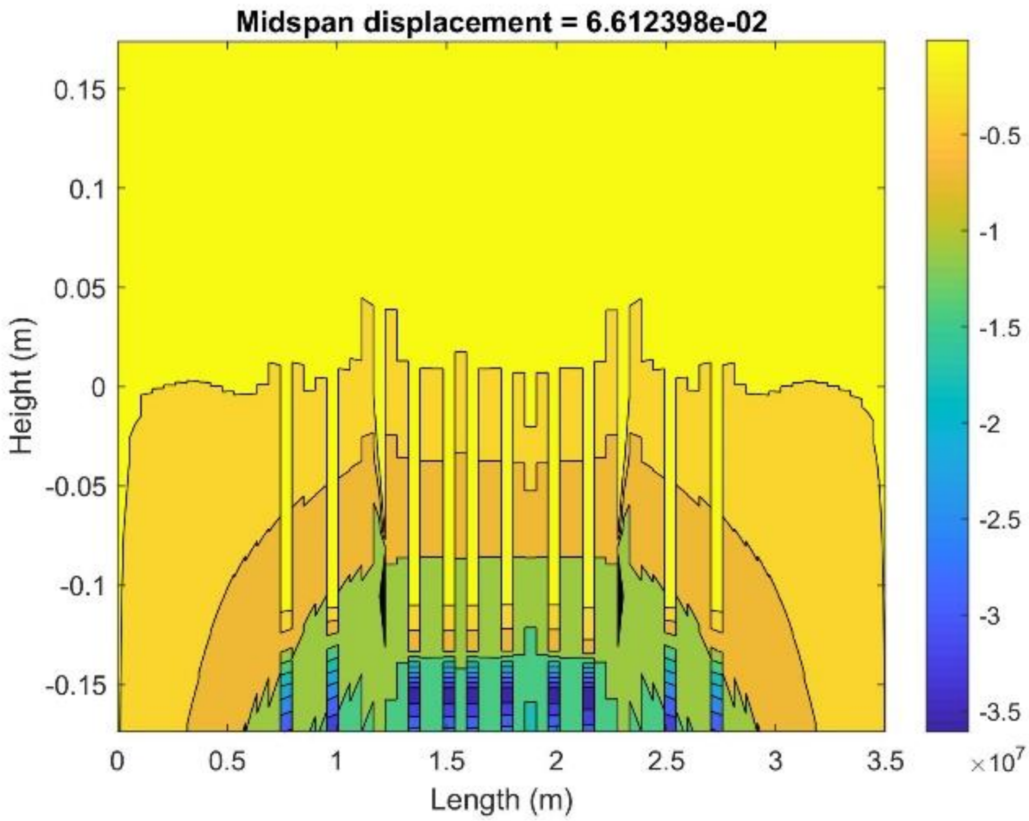
شکل ۱۷. منحنی رفتاری تحلیلی نمونه دال S1b و S3b

Fig. 17. Load-displacement of specimen S1b and S3b



شکل ۱۸. رویه تنش سه‌بعدی در نمونه B2b

Fig. 18. 3D contour of stress distribution



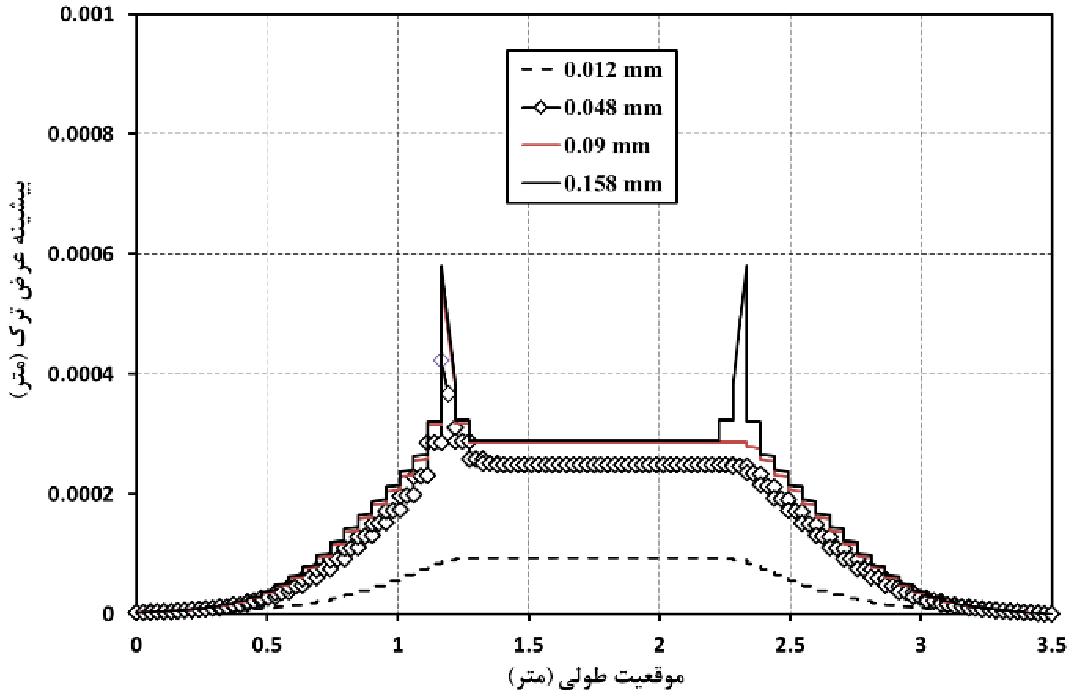
شکل ۱۹. کانتور تنش دوبعدی در نمونه B1b

Fig. 19. The extracted stress of crack patterns occurred in the specimen B1b

بیشینه عرض ترک و لغزش حاصل از گام بار در شکل ۲۰ و شکل ۲۱ حاصل می‌گردد:

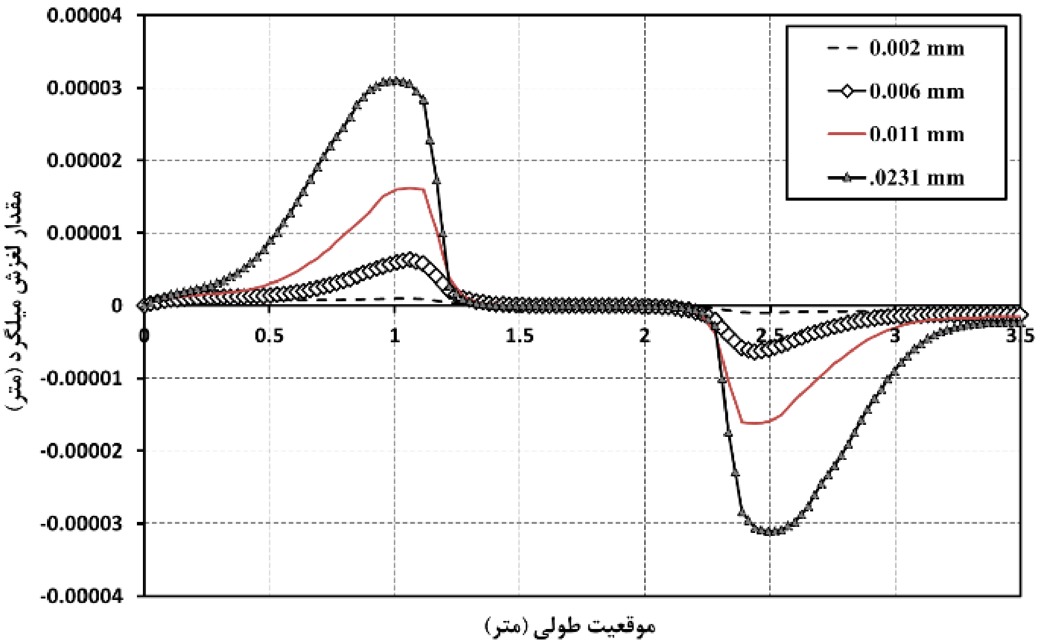
در ادامه انحنای خمشی مقطع و عرض ترک نمونه (S۱b) و مقایسه آن با نتایج تجربی در شکل ۲۲ و شکل ۲۳ نشان داده می‌شود:

در ادامه نمونه‌ای جهت آزمون مدل پیشنهادی در جابه‌جایی‌های بزرگ در گام‌های بارگذاری مختلف وارسی می‌شود. بدین منظور مدل Sasani و همکاران [۵] جهت تخمین رفتار غشایی تیر در حالت قوس فشاری و کشش انتخاب شده است. مشخصات هندسی (شکل



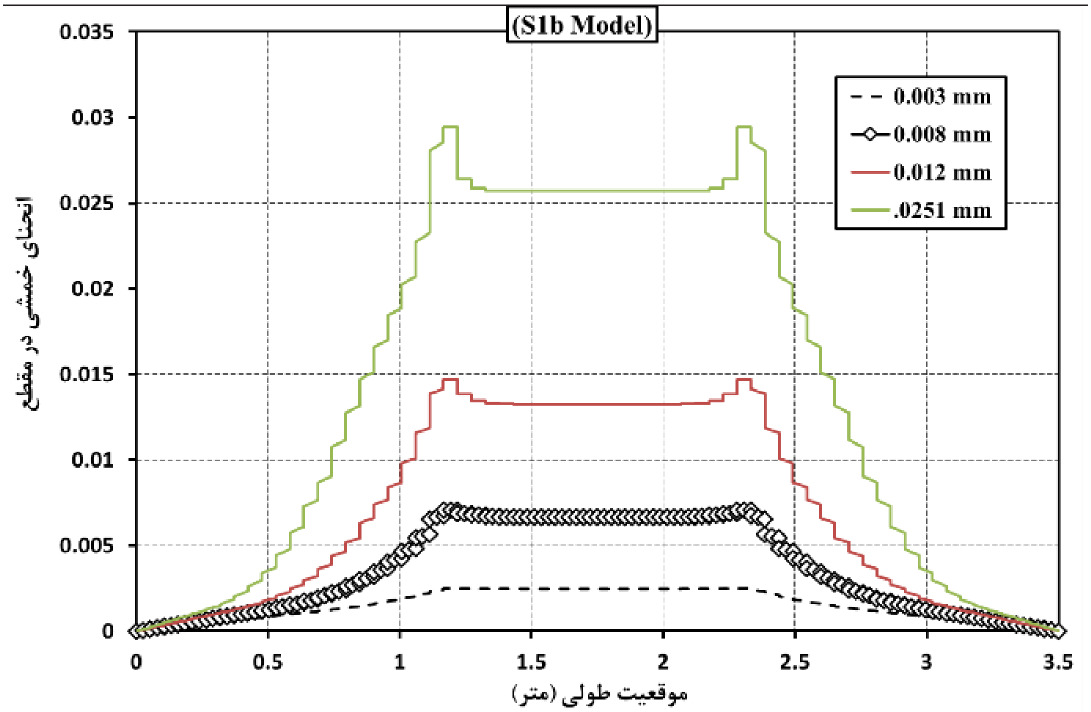
شکل ۲۰. منحنی بیشینه عرض ترک در طول دال S3b

Fig. 20. Maximum crack width along slab length in specimen S3b versus different mid-span deflection



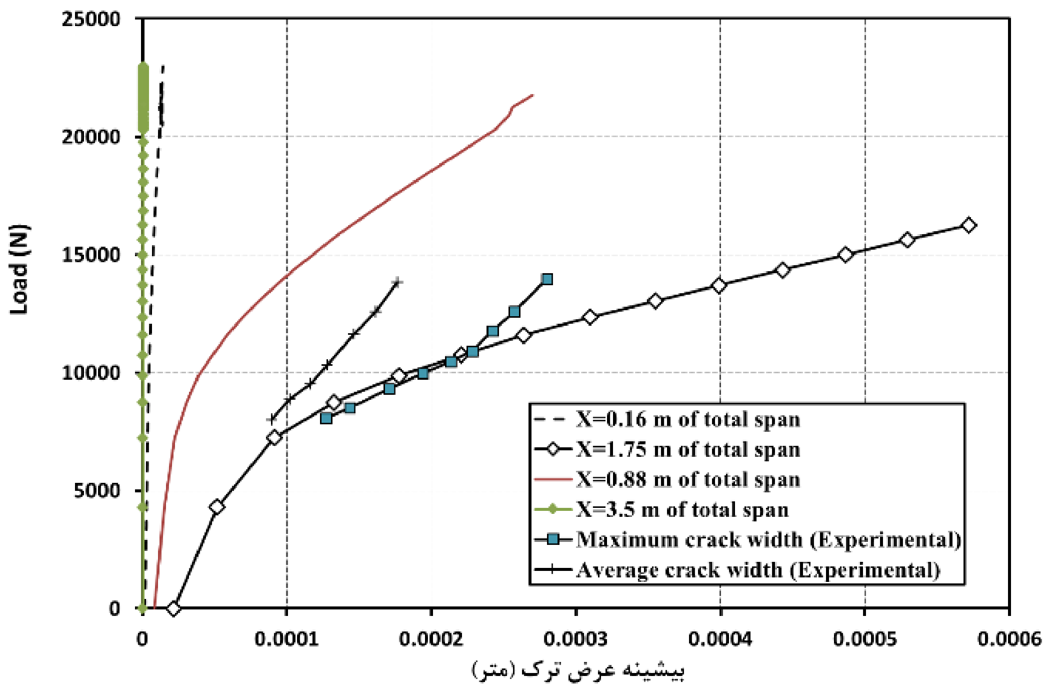
شکل ۲۱. منحنی لغزش میلگرد در طول دال S3b در گام‌های ابتدایی تحلیل

Fig. 21. Bond-slip effects along slab length in specimen S3b



شکل ۲۲. منحنی انحنای خمشی مقطع در طول نمونه S1b

Fig. 22. Curvature variation in specimen S1b versus different mid-span deflection



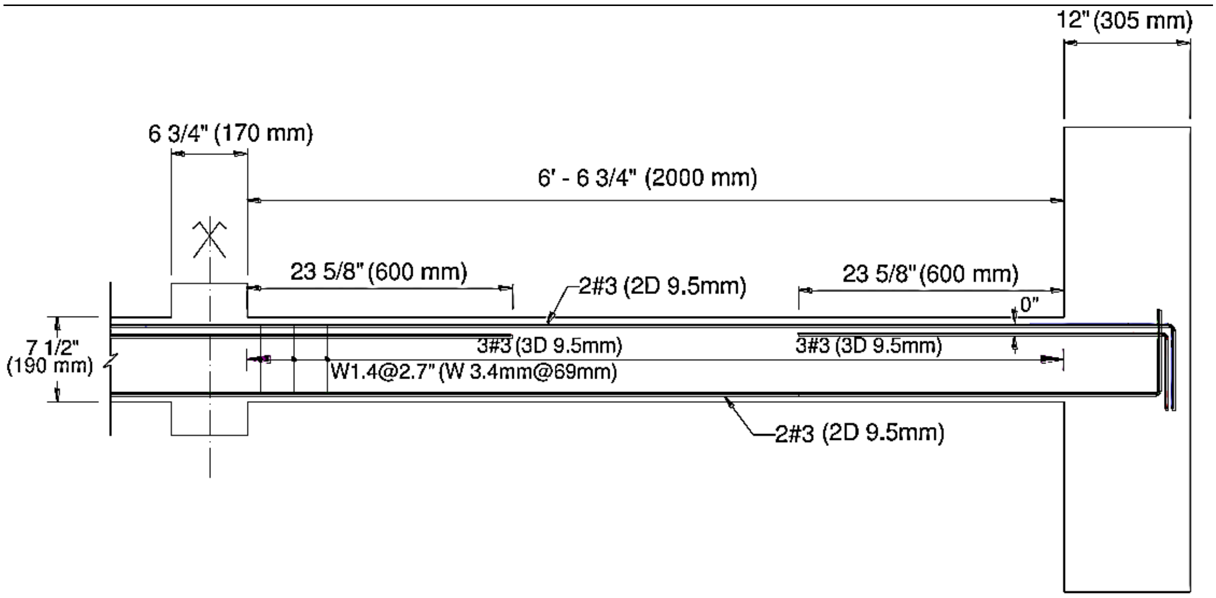
شکل ۲۳. منحنی رفتاری نمونه S1b نسبت به بیشینه عرض ترک

.Fig. 23. Crack model and experimental results in specimen S1b

۲۴) و جزییات مصالح در [۵] عنوان شده است. منحنی رفتاری حاصل با مقادیر آزمایشگاهی مطابق شکل ۲۵ مورد قیاس واقع می‌گردد.

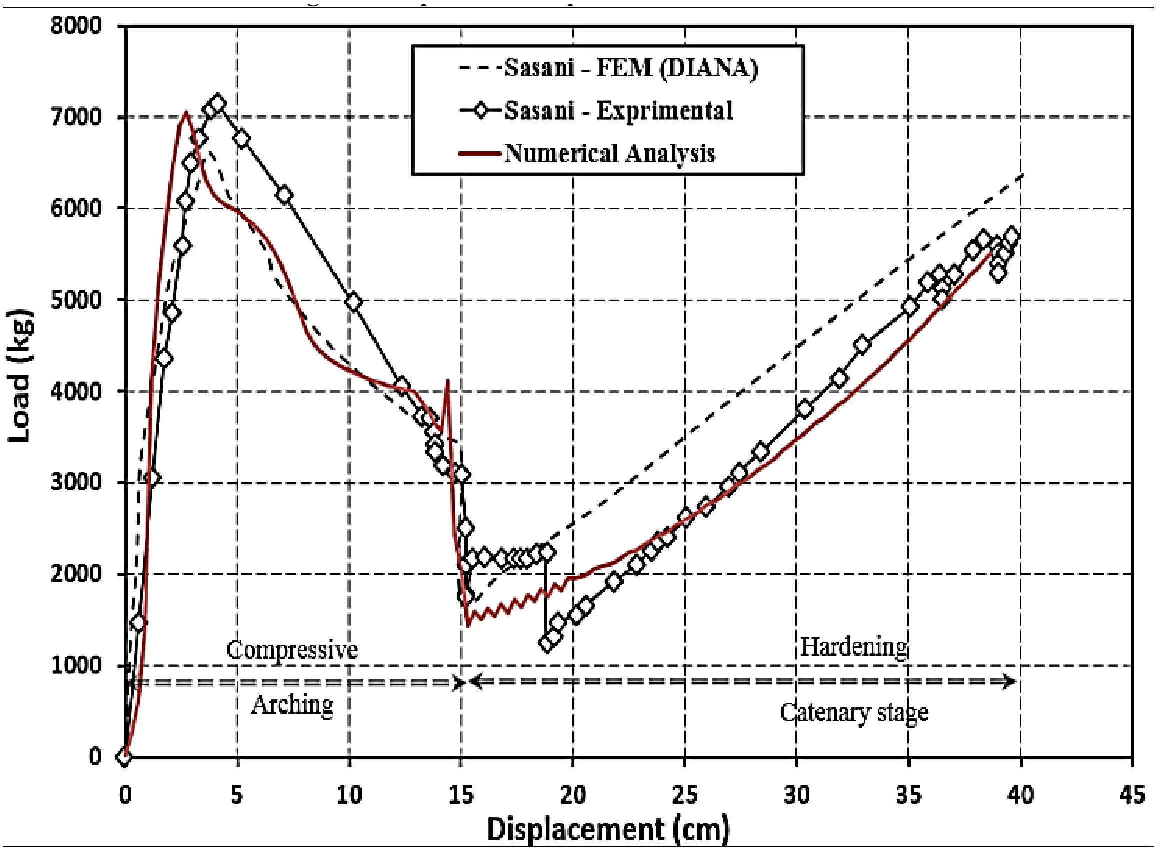
۴- نتیجه‌گیری

روش پیشنهاد شده در این تحقیق بر مبنای فرمول‌بندی مدل فیبری به همراه رویکرد لاگرانژی است که معادلات حاکم بر المان



شکل ۲۴. مشخصات هندسی نمونه

Fig 24. Specimen setup and reinforcement detail



شکل ۲۵. منحنی رفتاری بار-تغییرمکان نمونه Sasani و همکاران [۵]

Fig. 25. Load-displacement responses for Sasani et al.'s frame

قابی پیشنهادی در فرم تضعیف شده اجزا محدودی بازنویسی گردیده است. همچنین معادلات حاکم بر المان قابی بتن مسلح برای میلگردهای هر لایه به صورت مجزا توسعه داده شده و بازنویسی فرمولی این المان بر مبنای تئوری تیر تیموشنکو به همراه اثرات اندرکنشی محوری، خمشی و برشی در دامنه هر المان انجام شده است. در فرمول‌بندی پیشنهادی، ترم‌های مربوط به برش و خمش در

ماتریس سختی سویی المان با ارائه یک تابع شکل هرمیتی فیبری و ترکیب آن با روش میدان تنش محلی، ارائه شده است. ارزیابی روش تحلیلی ارائه شده با آزمون‌های متعددی مورد قیاس قرار داده شده است. صحت‌سنجی روش تحلیلی ارائه شده با مطالعات آزمایشگاهی موجود بر روی سازه‌های بتنی مسلح بوده که علاوه بر منحنی پاسخ کلی نمونه، عرض بیشینه ترک، پروفیل لغزش میلگردها، روند رشد ترک و کانتور تنش‌های بخش بتنی نیز استخراج شده است. مطابق نتایج حاصل از تحلیل، ارزیابی دو عامل سختی و ظرفیت همراه با برهم کنش لغزش آرماتور- تنش پیوستگی بتن، تقریب نسبتا مناسب و همگرایی قابل قبولی را در مسائل می‌تواند نتیجه دهد.

مراجع

[1] F. Taucer, E. Spacone, F.C. Filippou, A fiber beam-column element for seismic response analysis of reinforced concrete structures, Earthquake Engineering Research Center, College of Engineering, University of California Berkeley, California, 1991.

[2] E. Spacone, F.C. Filippou, F.F. Taucer, Fibre Beam–Column Model for Non-Linear Analysis of R/C Frames: Part II. Applications, Earthquake engineering & structural dynamics, 25(7) (1996) 727-742.

[3] M.H. Scott, G.L. Fenves, Plastic hinge integration methods for force-based beam–column elements, Journal of Structural Engineering, 132(2) (2006) 244-252.

[4] T. Mullapudi, A. Ayoub, Analysis of reinforced concrete columns subjected to combined axial, flexure, shear, and torsional loads, Journal of Structural Engineering, 139(4) (2012) 561-573.

[5] M. Sasani, A. Werner, A. Kazemi, Bar fracture modeling in progressive collapse analysis of reinforced concrete structures, Engineering Structures, 33(2) (2011) 401-409.

[6] H.R. Valipour, S.J. Foster, Finite element modelling of reinforced concrete framed structures including catenary action, Computers & structures, 88(9) (2010) 529-538.

[7] E. Brunesi, F. Parisi, Progressive collapse fragility models of European reinforced concrete framed buildings based on pushdown analysis, Engineering Structures, 152 (2017) 579-596.

[8] P. Ceresa, L. Petrini, R. Pinho, R. Sousa, A fibre flexure–shear model for seismic analysis of RC-framed structures, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 38(5) (2009) 565-586.

[9] Z.-X. Li, Y. Gao, Q. Zhao, A 3D flexure–shear fiber element for modeling the seismic behavior of reinforced concrete columns, Engineering Structures, 117(Supplement C) (2016) 372-383.

[10] R.S. Stramandinoli, H.L. La Rovere, FE model for nonlinear analysis of reinforced concrete beams considering shear deformation, Engineering structures, 35 (2012) 244-253.

[11] M. Lezgy-Nazargah, An efficient materially nonlinear finite element model for reinforced concrete beams based on layered global-local kinematics, Acta Mechanica, 229(3) (2018) 1429-1449.

[12] A. Belarbi, T.T. Hsu, Constitutive laws of concrete in tension and reinforcing bars stiffened by concrete, Structural Journal, 91(4) (1994) 465-474.

[13] H.-G. Kwak, J.-K. Kim, Implementation of bond-slip effect in analyses of RC frames under cyclic loads using layered section method, Engineering structures, 28(12) (2006) 1715-1727.

[14] S. Limkatanyu, W. Prachasaree, G. Kaewkulchai, E. Spacone, Unification of Mixed Euler-Bernoulli-Von Karman Planar Frame Model and Corotational Approach, Mechanics Based Design of Structures and Machines, 42(4) (2014) 419-441.

[15] S. Limkatanyu, E. Spacone, Reinforced concrete frame element with bond interfaces. I: Displacement-based, force-based, and mixed formulations, Journal of Structural Engineering, 128(3) (2002) 346-355.

[16] G. Monti, E. Spacone, Reinforced concrete fiber beam element with bond-slip, Journal of Structural Engineering, 126(6) (2000) 654-661.

[17] W.-H. Pan, M.-X. Tao, J.-G. Nie, Fiber beam–column element model considering reinforcement

constitutive models of reinforced concrete, Gihodo-Shuppan Co, Tokyo, 1991.

[29] F.J. Vecchio, M.P. Collins, The modified compression-field theory for reinforced concrete elements subjected to shear, Journal of the American Concrete Institute, 83(2) (1986) 219-231.

[30] H. Shima, L.-L. Chou, H. Okamura, Micro and macro models for bond in reinforced concrete, Journal of the Faculty of Engineering, 39(2) (1987) 133-194.

[31] B. Li, Contact density model for stress transfer across cracks in concrete, Journal of the Faculty of Engineering, the University of Tokyo, (1) (1989) 9-52.

[32] M. Soltani, X. An, K. Maekawa, Computational model for post cracking analysis of RC membrane elements based on local stress–strain characteristics, Engineering structures, 25(8) (2003) 993-1007.

[33] H.M.M. Salem, Enhanced tension stiffening model and application to nonlinear dynamic analysis of reinforced concrete, 1998.

[34] C. Jin, M. Soltani, X. An, Experimental and numerical study of cracking behavior of openings in concrete dams, Computers & structures, 83(8) (2005) 525-535.

[35] R. Eligehausen, E.P. Popov, V.V. Bertero, Local bond stress-slip relationships of deformed bars under generalized excitations, (1982).

[36] Y. Gan, Bond stress and slip modeling in nonlinear finite element analysis of reinforced concrete structures, University of Toronto, (2000).

[37] K. Noghabai, Behavior of tie elements of plain and fibrous concrete and varying cross sections, Structural Journal, 97(2) (2000) 277-284.

[38] J.R. Deluce, Cracking Behaviour of Steel Fibre Reinforced Concrete Containing Conventional Steel Reinforcement, University of Toronto, 2011.

[39] M. Jirásek, Z.P. Bazant, Inelastic analysis of structures, John Wiley & Sons, 2002.

[40] X.-B.D. Pang, T.T. Hsu, Behavior of reinforced concrete membrane elements in shear, Structural Journal, 92(6) (1995) 665-679.

anchorage slip in the footing, Bulletin of Earthquake Engineering, 15(3) (2017) 991-1018.

[18] A. Bazoune, Y. Khulief, N. Stephen, Shape functions of three-dimensional Timoshenko beam element, Journal of Sound and Vibration, 259(2) (2003) 473-480.

[19] S. Puchegger, S. Bauer, D. Loidl, K. Kromp, H. Peterlik, Experimental validation of the shear correction factor, Journal of sound and vibration, 261(1) (2003) 177-184.

[20] W. Yu, D.H. Hodges, Elasticity solutions versus asymptotic sectional analysis of homogeneous, isotropic, prismatic beams, Journal of Applied Mechanics, 71(1) (2004) 15-23.

[21] J. Hutchinson, Shear coefficients for Timoshenko beam theory, Transactions-American Society Of Mechanical Engineers Journal Of Applied Mechanics, 68(1) (2001) 87-92.

[22] S. Dong, C. Alpdogan, E. Taciroglu, Much ado about shear correction factors in Timoshenko beam theory, International Journal of Solids and Structures, 47(13) (2010) 1651-1665.

[23] K. Chan, K. Lai, N. Stephen, K. Young, A new method to determine the shear coefficient of Timoshenko beam theory, Journal of Sound and Vibration, 330(14) (2011) 3488-3497.

[24] S.P. Timoshenko, X. On the transverse vibrations of bars of uniform cross-section, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 43(253) (1922) 125-131.

[25] M. Soltani, X. An, K. Maekawa, Localized nonlinearity and size-dependent mechanics of in-plane RC element in shear, Engineering structures, 27(6) (2005) 891-908.

[26] K. Maekawa, H. Okamura, A. Pimanmas, Non-linear mechanics of reinforced concrete, Spon Press, 2003.

[27] B. Bujadham, K. MAEKAWA, The universal model for stress transfer across cracks in concrete, Doboku Gakkai Ronbunshu, 1992(451) (1992) 277-287.

[28] H. Okamura, K. Maekawa, Nonlinear analysis and

[41] E. Ramm, The Riks/Wempner approach-An extension of the displacement control method in nonlinear analysis, nonlinear computational mechanics, (1982) pp. 63-86.

[42] C.A. Felippa, Nonlinear finite element methods, Department of Aerospace Engineering Sciences and Center for Space Structures and Controls, 2001.

[43] K. Schweizerhof, P. Wriggers, Consistent linearization for path following methods in nonlinear FE analysis, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 59(3) (1986) 261-279.

[44] R.I. Gilbert, S. Nejadi, An experimental study of flexural cracking in reinforced concrete members under short term loads, University of New South Wales, School of Civil and Environmental Engineering, 2004.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

B. Yousefi, M. R. Esfahani, M. R. Tavakolizadeh, Proposing an RC Fiber Frame Element Based on Local Stress Field Theory and Bar-Concrete Interaction. Amirkabir J. Civil Eng., 53(3) (2021) 897-920.

DOI: 10.22060/ceej.2019.16688.6304

این صفحه عمداً خالی است