



## بهینه سازی همزمان منحنی محدب کف پا و سیکل راه رفتن در یک راه رونده دو پا با مچ بدون درجه آزادی اضافه

فاطمه غفوری، محمدهادی هنرور\*، محمدمهدی جلیلی

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۱/۲۵  
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۵/۰۶  
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۳۱  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۷/۱۴

### کلمات کلیدی:

سیکل راه رفتن  
منحنی کف پا  
مقدار مصرف انرژی  
بهینه سازی

**خلاصه:** هندسه ناحیه تماس اندام حرکتی تحتانی با زمین اهمیت قابل توجهی در مشخصه‌های سیکل راه رفتن دارد. در پژوهش حاضر، طراحی و تحلیل منحنی محدب کف پا در سیکل راه رفتن با هدف دستیابی به کمینه انرژی مصرفی در راه رفتن روی سطح افقی صورت گرفته است. به این منظور، مدل معروف جرم متمرکز با نقطه تماس ثابت به مدلی با نقطه تماس متحرک بر روی یک منحنی به نام منحنی کف پا و بدون درجه آزادی اضافه توسعه یافته است. با توجه به متأثر بودن سیکل راه رفتن بهینه از هندسه مدل، افزودن منحنی کف پا بازسازی سیکل راه رفتن را الزام می‌کند. در نتیجه در این پژوهش، بهینه‌سازی همزمان برای یافتن ترکیب بهینه منحنی محدب کف پا و سیکل راه رفتن انجام شده است. برای اجتناب از هزینه محاسباتی بسیار بزرگ برای حل عددی، متغیر طراحی از توابع پیوسته به برداری با بعد محدود کد شده و در دو حلقه تو در تو با روش‌های ازدحام ذرات و تندترین کاهش حل شده است. قیود سینماتیک و الزامات مربوط به حرکت تکراری، پیوسته و متقارن استخراج شده و در روند بهینه‌سازی ارضا شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان داده است که اثر بهینه‌سازی همزمان هندسه و مسیر در تابع هزینه بسیار چشمگیر است.

### ۱- مقدمه

در حوزه بیومکانیک، راه‌رونده‌های دو پا مانند انسان، ربات‌های انسان نما و ابزارهای کمک حرکتی متصل به انسان، نقش و ویژگی‌های جزء انتهایی اندام حرکتی که تماس مجموعه با زمین را برقرار می‌سازد (کف پا) در حدود دو دهه اخیر مورد توجه ویژه محققان قرار گرفته است.

در راه رفتن عادی، نقش اصلی اندام کف پا در کاهش نوسان قائم و پیوستگی راستای سرعت مرکز جرم بدن از طریق پلنتار فلکشن<sup>۱</sup> قبل از جدایی پنجه در انتهای فاز تکیه تا ابتدای فاز تاب آشناخته شده است [۱] بطوریکه در وضعیتی نزدیک به اکستنشن کامل زانو که تغییر در زاویه زانو امکان چندانی در تغییر طول مؤثر اندام ندارد، دوران مچ بخشی از طول پا را به طول مؤثر اندام تبدیل می‌کند. چنین رفتاری با اندامی که تنها با دو عضو بزرگتر (ران و ساق) مدل‌سازی شده است (مانند مدلی که برای نمونه در مرجع [۲] به کار گرفته شده) هرگز قابل نمایش نیست. اساساً شبیه‌سازی

رفتار دینامیکی هموار راه رفتن انسان در تغییر فازها بدون در نظر گرفتن کف پا یا المانی که بتواند وظیفه مشابه این عضو در تغییر فازها را بازی کند (مانند مدل مچ-فنر [۳]) تقریباً ناممکن است. حتی محققانی که با فراتر نهادن و برای بهبود شبیه‌سازی دینامیکی راه رفتن، مدل‌سازی کف پا را با بیش از یک جزء صلب پیشنهاد می‌کنند (برای نمونه به مرجع [۴] رجوع شود). به این ترتیب، تحقیقاتی که از مدل‌های بدون کف پا استفاده می‌کنند محدود به بررسی رفتارهای داخل فاز، (هر دو فاز تاب و تکیه) هستند، و از طرف دیگر اغلب تحقیقاتی که نقش کف پا را مورد توجه قرار داده‌اند متمرکز بر ناحیه تغییر فاز، پیوستگی و هموار بودن رفتار در این ناحیه هستند.

نقش کف پا در راه رفتن محدود به هموارسازی تغییر فاز نیست. در مرجع [۵] نشان داده شده است که منحنی کف پا می‌تواند به بهبود تعادل راه رونده کمک کند و در راه رونده‌های دوپای مصنوعی منفعل می‌تواند باعث پایداری راه رونده در طیفی از شرایط محیطی و ساختار زمین باشد [۶]. همچنین، تأثیر شعاع منحنی کف پا نیز بر روی پایداری حرکت چنین راه رونده دینامیکی بررسی شده است [۷]. پایداری راه رفتن به نوع و پارامترهای منحنی کف پا

- 1 Plantarflexion
- 2 Stance phase
- 3 Stance phase

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: hadihonavar@yazd.ac.ir



حرکت ربات‌های دوپا در هنگام راه رفتن و دویدن، مقدار مصرف انرژی حداقل دنبال شده [۲۱] و روش‌های فراابتکاری نیز برای یافتن مسیر با مصرف انرژی کمینه مورد استفاده قرار گرفته است [۲۲].

با وجود بررسی‌های محدود بر روی نقش هندسه منحنی کف پا در انرژی مصرفی راه رفتن و نیز تحقیقاتی که برای دست یافتن به کمینه انرژی مصرفی از طریق بهینه‌سازی الگوی سینماتیکی حرکت انجام شده، اثر تغییر ساختار هندسی اندام حرکتی بر سینماتیک بهینه حرکت مورد بررسی قرار نگرفته است. به بیان دیگر، بهینه‌سازی منحنی کف پا به بهینه‌سازی حرکت سیستم وابسته است، و همراه با تغییر منحنی پا سیکل راه رفتن<sup>۲</sup> نیز باید متناسب با آن تغییر کرده و بهینه شود. بهینه‌سازی همزمان هندسه تماس و الگوی حرکت، و نیز تضمین همواری در انتقال فاز موضوع مطالعه پیش رو است. به این منظور، یک مدل دینامیکی کارا شامل ایده معروف جرم نقطه‌ای در تحلیل بیومکانیک راه رفتن (برای نمونه ب-۲ [مراجع ۲ و ۳۰-۲۳] رجوع شود) و منحنی محدب به عنوان سطح تماس اندام با زمین (کف پا) و بدون درجه آزادی اضافه ارائه می‌شود. سپس معادلات سینماتیک و سینتیک حاکم بر حرکت استخراج شده و با الزام قیودی بر الگوی حرکت، پیوستگی اندازه و راستای سرعت در انتقال فازها تضمین می‌شود. برای تعریف متغیرهای طراحی، منحنی مسیر با چهار پارامتر و منحنی کف پا با سه متغیر کد می‌شود. در نهایت با کمک گرفتن از دو روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات<sup>۳</sup> و تندترین کاهش<sup>۴</sup> به‌طور همزمان برای به حداقل رساندن مقدار مصرف انرژی، الگوی حرکت و منحنی کف پا به صورت همزمان بهینه می‌شوند.

## ۲- مدل‌سازی

برای تحلیل دینامیکی سیکل راه رفتن و طراحی بهینه الگوی حرکت در راه رونده دو پای دارای منحنی کف پا، از شبیه‌سازی رفتار دینامیکی مبتنی بر مدل‌سازی بهره می‌بریم. در این بخش مدل مورد استفاده معرفی شده، روابط سینماتیکی و معادلات حرکت استخراج شده و الگوریتم حل معرفی می‌گردد.

### ۲-۱- مدل دینامیکی

در مطالعه حاضر از یک مدل توسعه یافته مبتنی بر رویکرد معروف جرم متمرکز صفحه‌ای در تحلیل راه رونده‌های دو پا استفاده شده است: جرم بدن به

شدیدا وابسته است. این پایداری با استفاده از دو نوع مدل از منحنی کف پا مورد بررسی قرار گرفته است [۸].

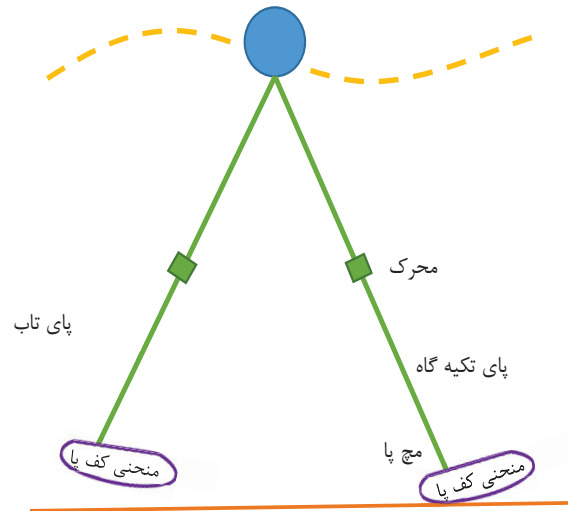
علاوه بر موضوع تعادل و پایداری حرکت، نشان داده شده است که منحنی کف پا می‌تواند اتلاف انرژی در لحظه تماس پا با زمین را در ابتدای فاز تکیه کنترل کند [۹]. برای نمونه، اثر شعاع منحنی کف پا روی مشخصه‌های سیکل راه رفتن، نیروی وارده از طرف زمین به پای تکیه‌گاه، ضربه ناشی از برخورد پاشنه پا با زمین و انرژی مصرفی در هنگام راه رفتن بررسی شده است [۱۰]. به علاوه، میزان اتلاف انرژی در اثر برخورد پاشنه پا به زمین و سرعت حرکت افقی برای دو مدل مختلف منحنی کف پا در راه رونده دینامیکی غیر فعال بررسی و مقایسه شده [۱۱] و اثر شعاع و طول منحنی کف پا نیز بر روی مقدار هدر رفت انرژی در برخورد پاشنه با زمین و سرعت متوسط راه رفتن مورد مطالعه قرار گرفته و نتیجه گرفته شده است که هرچه شعاع انحنا کمتر باشد، میزان اتلاف انرژی بیشتر است [۱۲ و ۱۳]. در مطالعات متمرکز بر ساختار و منحنی پا، معمولا منحنی محدود به دسته خاصی بوده (عمدتا کمانی از دایره) و اثر تغییرات یک یا دو پارامتر (به عنوان مثال شعاع و زاویه کمان) در انرژی راه رفتن مدل‌سازی و بررسی شده است. با وجود اینکه اثر تغییر هندسه اندام در تماس با زمین به صورت تغییر در ابعاد [۱۴] و تغییر در هندسه و ساختار مفصل [۱۵] روی سینتیک راه رفتن نیز بررسی شده، و به عنوان نمونه در مرجع [۱۵] منحنی کف پا از دسته بزرگتری از منحنی‌های محدب انتخاب شده، تحلیل با استفاده از سیکل راه رفتن طبیعی انجام شده است، در حالیکه انرژی راه رفتن علاوه بر اثر پذیری از هندسه ناحیه تماس اندام با زمین، وابسته به سیکل حرکتی و مسیر اجرای راه رفتن در فضای مختصه‌های تعمیم یافته-زمان یا در فضای حالت است. با توجه به اهمیت کار مکانیکی و مقدار مصرف انرژی در ارزیابی عملکرد ربات‌های دو پا، پروتزهای قطع عضو، و ابزارهای کمک‌حرکتی [۱۶ و ۱۷]، به عنوان مهمترین تابع هزینه در طراحی سیکل راه رفتن به کار می‌روند و مطالعات فراوانی در حوزه رباتیک و بیومکانیک حرکتی با تمرکز بر برنامه‌ریزی انرژی-بهینه مسیر حرکت انجام شده است. برای نمونه، یک کنترل‌کننده حلقه باز برای کنترل برخط<sup>۱</sup> و بهینه مسیر با هدف کمینه کردن انرژی مصرفی یک ربات دو پا طراحی شده [۱۸] و در تحقیقات بعدی طول گام نیز بهینه شده است [۱۹]. در مطالعات دیگری به بهینه کردن مقدار مصرف انرژی با استفاده از پارامترهای طول گام و سرعت حرکت پرداخته شده [۲۰] و در ادامه، با بهینه کردن مسیر

2 Gait cycle

3 Particle Swarm Optimization (PSO)

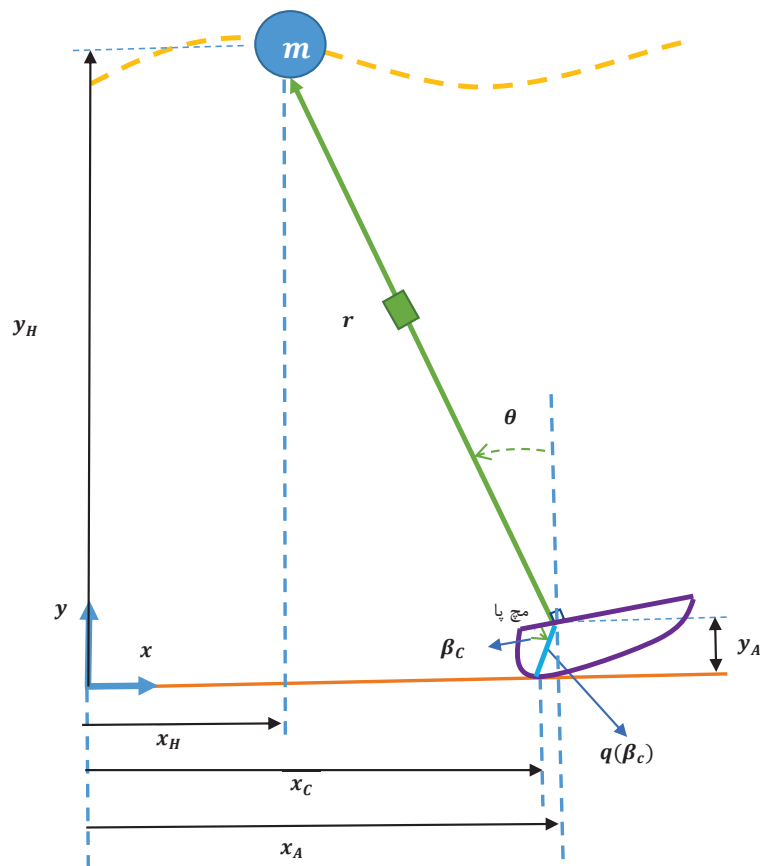
4 Steepest Descent

1 Real time



شکل ۱: نمایی از مدل جرم متمرکز استفاده شده در این پژوهش با در نظر گرفتن منحنی کف پا و مج بدون درجه آزادی.

Fig. 1. Scheme of a pointed mass model with a convex sole at the end of legs and an ankle without additional degree of freedom.



شکل ۲: تعریف پارامترهای مدل.

Fig. 2. Dynamic model with parameters' definition.

Table 1. Model parameters' definition.

جدول ۱: معرفی پارامترهای استفاده شده در مدل.

مفهوم	واحد	نماد
جرم متمرکز قرار گرفته بر روی هیپ	kg	$m$
موقعیت افقی جرم متمرکز در دستگاه $x - y$	m	$x_H$
موقعیت عمودی جرم متمرکز در دستگاه $x - y$	m	$y_H$
موقعیت افقی میج پا در دستگاه $x - y$	m	$x_A$
موقعیت عمودی میج پا در دستگاه $x - y$	m	$y_A$
موقعیت افقی محل تماس منحنی کف پای تکیه‌گاه با زمین در دستگاه $x - y$	m	$x_C$
طول پای تکیه‌گاه	m	$r$
زاویه بین پای تکیه‌گاه و راستای قائم	rad	$\theta$
بردار متصل کننده میج پا و نقطه تماس منحنی کف پا با زمین	m	$q(\beta_C)$
زاویه بین بردار $q(\beta_C)$ و خط مرجع منحنی کف پا	rad	$\beta_C$

$$\begin{cases} x_A = x_H + r \sin \theta \\ x_A = x_C + q \cos(\theta + \beta_C) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_H + r \sin \theta = \\ x_C + q \cos(\theta + \beta_C) \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} y_A = y_H - r \cos \theta \\ y_A = q \sin(\theta + \beta_C) \end{cases} \rightarrow \begin{cases} y_H - r \cos \theta = \\ q \sin(\theta + \beta_C) \end{cases} \quad (2)$$

با فرض افقی (موازی محور  $x$  ها) بودن سطح زمین، نقطه تماس در هر  $\theta$  معین نقطه‌ای از منحنی کف پا است که کمترین  $y$  را دارد، پس در نقطه تماس (که با  $\beta_C$  بیان می‌شود) در هر  $\theta$  لازم است مشتق  $y_A$  نسبت به  $\beta$  صفر باشد:

$$\left. \frac{\partial y_A}{\partial \beta_C} \right|_{\theta=const} = 0 \rightarrow q' \sin(\theta + \beta_C) + q \cos(\theta + \beta_C) = 0 \quad (3)$$

با فرض عدم حرکت نسبی در نقطه تماس (لغزش) می‌توان نقطه تماس منحنی کف پا را در هر لحظه با استفاده از رابطه (۴) محاسبه نمود:

صورت متمرکز روی مفصل هیپ قرار گرفته است. هر یک از دو اندام حرکتی تحتانی با یک لینک بدون جرم و اینرسی نمایندگی می‌شود که در مفصل هیپ به جرم متمرکز و یکدیگر لولا شده و مقید به حرکت در صفحه سجیتال<sup>۱</sup> هستند. هر یک از دو اندام حرکتی طول متغیر دارند که این تغییر طول توسط یک محرک خطی انجام می‌شود. این اندام حرکتی هر ساختار بدون جرم موجود میان هیپ و میج را شبیه‌سازی می‌کند. انتهای هر یک از دو پا یک منحنی یکسان وجود دارد که سطح تماس پا با زمین را تشکیل می‌دهد. نقطه تماس پای تکیه با زمین همواره عضو این منحنی باقی می‌ماند. بین پا و زمین در محل تماس لغزشی وجود نخواهد داشت. بین منحنی پا و بقیه اندام حرکتی مفصل اضافه‌ای وجود ندارد. نمای شماتیک این مدل در شکل ۱ آورده شده است. پارامترهای مدل در شکل ۲ و جدول ۱ معرفی شده است. در این مطالعه تمرکز شبیه‌سازی روی فاز تک تکیه‌گاهی<sup>۲</sup> حرکت راه رفتن است.

## ۲-۲- روایط سینماتیکی

مطابق شکل ۲، مکان افقی و عمودی میج پا (A) از سمت هیپ و از سمت نقطه تماس از دو دسته رابطه زیر بدست می‌آید:

1 Sagittal Plane  
2 Single Support Phase

می‌گردد.

$$x_C = x_{C_0} + \int_{\beta_0}^{\beta_C} \sqrt{(q^2 + q'^2)} d\beta \quad (4)$$

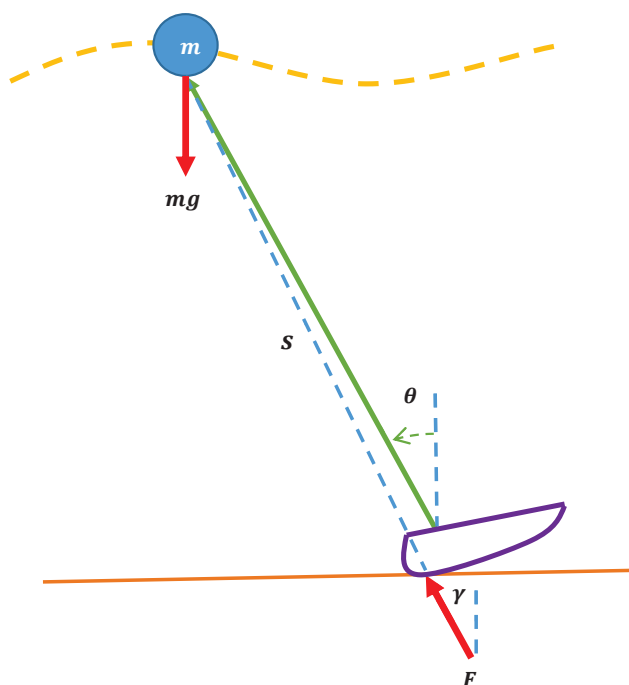
### ۲-۴- معادلات حرکت

برای بدست آوردن معادلات حرکت، ابتدا لازم است دیاگرام آزاد نیرویی رسم شود (شکل ۳):

که  $F$  نیروی عکس‌العمل زمین است. به دلیل بدون جرم در نظر گرفتن مجموعه پا و منحنی کف پا، این مجموعه به یک جسم دو نیرویی تبدیل شده و راستای نیروی عکس‌العمل زمین در امتداد بردار متصل کننده جرم متمرکز و نقطه تماس منحنی کف پا با زمین (بردار  $s$ ) و با زاویه  $\gamma$  نسبت به قائم قرار می‌گیرد. با استفاده از روش نیوتن، معادله حرکت حاکم بر این حرکت صفحه‌ای به فرم رابطه‌های (۸) و (۹) قابل نوشتن هستند:

$$-F \sin \gamma = m \ddot{x}_H \quad (8)$$

$$F \cos \gamma - mg = m \ddot{y}_H \quad (9)$$



شکل ۳: دیاگرام آزاد نیرویی مدل.

Fig. 3. Free body diagram of the model.

که  $x_{C_0}$  موقعیت افقی نقطه تماس منحنی کف پا با زمین در لحظه اول حرکت بوده و برابر با صفر در نظر گرفته می‌شود. چهار رابطه (۱) تا (۴) قیود سینماتیک حاکم بر این مدل هستند.

### ۲-۳- قیود حرکت سیکلیک

سیکل راه رفتن را تکراری، پیوسته، و متقارن فرض می‌کنیم. فرض تکراری بودن نتیجه می‌دهد وضعیت سیستم در لحظات متناظر از سیکل‌های مختلف، از جمله در لحظات شروع هر سیکل، لازم است یکسان باشد. فرض پیوسته بودن نتیجه می‌دهد وضعیت سیستم در ابتدا و انتهای هر سیکل یکسان باشد. فرض متقارن بودن نتیجه می‌دهد وضعیتی که پای راست در یک سیکل تجربه می‌کند پای چپ با نیم سیکل اختلاف زمانی عینا تجربه کند. یک سیکل راه رفتن (گام) شامل دو قدم است، پس وضعیت بدن در هر قدم نسبت به قدم قبل یا بعد دقیقا تقارن سجیتال دارد. به این ترتیب، قیدهایی دیگری منتج از فرض حرکت سیکلیک متقارن به صورت زیر اضافه می‌شود:

یکسان بودن موقعیت عمودی مرکز جرم در ابتدا و انتهای یک قدم برابر بودن شیب مسیر حرکت مرکز جرم در ابتدا و انتهای یک سیکل از حرکت مساوی بودن اندازه سرعت مرکز جرم در ابتدا و انتهای یک قدم این قیود به زبان ریاضی در رابطه‌های (۵) تا (۷) آورده شده است:

$$y_{H_1} = y_{H_{end}} \quad (5)$$

$$\left( \frac{\partial y_H}{\partial x_H} \right)_1 = \left( \frac{\partial y_H}{\partial x_H} \right)_{end} \quad (6)$$

$$V_1 = V_{end} \quad (7)$$

که  $V$  سرعت حرکت جرم متمرکز است. در اصل، با در نظر گرفتن قیدهایی رابطه‌های (۵) و (۶) برای مسیر، از وقوع ضربه هنگام گام‌برداری جلوگیری می‌شود. به علاوه، با توجه به قانون انرژی و قیود رابطه‌های (۵) و (۶)، برای به حداقل رساندن میزان اتلاف انرژی، قید رابطه (۷) نیز اضافه

### ۳- بهینه‌سازی

راه رونده دویا برای گام برداشتن هزینه‌هایی پرداخت می‌کند. از جمله مهمترین این هزینه‌ها ضربه هنگام گام‌برداری و مقدار مصرف انرژی است [۱۶ و ۱۷]. در ربات‌های دویا هرچه میزان انرژی مصرفی حین حرکت کمتر باشد، از موتورهای کوچکتر و ارزان‌تر می‌توان استفاده نمود و در نتیجه ربات با ابعاد کوچکتر و بهینه‌تر قابل عرضه خواهد بود. در این پژوهش هدف، یافتن مسیر حرکت مرکز جرم و منحنی کف پایی است که علاوه بر حذف ضربه اعمالی به سیستم هنگام گام‌برداری و به حداقل رساندن میزان اتلاف انرژی، مقدار مصرف انرژی راه رونده دویا را به حداقل مقدار خود برساند. در نتیجه، تابع هزینه این مسئله بهینه‌سازی، مقدار مصرف انرژی و ضربه ناشی از گام‌برداری به عنوان قیدی حاکم بر این مسئله در نظر گرفته می‌شود. همچنین، سعی شده است که میزان اتلاف انرژی نیز در کنار تابع هزینه و قیود حاکم بر آن به حداقل مقدار خود برسد. به علاوه، متغیرهای بهینه‌سازی در این مسئله، مسیر حرکت مرکز جرم و منحنی کف پا هستند. با تغییر مسیر حرکت و یا منحنی کف پا، محرک فعال نصب شده بر روی پا نیروی متفاوتی اعمال کرده و در نتیجه تغییرات طول پا نیز متفاوت می‌شود. به همین دلیل، مقدار مصرف انرژی به ازای مسیرها و منحنی‌های گوناگون متفاوت است. مقدار این تابع هزینه را می‌توان بصورت رابطه (۱۲) تعریف نمود [۱۷]:

$$W^+ = \int \left[ \frac{F}{mg} \cdot dr \right]^+ = \int [\bar{F} \cdot dr]^+ \quad (12)$$

که  $\bar{F}$  مقدار نیرو بر واحد وزن است. در اصل، این تابع بخش مثبت کار انجام شده در طول حرکت است؛ که برای محاسبه آن، از حاصل ضرب نیرو در مقدار تغییر طول پا، زمانی که این دو بردار در یک جهت هستند، استفاده می‌شود. این بدان علت است که زمانی که این دو بردار در خلاف جهت یکدیگر باشند، انرژی تنها هدر رفته و کاری انجام نمی‌شود. فرم کلی مسئله بهینه‌سازی بصورت رابطه (۱۳) نوشته می‌شود:

$$\min_x W^+ \left\{ \begin{array}{l} G_1 = y_{H_1} - y_{H_{end}} \\ G_2 = \left( \frac{\partial y_H}{\partial x_H} \right)_1 - \left( \frac{\partial y_H}{\partial x_H} \right)_{end} \\ G_3 = V_1 - V_{end} \end{array} \right. \quad (13)$$

همچنین، این معادلات در صفحه  $S - \gamma$  به فرم رابطه‌های (۱۰) و (۱۱) نوشته می‌شوند:

$$F - mg \cos \gamma = m(-\ddot{x}_H \sin \gamma + \ddot{y}_H \cos \gamma) \quad (10)$$

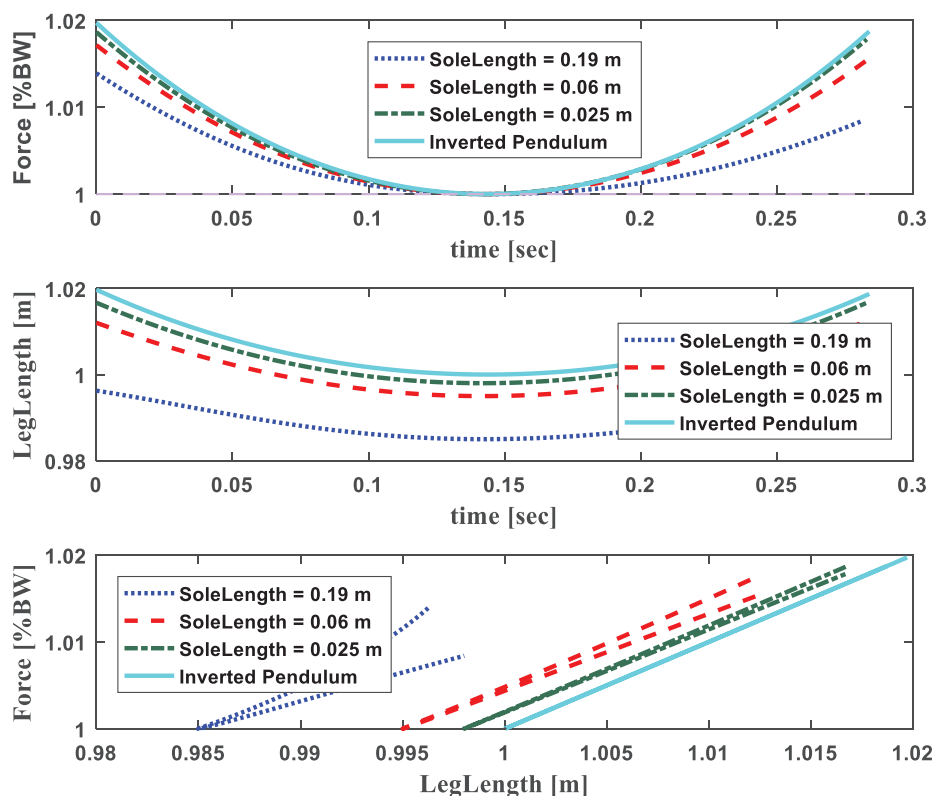
$$mg \sin \gamma = m(-\ddot{x}_H \cos \gamma - \ddot{y}_H \sin \gamma) \quad (11)$$

### ۲-۵ الگوریتم حل

برای حل معادلات حرکت و محاسبه مقدار نیرو، ابتدا لازم است معادلات سینماتیک حل شوند. برای حل معادلات سینماتیک لازم است اطلاعاتی از مسیر حرکت و یا منحنی کف پا موجود باشد تا بتوان دیگر مجهولات را محاسبه نمود. در اصل، برای محاسبه مسیر حرکت، به معادله منحنی کف پا و برای محاسبه منحنی کف پا، به مسیر حرکت نیاز است. در نهایت، با در نظر گرفتن هریک به عنوان ورودی و محاسبه مجهولات، نوبت به حل معادلات دیفرانسیل حرکت می‌رسد. برای حل این معادلات نیز به شرایط اولیه برای مکان افقی و سرعت مرکز جرم و مکان انتهایی آن نیاز است. با استفاده از ورودی‌های مدنظر، ابتدا از رابطه (۱۱) زمان و سپس از رابطه (۱۰) مقدار نیرو محاسبه می‌شود.

### ۲-۶ صحت‌سنجی

در این بخش، به منظور اعتبارسنجی، نتایج حاصل با مدل آونگ معکوس ساده مقایسه خواهد شد؛ بدین صورت که طول منحنی کف پا به سمت صفر میل داده شده و مشاهده می‌شود که نتایج حاصل از حل معادلات به سمت حل مدل آونگ معکوس ساده حرکت می‌کند. معادلات حرکت آونگ معکوس ساده، مانند مرجع [۲] استخراج و حل شده است. نتایج حاصل در شکل ۴ قابل مشاهده است. با کوچک‌تر کردن منحنی کف پا در مدل مورد استفاده در این پژوهش، پارامترهای این مدل، از قبیل نیرو و تغییرات طول پا، به سمت مقادیر این پارامترها در مدل آونگ معکوس ساده میل می‌کند در واقع، با مشاهده‌ی روند این تغییرات در شکل ۴ می‌توان متوجه شد که مدل‌سازی انجام شده در این فصل و حل معادلات آن از صحت قابل قبولی برخوردار است.



شکل ۴: نتایج حاصل از اعتبارسنجی با کمک گرفتن از آونگ معکوس ساده.

Fig. 4. Validation results using simple inverted pendulum.

بهینه‌سازی ازدحام ذرات جزو روش‌های بهینه‌سازی ابتکاری و بر پایه‌ی ذرات است. در این الگوریتم ذرات در فضای جستجو جاری شده و تغییر مکان آن‌ها تحت تأثیر تجربه و دانش خود و همسایگانشان است. در نتیجه مدل‌سازی این رفتار اجتماعی، ذرات در تراکم‌ها از یکدیگر آموخته و بر مبنای دانش بدست آمده به سمت بهترین همسایگان خود می‌روند. در این پژوهش، برای بهینه‌سازی همزمان مسیر و منحنی، از دو روش ازدحام ذرات و تندترین کاهش در کنار یکدیگر و در چهار مرحله استفاده می‌شود. ابتدا، با در نظر گرفتن منحنی مشخص به عنوان کف پا، که در شکل ۵ نمایش داده شده و همچنین ضرایب آن در جدول ۲ آورده شده است، از روش ازدحام ذرات استفاده شده و مقدار بهینه دو ضریب  $A$  و  $H$  برای مسیر حرکت محاسبه می‌شود. محدوده مورد بررسی برای این دو پارامتر در روش ازدحام ذرات در جدول ۳ آورده شده است:

علت در نظر گرفتن بازه مذکور برای  $H$  این است که طبق داده‌های هندسی متوسط در جداول استاندارد [۱۷]، فاصله لگن تا زمین برابر با ۰/۹۳

برای یافتن مسیر و منحنی مناسب، هرکدام با تعدادی پارامتر کد شده که با تغییر این پارامترها می‌توان مسیر و منحنی جدید ساخت. معادله در نظر گرفته شده برای مسیر [۳۱] و منحنی در رابطه‌های (۱۴) و (۱۵) آورده شده است:

$$y_H = A \sin^2(Bx_H + C) + H \quad (14)$$

$$q = Q(1)\beta^6 + Q(2)\beta + Q(3) \quad (15)$$

که پارامترهای مدنظر برای بهینه‌سازی عبارتند از:

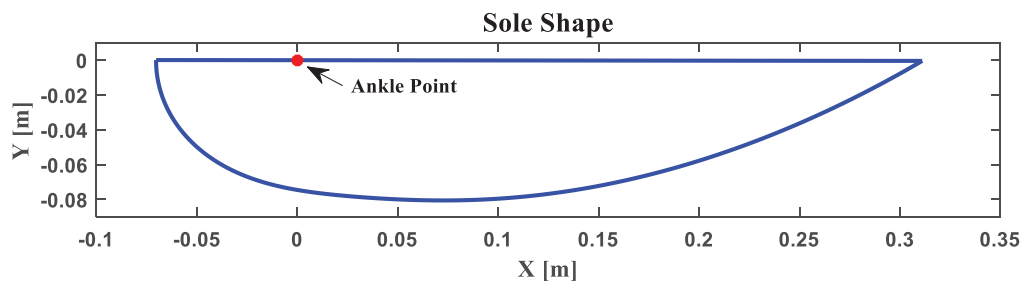
$$X = [A, B, H, Q(1:3)]$$

ارضای قیدهای رابطه‌های (۵) و (۶) مقدار پارامتر  $C$  را بطور ثابت برابر با  $\frac{\pi}{2}$  تحمیل می‌کند. برای یافتن مسیر و منحنی بهینه، از دو روش بهینه‌سازی ازدحام ذرات و تندترین کاهش استفاده می‌شود. روش

Table 2. Parameters of input sole.

جدول ۲: تعیین پارامترهای منحنی کف پای ورودی.

$Q(3)$	$Q(2)$	$Q(1)$
۰/۰۷۰۲۵	۰/۰۰۰۳۷۵	۰/۰۰۰۲۵



شکل ۵: منحنی کف پای ورودی.

Fig. 5. Input convex sole.

Table 3. Domain and vertical displacement range of pointed mass trajectory for optimization.

جدول ۳: محدوده در نظر گرفته شده برای دو پارامتر دامنه و جابجایی عمودی مسیر حرکت جرم متمرکز.

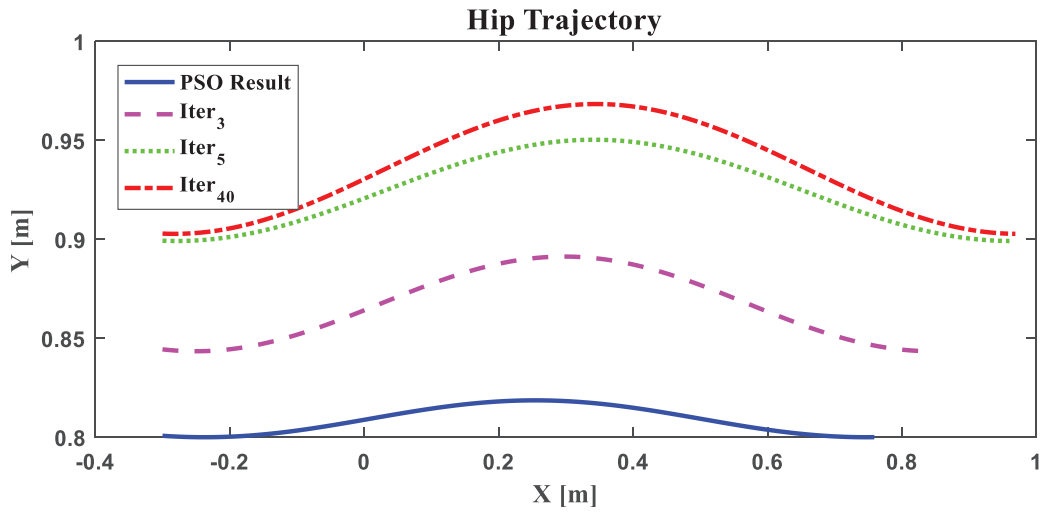
$A$	$H$
$[0, 0.1]$	$[0.18, 1/2]$

Table 4. Optimum value of trajectory parameters.

جدول ۴: مقدار بهینه ضرایب مسیر حرکت مرکز جرم.

$A_{Opt}$	$B_{Opt}$	$C_{Opt}$	$H_{Opt}$
۰/۰۶۵۶	۲/۴۷۸	$\pi/2$	۰/۹۰۲۸





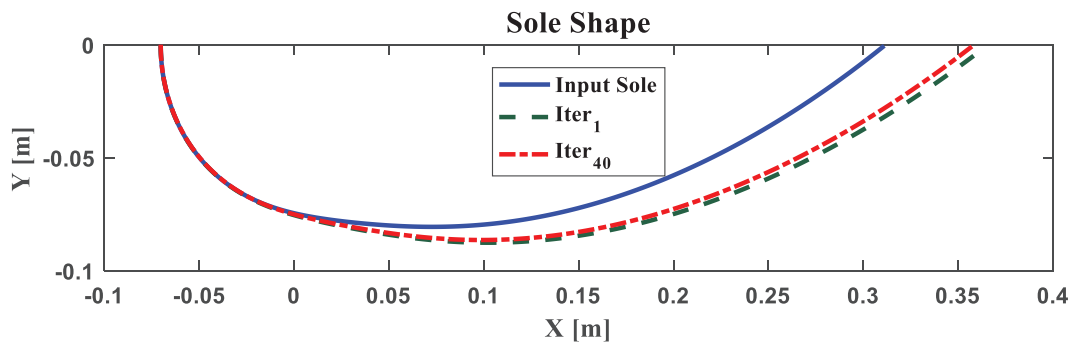
شکل ۶: روند بهینه شدن مسیر حرکت مرکز جرم.

Fig. 6 Optimization procedure of pointed mass trajectory.

Table 5. Optimum value of sole parameters.

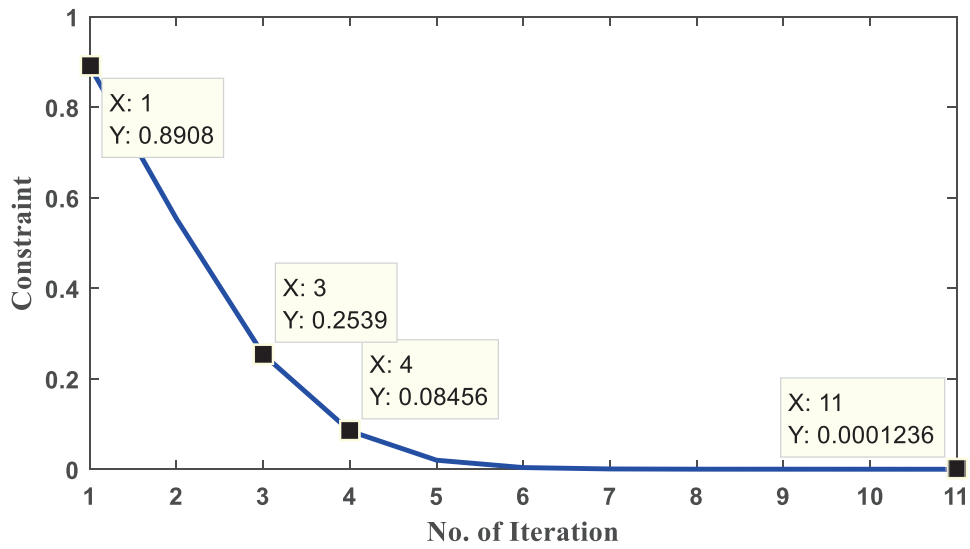
جدول ۵: مقدار بهینه ضرایب منحنی کف پا.

$Q(3)$	$Q(2)$	$Q(1)$
۰/۰۷۰۲	۰/۰۰۰۲۳۰۷	۰/۰۰۰۲۹۹۱



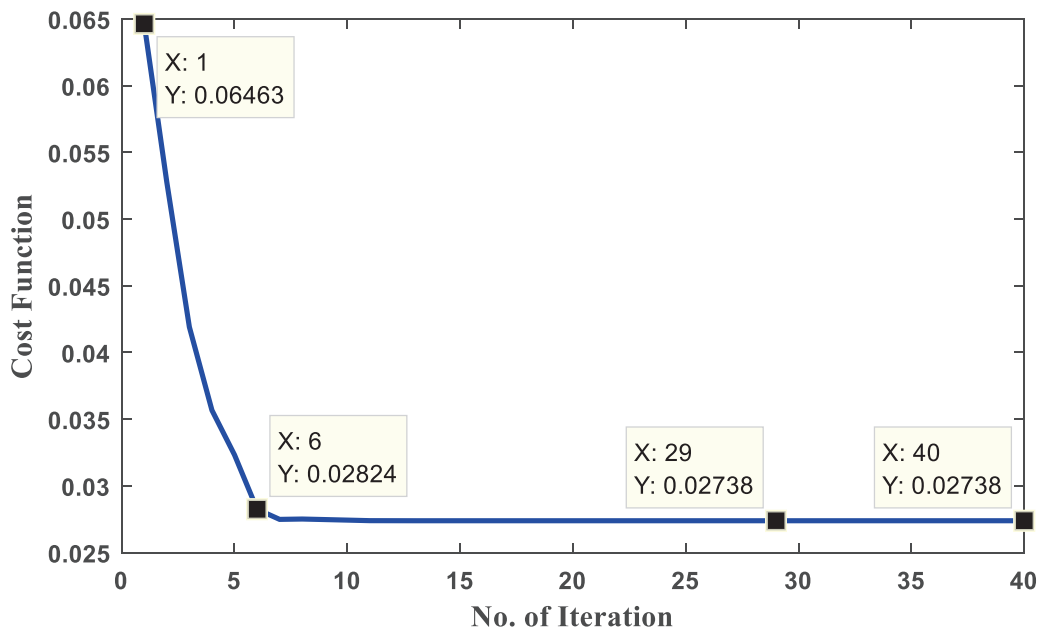
شکل ۷: روند بهینه شدن منحنی کف پا.

Fig. 7. Optimization procedure of convex sole.



شکل ۸: نحوه تغییر مقدار قیود حاکم بر مسیر حرکت در حلقه آخر بهینه‌سازی.

Fig. 8. Trajectory constraints variation during last iteration of optimization



شکل ۹: تغییرات مقدار تابع هزینه در روند بهینه‌سازی.

Fig. 9. Cost function variation during optimization.

داشته است. همچنین، اندازه منحنی کف پا نیز قدری افزایش داشته است. لازم به ذکر است در شکل‌های ۶ و ۷ برای جلوگیری از شلوغ شدن تصویر، تنها بخشی از نتایج بهینه‌سازی آورده شده و مسیر و منحنی بهینه با نقطه-خط مشخص شده‌اند.

با توجه به توضیحاتی که در بخش سه آورده شده است، در هر مرحله از بهینه‌سازی مسیر، مقدار قید رابطه (۷) چک شده و با روش تندترین کاهش و در ده حلقه، به سمت صفر میل داده شده است. نمودار تغییرات این قید در حلقه آخر بهینه‌سازی در شکل ۸ آورده شده است، با انجام سه مرحله بهینه‌سازی در چهل حلقه، مطابق با شکل ۹، مقدار تابع هزینه از مقدار  $0/065$  به مقدار  $0/027$  کاهش یافته است، با توجه به این نمودار، مقدار مصرف انرژی تا حلقه ۲۹ بهینه‌سازی کاهش یافته و پس از آن، در مقدار کمینه خود ثابت شده است. همچنین، مقدار انرژی مصرفی به تنهایی برابر با  $0/0205$  محاسبه شد.

به منظور نشان دادن استقلال نتایج حاصل از حدس اولیه، این بهینه‌سازی در پنج مرحله دیگر تکرار شد که مقدار انرژی مصرفی میانگین و انحراف از معیار به ترتیب برابر با  $0/0202$  و  $0/00236$  بدست آمد.

#### ۵- نتیجه گیری

در این مطالعه، برای طراحی منحنی کف پای بهینه از میان دسته‌ای از منحنی‌های محدب، مدل معروف جرم متمرکز با نقطه تماس ثابت به مدلی با نقطه تماس متحرک بر روی یک منحنی به نام منحنی کف پا توسعه یافته است. همچنین با توجه به متأثر بودن سیکل راه‌رفتن بهینه از هندسه مدل، بهینه‌سازی همزمان برای یافتن ترکیب بهینه منحنی محدب کف پا و سیکل راه رفتن انجام شده است. معادلات سینماتیک و سینتیک با تکیه بر اصول پایه هندسه و مکانیک کلاسیک استخراج شده و علاوه بر قیود پایه سینماتیک، ارضای قیود لازم برای حرکت تکراری، پیوسته، و متقارن مورد توجه قرار گرفته است. بهینه‌سازی برای کمترین انرژی مصرفی با مدل کار مثبت و با بکارگیری دو تکنیک ازدحام ذرات و تندترین کاهش به طور همزمان انجام شده است. نتایج بدست آمده نشان داده است که در فرآیند بهینه‌سازی توأمان، مقدار تابع هزینه به حدود نصف (تا حدود ۵۶٪ درصد) مقدار اولیه کاهش می‌یابد.

مهمترین ضعف پژوهش حاضر تحلیل حرکت راه رفتن روی یک مدل دو بعدی محدود به صفحه سجیتال است، در حالی که در واقعیت حرکات خارج از صفحه نقش قابل توجهی در بهبود مشخصه‌های سیکل راه‌رفتن

متر است. به همین دلیل، محدوده‌ای با تلورانس تقریبی  $0/15$  متر برای یافتن مقدار بهینه این پارامتر در نظر گرفته شده است. از آنجایی که احتمال می‌رود با حدس اولیه برای ضرایب مسیر و بهینه کردن آن ضرایب، نقاط مینیمم محلی مشکل‌ساز شوند، در گام اول بهینه‌سازی، از روش ازدحام ذرات، به علت جستجو در کل فضا استفاده شده است. تعداد جمعیت اولیه ساخته شده برابر با سی عدد ذره بوده که بصورت رندوم در فضای مورد نظر پخش شده‌اند. این مرحله از بهینه‌سازی در سی سیکل انجام شده و در نهایت مقدار نهایی دو پارامتر  $A$  و  $H$  به عنوان مقادیر بهینه در گام اول بهینه‌سازی محاسبه می‌شوند. در ادامه، با استفاده از روش تندترین کاهش، برای برآورده کردن قید رابطه (۷)، ضریب  $B$  نیز محاسبه می‌شود. تا به اینجا، برای منحنی ورودی، مسیری بهینه از نظر میزان مصرف انرژی با برآورده کردن قیود حاکم بر مسیر بدست آمده است. در مرحله بعد، برای این مسیر بهینه، منحنی کف پای بهینه با کمک گرفتن از روش تندترین کاهش محاسبه می‌شود. در نهایت، برای بهینه‌سازی مجدد مسیر، به علت صرفه‌جویی در زمان، از روش تندترین کاهش استفاده شده و ضرایب  $A$  و  $H$  بهینه محاسبه می‌شوند. برای برآورده کردن قید رابطه (۷) نیز از روش تندترین کاهش کمک گرفته می‌شود تا مقدار مناسبی برای ضریب  $B$  محاسبه شود. با تکرار سه مرحله آخر، مسیر و منحنی بهینه، که به ازای آن‌ها مقدار مصرف انرژی راه رونده دوپا، با برآورده کردن قیود مدنظر، به حداقل مقدار خود می‌رسد، بدست می‌آید.

#### ۴- نتایج و بحث

همانطور که گفته شد، برای به حداقل رساندن مقدار مصرف انرژی با برآورده کردن قیود مدنظر در طول یک قدم، ضرایب مسیر حرکت مرکز جرم و منحنی کف پا با استفاده از دو روش ازدحام ذرات و تندترین کاهش در کنار هم، محاسبه شد. نتیجه مسیر بهینه در جدول ۴ و شکل ۶ آورده شده است؛ همچنین، نتیجه مربوط به منحنی کف پای بهینه در جدول ۵ و شکل ۷ آورده شده است:

همانطور که در شکل ۶ مشاهده می‌شود، مسیر آبی رنگ، مسیر بهینه‌ای است که با استفاده از روش ازدحام ذرات برای منحنی کف پای ورودی بدست آمده است. سپس با انجام بهینه‌سازی بر روی منحنی و مجدداً مسیر و تکرار آن، ضرایب منحنی و مسیر در هر مرحله به‌روزرسانی می‌شود. همانطور که مشاهده می‌شود، به ازای هر مرحله از بهینه‌سازی، برای کاهش مقدار مصرف انرژی، ارتفاع و موقعیت انتهای مسیر حرکت مرکز جرم افزایش

## فهرست علائم

### علائم انگلیسی

$A$	دامنه مسیر
$B$	دوره تناوب مسیر
$C$	جابجایی فاز مسیر
$F$	مقدار نیروی عکس‌العمل زمین، $N$
$\bar{F}$	مقدار نیروی عکس‌العمل زمین بر واحد وزن
$g$	شتاب گرانش زمین، $m/s^2$
$G_1$	قید اول حاکم بر مسیر، $m$
$G_2$	قید دوم حاکم بر مسیر
$G_3$	قید سوم حاکم بر مسیر، $m/s$
$H$	ارتفاع مسیر، $m$
$m$	جرم کل بدن، $kg$
$Q$	ضریب منحنی کف پا
$q$	معادله منحنی کف پا، $m$
$r$	طول پا، $m$
$s$	بردار متصل کننده محل تماس منحنی کف پا با زمین به مرکز جرم، $m$
$V$	سرعت مرکز جرم، $m/s$
$W^+$	مقدار انرژی مصرفی، $J/N$
$X$	بردار متغیرهای بهینه‌سازی
$x_A$	موقعیت افقی مچ پا، $m$
$x_C$	موقعیت افقی نقطه تماس منحنی کف پا با زمین، $m$
$x_{C0}$	موقعیت افقی نقطه تماس منحنی کف پا با زمین در لحظه اول، $m$
$x_H$	موقعیت افقی مرکز جرم، $m$
$y_A$	موقعیت عمودی مچ پا، $m$
$y_H$	موقعیت عمودی مرکز جرم، $m$

دارند. توسعه مدل استفاده شده به یک مدل جرم متمرکز سه بعدی ارزش نتایج را بهبود خواهد داد. به علاوه این پژوهش آمیخته به حدی از خطای ذاتی استفاده از مدل جرم متمرکز به جای جرم گسترده نیز است. با این حال، جایگزین کردن مدل جرم گسترده به جای جرم متمرکز افزایش شدید هزینه محاسباتی را به همراه خواهد داشت که اغلب در تقابل با بهبود اندک در دقت تحلیل کنار گذاشته می‌شود. یک ضعف دیگر، محدود کردن منحنی کف پا و نیز حرکت مرکز جرم به دسته‌ای از توابع با تعداد محدودی متغیر شناور است. توسعه دامنه جستجو به بهینه‌سازی روی مجموعه گسترده‌تر توابع، هزینه محاسباتی را به تناسب پیچیده‌تر شدن توابع، افزایش خواهد داد. این موضوع مستقل از روند طی شده در این پژوهش است و در پژوهش‌های آتی تقابل هزینه-فایده، حد پیچیدگی فرم توابع را تعیین خواهد کرد و نیازی به تغییر روند وجود ندارد. در مجموع فرآیند و نتایج ارائه شده در این پژوهش به عنوان ورودی بر بهینه‌سازی همزمان هندسه اندام و سیکل حرکت روی یک مدل ساده شده، مقدمه پژوهش‌های آتی در زمینه اثر هندسه اندام بر مشخصه‌های حرکتی و بطور خاص طراحی ابزارهای کمکی مانند ارتزها و ربات‌های پوشیدنی خواهد بود.

### علائم یونانی

$\beta_C$	زاویه $q$ با خط مرجع منحنی کف پا، $rad$
$\gamma$	زاویه بردار $s$ با راستای قائم، $rad$
$\theta$	زاویه پا با راستای قائم، $rad$

- [9] F. Asano, Z.-W. Luo, The effect of semicircular feet on energy dissipation by heel-strike in dynamic biped locomotion, in: *Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on*, IEEE, 2007, pp. 3976-3981.
- [10] P.G. Adamczyk, S.H. Collins, A.D. Kuo, The advantages of a rolling foot in human walking, *J Exp Biol*, 209(Pt 20) (2006) 3953-3963.
- [11] M. Kwan, M. Hubbard, Optimal foot shape for a passive dynamic biped, *J Theor Biol*, 248(2) (2007) 331-339.
- [12] J. Li, Y. Tian, X. Huang, H. Chen, Foot shape for passive dynamic kneed biped robot, in: *Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2010 IEEE International Conference on*, IEEE, 2010, pp. 1281-1286.
- [13] M.H. F. Ghafouri, M. Jalili, Mechanical and energetic consequences of convex-curved sole in human walking with different patterns, *ICROM International Conference* (2017).
- [14] S. Fallah, N. Keshavarzi, M.H. Honarvar, Joint torques in biped gait following changes in leg length, in: *2016 4th International Conference on Robotics and Mechatronics (ICROM), IEEE, 2016*, pp. 554-559.
- [15] M.H. N. Shojaei, Kinematics, Kinetics, and Numerical Simulation of Walking with a 1-DoF Dynamic Boot with Passive Controller and Arbitrary Contact Surface, *Biomedical Engineering Conference* (2016).
- [16] J.M. Donelan, R. Kram, A.D. Kuo, Mechanical work for step-to-step transitions is a major determinant of the metabolic cost of human walking, *Journal of Experimental Biology*, 205(23) (2002) 3717-3727.
- [17] J.M. Donelan, R. Kram, A.D. Kuo, Simultaneous positive and negative external mechanical work in human walking, *Journal of biomechanics*, 35(1) (2002) 117-124.
- [18] P. Channon, S. Hopkins, D. Pham, Simulation and
- [1] J.R. C. Pongmala, C. Price, R. Baker, Is Foot Contact a Collision?, *Proceedings of Gait & Clinical Movement Analysis Society 2015 Annual Conference*, (2015).
- [2] M. Srinivasan, A. Ruina, Computer optimization of a minimal biped model discovers walking and running, *Nature*, 439(7072) (2006) 72.
- [3] M. Wisse, D.G. Hobbelen, R.J. Rotteveel, S.O. Anderson, G.J. Zeglin, Ankle springs instead of arc-shaped feet for passive dynamic walkers, in: *Humanoid Robots, 2006 6th IEEE-RAS International Conference on*, IEEE, 2006, pp. 110-116.
- [4] L. Humphrey, H. Hemami, A computational human model for exploring the role of the feet in balance, *Journal of biomechanics*, 43(16) (2010) 3199-3206.
- [5] S. Aoi, Y. Sato, K. Tsuchiya, Arc feet effects on stability based on a simple oscillator-driven walking model, *Journal of Robotics and Mechatronics*, 20(5) (2008) 709.
- [6] K. Hyodo, T. Oshimura, S. Mikami, S.j. Suzuki, Stabilizing passive dynamic walk under wide range of environments by constraint mechanism fitted to sole of foot, *Journal of Robotics and Mechatronics*, 21(3) (2009) 403.
- [7] S. Sadati, M. Borgheinejad, H. Fooladi, M. Naraghi, A. Ohadi, Optimum Design, Manufacturing and Experiment of a Passive Walking Biped: Effects of Structural Parameters on Efficiency, Stability and Robustness on Uneven Trains, in: *Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publ, 2013*, pp. 107-111.
- [8] P. Mahmoodi, R.S. Ransing, M.I. Friswell, Modelling the effect of 'heel to toe' roll-over contact on the walking dynamics of passive biped robots, *Applied Mathematical Modelling*, 37(12-13) (2013) 7352-7373.

- (2013) 105-115.
- [25] A.D. Kuo, J.M. Donelan, A. Ruina, Energetic consequences of walking like an inverted pendulum: step-to-step transitions, *Exercise and sport sciences reviews*, 33(2) (2005) 88-97.
- [26] T. McGeer, Passive walking with knees, in: *Proceedings., IEEE International Conference on Robotics and Automation*, IEEE, 1990, pp. 1640-1645.
- [27] P.G. Adamczyk, A.D. Kuo, Mechanical and energetic consequences of rolling foot shape in human walking, *J Exp Biol*, 216(Pt 14) (2013) 2722-2731.
- [28] O. Darici, H. Temeltas, A.D. Kuo, Optimal regulation of bipedal walking speed despite an unexpected bump in the road, *PLoS One*, 13(9) (2018) e0204205.
- [29] P.G. Adamczyk, A.D. Kuo, Redirection of center-of-mass velocity during the step-to-step transition of human walking, *J Exp Biol*, 212(Pt 16) (2009) 2668-2678.
- [30] B.R. Whittington, D.G. Thelen, A simple mass-spring model with roller feet can induce the ground reactions observed in human walking, *J Biomech Eng*, 131(1) (2009) 011013.
- [31] W. Zijlstra, A.L. Hof, Displacement of the pelvis during human walking: experimental data and model predictions, *Gait & posture*, 6(3) (1997) 249-262.
- optimization of gait for a bipedal robot, *Mathematical and Computer Modelling*, 14 (1990) 463-467.
- [19] P. Channon, S. Hopkins, D. Pham, A variational approach to the optimization of gait for a bipedal robot, *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, 210(2) (1996) 177-186.
- [20] L. Rousset, C. Canudas-de-Wit, A. Goswami, Generation of energy optimal complete gait cycles for biped robots, in: *Robotics and Automation, 1998. Proceedings. 1998 IEEE International Conference on*, IEEE, 1998, pp. 2036-2041.
- [21] C. Chevallereau, Y. Aoustin, Optimal reference trajectories for walking and running of a biped robot, *Robotica*, 19(05) (2001).
- [22] G. Capi, S.-i. Kaneko, K. Mitobe, L. Barolli, Y. Nasu, Optimal trajectory generation for a prismatic joint biped robot using genetic algorithms, *Robotics and autonomous systems*, 38(2) (2002) 119-128.
- [23] S.H. Collins, *Dynamic Walking Principles Applied to Human Gait*, (2008).
- [24] N.T. Phuong, T.D. Huy, N.C. Cuong, H.D. Loc, A simple walking control method for biped robot with stable gait, *Journal of Computer Science and Cybernetics*, 29(2)