

Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(2) (2021) 179-182 DOI: 10.22060/mej.2019.16539.6394

Study of the Analytical Solutions and Modelling of Nonlinear Buckling in Bellows

A.R. Shahani^{*}, M.H. Hajbagheri

Faculty of Mechanical Engineering, K.N. Toosi University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT: Bellows are one of the widely used elements in various industries. These elements often contain an internal fluid flow and they are used as the length compensator, vibration absorber, and sealer. Usually, they are under pressure and out of range increasing in pressure can cause buckling of bellows. There are two types of buckling in bellows known as column buckling and in-plane buckling. In this paper first, a comprehensive study was done on analytical solutions of bellows buckling in the literature and then both types of buckling were investigated by using finite element method software ABAQUS and the results were compared with the experimental results that had been reported in references. According to the results, although elastic analysis of bellows buckling gives correct mode shapes, the buckling pressure is several times as much the experimental one. Then, buckling pressure is computed by applying imperfection according to the primary buckling mode shapes and nonlinear analysis was done by the use of the pressure-displacement curve. Finally, the necessary number of buckling mode shapes applied as imperfection and the amount of the mode shape amplitude required was investigated by comparing the results with the experimental one and finally good agreement with experimental results was obtained.

Review History:

Received: Jun. 17, 2019 Revised: Aug. 14, 2019 Accepted: Sep. 02, 2019 Available Online: Oct. 01, 2019

Keywords: Bellows Nonlinear buckling Finite element method Imperfection

1. INTRODUCTION

Excessive internal pressure may cause a bellows to become unstable and buckle. The two most common forms are column buckling and in-plane buckling. Column buckling is defined as a gross lateral shift of the center section of the bellows and in-plane buckling is characterized by tilting or warping of one or more convolutions. Column buckling is most associated with bellows which have a relatively large length-to-diameter ratio and in-plane buckling is most associated with bellows which have a relatively small ratio.[1]

Expansion Joint Manufacturers Association (EJMA) provides equations for each of these two types of instability. Tsukimori and Iwata [2] investigate types of bellows buckling by performing a number of experiments. Belyaev et al. [3] present the analytical relation for bellows buckling and investigate the accuracy of their analysis by using linear Finite Element Method (FEM) with ANSYS software. Williams [4] analyzed the bellows buckling using the nonlinear pressure-displacement method and compared the result with the equations in the papers and standards and reported the differences in FEM results with the EJMA's equations results. But neither of the two recent articles has compared their results with the experimental results.

In this paper, the analytical equations of both types of buckling are investigated. Then, to analyze them in two different bellows, linear FEM modelling is performed and its results are compared with the experimental results of Tsukimori and Iwata and EJMA equations. Then, by applying the initial imperfections and using nonlinear FEM (Riks method), the buckling pressures are obtained in accordance with the experimental results of Tsukimori and Iwata.

2. METHODOLOGY

The column bellows buckling equations are developed based on the Euler buckling equation (Eq. (1)) and the correction coefficients obtained from the experimental results in the bellows design standards. In Eq. (1), F_{cr} is axial buckling force, E is the modulus of elasticity, I surface moment of inertia and L is the effective length. According to EJMA -the most comprehensive standard of bellows- column buckling pressure can be obtained from Eq. (2) with respect to the safety factor 2.25 where P_{sc} is column buckling pressure, N is the number of convolutions, F_{in} is the axial spring rate per convolution and q is the convolution pitch. However, the in-plane buckling equations are presented based on the relationship between the internal pressure and the yield stress of the bellows material. In EJMA, in-plane buckling pressure is given by Eq. (3) with respect to the safety factor 1.75 where P_{si} is in-plane buckling pressure, A_c is the effective area, S_v^* is the corrected yield stress, D_m is the mean diameter, α is the in-plane instability stress interaction factor and k_{i} is the circumferential stress factor.

$$F_{\rm cr} = \frac{4\pi^2 EI}{I_{\rm c}^2} \tag{1}$$

$$P_{sc} = \frac{0.34\pi f_{iu}}{N^2 a}$$
(2)

*Corresponding author's email: shahani@kntu.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.



Fig. 1. Four modes of buckling in 10 convolution bellows



Fig. 2. Four modes of buckling in 15 convolutions bellows

$$P_{si} = \frac{1.3A_c S_y^*}{K_r D_m q \sqrt{\alpha}}$$
(3)

Linear buckling FEM is performed for two bellows, which have been already analyzed by Tsukimori and Iwata, using the eigenvalue method in ABAQUS software. The results are then compared with the values obtained from EJMA equations and the experimental results of Tsukimori and Iwata [2]. It is observed that the results are not enough accurate. In nonlinear FEM modelling, the results depend on mesh and element size in addition, and bellows only swelled and entered the plastic deformation but not buckled. Accordingly, the only way is using initial imperfection. In order to apply the imperfection to bellows, the buckling mode shapes of this structure are derived from linear analysis. There are two variables to apply imperfection. The first variable is the number of buckling mode shapes and the second is the coefficient of action for each buckle shape mode. In order to investigate the effect of these two variables, in both bellows, the number of different modes with different displacement coefficients is applied to the initial model and the results of the nonlinear analysis are compared.

3. RESULTS AND DISCUSSION

Figs. 1 and 2 show the first four buckling mode shapes for bellows with ten and fifteen convolutions resulting from

Table 1. Buckling pressure from various approaches

Ν	Buckling pressure (MPa)						
	EXP [2]	EJMA	A [1]		Eq (1)		
		In-	column	FEM			
		plane					
10	0.836	0.646	5.978	4.094	-		
15	0.707	0.646	0.465	2.535	2.656		

linear FE analysis. In the ten convolutions bellows the first, second, and fourth modes are in-plane buckling and the third mode is column buckling. But in the bellows with fifteen convolutions, the first and fourth modes are column buckling, and the second and third modes are in-plane buckling. As expected, first buckle mode in a relatively small length-to-diameter ratio is the in-plane buckle, and in a relatively large length-to-diameter ratio is the column buckle.

Table 1 compares the buckling pressure results obtained from linear FE analysis with experimental, EJMA and Euler results. According to EJMA, the first buckling mode in ten convolutions bellows is in-plane buckling and in fifteen convolutions bellows is column buckling, which is in agreement to the linear FEM results (Figs. 1 and 2). In fifteen convolutions bellows, there is a good agreement between the Euler buckling equation (Eq. (1)) and the linear FEM result. But the most important result of Table 1 is the large difference between the FEM results and the experimental results in spite of the correct buckling type. There is a very clear reason for this difference. The linear FEM considers full bellows geometry without any defects, while real bellows can not be a complete cylinder and have quite identical congresses, and these are the defects that cause the bellows to buckle much earlier. Therefore, it is necessary to incorporate these deficiencies into FEM, which requires nonlinear analysis.

In the nonlinear FEM for ten-convolution bellows, the effect of applying 1 to 10 number of buckling mode shapes with a maximum 10% of bellows thickness as the imperfection on the buckling pressure value is investigated. The result is shown in Fig. 3. Accordingly, the magnitude of the difference in buckling pressure by applying one mode versus ten modes is only 0.5%. Then, the effect of applying imperfection with values ranging from 5% to 100% bellows thickness is investigated. The result is shown in Fig. 4. Accordingly, the difference is only 6.36%. It should be noted that the difference between the results of the linear FEM with the nonlinear FEM by applying one mode shape with 10% of thickness as imperfection is equal to 402%.

Since the effect of the number of buckling modes as an imperfection was negligible, the effect of applying buckling modes as the imperfection with the values ranging from 5% to 100% of bellows thickness was investigated in fifteen-convolution bellows (Fig. 5). Accordingly, the difference in model with a maximum of 5% versus a 100% bellows thickness is only 7.76%. But the difference between the results of the linear FEM with the nonlinear FEM by applying one mode shape with 10% of thickness as imperfection is equal to 234%.







Fig. 5. P_{se} - % imperfection in 15 convolution bellows

Table 2 presents the buckling pressure results obtained from nonlinear FEM (with one mode and 10% imperfection), linear FEM, experimental results and EJMA formulas. Accordingly, using of imperfection and nonlinear FEM has a great improvement in the results and cause a very high accuracy in predicting the bellows buckling pressure. Since the results of this method are compared with the experimental results and are in very good agreement (Table 2), this method of FE analysis is preferred over the linear method of Belyaev et al. [3] and nonlinear method of Williams [4] both of which did not compare their results with experiments.

4. CONCLUSIONS

In the case of FE analysis of bellows buckling the following results can be stated:

• Linear FE analysis of bellows buckling is not very efficient and provides critical buckling pressure far above the actual value but provides the type and shape of the buckling modes correctly.

• Using nonlinear FEM by applying buckling mode shapes obtained from linear analysis as the initial imperfection, provide accurate results compared to the experimental results (with a maximum error of about 5%).



Fig. 4. P_{si} - % imperfection in 10 convolution bellows

Table 2. Buckling pressure from various FEM approaches

		Buckling pressure (MPa)				
Ν	EXP [2]	EJMA [1]	Eigen value linear FEM	Nonlinear imperfection FEM	%Error	
10	0.836	0.646	4.094	0.816	2.4	
15	0.707	0.465	2.535	0.759	7.3	

• The effect of imperfection in nonlinear FEM on buckling pressure is very high and must be considered. But its value and the number of mode shapes applied as an imperfection have little effect on the results.

• Standard equations are always conservative in design applications compared to experimental and nonlinear FEM results.

REFERENCES

- [1] E.J.M. Association, Standards of the Expansion Joint Manufacturers Association, in, 2008.
- [2] K. Tsukimori, K. Iwata, The Buckling Behavior of U-Shaped Bellows under Pressure Loads, Int. J, Pres. Ves. & Piping, 44 (1990) 365-380.
- [3] A.K. Belyaev, T.V. Zinovieva, K.K. Smirnov, Theoretical and experimental studies of the stress-strain state of expansion bellows as elastic shells, St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics 3(2017) 7-14.
- [4] D.K. Williams, Buckling considerations for u-shaped bellows utilized in flexible metal hoses, in: ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, 2005

HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. R. Shahani, M. H. Hajbagheri, Study of the Analytical Solutions and Modelling of Nonlinear Buckling in Bellows, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(2) (2021) 179-182.

DOI: 10.22060/mej.2019.16539.6394



نشریه مهندسی مکانیک امیر کبیر



بررسی روابط تحلیلی و مدلسازی کمانش غیرخطی در فانوسیها

اميررضا شاهاني*، محمد حسن حاجباقري

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی، تهران، ایران

خلاصه: فانوسیها یکی از اجزای پرکاربرد در بسیاری از صنایع میباشند. غالبا داخل این اجزاء سیالی در حرکت بوده و از فانوسی به عنوان جبران کننده طول، نشتبند و جاذب ارتعاشات استفاده می شود. کار کرد فانوسیها معمولا تحت فشار بوده و افزایش بیش از حد فشار موجب کمانش در فانوسی می شود. در فانوسیها دو نوع کمانش رخ می دهد که با نام کمانش ستونی و کمانش درون صفحهای شناخته می شوند. در این مقاله ابتدا به بررسی روابط تحلیلی ارائه شده پیرامون کمانش فانوسی پرداخته شده سپس با استفاده از نرم افزار اجزاء محدود آباکوس کمانش فانوسیها مورد بررسی قرار گرفته و نتایج آن با نتایج تجربی موجود در منابع مقایسه شده است. بر اساس نتایج به دست آمده هرچند تحلیل الاستیک پدیده کمانش برابر فشار تجربی موجود در منابع مقایسه شده است. بر اساس نتایج به دست آمده هرچند تحلیل الاستیک پدیده کمانش نوانوسیها شکل مودهای صحیح و قابل قبولی را نتیجه می دهد اما فشار کمانش به دست آمده از این تحلیل چندین برابر فشار تجربی می می اند. سپس با اعمال نقص به صورت جابه جایی هم شکل با چند مود ابتدایی کمانش سازه و تحلیل غیر خطی با استفاده از نمودار نیرو حبابه جایی، بار کمانش سازه محاسبه گردیده است. در ادامه تعداد مودها و میزان اعمال جابه جایی اولیه مورد نیاز با مقایسه نتایج تحلیل عددی با نتایج تجربی موجود مورد بررسی قرار گرفته و میزان اعمال بر بن نتایج تحلیل عددی و نتایج تحلیل عددی با نتایج تحربی موجود مورد بررسی قرار گرفته و همگرایی مناسبی برین نتایج تحلیل عددی و نتایج تجربی به وجود آمده است.

تاریخچه داوری: دریافت: ۱۳۹۸/۰۳/۲۷ بازنگری: ۱۳۹۸/۰۵/۲۳ پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۱۱ ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۷/۰۹

> کلمات کلیدی: فانوسی کمانش غیرخطی روش اجزاء محدود نقص

و خارجی و همچنین مقدار معینی از انواع جابه جایی به جز پیچش را

دارا میباشند. در صنایع مختلف این قطعه با نامهایی چون فانوسی،

سیلفون، اتصالات آکاردئونی، اتصالات موجدار و ... شناخته می شود،

کنگرههای فانوسی میتوانند شکلهای مختلفی به خود بگیرند.

نوع یو شکل، نوع اس شکل، نوع زیگما شکل و ... نمونههایی از این

اشکال میباشند. هریک از این الگوها سبب ایجاد خواصی در فانوسی

مى شود. همچنين فانوسى قابليت تقويت شدن بهوسيله حلقههاى

تقویت کننده را نیز دارد. به علاوه فانوسی می تواند متشکل از چندین

لایه باشد. در این پژوهش فانوسی یو شکل بدون حلقه تقویتی و

با توحه به کاربرد گسترده این اجزاء در صنایع مختلف چندین

استاندارد در زمینه طراحی و به کار گیری این اجزاء ارائه شده است.

اما در این پژوهش از آن با نام فانوسی یاد میشود.

تکلایه مورد بررسی قرار گرفته است.

۱– مقدمه

ایجاد ارتعاشات، جابهجایی و تغییر طول در سیستمهای لوله کشی و اتصالات، در صورتی که سیستم از انعطاف پذیری لازم برخوردار نباشد، باعث وارد شدن صدمه به سیستم خواهد شد. اما عموم لولهها و اتصالات فلزی از انعطاف پذیری ناچیزی برخوردار بوده و از سوی دیگر در بسیاری از کاربردهای واقعی و صنعتی، تأمین امکان انعطاف پذیری لازم و ضروری است. یکی از اجزائی که برای تأمین انعطاف پذیری مورد استفاده قرار می گیرد فانوسی^۱ می باشد.

فانوسی لولهای جدار نازک، کنگرهدار و انعطاف پذیر می باشد که قابلیت افزایش و کاهش طول را در قبال اعمال تغییر فشار و یا جابه جایی انتهای خود دارد. فانوسی ها توانایی تحمل فشارهای داخلی

1 Bellows

^{*} نویسنده عهدهدار مکاتبات: shahani@kntu.ac.ir

کی ای محقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیر کبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) که یک این محاقرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی^۱ [۱] استانداردی است که بهطور اختصاصی برای طراحی فانوسیها ارائه شده است. در بخشی از استاندارد ارائه شده توسط انجمن مهندسان مکانیک آمریکا در زمینه بویلرها و مخازن تحت فشار^۲ [۲] به ارائه روابط طراحی فانوسیها پرداخته شده است. در استاندارد اروپایی^۳ [۳] نیز در بخشی به ارائه روابطی جهت طراحی فانوسیها پرداخته شده است.

در طراحی فانوسی باید معیارهای زیادی مورد توجه قرار گیرد. یکی از معیارها، پایداری فانوسی و عدم کمانش آن بر اثر فشار سیال داخلی یا خارجی میباشد که در این زمینه استانداردها روابطی ارائه کردهاند. پژوهشگران مختلف در طی سالیان به بررسی تحلیلی، تجربی و شبیهسازی کمانش این اجزاء پرداختهاند. فلوگه [۴] با ارائه رابطهای برای محاسبه ضریب فنریت معادل فانوسی و استفاده از رابطه کمانش اولر، رابطهای برای محاسبه فشار کمانش در فانوسی ارائه داد. ترینر و همکاران [۵] با انجام آزمایشهایی ضرایب رابطه فلوگه را بررسی کردند. تسوکیموری و همکاران [۶] و تسوکیموری و ایواتا [۷] در مقالات خود، كمانش فانوسى را از لحاظ تحليلي و تجربي مورد بررسي قرار داده و یک رابطه جامع برای آن ارائه دادند. بچ [۸] نیز با ارائه مدلی کمانش درون صفحهای فانوسی را بررسی نموده و رابطهای برای آن ارائه داده است. هوجیان و همکاران [۹] نیز کمانش درون صفحهای را از دیدگاه رسیدن تنش به تنش تسلیم مورد بررسی قرار دادهاند. در زمینه مدلسازی و استفاده از روشهای عددی نیز تلاشهای زیادی انجام گرفته است. بلیوف و همکاران [۱۰] با استفاده از نرمافزار انسیس[†] و انجام تحلیل خطی رابطه تحلیلی ارائه شده توسط خود را مورد بررسی قرار دادهاند اما این تحلیل را با هیچ نتیجه تجربي مورد مقايسه قرار ندادهاند. اما ويليامز [11] با استفاده از روش غيرخطي فشار-جابهجايي اقدام به تحليل يك فانوسي نموده و نتيجه را با روابط موجود در مقالات و استاندارد مقایسه کرده، اما او نیز ضمن گزارش اختلاف نتایج تحلیل اجزاء محدود با روابط ارائه شده در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی نتایج تحلیل خود را با هیچ نتیجه تجربی مورد مقایسه قرار نداده است.

در این مقاله روابط تحلیلی کمانش به همراه روابط استانداردهای

سه گانه ارائه شده است. در ادامه تحلیل اجزاء محدود خطی و غیر خطی انجام شده و نتایج آن با نتایج تجربی تسوکیموری و ایواتا [۷] مورد مقایسه قرار گرفته است. در ادامه با اعمال نقصهای اولیه در فانوسی و سپس تحلیل غیر خطی کمانش، مقدار فشاری منطبق با نتایج تجربی از تحلیل اجزاء محدود به دست آمده است.

۲- بررسی روابط ارائه شده پیرامون کمانش فانوسیها

قبل از بررسی روابط کمانش فانوسیها، شماتیکی از یک فانوسی به همراه ابعاد مشخصه آن به جهت معرفی هندسه فانوسی در شکل ۱ نمایش داده شده است.

بهطور کلی بر اثر اعمال فشار داخلی امکان وقوع دو نوع کمانش در فانوسی وجود دارد که کمانش ستونی و کمانش درون صفحهای نامیده می شود. کمانش ستونی حرکت جانبی فاحش بخش مرکزی فانوسی یا انقباض در یک سطح و انبساط در سطح مقابل آن تعریف می گردد (شکل ۲). این وضعیت بیشتر در فانوسی هایی روی می دهد که نسبت طول به قطر زیادی داشته و مشابه انحراف یک ستون تحت بار فشاری می باشد. اما کمانش درون صفحهای یک تغییر شکل غیرمتقارن در کنگرهها میباشد که بهصورت کجشدگی یا تابخوردگی یک یا چند کنگره رخ میدهد (شکل ۳). این رخداد اغلب در فانوسیهایی با نسبت طول به قطر كمتر روى مىدهد. البته بر اثر اعمال فشار خارجى بر فانوسیها تنها امکان کمانش درون صفحهای وجود دارد [۱]. بر اساس روابط استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی و با فرض ثابت بودن تمامی متغیرهای فانوسی و تنها تغییر تعداد کنگرهها، فشار بحرانى كمانش بر اثر فشار داخلى بهصورت شماتيك مانند شكل ۴ خواهد بود. بر اساس شکل ۴ مقدار فشار بحرانی کمانش درون صفحهای به تعداد کنگره وابسته نبوده ولی مقدار فشار بحرانی کمانش ستونى با كاهش تعداد كنگرهها افزايش مىيابد. اين افزايش ادامه یافته تاجایی که در یک تعداد کنگره مقدار فشار بحرانی کمانش ستونی از مقدار فشار بحرانی کمانش درون صفحهای بیشتر خواهد شد، این تعداد کنگره مرز رویداد کمانش درون صفحهای یا کمانش ستونی خواهد بود. به عبارت دیگر فانوسیهایی که تنها تفاوت آنها تعداد کنگره است، با افزایش فشار داخلی اگر کنگرهها از تعداد کنگره مرز کمتر باشد دچار کمانش درون صفحهای شده و اگر کنگرهها از تعداد کنگره مرز بیشتر باشد دچار کمانش ستونی خواهند شد. لازم

¹ Expansion Joint Manufacturers Association (EJMA)

² American Society of Mechanical Engineers (ASME)

³ European Standards (EN)

⁴ ANSYS



Fig. 3. Bellows in-plane buckling شکل ۳: کمانش درون صفحهای فانوسی

درون صفحهای وجود دارد.

۲-۱- روابط ارائه شده برای فشار کمانش ستونی روابط حاکم برکمانش ستونی فانوسی، بر اساس روابط کمانش به ذکر است اگر به شیوهای از بروز کمانش ستونی جلوگیری شود در 🦳 اولر برای ستون دو سر گیردار پایهگذاری شده است، شکل کلی رابطه



Fig. 2. Bellows column buckling **شکل ۲:** کمانش ستونی فانوسی

فانوسی با تعداد کنگره بیش از تعداد مرزی نیز امکان بروز کمانش کمانش اولر به صورت رابطه (۱) می باشد:



Fig. 4. buckling types according to number of convolutions
[1] شکل ۴: نوع کمانش بر اساس تعداد کنگرهها

$$L = qN \tag{(f)}$$

۸ عداد کنگره،
$$\, p$$
قدار ضریب فنریت کل فانوسی و $\, q \,$ گام
کنگره فانوسی است. از سویی نیروی محوری وارد بر فانوسیها بر اثر
عمال فشار داخلی نیز مطابق با رابطه (۵) بیان میگردد:

فشار کمانش ستونی است. با جایگذاری روابط (۳) و (۴) در رابطه (۲) و سپس جایگذاری نتیجه آن به همراه رابطه (۵) در رابطه (۱)، رابطه کمانش در فانوسیها به صورت رابطه (۶) بهدست میآید:

$$P_{sc} = \frac{2\pi f_{iu}}{N^2 q} \tag{8}$$

تسوکیموری و همکاران [۶] نیز با ارائه رابطه (۷) برای فشار بحرانی کمانش ستونی، عمق کنگرهها (*w*) را نیز در این فشار مؤثر دانستهاند (البته تأثیر این مؤلفه به دلیل کوچک بودن عمق کنگرهها در برابر قطر متوسط فانوسی در اغلب موارد بسیار کم میباشد).

$$P_{sc} = \frac{2\pi f_{iu}}{N^2 q (1 + \frac{2w}{D_m})}$$
(Y)

اما در هر سه استاندارد یاد شده فشار بحرانی کمانش ستونی بر مبنای قطر متوسط و بهطور یکسان به شکل رابطه (۸) بیان گردیده است [۳–۱]:

$$F_{\rm cr} = \frac{4\pi^2 EI}{L^2} \tag{1}$$

 $F_{\rm cr}$ نیروی محوری کمانش، E مدول الاستیسیته، I ممان سطح و L طول ستون یا فانوسی است. از آنجا که در فانوسی با توجه به هندسه ویژه محاسبه ممان اینرسی سطح دشوار میباشد، لذا این مؤلفه با استفاده از روابط موجود پیرامون استوانه جدار نازک محاسبه می گردد. بر اساس بیان فلوگه [۴] در استوانههای جدار نازک مقدار صلبیت خمشی به شکل رابطه (۲) بیان می گردد.

$$EI = \frac{1}{2}KL\frac{D_m^2}{4} \tag{(7)}$$

K ضریب فنریت یک کنگره فانوسی و D_m قطر متوسط فانوسی است. در این باره ترینر و همکاران [۵] بر اساس نتایج تجربی بر روی فانوسیهای مختلف، مقدار دقیق ضریب $\frac{1}{7}$ در رابطه (۲) را بین ۲۵۶٬۰ و ۲۶/۳۰بیان نموده، و تقریب $\frac{1}{7}$ را مناسب میدانند. در فانوسیها مقدار ضریب فنریت کل فانوسی و طول فانوسی به ترتیب بر اساس روابط (۳) و (۴) بیان می گردد:

$$K = \frac{f_{iu}}{N} \tag{(7)}$$

$$P_{si} = \frac{3n}{C_p} \left(\frac{t_p}{w}\right)^2 S_y \tag{11}$$

n تعداد لایه فانوسی، C_p ضریب ثابتی برای مرتبط ساختن رفتار بخش U شکل با تیر نواری ساده است. در زمینه کمانش درون صفحهای در استاندارد اروپایی رابطهای به شکل رابطه (۱۲) ارائه شده است، اجزای این رابطه در روابط (۱۳) تا (۱۵) معرفی شدهاند [۳].

$$P_{si} = (\pi - 2) \frac{A_c S_y^*}{D_m q \sqrt{\alpha}} \tag{11}$$

$$\begin{cases} S_{y}^{*} = K_{d}S_{y}(cold \ work) \\ S_{y}^{*} = 0.75S_{y}(Anealled) \end{cases}$$
(17)

$$K_{d} = \begin{cases} 1+5 \times S_{d} \leftarrow S_{d} \le 0.2\\ 2 \leftarrow S_{d} \ge 0.2 \end{cases}$$
(14)
$$S_{d} = 1.04 \sqrt{\left[\ln\left(1+2\frac{w}{D_{i}}\right)\right]^{2} + \left[\ln\left(1+\frac{t_{p}}{2r_{m}+t_{p}}\right)\right]^{2}}$$
(10)

مطح مقطع فانوسی، S_y^* تنش تسلیم تصحیح شده ماده، A_c سطح مقطع فانوسی، α تنش تسلیم تصحیح شده ماده، D_m قطر متوسط فانوسی، α ضریب تاثیر عکسالعمل متقابل تنش r_m ، r_m و ناپایداری صفحهای، S_d ضریب هندسی تصحیح تنش تسلیم، شعاع متوسط کنگره و D_i قطر داخلی فانوسی است.

در استاندارد انجمن مهندسین مکانیک آمریکا رابطه فشار بحرانی کمانش درون صفحهای همان رابطه استاندارد اروپایی بوده با این تفاوت که در تنش تسلیم اصلاح شده در حالت کارسرد، به جای

$$P_{sc} = \frac{0.34\pi f_{iu}}{N^2 q} \tag{A}$$

همانطور که مشخص است تنها تفاوت موجود بین روابط (۶) و (۸) در ضریب آنها میباشد. با توجه به این که روابط استانداردها بر اساس نتایج تجربی تصحیح میشود، فلذا منشأ این تفاوت را میبایست در نتایج تجربی جستجو نمود. لازم به ذکر است در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی ذیل رابطه (۸) بیان شده، به دلیل وجود برخی عیوب در فانوسیها در داخل رابطه (۸) ضریب اطمینانی به مقدار ۲/۲۵ در نظر گرفته شده است. باید توجه داشت که این ضریب با ضریب اطمینانی که در زمان طراحی باید برای فشار بحرانی کمانش در نظر گرفته شود متفاوت است.

۲-۲- روابط ارائه شده برای فشار کمانش درون صفحهای

بچ [۸] با پیشنهاد دو مدل برای کمانش درون صفحهای فانوسی تکلایه به نتایجی مشابه دست یافت. در مدل اول او فرض نمود در هر نیم کنگره فانوسی در محل ریشه، وسط عمق کنگره و تاج کنگره یک فنر پیچشی قرار گرفته و پوسته میان آنها نیز تیر صلب است. وی پس از حل معادله تعادل این مدل رابطه (۹) را ارائه نمود.

$$P_{si} = \frac{16t_p^2}{4w^2 + q^2} S_y \tag{9}$$

 t_p فشار کمانش درون صفحهای، S_y تنش تسلیم ماده، P_{si} فشار کمانش درون صفحهای، S_y تنش تسلیم ماده، را ضخامت هر لایه است. بچ [Λ] در مدل دوم فنر وسط عمق کنگره را حذف نموده و مدل را با دو فنری که در ریشه و تاج قرار گرفته بررسی نمود که به رابطه (۱۰) رسیده است.

$$P_{si} = \frac{4t_p^2}{q^2} S_y \tag{(1)}$$

هوجیان و همکاران [۹] پس از بررسی نتایج تجربی بیان میدارند که کمانش درون صفحهای بر مبنای رسیدن تنش نصفالنهاری خمشی، به تنش تسلیم ماده روی میدهد. البته با توجه به انجام کارسرد در شکلدهی فانوسیها و افزایش تنش تسلیم ماده در صورت عدم وجود فرآیند تنشزدایی پس از تولید فانوسی لازم است از مقدار تنش تسلیم با در نظر گرفتن کارسرد بر روی فانوسی استفاده گردد.

استفاده از ضریب K_d از مقدار ثابت ۲/۳ برابر تنش تسلیم استفاده شده است [۲]. اما در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی این روابط شامل جزییات بیشتری بوده و روش تولید، جابه جایی طولی و زاویه ای را نیز در روابط داخل کرده و رابطه (۱۶) را به عنوان فشار بحرانی کمانش درون صفحه ای ارائه داده که جزئیات آن در روابط (۱۷) تا (۲۵) بیان شده است [۱].

$$P_{si} = \frac{1.3A_c S_y^*}{K_r D_m q \sqrt{\alpha}} \tag{19}$$

$$A_{c} = \left[2\pi r_{m} + 2\sqrt{\left(\frac{q}{2} - 2r_{m}\right)^{2} + \left(w - 2r_{m}\right)^{2}}\right]nt_{p} \quad (1\text{V})$$

$$K_{r} = \begin{cases} \frac{2(q+e_{x}) + \frac{1}{K_{\theta}} + e_{y}}{2q} \\ extension \frac{2(q+e_{x}) - \frac{1}{K_{\theta}} + e_{y}}{2q} \\ compression \frac{2(q+e_{x}) - \frac{1}{K_{\theta}} + e_{y}}{2q} \end{cases}$$
(1A)

$$K_{\theta} = \begin{cases} \frac{e_{\theta}C_{\theta}}{e_{\theta}C_{\theta} + 0..14q\varphi} if C_{\theta} < 1 \\ 1 \quad if \quad C_{\theta} = 1 \end{cases}$$
(19)

$$\varphi = \frac{P}{\frac{0.764\pi f_{iu}}{n^2 q}} \tag{(7.)}$$

$$S_{y}^{*} = 0.67 C_{m} S_{y}$$
 (T1)

$$\begin{cases} C_m = 1.5Y_{sm}(cold work) \\ C_m = 1.5(Anealled) \end{cases}$$
(77)

$$Y_{sm} = 1 + 9.94 \times 10^{-2} \left(K_f \varepsilon_f \right) - 7.59 \times 10^{-4} \left(K_f \varepsilon_f \right)^2 - (\Upsilon \Upsilon)$$

$$2.4 \times 10^{-6} \left(K_f \varepsilon_f \right)^3 + 2.21 \times 10^{-8} \left(K_f \varepsilon_f \right)^4$$

$$K_{f} = \begin{cases} 1 \leftarrow expanding mandrel or roll forming\\ 0.6 \leftarrow hydraulic or pneumatic tube forming \end{cases}$$
(74)

$$\varepsilon_{f} = 100 \sqrt{\left[\ln\left(1 + 2\frac{w}{D_{i}}\right)\right]^{2} + \left[\ln\left(1 + \frac{nt_{p}}{2r_{m}}\right)\right]^{2}}$$
(7 Δ)

جابهجایی عرضی، e_x جابهجایی طولی، e_{θ} جابهجایی e_v زاویهای و $C_{ heta}$ ضریب کاهش فشار ناپایداری است. در مقایسه بین روابط سه استاندارد، در صورتی که جابه جایی محوری و زاویه انحراف وجود نداشته باشد، تفاوت میان روابط به ضریب ۱/۳ در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی و ضریب ۱/۱۴ در دو استاندارد دیگر، و مقدار تنش تسلیم خالص مؤثر، محدود شده که با توجه به این که استاندار د انجمن سازندگان اتصالات انبساطی جزئیات بیشتری را در نظر گرفته لذا فشار بحرانی بیشتری را می تواند تضمین کند. قابل توجه این که بر اساس تمامی روابط ارائه شده فشار بحرانی کمانش درون صفحهای مستقل از تعداد کنگرههای فانوسی میباشد. لازم به ذکر است در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی ذیل رابطه (۱۶) بیان شده که به دلیل وجود برخی عیوب در فانوسیها در داخل این رابطه ضریب اطمینانی به مقدار ۱/۷۵ در نظر گرفته شده است. باید توجه داشت که این ضریب با ضریب اطمینانی که در زمان طراحی باید در نظر گرفته شود متفاوت بوده و در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی بیان گردیده که فشار در طراحی باید حداقل دارای ضریب اطمینان ۱/۵ نسبت به فشار محاسبه شده طبق , ابطه (۱۶) باشد [۱].

۳- تحلیل اجزاء محدود خطی کمانش در فانوسیها

در این بخش ابتدا برای دو فانوسی که توسط تسوکیموری و ایواتا [۷] مورد بررسی کمانشی قرار گرفته، در نرمافزار آباکوس^۱ مدلسازی و تحلیل اجزاء محدود خطی کمانش انجام شده، سپس دقت مدلسازی و شبکهبندی مورد بررسی قرار گرفته است. در ادامه نتایج به دست آمده با مقادیر منتج از روابط ارائه شده در استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی و نتایج تجربی تسوکیموری و ایواتا [۷] مورد مقایسه قرار گرفته است.

۳-۱- مدلسازی و تحلیل خطی فانوسی

تسوکیموری و ایواتا [۷] فانوسیهایی با هندسه کنگرههای

¹ ABAQUS

قطر متوسط فانوسی	شعاع متوسط کنگره	تعداد لايه	عمق کنگرہ	ضخامت	تعداد کنگره
294/0	۴	١	۱۷/۵	•/۵	۱۰ و ۱۵

جدول ۱: ابعاد فانوسیهای مدل شده بر حسب میلیمتر Table 1. Dimensions of modelled bellows (mm)



 Fig. 5. Finite element model of bellows

 شکل ۵: مدل تحلیل اجزاء محدود فانوسی

با هر مود را که در واقع ضریب بار اعمالی به مدل برای وقوع آن مود کمانش میباشد به عنوان نتیجه ارائه میدهد. ۳-۲- نتایج تحلیل اجزاء محدود خطی کمانش

شکلهای ۶ و ۷ نمایش چهار مود اول کمانش برای فانوسیهایی با ده و پانزده کنگره است. در فانوسی ده کنگرهای مودهای اول، دوم و چهارم کمانش از نوع درون صفحهای بوده و مود سوم نیز بهصورت کمانش ستونی میباشد. اما در فانوسی پانزده کنگرهای مودهای اول و چهارم کمانش از نوع ستونی و مودهای دوم و سوم از نوع کمانش درون صفحهای میباشد.

بر اساس انتظار و مطابق شکل ۴، در فانوسی با تعداد کنگره کمتر مود اول کمانش به شکل درون صفحهای و در فانوسی با کنگره بیشتر مود اول کمانش به شکل ستونی روی داد. لازم به ذکر است که در صورت وقوع کمانش فانوسی، این پدیده در مود اول صورت گرفته و سازه دچار واماندگی می گردد و تنها در صورتی که از کمانش در یک مود به نوعی جلوگیری شود نوبت به مودهای بالاتر خواهد رسید. فلذا بار کمانش و همچنین نوع کمانش محاسبه شده در هر فانوسی مطابق یکسان ولی با تعداد کنگره متفاوت را تحت آزمون کمانش قرار دادهاند، مشخصات این فانوسیها در جدول ۱ نمایش داده شدهاست.

فانوسیهای مورد تحلیل قرار گرفته از جنس فولاد AISI 321 آنیل شده می باشد که مدول الاستیسیته آن برابر ۲۰۰ گیگا پاسکال و تنش تسلیم آن ۲۸۰ مگاپاسکال میباشد. در مقاله حاضر برای انجام تحلیل اجزاء محدود از نرمافزار آباکوس ۲۰۱۹ استفاده شده است. به دلیل وجود تقارن در هندسه اولیه و تغییر شکل کمانشی فانوسیها، مدلسازیها به صورت نیمه (۱۸۰ درجهای) صورت گرفته است. لازم به توضيح است اگرچه هندسه و بارگذاري فانوسي به شکل متقارن محوری است اما از آنجایی که شکل کمانش یافته آن متقارن محوری نبوده لذا مدلسازی به روش متقارن محوری صحیح نیست. به منظور شبکهبندی فانوسیها از دو نوع المان پوسته خطی و درجه دو استفاده شده و نتایج آنها با یکدیگر مقایسه شده است. بارگذاری تنها شامل اعمال فشار بر سطح داخلی فانوسیها بوده است. با توجه به شرایط آزمون انجام شده توسط تسوکیموری و ایواتا [۷] دو سر فانوسیها گیردار شده و تمامی شش درجه آزادی محدود شده است. لازم به ذکر است از آنجا که فانوسیها اغلب در مدارهای لولهکشی سیالات مورد استفاده قرار گرفته و لولهها خود مهار شدهاند، لذا در اغلب موارد کاربردی نیز دو سر فانوسیها کاملا مقید میباشد. در صفحه تقارن مدل نیز از شرایط تقارن استفاده شده است. نمونهای از فانوسی مدلسازی شده در شکل ۵ آمده است.

در تحلیل اجزاء محدود کمانش فانوسیها از روش مقدار ویژه^۳ برای بهدست آوردن شکل مودها استفاده شده است. این تحلیل بهصورت الاستیک بوده و از خواص پلاستیک ماده چشمپوشی می کند. در این تحلیل نرمافزار ضمن ارائه شکل مودهای کمانشی، مقادیر ویژه مرتبط

S4R Element
 S8R Element

² Sok Elen

³ Eigen Value



Fig. 6. First 4 modes of buckling in 10 convolutions bellows شکل ۶: چهار مود اول کمانش فانوسی ۱۰ کنگرهای



Fig. 7. First 4 modes of buckling in 15 convolutions bellows شکل ۷: چهار مود اول کمانش فانوسی ۱۵ کنگره ای

با مود اول کمانش آن فانوسی میباشد. با استفاده از قیود مهار کننده میتوان از وقوع کمانش ستونی جلوگیری نمود که در این صورت با افزاش بار، کمانش درون صفحهای در فانوسیها رخ میدهد. همچنین در فانوسیهایی که دارای حلقههای تقویتی میباشند کمانش درون صفحهای رخ نمیدهد.

برای اطمینان از عدم وابستگی نتایج به اندازه و شکل المانها در تحلیل اجزاء محدود ابتدا میبایست همگرایی نتایج مورد بررسی قرار گیرد. در جدول ۲ فشار کمانش مودهای مختلف فانوسی با ده کنگره با استفاده از اندازههای مختلف المان خطی و درجه دو نمایش

داده شده است. از مقایسه دادههای جدول ۲ میتوان بیان نمود فشار کمانش با استفاده از المان درجه دو بسیار سریع همگرا شده اما با استفاده از المان خطی به کندی همگرا شده است. نکته مهم اختلاف مقدار بار کمانش محاسبه شده با این دو نوع المان میباشد. مقدار فشار کمانش محاسبه شده با استفاده از المانهای درجه دو نسبت به المانهای خطی بیش از ۱۰ درصد کاهش یافته است. از آنجا که توابع شکل ^۱ المانهای درجه دو به صورت تابع درجه دو و توابع شکل المانهای خطی به صورت تابع خطی میباشد، تحلیل با استفاده از

¹ Shape Function

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳، شماره ۲، سال ۱۴۰۰، صفحه ۷۲۹ تا ۷۴۴

دو	ان درجه	الما		اندان		
مود	مود	مود	مود	مود	مود	المارد
اول	دوم	سوم	اول	دوم	سوم	0,
4/098	4/10	۵/۱۲	4/120	4/812	6/941	۴
4/.94	4/141	۵/۱۱۹	4/979	4/892	۵/۳۶۷	٢
4/094	4/147	۵/۱۱۹	4/817	4/801	۵/۲۵۳	١
-	-	-	۴/۵۸۹	4/831	۵/۱۷۶	•/۵

جدول ۲: فشار کمانش فانوسی ده کنگرهای منتج از تحلیل اجزاء محدود (مگاپاسکال) Table 2. FEM buckling pressure in 10 convolutions bellows (MPa)

جدول ۳: فشار کمانش فانوسی پانزده کنگرهای منتج از تحلیل اجزاء محدود (مگاپاسکال) Table 3. FEM buckling pressure in 15 convolutions bellows (MPa)

دو	ان درجه	الما	ى	اندانه		
مود	مود	مود	مود	مود	مود	المان
اول	دوم	سوم	اول	دوم	سوم	000
۲/۵۳۵	30/122	۳/8۴۱	۲/۷۹	4/29	4/39	۴
۲/۵۳۵	30/12	۳/۸۴۰	7/94	4/77	4/42	٢
۲/۵۳۵	3/102	٣/٨٣٩	۲/۵۸	۴/۱۸	۴/۲۸	١
-	-	-	۲/۵۷	۴/۱۷	۴/۲۸	•/۵

انجمن سازندگان اتصالات انبساطی و نتایج تجربی

در جدول ۴ مقادیر فشار کمانش بهدست آمده از روشهای ارائه شده مختلف شامل نتایچ تجربی ارائه شده توسط تسوکیموری و ایواتا [۷]، رابطه فشار کمانش درون صفحهای استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی یعنی رابطه (۸)، رابطه فشار کمانش ستونی استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی یعنی رابطه (۶)، رابطه فشار کمانش ستونی منتج از رابطه کمانش ستون اولر یعنی رابطه (۶) در فانوسیهای ده و پانزده کنگره ارائه شده است.

بر اساس جدول ۴ در فانوسی دارای ده کنگره بر اساس رابطه فشار کمانش استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی کمانش درون صفحهای ابتدا رخ داده و در فانوسی دارای پانزده کنگره ابتدا کمانش ستونی رخ خواهد داد که با نتایج تحلیل عددی و شکلهای ۶ و ۲ مطابقت دارد. باید توجه داشت بر اساس روابط استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی مقدار فشار بحرانی کمانش درون المان درجه دو سریعتر همگرا شده و همچنین نیاز به تعداد المان کمتری دارد. همچنین با توجه به وقوع پدیده قفلشدگی برشی^۱ در المانهای خطی تحت برش و همچنین وجود توابع شکل درجه دو در المانهای درجه دو، پاسخهای منتج از المانهای درجه دو صحیحتر نیز میباشد.

در جدول ۳ همین نتایج برای فانوسی با پانزده کنگره نمایش داده شده است. در این فانوسی همگرایی نتایج مشابه فانوسی ده کنگرهای است و در مورد فشار کمانش در مود اول هر دو نوع المان نتایجی مشابه به دست میدهند اما در سایر مودها مشابه فانوسی قبل، نتایج حاصل از المانهای درجه دو مقدار کمتری دارد. باتوحه به همگرایی سریعتر، امکان استفاده از المانهای بزرگتر و پاسخهای صحیحتر در ادامه تنها از المانهای درجه دو استفاده شده است.

٣-٢- مقايسه نتايج تحليل اجزاء محدود با روابط تحليلي، استاندارد

¹ Shear Locking

رابطه (ع)	تحليل اجزاء محدود	رد انجمن ن اتصالات طی [۱]	استاندار سازندگار انبسار	تجربی [۷]	تعد <i>اد</i> کنگره
(7)		درون صفحهای	ستونى		
-	41.94	• /949	۵/۹۷۸	۰/۸۳۶	١٠
2/808	2/222	• /949	•/480	• / Y • Y	۱۵

جدول ۴: فشار کمانش فانوسی منتج از روش های مختلف (مگاپاسکال) Table 4. Bellows buckling pressure from various approaches (MPa)

۴- تحلیل اجزاء محدود غیرخطی کمانش در فانوسیها

در این بخش همان دو فانوسی که در بخش قبل تحلیل شده بودند با استفاده از تحلیل غیرخطی و با اعمال نقص اولیه تحلیل شدهاند. در ادامه چگونگی و میزان اعمال نقص برای رسیدن به پاسخ صحیح مورد بررسی قرار گرفته و نتایج نهایی با نتایج تجربی و نتایج منتج از روابط استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی مورد مقایسه قرار گرفته است.

۴-۱- مدلسازی و تحلیل غیرخطی فانوسی

تحلیل غیرخطی کمانش در حقیقت یک تحلیل بار-جابجایی است و برای این حل از الگوریتم عمومی استاتیک استفاده میشود. در این روش فشار در فانوسی در هر مرحله افزایش یافته و تحلیل استاتیک با بارگذاری جدید بر روی آن صورت می گیرد تا جایی که سازه دیگر تحمل بار وارده را نداشته باشد و یک جابهجایی چشم گیر در آن روی دهد. این روش توسط فورده و استیمر [1۲] با جزئیات مورد بررسی قرار گرفته است. خروجی این تحلیل به صورت یک نمودار ضریب تناسب بار⁷ بوده که نموداری مشابه شکل ۸ است. مقدار بیشینه بار در این نمودار نیروی کمانش را برای سازه ارائه می کند. در این نمودار بار افزایش می یابد تا حدی که به حداکثر برسد و پس از آن ناگهان کاهش می یابد، زیرا سازه دچار واماندگی شده و نمیتواند چنین باری را تحمل کند. در تحلیل غیرخطی فانوسی مدل سازی همانند تحلیل خطی صفحهای به تعداد کنگره وابسته نبوده اما مقدار فشار بحرانی کمانش ستونی با کاهش تعداد کنگرهها افزایش می یابد (شکل ۴). در هندسه فانوسیهای تحلیل شده، این افزایش فشار کمانش با کاهش تعداد کنگرهها ادامه داشته تا در فانوسی دارای دوازده کنگره مقدار فشار بحرانی کمانش ستونی از مقدار فشار بحرانی کمانش درون صفحهای بیشتر شده، و لذا در فانوسی با تعداد کنگره کمتر از ۱۲ ابتدا کمانش درون صفحهای روی داده است. در فانوسی دارای پانزده کنگره تطابق مناسبی بین رابطه (۶) منتج از رابطه کمانش اولر و نتیجه تحلیل اجزاء محدود وجود دارد. این تطابق نشاندهنده صحت روش تقریبی محاسبه ممان سطح و ضریب فنریت فانوسی دارد. همچنین بر اساس دادههای فوق مقادیر استاندارد از مقادیر منتج از آزمون مقدار کمتری دارند که با توجه به این که استاندارد با در نظر گرفتن ضرایب تصحیح ۱/۷۵ و ۲/۲۵ شرایط بدبینانه را در نظر گرفته است این اختلاف منطقی به نظر می رسد. اما مهم ترین نتیجه جدول ۴ فاصله بسیار زياد نتايج تحليل اجزاء محدود با نتايج تجربى با وجود ارائه صحيح نوع کمانش است. برای چرایی این تفاوت دلیلی بسیار روشن وجود دارد. در تحلیل اجزاء محدود حاضر هندسه فانوسی کامل و بدون هیچ نقصی درنظر گرفته شده، در حالیکه فانوسی واقعی به هیچ عنوان نمى تواند استوانه كامل بوده و كنگر هايي كاملا يكسان داشته باشد، و این نقائص هستند که باعث کمانش فانوسی در فشارهای بسیار کمتر میشود. لذا لازم است به شکلی این نواقص در تحلیل اجزاء محدود وارد شود که برای این کار نیاز به تحلیل غیر خطی وجود دارد.

¹ Imperfection

² Load Proportionality Factor (LPF)



Fig. 8. Schematic of a Load Proportionality Factor (LPF) chart [14] [14] شکل ۸: شماتیک یک نمودار ضریب تناسب بار

تقارن یکسانی نیستند مدلسازی بهطور کامل صورت گرفته و از تقارن استفاده نشده است. همچنین برای ماده نیز خواص پلاستیک به شکل الاستیک پلاستیک خطی تعریف شده است، یعنی برای تنش تسلیم ۲۸۰ مگاپاسکال مقدار کرنش صفر و برای تنش نهایی ۶۲۰ مگاپاسکال کرنش ۲۳/۰ در نظر گرفته شده است [۱۳].

۲-۴- نتایج تحلیل غیرخطی بدون اعمال نقص

تحلیل اجزاء محدود غیرخطی ابتدا بر روی مدل ده کنگره صورت گرفت. در این فانوسی بین نوع شبکهبندی و نتایج وابستگی ایجاد شد به شکلی که برای المان خطی با سایز ۴ و ۱ جواب نسبتا یکسانی بهدست آمد اما برای سایز المان ۲ و ۱/۵ نوع مود کمانش اصولا متفاوت بود. همچنین برای مدلهایی با سایز المان ۳ و ۱/۵ و ۲/۵ نتایج حل همگرا نشد. اما نکته مهم اینجاست که فارغ از نوع تغییر شکل بهدست آمده فشار کمانش بهدست آمده مقدار معتبری نداشت. در فانوسی با پانزده کنگره نیز به هیچ وجه مود کمانش ستونی روی نداد و فانوسی تنها به اصطلاح متورم شده و به کلی وارد ناحیه تغییر شکل پلاستیک شد. بر این اساس تنها راه بررسی کمانش فانوسیها استفاده از اعمال نقص میباشد.

۴-۳- نتایج تحلیل غیرخطی با اعمال نقص

برای اعمال نقص بر مدل فانوسی از شکل مودهای کمانشی این

سازه استفاده می شود. برای این منظور ابتدا لازم است با استفاده از یک تحلیل اجزاء محدود خطی مقدار ویژه، شکل مودهای کمانشی سازه بهدست آید. بنابر آنچه در بخش قبلی بیان گردید اگرچه فشار کمانش بهدست آمده از این روش مقدار صحیحی ندارد، اما شکل مود بهدست آمده صحیح است. سپس ضریبی از جابه جایی مربوط به هر مود را به عنوان نقص اولیه بر مدل اعمال نمود. به طور مثال اگر تنها مود اول کمانش ستونی با ضریب ۱ به عنوان نقص اعمال گردد آنگاه وسط فانوسی که در مود اول کمانش ستونی دارای بیشترین جابه جایی است، به مقدار ۱ واحد منحرف می شود و مابقی نقاط بر طبق شکل مود و متناسب با مقدار ۱ واحد منحرف می شوند.

برای اعمال نقص بدین صورت دو متغیر وجود خواهد داشت. متغیر اول تعداد مودهای کمانشی و متغیر دوم ضریب اعمالی برای هر مود کمانش میباشد. به منظور بررسی اثر دو متغیر فوق، در هر دو فانوسی مورد بحث تعداد مختلف مودها با ضرایب مختلف جابهجایی بر مدل اولیه اعمال شده و نتایج تحلیل غیرخطی مورد بررسی قرار گرفته است.

ابتدا در فانوسی ده کنگرهای، اثر اعمال ۱ تا ۱۰ مود شکل کمانش با مقدار حداکثر ۰/۱ میلیمتر به عنوان نقص اولیه بر مقدار فشار بحرانی کمانش بررسی شده است. نتیجه بهدست آمده در شکل ۹ نمایش داده شده است. بر این اساس مقدار تفاوت ایجاد شده در فشار بحرانی کمانش مدلی با اعمال یک مود نقص در مقابل مدلی با



شکل ۹: نمودار فشار کمانش بر حسب تعداد مود نقص اعمال شده در فانوسی ده کنگره



Fig. 10. Chart of P_{si} with respect to the percentage of the imperfection regarding thickness in 10 convolutions bellows **شکل ۱۰:** نمودار فشار کمانش بر حسب درصد نقص اعمال شده بر حسب ضخامت در فانوسی ده کنگره

اعمال جابهجایی بهصورت درصدی از ضخامت فانوسی میباشد. بر این اساس مقدار تفاوت ایجاد شده در فشار بحرانی کمانش مدلی با اعمال مقدار حداکثر ۲/۰۵ میلیمتر در مقابل مدلی با اعمال حداکثر ۱ میلیمتر نقص تنها ۶/۳۶ درصد میباشد. لازم به ذکر است اختلاف نتیجه تحلیل خطی مقدار ویژه با تحلیل غیرخطی با اعمال یک مود نقص با مقدار حداکثر ۲/۱ میلیمتر برابر ۴۰۲ درصد است.

با توجه به این که میزان تأثیر تعداد مودهای کمانشی به عنوان

اعمال ده مود نقص تنها ۸۶/۵۶ درصد میباشد. افزایش فشار بحرانی کمانش در اعمال دو مود را نیز میتوان به دلیل حالت تغییر شکل در این دو مود دانست که تا حدی تغییر شکل در این دو مود در برخی کنگرهها معکوس یکدیگر میباشد. سپس، اثر اعمال یک مود شکل کمانش به عنوان نقص اولیه با مقادیر حداکثر متفاوت از ۰/۰۵ میلیمتر تا ۱ میلیمتر مورد بررسی قرار گرفته است. نتیجه بهدست آمده در شکل ۱۰ نمایش شده است. محور افقی نمودار مبین مقدار



Fig. 11. Chart of P_{si} with respect to the percentage of the imperfection regarding to thickness in 15 convolutions bellows شکل ۱۱: نمودار فشار کمانش بر حسب درصد نقص اعمال شده بر حسب ضخامت در فانوسی پانزده کنگره

جدول ۵: فشار کمانش فانوسی منتج از روش های مختلف تحلیل اجزاء محدود (مگاپاسکال) Table 5. Bellows buckling pressure from various FEM approaches (MPa)

	تحليل اجزاء محدود				
درصد خطای غیر خطی با	غيرخطى	مقدار	استاندگاه اتمالات	تجربى	تعداد
اعمال نقص نسبت به	سازندگان انصالات انداما [۱] ویژه با اعمال		[٧]	کنگرہ	
تجربى	نقص	خطی	البساطي [1]		
۲/۴	۰/۸۱۶	41.94	• /848	۰/۸۳۶	١٠
۷/۳	٠/٧۵٩	2/222	۰/۴۶۵	• / Y • Y	۱۵

نقص بسیار ناچیز بود لذا در فانوسی پانزده کنگرهای تنها اثر اعمال یک مود شکل کمانش به عنوان نقص اولیه با مقادیر متفاوت از حداکثر ۲۰۰۵ میلیمتر تا ۱ میلیمتر مورد بررسی قرار گرفته است. نتیجه بهدست آمده در شکل ۱۱ نمایش داده شده است. بر این اساس مقدار تفاوت ایجاد شده در فشار بحرانی کمانش مدلی با مقدار حداکثر ۲۰۰۵ میلیمتر در مقابل مدلی با اعمال حداکثر ۱ میلیمتر نقص تنها ۷/۷۶ درصد میباشد. اختلاف نتیجه تحلیل خطی مقدار ویژه با تحلیل غیرخطی با اعمال یک مود نقص با مقدار حداکثر ۱/۰ میلیمتر برابر ۲۳۴ درصد است.

در جدول ۵ نتایج تجربی، نتایج منتج از روابط استاندارد انجمن سازندگان اتصالات انبساطی، تحلیل اجزاء محدود خطی مقدار ویژه، تحلیل اجزاء محدود غیرخطی همراه اعمال یک مود نقص با ضریب ۱۰/۰ و درصد خطای آن نسبت به نتایج تجربی ارائه شده است. بر این

اساس استفاده از روش اعمال نقص در تحلیل غیرخطی اجزاء محدود تأثیر بسیاری بر نتایج داشته و دقت بسیار بالایی در پیشبینی مقدار فشار کمانش فانوسی دارد. از آنجایی که نتایج این روش با نتایج تجربی مقایسه شده و دارای تطابق بسیار مناسبی است، لذا این روش تحلیل اجزاء محدود بر روش خطی بلیوف و همکاران [۱۰] و روش غیرخطی بدون اعمال نقص ویلیامز [۱۱] که هر دو بدون مقایسه نتایج با نتایج تجربی بوده، ارجح است.

۵- نتیجهگیری

در این مقاله ابتدا انواع کمانش فانوسی و روابط آنها مورد بررسی قرار گرفت. سپس به کمک نرمافزار آباکوس کمانش درون صفحهای و ستونی فانوسیها مورد بررسی و نتایج آن با نتایج روابط استاندارد و نتایج تجربی مورد مقایسه قرار گرفت. در مورد تحلیل اجزاء محدود

نتايج زير را ميتوان عنوان نمود.

تحلیل خطی اجزاء محدود در مورد کمانش فانوسیها چندان
 کارآمد نمیباشد و فشار بحرانی کمانش را به مراتب بیشتر از مقدار
 واقعی بهدست میآورد اما نوع و شکل کمانش را به درستی ارائه
 میدهد.

• فشار بحرانی کمانش، بهدست آمده از تحلیل اجزاء محدود با استفاده از المانهای درجه دو حدود ۱۰ درصد کمتر از نتایج حاصل از تحلیل با المانهای خطی میباشد. دلیل این تفاوت را میتوان در هندسه منحنی شکل فانوسیها و نحوه تغییر شکل المان درجه دو و خطی جستجو نمود.

 با استفاده از تحلیل غیرخطی با اعمال چند شکل مود به عنوان نقص اولیه، نتایج بهدست آمده از تحلیل اجزاء محدود از دقت مناسبی در مقایسه با نتایج تجربی برخوردار میباشد (حدود ۵ درصد).

تأثیر وجود نقص در روش غیرخطی بر فشار کمانش بسیار زیاد
 بوده و لزوما باید در نظر گرفته شود. اما مقدار آن و تعداد مودهای
 اعمال شده به عنوان نقص تأثیر چندانی بر نتایج ندارد.

 روابط استانداردها همواره در مقایسه با نتایج تجربی و تحلیل غیرخطی، جوابهایی محتاطانه به لحاظ کاربردهای طراحی ارائه میدهد.

فهرست علايم

علائم انگلیسی

- سطح مقطع فانوسی (mm^2) سطح مقطع A_c
- ضریب کاهش فشار ناپایداری بهواسطه وجود چرخش $C_{ heta}$
 - ضریب مقاومت ماده در دمای کمتر از دمای خزش C_{m}
- ضریب ثابتی برای مرتبط ساختن رفتار بخش U شکل با C_p تیر نواری ساده
 - .D قطر داخلی فانوسی (mm)
 - (mm) قطر متوسط فانوسی D_m
 - (N/mm^2) مدول الاستيسيته E
 - e جابەجايى فانوسى (mm)
 - (deg) جابهجایی زاویهای فانوسی e_{θ}
 - I ممان سطح (mm⁴)

- K ضریب فنریت یک کنگره فانوسی (N/mm) ضریب فنریت یک کنگره فانوسی (N/mm) K_{θ} K_{θ} ضریب فنریت زاویهای یک کنگره فانوسی (N/mm) K_{d} ضریب تصحیح تنش تسلیم K_{d} ضریب روش تولید K_{f}
 - (mm) طول ستون یا فانوسی L
 - (N) نیروی محوری کمانش ($F_{
 m cr}$
 - (N/mm) ضريب فنريت کل فانوسی F_{in}
 - تعداد كنگرەھاي فانوسى N
 - تعداد مودهای کمانش اعمال شده در نقص N_{im}
 - n تعداد لايەھاي فانوسى n
 - (N/mm²) فشار کمانش ستونی (P_{sc}
 - (N/mm^2) فشار کمانش درون صفحهای P_{si}
 - (mm) گام کنگره (mm)
 - (mm) شعاع متوسط کنگره (mm
 - ضريب هندسي تصحيح تنش تسليم S_d
 - (N/mm^2) تنش تسلیم ماده S_v
 - (N/mm^2) تنش تسلیم تصحیح شده ماده S_{y}^{*}
 - (mm) ضخامت هر لايه t_p
 - (mm) عمق هر کنگره (mm)
 - ضريب تنش تسليم $Y_{_{\!\!\!\!sm}}$

علائم يونانى

- ضریب تاثیر عکسالعمل متقابل تنش و ناپایداری صفحهای
 - نسبت فشار طراحی به فشار بحرانی arphi
 - کرنش شکلدهی فانوسی ξ_f

مراجع

- E.J.M. Association, Standards of the Expansion Joint Manufacturers Association, in, 2008.
- [2] ASME, ASME boiler and pressure vessel code, in: division I&II, 2007.

Newfoundland 2000.

- [9] H. Jian, e. all, In-Plane Instability of U-Shaped Bellows Subjected to Pressure Loadings, Int. J. Pres. Ves. & Piping, 51 (1992) 229-240.
- [10] A.K. Belyaev, e. all, Theoretical and experimental studies of the stress-strain state of expansion bellows as elastic shells, St. Petersburg Polytechnical University Journal: Physics and Mathematics 3(2017) 7-14.
- [11] D.K. Williams, Buckling considerations for u-shaped bellows utilized in flexible metal hoses, in: ASME Pressure Vessels and Piping Division Conference, 2005.
- [12] W. Forde, S. Stiemer, Improved Arc-Length Orthogonality Methods for Nonlinear Finite Element Analysis, Computers and Structures, 27 (1987) 625-630.
- [13] ASM, Atlas of Stress-Strain curves, 2 ed., 2002.
- [14] S. DASSAULT, SIMULIA UserAssistance 2019, (2019).

- [3] B. standards, Unified Pressure Vessels, in: Design, 2009.
- [4] W.Flugge, Stresses in shells, Springer-Verlag, 1989.
- [5] T.M. Trainer, e. all, Final Report on the Development of Analytical Techniques for Bellows and Diaphragm Design, in: Air Force Rocket propulsion Laboratory Research and Technology Division Air Force Systems Command, California, 1968.
- [6] K. Tsukimori, e. al, A simplified analysis method for buckling of bellows under internal pressure and its validation tests, in: sixth international conference of PVP, 1986, pp. 663-670.
- [7] K. Tsukimori, K. Iwata, The Buckling Behavior of U-Shaped Bellows under Pressure Loads, Int. J, Pres. Ves. & Piping, 44 (1990) 365-380.
- [8] C.Becht, Behavior of bellows, Memorial University Of

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید: A. R. Shahani, M. H. Hajbagheri, Study of the Analytical Solutions and Modelling of Nonlinear Buckling in Bellows, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(2) (2021) 729-744.



DOI: 10.22060/mej.2019.16539.6394

بی موجعه محمد ا