



## بررسی روابط تحلیلی و مدل سازی کمانش غیرخطی در فانوسی ها

امیررضا شاهانی\*، محمد حسن حاج باقری

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۳/۲۷

بازنگری: ۱۳۹۸/۰۵/۲۳

پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۱۱

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۷/۰۹

### کلمات کلیدی:

فانوسی

کمانش غیرخطی

روش اجزاء محدود

نقص

**خلاصه:** فانوسی ها یکی از اجزای پرکاربرد در بسیاری از صنایع می باشند. غالباً داخل این اجزاء سیالی در حرکت بوده و از فانوسی به عنوان جبران کننده طول، نشت بند و جاذب ارتعاشات استفاده می شود. کارکرد فانوسی ها معمولاً تحت فشار بوده و افزایش بیش از حد فشار موجب کمانش در فانوسی می شود. در فانوسی ها دو نوع کمانش رخ می دهد که با نام کمانش ستونی و کمانش درون صفحه ای شناخته می شوند. در این مقاله ابتدا به بررسی روابط تحلیلی ارائه شده پیرامون کمانش فانوسی پرداخته شده سپس با استفاده از نرم افزار اجزاء محدود آباکوس کمانش فانوسی ها مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آن با نتایج تجربی موجود در منابع مقایسه شده است. بر اساس نتایج به دست آمده هرچند تحلیل الاستیک پدیده کمانش در فانوسی ها شکل مودهای صحیح و قابل قبولی را نتیجه می دهد اما فشار کمانش به دست آمده از این تحلیل چندین برابر فشار تجربی می باشد. سپس با اعمال نقص به صورت جابه جایی هم شکل با چند مود ابتدایی کمانش سازه و تحلیل غیرخطی با استفاده از نمودار نیرو-جابه جایی، بار کمانش سازه محاسبه گردیده است. در ادامه تعداد مودها و میزان اعمال جابه جایی اولیه مورد نیاز با مقایسه نتایج تحلیل عددی با نتایج تجربی موجود مورد بررسی قرار گرفته و همگرایی مناسبی بین نتایج تحلیل عددی و نتایج تجربی به وجود آمده است.

### ۱- مقدمه

ایجاد ارتعاشات، جابه جایی و تغییر طول در سیستم های لوله کشی و اتصالات، در صورتی که سیستم از انعطاف پذیری لازم برخوردار نباشد، باعث وارد شدن صدمه به سیستم خواهد شد. اما عموم لوله ها و اتصالات فلزی از انعطاف پذیری ناچیزی برخوردار بوده و از سوی دیگر در بسیاری از کاربردهای واقعی و صنعتی، تأمین امکان انعطاف پذیری لازم و ضروری است. یکی از اجزائی که برای تأمین انعطاف پذیری مورد استفاده قرار می گیرد فانوسی<sup>۱</sup> می باشد.

فانوسی لوله ای جدار نازک، کنگره دار و انعطاف پذیر می باشد که قابلیت افزایش و کاهش طول را در قبال اعمال تغییر فشار و یا جابه جایی انتهای خود دارد. فانوسی ها توانایی تحمل فشارهای داخلی

و خارجی و همچنین مقدار معینی از انواع جابه جایی به جز پیچش را دارا می باشند. در صنایع مختلف این قطعه با نام هایی چون فانوسی، سیلفون، اتصالات آکاردئونی، اتصالات موج دار و ... شناخته می شود، اما در این پژوهش از آن با نام فانوسی یاد می شود.

کنگره های فانوسی می توانند شکل های مختلفی به خود بگیرند. نوع یو شکل، نوع اس شکل، نوع زیگما شکل و ... نمونه هایی از این اشکال می باشند. هر یک از این الگوها سبب ایجاد خواصی در فانوسی می شود. همچنین فانوسی قابلیت تقویت شدن به وسیله حلقه های تقویت کننده را نیز دارد. به علاوه فانوسی می تواند متشکل از چندین لایه باشد. در این پژوهش فانوسی یو شکل بدون حلقه تقویتی و تک لایه مورد بررسی قرار گرفته است.

با توجه به کاربرد گسترده این اجزاء در صنایع مختلف چندین استاندارد در زمینه طراحی و به کارگیری این اجزاء ارائه شده است.

1 Bellows

\* نویسنده عهده دار مکاتبات: shahani@kntu.ac.ir



سه گانه ارائه شده است. در ادامه تحلیل اجزاء محدود خطی و غیرخطی انجام شده و نتایج آن با نتایج تجربی تسوکیموری و ایواتا [۷] مورد مقایسه قرار گرفته است. در ادامه با اعمال نقص‌های اولیه در فانوسی و سپس تحلیل غیرخطی کمانش، مقدار فشاری منطبق با نتایج تجربی از تحلیل اجزاء محدود به دست آمده است.

## ۲- بررسی روابط ارائه شده پیرامون کمانش فانوسی‌ها

قبل از بررسی روابط کمانش فانوسی‌ها، شماتیکی از یک فانوسی به همراه ابعاد مشخصه آن به جهت معرفی هندسه فانوسی در شکل ۱ نمایش داده شده است.

به طور کلی بر اثر اعمال فشار داخلی امکان وقوع دو نوع کمانش در فانوسی وجود دارد که کمانش ستونی و کمانش درون صفحه‌ای نامیده می‌شود. کمانش ستونی حرکت جانبی فاحش بخش مرکزی فانوسی یا انقباض در یک سطح و انبساط در سطح مقابل آن تعریف می‌گردد (شکل ۲). این وضعیت بیشتر در فانوسی‌هایی روی می‌دهد که نسبت طول به قطر زیادی داشته و مشابه انحراف یک ستون تحت بار فشاری می‌باشد. اما کمانش درون صفحه‌ای یک تغییر شکل غیرممتقارن در کنگره‌ها می‌باشد که به صورت کج‌شدگی یا تاب‌خوردگی یک یا چند کنگره رخ می‌دهد (شکل ۳). این رخداد اغلب در فانوسی‌هایی با نسبت طول به قطر کمتر روی می‌دهد. البته بر اثر اعمال فشار خارجی بر فانوسی‌ها تنها امکان کمانش درون صفحه‌ای وجود دارد [۱]. بر اساس روابط استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی و با فرض ثابت بودن تمامی متغیرهای فانوسی و تنها تغییر تعداد کنگره‌ها، فشار بحرانی کمانش بر اثر فشار داخلی به صورت شماتیک مانند شکل ۴ خواهد بود. بر اساس شکل ۴ مقدار فشار بحرانی کمانش درون صفحه‌ای به تعداد کنگره وابسته نبوده ولی مقدار فشار بحرانی کمانش ستونی با کاهش تعداد کنگره‌ها افزایش می‌یابد. این افزایش ادامه یافته تاجایی که در یک تعداد کنگره مقدار فشار بحرانی کمانش ستونی از مقدار فشار بحرانی کمانش درون صفحه‌ای بیشتر خواهد شد، این تعداد کنگره مرز رویداد کمانش درون صفحه‌ای یا کمانش ستونی خواهد بود. به عبارت دیگر فانوسی‌هایی که تنها تفاوت آن‌ها تعداد کنگره است، با افزایش فشار داخلی اگر کنگره‌ها از تعداد کنگره مرز کمتر باشد دچار کمانش درون صفحه‌ای شده و اگر کنگره‌ها از تعداد کنگره مرز بیشتر باشد دچار کمانش ستونی خواهند شد. لازم

استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی<sup>۱</sup> [۱] استاندارد است که به طور اختصاصی برای طراحی فانوسی‌ها ارائه شده است. در بخشی از استاندارد ارائه شده توسط انجمن مهندسان مکانیک آمریکا در زمینه بویلرها و مخازن تحت فشار<sup>۲</sup> [۲] به ارائه روابط طراحی فانوسی‌ها پرداخته شده است. در استاندارد اروپایی<sup>۳</sup> [۳] نیز در بخشی به ارائه روابطی جهت طراحی فانوسی‌ها پرداخته شده است.

در طراحی فانوسی باید معیارهای زیادی مورد توجه قرار گیرد. یکی از معیارها، پایداری فانوسی و عدم کمانش آن بر اثر فشار سیال داخلی یا خارجی می‌باشد که در این زمینه استانداردها روابطی ارائه کرده‌اند. پژوهشگران مختلف در طی سالیان به بررسی تحلیلی، تجربی و شبیه‌سازی کمانش این اجزاء پرداخته‌اند. فلوگه [۴] با ارائه رابطه‌ای برای محاسبه ضریب فنریت معادل فانوسی و استفاده از رابطه کمانش اولر، رابطه‌ای برای محاسبه فشار کمانش در فانوسی ارائه داد. ترینر و همکاران [۵] با انجام آزمایش‌هایی ضرایب رابطه فلوگه را بررسی کردند. تسوکیموری و همکاران [۶] و تسوکیموری و ایواتا [۷] در مقالات خود، کمانش فانوسی را از لحاظ تحلیلی و تجربی مورد بررسی قرار داده و یک رابطه جامع برای آن ارائه دادند. بیج [۸] نیز با ارائه مدلی کمانش درون صفحه‌ای فانوسی را بررسی نموده و رابطه‌ای برای آن ارائه داده است. هوجیان و همکاران [۹] نیز کمانش درون صفحه‌ای را از دیدگاه رسیدن تنش به تنش تسلیم مورد بررسی قرار داده‌اند. در زمینه مدل‌سازی و استفاده از روش‌های عددی نیز تلاش‌های زیادی انجام گرفته است. بلیوف و همکاران [۱۰] با استفاده از نرم‌افزار انسیس<sup>۴</sup> و انجام تحلیل خطی رابطه تحلیلی ارائه شده توسط خود را مورد بررسی قرار داده‌اند اما این تحلیل را با هیچ نتیجه تجربی مورد مقایسه قرار نداده‌اند. اما ویلیامز [۱۱] با استفاده از روش غیرخطی فشار-جاب‌جایی اقدام به تحلیل یک فانوسی نموده و نتیجه را با روابط موجود در مقالات و استاندارد مقایسه کرده، اما او نیز ضمن گزارش اختلاف نتایج تحلیل اجزاء محدود با روابط ارائه شده در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی نتایج تحلیل خود را با هیچ نتیجه تجربی مورد مقایسه قرار نداده است.

در این مقاله روابط تحلیلی کمانش به همراه روابط استانداردهای

- 1 Expansion Joint Manufacturers Association (EJMA)
- 2 American Society of Mechanical Engineers (ASME)
- 3 European Standards (EN)
- 4 ANSYS

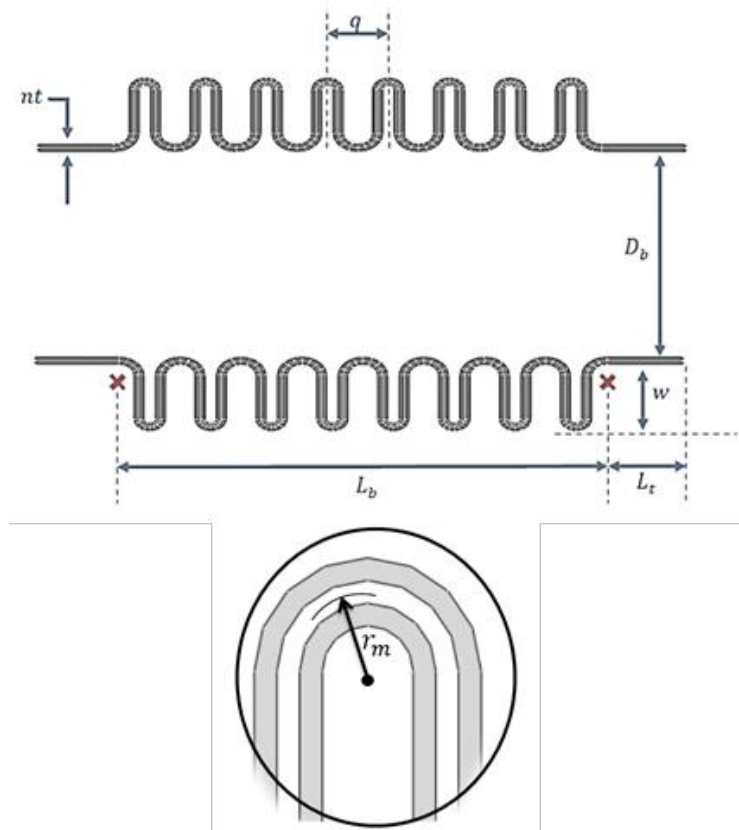


Fig. 1. Dimensions of bellows

شکل ۱. ابعاد فانوسی

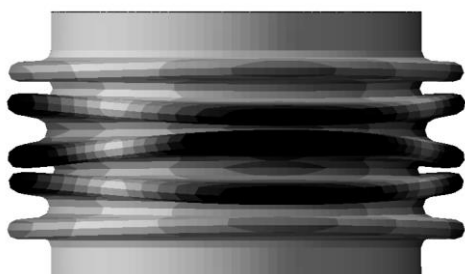


Fig. 3. Bellows in-plane buckling

شکل ۳: کمانش درون صفحه‌ای فانوسی



Fig. 2. Bellows column buckling

شکل ۲: کمانش ستونی فانوسی

درون صفحه‌ای وجود دارد.

۲-۱- روابط ارائه شده برای فشار کمانش ستونی

روابط حاکم بر کمانش ستونی فانوسی، بر اساس روابط کمانش اولر برای ستون دو سر گیردار پایه‌گذاری شده است، شکل کلی رابطه کمانش اولر به صورت رابطه (۱) می‌باشد:

به ذکر است اگر به شیوه‌ای از بروز کمانش ستونی جلوگیری شود در فانوسی با تعداد کنگره بیش از تعداد مرزی نیز امکان بروز کمانش

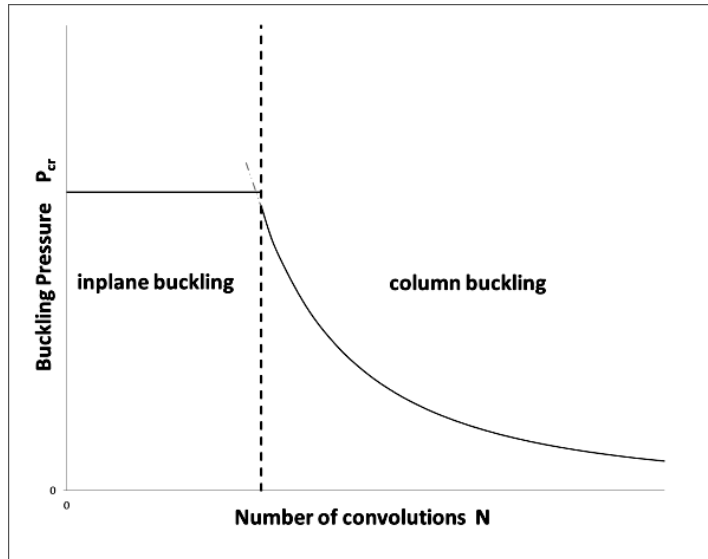


Fig. 4. buckling types according to number of convolutions

شکل ۴: نوع کمانش بر اساس تعداد کنگره‌ها [1]

$$L = qN \quad (۴)$$

$$F_{cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \quad (۱)$$

$N$  عدد کنگره،  $q$  مقدار ضریب فنریت کل فانوسی و  $q$  گام کنگره فانوسی است. از سویی نیروی محوری وارد بر فانوسی‌ها بر اثر اعمال فشار داخلی نیز مطابق با رابطه (۵) بیان می‌گردد: فشار کمانش ستونی است. با جایگذاری روابط (۳) و (۴) در رابطه (۲) و سپس جایگذاری نتیجه آن به همراه رابطه (۵) در رابطه (۱)، رابطه کمانش در فانوسی‌ها به صورت رابطه (۶) به دست می‌آید:

$F_{cr}$  نیروی محوری کمانش،  $E$  مدول الاستیسیته،  $I$  ممان سطح و  $L$  طول ستون یا فانوسی است. از آنجا که در فانوسی با توجه به هندسه ویژه محاسبه ممان اینرسی سطح دشوار می‌باشد، لذا این مؤلفه با استفاده از روابط موجود پیرامون استوانه جدار نازک محاسبه می‌گردد. بر اساس بیان فلوگه [۴] در استوانه‌های جدار نازک مقدار صلبیت خمشی به شکل رابطه (۲) بیان می‌گردد.

$$P_{sc} = \frac{2\pi f_{iu}}{N^2 q} \quad (۶)$$

$$EI = \frac{1}{2} KL \frac{D_m^2}{4} \quad (۲)$$

تسوکیموری و همکاران [۶] نیز با ارائه رابطه (۷) برای فشار بحرانی کمانش ستونی، عمق کنگره‌ها ( $w$ ) را نیز در این فشار مؤثر دانسته‌اند (البته تأثیر این مؤلفه به دلیل کوچک بودن عمق کنگره‌ها در برابر قطر متوسط فانوسی در اغلب موارد بسیار کم می‌باشد).

$K$  ضریب فنریت یک کنگره فانوسی و  $D_m$  قطر متوسط فانوسی است. در این باره ترینر و همکاران [۵] بر اساس نتایج تجربی بر روی فانوسی‌های مختلف، مقدار دقیق ضریب  $\frac{1}{2}$  در رابطه (۲) را بین  $۰/۳۵۶$  و  $۰/۶۲۳$  بیان نموده، و تقریب  $\frac{1}{2}$  را مناسب می‌دانند. در فانوسی‌ها مقدار ضریب فنریت کل فانوسی و طول فانوسی به ترتیب بر اساس روابط (۳) و (۴) بیان می‌گردد:

$$P_{sc} = \frac{2\pi f_{iu}}{N^2 q \left(1 + \frac{2w}{D_m}\right)} \quad (۷)$$

$$K = \frac{f_{iu}}{N} \quad (۳)$$

اما در هر سه استاندارد یاد شده فشار بحرانی کمانش ستونی بر مبنای قطر متوسط و به‌طور یکسان به شکل رابطه (۸) بیان گردیده است [۱-۳]:

آن‌ها با توجه به نتایج تجربی، رابطه ارائه شده توسط استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی را برای تعیین مقدار تنش نصف‌النهاری خمشی مناسب یافتند. آن‌ها ادعا نموده‌اند زمانی کل مقطع دچار تسلیم می‌شود که تنش بیشینه نصف‌النهاری خمشی ۱/۵ برابر تنش تسلیم باشد. این گروه در نتایج تجربی مقادیر ۱/۲۹ تا ۱/۷ را برای ضریب ۱/۵ به دست آورده‌اند و ضریب ۱/۵ را به عنوان میانگین انتخاب نموده‌اند. این گروه رابطه کماتش درون صفحه‌ای را به شکل رابطه (۱۱) بیان نمودند.

$$P_{si} = \frac{3n}{C_p} \left( \frac{t_p}{w} \right)^2 S_y \quad (11)$$

$n$  تعداد لایه فانوسی،  $C_p$  ضریب ثابتی برای مرتبط ساختن رفتار بخش U شکل با تیر نواری ساده است. در زمینه کماتش درون صفحه‌ای در استاندارد اروپایی رابطه‌ای به شکل رابطه (۱۲) ارائه شده است، اجزای این رابطه در روابط (۱۳) تا (۱۵) معرفی شده‌اند [۳].

$$P_{si} = (\pi - 2) \frac{A_c S_y^*}{D_m q \sqrt{\alpha}} \quad (12)$$

$$\begin{cases} S_y^* = K_d S_y (\text{cold work}) \\ S_y^* = 0.75 S_y (\text{Anealed}) \end{cases} \quad (13)$$

$$K_d = \begin{cases} 1 + 5 \times S_d \leftarrow S_d \leq 0.2 \\ 2 \leftarrow S_d \geq 0.2 \end{cases} \quad (14)$$

$$S_d = 1.04 \sqrt{\left[ \ln \left( 1 + 2 \frac{w}{D_i} \right) \right]^2 + \left[ \ln \left( 1 + \frac{t_p}{2r_m + t_p} \right) \right]^2} \quad (15)$$

$A_c$  سطح مقطع فانوسی،  $S_y^*$  تنش تسلیم تصحیح شده ماده،  $D_m$  قطر متوسط فانوسی،  $\alpha$  ضریب تاثیر عکس‌العمل متقابل تنش و ناپایداری صفحه‌ای،  $S_d$  ضریب هندسی تصحیح تنش تسلیم،  $r_m$  شعاع متوسط کنگره و  $D_i$  قطر داخلی فانوسی است.

در استاندارد انجمن مهندسیین مکانیک آمریکا رابطه فشار بحرانی کماتش درون صفحه‌ای همان رابطه استاندارد اروپایی بوده با این تفاوت که در تنش تسلیم اصلاح شده در حالت کارسرد، به جای

$$P_{sc} = \frac{0.34 \pi f_{iu}}{N^2 q} \quad (8)$$

همانطور که مشخص است تنها تفاوت موجود بین روابط (۶) و (۸) در ضریب آن‌ها می‌باشد. با توجه به این که روابط استاندارد‌ها بر اساس نتایج تجربی تصحیح می‌شود، فلذا منشأ این تفاوت را می‌بایست در نتایج تجربی جستجو نمود. لازم به ذکر است در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی ذیل رابطه (۸) بیان شده، به دلیل وجود برخی عیوب در فانوسی‌ها در داخل رابطه (۸) ضریب اطمینانی به مقدار ۲/۲۵ در نظر گرفته شده است. باید توجه داشت که این ضریب با ضریب اطمینانی که در زمان طراحی باید برای فشار بحرانی کماتش در نظر گرفته شود متفاوت است.

## ۲-۲- روابط ارائه شده برای فشار کماتش درون صفحه‌ای

بج [۸] با پیشنهاد دو مدل برای کماتش درون صفحه‌ای فانوسی تک‌لایه به نتایجی مشابه دست یافت. در مدل اول او فرض نمود در هر نیم کنگره فانوسی در محل ریشه، وسط عمق کنگره و تاج کنگره یک فنر پیچشی قرار گرفته و پوسته میان آن‌ها نیز تیر صلب است. وی پس از حل معادله تعادل این مدل رابطه (۹) را ارائه نمود.

$$P_{si} = \frac{16t_p^2}{4w^2 + q^2} S_y \quad (9)$$

$P_{si}$  فشار کماتش درون صفحه‌ای،  $S_y$  تنش تسلیم ماده،  $t_p$  ضخامت هر لایه است. بج [۸] در مدل دوم فنر وسط عمق کنگره را حذف نموده و مدل را با دو فنری که در ریشه و تاج قرار گرفته بررسی نمود که به رابطه (۱۰) رسیده است.

$$P_{si} = \frac{4t_p^2}{q^2} S_y \quad (10)$$

هوجیان و همکاران [۹] پس از بررسی نتایج تجربی بیان می‌دارند که کماتش درون صفحه‌ای بر مبنای رسیدن تنش نصف‌النهاری خمشی، به تنش تسلیم ماده روی می‌دهد. البته با توجه به انجام کارسرد در شکل‌دهی فانوسی‌ها و افزایش تنش تسلیم ماده در صورت عدم وجود فرآیند تنش‌زدایی پس از تولید فانوسی لازم است از مقدار تنش تسلیم با در نظر گرفتن کارسرد بر روی فانوسی استفاده گردد.

$$\varepsilon_f = 100 \sqrt{\left[ \ln \left( 1 + 2 \frac{w}{D_i} \right) \right]^2 + \left[ \ln \left( 1 + \frac{nt_p}{2r_m} \right) \right]^2} \quad (25)$$

$e_y$  جابه‌جایی عرضی،  $e_x$  جابه‌جایی طولی،  $e_\theta$  جابه‌جایی زاویه‌ای و  $C_\theta$  ضریب کاهش فشار ناپایداری است. در مقایسه بین روابط سه استاندارد، در صورتی که جابه‌جایی محوری و زاویه انحراف وجود نداشته باشد، تفاوت میان روابط به ضریب  $1/3$  در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی و ضریب  $1/14$  در دو استاندارد دیگر، و مقدار تنش تسلیم خالص مؤثر، محدود شده که با توجه به این که استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی جزئیات بیشتری را در نظر گرفته لذا فشار بحرانی بیشتری را می‌تواند تضمین کند. قابل توجه این که بر اساس تمامی روابط ارائه شده فشار بحرانی کمانش درون صفحه‌ای مستقل از تعداد کنگره‌های فانوسی می‌باشد. لازم به ذکر است در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی ذیل رابطه (۱۶) بیان شده که به دلیل وجود برخی عیوب در فانوسی‌ها در داخل این رابطه ضریب اطمینانی به مقدار  $1/75$  در نظر گرفته شده است. باید توجه داشت که این ضریب با ضریب اطمینانی که در زمان طراحی باید در نظر گرفته شود متفاوت بوده و در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی بیان گردیده که فشار در طراحی باید حداقل دارای ضریب اطمینان  $1/5$  نسبت به فشار محاسبه شده طبق رابطه (۱۶) باشد [۱].

### ۳- تحلیل اجزاء محدود خطی کمانش در فانوسی‌ها

در این بخش ابتدا برای دو فانوسی که توسط تسوکیموری و ایواتا [۷] مورد بررسی کمانشی قرار گرفته، در نرم‌افزار آباکوس<sup>۱</sup> مدل‌سازی و تحلیل اجزاء محدود خطی کمانش انجام شده، سپس دقت مدل‌سازی و شبکه‌بندی مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه نتایج به دست آمده با مقادیر منتج از روابط ارائه شده در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی و نتایج تجربی تسوکیموری و ایواتا [۷] مورد مقایسه قرار گرفته است.

### ۳-۱- مدل‌سازی و تحلیل خطی فانوسی

تسوکیموری و ایواتا [۷] فانوسی‌هایی با هندسه کنگره‌های

استفاده از ضریب  $K_d$  از مقدار ثابت  $2/3$  برابر تنش تسلیم استفاده شده است [۲]. اما در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی این روابط شامل جزئیات بیشتری بوده و روش تولید، جابه‌جایی طولی و زاویه‌ای را نیز در روابط داخل کرده و رابطه (۱۶) را به عنوان فشار بحرانی کمانش درون صفحه‌ای ارائه داده که جزئیات آن در روابط (۱۷) تا (۲۵) بیان شده است [۱].

$$P_{si} = \frac{1.3 A_c S_y^*}{K_r D_m q \sqrt{\alpha}} \quad (16)$$

$$A_c = \left[ 2\pi r_m + 2 \sqrt{\left( \frac{q}{2} - 2r_m \right)^2 + (w - 2r_m)^2} \right] nt_p \quad (17)$$

$$K_r = \begin{cases} extension \frac{2(q + e_x) + \frac{e_\theta}{K_\theta} + e_y}{2q} \\ compression \frac{2(q + e_x) - \frac{e_\theta}{K_\theta} + e_y}{2q} \end{cases} \quad (18)$$

$$K_\theta = \begin{cases} \frac{e_\theta C_\theta}{e_\theta C_\theta + 0.14q\varphi} & \text{if } C_\theta < 1 \\ 1 & \text{if } C_\theta = 1 \end{cases} \quad (19)$$

$$\varphi = \frac{P}{0.764\pi f_{iu} n^2 q} \quad (20)$$

$$S_y^* = 0.67 C_m S_y \quad (21)$$

$$\begin{cases} C_m = 1.5 Y_{sm} (cold\ work) \\ C_m = 1.5 (Anealed) \end{cases} \quad (22)$$

$$Y_{sm} = 1 + 9.94 \times 10^{-2} (K_f \varepsilon_f) - 7.59 \times 10^{-4} (K_f \varepsilon_f)^2 - 2.4 \times 10^{-6} (K_f \varepsilon_f)^3 + 2.21 \times 10^{-8} (K_f \varepsilon_f)^4 \quad (23)$$

$$K_f = \begin{cases} 1 \leftarrow \text{expanding mandrel or roll forming} \\ 0.6 \leftarrow \text{hydraulic or pneumatic tube forming} \end{cases} \quad (24)$$



جدول ۱: ابعاد فانوسی‌های مدل شده بر حسب میلی‌متر

Table 1. Dimensions of modelled bellows (mm)

تعداد کنگره	ضخامت	عمق کنگره	تعداد لایه	شعاع متوسط کنگره	قطر متوسط فانوسی
۱۵ و ۱۰	۰/۵	۱۷/۵	۱	۴	۲۹۴/۵

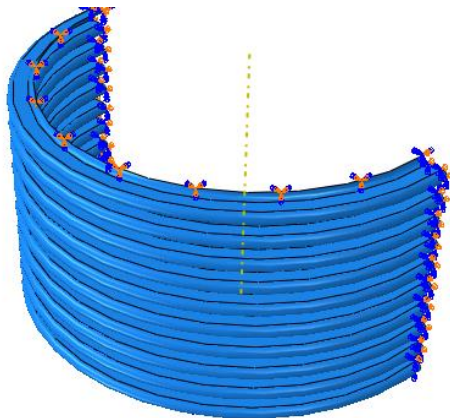


Fig. 5. Finite element model of bellows

شکل ۵: مدل تحلیل اجزاء محدود فانوسی

یکسان ولی با تعداد کنگره متفاوت را تحت آزمون کمانش قرار داده‌اند، مشخصات این فانوسی‌ها در جدول ۱ نمایش داده شده‌است. فانوسی‌های مورد تحلیل قرار گرفته از جنس فولاد 321 AISI آنیل شده می‌باشد که مدول الاستیسیته آن برابر ۲۰۰ گیگاپاسکال و تنش تسلیم آن ۲۸۰ مگاپاسکال می‌باشد. در مقاله حاضر برای انجام تحلیل اجزاء محدود از نرم‌افزار آباکوس ۲۰۱۹ استفاده شده است. به دلیل وجود تقارن در هندسه اولیه و تغییر شکل کمانشی فانوسی‌ها، مدل‌سازی‌ها به صورت نیمه (۱۸۰ درجه‌ای) صورت گرفته است. لازم به توضیح است اگرچه هندسه و بارگذاری فانوسی به شکل متقارن محوری است اما از آنجایی که شکل کمانش یافته آن متقارن محوری نبوده لذا مدل‌سازی به روش متقارن محوری صحیح نیست. به منظور شبکه‌بندی فانوسی‌ها از دو نوع المان پوسته خطی<sup>۱</sup> و درجه دو<sup>۲</sup> استفاده شده و نتایج آن‌ها با یکدیگر مقایسه شده است. بارگذاری تنها شامل اعمال فشار بر سطح داخلی فانوسی‌ها بوده است. با توجه به شرایط آزمون انجام شده توسط تسوکیموری و ایواتا [۷] دو سر فانوسی‌ها گیردار شده و تمامی شش درجه آزادی محدود شده است. لازم به ذکر است از آنجا که فانوسی‌ها اغلب در مدارهای لوله‌کشی سیالات مورد استفاده قرار گرفته و لوله‌ها خود مهار شده‌اند، لذا در اغلب موارد کاربردی نیز دو سر فانوسی‌ها کاملاً مقید می‌باشد. در صفحه تقارن مدل نیز از شرایط تقارن استفاده شده است. نمونه‌ای از فانوسی مدل‌سازی شده در شکل ۵ آمده است.

در تحلیل اجزاء محدود کمانش فانوسی‌ها از روش مقدار ویژه<sup>۳</sup> برای به‌دست آوردن شکل مودها استفاده شده است. این تحلیل به صورت الاستیک بوده و از خواص پلاستیک ماده چشم‌پوشی می‌کند. در این تحلیل نرم‌افزار ضمن ارائه شکل مودهای کمانشی، مقادیر ویژه مرتبط

- 1 S4R Element
- 2 S8R Element
- 3 Eigen Value

با هر مود را که در واقع ضریب بار اعمالی به مدل برای وقوع آن مود کمانش می‌باشد به عنوان نتیجه ارائه می‌دهد.

### ۳-۲- نتایج تحلیل اجزاء محدود خطی کمانش

شکل‌های ۶ و ۷ نمایش چهار مود اول کمانش برای فانوسی‌هایی با ده و پانزده کنگره است. در فانوسی ده کنگره‌ای مودهای اول، دوم و چهارم کمانش از نوع درون صفحه‌ای بوده و مود سوم نیز به صورت کمانش ستونی می‌باشد. اما در فانوسی پانزده کنگره‌ای مودهای اول و چهارم کمانش از نوع ستونی و مودهای دوم و سوم از نوع کمانش درون صفحه‌ای می‌باشد.

بر اساس انتظار و مطابق شکل ۴، در فانوسی با تعداد کنگره کمتر مود اول کمانش به شکل درون صفحه‌ای و در فانوسی با کنگره بیشتر مود اول کمانش به شکل ستونی روی داد. لازم به ذکر است که در صورت وقوع کمانش فانوسی، این پدیده در مود اول صورت گرفته و سازه دچار واماندگی می‌گردد و تنها در صورتی که از کمانش در یک مود به نوعی جلوگیری شود نوبت به مودهای بالاتر خواهد رسید. لذا بار کمانش و همچنین نوع کمانش محاسبه شده در هر فانوسی مطابق

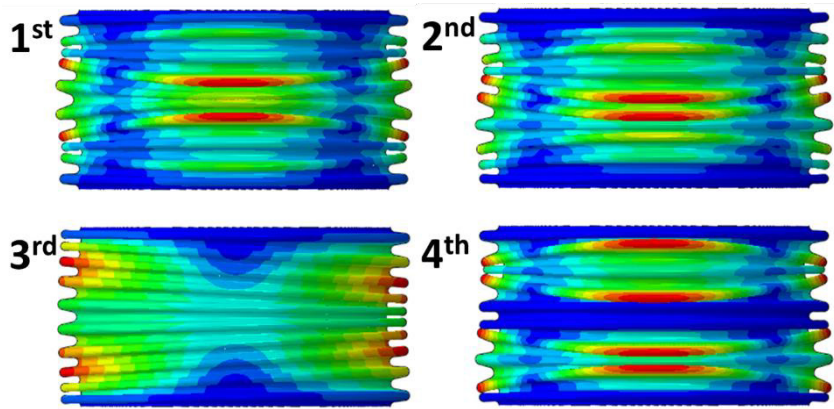


Fig. 6. First 4 modes of buckling in 10 convolutions bellows

شکل ۶: چهار مود اول کمانش فانوسی ۱۰ کنگره‌ای

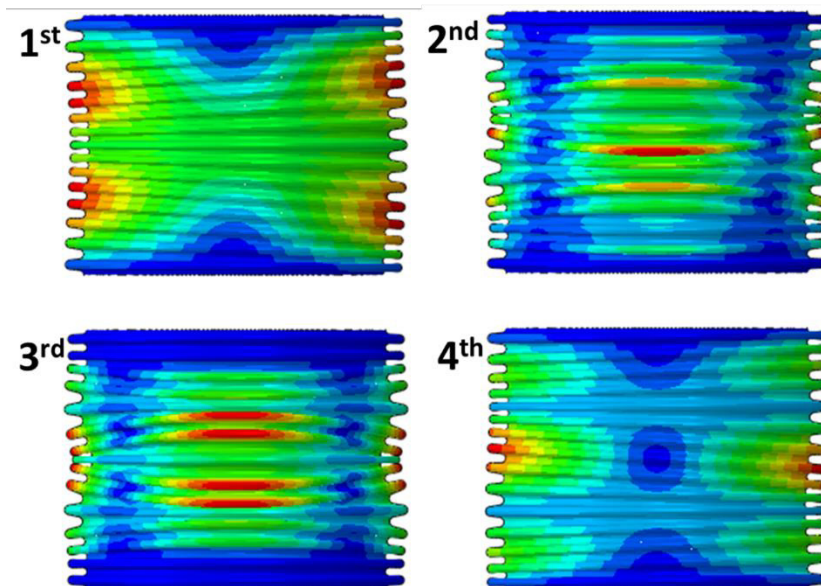


Fig. 7. First 4 modes of buckling in 15 convolutions bellows

شکل ۷: چهار مود اول کمانش فانوسی ۱۵ کنگره‌ای

داده شده است. از مقایسه داده‌های جدول ۲ می‌توان بیان نمود فشار کمانش با استفاده از المان درجه دو بسیار سریع همگرا شده اما با استفاده از المان خطی به کندی همگرا شده است. نکته مهم اختلاف مقدار بار کمانش محاسبه شده با این دو نوع المان می‌باشد. مقدار فشار کمانش محاسبه شده با استفاده از المان‌های درجه دو نسبت به المان‌های خطی بیش از ۱۰ درصد کاهش یافته است. از آنجا که توابع شکل<sup>۱</sup> المان‌های درجه دو به صورت تابع درجه دو و توابع شکل المان‌های خطی به صورت تابع خطی می‌باشد، تحلیل با استفاده از

با مود اول کمانش آن فانوسی می‌باشد. با استفاده از فیوید مهارکننده می‌توان از وقوع کمانش ستونی جلوگیری نمود که در این صورت با افزایش بار، کمانش درون صفحه‌ای در فانوسی‌ها رخ می‌دهد. همچنین در فانوسی‌هایی که دارای حلقه‌های تقویتی می‌باشند کمانش درون صفحه‌ای رخ نمی‌دهد.

برای اطمینان از عدم وابستگی نتایج به اندازه و شکل المان‌ها در تحلیل اجزاء محدود ابتدا می‌بایست همگرایی نتایج مورد بررسی قرار گیرد. در جدول ۲ فشار کمانش موده‌های مختلف فانوسی با ده کنگره با استفاده از اندازه‌های مختلف المان خطی و درجه دو نمایش

1 Shape Function



جدول ۲: فشار کمانش فانوسی ده کنگره‌ای منتج از تحلیل اجزاء محدود (مگاپاسکال)

Table 2. FEM buckling pressure in 10 convolutions bellows (MPa)

المان درجه دو			المان خطی			اندازه المان
مود اول	مود دوم	مود سوم	مود اول	مود دوم	مود سوم	
۴/۰۹۶	۴/۱۵	۵/۱۲	۴/۷۶۵	۴/۸۱۳	۵/۶۴۸	۴
۴/۰۹۴	۴/۱۴۸	۵/۱۱۹	۴/۶۷۶	۴/۶۹۲	۵/۳۶۷	۲
۴/۰۹۴	۴/۱۴۷	۵/۱۱۹	۴/۶۱۲	۴/۶۵۱	۵/۲۵۳	۱
-	-	-	۴/۵۸۹	۴/۶۳۱	۵/۱۷۶	۰/۵

جدول ۳: فشار کمانش فانوسی پانزده کنگره‌ای منتج از تحلیل اجزاء محدود (مگاپاسکال)

Table 3. FEM buckling pressure in 15 convolutions bellows (MPa)

المان درجه دو			المان خطی			اندازه المان
مود اول	مود دوم	مود سوم	مود اول	مود دوم	مود سوم	
۲/۵۳۵	۳/۷۵۳	۳/۸۴۱	۲/۷۹	۴/۲۹	۴/۳۹	۴
۲/۵۳۵	۳/۷۵۳	۳/۸۴۰	۲/۶۴	۴/۲۲	۴/۳۲	۲
۲/۵۳۵	۳/۷۵۲	۳/۸۳۹	۲/۵۸	۴/۱۸	۴/۲۸	۱
-	-	-	۲/۵۷	۴/۱۷	۴/۲۸	۰/۵

انجمن سازندگان اتصالات انبساطی و نتایج تجربی

در جدول ۴ مقادیر فشار کمانش به دست آمده از روش‌های ارائه شده مختلف شامل نتایج تجربی ارائه شده توسط تسوکیموری و ایواتا [۷]، رابطه فشار کمانش درون صفحه‌ای استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی یعنی رابطه (۸)، رابطه فشار کمانش ستونی استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی یعنی رابطه (۱۶)، رابطه فشار کمانش ستونی منتج از رابطه کمانش ستون اولر یعنی رابطه (۶) در فانوسی‌های ده و پانزده کنگره ارائه شده است.

بر اساس جدول ۴ در فانوسی دارای ده کنگره بر اساس رابطه فشار کمانش استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی کمانش درون صفحه‌ای ابتدا رخ داده و در فانوسی دارای پانزده کنگره ابتدا کمانش ستونی رخ خواهد داد که با نتایج تحلیل عددی و شکل‌های ۶ و ۷ مطابقت دارد. باید توجه داشت بر اساس روابط استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی مقدار فشار بحرانی کمانش درون

المان درجه دو سریعتر همگرا شده و همچنین نیاز به تعداد المان کمتری دارد. همچنین با توجه به وقوع پدیده قفل‌شدگی برشی<sup>۱</sup> در المان‌های خطی تحت برش و همچنین وجود توابع شکل درجه دو در المان‌های درجه دو، پاسخ‌های منتج از المان‌های درجه دو صحیح‌تر نیز می‌باشد.

در جدول ۳ همین نتایج برای فانوسی با پانزده کنگره نمایش داده شده است. در این فانوسی همگرایی نتایج مشابه فانوسی ده کنگره‌ای است و در مورد فشار کمانش در مود اول هر دو نوع المان نتایج مشابه به دست می‌دهند اما در سایر مودها مشابه فانوسی قبل، نتایج حاصل از المان‌های درجه دو مقدار کمتری دارد. با توجه به همگرایی سریع‌تر، امکان استفاده از المان‌های بزرگتر و پاسخ‌های صحیح‌تر در ادامه تنها از المان‌های درجه دو استفاده شده است.

۳-۲- مقایسه نتایج تحلیل اجزاء محدود با روابط تحلیلی، استاندارد

1 Shear Locking

جدول ۴: فشار کمانش فانوسی منتج از روش‌های مختلف (مگاپاسکال)

Table 4. Bellows buckling pressure from various approaches (MPa)

رابطه (۶)	تحلیل اجزاء محدود	استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی [۱]		تجربی [۷]	تعداد کنگره
		درون صفحه‌ای	ستونی		
-	۴/۰۹۴	۰/۶۴۶	۵/۹۷۸	۰/۸۳۶	۱۰
۲/۶۵۶	۲/۵۳۵	۰/۶۴۶	۰/۴۶۵	۰/۷۰۷	۱۵

#### ۴- تحلیل اجزاء محدود غیرخطی کمانش در فانوسی‌ها

در این بخش همان دو فانوسی که در بخش قبل تحلیل شده بودند با استفاده از تحلیل غیرخطی و با اعمال نقص<sup>۱</sup> اولیه تحلیل شده‌اند. در ادامه چگونگی و میزان اعمال نقص برای رسیدن به پاسخ صحیح مورد بررسی قرار گرفته و نتایج نهایی با نتایج تجربی و نتایج منتج از روابط استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی مورد مقایسه قرار گرفته است.

#### ۴-۱- مدل‌سازی و تحلیل غیرخطی فانوسی

تحلیل غیرخطی کمانش در حقیقت یک تحلیل بار-جابجایی است و برای این حل از الگوریتم عمومی استاتیک استفاده می‌شود. در این روش فشار در فانوسی در هر مرحله افزایش یافته و تحلیل استاتیک با بارگذاری جدید بر روی آن صورت می‌گیرد تا جایی که سازه دیگر تحمل بار وارده را نداشته باشد و یک جابه‌جایی چشم‌گیر در آن روی دهد. این روش توسط فورده و استیمر [۱۲] با جزئیات مورد بررسی قرار گرفته است. خروجی این تحلیل به صورت یک نمودار ضریب تناسب بار<sup>۲</sup> بوده که نموداری مشابه شکل ۸ است. مقدار بیشینه بار در این نمودار نیروی کمانش را برای سازه ارائه می‌کند. در این نمودار بار افزایش می‌یابد تا حدی که به حداکثر برسد و پس از آن ناگهان کاهش می‌یابد، زیرا سازه دچار واماندگی شده و نمی‌تواند چنین باری را تحمل کند.

در تحلیل غیرخطی فانوسی مدل‌سازی همانند تحلیل خطی بوده اما به دلیل این که شکل مودهای کمانشی لزوما دارای صفحه

صفحه‌ای به تعداد کنگره وابسته نبوده اما مقدار فشار بحرانی کمانش ستونی با کاهش تعداد کنگره‌ها افزایش می‌یابد (شکل ۴). در هندسه فانوسی‌های تحلیل شده، این افزایش فشار کمانش با کاهش تعداد کنگره‌ها ادامه داشته تا در فانوسی دارای دوازده کنگره مقدار فشار بحرانی کمانش ستونی از مقدار فشار بحرانی کمانش درون صفحه‌ای بیشتر شده، و لذا در فانوسی با تعداد کنگره کمتر از ۱۲ ابتدا کمانش درون صفحه‌ای روی داده است. در فانوسی دارای پانزده کنگره تطابق مناسبی بین رابطه (۶) منتج از رابطه کمانش اولر و نتیجه تحلیل اجزاء محدود وجود دارد. این تطابق نشان‌دهنده صحت روش تقریبی محاسبه ممان سطح و ضریب فنریت فانوسی دارد. همچنین بر اساس داده‌های فوق مقادیر استاندارد از مقادیر منتج از آزمون مقدار کمتری دارند که با توجه به این که استاندارد با در نظر گرفتن ضرایب تصحیح ۱/۷۵ و ۲/۲۵ شرایط بدبینانه را در نظر گرفته است این اختلاف منطقی به نظر می‌رسد. اما مهم‌ترین نتیجه جدول ۴ فاصله بسیار زیاد نتایج تحلیل اجزاء محدود با نتایج تجربی با وجود ارائه صحیح نوع کمانش است. برای چرایی این تفاوت دلیلی بسیار روشن وجود دارد. در تحلیل اجزاء محدود حاضر هندسه فانوسی کامل و بدون هیچ نقصی در نظر گرفته شده، در حالی که فانوسی واقعی به هیچ عنوان نمی‌تواند استوانه کامل بوده و کنگره‌هایی کاملاً یکسان داشته باشد، و این نقائص هستند که باعث کمانش فانوسی در فشارهای بسیار کمتر می‌شود. لذا لازم است به شکلی این نواقص در تحلیل اجزاء محدود وارد شود که برای این کار نیاز به تحلیل غیر خطی وجود دارد.

1 Imperfection  
2 Load Proportionality Factor (LPF)

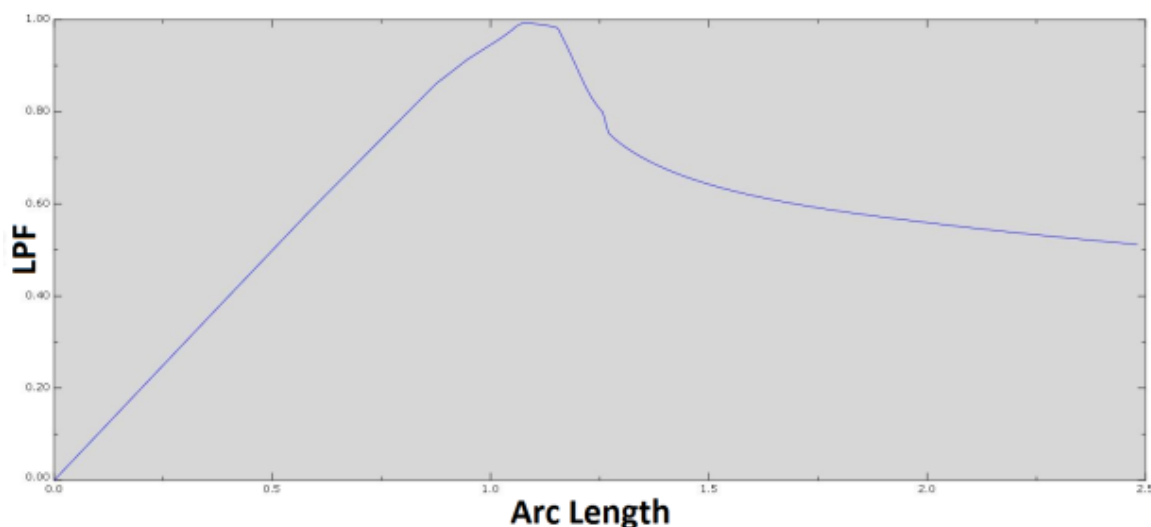


Fig. 8. Schematic of a Load Proportionality Factor (LPF) chart [14]

شکل ۸: شماتیک یک نمودار ضریب تناسب بار [14]

سازه استفاده می‌شود. برای این منظور ابتدا لازم است با استفاده از یک تحلیل اجزاء محدود خطی مقدار ویژه، شکل مودهای کمانشی سازه به دست آید. بنابر آنچه در بخش قبلی بیان گردید اگرچه فشار کمانش به دست آمده از این روش مقدار صحیحی ندارد، اما شکل مود به دست آمده صحیح است. سپس ضریبی از جابه‌جایی مربوط به هر مود را به عنوان نقص اولیه بر مدل اعمال نمود. به طور مثال اگر تنها مود اول کمانش ستونی با ضریب ۱ به عنوان نقص اعمال گردد آنگاه وسط فانوسی که در مود اول کمانش ستونی دارای بیشترین جابه‌جایی است، به مقدار ۱ واحد منحرف می‌شود و مابقی نقاط بر طبق شکل مود و متناسب با مقدار ۱ واحد منحرف می‌شوند.

برای اعمال نقص بدین صورت دو متغیر وجود خواهد داشت. متغیر اول تعداد مودهای کمانشی و متغیر دوم ضریب اعمالی برای هر مود کمانش می‌باشد. به منظور بررسی اثر دو متغیر فوق، در هر دو فانوسی مورد بحث تعداد مختلف مودها با ضرایب مختلف جابه‌جایی بر مدل اولیه اعمال شده و نتایج تحلیل غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته است.

ابتدا در فانوسی ده کنگره‌ای، اثر اعمال ۱ تا ۱۰ مود شکل کمانش با مقدار حداکثر ۰/۱ میلی‌متر به عنوان نقص اولیه بر مقدار فشار بحرانی کمانش بررسی شده است. نتیجه به دست آمده در شکل ۹ نمایش داده شده است. بر این اساس مقدار تفاوت ایجاد شده در فشار بحرانی کمانش مدلی با اعمال یک مود نقص در مقابل مدلی با

تقارن یکسانی نیستند مدل‌سازی به‌طور کامل صورت گرفته و از تقارن استفاده نشده است. همچنین برای ماده نیز خواص پلاستیک به شکل الاستیک پلاستیک خطی تعریف شده است، یعنی برای تنش تسلیم ۲۸۰ مگاپاسکال مقدار کرنش صفر و برای تنش نهایی ۶۲۰ مگاپاسکال کرنش ۰/۳۲ در نظر گرفته شده است [۱۳].

#### ۲-۴- نتایج تحلیل غیرخطی بدون اعمال نقص

تحلیل اجزاء محدود غیرخطی ابتدا بر روی مدل ده کنگره صورت گرفت. در این فانوسی بین نوع شبکه‌بندی و نتایج وابستگی ایجاد شد به شکلی که برای المان خطی با سایز ۴ و ۱ جواب نسبتاً یکسانی به دست آمد اما برای سایز المان ۲ و ۱/۵ نوع مود کمانش اصولاً متفاوت بود. همچنین برای مدل‌هایی با سایز المان ۳ و ۲/۵ و ۳/۵ نتایج حل همگرا نشد. اما نکته مهم اینجاست که فارغ از نوع تغییر شکل به دست آمده فشار کمانش به دست آمده مقدار معتبری نداشت. در فانوسی با پانزده کنگره نیز به هیچ وجه مود کمانش ستونی روی نداد و فانوسی تنها به اصطلاح متورم شده و به کلی وارد ناحیه تغییر شکل پلاستیک شد. بر این اساس تنها راه بررسی کمانش فانوسی‌ها استفاده از اعمال نقص می‌باشد.

#### ۳-۴- نتایج تحلیل غیرخطی با اعمال نقص

برای اعمال نقص بر مدل فانوسی از شکل مودهای کمانشی این

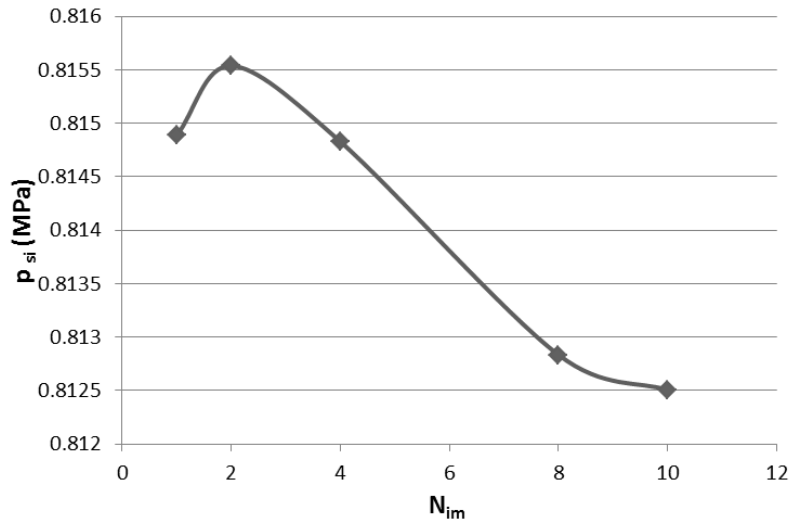


Fig. 9. Chart of  $P_{si}$  with respect to  $N_{im}$  in 10 convolutions bellows

شکل ۹: نمودار فشار کمانش بر حسب تعداد مود نقص اعمال شده در فانوسی ده کنگره

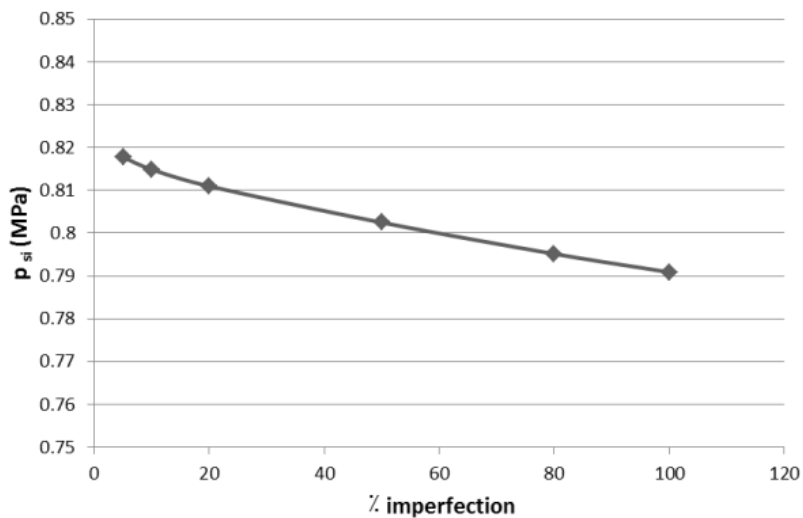


Fig. 10. Chart of  $P_{si}$  with respect to the percentage of the imperfection regarding thickness in 10 convolutions bellows

شکل ۱۰: نمودار فشار کمانش بر حسب درصد نقص اعمال شده بر حسب ضخامت در فانوسی ده کنگره

اعمال جابه‌جایی به‌صورت درصدی از ضخامت فانوسی می‌باشد. بر این اساس مقدار تفاوت ایجاد شده در فشار بحرانی کمانش مدلی با اعمال مقدار حداکثر ۰/۰۵ میلی‌متر در مقابل مدلی با اعمال حداکثر ۱ میلی‌متر نقص تنها ۶/۳۶ درصد می‌باشد. لازم به ذکر است اختلاف نتیجه تحلیل خطی مقدار ویژه با تحلیل غیرخطی با اعمال یک مود نقص با مقدار حداکثر ۰/۱ میلی‌متر برابر ۴۰۲ درصد است. با توجه به این‌که میزان تأثیر تعداد مدهای کمانشی به عنوان

اعمال ده مود نقص تنها ۰/۵۶ درصد می‌باشد. افزایش فشار بحرانی کمانش در اعمال دو مود را نیز می‌توان به دلیل حالت تغییر شکل در این دو مود دانست که تا حدی تغییر شکل در این دو مود در برخی کنگره‌ها معکوس یکدیگر می‌باشد. سپس، اثر اعمال یک مود شکل کمانش به عنوان نقص اولیه با مقادیر حداکثر متفاوت از ۰/۰۵ میلی‌متر تا ۱ میلی‌متر مورد بررسی قرار گرفته است. نتیجه به‌دست آمده در شکل ۱۰ نمایش شده است. محور افقی نمودار مبین مقدار

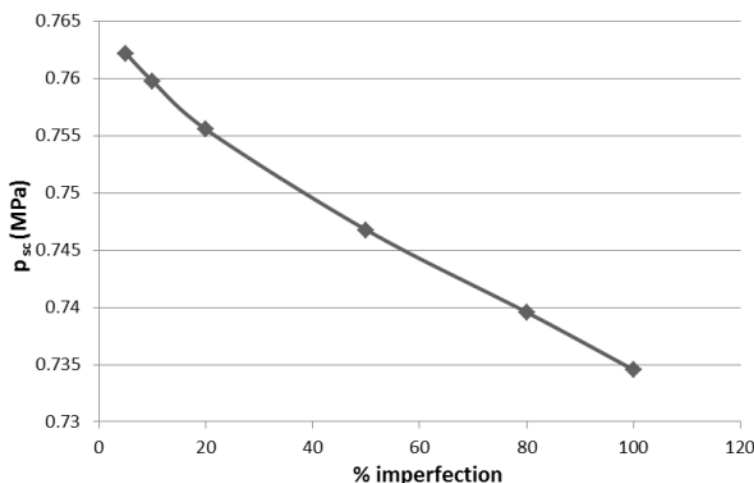


Fig. 11. Chart of  $P_{si}$  with respect to the percentage of the imperfection regarding to thickness in 15 convolutions bellows

شکل ۱۱: نمودار فشار کمانش بر حسب درصد نقص اعمال شده بر حسب ضخامت در فانوسی پانزده کنگره

جدول ۵: فشار کمانش فانوسی منتج از روش‌های مختلف تحلیل اجزاء محدود (مگاپاسکال)

Table 5. Bellows buckling pressure from various FEM approaches (MPa)

درصد خطای غیرخطی با اعمال نقص نسبت به تجربی	تحلیل اجزاء محدود		استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی [۱]	تجربی [۷]	تعداد کنگره
	غیرخطی با اعمال نقص	مقدار ویژه خطی			
۲/۴	۰/۸۱۶	۴/۰۹۴	۰/۶۴۶	۰/۸۳۶	۱۰
۷/۳	۰/۷۵۹	۲/۵۳۵	۰/۴۶۵	۰/۷۰۷	۱۵

اساس استفاده از روش اعمال نقص در تحلیل غیرخطی اجزاء محدود تأثیر بسیاری بر نتایج داشته و دقت بسیار بالایی در پیش‌بینی مقدار فشار کمانش فانوسی دارد. از آنجایی که نتایج این روش با نتایج تجربی مقایسه شده و دارای تطابق بسیار مناسبی است، لذا این روش تحلیل اجزاء محدود بر روش خطی بلیوف و همکاران [۱۰] و روش غیرخطی بدون اعمال نقص ویلیامز [۱۱] که هر دو بدون مقایسه نتایج با نتایج تجربی بوده، ارجح است.

#### ۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله ابتدا انواع کمانش فانوسی و روابط آن‌ها مورد بررسی قرار گرفت. سپس به کمک نرم‌افزار آباکوس کمانش درون صفحه‌ای و ستونی فانوسی‌ها مورد بررسی و نتایج آن با نتایج روابط استاندارد و نتایج تجربی مورد مقایسه قرار گرفت. در مورد تحلیل اجزاء محدود

نقص بسیار ناچیز بود لذا در فانوسی پانزده کنگره‌ای تنها اثر اعمال یک مود شکل کمانش به عنوان نقص اولیه با مقادیر متفاوت از حداکثر ۰/۰۵ میلی‌متر تا ۱ میلی‌متر مورد بررسی قرار گرفته است. نتیجه به‌دست آمده در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. بر این اساس مقدار تفاوت ایجاد شده در فشار بحرانی کمانش مدلی با مقدار حداکثر ۰/۰۵ میلی‌متر در مقابل مدلی با اعمال حداکثر ۱ میلی‌متر نقص تنها ۷/۷۶ درصد می‌باشد. اختلاف نتیجه تحلیل خطی مقدار ویژه با تحلیل غیرخطی با اعمال یک مود نقص با مقدار حداکثر ۰/۱ میلی‌متر برابر ۲۳۴ درصد است.

در جدول ۵ نتایج تجربی، نتایج منتج از روابط استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی، تحلیل اجزاء محدود خطی مقدار ویژه، تحلیل اجزاء محدود غیرخطی همراه اعمال یک مود نقص با ضریب ۰/۰۱ و درصد خطای آن نسبت به نتایج تجربی ارائه شده است. بر این

نتایج زیر را می‌توان عنوان نمود.	$K$	ضریب فنریت یک کنگره فانوسی (N/mm)
• تحلیل خطی اجزاء محدود در مورد کمانش فانوسی‌ها چندان کارآمد نمی‌باشد و فشار بحرانی کمانش را به مراتب بیشتر از مقدار واقعی به دست می‌آورد اما نوع و شکل کمانش را به درستی ارائه می‌دهد.	$K_{\theta}$	ضریب فنریت زاویه‌ای یک کنگره فانوسی (N/mm)
	$K_d$	ضریب تصحیح تنش تسلیم
	$K_f$	ضریب روش تولید
• فشار بحرانی کمانش، به دست آمده از تحلیل اجزاء محدود با استفاده از المان‌های درجه دو حدود ۱۰ درصد کم‌تر از نتایج حاصل از تحلیل با المان‌های خطی می‌باشد. دلیل این تفاوت را می‌توان در هندسه منحنی شکل فانوسی‌ها و نحوه تغییر شکل المان درجه دو و خطی جستجو نمود.	$L$	طول ستون یا فانوسی (mm)
• با استفاده از تحلیل غیرخطی با اعمال چند شکل مود به عنوان نقص اولیه، نتایج به دست آمده از تحلیل اجزاء محدود از دقت مناسبی در مقایسه با نتایج تجربی برخوردار می‌باشد (حدود ۵ درصد).	$F_{cr}$	نیروی محوری کمانش (N)
• تأثیر وجود نقص در روش غیرخطی بر فشار کمانش بسیار زیاد بوده و لزوماً باید در نظر گرفته شود. اما مقدار آن و تعداد مودهای اعمال شده به عنوان نقص تأثیر چندانی بر نتایج ندارد.	$F_{iu}$	ضریب فنریت کل فانوسی (N/mm)
• روابط استاندارد‌ها همواره در مقایسه با نتایج تجربی و تحلیل غیرخطی، جواب‌هایی محتاطانه به لحاظ کاربردهای طراحی ارائه می‌دهد.	$N$	تعداد کنگره‌های فانوسی
	$N_{im}$	تعداد مودهای کمانش اعمال شده در نقص
	$n$	تعداد لایه‌های فانوسی
	$P_{sc}$	فشار کمانش ستونی (N/mm <sup>2</sup> )
	$P_{si}$	فشار کمانش درون صفحه‌ای (N/mm <sup>2</sup> )
	$q$	گام کنگره (mm)
	$r_m$	شعاع متوسط کنگره (mm)
	$S_d$	ضریب هندسی تصحیح تنش تسلیم
	$S_y$	تنش تسلیم ماده (N/mm <sup>2</sup> )
	$S_y^*$	تنش تسلیم تصحیح شده ماده (N/mm <sup>2</sup> )
	$t_p$	ضخامت هر لایه (mm)
	$w$	عمق هر کنگره (mm)
	$Y_{sm}$	ضریب تنش تسلیم
	$\alpha$	علائم یونانی ضریب تأثیر عکس‌العمل متقابل تنش و ناپایداری صفحه‌ای
	$\varphi$	نسبت فشار طراحی به فشار بحرانی
	$\xi_f$	کرنش شکل‌دهی فانوسی
	$A_c$	سطح مقطع فانوسی (mm <sup>2</sup> )
	$C_{\theta}$	ضریب کاهش فشار ناپایداری به واسطه وجود چرخش
	$C_m$	ضریب مقاومت ماده در دمای کمتر از دمای خزش
	$C_p$	ضریب ثابتی برای مرتبط ساختن رفتار بخش U شکل با تیر نواری ساده
	$D_i$	قطر داخلی فانوسی (mm)
	$D_m$	قطر متوسط فانوسی (mm)
	$E$	مدول الاستیسیته (N/mm <sup>2</sup> )
	$e$	جابه‌جایی فانوسی (mm)
	$e_{\theta}$	جابه‌جایی زاویه‌ای فانوسی (deg)
	$I$	ممان سطح (mm <sup>4</sup> )

### مراجع

- [1] E.J.M. Association, Standards of the Expansion Joint Manufacturers Association, in, 2008.
- [2] ASME, ASME boiler and pressure vessel code, in: division I&II, 2007.



- Newfoundland 2000.
- [9] H. Jian, e. all, In-Plane Instability of U-Shaped Bellows Subjected to Pressure Loadings, Int. J. Pres. Ves. & Piping, 51 (1992) 229-240.
- [10] A.K. Belyaev, e. all, Theoretical and experimental studies of the stress-strain state of expansion bellows as elastic shells, St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics 3(2017) 7-14.
- [11] D.K. Williams, Buckling considerations for u-shaped bellows utilized in flexible metal hoses, in: ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, 2005.
- [12] W. Forde, S. Stierner, Improved Arc-Length Orthogonality Methods for Nonlinear Finite Element Analysis, Computers and Structures, 27 (1987) 625-630.
- [13] ASM, Atlas of Stress-Strain curves, 2 ed., 2002.
- [14] S. DASSAULT, SIMULIA UserAssistance 2019, (2019).
- [3] B. standards, Unified Pressure Vessels, in: Design, 2009.
- [4] W. Flugge, Stresses in shells, Springer-Verlag, 1989.
- [5] T.M. Trainer, e. all, Final Report on the Development of Analytical Techniques for Bellows and Diaphragm Design, in: Air Force Rocket propulsion Laboratory Research and Technology Division Air Force Systems Command, California, 1968.
- [6] K. Tsukimori, e. al, A simplified analysis method for buckling of bellows under internal pressure and its validation tests, in: sixth international conference of PVP, 1986, pp. 663-670.
- [7] K. Tsukimori, K. Iwata, The Buckling Behavior of U-Shaped Bellows under Pressure Loads, Int. J. Pres. Ves. & Piping, 44 (1990) 365-380.
- [8] C. Becht, Behavior of bellows, Memorial University Of

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

A. R. Shahani, M. H. Hajbagheri, Study of the Analytical Solutions and Modelling of Nonlinear Buckling in Bellows, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(2) (2021) 729-744.

DOI: [10.22060/mej.2019.16539.6394](https://doi.org/10.22060/mej.2019.16539.6394)



