Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 52(10) (2021) 677-680
DOI: 10.22060/mej.2019.16354.6340

Experimental Determination of the Modified Drucker-Prager Cap Constitutive Model for 92 Percent Alumina Powder

S. Salamati-Khiavi, S. H. Ghaderi*, S. V. Hosseini

Department of Mechanical and Mechatronics Engineering, Shahrood University of Technology, Shahrood, Iran.

ABSTRACT: In this research, the deformation behavior of the commercial ready to press 92 percent alumina powder has been investigated using the modified Drucker-Prager cap model. This model is a multi-surface yield model for the description of the plastic behavior of powders during consolidation. To this end, parameters of the model as functions of density were obtained by means of experiments. The constants of the shear failure yield surface were obtained based on simple diametric and axial compressive loading cylindrical specimens with various relative densities. For determining the remaining parameters of the model, an instrumented die fitted with strain gage and load cell was designed and fabricated. Parameters of the cap surface were achieved based on the uniaxial die compaction experiments. Based on consecutive loading-unloading tests using the instrumented die, the friction coefficient and elastic moduli were derived from loading and unloading phases respectively. For finite element simulation of the uniaxial compaction, density-dependent material parameters were employed in ABAQUS. The variations of density were taken into account using a user-defined filed variable subroutine. Simulation results prove a very good agreement with the experimental counterpart.

Review History:

Received: 17 May. 2019
Revised: 11 Jul. 2019
Accepted: 22 Sep. 2019
Available Online: 2 Oct. 2019

Keywords:

Modified Drucker-Prager /cap model
Powder compaction
Finite element method
Instrumented die
Ceramic powder.

1. Introduction

One of the popular techniques for forming ceramic powders is die compaction. The complex behavior of powders during compaction impacts the properties of the final components. Therefore, it is essential to predict the flow of powder during compaction. This can be achieved by employing proper constitutive models in finite element analyses. Several constitutive models including Cam-Clay [1] and Modified Drucker-Prager CAP (MDPC) [2] for describing porous media could be found in the literature. The calibration of the parameter of these constitutive models for a specific material is a major issue. Particularly for MDPC model, special triaxial test instruments are required. Therefore, combining simple axial test data obtained from an instrumented die with optimization techniques can result in a more cost-effective method for calibration of the model [3-6]. In this paper the density-dependent parameters of MDPC model for alumina powder KMS92 (Martinswerk, GmbH) have been obtained through conducting diametral and axial compression tests and multiple-step uniaxial tests performed using an instrumented die. The elastic moduli of the powder at different densities were determined from the unloading part of the multiple-step uniaxial compaction data. In order to consider the density variations in the finite element simulation with ABAQUS, the USDFLD subroutine was implemented in the analyses. Finally, the experimental and simulation load-displacement curves were compared.

*Corresponding author's email: s.h.ghaderi@shahroodut.ac.ir

2. Finite Element Model

The MDPC yield surfaces in p-q plane are shown in Fig. 1. Here p is hydrostatic pressure and q is effective stress.

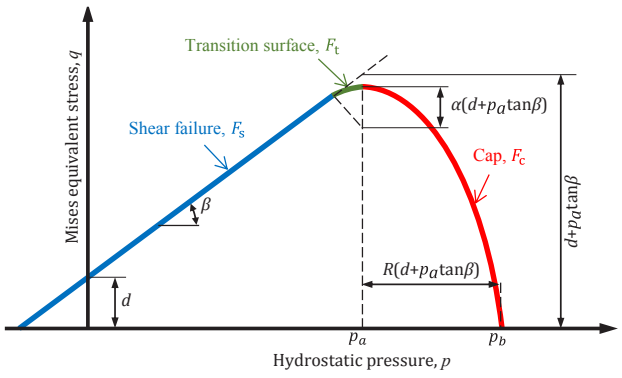


Fig. 1. Yield surface of modified Drucker-Prager CAP (MDPC) model

The equations of these surfaces are given in Eqs. (1) to (3).

$$F_s = q - p\tan\beta - d = 0 \quad (۱)$$

$$F_c = \sqrt{(p-p_a)^2 + \left[\frac{Rq}{1+\alpha-\alpha/\cos\beta}\right]^2} - R(d+p_a\tan\beta) = 0 \quad (۲)$$

$$F_t = \sqrt{(p-p_a)^2 + \left[q - \left(1-\frac{\alpha}{\cos\beta}\right)(d+p_a\tan\beta)\right]^2} - \alpha(d+p_a\tan\beta) = 0 \quad (۳)$$

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

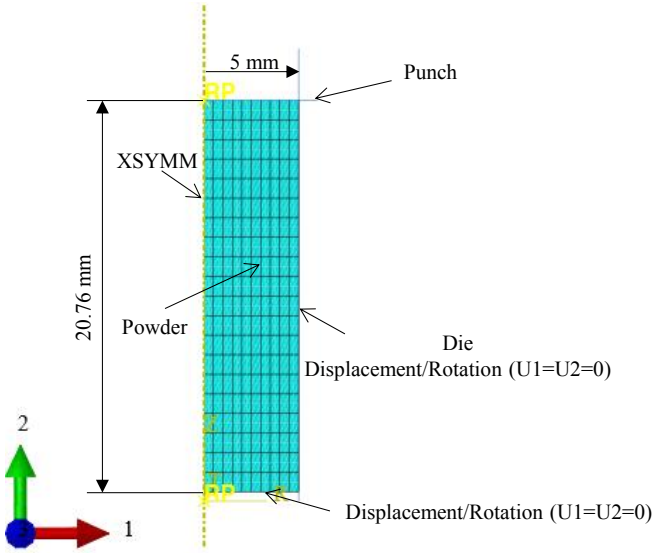


Fig. 2. Finite element model used for simulation of the multiple-step uniaxial compaction process

here β is friction angle, d is cohesion, R is eccentricity, α is a small constant, pa is evolution parameter and pb is hydrostatic yield stress. For calibration of the MDPC model these parameters must be determined. For determination of β and d, diametral and axial compression tests. The parameters related to the cap surface, namely R and pa, are determined using an instrumented die. In addition the elastic moduli of the material are determined based on the unloading part of the multiple-step uniaxial compression test.

The uniaxial compaction model is shown in Fig. 2. The analyses were performed using ABAQUS/Standard solver. In order to consider the density variations, USDFLD subroutine was implemented in the analyses.

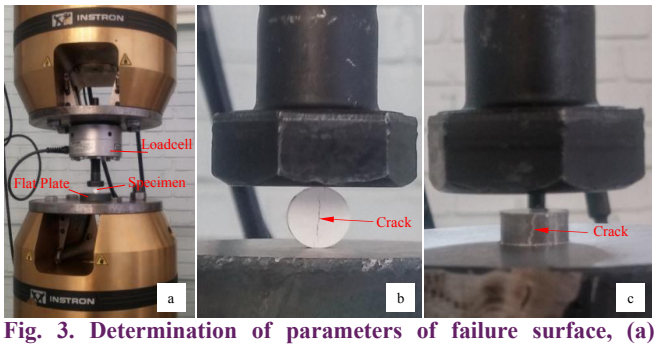


Fig. 3. Determination of parameters of failure surface, (a) experimental setup, (b) diametral compression and (c) axial compression

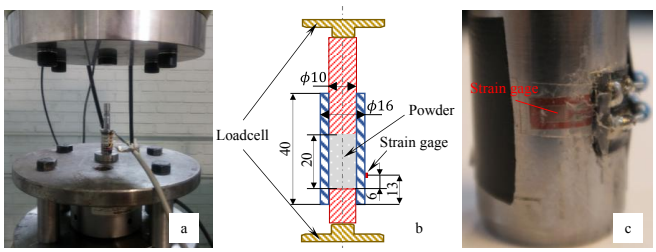


Fig. 4. Structure of instrumented die used for uniaxial compaction tests

3. Experimental Procedure

For determination of β and d, diametral and axial compression tests were performed as shown in Fig. 3. The samples are one gram disks of KMS92 were compacted at different densities. In addition, the setup for instrumented die compaction is given in Fig. 4.

4. Results and Discussions

After the determination of the model parameters, in order to make sure about the accuracy of model calibration, the uniaxial compaction test was simulated in ABAQUS. The load-displacement curves obtained from experiment and simulation are compared in Fig. 5. The figure represents a very good correlation between the two sets of data. Therefore, it can

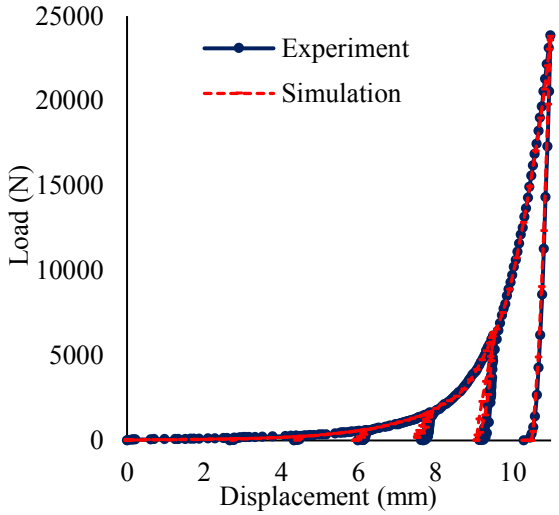


Fig. 5. Comparison of experimental and simulation curves obtained for uniaxial die compaction

be stated that the accuracy of the calibration is desirable. The distribution of density of the green compact can be estimated based on the analysis results. Fig. 6 depicts the distribution of density and stress components after removal of the upper punch. From the figure, it is clear that regions near the upper punch and at the periphery of the sample acquired maximum density. In addition, the compact is still under stress and after removal from die, its diameter will increase.

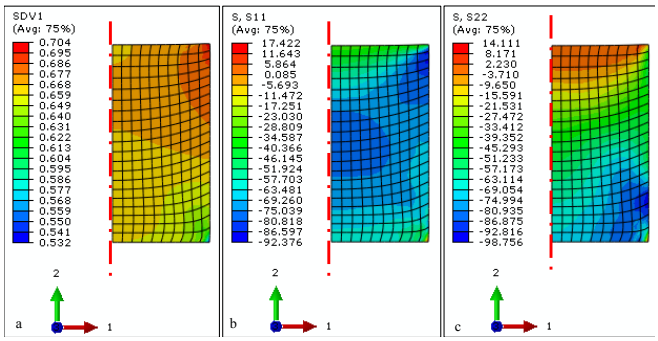


Fig. 6. Distribution of (a) relative density and (b) radial and (c) axial stresses after unloading

5. Conclusions

The parameters of the modified Drucker-Prager cap model

for alumina powder KMS92 were determined using simple diametral and axial compression and uniaxial compaction tests in an instrumented die. The results demonstrate that the method can give accurate values for model parameters.

References

[1] H. Kashani Zadeh, Finite element analysis and experimental study of metal powder compaction, PhD Thesis, Queen's University, 2010.

[2] C. Lu, Determination of cap model parameters using numerical optimization method for powder compaction, PhD Thesis, Marquette University, 2010.

[3] K. Kim, S. Choi, H. Park, Densification behavior of ceramic powder under cold compaction, Transactions-American Society of Mechanical engineers Journal of Engineering Materials and Technology, 122(2) (2000) 238-244.

[4] R. Henderson, B. Moriarty, Finite element modelling of decompression after isostatic pressing, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 216(2) (2002) 215-224.

[5] Y. Foo, Y. Sheng, B. Briscoe, An experimental and numerical study of the compaction of alumina agglomerates, International journal of solids and structures, 41(21) (2004) 5929-5943.

[6] P. Carlone, G. Palazzo, Computational modeling of the cold compaction of ceramic powders, International Applied Mechanics, 42(10) (2006) 1195-1201.

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۲، شماره ۱۰، سال ۱۳۹۹، صفحات ۲۷۲۵ تا ۲۷۴۰
DOI: 10.22060/mej.2019.16354.6340

تعیین تجربی پارامترهای مدل ساختاری دراکر-پراگر کپ اصلاح‌شده برای پودر ۹۲ درصد آلومینای آماده برای پرس

سهراب سلامتی خیاوی، سید هادی قادری* سید وحید حسینی

دانشکده مهندسی مکانیک و مکاترونیک، دانشگاه صنعتی شاهرود، شاهرود، ایران.

خلاصه: در این پژوهش، رفتار تغییر شکل پودر تجاری ۹۲ درصد آلومینای آماده برای پرس، با استفاده از مدل دراکر-پراگر کپ اصلاح‌شده مورد مطالعه قرار گرفته است. این مدل، یک معیار تسلیم چند-سطحی برای بیان رفتار مومسان پودرها حین تراکم است برای این منظور، با استفاده از آزمون‌های تجربی، پارامترهای مدل دراکر-پراگر کپ اصلاح‌شده به‌صورت تابعی از چگالی نسبی به‌دست آمد. ثوابت سطح تسلیم خرابی برشی به کمک آزمون‌های ساده فشردن قطری و فشردن محوری نمونه‌های استوانه‌ای در چگالی‌های نسبی مختلف به‌دست آمد. برای تعیین تجربی دیگر پارامترها، یک قالب مجهز به کرنش‌سنج و نیروسنج طراحی و ساخته شد. پارامترهای سطح تسلیم کپ با انجام آزمون تراکم تک‌محوری چند مرحله‌ای درون این قالب، به‌دست آمدند. از نتایج آزمون‌های بارگذاری-باربرداری متوالی انجام شده به کمک این قالب، ضریب اصطکاک بین پودر و قالب در بارگذاری و مدول‌های کشسانی در باربرداری استخراج شد. برای شبیه‌سازی المان محدود فرایند تراکم تک‌محوری در نرم‌افزار آباکوس، پارامترهای ماده به‌صورت تابعی از چگالی نسبی به‌کار رفتند. به این منظور، زیربرنامه مناسب برای بیان تغییرات چگالی توسعه داده شد. مقایسه نتایج شبیه‌سازی با نتایج متناظر در آزمون تجربی حاکی از تطابق بسیار خوب آن دو است.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۸/۰۲/۲۷
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۴/۲۰
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۳۱
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۷/۱۰

کلمات کلیدی:
مدل دراکر-پراگر کپ اصلاح شده
تراکم پودر
روش المان محدود
قالب تجهیز شده
پودر سرامیک.

۱- مقدمه

استفاده از قطعات سرامیکی به خاطر خصوصیات مکانیکی و فیزیکی منحصر به‌فردشان مورد توجه قرار گرفته است [۱]. رایج‌ترین روش تولید قطعات در صنعت، فشردن پودرهای سرامیکی است. محصول به دست آمده از فرایند فشردن پودر، به قطعه نهایی مورد نظر بسیار شباهت داشته و از این‌رو نزدیک به شکل نهایی[1] نامیده می‌شود. همین ویژگی موجب افزایش نرخ تولید و کاهش عملیات ثانویه و در نتیجه کاهش هزینه‌های تولید قطعه می‌شود. از سوی دیگر این فرایند در مقایسه با سایر روش‌های تولید، دقتی قابل‌توجه داشته و برای ساخت قطعات دقیق در حجم تولید بالا مناسب است. فشردن پودرها اغلب به‌صورت سرد انجام شده و قطعه خام[2] به دست آمده پس از خروج از درون قالب نیازمند عملیات پخت[3] برای افزایش استحکام است. به طور کلی شکل‌دهی پودرها در اثر فشار را می‌توان در سه گام اصلی پر کردن پودر درون قالب، اعمال فشار و متراکم‌تر شدن پودر و در نهایت خارج کردن قطعه خام از قالب خلاصه کرد. در مراحل ابتدایی تراکم در فشارهای پایین بازآرایی[4] ذرات اتفاق می‌افتد [۲]. در این مرحله پودر هنوز سست بوده و ذرات قادر به لغزش روی یکدیگر هستند. با افزایش فشار شکل‌دهی نقاط تماس بین ذرات افزایش یافته و در آن‌ها تغییرشکل موضعی رخ داده و چگالی قطعه بالاتر می‌رود [۳]. در چگالی‌های بالاتر با افزایش تماس و چسبندگی بین ذرات، نرخ تغییرشکل کاهش یافته و ادامه اعمال فشار منجر به تغییرات کشسان در پودر می‌شود.

شکل‌دهی پودرها به دو روش عمده تراکم تک‌محوری درون قالب و فشردن ایزواستاتیک انجام می‌شود. تراکم تک‌محوری برای ساخت قطعات با هندسه ساده استوانه‌ای درون یک قالب سخت در معرض فشار محوری متاثر از حرکت سنبه(ها) انجام می‌شود. به خاطر وجود اصطکاک بین پودر و دیواره قالب، قطعات به دست آمده از این فرایند

1 Near Net-Shape
2 Green Part
3 Sintering
4 Re-Arrangement

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: s.h.ghaderi@shahroodut.ac.ir

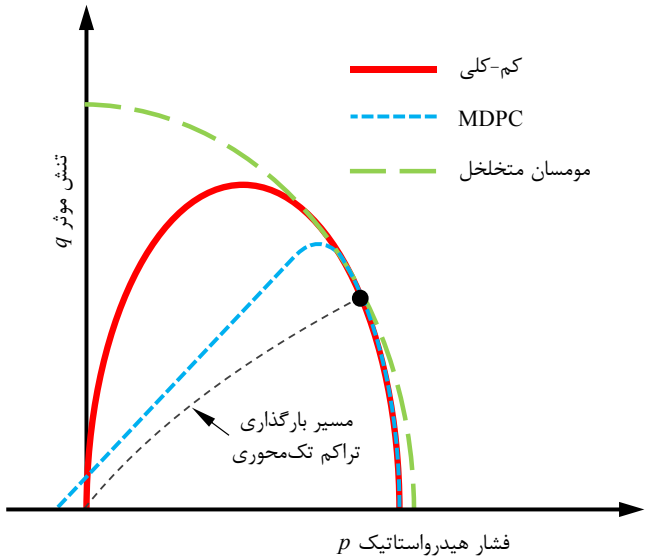
حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

دارای توزیع چگالی غیریکنواخت هستند. این توزیع چگالی پس از عملیات پخت به‌صورت بروز ترک، اعوجاج و انقباض غیریکنواخت در قطعه دیده می‌شود. تراکم ایزواستاتیک سرد برای ساخت قطعات با نسبت لاغری بزرگتر و با هندسه پیچیده‌تر مناسب است. با وجود توزیع چگالی یکنواخت‌تر در این روش، دقت و کیفیت سطح کمتری نسبت به روش تراکم تک‌محوری به دست می‌آید.

رفتار پیچیده پودرها تحت اثر تراکم و تغییر خواص آن‌ها با تغییر حجم بر قطعه ساخته شده تاثیر می‌گذارد. ساخت یک قطعه مطلوب نیازمند شناخت دقیق از رفتار پودر در معرض فشار و طراحی دقیق قالب است. استفاده از مدل‌سازی المان محدود برای شبیه‌سازی فرایند تراکم روشی مطلوب بوده و می‌تواند از صرف هزینه و زمان برای سعی و خطا در طراحی بهینه قالب و شرایط بارگذاری مطلوب بکاهد. قانون ساختاری مناسب برای مدل‌سازی عددی فرایند تراکم پودر که قابلیت توصیف رفتار آن را از حالت سست تا قطعه متراکم دارا باشد، ضروری است. از مدل‌هایی که برای بیان توصیف رفتار تراکمی پودرها استفاده شده‌اند می‌توان به مدل کم-کلی [۴]، مدل مومسانی گارسون[1] برای فلز متخلخل و مدل دراکر-پراگر کپ اصلاح‌شده[2] (امدی‌پی‌سی) اشاره کرد. مدل امدی‌پی‌سی چگالی را بهتر از مدل کم-کلی پیش‌بینی می‌کند [۲]. مدل گارسون نیز برای توصیف رفتار پودرهای با چگالی نسبی (نسبت چگالی جاری به چگالی نامی ماده توپر) بالای ۰/۹ قابلیت استفاده دارد. در عوض، مدل امدی‌پی‌سی برای توصیف رفتار پودرها در طیف وسیعی از چگالی نسبی مورد استفاده قرار گرفته است. مطابق شکل ۱، هر سه مدل، رفتاری تقریبا یکسان را در انتهای بارگذاری تک‌محوره پیش‌بینی می‌کنند.

مدل‌سازی عددی و تحلیل المان محدود فرایند تراکم پودر از موضوعات مورد توجه جوامع علمی به‌خصوص در دهه‌های اخیر است. در این زمینه فعالیت‌های مختلفی برای توصیف رفتاری سرامیک، فلزی و یا دارویی با ارائه مدل‌های رفتاری جدید یا استفاده از مدل‌های ساختاری موجود انجام پذیرفته است. وانگ [۵] با به‌کارگیری برخی مدل‌های ساختاری و روش المان محدود سعی بر درک رفتار مکانیکی پودرها حین فرایند تراکم و انجام محاسبات برای کنترل طراحی و ساخت قالب‌های مورد نیاز داشته است. مدل رفتاری استفاده شده در شبیه‌سازی المان محدود پژوهش وی مدلی وابسته به زمان بوده که

1 Gurson's Model
2 Modified Drucker-Prager cap (MDPC)



شکل ۱- مقایسه سطح تسلیم مدل‌های ساختاری مختلف برای ماده متخلخل در صفحه p-q

Fig. 1. Comparison of yield surface of different constitutive models for porous material in *p-q* plane

نتایج قابل قبولی با نتایج تجربی داشته است. کیم و همکاران [۶] رفتار تراکمی پودر سرامیکی زیرکونیا را در تراکم در دمای محیط مطالعه کردند. مدل‌سازی عددی تراکم پودرها با استفاده از داده‌های آزمون تراکم سه‌محوری با شرایط مختلف بارگذاری استفاده و ارائه یک مدل هذلولوی در نرم‌افزار المان محدود انجام شد. نتایج شبیه‌سازی با مدل ارائه شده با نتایج آزمون تجربی و نتایج شبیه‌سازی با مدل امدی‌پی‌سی مقایسه شد. همچنین توزیع چگالی با روش سختی‌سنجی اندازه‌گیری و با توزیع چگالی به دست آمده از شبیه‌سازی با در نظر گرفتن اثر اصطکاک بین دیواره قالب و پودر مقایسه شد. زئوک و همکاران [۷] خصوصیات مکانیکی و سطوح خرابی برشی را برای دو پودر آلومینا مورد مطالعه قرار دادند. پارامترهای مدل امدی‌پی‌سی از آزمون تراکم سه‌محوری به‌دست آمده و رابطه چگالی-فشار برای پودرهای مورد نظر تعیین شد. بر اساس مشاهدات آن‌ها، موقعیت کپ با افزایش مقدار فشار هیدرواستاتیک حرکت می‌کند. بر اساس مشاهدات هندرسون و موریارتی [۸]، تغییرشکل بیش از اندازه قالب لاستیکی منجر به تنش‌های کششی درون پودر متراکم شده و امکان بروز ترک در قطعه افزایش می‌یابد. فو و همکاران [۹] تراکم تک‌محوری را با مدل‌سازی عددی بر مبنای روش‌های المان گسسته و المان محدود ارزیابی و انطباق خوبی را بین نتایج هر دو مشاهده کردند. شبیه‌سازی المان گسسته برای توجیه اندرکنش‌های مکانیکی ذرات در سطح میکروسکوپی حین تراکم و شبیه‌سازی المان محدود برای مقایسه با

توزیع چگالی به دست آمده از آزمایش انجام شدند. در پژوهش آن‌ها بخش‌های نزدیک به سنبه متحرک دارای چگالی موضعی بیشتری نسبت به سایر نقاط بودند که این ناهمگنی به دلیل اصطکاک بین ذره‌ای و اصطکاک بین دیواره قالب و پودر رخ داده است. در اغلب موارد امکان انجام آزمون سه‌محوری به دلیل عدم دسترسی به تجهیزات مورد نیاز و مقرون به صرفه نبودن تهیه آن‌ها، وجود ندارد. از این رو عده‌ای از محققان [۲ و ۱۰] روش‌هایی را بر اساس آزمون تک‌محوری و آزمون‌های نسبتا ساده و بهره‌گیری از روش‌های بهینه‌سازی برای تعیین پارامترهای پودرهای فلزی برای مدل مورد نظرشان توسعه داده‌اند. کارلونه و پالازو [۱۱] با استفاده از شبیه‌سازی رایانه‌ای یک مدل المان محدود را برای تراکم تک‌محوری پودر سرامیکی توسعه داده و ارزیابی کردند. در این مدل‌سازی اثر اصطکاک و رفتار مکانیکی اجزای قالب در نظر گرفته شده و توزیع چگالی و تغییرات آن طی باربرداری و خارج کردن قطعه از قالب بررسی شد. پیچیدگی‌ها و هزینه‌های بالای تراکم سه‌محوری باعث شده که پژوهشگران زیادی در پی یافتن راه‌حل‌های ساده‌تر برای تعیین پارامترهای مدل‌های رفتاری برای پودرها باشند، از این‌رو انجام آزمون تراکم تک‌محوری درون قالب با قابلیت اندازه‌گیری نیرو و کرنش مورد توجه قرار گرفت. سینکا و همکاران [۱۲] تراکم قرص‌های دارویی با سطح منحنی‌شکل را درون قالب مجهز به حسگرهای اندازه‌گیری فشار مطالعه کردند. با استفاده از این تجهیز، تنش شعاعی و همچنین اصطکاک بین دیواره قالب و پودر اندازه‌گیری شدند. مدل المان محدود دراکر-پراگر کپ برای شبیه‌سازی فرایند با در نظر گرفتن دو حالت روانکاری شده و روانکاری نشده، به‌کار گرفته شد. توزیع چگالی حاصل از مدل‌سازی در انتهای تراکم با توزیع چگالی اندازه‌گیری شده به روش سختی‌سنجی مقایسه و نیز پارامترهای کشسانی و مومسانی ماده به‌صورت توابع چگالی نسبی بیان شدند. هان و همکاران [۱۳] نیز به کمک آزمون تراکم تک‌محوری درون قالب تجهیز شده، رفتار تراکمی پودرهای دارویی را با مدل ام‌دی‌پی‌سی شبیه‌سازی و مطالعه کردند. همچنین برای توصیف رفتار غیرخطی مشاهده شده حین باربرداری در آزمون از قانون کشسانی غیرخطی استفاده نمودند. توزیع تنش و چگالی قرص‌های مختلف حین تراکم، برداشت فشار و خارج شدن نمونه از قالب بررسی و مشاهده شد که توزیع تنش و چگالی قابلیت استفاده در تحلیل و بیان عیوب در قرص‌ها مانند لب‌پر شدن، کپینگ و تورق را دارند. ژو و همکاران [۱۴] با استفاده از مدل ام‌دی‌پی‌سی به توصیف رفتار تراکمی پودرهای فلزی مرکب پرداخته و در شبیه‌سازی عددی پودر را به‌صورت پیوسته در نظر گرفته و از قانون کشسانی خطی به‌صورت تابعی از چگالی نسبی برای بیان رفتار کشسانی پودر استفاده کردند. پارامترهای کشسانی و مومسانی و نیز ضریب اصطکاک به کمک قالب تجهیز شده با ترنسدیوسرهای نیرو به دست آمده و در مدل‌سازی به‌کار رفتند. طبق مشاهدات آن‌ها در حین آزمون ضریب اصطکاک در فشارهای پایین با افزایش فشار رشد کرده و در فشارهای بالاتر مستقل از فشار اعمالی و ثابت باقی می‌ماند. نتایج شبیه‌سازی و آزمون مقایسه شده و انطباق خوب بین آن‌ها مشاهده شد.

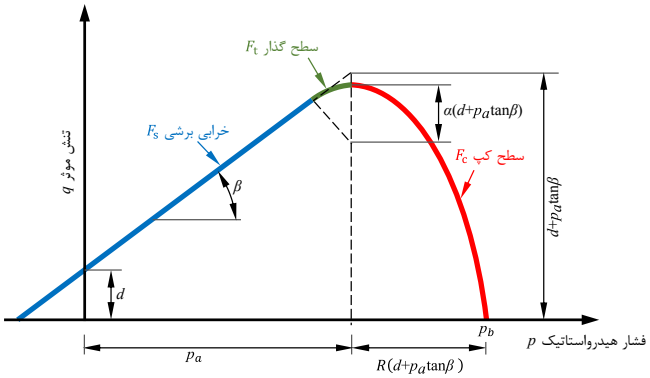
در این پژوهش، تعیین پارامترهای رفتاری پودر تجاری آلومینای آماده برای پرس کی‌ام‌اس[1] ۹۲ که در ساخت بدنه‌های سرامیکی به‌کار می‌رود مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به تغییرات قابل توجه چگالی در فرایند فشردن این پودر، مدل ام‌دی‌پی‌سی برای توصیف رفتار آن انتخاب شده است. برای تعیین این پارامترها به روش تجربی یک قالب خاص طراحی و ساخته می‌شود. پارامترهای مدل ام‌دی‌پی‌سی به کمک آزمون‌های ساده‌ی فشردن قطری، فشردن محوری و تراکم تک‌محوری چند مرحله‌ای درون قالب و نیز پارامترهای کشسانی ماده از منحنی‌های باربرداری تراکم چند مرحله‌ای به دست آمده و در نرم‌افزار المان محدود آباکوس به‌کار می‌روند. در این روش پارامترهای کشسانی مدول یانگ و نسبت پواسون به دست آمده از منحنی‌های باربرداری برای پودر سرامیکی نیز به‌صورت تابع چگالی نسبی بیان شده است. برای در نظر گرفتن تغییرات چگالی پودر حین تراکم، زیربرنامه یواس‌دی‌اف‌ال‌دی[2] توسعه داده شده و به‌کار گرفته می‌شود. برای اطمینان از دقت کافی در تعیین پارامترهای تعیین شده برای مدل، منحنی نیرو-جابجایی به‌دست آمده در تراکم چند مرحله‌ای از شبیه‌سازی و آزمایش با هم مقایسه خواهند شد.

۲- مدل‌سازی المان محدود

۲-۱- مدل ام‌دی‌پی‌سی

مدل ام‌دی‌پی‌سی پرکاربردترین مدل ساختاری مورد استفاده برای توصیف رفتار تراکم پودرها است [۴، ۱۵-۱۳]. این مدل توسعه یافته مدل دراکر-پراگر با افزودن یک سطح تسلیم به شکل درپوش یا

1 KMS-92 Ready to Press Powder
2 USDFLD Subroutine



شکل ۲. سطح تسلیم مدل دارکر-پراگر کپ اصلاح‌شده (امدی‌پی‌سی)

Fig. 2. Yield surface of modified Drucker-Prager CAP (MDPC) model

کپ به سطح تسلیم برشی برای بیان آغاز کرنش‌های مومسان حجمی در ماده مورد نظر است [۲]. این مدل همسانگرد بوده و سطح تسلیم آن شامل سه بخش سطح خرابی برشی نشانگر افزایش تنش برشی با فشار هیدرواستاتیک، سطح تسلیم کپ که مکانیزم سخت‌شوندگی مومسانی را برای توصیف تراکم در اختیار قرار داده و سطح‌گذاری هموار بین دو سطح خرابی برشی و سطح کپ است. شکل ۲ سطح تسلیم مدل امدی‌پی‌سی را در صفحه فشار هیدرواستاتیک-تنش موثر (p-q) نشان می‌دهد. روابط (۱) تا (۳) سطوح یاد شده در صفحه p-q را تعریف می‌کنند [۱۶].

$$F_s = q - p\tan\beta - d = 0 \qquad (۱)$$

$$F_c = \sqrt{(p-p_a)^2 + \left[\frac{Rq}{1+\alpha-\alpha/\cos\beta}\right]^2} - R(d+p_a\tan\beta) = 0 \qquad (۲)$$

$$F_t = \sqrt{(p-p_a)^2 + \left[q-\left(1-\frac{\alpha}{\cos\beta}\right)(d+p_a\tan\beta)\right]^2} - \alpha(d+p_a\tan\beta) = 0 \qquad (۳)$$

در این روابط، F_s، F_c و F_t به ترتیب تابع سطح تسلیم خرابی برشی، سطح کپ و سطح گذار می‌باشد. این سه سطح می‌توانند برای مدل‌سازی سه مرحله تراکم استفاده شوند. سطح خرابی برشی بیانگر اولین مرحله تراکم یعنی بازآرایی است، در این مرحله تنها کرنش کششسان در فشارهای کم رخ می‌دهد. عرض از مبدا این ناحیه چسبندگی[1] و شیب آن زاویه اصطکاک ماده را نشان می‌دهد. در سطح گذار منافذ پودر از بین رفته و ذرات شروع به متراکم شدن کرده و کرنش‌های مومسان آغاز می‌شوند. سومین مرحله تراکم، تغییر شکل حجمی است که در ناحیه کپ رخ می‌دهد. در این ناحیه پودر تحت اثر فشار زیاد مستحکم شده و ادامه تراکم دشوار می‌شود [۲]. در این روابط p فشار هیدرواستاتیک و q تنش موثر است که از روابط (۴) و (۵) به دست می‌آیند [۱۳ و ۱۴]:

که در آن $\boldsymbol{\sigma}$ تنسور تنش و $\mathbf{s}$ تنسور تنش انحرافی بوده که به

$$p = -\frac{1}{3}\mathrm{trace}(\boldsymbol{\sigma}) \qquad (۴)$$

$$q = \sqrt{\frac{3}{2}}\|\mathbf{s}\| \qquad (۵)$$

صورت $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} + p\mathbf{I}$ تعریف می‌شود ($\mathbf{I}$ تنسور همانی است). نیز β زاویه اصطکاک، d چسبندگی پودر، R خروج از مرکز کپ[2] و α مقداری بسیار کوچک برای گذار ملایم از سطح تسلیم خرابی برشی به سطح کپ است. همچنین، p_a ، تصویر محل تقاطع سطح برشی و کپ روی محور p، پارامتر تکامل[3] سخت‌شوندگی نامیده می‌شود. هم‌گام با چگال‌تر شدن ماده، ابعاد سطح تسلیم بزرگتر می‌شود. سیر تکامل این سطح تسلیم به وسیله قانون سخت‌شوندگی تنش تسلیم هیدرواستاتیک p_b به عنوان تابعی از کرنش مومسان حجمی ε_v^p با رابطه (۶) بیان می‌شود.

$$p_b = f\left(\varepsilon_v^p\right) \qquad (۶)$$

کرنش مومسان حجمی ε_v^p با توجه به نسبت چگالی جاری ρ به چگالی اولیه ρ_0 پودر از رابطه (۷) به دست می‌آید [۱۶].

$$\varepsilon_v^p = \ln\left(\frac{\rho}{\rho_0}\right) \qquad (۷)$$

پارامتر تکامل سخت‌شوندگی p_a را بر حسب سایر پارامترهای مدل امدی‌پی‌سی می‌توان از رابطه (۸) یافت [۱۴].

$$p_a = \frac{p_b - Rd}{(1+R\tan\beta)} \qquad (۸)$$

1 Cohesion

2 Cap Eccentricity

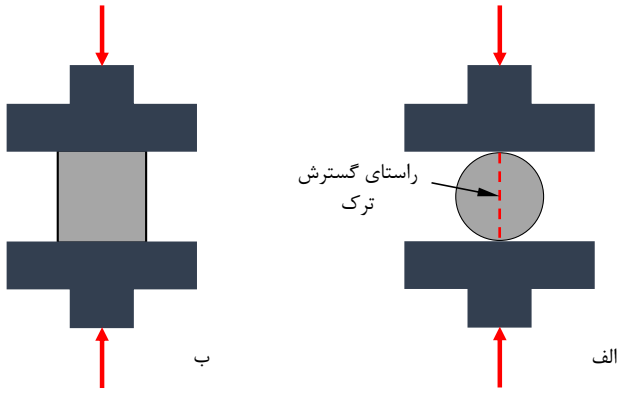
3 Evolution Parameter

برای تعیین سطح تسلیم برای هر ماده، باید پارامترهای $\hat{p}_b, R, p_a, d,$ و $\acute{a}$ به‌دست آیند. $\hat{a}$ و d سطح خرابی برشی را مشخص می‌کنند. سطح کپ به کمک خروج از مرکز کپ R و پارامتر تکامل p_a تعریف می‌شود. پارامتر $\acute{a}$، مقداری کوچک برای گذار ملایم از سطح خرابی برشی به سطح تسلیم کپ است. قانون سخت‌شوندگی با p_b به‌صورت تابعی از کرنش مومسان حجمی $\mathring{a}_v^p$ بیان می‌شود. همچنین پارامترهای خواص کشسانی مدول یانگ و نسبت پواسون و ضریب اصطکاک به ترتیب برای توصیف رفتار کشسانی ماده و اصطکاک بین دیواره قالب و پودر استفاده شده‌اند.

۲-۲- پارامترهای سطح خرابی برشی

سطح خرابی برشی مدل امدی‌پی‌سی در صفحه p-q را می‌توان با انجام دو آزمون از آزمون‌های کشش تک‌محوری، برش خالص، آزمون فشردن قطری (دیسک برزیلین[1]) [۱۷] و فشردن محوری برای اندازه‌گیری استحکام پودرهای متراکم به دست آورد [۱۲، ۱۴، ۱۸]. ساخت نمونه‌های کشش تک‌محوری برای پودرها میسر نیست از این‌رو برای یافتن استحکام کششی از آزمون فشردن قطری و برای استحکام فشاری از آزمون فشردن محوری استفاده می‌شود (شکل ۳، الف و ب) [۲، ۲۲-۱۸]. در فشردن قطری، در مرکز نمونه تنش کششی گسترش یافته و به‌صورت ترک در امتداد خط مرکز نمایان می‌شود [۱۴ و ۲۳]. استحکام کششی σ_d از رابطه (۹) قابل دستیابی است [۱۴].

$$\sigma_d = \frac{2F_d}{\pi D t} \qquad (۹)$$



شکل ۳. اندازه‌گیری استحکام پودر متراکم با آزمون الف) فشردن قطری و ب) فشردن محوری

Fig. 3. Schematics of diametral and axial compression tests for determination of strength of compacts

1 Brazilian Disk Test

در اینجا، F_d نیرو در لحظه شکست نمونه و D و t به ترتیب قطر و ضخامت نمونه هستند. استحکام فشاری σ_c نیز با توجه به نیروی شکست F_c از رابطه (۱۰) به‌دست می‌آید [۱۴].

$$\sigma_c = \frac{4F_c}{\pi D^2} \qquad (۱۰)$$

با به‌دست آمدن استحکام کششی σ_d و فشاری σ_c، فشار هیدرواستاتیک و تنش موثر متناظر با هر کدام از آن‌ها از روابط (۱۱) تا (۱۴) قابل محاسبه است. برای آزمون فشردن قطری،

$$p = -\frac{2}{3}\sigma_d \qquad (۱۱)$$

$$q = \sqrt{13}\sigma_d \qquad (۱۲)$$

و برای آزمون فشردن محوری،

$$p = -\frac{1}{3}\sigma_c \qquad (۱۳)$$

$$q = \sigma_c \qquad (۱۴)$$

در نتیجه زاویه اصطکاک β و چسبندگی d بر حسب استحکام کششی و فشاری به ترتیب با روابط (۱۵) و (۱۶) قابل بیان است [۱۳]:

$$\beta = \tan^{-1}\left[\frac{3\left(\sigma_c - \sqrt{13}\sigma_d\right)}{\sigma_c - 2\sigma_d}\right] \qquad (۱۵)$$

$$d = \left[\frac{\sigma_c\sigma_d\left(\sqrt{13}-2\right)}{\sigma_c - 2\sigma_d}\right] \qquad (۱۶)$$

۲-۳- پارامترهای سطح کپ

پارامترهای سطح کپ معمولا از آزمون تراکم سه‌محوری به‌دست می‌آیند [۶، ۷، ۲۴]. اما به دلیل این‌که تهیه تجهیزات مورد نظر این آزمون پیچیده و مستلزم صرف هزینه زیاد است، پژوهشگران برای کالیبره کردن مواد مختلف روش‌هایی ساده‌تر مانند فشردن پودر

به‌صورت تک‌محوری درون یک قالب تجهیز شده را توسعه دادند [۱۳، ۱۴، ۲۷-۲۵]. این آزمون ویژگی‌هایی نظیر سادگی تجهیزات، هزینه کمتر و سرعت بالاتر نسبت به آزمون سه‌محوری دارد. در این آزمون تنش شعاعی بین قالب و پودر اهمیت به‌سزایی در تعیین پارامترهای کپ، مدول‌های کشسانی و حتی ضریب اصطکاک بین پودر و قالب دارد. اندازه‌گیری این تنش توسط پژوهشگران به روش‌های مختلفی انجام شده است. برخی از حسگرهای اندازه‌گیری فشار تعبیه شده در قالب و در تماس با پودر استفاده نموده‌اند [۲۲ و ۲۶] و برخی از پژوهش‌ها با قالب‌های مجهز به کرنش‌سنج نصب شده در دیواره خارجی قالب انجام شده‌اند [۱۴ و ۲۸].

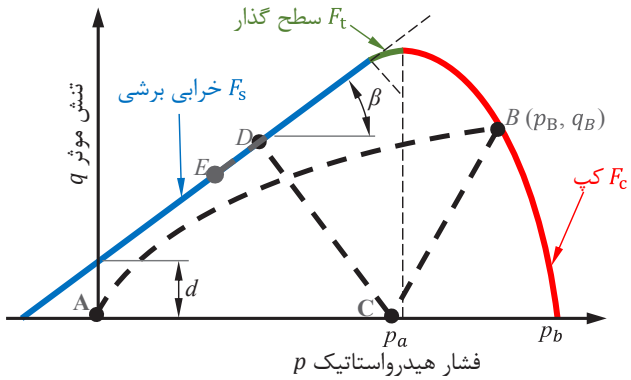
در تراکم تک‌محوری هر نقطه روی سطح تسلیم کپ فشار هیدرواستاتیک و تنش موثر مربوط به خود را دارد، این مقادیر با اندازه‌گیری تنش‌های محوری σ_z و شعاعی σ_r متناظرشان قابل دستیابی هستند. روابط (۱۷) و (۱۸) این ارتباط را نشان می‌دهد [۱۳].

$$p=-\frac{1}{3}\left(\sigma_z+2\sigma_r\right) \tag{۱۷}$$

$$q=\left|\sigma_z-\sigma_r\right| \tag{۱۸}$$

شکل ۴، مسیر بارگذاری تراکم تک‌محوری را در ناحیه تسلیم مدل امدی‌پی‌سی نشان می‌دهد. در نقطه B واقع بر سطح کپ تسلیم رخ می‌دهد. با داشتن فشار هیدرواستاتیک p_B و تنش موثر q_B متناظر با این نقطه می‌توان پارامترهای سطح کپ را به‌دست آورد.

پارامتر α مقداری کوچک در بازه ۰/۰۱ تا ۰/۰۵ است [۱۶] و در این پژوهش ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است. با داشتن مقادیر



شکل ۴. مسیر بارگذاری در آزمون تراکم تک‌محوری

Fig. 4. Loading path in uniaxial compaction test

پارامترهای سطح کپ، فشار هیدرواستاتیک به کمک رابطه (۸) به‌دست می‌آید.

$$R=\sqrt{\frac{2\left(1+\alpha-\alpha/\cos\beta\right)^2}{3q_B}p_B-p_a} \tag{۱۹}$$

$$\begin{aligned}p_a=&-\frac{\left[3q_B+4d\tan\beta\left(1+\alpha-\alpha/\cos\beta\right)^2\right]}{4\left[\left(1+\alpha-\alpha/\cos\beta\right)\tan\beta\right]^2}\\&+\frac{\sqrt{9q_B^2+24dq_B\left(1+\alpha-\alpha/\cos\beta\right)^2\tan\beta}}{4\left[\left(1+\alpha-\alpha/\cos\beta\right)\tan\beta\right]^2}\\&+\frac{\sqrt{8\left(3p_Bq_B+2q_B^2\right)\left[\left(1+\alpha-\alpha/\cos\beta\right)\tan\beta\right]^2}}{4\left[\left(1+\alpha-\alpha/\cos\beta\right)\tan\beta\right]^2}\end{aligned} \tag{۲۰}$$

۲-۴- پارامترهای رفتار کشسانی ماده

با توجه به همسانگردی مدل امدی‌پی‌سی، تنها مدول یانگ E و نسبت پواسون ν برای توصیف رفتار کشسانی ماده مورد نیاز است. با در نظر گرفتن عدم تغییر قطر نمونه، نسبت پواسون و مدول یانگ به‌صورت توابعی از چگالی نسبی، از منحنی‌های باربرداری تنش شعاعی-تنش محوری و کرنش محوری-تنش محوری با استفاده از روابط (۲۱) و (۲۲) قابل دستیابی هستند [۱۴]:

$$\frac{d\sigma_z}{d\sigma_r}=\frac{1-\nu}{\nu} \tag{۲۱}$$

$$\frac{d\sigma_z}{d\varepsilon_z}=\frac{E\left(1-\nu\right)}{\left(1+\nu\right)\left(1-2\nu\right)} \tag{۲۲}$$

۲-۵- ضریب اصطکاک بین دیواره قالب و پودر

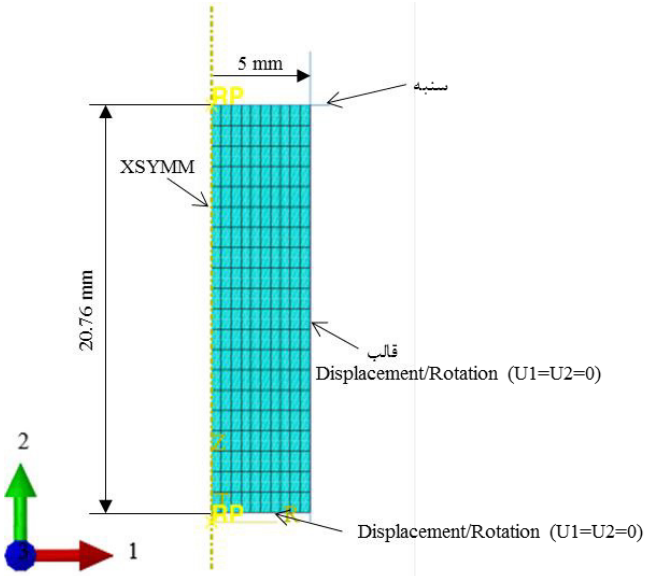
اصطکاک بین دیواره قالب و پودر نقش برجسته‌ای در تراکم پودر دارد. اصطکاک منجر به گرادیان تنش و کرنش و در نتیجه ناهمگنی چگالی در قطعه فشرده شده می‌شود. در این پژوهش ضریب اصطکاک با استفاده از داده‌های قالب تجهیز شده و با تئوری جانسن-واکر از رابطه (۲۳) قابل محاسبه است [۳، ۱۲، ۱۴]:

$$\mu=\frac{D}{4H}\frac{\sigma_{\mathrm{Bot}}}{\sigma_r}\left(\frac{\sigma_{\mathrm{Top}}}{\sigma_{\mathrm{Bot}}}\right)^{\frac{z}{H}}\ln\left(\frac{\sigma_{\mathrm{Top}}}{\sigma_{\mathrm{Bot}}}\right) \tag{۲۳}$$

σ_{Top}، σ_{Bot}، H و z به ترتیب تنش در سنبه‌های بالا و پایین، ارتفاع نمونه و فاصله حسگر از سنبه پایین هستند.

۲-۵- مدل‌سازی المان محدود فرایند تراکم تک‌محوری چند مرحله‌ای پودر

در این پژوهش فرایند تراکم تک‌محوری چند مرحله‌ای با استفاده از حل‌گر استاندارد نرم‌افزار المان محدود آباکوس شبیه‌سازی شده است. داده‌های به‌دست آمده از آزمون‌های انجام شده در مدل امدی‌پی‌سی نرم‌افزار به‌صورت تابع چگالی نسبی به‌کار رفته‌اند. تغییرات چگالی با زیر برنامه یواس‌دی‌اف‌ال‌دی تعریف و در مدل‌سازی به کار رفته‌اند. پودر به‌صورت محیط پیوسته و تغییرشکل‌پذیر با المان‌های هشت‌گره‌ای[1] به تعداد ۱۰۰ المان و سنبه و قالب به‌صورت صلب تحلیلی مدل شده‌اند. مساله به‌صورت متقارن محوری در نظر گرفته شده است. شعاع داخلی قالب ۵ میلی‌متر و ارتفاع اولیه پودر ۲۰/۷۶ میلی‌متر در نظر گرفته شده است. شکل ۵. مدل المان محدود شبیه‌سازی تراکم تک‌محوری پودر را نشان می‌دهد. آزمون‌های همگرایی شبکه نیز انجام شده، از درستی انتخاب ابعاد المان اطمینان حاصل شد.



شکل ۵. مدل و شرایط مرزی شبیه‌سازی المان محدود فرایند فشردن تک‌محوری چند مرحله‌ای

Fig. 5. Finite element model used for simulation of multiple-step uniaxial compaction process

1 CAX8R Element

۳- آزمون‌های تجربی

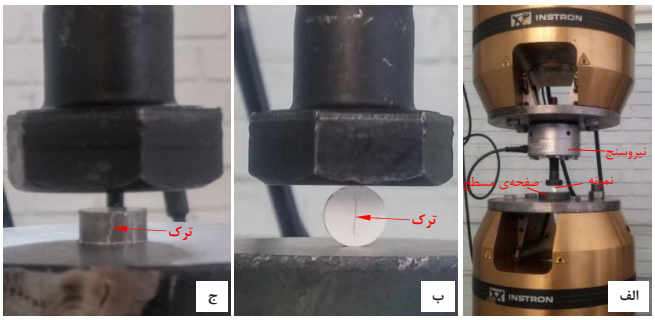
۳-۱- پودر آلومینا

در این پژوهش کالیبراسیون مدل رفتاری امدی‌پی‌سی برای پودر تجاری آماده برای پرس کی‌اماس۹۲ (مارتیزورک-آلمان[2]) انجام شده است. این پودر از ۹۲ درصد اکسید آلومینیوم تشکیل شده است و برای ساخت بدنه‌های سرامیکی مقاوم به سایش و یا عایق‌های الکتریکی کاربرد دارد. از جمله خواص آن می‌توان به شکل‌پذیری بالا، قابلیت فشردن خوب تک‌محوری و ایزواستاتیک و استحکام مکانیکی و مقاومت بالا در برابر سایش اشاره کرد. چگالی اولیه‌آن ۱/۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب است و پس از تراکم با فشار ۱۰۰ مگاپاسکال، چگالی آن تقریبا به دو برابر می‌رسد. پس از پخت در دمای ۱۶۰۰ درجه سانتی‌گراد، چگالی آن به ۳/۷ گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌رسد. چگالی نسبی پودر همواره نسبت به این میزان مرجع اندازه‌گیری می‌شود. این پودر و پودرهای مشابه آن برای داخلی‌سازی قطعات سرامیکی مهندسی در آزمایشگاه سرامیک‌های پیشرفته دانشگاه صنعتی شاهرود استفاده می‌شود. از آنجا که طراحی قالب شکل‌دهی نیازمند درک صحیح از رفتار تغییر شکل این پودر است، در این مقاله به تعیین پارامترهای مدل امدی‌پی‌سی این پودر برای شبیه‌سازی فرایند شکل‌دهی پرداخته می‌شود.

۳-۲- آزمون فشردن قطری و فشردن محوری

برای تعیین سطح خرابی برشی مدل امدی‌پی‌سی، دانستن استحکام کششی و فشاری ضروری است. به کمک آزمون‌های فشردن قطری و فشردن محوری این دو استحکام به دست آمده، پارامترهای سطح خرابی برشی محاسبه می‌شوند. برای ساخت نمونه‌های این آزمون، ۱/۰۰۰ گرم پودر با ترازوی دقیق اندازه‌گیری شد. پودر درون قالب به قطر ۱۰ میلی‌متر ریخته شده و با کنترل دقیق جابجایی سنبه حین فشردن، نمونه‌هایی با چگالی مختلف ساخته شد. نمونه‌های تولید شده در دستگاه آزمون کشش-فشار اینسترون بین دو سطح فولادی سنگ‌خورده قرار گرفته، بار فشاری تا لحظه‌ی وقوع ترک به آن‌ها وارد شد (شکل ۶). نیروهای شکست ثبت و استحکام‌های کششی و فشاری برای هر کدام از نمونه‌ها محاسبه شد. شکل ۳ نمونه‌های استوانه‌ای تحت آزمون فشردن قطری و محوری را نشان

2 Martinswerk GmbH



شکل ۶. آزمون تعیین پارامترهای سطح خرابی، الف) ستاپ آزمون، ب) فشردن قطری، ج) فشردن محوری

Fig. 6. Experimental setup for determination of parameters of failure surface

می‌دهد.

۳-۳- فشردن تک‌محوری درون قالب تجهیز شده

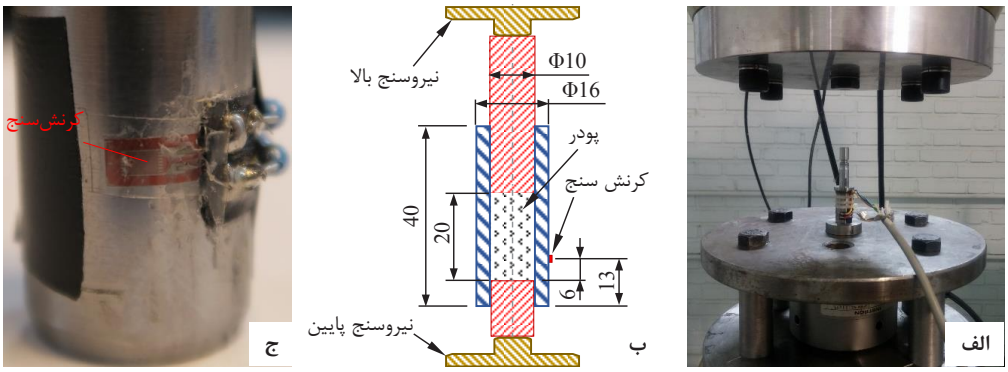
کالیبره کردن پارامترهای سطح کپ نیازمند اطلاع دقیق از تنش شعاعی وارد بر نمونه در حین تراکم است. به دلیل پیچیدگی و هزینه‌بر بودن تجهیزات مورد نیاز برای انجام آزمون سه‌محوری، راه‌حل‌های ساده و کم‌هزینه‌تری مانند فشردن تک‌محوری پودر درون قالب تجهیز شده برای اندازه‌گیری تنش شعاعی ارائه شده‌اند. در این پژوهش تنش شعاعی به‌صورت غیرمستقیم با اندازه‌گیری کرنش محیطی به‌دست آمده است. یک کرنش‌سنج در دیواره خارجی قالب نصب شده و در حین تراکم با اعمال نیروی محوری شکل‌دهی، کرنش‌محیطی را اندازه‌گیری می‌کند. برای انجام این آزمون ۲/۰۰۰ گرم پودر کی‌ام‌اس۹۲ درون قالب ریخته شده و طی چند مرحله بارگذاری-باربرداری با کنترل جابجایی فشرده شد. ارتفاع اولیه‌ی پودر حدود ۲۰ میلی‌متر و ارتفاع آن در انتهای فرایند ۱۰ میلی‌متر است. کرنش‌سنج در فاصله ۶ میلی‌متر از کف پودر بر روی دیواره خارجی قالب نصب شده است. پارامترهای کپ از داده‌های انتهای بارگذاری و مدول‌های کشسانی از منحنی‌های باربرداری هر چرخه به دست آمدند. شکل ۷ قالب تجهیز شده مورد استفاده به همراه ابعاد و موقعیت قرارگیری کرنش‌سنج در دیواره خارجی آن را نشان می‌دهد.

۴- نتایج و بحث

۴-۱- پارامترهای ماده مدل امدی‌پی‌سی

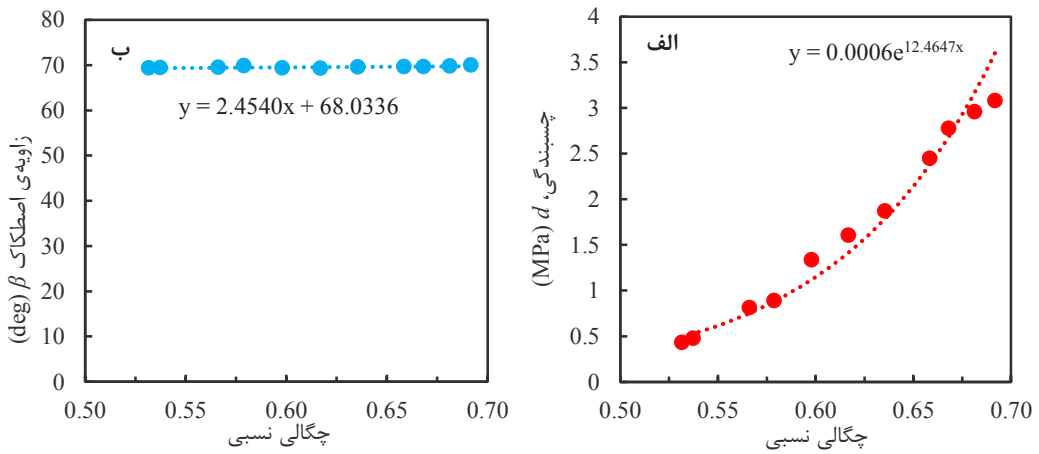
در مدل امدی‌پی‌سی، سطح خرابی برشی به کمک دو پارامتر زاویه اصطکاک و چسبندگی بیان می‌شوند. این دو پارامتر با محاسبه استحکام کششی و فشاری به‌دست آمده از نیروی شکست نمونه‌ها در آزمون‌های فشردن قطری و محوری به‌دست آمدند. مطابق شکل ۸ مشاهده می‌شود که چسبندگی پودر با متراکم شدن روند صعودی دارد. این رفتار با یک منحنی توانی قابل توصیف است. زاویه اصطکاک به‌صورت خطی و با تغییرات اندک در محدوده تغییرات چگالی آزمون‌ها تغییر می‌کند. چنین رفتارهایی توسط سایر پژوهشگران برای پودرهای مختلف در مورد چسبندگی [۱۵، ۲۰، ۲۹] و زاویه اصطکاک [۱۵، ۱۹، ۲۷] گزارش شده است.

سایر پارامترهای مربوط به مدل امدی‌پی‌سی با آزمون تراکم تک‌محوری به‌دست آمدند. نیروهای وارد بر بالا و پایین پودر با استفاده از نیروسنج‌های در تماس با سنبه‌های بالایی و پایینی ثبت شدند. جابجایی سنبه بالا با استفاده از یک اکستنسیومتر و کرنش محیطی نیز با کرنش‌سنج محاسبه و ذخیره شد. تنش و کرنش محوری و تنش شعاعی در موقعیت نصب کرنش‌سنج، از این مقادیر محاسبه و برای یافتن مقادیر تنش موثر و فشار هیدرواستاتیک مورد استفاده قرار گرفتند. رابطه (۲۴) تنش محوری در موقعیت نصب کرنش‌سنج را بر اساس تئوری جانسن-واکر بیان می‌کند [۳ و ۱۴]. مطابق شکل ۹ افزایش قابل توجه نیروی شکل‌دهی در چرخه پایانی به خوبی مشاهده می‌شود.



شکل ۷ الف)ساختمان قالب تراکم تک‌محوری تجهیز شده، ب) طرح‌واره قالب (ابعاد به میلی‌متر) و ج)کرنش‌سنج نصب شده روی قالب

Fig. 7. Structure of instrumented die used for uniaxial compaction tests



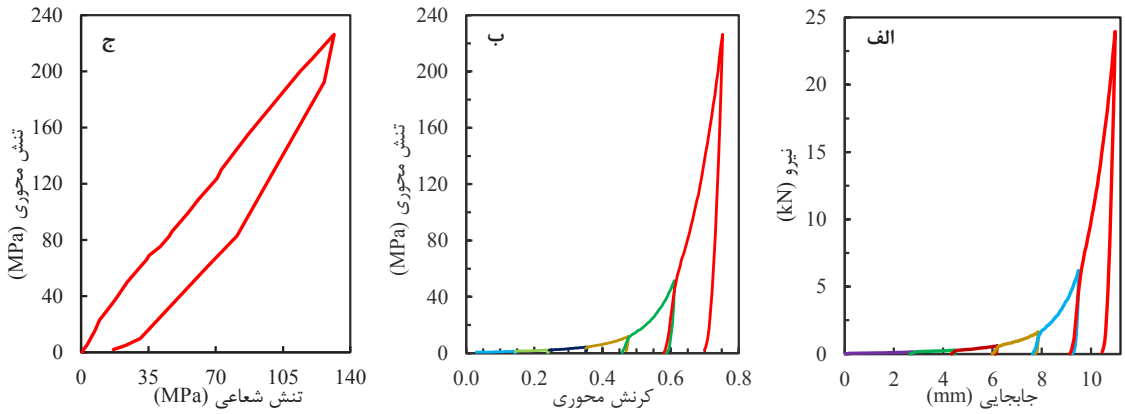
شکل ۸: الف)چسبندگی ماده، ب) زاویه اصطکاک بر حسب چگالی نسبی

Fig. 8. Variation of cohesion d and friction angle β with respect to density obtained from experiment

$$\sigma_z = \sigma_{\text{Top}}^{\frac{z}{H}} \cdot \sigma_{\text{Bot}}^{\left(1-\frac{z}{H}\right)} \tag{۲۴}$$

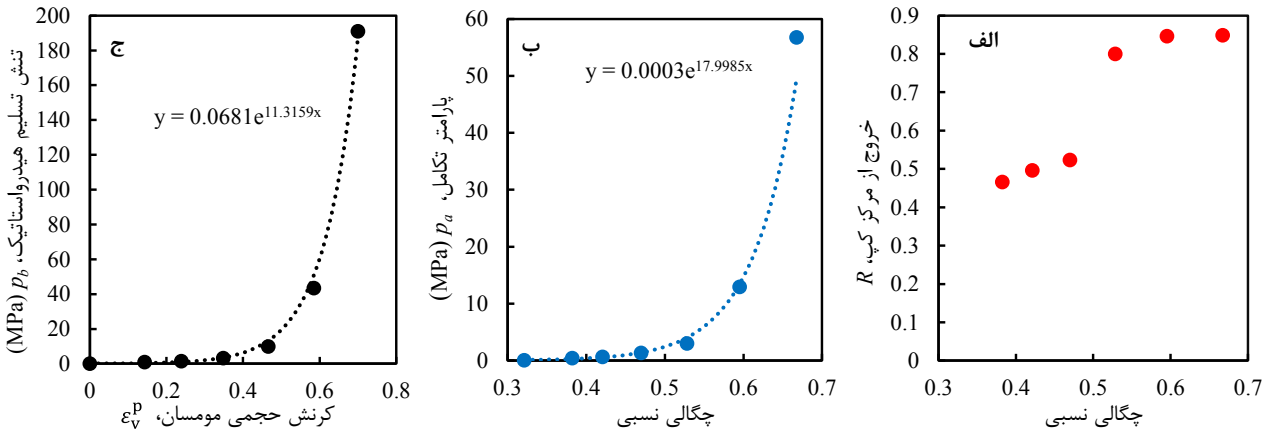
با افزایش تراکم پودر، سطح تنش‌های هیدرواستاتیک و موثر افزایش می‌یابند. نقاط انتهای بارگذاری در هر مرحله دارای بیشترین مقادیر تنش‌ها بوده و روی سطح کپ قرار می‌گیرند. با آغاز باربرداری تغییرشکل کشسان در پودر رخ داده و هر دو فشار هیدرواستاتیک و موثر کاهش می‌یابند، در ادامه تنش موثر به صفر میل کرده و سپس با کاهش مقدار فشار هیدرواستاتیک، تنش موثر افزایش می‌یابد (شکل ۴). مقدار پارامتر سطح گذار α برابر با ۰/۰۱ در نظر گرفته شده و برای محاسبه سایر پارامترها استفاده شد. با داشتن مقدار این پارامتر و فشار هیدرواستاتیک و تنش موثر روی سطح کپ، مقادیر خروج از مرکز R و پارامتر تکامل از روابط محاسبه شدند. شکل ۱۰- الف و ب، خروج از مرکز کپ و پارامتر تکامل را بر حسب تغییرات چگالی نسبی نشان می‌دهد. خروج از مرکز رفتاری پیچیده از خود نشان داده و در حدودا چگالی نسبی بالای ۰/۵ ثابت و برابر با ۰/۸۵ باقی می‌ماند. طبق تجربه‌ای که با کار بر روی این ماده به‌دست آمده، در چگالی‌های نسبی زیر ۰/۵ عملا قرصی تشکیل نشده و ذرات پودر پس از خارج کردن از قالب می‌ریزند. بنابراین برای شبیه‌سازی از داده‌های چگالی بالای ۰/۵ برای این پارامتر استفاده شده است. برای خروج از مرکز رفتارهای متفاوتی برای پودرهای مختلف گزارش شده است [۲۰ و ۲۲]. پارامتر تکامل با متراکم‌تر شدن پودر افزایش یافته است، این رفتار برای مواد مختلف توسط سایر پژوهشگران گزارش شده است [۱۳ و ۱۵]. در نهایت، تنش تسلیم هیدرواستاتیک به کمک رابطه (۸) به‌دست می‌آید. این پارامتر تابع کرنش حجمی مومسان بوده و سخت‌شوندگی ماده را توصیف می‌کند. شکل ۱۰-ج، تغییرات این پارامتر را با کرنش حجمی مومسان نشان می‌دهد.

مدول‌های کشسانی ماده یعنی نسبت پواسون و مدول یانگ، اهمیت بسیار زیادی برای کالیبره کردن مدل ام‌دی‌پی‌سی دارند. این



شکل ۹: نتایج تجربی الف) نیرو-جابجایی سنبه، ب) کرنش محوری-تنش محوری پودر و ج) تنش شعاعی-تنش محوری در آخرین چرخه.

Fig. 9. Experimental results for force-displacement, axial stress-axial strain and axial stress-radial stress variations

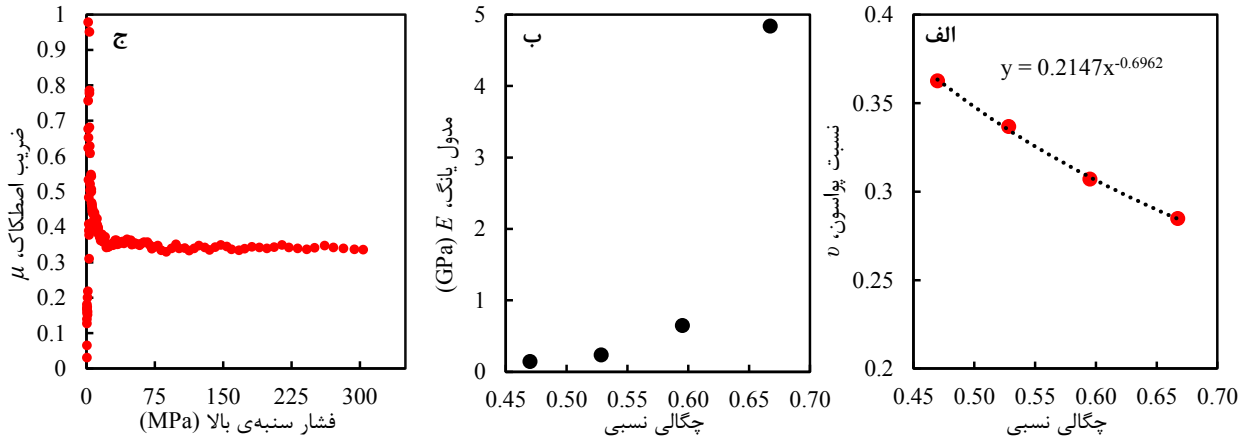


شکل ۱۰. نتایج تجربی برای تغییرات الف) خروج از مرکز کپ، ب) پارامتر تکامل با چگالی نسبی و ج) تنش تسلیم هیدرواستاتیک با کرنش مومسان حجمی

Fig. 10. Experimental results for variation of eccentricity R, evolution parameter pa with respect to density and hydrostatic stress pb with respect to volumetric plastic strain ε_v^p

پارامترها از منحنی‌های باربرداری هر مرحله به‌دست آمدند. شکل ۱۱- الف و ب، تغییرات این دو پارامتر را با چگالی نشان می‌دهد. در چگالی‌های نسبی پایین استخراج خواص کشسانی امکان‌پذیر نبوده و به همین خاطر از داده‌های چهار مرحله آخر تراکم پودر استفاده شده است. نسبت پواسون با تراکم پودر کاهش یافته و در مقابل مدول یانگ رو به افزایش است. افزایش قابل توجه برای مدول یانگ در پژوهش‌های دیگر نیز گزارش شده است [۲۲ و ۲۹]. آرگانی و همکاران [۳۰] برای پودر کی‌ام‌اس۹۶ با روش التراسونیک رفتار مدول یانگ را با مقادیر بسیار کمتری گزارش کردند. برخی پژوهشگران [۳۱ و ۳۲] برای پودر آلومینا مدول یانگ را ثابت در نظر گرفته‌اند. در مواد جامد توپر نسبت پواسون با افزایش فشار اعمالی قابلیت تراکم ماده رو به کاهش بوده و نسبت پواسون افزایش خواهد یافت. حال آن‌که برای مواد پودری مختلف نیز با افزایش تراکم آن‌ها، افزایش نسبت پواسون نیز مشاهده شده است ولی این افزایش به‌صورت چشمگیر نبوده است [۳۰ و ۳۳]. دیارا و همکاران [۲۲] برای پودر آرایشی نسبت پواسون را ابتدا رو به کاهش و سپس در چگالی‌های بالاتر رو به افزایش یافته‌اند هر چند گستره این تغییرات نیز چشمگیر نبوده است. حتی برای پودر دارویی، عدم تغییر این پارامتر با افزایش تراکم نیز گزارش شده است [۳۴]. مشابه رفتار کاهشی برای نسبت پواسون برای پودر دیستلوی[1] توسط شانگ [۳] گزارش شده است. با توجه به تغییرات نسبت پواسون مشاهده می‌شود که این پارامتر در محدوده چگالی‌های نسبی پایین مانند جامد توپر نیست و با توجه به این‌که عملا نمی‌توان پودر را بیش از این محدوده فشرده‌تر کرد، اظهار نظر درباره تغییرات آن در چگالی‌های نسبی بالاتر تا چگالی نسبی نهایی و رفع کامل خلل و فرج موجود در آن امکان‌پذیر نیست.

اصطکاک بین دیواره قالب و پودر عاملی کلیدی در تراکم



شکل ۱۱. نتایج تجربی برای تغییرات الف) نسبت پواسون و ب) مدول یانگ با چگالی نسبی و ج) ضریب اصطکاک با فشار تراکم

Fig. 11. Variation of Poison's ratio ν and Young's modulus E with respect to relative density and friction coefficient μ with respect to compaction pressures obtained from experiments.

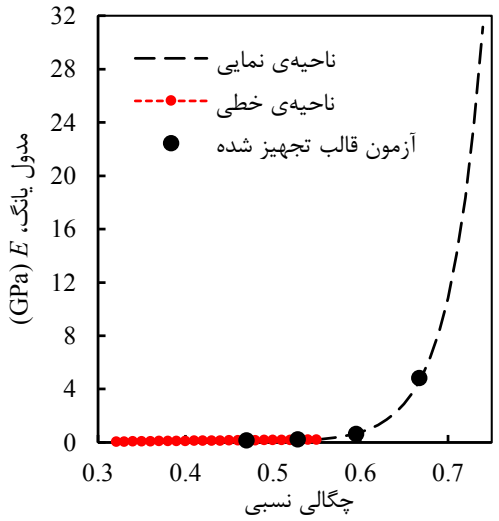
1 Distaloy AE Powder

تک‌محوری پودرها است. به موجب این ویژگی، ناهمگنی ساختار قطعه نهایی می‌تواند به عدم کارایی آن منجر شود. به کمک قالب تجهیز شده ضریب اصطکاک بر اساس تئوری جانسن-واکر محاسبه شد. شکل ۱۱- ج، تغییرات ضریب اصطکاک را بر حسب فشار تراکم نشان می‌دهد. در فشارهای پایین این پارامتر به طور نامنظم تغییر کرده ولی با افزایش فشار شکل‌دهی تقریبا ثابت و برابر با ۰/۳۵ باقی مانده است. ژو و همکاران [۱۴] رفتاری مشابه را برای پودر مرکب فلزی گزارش کرده‌اند.

۴-۲- نتایج مدل‌سازی المان محدودتراکم پودر درون قالب

شرایط مشابه آزمون تجربی انجام شده با مدل امدی‌پی‌سیدر نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی شده و مقادیر پارامترهای به‌دست آمده به نرم‌افزار داده شدند. همچنین زیر برنامه یواس‌دی‌اف‌ال‌دی برای بیان تغییرات چگالی استفاده شد. برای تغییرات مدول یانگ، برازش منحنی توانی و نمایی نتایج مطلوبی را در شبیه‌سازی ارائه نکردند. لذا با سعی و خطا رفتار خطی در چگالی‌های نسبی پایین و پس از آن رفتار نمایی برای مدول یانگ پیش‌بینی شد. شکل ۱۲ انطباق عالی نقاط به‌دست آمده از منحنی‌های باربرداری برای مدول یانگ را نشان می‌دهد.

جدول ۱، پارامترهای مورد استفاده در مدل‌سازی المان محدود را به‌صورت تابعی از چگالی نسبی نشان می‌دهد. این مقادیر برای چگالی‌های نسبی مختلف از منحنی‌های برازش شده بر داده‌های



شکل ۱۲. برازش منحنی خطی در چگالی‌های پایین و نمایی در چگالی‌های بالا بر داده‌های تجربی مدول یانگ

Fig. 12. Fitting linear and exponential curves for Young's modulus data

جدول ۱- پارامترهای مدل مومسانی امدی‌پی‌سی

Table 1. Plastic parameters for MDPC model

چگالی نسبی	ν	E (MPa)	β	d (MPa)
۰/۳۲	۰/۴۷۵	۵۴/۲۸۸	۶۸/۸۱۹	۰/۰۳۲
۰/۴۰	۰/۴۰۶	۱۰۷/۲۱۲	۶۹/۰۱۵	۰/۰۸۸
۰/۴۵	۰/۳۷۴	۱۴۰/۲۹۰	۶۹/۱۳۸	۰/۱۶۴
۰/۵۰	۰/۳۴۸	۱۷۳/۳۶۷	۶۹/۲۶۱	۰/۳۰۵
۰/۵۵	۰/۳۲۶	۲۰۶/۴۴۵	۶۹/۳۸۳	۰/۵۷۰
۰/۶۰	۰/۳۰۶	۷۷۰/۲۸۴	۶۹/۵۰۶	۱/۰۶۲
۰/۶۵	۰/۲۹۰	۲۸۸۷/۶۱۱	۶۹/۶۲۹	۱/۹۸۱
۰/۷۰	۰/۲۷۵	۱۰۸۲۴/۹۵۸	۶۹/۷۵۱	۳/۶۹۴
۰/۷۵	۰/۲۶۲	۴۰۵۸۰/۱۶۳	۶۹/۸۷۴	۶/۸۸۹

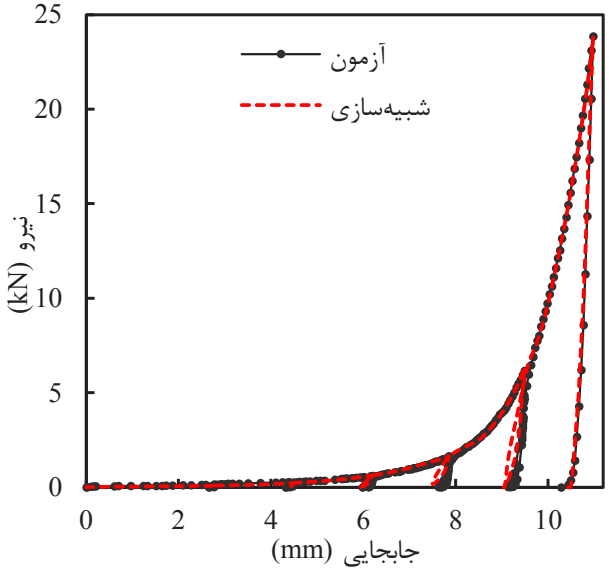
تجربی به‌دست آمده‌اند. کرنش مومسان اولیه ε_{pl}^{0} دارای مقدار بسیار کوچک دلخواه است. در این پژوهش مقدار آن ۰/۰۱ در نظر گرفته شده است. خروج از مرکز کپ R نیز ثابت و برابر با ۰/۸۵ در نظر گرفته شده است. پارامتر نرخ تنش جریان K_{flow} برابر مقدار پیش‌فرض یعنی ۱ انتخاب شده است. پارامتر گذار α برابر ۰/۰۱ و برای شبیه‌سازی رفتار تماسی، ضریب اصطکاک در راستای مماسی برابر با ۰/۳۵ انتخاب شدند. پارامترهای سخت‌شوندگی مدل نیز طبق جدول ۲ به نرم‌افزار معرفی شدند.

با وارد کردن این داده‌ها به مدل امدی‌پی‌سی در نرم‌افزار آباکوس، شبیه‌سازی فرایند تراکم تک‌محوری چند مرحله‌ای انجام شده و منحنی نیرو-جابجایی آن ترسیم و با منحنی متناظر در آزمون تجربی مقایسه شدند. شکل ۱۳ تغییرات نیروی محوری با جابجایی سنبه بالایی را در آزمون و شبیه‌سازی نشان می‌دهد. در مراحل مختلف بارگذاری-باربرداری، اختلاف جزئی در ابتدای بارگذاری و فاز باربرداری دیده

جدول ۲. پارامترهای سخت‌شوندگی مدل امدی‌پی‌سی

Table 2. Hardening parameters of MDPC model

ε_v^p	p_b
۰	۰/۰۶۸۱
۰/۱۵	۰/۳۷۲
۰/۲۵	۱/۱۵۳
۰/۳۵	۳/۵۷۴
۰/۴۵	۱۱/۰۸۳
۰/۶۰	۶۰/۵۰۷
۰/۷۰	۱۸۷/۶۰۷
۰/۸۰	۵۸۱/۶۹۲
۰/۸۵	۱۰۲۴/۲۷۲
۰/۹۰	۱۸۰۳/۵۸۶



شکل ۱۳. مقایسه منحنی نیرو-جابجایی در فشردن تک محوری برای آزمون تجربی و شبیه‌سازی.

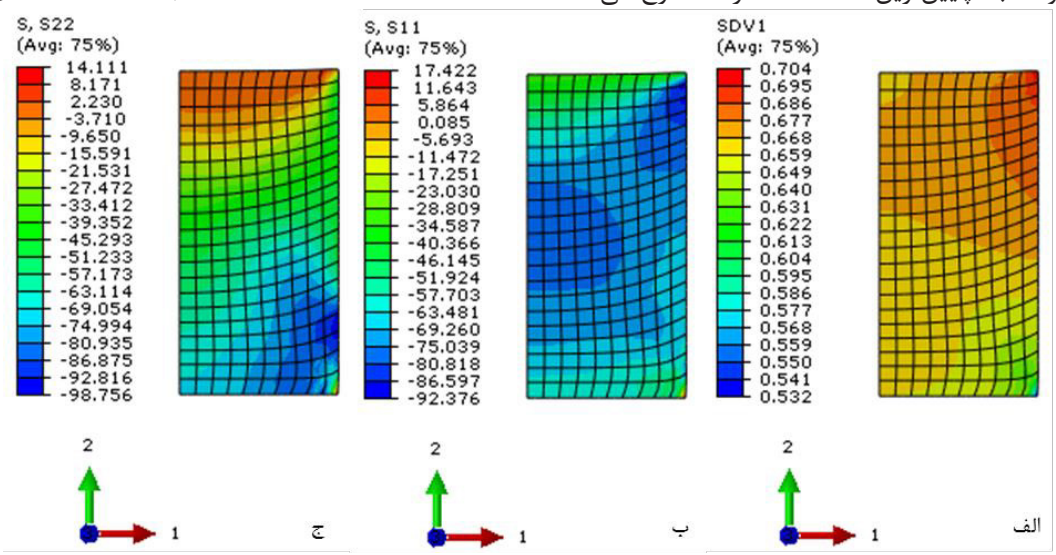
Fig. 13. Comparison of experimental and simulation curves obtained for uniaxial die compaction

می‌شود. این اختلاف احتمالا به نحوه تعیین خصوصیات کشسانی ماده برمی‌گردد و برای رفع این اختلاف، احتمالا باید از سایر روش‌های تعیین خصوصیات کشسانی مانند آزمون التراسونیک استفاده کرد. ضمن این‌که شبیه‌سازی در آخرین مرحله باربرداری رفتاری مشابه با آزمون تجربی را پیش‌بینی می‌کند.

شکل ۱۴ توزیع‌های چگالی نسبی و تنش‌های موجود در قطعه متراکم را پس از باربرداری در شبیه‌سازی المان محدود نشان می‌دهد. بیشترین تراکم در بالاترین بخش قطعه، در مرز پودر و دیواره قالب (بالاترین نقطه سمت راست) و کمترین میزان فشردگی در پایین‌ترین نقطه مرز پودر و قالب (پایین‌ترین نقطه سمت راست) رخ می‌دهد (شکل ۱۴-الف). به خاطر اصطکاک پودر و قالب تنشی که به لایه‌های پایین‌تر پودر خصوصا نزدیک به دیواره قالب انتقال می‌یابد کمتر از تنش اعمالی به لایه‌های بالایی پودر است در نتیجه بخش‌های پایین قطعه چگالی نسبی پایین‌تری دارند. بخش‌های میانی پودر چگالی نسبی یکنواخت‌تری نسبت به سایر قسمت‌ها دارند. با توجه به شکل ۱۴-ب و ج که تنش‌های موجود در قطعه متراکم را پس از آزاد شدن بخش بالایی پودر نشان می‌دهد، مشخص است که قطعه تحت تنش وارد شده از دیواره قالب قرار دارد. به خاطر وجود همین تنش‌های پسماند، ارتفاع و قطر قطعه پس از خروج از قالب مقداری افزایش پیدا می‌کنند.

۵- نتیجه‌گیری

مدل امدی‌پی‌سی برای پودر کی‌ام‌اس۹۲ به کمک آزمون‌های ساده و شبیه‌سازی المان محدود کالیبره شد. پارامترهای سطح خرابی برشی با آزمون‌های فشردن قطری و محوری نمونه‌های استوانه‌ای با چگالی‌های نسبی مختلف به‌دست آمدند. آزمون تراکم تک‌محوری درون قالب تجهیز شده به‌صورت چند مرحله بارگذاری-باربرداری برای یافتن پارامترهای سطح کپ و ضریب اصطکاک و ضرایب کشسان انجام شد. نقاط انتهای بارگذاری در هر مرحله روی سطح تسلیم کپ بوده و پارامترهای مربوط به این سطح به کمک تنش‌های محیطی و محوری و نیز کرنش محوری در این نقاط برای چگالی‌های مختلف به‌دست آمده و برای یافتن تنش تسلیم هیدرواستاتیک و تنش موثر متناظر استفاده شدند. پارامترهای کشسانی از منحنی‌های



شکل ۱۴. توزیع الف) چگالی نسبی، ب) تنش در راستای شعاعی (مگاپاسکال) و ج) تنش در راستای محوری (مگاپاسکال) پس از باربرداری

Fig. 14. Distribution of relative density and radial and axial stresses after unloading

باربرداری تنش محوری بر حسب تنش شعاعی و کرنش محوری به‌دست آمدند. به خاطر کمبود داده‌ها برای پارامترهای کشسانی ماده توصیف رفتار کشسانی ماده دشوار بوده و منحنی برازش شده برای مدول یانگ منجر به نتیجه مطلوب در شبیه‌سازی نمی‌شد، از این‌رو رفتار مدول یانگ با سعی و خطا در چگالی‌های نسبی پایین خطی و در چگالی‌های نسبی بالا به‌صورت نمایی در نظر گرفته شد. داده‌های به‌دست آمده از باربرداری تراکم تک‌محوری انطباق بسیار خوبی با این منحنی‌های برازش شده داشتند. پارامترهای به‌دست آمده اغلب به‌صورت توابع چگالی در نرم‌افزار المان محدود در مدل ساختاری ام‌دی‌پی‌سی استفاده شده و فرایند تراکم تک‌محوری چند مرحله‌ای شبیه‌سازی شد. زیر برنامه‌ی یواس‌دی‌اف‌ال‌دی برای بیان تغییرات چگالی در نرم‌افزار آباکوس استفاده شده است. در نهایت نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نتایج متناظر در آزمون تجربی مورد مقایسه قرار گرفته و اختلاف جزئی در باربرداری و ابتدای بارگذاری هر مرحله بین آن‌ها مشاهده شد. این اختلاف جزئی احتمالا به خصوصیات کشسانی ماده بر می‌گردد و نیازمند این است که تغییرات این خصوصیات با سایر روش‌های موجود نیز بررسی شود. همچنین توزیع‌های تنش و چگالی نسبی درون قطعه پس از باربرداری در شبیه‌سازی المان محدود مورد بررسی قرار گرفت. توزیع چگالی نسبی متاثر از اصطکاک بین پودر و قالب بوده و توزیع‌های تنش منجر به افزایش ابعاد قطعه پس از خروج کامل از قالب می‌شوند.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

d	چسبندگی، MPa
D	قطر نمونه، mm
E	مدول یانگ، MPa
F_c	سطح تسلیم کپ
F_s	سطح تسلیم خرابی برشی
F_t	سطح گذار
G	مدول برشی، MPa
H	ارتفاع، mm
$\mathbf{I}$	تنسور همانی
K_{flow}	نرخ تنش جریان
p	فشار هیدرواستاتیک، MPa
p_a	پارامتر تکامل، MPa
p_b	تنش تسلیم هیدرواستاتیک، MPa
q	تنش موثر ، MPa
R	خروج از مرکز کپ
$\mathbf{s}$	تنسور تنش انحرافی
t	ضخامت نمونه، mm
z	ارتفاع کرنش سنج، mm

علائم یونانی

α	پارامتر سطح گذار
β	زاویه‌ی اصطکاک، deg
ε_v^p	کرنش حجمی مومسان
μ	ضریب اصطکاک
ν	نسبت پواسون
$\boldsymbol{\sigma}$	تنسور تنش
σ_c	استحکام فشاری محوری، MPa
σ_d	استحکام کششی قطری، MPa
σ_r	تنش شعاعی، MPa
σ_z	تنش محوری، MPa

منابع

[1] H. Park, K. Kim, Consolidation behavior of SiC powder under cold compaction, Materials Science and Engineering: A, 299(1) (2001) 116-124.

[2] C. Lu, Determination of cap model parameters using numerical optimization method for powder compaction, PhD Thesis, Marquette University, 2010.

[3] C. Shang, Modelling powder compaction and breakage of compacts, PhD Thesis, University of Leicester, 2012.

[4] H. Kashani Zadeh, Finite element analysis and experimental study of metal powder

compaction, PhD Thesis, Queen's University, 2010.

[5] W. Wang, Numerical modeling of compaction of particulate systems, MSc Thesis, State University System of Florida, 1999.

[6] K. Kim, S. Choi, H. Park, Densification behavior of ceramic powder under cold compaction, Transactions-American Society of Mechanical engineers Journal of Engineering Materials and Technology, 122(2) (2000) 238-244.

[7] D.H. Zeuch, J. Grazier, J. Argüello, K.G. Ewsuk, Mechanical properties and shear failure surfaces for two alumina powders in triaxial compression, Journal of materials science, 36(12) (2001) 2911-2924.

[8] R. Henderson, B. Moriarty, Finite element modelling of decompression after isostatic pressing, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture, 216(2) (2002) 215-224.

[9] Y. Foo, Y. Sheng, B. Briscoe, An experimental and numerical study of the compaction of alumina agglomerates, International journal of solids and structures, 41(21) (2004) 5929-5943.

[10] G.S. Wagle, Die compaction simulation: Simplifying the application of a complex constitutive model using numerical and physical experiments, PhD Thesis, The Pennsylvania State University, 2006.

[11] P. Carlone, G. Palazzo, Computational modeling of the cold compaction of ceramic powders, International Applied Mechanics, 42(10) (2006) 1195-1201.

[12] I. Sinka, J. Cunningham, A. Zavaliangos, The effect of wall friction in the compaction of pharmaceutical tablets with curved faces: a validation study of the Drucker–Prager Cap model, Powder Technology, 133(1-3) (2003) 33-43.

[13] L. Han, J. Elliott, A. Bentham, A. Mills, G. Amidon, B. Hancock, A modified Drucker-Prager Cap model for die compaction simulation of pharmaceutical powders, International Journal of Solids and Structures, 45(10) (2008) 3088-3106.

[14] M. Zhou, S. Huang, J. Hu, Y. Lei, Y. Xiao, B. Li, S. Yan, F. Zou, A density-dependent modified Drucker-Prager Cap model for die compaction of Ag57. 6-Cu22. 4-Sn10-In10 mixed metal powders, Powder Technology, 305 (2017) 183-196.

[15] J. Almanstötter, A modified Drucker–Prager Cap model for finite element simulation of doped tungsten powder compaction, International Journal of Refractory Metals and Hard Materials, 50 (2015) 290-297.

[16] ABAQUS 6-14 documentation, in, Dassault Systemes, 2014.

[17] ASTM, Designation: D 3967 – 08, Standard test method for splitting tensile strength of intact rock core specimens, ASTM Internat., 2008.

[18] J. Cunningham, I. Sinka, A. Zavaliangos, Analysis of tablet compaction. I. Characterization of mechanical behavior of powder and powder/tooling friction, Journal of pharmaceutical sciences, 93(8) (2004) 2022-2039.

[19] O. Coube, H. Riedel, Numerical simulation of metal powder die compaction with special consideration of cracking, Powder Metallurgy, 43(2) (2000) 123-131.

[20] Y.B. Kim, J.S. Lee, S.M. Lee, H.J. Park, G.A. Lee, Calibration of a Density-dependent Modified Drucker-Prager Cap model for AZO powder, in: Advanced Materials Research, Trans Tech Publ, 2012, pp. 1249-1256.

[21] M. Zhou, S. Huang, W. Liu, Y. Lei, S. Yan, Experiment Analysis and Modelling of Compaction Behaviour of Ag60Cu30Sn10 Mixed Metal Powders, in: IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, IOP Publishing, 2018, pp. 1-7.

[22] H. Diarra, V. Mazel, A. Boillon, L. Rehault, V. Busignies, S. Bureau, P. Tchoreloff, Finite Element Method (FEM) modeling of the powder compaction of cosmetic products: Comparison between simulated and experimental results, Powder technology, 224 (2012) 233-240.

[23] A. Procopio, A. Zavaliangos, J. Cunningham, Analysis of the diametrical compression test and the applicability to plastically deforming materials, Journal of Materials Science, 38(17) (2003) 3629-3639.

[24] H. Shin, J.-B. Kim, S.-J. Kim, K.Y. Rhee, A simulation-based determination of cap parameters of the modified Drucker–Prager cap model by considering specimen barreling during conventional triaxial testing, Computational Materials Science, 100 (2015) 31-38.

[25] C. Wu, B.C. Hancock, J.A. Elliott, S.M. Best, A.C. Bentham, W. Bonfield, Finite Element Analysis of Capping Mechanisms during Pharmaceutical Powder Compaction, Advances in Powder Metallurgy and Particulate Materials, 1 (2005) 62-73.

[26] B. Zhang, M. Jain, C. Zhao, M. Bruhis, R. Lawcock, K. Ly, Experimental calibration of density-dependent modified Drucker-Prager/Cap model using an instrumented cubic die for powder compact, Powder Technology, 204(1) (2010) 27-41.

[27] C. Shang, I. Sinka, J. Pan, Constitutive model calibration for powder compaction using instrumented die testing, 52(7) (2012) 903-916.

[28] K. LaMarche, D. Buckley, R. Hartley, F. Qian, S. Badawy, Assessing materials' tablet compaction properties using the Drucker–Prager Cap model, Powder Technology, 267 (2014) 208-220.

[29] S. Garner, J. Strong, A. Zavaliangos, The extrapolation of the Drucker–Prager/Cap material parameters to low and high relative densities, Powder Technology, 283 (2015) 210-226.

[30] L. Argani, D. Misseroni, A. Piccolroaz, Z. Vinco, D. Capuani, D. Bigoni, Plastically-driven variation of elastic stiffness in green bodies during powder compaction: Part I. Experiments and elastoplastic coupling, Journal of the European Ceramic Society, 36(9) (2016) 2159-2167.

[31] I.s. Aydin, B.J. Briscoe, K.Y. Şanlitürk, The internal form of compacted ceramic components: a comparison of a finite element modelling with experiment, Powder Technology, 89(3) (1996) 239-254.

[32] C. Melo, A. Moraes, F. Rocco, F. Montilha, R. Canto, A validation procedure for numerical models of ceramic powder pressing, Journal of the European Ceramic Society, 38(8) (2018) 2928-2936.

[33] M. Zhou, S. Huang, Y. Lei, J. Hu, S. Yan, F. Zou, Investigation on compaction behaviors of Ag35Cu32Zn33 mixed metal powders under cold die compaction, Journal of Advanced Mechanical Design, Systems, and Manufacturing, 12(2) (2018) JAMDSM0037-JAMDSM0037.

[34] A. Baroutaji, S. Lenihan, K. Bryan, Combination of finite element method and Drucker-Prager Cap material model for simulation of pharmaceutical tableting process, Materialwissenschaft und Werkstofftechnik, 48(11) (2017) 1133-1145.

این صفحه عمداً خالی است