



Numerical Simulation of Mixing Two Fluids of Different Viscosities in a Microchannel with Curved Stirrer by Lattice Boltzmann Method

R. Kaveh¹, M. Sefid^{1*}, M. Mozafari-Shamsi²

¹ Department of Mechanical Engineering, University of Yazd, Yazd, Iran

² Department of Engineering, University of Meybod, Meybod, Iran

ABSTRACT: In the present study, mixing of two fluids of different viscosities in a micro channel with an oscillating curved stirrer was simulated by multi relaxation time Lattice Boltzmann method and the effect of geometric shape, oscillating speed and amplitude and viscosity logarithmic ratio on mixing efficiency was analyzed. In researches in this field, the stirrer is considered as cylinder or rectangle shape and in most these researches, two fluids are same. In this study, a curved stirrer was used for mixing two fluids of different viscosities in microchannel for the first time. Calculations are performed for the dimensionless parameters of the problem including the oscillation amplitude K , viscosity logarithmic ratio R and Strouhal number St for $Re=80$ and $Sc=10$. NASA/LANGLEY LS(1)-0417 (GA(W)-1) airfoil shape was used for curved stirrer. Results showed that mixing efficiency of two fluids of same and different viscosities in microchannel with oscillating curved stirrer was higher than microchannel with oscillating rectangle stirrer. In addition, results revealed that increase in Strouhal number causes increase in mixing efficiency on studied oscillating amplitude. Optimum efficiency is on oscillating amplitude 0.5 on all studied Strouhal numbers. Also mixing efficiency decreases with increase of viscosity logarithmic ratio on studied Strouhal numbers.

Review History:

Received: 2019/05/19

Revised: 2019/07/14

Accepted: 2019/09/22

Available Online: 2019/10/08

Keywords:

Mixing
Microchannel
Different viscosities
Oscillating curved stirrer

1- Introduction

Fluid mixing is an important process in the chemical industry. In mixing systems, fluid can be mixed with any of the other phases: liquid, solid, and gas. Micromixing is mixing at the smallest scale of fluid motion and molecular motion [1]. Active mixers rely on an external energy source to achieve mixing. Mixing caused by micro stirrers is in this category [2]. Shamsoddini et al. [3] numerically investigated the mixing flow in a micromixer with cross-shaped and straight stirrers using the Incompressible Smoothed Particle Hydrodynamics (ISPH) method. It was found that the cross-shaped stirrer is more effective than the straight stirrer. Ghanbari et al. [4] studied the mixing of two fluids with different density and viscosity in a microchannel equipped with an oscillating stirrer by means of commercial code CFX. They showed the maximum mixing index changes in the case of different density and viscosity is lower than the one in case of similar fluids. Ortega-Casanova evaluated the mixing enhancement inside a straight microchannel equipped with a transversely oscillating square cylinder [5] and a rotationally oscillating square cylinder [6], using the commercial software ANSYS-Fluent. He detected oscillating square cylinder and rotationally oscillating square cylinder can improve the mixing efficiency about 10% and 15% respectively. In researches in this field, stirrer is considered as cylinder or rectangle shape and in

most these researches, two fluids are same. In this study, a curved stirrer was used for mixing two fluids of different viscosities in a microchannel for the first time.

2- Methodology

2- 1- Geometry

The schematic view of the microchannel is shown in Fig. 1. The curved stirrer is in the shape of NASA/LANGLEY LS(1)-0417 (GA(W)-1) airfoil. The stirrers forced to oscillate with the angle of $\dot{\alpha}(t) = 2\pi K \sin(2\pi f_p t)$ where K , f_p and t are the dimensionless amplitude, frequency and oscillation time, respectively. Therefore, the angular velocity of the stirrer will be $\ddot{\alpha}(t) = 4\pi^2 K f_p \cos(2\pi f_p t)$

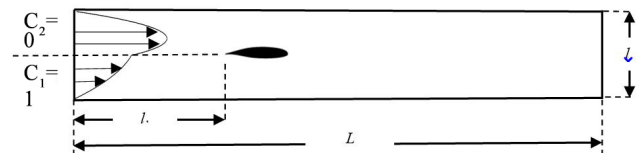


Fig. 1. Schematic view of the microchannel

In the present study, first fluid viscosity is constant and second one is changed [7].

$$R = \ln \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (1)$$

*Corresponding author's email: mhsefid@yazd.ac.ir



To examine the mixing rate in the present problem, the time-averaged mixing index is used [1].

2- 2- Governing equations

Governing equations are:

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\bar{n}\nabla \cdot \mathbf{V} \tag{2}$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \tag{3}$$

$$\frac{DC}{Dt} = Di \nabla^2 C \tag{4}$$

Where \mathbf{V} , P , C , and Di are the velocity vector, pressure, concentration and diffusion respectively.

2- 3- Numerical method and boundary condition

A double Multiple Relaxation Time Lattice Boltzmann Method (MRT-LBM) is employed for solving the governing equations because of the higher efficiency, accuracy, and stability than other Lattice Boltzmann Method (LBM) schemes. The D2Q9 model for the velocity field [8], while the D2Q5 model for the concentration field [9] are used in the present simulation.

For flow and concentration field, the Bounce-back boundary condition [8] is applied to the microchannel walls, while Zou and He model [10] and known concentration boundary condition [11] are used for flow and concentration field at the microchannel inlet respectively. For flow and concentration field at the microchannel outlet, Bounce-back boundary condition and constant pressure boundary condition are used respectively. Guo et al. [12] and Li et al. [9] curved boundary treatment are employed to model the velocity and concentration boundary condition on the stirrer surface respectively.

3- Results and Discussion

At the study of geometric shape, we consider a rectangle stirrer ($D*0.213D$) in a same microchannel. According to Fig. 2, Results showed that mixing efficiency in microchannel with oscillating curved stirrer was higher than microchannel with oscillating rectangle stirrer.

In addition, results revealed that an increase in Strouhal number causes increase in mixing efficiency on studied oscillating amplitude. Optimum efficiency is on oscillating amplitude 0.5 on all studied Strouhal numbers.

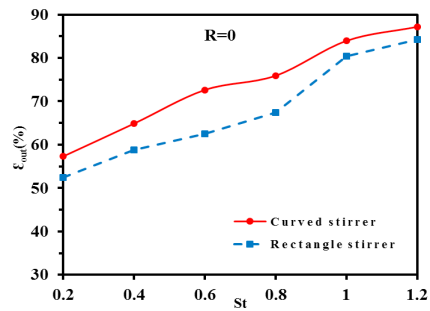


Fig. 2. Mixing efficiency variations related to various Strouhal numbers for curved and rectangle stirrer

The variations of mixing efficiency with respect to the Strouhal numbers at three viscosity logarithmic ratios showed in Fig. 3 and concentration contours for these ratios present in Fig. 4. According to Fig. 3 in each certain Strouhal number with an increase of viscosity logarithmic ratio causes decrease in mixing efficiency. According to Fig. 4 at R=0, mushroom vortexes are formed completely and affect the entire width of the microchannel so the mixing is well done. However, at R=1, mushroom vortexes aren't formed completely and the contact surface of two fluids is lower than before. At R=2, no mushroom vortexes are formed and crescent vortex is formed lower than R=1 and the fluid near the walls is less involved in the mixing process. Therefore, the greater the viscosity difference, two fluids become more resistant to deformation and less mixing takes place.

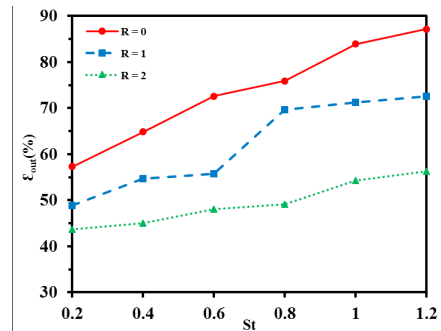


Fig. 3. Mixing efficiency changes related to Various Strouhal numbers at different viscosity logarithmic ratios

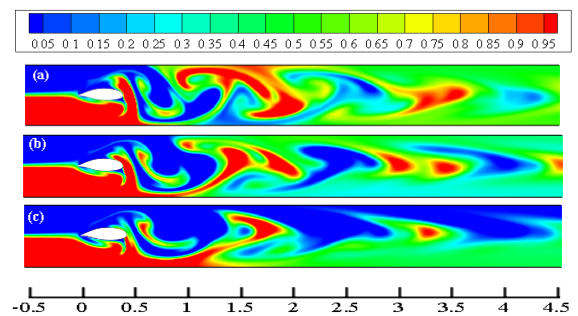


Fig. 4. Concentration contours at K=0.5 and St=1 at a) R=0 b)R=1 c)R=2

4- Conclusions

Based on the simulations, the following results can be expressed:

- The mixing efficiency of two fluids of same and different viscosities in microchannel with oscillating curved stirrer was higher than microchannel with oscillating rectangle stirrer.
- Optimum efficiency is on oscillating amplitude 0.5 on all studied Strouhal numbers.
- In each certain Strouhal number with the increase of viscosity logarithmic ratio causes decrease in mixing efficiency

5- References

[1] N. T. Nguyen, Micromixers: fundamentals, design and fabrication, William Andrew, (1970).
 [2] L. Capretto, W. Cheng, M. Hill, X. Zhang, Micromixing within microfluidic devices, in: Microfluidics, Springer, (2011) 27-68.
 [3] R. Shamsoddini, M. Sefid, R. Fatehi, ISPH modelling and analysis of fluid mixing in a microchannel with an oscillating

- or a rotating stirrer, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 8(2) (2014) 289-298.
- [4] S. Ghanbari, M. Sefid, R. Shamsoddini, Numerical Analysis of two-fluid mixing with various Density and Viscosity in a microchannel with forced oscillating stirrer. *Modares Mechanical Engineering*, 16(8) (2016) 109-119. (in Persian)
- [5] J. Ortega-Casanova, Enhancing mixing at a very low Reynolds number by a heaving square cylinder, *J Fluid Struct*, 65(2016)1-20.
- [6] J. Ortega-Casanova, CFD study on mixing enhancement in a channel at a low Reynolds number by pitching a square cylinder. *Comput Fluids*, 145(2017) 141-152.
- [7] L. Talon, E. Meiburg, Plane Poiseuille flow of miscible layers with different viscosities: instabilities in the Stokes flow regime. *Journal of Fluid Mechanics*, 686 (2011) 484-506.
- [8] Z. Guo, C. Shu, *Lattice Boltzmann method and its applications in engineering*, World Scientific, (2013).
- [9] L. Li, R. Mei, J.F. Klausner, Lattice Boltzmann models for the convection-diffusion equation: D2Q5 vs D2Q9, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 108 (2017) 41-62.
- [10] Q. Zou, X. He, On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of fluids*, 9(6) (1997) 1591-1598.
- [11] L. Li, R. Mei, J.F. Klausner, Boundary conditions for thermal lattice Boltzmann equation method, *Journal of Computational Physics*, 237 (2013) 366-395.
- [12] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi, An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method, *Physics of fluids*, 14(6) (2002) 2007-2010.



بررسی اختلاط دو سیال متفاوت در یک میکروکانال با پره منحنی شکل به روش بولتزن

رضا کاوه^۱، محمد سفید^{۱*}، محسن مظفری شمسی^۲

^۱ دانشکده مکانیک، دانشگاه یزد، یزد، ایران

^۲ دانشکده مهندسی، دانشگاه میبد، میبد، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸-۰۲-۲۹

بازنگری: ۱۳۹۸-۰۴-۲۳

پذیرش: ۱۳۹۸-۰۶-۳۱

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۷-۱۶

کلمات کلیدی:

اختلاط

میکرو کانال

لزجت متفاوت

روش شبکه بولتزن با زمان آسایش

چندگانه

پره منحنی شکل نوسانی

خلاصه: در مطالعه حاضر اختلاط دو سیال با لزجت‌های متفاوت در یک میکرو کانال مجهز به پره نوسانی منحنی شکل به روش شبکه بولتزن با زمان آسایش چندگانه شبیه‌سازی شده و اثرات شکل هندسی، سرعت و دامنه نوسان پره و نسبت لگاریتمی لزجت بر بازده اختلاط بررسی شده است. در مطالعات صورت گرفته در زمینه اختلاط، پره در میکرو کانال به شکل استوانه و یا مستطیل و در اکثر مطالعات دو سیال یکسان در نظر گرفته شده است. در این تحقیق برای اولین بار از پره منحنی شکل جهت اختلاط دو سیال با لزجت متفاوت استفاده شده است. شبیه‌سازی در عدد رینولدز ۸۰، عدد اشمیت ۱۰ انجام شده و برای پره منحنی از شکل ایرفویل (GA(W)-۱) -۰۴۱۷ (۱) -۱) NASA/LANGLEY LS استفاده شده است. نتایج نشان داد که بازده اختلاط دو سیال با لزجت یکسان و متفاوت، در میکرو کانال مجهز به پره منحنی شکل بالاتر از میکرو کانال مجهز به پره مستطیل شکل است. همچنین نتایج نشان داد که در دامنه‌های نوسان بررسی شده با افزایش عدد استروهال، بازده نیز افزایش می‌یابد، بازده اختلاط در دامنه نوسان ۰/۵ در تمام اعداد استروهال بررسی شده یک مقدار بهینه را دارد و با افزایش نسبت لگاریتمی لزجت در اعداد استروهال بررسی شده، بازده کاهش می‌یابد.

۱- مقدمه

در کوچک‌ترین مقیاس‌های حرکت سیال و حرکت مولکولی صورت می‌گیرد. اختلاط مسو اختلاطی بین اختلاط ماکرو و اختلاط میکرو است. یک میکرو مخلوط کننده با دقت بالا و با کمک تکنولوژی میکرو و یا مهندسی ابزار دقیق ساخته می‌شود. اندازه میکرو کانال در رنج‌های کمتر از میلی‌متر است. معمولاً عرض میکرو کانال‌ها ۱۰۰ تا ۵۰۰ میکرومتر و طول آن‌ها چند میلی‌متر یا بیشتر است [۱]. میکرو مخلوط کننده‌ها معمولاً با توجه به هندسه کانال به گونه‌ای طراحی می‌شوند که طول اختلاط کاهش و مساحت سطح تماس افزایش پیدا کنند. با توجه به این دو اصل اساسی، برای ایجاد اختلاط بهتر در ابعاد میکرو، میکرو مخلوط کننده‌ها به دودسته فعال^۴ و غیرفعال^۵ دسته‌بندی می‌شوند [۲]. میکرو مخلوط کننده‌های غیرفعال بدون هیچ عامل خارجی و فقط از طریق اثر هندسه میکرو کانال بر جریان کار می‌کنند (مانند میکرو مخلوط کننده‌های T شکل و Y شکل).

اختلاط سیالات از فرایندهای مهم در صنایع شیمیایی است. در سیستم‌های اختلاط، سیال با هرکدام از فازهای دیگر یعنی مایع، جامد و گاز می‌تواند مخلوط شود. اختلاط معمولاً به منظور واکنش شیمیایی، انتقال حرارت، انتقال جرم و یا اختلاط چند فاز باهم (سوسپانسیون و تعلیق) در صنعت به کار می‌رود. عمل اختلاط می‌تواند باهم زدن در مایع همراه باشد که توسط نیروی خارجی و یا ابزاری مانند پره انجام می‌شود. پره‌ها با وارد کردن نیروی مماسی باعث ایجاد گردابه در سیال می‌شوند که در نهایت سیال را به سمت ترکیب یکنواخت پیش خواهند برد. معمولاً اختلاط در سه مقیاس صورت می‌گیرد: ۱- اختلاط ماکرو، ۲- اختلاط مسو، ۳- اختلاط میکرو^۳. اختلاط ماکرو در بزرگ‌ترین اندازه‌های حرکت سیال و اختلاط میکرو

- 1 Macromixing
- 2 Mesomixing
- 3 Micromixing

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: mhsefid@yazd.ac.ir

- 4 Active
- 5 Passive

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس <https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode> دیدن فرمائید.



میکرو مخلوط کننده‌های فعال، مخلوط کننده‌هایی هستند که اختلاط توسط عامل خارجی تحریک می‌شود. اختلاط ناشی از پره‌های میکرو از این دسته می‌باشند [۳]. به علت حاکمیت اثرات لزجت، در ابعاد میکرو ایجاد جریان مغشوش امکان‌پذیر نیست و عدد رینولدز در این ابعاد معمولاً کمتر از ۱۰۰ است [۴]. از میکرو مخلوط کننده‌ها به‌طور گسترده در صنایع داروسازی، بیومکانیک، آنالیز راکتورهای میکرو و واکنش‌های آنزیمی استفاده می‌شود. فرایند اختلاط، فرایند اصلی در خیلی از ابزارهای میکرو برای تشخیص‌های پزشکی، ترتیب دهی ژنتیک^۱، تولیدات شیمیایی، کشف داروها و ترکیب پروتئینی^۲ است. به‌طور کلی می‌توان تأثیر میکرو مخلوط کننده‌ها در سیستم‌های میکرو را مانند تأثیر ترانزیستورها در مدارهای مجتمع دانست. همچنین میکرو مخلوط کننده‌هایی که به‌عنوان راکتورهای میکرو استفاده می‌شوند به‌طور بالقوه تأثیر به‌سزایی در صنایع شیمیایی دارند. به علت مقیاس کوچک این مخلوط کننده‌ها، سیستم اجازه کنترل بر روی پارامترهای فرآیند تولید در صنایع شیمیایی و داروسازی را فراهم می‌کند. به‌طور کلی میکرو مخلوط کننده‌ها از لحاظ فنی شرایط واکنشی را فراهم می‌سازند که در ابعاد ماکرو غیرممکن به نظر می‌رسد [۱].

از جمله کارهایی که در میکرو مخلوط کننده‌ها انجام گرفته می‌توان به کار کخ^۳ و همکاران [۵] اشاره کرد. آن‌ها در یک کار تجربی با استفاده از تصویرسازی جریان و با استفاده از جوهرهای قرمز و سبز حل شونده در اتانول به آزمایش میکرو مخلوط کننده افقی پرداختند. در این آزمایش از فنول فتالین استفاده شد و رنگ نهایی اختلاط فقط به مقدار PH بستگی داشت. لیو^۴ و همکاران [۶]، به بررسی عددی اختلاط دو سیال (آب خالص و محلول آب گلیسرین) در مخلوط کننده‌های سه‌بعدی مارپیچی^۵ و شطرنجی جناقی^۶ در اعداد رینولدز ۱ و ۱۰ پرداختند و نشان دادند در رینولدز ۱ عملکرد اختلاط در هر دو مخلوط کننده رابطه عکس با میزان گلیسرین دارد. آن‌ها در مطالعه‌ای دیگر [۷]، با استفاده از محلول فنول فتالین و محلول سدیم هیدرو اکسید به آزمایش تجربی عملکرد اختلاط در

- 7 An
- 8 Jin
- 9 Kim
- 10 Celik
- 11 Blockage ratio
- 12 Im
- 13 Park
- 14 Taguchi method

میکرو مخلوط کننده‌های فعال، مخلوط کننده‌هایی هستند که اختلاط توسط عامل خارجی تحریک می‌شود. اختلاط ناشی از پره‌های میکرو از این دسته می‌باشند [۳]. به علت حاکمیت اثرات لزجت، در ابعاد میکرو ایجاد جریان مغشوش امکان‌پذیر نیست و عدد رینولدز در این ابعاد معمولاً کمتر از ۱۰۰ است [۴]. از میکرو مخلوط کننده‌ها به‌طور گسترده در صنایع داروسازی، بیومکانیک، آنالیز راکتورهای میکرو و واکنش‌های آنزیمی استفاده می‌شود. فرایند اختلاط، فرایند اصلی در خیلی از ابزارهای میکرو برای تشخیص‌های پزشکی، ترتیب دهی ژنتیک^۱، تولیدات شیمیایی، کشف داروها و ترکیب پروتئینی^۲ است. به‌طور کلی می‌توان تأثیر میکرو مخلوط کننده‌ها در سیستم‌های میکرو را مانند تأثیر ترانزیستورها در مدارهای مجتمع دانست. همچنین میکرو مخلوط کننده‌هایی که به‌عنوان راکتورهای میکرو استفاده می‌شوند به‌طور بالقوه تأثیر به‌سزایی در صنایع شیمیایی دارند. به علت مقیاس کوچک این مخلوط کننده‌ها، سیستم اجازه کنترل بر روی پارامترهای فرآیند تولید در صنایع شیمیایی و داروسازی را فراهم می‌کند. به‌طور کلی میکرو مخلوط کننده‌ها از لحاظ فنی شرایط واکنشی را فراهم می‌سازند که در ابعاد ماکرو غیرممکن به نظر می‌رسد [۱].

از جمله کارهایی که در میکرو مخلوط کننده‌ها انجام گرفته می‌توان به کار کخ^۳ و همکاران [۵] اشاره کرد. آن‌ها در یک کار تجربی با استفاده از تصویرسازی جریان و با استفاده از جوهرهای قرمز و سبز حل شونده در اتانول به آزمایش میکرو مخلوط کننده افقی پرداختند. در این آزمایش از فنول فتالین استفاده شد و رنگ نهایی اختلاط فقط به مقدار PH بستگی داشت. لیو^۴ و همکاران [۶]، به بررسی عددی اختلاط دو سیال (آب خالص و محلول آب گلیسرین) در مخلوط کننده‌های سه‌بعدی مارپیچی^۵ و شطرنجی جناقی^۶ در اعداد رینولدز ۱ و ۱۰ پرداختند و نشان دادند در رینولدز ۱ عملکرد اختلاط در هر دو مخلوط کننده رابطه عکس با میزان گلیسرین دارد. آن‌ها در مطالعه‌ای دیگر [۷]، با استفاده از محلول فنول فتالین و محلول سدیم هیدرو اکسید به آزمایش تجربی عملکرد اختلاط در

- 1 Genetic sequencing
- 2 Proteomic
- 3 Koch
- 4 Liu
- 5 Threedimensional serpentine mixer
- 6 Staggered herringbone mixer

و دامنه نوسان حرکت یک سیلندر مربعی به صورت عمود بر جریان [۲۰] و به صورت نوسانی چرخان [۲۱] بر بهبود اختلاط پرداخت. او نشان داد، سیلندر نوسانی عمود بر جریان و نوسانی چرخان در حالت بهینه می‌تواند بازده اختلاط را به ترتیب، ۱۰ و ۱۵ برابر نسبت به سیلندر ساکن افزایش دهد. شمس‌الدینی [۲۲]، اثر حرارت را بر اختلاط در یک میکرو کانال مجهز به پره چرخان بررسی کرده و نشان داده است که با افزایش دمای دیواره‌های کانال ضریب پخش جرمی افزایش و لزجت کاهش می‌یابد؛ بنابراین عدد اشمیت با افزایش دمای دیواره‌ها به‌طور قابل‌ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد.

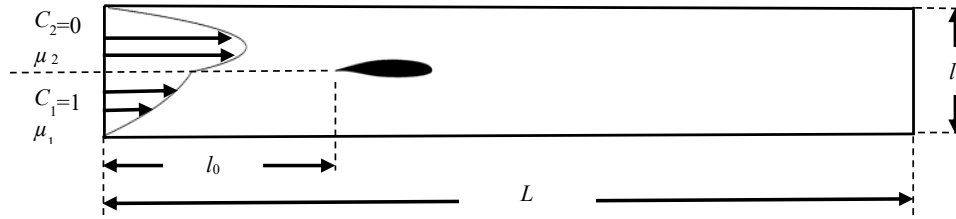
اختلاط دو سیال زمانی مفهوم پیدا می‌کند که خواص دو سیال نسبت به هم متفاوت باشند در صورتی که در بیشتر مطالعات صورت گرفته خواص دو سیال یکسان در نظر گرفته شده است. همچنین در مطالعاتی که تاکنون بر روی میکرو کانال‌های فعال جهت حل مسائل اختلاط انجام شده و از حرکت یک جسم جامد جهت اختلاط دو سیال بهره برده شده است، جسم جامد معمولاً به صورت یک استوانه متحرک و یا پره‌ای مستطیل شکل در نظر گرفته شده است. از آنجاکه نتایج مطالعات گذشته نشان از تأثیر شکل هندسی پره بر اختلاط دارد از این‌رو در پژوهش حاضر برای اولین بار از یک پره منحنی شکل نوسان کننده در یک میکرو کانال دوبعدی جهت اختلاط دو سیال مخلوط شونده با لزجت متفاوت استفاده شده است. مسئله به روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه شبیه‌سازی شده و تأثیر تغییر شکل هندسی پره بر اختلاط دو سیال یکسان و متفاوت و همچنین عواملی مانند سرعت و دامنه نوسان پره مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- فیزیک مسئله

شماتیکی از میکرو کانال مورد نظر در شکل ۱ نشان داده شده است. مطابق با شکل ۱ طول کانال L و عرض آن برابر l است. پره منحنی به شکل ایرفویل $(GA(W)-1) - 0.417$ NASA/LANGLEY LS(1) در فاصله l از ابتدای کانال و در بعد عرضی در میانه کانال قرار دارد. پره با زاویه α و سرعت زاویه‌ای ω نوسان می‌کند. سیال اول با غلظت C_1 و لزجت μ_1 و سیال دوم با غلظت C_2 و لزجت μ_2 وارد کانال می‌شوند. مسئله به صورت ایزوترمال بررسی شده و عدد رینولدز دو سیال یکسان و نسبت چگالی آن‌ها یک در نظر گرفته شده است. با در نظر گرفتن وتر ایرفویل به‌عنوان طول مشخصه و سرعت متوسط

۸۴/۵۹٪ کارایی میکرو مخلوط کننده پره دار را نسبت به مدل معمولی افزایش می‌داد. ریو^۱ و همکاران [۱۴]، یک میکرو مخلوط کننده مجهز به پره را به کمک روش شبکه بولتزمن شبیه‌سازی کردند و عملکرد میکرو مخلوط کننده را در حالات نوسانی و چرخشی از لحاظ بازده مخلوط مورد بررسی قرار دادند. شمس‌الدینی و همکاران [۱۵]، یک میکرو مخلوط کننده مجهز به پره را به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر^۲ شبیه‌سازی کردند و عملکرد مخلوط کننده را از لحاظ بازده اختلاط، در چهار حالت پره ضربدری نوسان کننده، پره ضربدری دوران کننده، پره مستقیم نوسان کننده و پره مستقیم دوران کننده مورد بررسی قرار دادند و نشان دادند که عملکرد پره ضربدری بهتر از پره مستقیم است. شمس‌الدینی در مطالعه‌ای دیگر [۱۶] اختلاط در یک مخلوط کننده مجهز به دو پره را به کمک روش هیدرودینامیک ذرات هموار تراکم ناپذیر بررسی کردند. آن‌ها در این مطالعه عدد اشمیت را ۱۰۰۰ در نظر گرفتند و نشان دادند که اختلاط در میکرو مخلوط کننده مجهز به دو پره بهتر از یک پره است. قنبری و همکاران [۱۷]، به بررسی عددی اختلاط دو سیال با چگالی و لزجت متفاوت در یک میکرو مخلوط کننده مجهز به یک همزن پره‌ای نوسان کننده در فرکانس‌های مختلف در اعداد رینولدز ۵۰ و اشمیت ۱۰ توسط کد تجاری CFX پرداختند. آن‌ها نشان دادند بیشینه تغییرات شاخص اختلاط در حالت چگالی و لزجت متفاوت به ترتیب ۵۴/۰۱ و ۵۱/۱۵ درصد است در صورتی که این مقدار برای دو سیال یکسان به ۵۷۷/۹۴ درصد می‌رسد. خزیمه نژاد و همکاران [۱۸]، اثرات نسبت منظری یک همزن مستطیلی بر بازده اختلاط را با در نظر گرفتن هم‌زمان اثرات فرکانس و دامنه نوسان درون یک میکرو کانال به روش شبکه بولتزمن بررسی نمودند. آن‌ها نشان دادند در مقادیر پایین و میانی فرکانس، اختلاط در مقادیر پایین نسبت منظری دارای عملکرد بهتری نسبت به مقادیر بالاتر آن بوده است. همچنین آن‌ها در ادامه تحقیق خود، یک میکرو مخلوط کننده مجهز به پره نوسانی چرخان را در عدد پکلت ۱۰۰۰۰ مورد مطالعه قرار دادند [۱۹]. در این تحقیق پره مستطیلی با نسبت‌های منظری مختلف در نظر گرفته شده است. نتایج نشان می‌دهد که درصد اختلاط در نسبت منظری بالا با افزایش دامنه نوسان، افزایش می‌یابد. اورتگا کازانووا^۳، به بررسی تأثیر فرکانس

1 Ryu
2 ISPH
3 Ortega-Casanova



شکل ۱: طرح شماتیک میکرو کانال
Fig. 1. Schematic view of microchannel

مخلوط شدنی با لزجت متفاوت داده می شود که از رابطه (۲) به دست می آید [۱۷].

$$u(y)/u_0 = \begin{cases} 1 + A \frac{y}{H/2} - B \left(\frac{y}{H/2} \right)^2 & y \geq 0 \\ 1 + A' \frac{y}{H/2} - B' \left(\frac{y}{H/2} \right)^2 & y \leq 0 \end{cases}$$

$$A = \frac{e^R - 1}{2}, B = \frac{e^R + 1}{2} \quad (2)$$

$$A' = \frac{e^R - 1}{2e^R}, B' = \frac{e^R + 1}{2e^R}$$

u_0 سرعت سطح مشترک دو سیال است و از رابطه (۳) محاسبه می شود.

$$u_0 = \frac{U}{1 + \left(\frac{A - A'}{4} \right) - \left(\frac{B + B'}{6} \right)} \quad (3)$$

که در این رابطه U سرعت متوسط است. برای بررسی رفتار جریان اختلاط و میزان انتقال جرم، به شاخصی مناسب برای سنجش میزان اختلاط صورت گرفته نیاز است. در مطالعه حاضر از متوسط زمانی انحراف استاندارد برای میدان غلظت در یک مقطع به صورت رابطه (۴) استفاده شده است [۱].

$$D_t = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \left(\frac{C_j - C_{mean}}{C_{mean}} \right)^2} dt \quad (4)$$

در این رابطه N تعداد نقاط در یک مقطع عرضی، C_j غلظت نقطه j ، C_{mean} غلظت متوسط اولیه و T یک دوره تناوب نوسان پره است. برای محاسبه بازده اختلاط نیز از رابطه (۵) استفاده می شود [۱].

$$\varepsilon = (1 - D_t) * 100 \quad (5)$$

جدول ۱ - اعداد بدون بعد حاکم بر مسئله و مشخصات میکرو کانال
Table 1. Governing non-dimensional numbers and microchannel characteristics

عبارت	نام
D	وتر ایرفویل
$L = 15D$	طول کانال
$l = 1/5D$	عرض کانال
$l_p = 2/5D$	موقعیت طولی پره
$l/2$	موقعیت عرضی پره
$\alpha(t) = 2\pi K \sin(2\pi f_p t)$	زاویه چرخش پره
$\omega(t) = 4\pi K f_p \cos(2\pi f_p t)$	سرعت زاویه ای
$Re = \frac{u_{ref} D}{\mu_1} = 80$	عدد رینولدز
$Sc = \frac{\mu_1}{\rho D i} = 10$	عدد اشمیت
$St = \frac{f_p D}{u_{ref}}$	عدد استروهال

جریان به عنوان سرعت مشخصه، اعداد بدون بعد حاکم بر مسئله و مشخصات میکرو کانال در جدول ۱ تعریف شده است.

در مسئله حاضر لزجت سیال اول ثابت است و لزجت سیال دوم تغییر می کند. روابط لزجت به صورت رابطه (۱) تعریف می شود [۲۳]:

$$R = \ln \frac{\mu_2}{\mu_1} \quad (1)$$

سرعت در ورودی به صورت پروفیل توسعه یافته اعمال گردیده است. پروفیل سرعت توسعه یافته با تغییر لزجت تغییر می کند بنابراین در ورودی میکرو کانال، پروفیل سرعت توسعه یافته برای دو سیال غیر

۳- معادلات حاکم و روش حل عددی

در این بخش معادلات حاکم بر جریان و روش عددی انتخاب شده جهت حل جریان اختلاط بیان خواهد شد.

۳-۱- معادلات حاکم

معادلات حاکم بر مسئله معادله بقای جرم، مومنتوم و غلظت است

که به ترتیب در معادلات (۶) تا (۸) تعریف می شود.

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\bar{n}\nabla \cdot \mathbf{V} \quad (6)$$

$$\rho \frac{D\mathbf{V}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{V} \quad (7)$$

$$\frac{DC}{Dt} = Di \nabla^2 C \quad (8)$$

که در این روابط ρ چگالی، P فشار، C غلظت، \mathbf{V} بردار سرعت، Di نفوذ جرمی و D/Dt معرف مشتق مادی است.

۳-۲- روش عددی

در این مقاله از مدل شبکه بولتزمن دوبعدی D2Q9 برای میدان سرعت و D2Q5 برای میدان غلظت استفاده شده است. همچنین در مطالعه حاضر از روش شبکه بولتزمن با زمان آسایش چندگانه که نسبت به مدل با یک زمان آسایش از پایداری و دقت بالاتری برخوردار است، استفاده گردیده است.

۳-۲-۱- روش شبکه بولتزمن مدل D2Q9 با زمان آسایش چندگانه

در این مطالعه برای اپراتور برخورد توابع توزیع چگالی، مطابق با معادله (۹) از روش زمان آسایش چندگانه استفاده شده است [۲۴].

$$|f_i(x + e_i \delta_t, t + \delta_t) - |f_i(x, t) = -M^{-1} S [m(x, t) - |m^{eq}(x, t)]] \quad (9)$$

که در این معادله $|f_i(\bar{x}, t)$ بردار تابع توزیع چگالی است. M نیز ماتریس انتقال است که بردار تابع توزیع چگالی را به فضای مومنتوم منتقل می کند و از معادله (۱۰) محاسبه می شود [۲۵].

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ -4 & -1 & -1 & -1 & -1 & 2 & 2 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -2 & -2 & -2 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 0 & 2 & 0 & 1 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & -2 & 0 & 2 & 1 & 1 & -1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (10)$$

همچنین $|m(\bar{x}, t)$ بردار مومنتوم و $|m^{eq}(\bar{x}, t)$ بردار مومنتوم

تعادلی است که با معادله (۱۱) برابر است [۲۵].

$$\begin{aligned} |m^{eq}(x, t) &= (\rho, e^{(eq)}, \varepsilon^{(eq)}, j_x^{(eq)}, q_x^{(eq)}, j_y^{(eq)}, q_y^{(eq)}, p_{xx}^{(eq)}, p_{xy}^{(eq)})^T \\ j_x &= u & j_y &= v \\ e^{(eq)} &= -2\rho + 3(j_x^2 + j_y^2) & q_x^{(eq)} &= -j_x \\ \varepsilon^{(eq)} &= \rho - 3(j_x^2 + j_y^2) & q_y^{(eq)} &= -j_y \\ p_{xy}^{(eq)} &= j_x \cdot j_y & p_{xx}^{(eq)} &= j_x^2 - j_y^2 \end{aligned} \quad (11)$$

همچنین بردار سرعت میکروسکوپی در میدان

دوبعدی است و S ماتریس آرامش چگالی با معادله (۱۲) برابر است.

$$\begin{aligned} S &= \text{diag}(0, -s_2, -s_3, 0, -s_5, 0, -s_7, -s_8, -s_9) \\ s_8 &= s_9 = 1 / \tau_f \end{aligned} \quad (12)$$

در این فرمولاسیون زمان آرامش بدون بعد چگالی برابر

$\tau_f = \nu / c_s^2 \Delta t + 0.5$ و ویسکوزیته سینماتیک است. تابع توزیع تعادلی چگالی (f_i^{eq}) به کمک معادلات (۱۳) محاسبه می شوند [۲۵].

$$f_i^{eq} = \rho w_i^f \left[1 + \frac{3}{c^2} e_i^f \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2c^4} (e_i^f \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \right] \quad (13)$$

که w_i^f ضرایب وزنی و e_i^f توزیع سرعت گسسته است که به

ترتیب با استفاده از معادلات (۱۴) و (۱۵) محاسبه می شوند [۲۵].

$$w_i^f = \begin{cases} 4/9 & i=0 \\ 1/9 & i=1,2,3,4 \\ 1/36 & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (14)$$

$$e_i^f = \begin{cases} (0,0) & i=0 \\ \cos\left[\left((i-1)\frac{\pi}{2}\right), \sin\left[\left((i-1)\frac{\pi}{2}\right)\right]c & i=1,2,3,4 \\ \cos\left[\left((i-5)\frac{\pi}{2}\right), \sin\left[\left((i-5)\frac{\pi}{2}\right)\right]\sqrt{2}c & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (15)$$

در این معادلات $c = \delta x / \delta t$ سرعت میکروسکوپی ذرات و

$c_s = c / \sqrt{3}$ سرعت صوت در شبکه بولتزمن است. همچنین δx فاصله

شبکه و δt گام زمانی است که جهت سهولت، در این مقاله این دو

مقدار برابر یک در نظر گرفته شده است. کمیت های میکروسکوپی

هیدرودینامیکی به کمک معادله (۱۶) محاسبه می شوند [۲۵].

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i, \quad \rho \bar{u} = \sum_{i=0}^8 e_i^f f_i, \quad p = \rho c_s^2 \quad (16)$$

۳-۲-۲- روش شبکه بولتزمن مدل D2Q5 با زمان آسایش چندگانه

در مطالعه صورت گرفته برای حل میدان غلظت به دلیل داشتن

دقت مرتبه دوم برای مرزهای منحنی با شرط مرزی نیومن، از مدل

D2Q5 استفاده شده است [۲۶].

برای اپراتور برخورد توابع توزیع غلظت، مشابه با معادله (۱۷) از روش زمان آسایش چندگانه استفاده شده است.

$$|g_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \delta_t, t + \delta_t) - |g_i(\mathbf{x}, t)| = N^{-1} Q [n(\mathbf{x}, t) - |n^{eq}(\mathbf{x}, t)|] \quad (17)$$

که در این معادله $|g_i(\mathbf{x}, t)|$ بردار تابع توزیع غلظت است. N نیز ماتریس انتقال است که بردار تابع توزیع غلظت را به فضای مومنت منتقل می کند و از معادله (۱۸) محاسبه می شود.

$$N = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ -4 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

همچنین $|n(\mathbf{x}, t)|$ بردار مومنت و $|n^{eq}(\mathbf{x}, t)|$ بردار مومنتم تعادلی است که با معادله (۱۹) برابر است.

$$|n^{eq}(\mathbf{x}, t)| = (C, Cu_x, Cu_y, -2C/3, 0)^T \quad (19)$$

و ماتریس آرامش Q به صورت رابطه (۲۰) تعریف می شود:

$$Q = \text{diag}(1, (3Di + 0.5)^{-1}, (3Di + 0.5)^{-1}, 1, 1) \quad (20)$$

تابع توزیع تعادلی غلظت (g_i^{eq}) به کمک معادله (۲۱) محاسبه می شود.

$$g_i^{eq} = c w_i^g \left[1 + \frac{1}{c^2} \mathbf{e}_i^g \cdot \mathbf{u} \right] \quad (21)$$

که w_i^g ضرایب وزنی و \bar{e}_i^g توزیع سرعت گسسته است که به ترتیب با استفاده از معادلات (۲۲) و (۲۳) محاسبه می شوند.

$$w_i^g = \begin{cases} \frac{1}{3} & i = 0 \\ \frac{1}{6} & i = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \quad (22)$$

$$\mathbf{e}_i^g = \begin{cases} (0, 0) & i = 0 \\ ((\pm 1, 0), (0, \pm 1)) & i = 1, 2, 3, 4 \end{cases} \quad (23)$$

کمیت مایکروسکوپی غلظت به کمک معادله (۲۴) محاسبه می شود.

$$C = \sum_{i=0}^4 g_i \quad (24)$$

۳-۲-۳- شرایط مرزی در حل میدان سرعت و غلظت

شرایط مرزی در واقع توصیف شرایط فیزیک مرزها، از طریق معادلات ریاضی است. از آنجایی که در روش شبکه بولتزمن به جای کمیت های فیزیکی روی مرز همچون سرعت و غلظت با مقادیر توابع توزیع سروکار داریم، این روش نیازمند تکنیک هایی برای اعمال شرایط مرزی به کمک توابع توزیع است. در حل میدان سرعت برای اعمال شرط عدم لغزش بر روی دیواره های کانال از شرط مرزی پرش به عقب [۲۵]، برای اعمال پروفیل سرعت ورودی از روش زو هی [۲۷] و برای اعمال شرط مرزی نیومن در خروجی از شرط مرزی فشار ثابت استفاده شده است. در مرز منحنی از روشی بر پایه برون یابی که توسط گو و همکاران [۲۸] مطابق شکل ۲ در رابطه (۲۵) ارائه شده استفاده گردیده است.

$$f_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_w, t) = f_{\alpha}^{eq}(\mathbf{x}_w, t) - (1 - \tau^{-1}) f_{\alpha}^{neq}(\mathbf{x}_w, t) \quad (25)$$

که در این رابطه $f_{\alpha}^{neq}(\mathbf{x}_w, t)$ بیانگر تابع توزیع غیر تعادلی در گره جامد است.

$$\begin{cases} f_{\bar{\alpha}}^{neq}(\mathbf{x}_w, t) = f_{\alpha}^{neq}(\mathbf{x}_f, t) & \Delta \geq 0.75 \\ f_{\bar{\alpha}}^{neq}(\mathbf{x}_w, t) = f_{\alpha}^{neq}(\mathbf{x}_f, t) + (1 - \Delta) f_{\alpha}^{neq}(\mathbf{x}_{ff}, t) & \Delta < 0.75 \end{cases} \quad (26)$$

Δ نسبتی است که از رابطه (۲۷) زیر به دست می آید:

$$\Delta = \frac{|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_b|}{|\mathbf{x}_f - \mathbf{x}_w|} \quad 0 \leq \Delta < 1 \quad (27)$$

برای محاسبه $f_{\alpha}^{eq}(\mathbf{x}_w, t)$ از رابطه (۱۳) استفاده می شود که به پارامترهای $\bar{\rho}_w$ و $\bar{\mathbf{u}}_w$ در گره جامد نیاز دارد. جهت تعیین $\bar{\mathbf{u}}_w$ می توان از معادلات زیر استفاده کرد:

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{u}}_w = \mathbf{u}_{w1} & \Delta \geq 0.75 \\ \bar{\mathbf{u}}_w = \Delta \mathbf{u}_{w1} + (1 - \Delta) \mathbf{u}_{w2} & \Delta < 0.75 \end{cases} \quad (28)$$

که در این معادلات، \mathbf{u}_{w1} و \mathbf{u}_{w2} سرعت های به دست آمده از برون یابی خطی زیر هستند:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_{w1} = \frac{\mathbf{u}_b}{\Delta} + \frac{\Delta - 1}{\Delta} \mathbf{u}_f \\ \mathbf{u}_{w2} = \frac{2\mathbf{u}_b + (\Delta - 1)\mathbf{u}_f}{1 + \Delta} \end{cases} \quad (29)$$

همچنین چگالی مرز برای جریان های تراکم ناپذیر، برابر با چگالی نزدیک ترین گره سیال در نظر گرفته می شود.

$$(\rho(\mathbf{x}_w, t) = \rho(\mathbf{x}_f, t))$$

(۳۱) و (۳۲) ارائه نمودند استفاده شده است.

$$g_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \delta t) = [c_{n1} \tilde{g}_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t) + c_{n2} \tilde{g}_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_{ff}, t) + c_{n3} \tilde{g}_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t)] + c_{n4} \frac{\delta t}{\delta x} \phi_{n\bar{\alpha}} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \phi_{n\bar{\alpha}} = & \left\{ \frac{1}{c'_{d4}} [(c'_{n1} - c'_{d1}) \tilde{g}_{\bar{\beta}}(\mathbf{x}'_f, t) (c'_{n2} - c'_{d2}) (c'_{n2} - c'_{d2}) \right. \\ & \left. \tilde{g}_{\bar{\beta}}(\mathbf{x}'_{ff}, t) + (c'_{n3} - c'_{d3}) \tilde{g}_{\bar{\beta}}(\mathbf{x}'_f, t)] \sin \theta \right. \\ & - \frac{1}{c'_{d4}} [(c_{n1} - c_{d1}) \tilde{g}_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t) + \\ & (c_{n2} - c_{d2}) \tilde{g}_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_{ff}, t) + (c_{n3} - c_{d3}) \tilde{g}_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t)] \sin \theta \\ & \left. + \frac{c'_{n4}}{c'_{d4}} \frac{\delta t}{\delta x} \phi_n / \left[\frac{c_{n4}}{c_{d4}} \frac{\delta t}{\delta x} \sin \theta + \frac{c'_{n4}}{c'_{d4}} \frac{\delta t}{\delta x} \cos \theta \right] \right\} \quad (32) \end{aligned}$$

که در این رابطه، ضرایب عبارتند از:

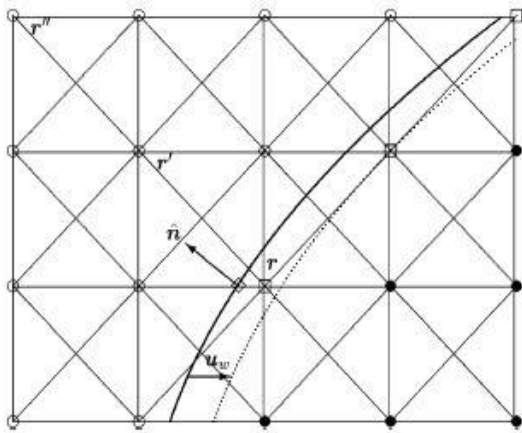
$$c_{n1} = 1, c_{n2} = \frac{1-2\Delta}{2\Delta+1}, c_{n3} = \frac{2\Delta-1}{2\Delta+1}, c_{n4} = \frac{2}{2\Delta+1} \quad (33)$$

$$c_{d1} = -1, c_{d2} = \frac{2\Delta c_{d1} + 1}{2\Delta + 1}, c_{d3} = \frac{c_{d1} + 2\Delta}{2\Delta + 1}, c_{d4} = \frac{-c_{d1} + 1}{2\Delta + 1} \quad (34)$$

$$c'_{di} = c_{di} (\Delta = 0), c'_{ni} = c_{ni} (\Delta = 0) \quad i = 1-4 \quad (35)$$

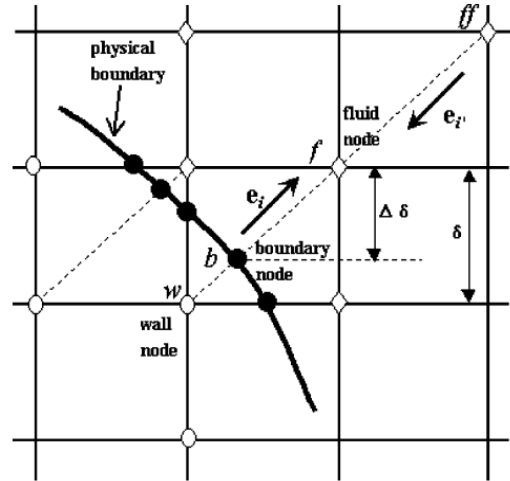
۳-۲-۴- روش شارژ مجدد

همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، از آنجاکه شبکه بولتزمن از شبکه دکارتی ثابت استفاده می‌کند، با حرکت مرز در هر تکرار، تعدادی از گره‌ها از دامنه جامد به درون دامنه سیال منتقل می‌شوند و بالعکس. در چنین گره‌هایی تعدادی از توابع توزیع و همچنین مقدار متغیرهای عمومی مجهول هستند که برای ادامه



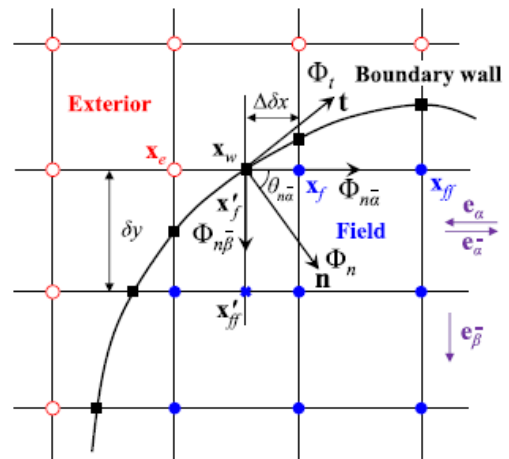
شکل ۴- تشریح یک مرز متحرک با سرعت u_w [۳۰]

Fig. 4. Illustration of a moving boundary with velocity u_w [30]



شکل ۲: مرز منحنی سرعت در مدل D2Q9 [۲۸]

Fig. 2. Speed curved boundary in D2Q9 LB model [28]



شکل ۳- مرز منحنی غلظت در مدل D2Q5 [۲۶]

Fig. 3. Concentration curved boundary in D2Q5 LB model [26]

در حل میدان غلظت برای اعمال شرط مرزی نیومن در خروجی و دیواره‌های کانال از شرط پرش به عقب و برای اعمال شرط مرزی غلظت معلوم ϕ_d در ورودی از معادله (۳۰) استفاده شده است [۲۹].

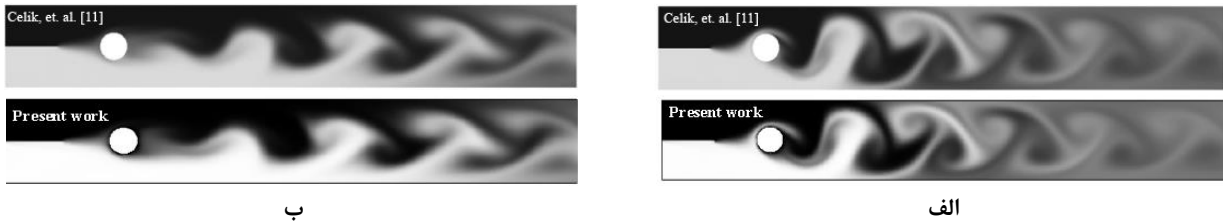
$$g_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t + \delta t) = -\hat{g}_{\bar{\alpha}}(\mathbf{x}_f, t) + \frac{1}{3} \phi_d \quad \alpha = 1:4 \quad (30)$$

همچنین برای مرز منحنی نیومن در میدان غلظت از روشی با دقت مرتبه دوم که لی و همکاران [۲۶] بر اساس شکل ۳ طبق رابطه

جدول ۲- شاخص اختلاط در خروجی میکرو کانال در تعداد گره‌های مختلف

Table 2. Mixing index at microchennal output at number of different nodes

تعداد گره در عرض کانال	۳۱	۶۱	۷۳	۱۱۱	۱۲۱
D_I	۰/۵۳۴۸	۰/۴۷۳۶	۰/۴۴۲۰	۰/۴۳۶۸	۰/۴۳۶۵
درصد اختلاف %	-	۱۱/۴	۶/۷	۱/۲	۰/۰۷



شکل ۵- مقایسه کانتورهای غلظت در مطالعه حاضر با کار سیلیک و همکاران [۱۱] الف) $F=1$ ب) $F=0$

Fig. 5. Comparison of concentration contours between present study and Celik et al. [11] a. $F=1$ b. $F=0$

اعداد بی بعد $St=1/2$ ، $K=0/5$ و $R=2$ مورد بررسی قرار گرفته است. همان‌طور که مشخص است افزایش تعداد گره از ۱۱۱ به ۱۲۱ در امتداد عرض کانال، تغییر بسیار کمی در شاخص اختلاط ایجاد کرده است؛ بنابراین تعداد گره ۱۱۱ در امتداد عرض کانال، برای انجام محاسبات کافی است.

به‌منظور اطمینان از نتایج حاصل از اختلاط دو سیال در میکرو کانال فعال، نتایج به‌دست‌آمده با نتایج سیلیک و همکاران [۱۱] اعتبارسنجی گردیده است. در این مطالعه میکرو کانال با طول $21D$ و عرض $3D$ در نظر گرفته شده که در آن یک سیلندر دایره‌ای به قطر D در فاصله افقی $4D$ از ورودی و یک صفحه جداکننده به طول $2D$ در ورودی قرار گرفته است. این سیلندر با دامنه $0/4D$ نوسان می‌کند. در این مطالعه F نسبت فرکانس اجباری سیلندر به فرکانس طبیعی تعریف شده است. در شکل ۵ کانتورهای غلظت برای دو نسبت $F=0$ و $F=1$ مقایسه شده است که از تطابق خوبی برخوردار است.

همچنین به‌منظور اطمینان از نتایج حاصل از اختلاط دو سیال با لزجت متفاوت، روش حل عددی انتخاب شده با نتایج قنبری و همکاران [۱۷] اعتبارسنجی شده است. در این مطالعه میکرو کانال با طول D ۳۱ و عرض $3D$ در نظر گرفته شده که در آن پره‌ای به طول $2D$ و عرض $0/48D$ و به فاصله $4D$ از ورودی تحت زاویه $45^\circ \pm$ با سرعت ثابت نوسان می‌کند. در شکل ۶ کانتورهای غلظت و در

شبیه‌سازی باید تخمین زده شوند. به روش‌هایی که این مقادیر مجهول به کمک آن‌ها تخمین زده می‌شوند، روش‌های شارژ مجدد گفته می‌شود. در این مطالعه از طرح برون‌یابی مرتبه دومی که لالمند و همکاران [۳۰] برای شارژ مجدد ارائه کردند، استفاده شده است. در این روش در هر گره سیال و یا جامد جدید، از یک روش برون‌یابی درجه دو مطابق رابطه‌های (۳۶) و (۳۷) جهت محاسبه توابع توزیع مجهول استفاده می‌شود.

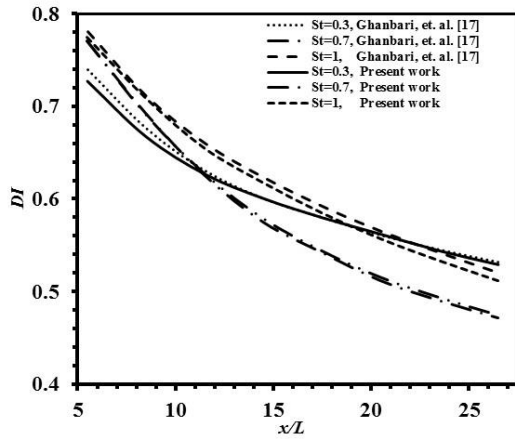
$$f_i(\mathbf{x}_{\text{new}}, t + \Delta t) = 3f_i(\mathbf{x}_{\text{new}} + \mathbf{e}_i^f \Delta t, t + \Delta t) - 3f_i(\mathbf{x}_{\text{new}} + 2\mathbf{e}_i^f \Delta t, t + \Delta t) + f_i(\mathbf{x}_{\text{new}} + 3\mathbf{e}_i^f \Delta t, t + \Delta t) \quad (36)$$

$$g_i(\mathbf{x}_{\text{new}}, t + \Delta t) = 3g_i(\mathbf{x}_{\text{new}} + \mathbf{e}_i^g \Delta t, t + \Delta t) - 3g_i(\mathbf{x}_{\text{new}} + 2\mathbf{e}_i^g \Delta t, t + \Delta t) + g_i(\mathbf{x}_{\text{new}} + 3\mathbf{e}_i^g \Delta t, t + \Delta t) \quad (37)$$

\mathbf{e}_i^g و \mathbf{e}_i^f بردار سرعتی است که حاصل ضرب آن‌ها در \bar{n} در آن جهت بیشینه می‌شود. در اینجا \bar{n} بردار یکه عمود بر سطح به سمت خارج مرز در آن گره است.

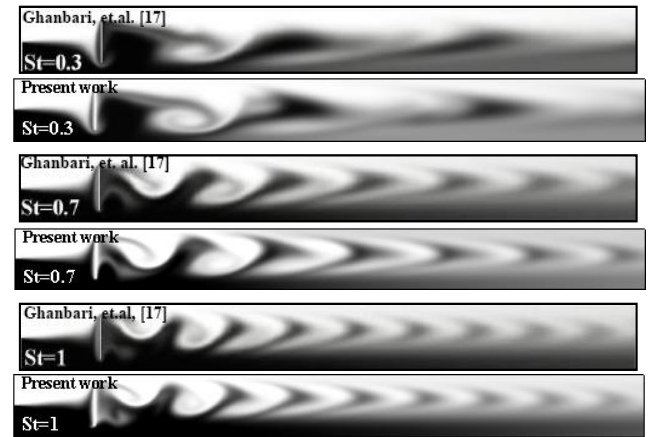
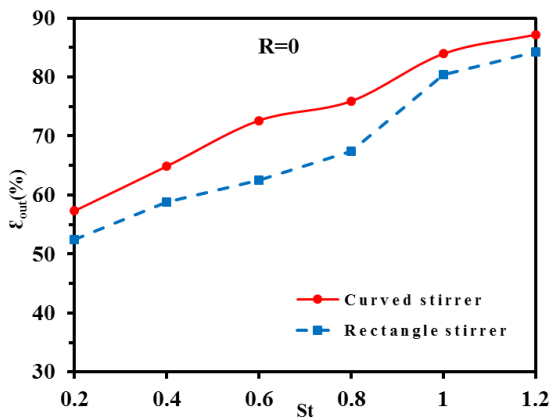
۴- اعتبارسنجی

به‌منظور حذف خطاهای ناشی از درشتی شبکه، انجام محاسبات با تعداد شبکه‌های مختلف تا رسیدن به مرحله مستقل از شبکه ضروری خواهد بود. بدین منظور شبکه‌های تک بلوکی مختلفی طبق جدول ۲ در نظر گرفته شده و شاخص اختلاط در خروجی میکرو کانال در



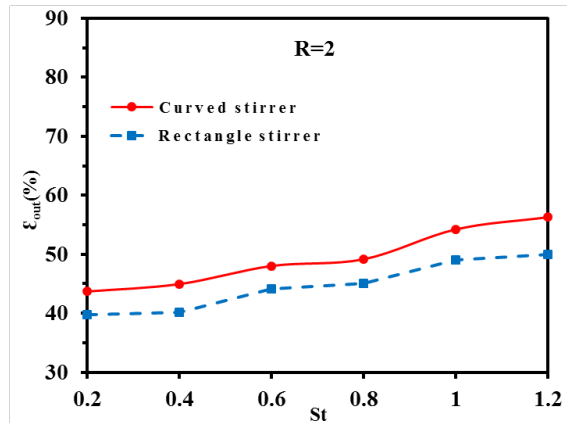
شکل ۷- مقایسه تغییرات شاخص اختلاط در مطالعه حاضر با نتایج مرجع [۱۷]

Fig. 7. Comparison of mixing index changes between present study and results of Ref. [17]



شکل ۶- مقایسه کانتورهای غلظت در مطالعه حاضر با کار قبیری و همکاران [۱۷]

Fig 6. Comparison of concentration contours between present study and Ghanbari et al. [17]



شکل ۸- تغییرات بازده اختلاط نسبت به اعداد مختلف استروهل برای پره منحنی شکل و مستطیل شکل در دو نسبت لگاریتمی لزجت

Fig. 8. Mixing efficiency changes related to various Strouhal numbers for curved stirrer and rectangle stirrer at two different viscosity logarithmic ratios

و منحنی شکل نوسانی مورد بررسی قرار گرفته و با هم مقایسه شده است. سپس برای روشن تر شدن مسئله کانتورهای غلظت و خطوط جریان برای یک دوره تناوب نشان داده شده و در ادامه اثرات سرعت و دامنه نوسان پره منحنی شکل و تغییر نسبت لگاریتمی لزجت بر بازده اختلاط بررسی شده است.

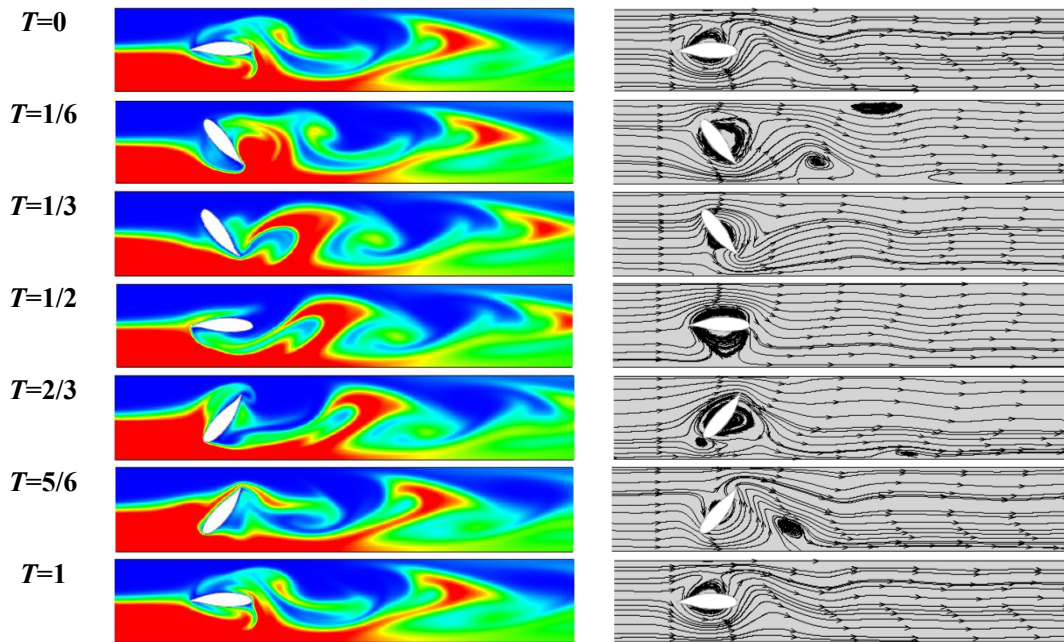
۵-۱- تغییرات بازده اختلاط برای دو مدل پره

در این بخش پره‌ای مستطیل شکل به طول D و عرض $0.213D$ در میکرو کانال با همان مشخصات شکل ۱ در نظر گرفته شده و

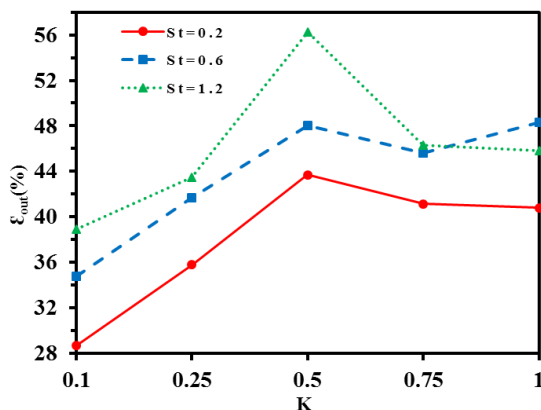
شکل ۷ شاخص اختلاط در مطالعه حاضر با تحقیق موردنظر در سه عدد استروهل مختلف $0.3, 0.7, 1$ و $Re=50, Sc=10$ و نسبت لگاریتمی لزجت ۲ مقایسه شده است. همان‌گونه که از شکل‌های ۶ و ۷ مشاهده می‌شود نتایج از تطابق خوبی با نتایج مرجع [۱۷] برخوردار است.

۵- بررسی نتایج

در این بخش، ابتدا تغییرات بازده اختلاط دو سیال با لزجت یکسان و متفاوت در خروجی میکرو کانال با دو پره مستطیل شکل



شکل ۹- کانتورهای غلظت و خطوط جریان برای یک دوره تناوب در حالت $R=2$, $K=0.5$ and $St=1$
 Fig. 9. Concentration contours and streamlines for one period time at $R=2$, $K=0.5$ and $St=1$



شکل ۱۰- تغییرات بازده اختلاط نسبت به دامنه‌های مختلف نوسان در اعداد استروهال مختلف

Fig. 10. Mixing efficiency changes related to different oscillating amplitudes at various Strouhal numbers

گردابه‌ها به سمت خروجی حرکت می‌کنند و بدین ترتیب دو سیال با هم مخلوط می‌شوند.

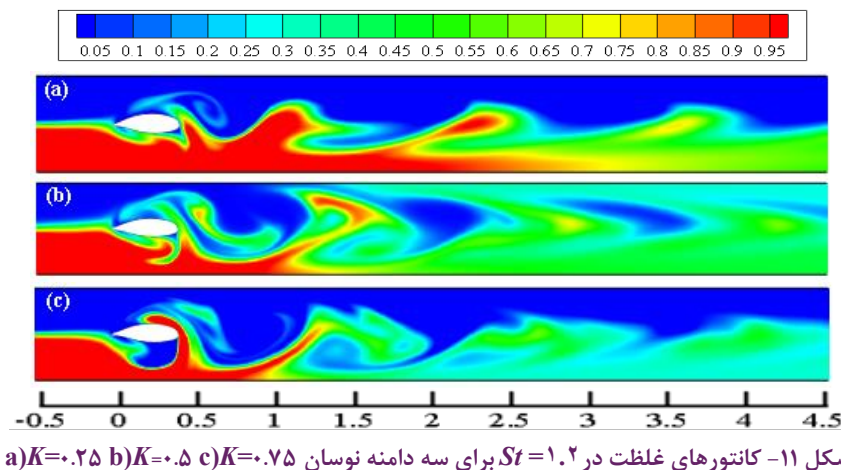
۳-۵- اثر دامنه نوسان پره بر بازده اختلاط

علاوه بر تغییر شکل هندسی پره عوامل دیگری نیز بر بازده اختلاط مؤثر هستند. در این بخش تأثیر دامنه نوسان پره منحنی شکل بر بازده اختلاط مورد مطالعه قرار گرفته است. در شکل ۱۰

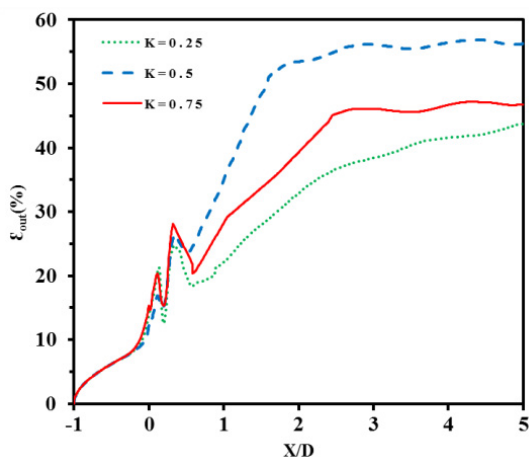
تغییرات بازده اختلاط در خروجی میکرو کانال با پره منحنی شکل و مستطیل شکل در مقابل اعداد استروهال $0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1$ و 1.2 در دامنه نوسان $K=0.5$ برای دو سیال با نسبت لگاریتمی لزجت 0 و 2 مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج آن در شکل ۸ نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل مشخص است در تمام اعداد استروهال بررسی شده بازده اختلاط دو سیال با لزجت یکسان و متفاوت در میکرو کانال مجهز به پره منحنی شکل بیشتر از میکرو کانال مجهز به پره مستطیل شکل است بنابراین تغییر شکل هندسی پره به صورت ایرفویل باعث بهبود در بازده اختلاط می‌شود.

۲-۵- کانتورهای غلظت و خطوط جریان برای یک دوره تناوب

در شکل ۹ کانتورهای غلظت برای یک دوره تناوب (T) در حالت $R=2$, $K=0.5$ و $St=1$ نشان داده شده است. در این شکل کانتورها با اختلاف زمانی $T/6$ و اختلاف زاویه‌ای 120° هستند. با توجه به کانتورها، در ابتدای یک دوره تناوب، هنگامی که پره در خلاف جهت عقربه‌های ساعت در حال چرخش است سیال C_1 در نیمه پایینی کانال به سمت سیال C_2 در نیمه بالایی کانال کشیده می‌شود و در ادامه با چرخش پره و برگشت به حالت اولیه گردابه قارچی شکل تشکیل و از پره جدا می‌شود. این روند به طور متناوب ادامه می‌یابد و



شکل ۱۱- کانتورهای غلظت در $St=1.2$ برای سه دامنه نوسان a) $K=0.25$ b) $K=0.5$ c) $K=0.75$



شکل ۱۲- بازده اختلاط در طول کانال در $St=1.2$ برای سه دامنه نوسان مختلف

Fig. 12. Mixing efficiency with length of channel at $St=1.2$ for three different oscillating amplitudes

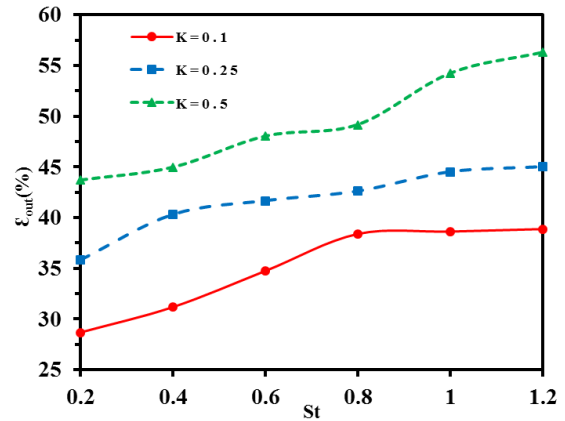
شکل شده و سیال در نزدیکی دیواره نیز در فرایند اختلاط وارد شده و بازده اختلاط از دو دامنه نوسان دیگر بیشتر شده است.

در شکل ۱۲ نمودار روند بازده اختلاط در طول کانال در $St=1.2$ برای سه دامنه نوسان 0.25 ، 0.5 و 0.75 نشان داده شده است. مطابق با آنچه در شکل مشخص است روند بازده تا $X/D=0.5$ در سه دامنه مختلف نوسان یکسان است و در ادامه با شروع شکل گیری گردابه‌ها روند بازده در سه دامنه متفاوت به پیش می‌رود به طوری که در دامنه نوسان 0.75 پیشروی گردابه‌ها به سمت گردابه‌های هلالی شکل و در دامنه نوسان 0.5 تشکیل گردابه‌های قارچی شکل و رشد

تغییرات بازده اختلاط نسبت به دامنه‌های مختلف نوسان در اعداد استروهل 0.2 ، 0.6 و 1.2 برای دو سیال با نسبت لگاریتمی لزجت ۲ نشان داده شده است.

همان‌گونه که در شکل مشخص است در تمام اعداد استروهل بررسی شده، بازده اختلاط در دامنه نوسان 0.5 یک مقدار بهینه را نشان می‌دهد. در شکل ۱۱ کانتورهای غلظت در $St=1.2$ برای سه دامنه نوسان 0.25 ، 0.5 و 0.75 نشان داده شده است. اثر حرکت پره و میزان انسدادی که پره در طول حرکت خود ایجاد می‌کند به صورت گردابه در سیال ظاهر شده و بر بازده اختلاط تأثیر می‌گذارد. در دامنه نوسان 0.25 (زاویه نوسان 90°) اگرچه میزان انسداد کانال نسبت به دامنه نوسان 0.5 (زاویه نوسان 180°) بیشتر است، اما میزان القا حرکت پره به جریان نسبت به دامنه نوسان 0.5 کمتر است و اثر حرکت پره تنها منجر به ایجاد مسیر مارپیچ در کانتور غلظت شده است بنابراین سطح تماس دو سیال اندک است و بازده اختلاط در این دامنه نوسان، پایین است. در دامنه نوسان 0.75 (زاویه نوسان 270°) در قسمت‌هایی از حرکت پره در یک دوره تناوب میزان انسدادی که پره ایجاد می‌کند نسبت به دامنه نوسان 0.5 کمتر است و اثر حرکت پره به سمت تشکیل گردابه‌های هلالی شکل در میدان غلظت پیش رفته است. این هلال‌ها با کشاندن لایه‌های سیالات به درون یکدیگر باعث افزایش سطح تماس بین سیالات شده و میزان اختلاط را نسبت به مسیر مارپیچ افزایش می‌دهند. در دامنه نوسان 0.5 میزان القای حرکت پره و میزان انسداد مناسب سبب تشکیل گردابه‌های قارچی

با توجه به شکل ۱۳ در تمام دامنه‌های نوسان بررسی شده با افزایش اعداد استروهل بازده اختلاط افزایش یافته است. این افزایش در $K=0.5$ قابل توجه بوده است. در شکل ۱۴ کانتورهای غلظت در $K=0.5$ برای سه عدد استروهل 0.4 ، 0.8 و 1.2 نمایش داده شده است. افزایش عدد استروهل موجب افزایش سرعت نوسان پره می‌شود و افزایش سرعت نوسان پره موجب تشکیل گردابه‌ها و رشد عرضی آن‌ها می‌گردد به طوری که در عدد استروهل پایین نوسان پره موجب ایجاد مسیر مارپیچ، در عدد استروهل متوسط موجب تشکیل گردابه‌های هلالی شکل و در عدد استروهل بالا موجب تشکیل گردابه‌های قارچی شکل شده است که به ترتیب باعث افزایش سطح تماس دو سیال و افزایش بازده اختلاط می‌شوند.



شکل ۱۳- تغییرات بازده اختلاط نسبت به اعداد مختلف استروهل در دامنه‌های مختلف نوسان

Fig. 13. Mixing efficiency changes related to various Strouhal numbers at different oscillating amplitudes

عرضی آن‌ها باعث افزایش بازده اختلاط در طول کانال می‌شود. شیب افزایش بازده اختلاط از بعد از پره تا $X/D=2/5$ تند و سپس به علت فاصله گرفتن از پره و ضعیف شدن گردابه‌ها، کند می‌شود.

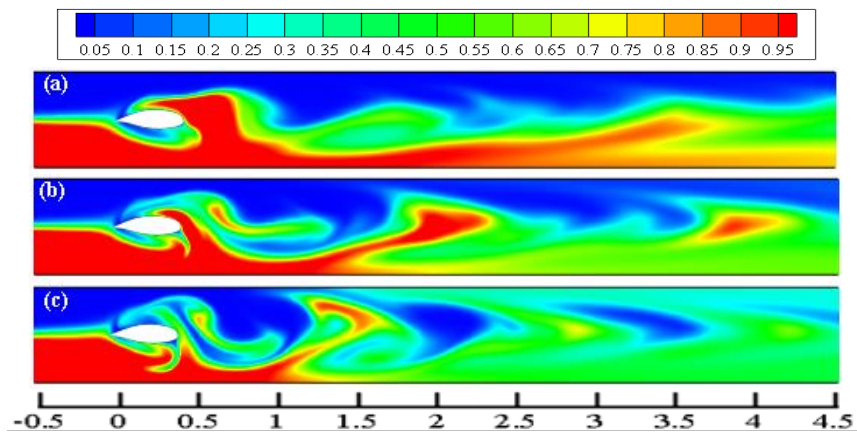
۵-۴- اثر سرعت نوسان پره بر بازده اختلاط

عامل دیگری که می‌تواند بر بازده اختلاط مؤثر باشد سرعت نوسان پره است. در این بخش تأثیر سرعت نوسان پره منحنی شکل بر بازده اختلاط مورد مطالعه قرار گرفته است. در شکل ۱۳ تغییرات بازده اختلاط نسبت به اعداد استروهل مختلف در سه دامنه نوسان 0.1 ، 0.25 و 0.5 برای دو سیال با نسبت لگاریتمی لزجت ۲ نشان داده شده است.

۵-۵- اثر نسبت لگاریتمی لزجت بر بازده اختلاط

جهت بررسی تأثیرگذاری نسبت لگاریتمی لزجت بر بازده اختلاط، سه مقدار 0 ، 1 و 2 برای نسبت لگاریتمی لزجت در نظر گرفته شده است. در شکل ۱۵ تغییرات بازده اختلاط نسبت به اعداد مختلف استروهل در سه نسبت لگاریتمی لزجت و $K=0.5$ نشان داده شده است.

همان‌گونه در شکل ۱۵ مشخص است در هر سه نسبت لگاریتمی لزجت با افزایش عدد استروهل، بازده اختلاط افزایش می‌یابد و هر چه نسبت لگاریتمی لزجت دو سیال بیشتر باشد شیب افزایش بازده اختلاط کمتر است. همچنین با توجه به بازده اختلاط در هر عدد استروهل می‌توان نتیجه گرفت که در هر عدد استروهل معین،



شکل ۱۴- کانتورهای غلظت در $K=0.5$ برای سه عدد استروهل a) $St=0.4$ b) $St=0.8$ c) $St=1.2$

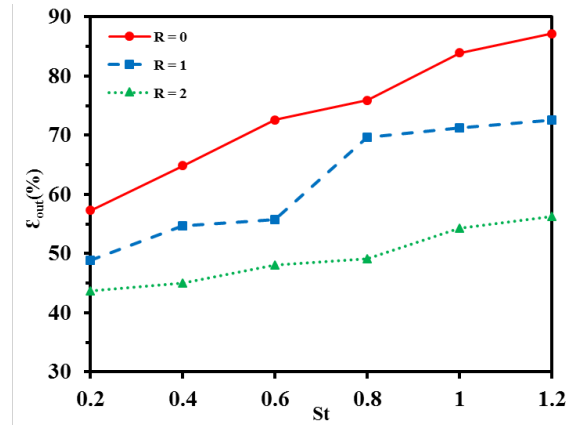
Fig. 14. Concentration contours at $K=0.5$ for three Strouhal numbers a) $St=0.4$ b) $St=0.8$ c) $St=1.2$

روند اختلاط کمتر وارد شده است؛ بنابراین هر چه اختلاف لزجت دو سیال بیشتر باشد، دو سیال در برابر تغییر شکل، مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهند و اختلاط کمتر صورت می‌گیرد. همچنین همان‌گونه در شکل ۱۵ مشخص است در اعداد استروهال بالا اختلاف بازده بین نسبت‌های لگاریتمی لزجت بیشتر از سایر اعداد استروهال است. در شکل ۱۷ کانتورهای غلظت در $K=0.5$ و $St=0.12$ برای سه نسبت لگاریتمی لزجت ۰، ۱ و ۲ نمایش داده شده است. با مقایسه شکل ۱۶ و ۱۷ مشخص می‌شود که در اعداد استروهال پایین، به علت سرعت کم پره، گردابه‌ها در هیچ‌یک از نسبت‌های مختلف لگاریتمی لزجت، به‌خوبی تشکیل نمی‌شوند و بازده اختلاط در این سه نسبت، تفاوت اندکی دارد.

نتیجه‌گیری

در مطالعه حاضر اختلاط دو سیال با لزجت‌های متفاوت در یک میکرو کانال مجهز به پره منحنی شکل به روش شبکه بولتزمن بررسی شده است. اعداد استروهال در محدوده ۰/۲ تا ۱/۲، سه دامنه نوسان ۰/۲۵، ۰/۵ و ۰/۷۵ و نسبت لگاریتمی لزجت ۰، ۱ و ۲ در نظر گرفته شده است.

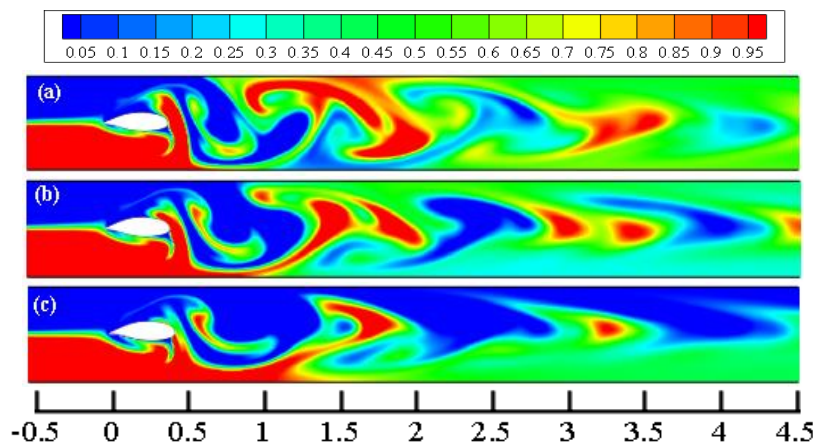
• در ابتدای امر تأثیر تغییر شکل هندسی پره از مستطیل به ایرفویل بر بازده اختلاط مورد بررسی قرار گرفت که نتایج، بهبود بازده اختلاط برای دو سیال با لزجت یکسان و متفاوت در تمام اعداد استروهال را نشان داد بنابراین استفاده از پره منحنی شکل باعث بهبود نتایج شبیه‌سازی می‌شود.



شکل ۱۵- تغییرات بازده اختلاط نسبت به اعداد مختلف استروهال در نسبت‌های لگاریتمی مختلف لزجت

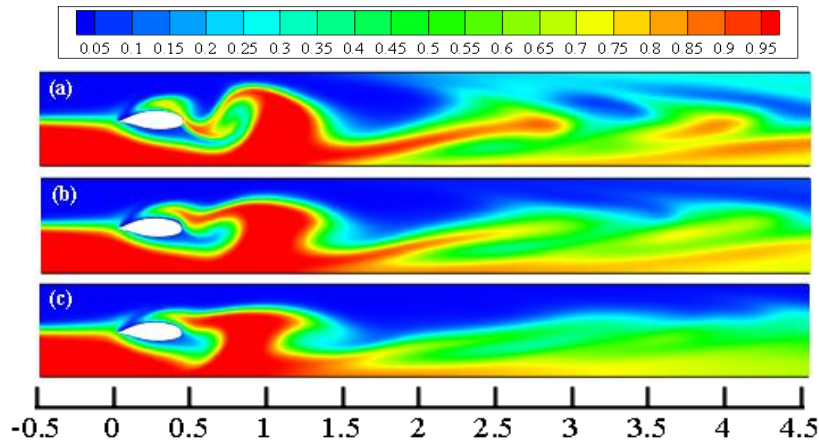
Fig. 15. Mixing efficiency changes related to various Strouhal numbers at different viscosity logarithmic ratios

هنگامی که نسبت لگاریتمی لزجت افزایش یابد، بازده کم می‌شود. به‌منظور بررسی بیشتر، در شکل ۱۶ کانتورهای غلظت در $K=0.5$ و $St=1$ برای سه نسبت لگاریتمی لزجت ۰، ۱ و ۲ نمایش داده شده است. همان‌گونه که در کانتورها مشخص است در $R=0$ گردابه‌های قارچی شکل به‌طور کامل تشکیل شده و بر تمام عرض کانال تأثیر گذاشته است و به همین علت اختلاط به‌خوبی صورت گرفته است. این در حالی است که در $R=1$ گردابه‌های قارچی شکل به‌طور کامل شکل نگرفته و سطح تماس دو سیال کمتر از حالت قبل است. در $R=2$ گردابه‌های قارچی شکل اصلاً تشکیل نشده و گردابه‌های هلالی شکل کمتر از $R=1$ تشکیل شده است و سیال نزدیک دیواره‌ها در



شکل ۱۶- کانتورهای غلظت در $K=0.5$ و $St=1$ در حالت a) $R=0$ b) $R=1$ c) $R=2$

Fig. 16. Concentration contours at $K=0.5$ and $St=1$ at a) $R=0$ b) $R=1$ c) $R=2$



شکل ۱۷- کانتورهای غلظت در $K=0.5$ و $St=0.2$ در حالت a) $R=0$ b) $R=1$ c) $R=2$

Fig. 17. Concentration contours at $K=0.5$ and $St=0.2$ at a) $R=0$ b) $R=1$ c) $R=2$

سرعت ذرات در جهات مختلف شبکه	e
تابع توزیع ذره در میدان سرعت	f
فرکانس پره، s^{-1}	f_p
تابع توزیع ذره در میدان غلظت	g
طول مشخصه، m	D
دامنه بی بعد نوسان پره	K
ارتفاع میکرو کانال، m	l
طول میکرو کانال، m	L
برداری ممان برای معادله سرعت	m
ماتریس انتقال برای معادله سرعت	M
برداری ممان برای معادله غلظت	n
ماتریس انتقال برای معادله غلظت	N
فشار، $kgm^{-1}s^{-2}$	P
ماتریس قطری ضرایب آسایش در غلظت	Q
نسبت لگاریتمی لزجت	R
عدد رینولدز	Re
ماتریس قطری ضرایب آسایش در سرعت	S
عدد اشمیت	Sc
عدد استروهال	St
زمان تناوب پره، s^{-1}	T
سرعت سیال، ms^{-1}	u
سرعت در $y=0$ ، ms^{-1}	u_0

• در سه عدد استروهال 0.2 ، 0.6 و 1.2 بازده اختلاط نسبت به دامنه نوسان مورد مطالعه قرار گرفت که نتایج نشان داد در هر سه عدد استروهال، بازده اختلاط در دامنه نوسان 0.5 یک مقدار بهینه را دارد.

• در سه دامنه نوسان 0.1 ، 0.25 و 0.5 ، بازده اختلاط نسبت به عدد استروهال سنجیده شد که مشخص شد در تمام دامنه‌ها با افزایش اعداد استروهال و در نتیجه افزایش سرعت پره، بازده افزایش می‌یابد البته در دامنه نوسان 0.5 این افزایش قابل ملاحظه است.

• در سه نسبت لگاریتمی لزجت 0 ، 1 و 2 ، بازده اختلاط نسبت به عدد استروهال مورد بررسی قرار گرفت و مشخص شد که در تمام اعداد استروهال با افزایش نسبت لگاریتمی لزجت، بازده کاهش می‌یابد و این کاهش در اعداد استروهال بالا قابل ملاحظه است؛ بنابراین هر چه اختلاف لزجت دو سیال بیشتر باشد، دو سیال در برابر تغییر شکل، مقاومت بیشتری از خود نشان می‌دهند و اختلاط کمتر صورت می‌گیرد.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

c	سرعت میکروسکوپیک ذرات، ms^{-1}
C	غلظت سیال
c_s	سرعت صوت در شبکه، ms^{-1}
Di	پخش جرمی، m^2s^{-1}
D_i	شاخص اختلاط

علائم یونانی

α	جابه‌جایی زاویه‌ای پره، rad
δt	گام زمانی، s
δx	گام مکانی، m
ν	ویسکوزیته سینماتیکی، m^2/s
ρ	چگالی kg/m^3
ω	سرعت زاویه‌ای پره، $rads^{-1}$

زیرنویس

b	گره مرزی در قسمت جامد
f	گره مرزی در قسمت سیال
mean	میزان متوسط
w	گره روی مرز فیزیکی

بالانویس

eq	تعادلی
neq	غیر تعادلی

مراجع

- J.G. Santiago, R.J. Adrian, H. Aref, D.J. Beebe, Passive mixing in a three-dimensional serpentine microchannel, *Journal of microelectromechanical systems*, 9(2) (2000) 190-197.
- [8] S. J. An, Y. D. Kim, S. Heu, J. S. Maeng, Numerical study of the mixing characteristics for rotating and oscillating stirrers in a microchannel, *Journal of the Korean Physical Society*, 49(2) (2006) 651-659.
- [9] S. Y. Jin, Y. Z. Liu, W. Z. Wang, Z. M. Cao, H.S. Koyama, Numerical evaluation of two-fluid mixing in a swirl micro-mixer, *Journal of Hydrodynamics*, 18(5) (2006) 542-546.
- [10] Y.D. Kim, S.J. An, J.S. Maeng, Numerical analysis of the fluid mixing behaviors in a microchannel with a circular cylinder and an oscillating stirrer, *Journal of Korean Physical Society*, 50 (2007) 505.
- [11] B. Celik, U. Akdag, S. Gunes, A. Beskok, Flow past an oscillating circular cylinder in a channel with an upstream splitter plate, *Physics of Fluids*, 20(10) (2008) 103603.
- [12] B. Celik, A. Beskok, Mixing induced by a transversely oscillating circular cylinder in a straight channel, *Physics of Fluids*, 21(7) (2009) 073601.
- [13] M. Im, J. Y. Park, Y. K. Oh, Y. D. Kim, J. S. Maeng, S. Y. Han, Microfluidic analysis of a micro-mixer with an oscillating stirrer.
- [14] S. P. Ryu, J. Y. Park, S. Y. Han, Optimum design of an active micro-mixer using successive Kriging method, *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 12(5) (2011) 849-855.
- [15] R. Shamsoddini, M. Sefid, R. Fatehi, ISPH modelling and analysis of fluid mixing in a microchannel with an oscillating or a rotating stirrer, *Engineering Applications of Computational Fluid Mechanics*, 8(2) (2014) 289-298.
- [16] R. Shamsoddini, Numerical Investigation of Fluid Mixing in a Micro-Channel Mixer with Two Rotating Stirrers by Using the Incompressible SPH Method, *Iran. J. Chem. Chem. Eng. Research Article Vol*, 36(5) (2017).
- [1] N. T. Nguyen, *Micromixers: fundamentals, design and fabrication*, William Andrew, (1970).
- [2] V. Hessel, H. Löwe, F. Schönfeld, *Micromixers—a review on passive and active mixing principles*, *Chemical Engineering Science*, 60(8-9) (2005) 2479-2501.
- [3] L. Capretto, W. Cheng, M. Hill, X. Zhang, *Micromixing within microfluidic devices*, in: *Microfluidics*, Springer, (2011), pp. 27-68.
- [4] J. Y. Park, Y. D. Kim, S. R. Kim, S. Y. Han, J. S. Maeng, Robust design of an active micro-mixer based on the Taguchi method, *Sensors and Actuators B: Chemical*, 129(2) (2008) 790-798.
- [5] M. Koch, H. Witt, A. Evans, A. Brunnschweiler, Improved characterization technique for micromixers, *Journal of Micromechanics and Microengineering*, 9(2) (1999) 156.
- [6] Y.Z. Liu, B.J. Kim, H.J. Sung, Two-fluid mixing in a microchannel, *International journal of heat and fluid flow*, 25(6) (2004) 986-995.
- [7] R.H. Liu, M.A. Stremler, K.V. Sharp, M.G. Olsen,

- [23] L. Talon, E. Meiburg, Plane Poiseuille flow of miscible layers with different viscosities: instabilities in the Stokes flow regime. *Journal of Fluid Mechanics*, 686 (2011) 484-506.
- [24] P. Lallemand, L. S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: Acoustic and thermal properties in two and three dimensions, *Physical review E*, 68(3) (2003) 036706.
- [25] Z. Guo, C. Shu, *Lattice Boltzmann method and its applications in engineering*, World Scientific, (2013).
- [26] L. Li, R. Mei, J.F. Klausner, Lattice Boltzmann models for the convection-diffusion equation: D2Q5 vs D2Q9, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 108 (2017) 41-62.
- [27] Q. Zou, X. He, On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of fluids*, 9(6) (1997) 1591-1598.
- [28] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi, An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method, *Physics of fluids*, 14(6) (2002) 2007-2010.
- [29] L. Li, R. Mei, J.F. Klausner, Boundary conditions for thermal lattice Boltzmann equation method, *Journal of Computational Physics*, 237 (2013) 366-395.
- [30] P. Lallemand, L. S. Luo, Lattice Boltzmann method for moving boundaries, *Journal of Computational Physics*, 184(2) (2003) 406-421.
- [17] S. Ghanbari, M. Sefid, R. Shamsoddini, Numerical Analysis of two-fluid mixing with various Density and Viscosity in a microchannel with forced oscillating stirrer. *Modares Mechanical Engineering*, 16(8) (2016) 109-119. (in Persian)
- [18] H. Khozaymeh-Nezhad, H. Niazmand, A numerical analysis of an active micromixer with the oscillating stirrer at the different aspect ratios by LBM. *Modares Mechanical Engineering*, 17(9) (2017) 417-426. (in Persian)
- [19] H. Khozaymeh-Nezhad, H. Niazmand, A double MRT-LBM for simulation of mixing in an active micromixer with rotationally oscillating stirrer in high Peclet number flows. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 122 (2018) 913-921.
- [20] J. Ortega-Casanova, Enhancing mixing at a very low Reynolds number by a heaving square cylinder, *J Fluid Struct*, 65(2016)1-20.
- [21] J. Ortega-Casanova, CFD study on mixing enhancement in a channel at a low Reynolds number by pitching a square cylinder. *Comput Fluids*, 145(2017) 141-152.
- [22] R. Shamsoddini, SPH investigation of the thermal effects on the fluid mixing in a microchannel with rotating stirrers, *Fluid Dynamics Research* 50(2018) 025509.