



## شبیه‌سازی رشد عضله دوسررانی بر اثر کشش با بکارگیری یک مدل چندمقیاسه

سعید جوادی<sup>۱</sup>، عبدالرحمن جامی‌الاحمدی<sup>۲\*</sup>، علیرضا دانشمهر<sup>۲</sup>، محدثه آزاداری<sup>۳</sup>، سعید نکونام<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup> گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران.

<sup>۲</sup> گروه مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران.

<sup>۳</sup> دانشکده پزشکی، دانشگاه علوم پزشکی تهران، تهران، ایران.

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۷/۱۰/۲۷

بازنگری: ۱۳۹۸/۰۵/۰۷

پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۱۱

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۷/۲۲

### کلمات کلیدی:

رشد بافت نرم

تحلیل المان محدود

هایپرالاستیک

عضلانی اسکلتی

شبیه‌سازی

**خلاصه:** شناخت روند رشد ماهیچه و تعیین نواحی بحرانی تحت آسیب و یا پارگی ابزار برای تشخیص روش صحیح درمان برای متخصصان طب فیزیکی و توان بخشی و ارتوپدی می‌باشند. هدف این مقاله، بررسی نحوه رشد سلول عضلانی-اسکلتی و همچنین تعیین نواحی آسیب عضله دوسررانی تحت کشش‌های غیر فعال وارده بر آن است. با تجزیه تانسور گرادینان تغییر شکل به دو بخش الاستیک و رشد، روابط رشد محدود برای ماهیچه با رفتار ماده هایپرالاستیک تعیین شده‌اند. روابط مکانیک محیط پیوسته با معادله تکامل رشد تلفیق و معادلات دیفرانسیل بیولوژیکی و مکانیکی حاصل شدند. برای حل آن‌ها از روش اجزای محدود در نرم‌افزار آباکوس و با نوشتن زیربرنامه‌ای برای رفتار ماده در زبان فرترن استفاده شد. عضله دوسررانی قسمت سر بلند به شکل یک استوانه فرض شده و شبیه‌سازی آن برای یک دوره ۶ هفته‌ای و به میزان ۱۰٪ افزایش طول اولیه انجام شد. نتایج نشان می‌دهند که ماهیچه به‌طور ناهمگن رشد می‌کند و بیشینه کشیدگی‌ها در رویه‌ها اتفاق می‌افتند و نه در داخل عضله که در ناحیه بالا در رویه بیرونی معادل ۱/۰۴۵ و در ناحیه پایین در رویه درونی معادل ۱/۰۶ می‌باشند. به‌علاوه، نتایج می‌تواند به‌نحوه درمان صحیح و بهینه و توان بخشی بیماران و جراحی‌های ارتوپدی کمک کند.

### ۱- مقدمه

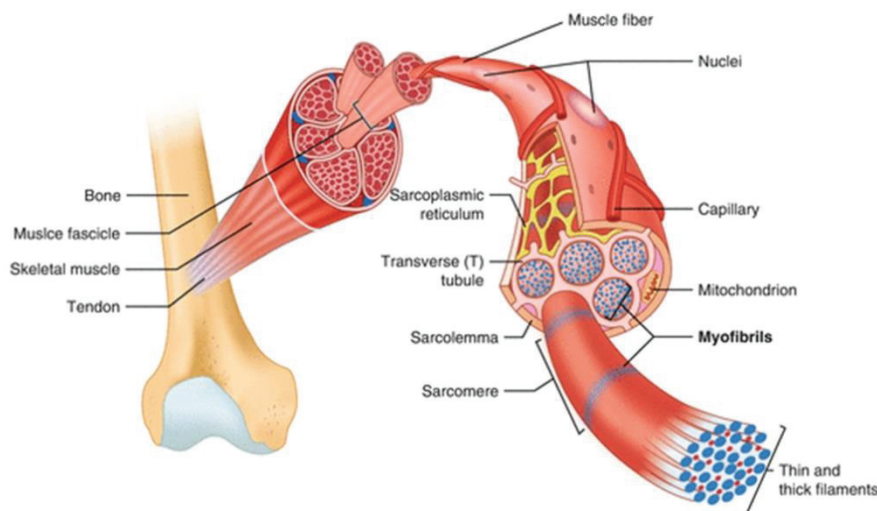
یکی از شایع‌ترین مشکلات عضلانی-اسکلتی، کوتاهی عضلانی می‌باشد که می‌تواند ناشی از عوامل گوناگونی همچون کم‌حرکی، بی‌حرکتی طولانی مدت، بیماری‌های عصبی مزمن مانند سکته مغزی و ضایعه نخاعی، صدمه‌های ناشی از سوانح و تصادفات و غیره باشد. این کوتاهی عضله چنانچه در اندام‌های تحتانی باشد، منجر به محدودیت‌های حرکتی و مشکلات بالینی متعددی می‌شود [۱ و ۲]. یکی از شاخص‌ترین این عضلات در بدن که به این عارضه دچار می‌شود، عضله همسترینگ<sup>۱</sup> نام داشته که در پشت ران واقع شده است. کوتاهی این عضله بطور معمول منجر به صدمه به اندام تحتانی و بهم خوردن قوس‌های طبیعی ستون فقرات و وارد آمدن فشارهای غیر طبیعی بر آن و اختلال در مفاصل خاجی خاصه‌ای<sup>۲</sup> و بروز کم‌درد می‌شود. بروز این‌گونه مشکلات در افرادی که کار و فعالیت روزانه خود را در الگوی خاصی انجام می‌دهند و فعالیت ورزشی مناسبی هم ندارند،

شیوع بیشتری دارد [۳]. همسترینگ کوتاه، باعث کاهش دامنه خمیدگی<sup>۳</sup> لگن و کمر و افزایش دامنه خمیدگی ستون فقرات سینه‌ای نیز می‌شود و از آنجایی که قوس‌های ستون فقرات به هم متصل هستند و عملکردی مانند یک زنجیره‌ی بسته دارند، تغییر بر روی هر قسمت از زنجیر، بر بخش‌های دیگر نیز تاثیر می‌گذارد [۴] و بهم خوردن این قوس‌های طبیعی باعث ایجاد فشار بیش از حد نرمال بر کمر، لگن و زانوها شده و باعث ایجاد کم‌درد، دردهای لگنی و درد زانو می‌شود. برای درمان این بیماری، می‌بایست عضله را مطابق با روش‌های فیزیوتراپی تحت کشش قرار داد تا رشد کرده و به اندازه‌ی استاندارد خود برسد. سوال قابل طرح این است که فرایند رشد یک سلول ماهیچه‌ای چگونه و به چه عواملی بستگی دارد؟ آیا اثرات شیمیایی نظیر تغذیه به خودی خود عامل رشد سلول عضلانی می‌باشند؟ و یا عواملی چون کشش در عضله می‌تواند به تنهایی فرایند رشد را پیاده‌سازی کند؟ و آیا می‌توان با رویکردی، نحوه رشد یک سلول عضلانی را بدون وارد کردن اثرات شیمیایی مدل کرد؟ و سوال اساسی اینکه بیشینه مقدار کشیدگی

1 Hamstring  
2 Sacroiliac joint

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: jaami-a@um.ac.ir





شکل ۱: ساختار سیستم عضلانی-اسکلتی که اجزاء آن از سارکومرها تشکیل شده‌اند. در مرحله کوتاهی عضله تمامی اجزاء آن از جمله سارکومرها و دسته ماهیچه‌ای کوتاه می‌شوند [۶]

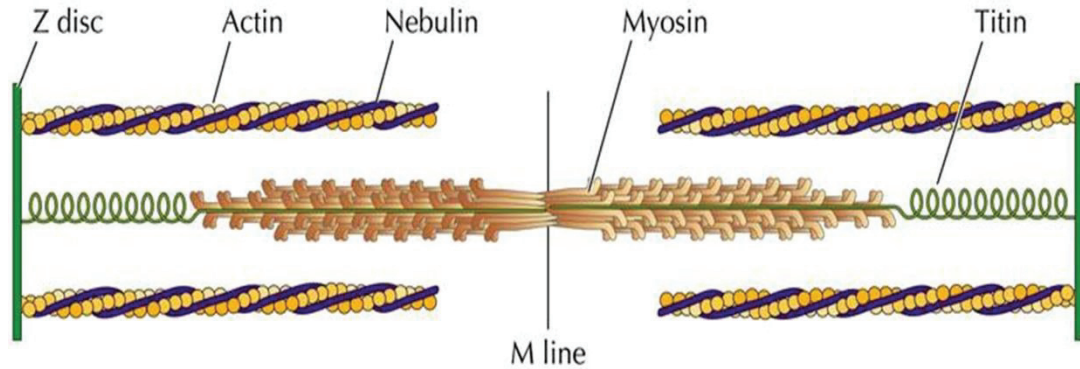
Fig. 1. The structure of the musculoskeletal system that is made up of the sarcomeres. In a muscle shortening stage, all the muscle components including sarcomeres and muscle fascicle are shortened [6]

این دو گروه می‌شود، نشان داده شده است. از این رو عضله برای دستیابی به حالت بهینه، سارکومرها را اضافه و یا کم می‌کند که این عامل خود به معنی رشد مثبت و منفی عضله است [۹]. با اجرای این مدل که برگرفته شده از روابط مکانیک محیط پیوسته می‌باشد، در واقع ارتباط دقیقی بین افزایش سارکومرها، با میزان رشد یک عضله بدست می‌آید. در این شبیه‌سازی، شناسایی مقدار کشش‌های وارده به عضله که به هم‌پوشانی اکتین‌ها و میوزین‌ها منجر می‌شود، تنها پارامتر لازم و البته کافی برای تخمین روند رشد می‌باشد و نیازی به بررسی تأثیرات شیمیایی ناشی از تغذیه و یا عوامل درون سلولی نیست. طی تحقیقاتی که در سده‌ی اخیر انجام گرفته است، دیده می‌شود که رفتار مواد زنده در برابر تنش‌های مکانیکی وارده بر آن‌ها، در قیاس با رفتار مواد غیر زنده مثل مواد قابل بکارگیری در مهندسی کاملاً متفاوت است به طوری که با اعمال بارگذاری به آن‌ها، شاهد افزایش جرم در بافت زنده هستیم. این پدیده را رشد سلول زنده می‌نامند که ناشی از تحریکات مکانیکی می‌باشد. حدود یک قرن پیش، مشخص شد که قوانین فیزیکی علم مکانیک قادر به توصیف مرزهای این پدیده می‌باشد [۱۰]. تا کنون اکثر محققین، این روش رشد را صرفاً پدیده‌ای محرک-مکانیکی در نظر گرفته‌اند. علاوه بر این، تأثیر فعل و انفعال‌های شیمیایی درون سلولی را صرفاً درون محفظه سلول در نظر گرفته و از دیدگاه مکانیکی تغییر شکل آن را بررسی می‌کنند. تا سال ۱۹۹۴، برخلاف بافت‌های نرم، تحقیقات وسیعی

در هنگام رشد عضله چه مقدار بوده و چه نواحی از ماهیچه را در معرض خطر پارگی قرار می‌دهد؟ فرایند رشد ماهیچه در طی زمان از چه روندی پیروی می‌کند؟ و در انتها، کدام بازه زمانی در طول درمان نیازمند بیشینه مراقبت می‌باشد؟ هفته‌های ابتدایی و یا انتهایی؟ رشد عضله به سه روش انجام‌پذیر است: الف) افزایش تعداد سلول‌های ماهیچه‌ای (ب) افزایش قطر فیبرهای ماهیچه‌ای (ج) افزایش طول فیبرهای ماهیچه‌ای. واحد اصلی هر بافت ماهیچه‌ای، سارکومر<sup>۱</sup> نام دارد که از بهم پیوستن آن‌ها، زنجیره‌ی طولی به نام تارچه<sup>۲</sup> تشکیل می‌شود و سپس سلول‌های عضلانی از اتصال تارچه‌ها بوجود می‌آیند. مطابق شکل ۱، واحد سازنده سارکومرها، رشته‌های ضخیمی از پروتئین‌هایی بنام میوزین<sup>۳</sup> و رشته‌های نازکی از فیلامان‌هایی بنام اکتین<sup>۴</sup> می‌باشند. طول هر سارکومر حدود ۳ میکرومتر می‌باشد [۵].

ویلیامز و گلد اسپینک [۸] نشان دادند که رشد طولی در ماهیچه اسکلتی با اضافه شدن تعداد سارکومرها بصورت سری انجام می‌شود. تنظیم و تطبیق تعداد سارکومرها در عضله، به فیزیولوژی عضله وابسته است زیرا مقدار توان خروجی از یک سلول عضلانی به میزان هم‌پوشانی و روی هم قرار گرفتن دو گروه رشته‌های نازک و ضخیم اکتین و میوزین وابسته است. در شکل ۲ اندازه بهینه هم‌پوشانی این هم‌پوشانی که منجر به بیشترین مقدار تعامل بین

- 1 Sarcomere
- 2 Myofibril
- 3 Myosin
- 4 Actin



شکل ۲: ساختار تشکیل دهنده‌ی سارکومر که از رشته‌های ضخیم میوزین و رشته‌های نازک اکتین تشکیل می‌شوند. این شکل بهترین هم‌پوشانی بین میوزین‌ها و اکتین‌ها را نمایش می‌دهد که به حداکثر توان ماهیچه منجر می‌شود [۷]

Fig. 2. The constituent structure of the sarcomere consisting of thick myosin filaments and thin actin filaments. This figure shows the optimal overlap between myosin and actin, which results in maximal muscle power [7]

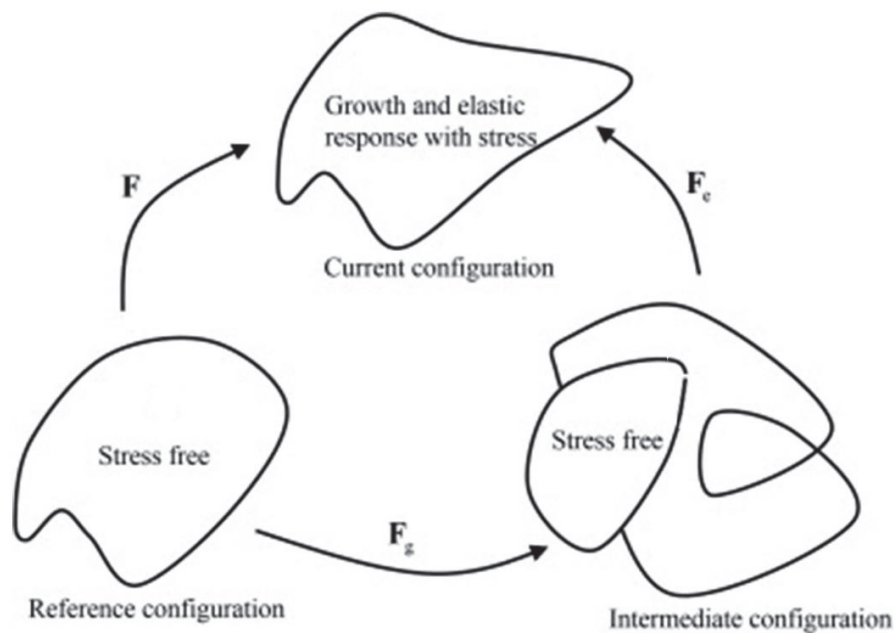
شکل بهره‌گیری می‌شود. ایده‌ی تجزیه‌ی تنسور گرادیان تغییر شکل، ابتدا برای کرنش‌های پلاستیک محدود استفاده شد. اما امروزه با توجه به حجم زیاد پژوهش‌های انجام گرفته طی دو دهه‌ی اخیر در خصوص رشد بافت‌های زنده که عموماً از این ایده استفاده کرده‌اند، آن‌را به عنوان راه‌کاری مناسب برای مدل‌سازی رشد بافت‌های زنده پذیرفته‌اند. این نظریه همچنین برای تحلیل رشد تومورها، غضروف، بافت قلب و رگ نیز اعمال شده است [۲۰]. تحقیقات بسیاری بر مبنای مشاهدات کلینیکی صورت گرفته است که نشان می‌دهند عضله دوسررانی قسمت سر بلند در معرض بیشینه احتمال آسیب می‌باشد. همچنین، بیشینه جراحات در نواحی مختلف نزدیک محل اتصال بافت تاندون به ماهیچه، می‌باشند [۲۲-۲۴]. علیرغم تحقیقات وسیع صورت گرفته برای پیدا کردن این نواحی، همچنان تعیین محل دقیق تمرکز بیشینه کشیدگی‌ها اعم از نواحی داخلی عضله تا رویه‌ها مجهول باقی مانده است. در این مقاله علاوه بر شناسایی محل دقیق این نواحی، به تعیین بازه زمانی بهینه مراقبت از عضله تحت درمان، پرداخته شده است. تعیین این بازه زمانی با استفاده از اجرای شبیه‌سازی رشد برای عضله دوسررانی و استخراج نمودار رشد صورت گرفته است.

## ۲- روش‌ها

به‌منظور شبیه‌سازی رشد بافت ماهیچه‌ای، ابتدا یک المان مکعبی واحد به عنوان یک سلول ماهیچه‌ای-اسکلتی در نظر گرفته شد. سپس برای حل عددی معادلات بدست آمده از تلفیق روابط مکانیک محیط پیوسته و تکامل رشد، کدنویسی به زبان فرترن انجام شد. نهایتاً شبیه‌سازی، با اعمال

بر روی مدل‌سازی بافت‌های سخت مثل استخوان صورت گرفت که به رشد چگالی و یا حجم ثابت معروف است [۱۵-۱۱]. یکی از اولین کاربردهای مکانیک محیط‌های پیوسته در مطالعه رشد بافت‌های تغییرشکل پذیر، مدل رشد همسان‌گرد تنش-محرك برای مواد الاستیک خطی می‌باشد [۱۶]. اسکالاک [۱۷] یک توصیف مبتنی بر روابط محیط پیوسته از سینماتیک رشد را فرمول‌بندی کرد. راجکوپال [۱۸] و راجکوپال و سرینیواسا [۱۹] به معرفی ایده‌ی پیکربندی چندگانه و تجزیه‌ی تنسور گرادیان تغییر شکل پرداختند که در پدیده‌های مختلفی چون پلاستیسیته فلزات، جفت شدن پلیمرها، شکل‌دهی آلیاژهای حافظه‌دار<sup>۲</sup>، سیال‌های ویسکوالاستیک<sup>۳</sup> و تبلور<sup>۴</sup> در پلیمرها بکار گرفته می‌شود [۲۰]. این ایده یکی از پیشنهادهاى آرمانی موجود برای مدل‌سازی رشد‌های محدود بافت‌های زنده بیولوژیکی می‌باشد. در واقع چالش اساسی در شکل‌گیری دینامیک رشد، مدل کردن هم‌زمان تغییرات در جرم و تنش است درحالی‌که این ایده، با پیکربندی چندگانه، قادر است تا هر یک از این پارامترها را بصورت جداگانه مدل کند [۲۱]. بطور معمول بین رشد‌های چگالی که در بافت سخت مثل استخوان، رشد خطی که در گیاهان، رشد سطحی که در پوست یا صدف دریایی و رشد حجمی که در بافت‌های نرم مثل رشد رگ‌ها و تومورها مرسوم می‌باشد، تمایز قائل می‌شوند [۲۰]. در این مقاله، بطور خاص رشد حجمی سلول عضلانی شبیه‌سازی شده است و نیز از ایده‌ی تجزیه‌ی تنسور گرادیان تغییر

- 1 Twining
- 2 Memory alloys
- 3 Viscoelastic fluids
- 4 Crystallization



شکل ۳: تجزیه‌ی تنسور گرادیان تغییر شکل  $F$  به دو بخش غیر الاستیک (تنسور رشد)  $F_g$  که نمایان‌گر موقعیت جسم بین حالات اولیه-میانی و بخش الاستیک  $F_e$  که نمایان‌گر موقعیت جسم بین حالات میانی-نهایی می‌باشد. ذرات در حالت میانی فاقد تنش‌های پسماند می‌باشند [۲۹]

Fig. 3. Decomposition of the deformation gradient tensor  $F$  into two parts of the non-elastic (growth tensor)  $F_g$  representing the position of the particles between the initial-intermediate configurations and the elastic part  $F_e$  representing the position of the particles between the intermediate-current configurations. The particles in the intermediate state have no residual stresses [29]

که در آن  $F = \nabla_x x = \frac{\partial x}{\partial X}$  تنسور گرادیان تغییر شکل بین حالت اولیه و نهایی،  $F_e$  تنسور گرادیان تغییر شکل الاستیک بین حالت میانی و نهایی و  $F_g$  تنسور گرادیان تغییر شکل غیرالاستیک و یا همان رشد بین حالت اولیه و میانی بوده که به افزایش و یا کاهش جرم در ماهیچه منجر می‌شود. بنابراین تغییر شکل انجام شده توسط این تنسور بازگشت‌ناپذیر نیز می‌باشد. طی این تجزیه، موقعیت ذره در حالت میانی، فاقد تنش‌های پسماند است و جسم بدون محدودیت مرزها رشد کرده است لذا در مرزها، امکان هم‌پوشانی لبه‌ی سلول‌ها و یا فاصله بین آن‌ها بصورت فرضی، فراهم می‌شود. این به این معنی است که در حالت میانی مطابق با شکل ۳ هیچ‌گونه کشیدگی در جسم وجود ندارد. ژاکوبین، معرف تغییر حجم یک جسم بین دو حالت اولیه و نهایی است [۲۶]. بنابراین رابطه (۲)، معرف تغییر حجم عضله می‌باشد،

$$J = \det(F) = J_e J_g \quad (2)$$

که در آن  $J_e = \det(F_e)$  تغییر حجم الاستیک و  $J_g = \det(F_g)$

بارگذاری در نرم افزار آباکوس و با استفاده از زیربرنامه یو-مت<sup>۱</sup> نوشته شده برای ماده با رفتار منطبق با بافت نرم اجرا شد. در ادامه عضله‌ی دوسرانی سر بلند<sup>۲</sup> که یکی از عضلات همسترینگ می‌باشد به شکل یک استوانه در نظر گرفته شده و روند رشد و کشیدگی‌های آن بررسی شد. توضیح لازم در مورد دلیل استفاده از استوانه در ادامه ارائه می‌شود.

## ۲-۱- سینماتیک رشد

از مهم‌ترین فرضیات لازمه در رشد، تجزیه‌ی تنسور گرادیان تغییر شکل می‌باشد. با تعریف موقعیت اولیه‌ی یک ذره از جسم به صورت  $X$  و موقعیت تغییر شکل یافته همان ذره به صورت  $x = x(X, t)$  به معرفی تجزیه‌ی تنسور گرادیان تغییر شکل مطابق با رابطه (۱) پرداخته می‌شود [۲۵]،

$$\begin{aligned} F &= F_e F_g \\ F_e &= F F_g^{-1} \end{aligned} \quad (1)$$

- 1 User-defined MATerial (UMAT)
- 2 Biceps femoris, Long head

نشان‌دهنده رشد مثبت عضله و اگر  $\mathcal{G} < 1$  باشد نشان دهنده رشد منفی عضله به علت از دست دادن سارکومرها می‌باشد [۳۱]. در نتیجه با انتخاب  $F_g$  به شکل رابطه (۶) می‌توان استنباط کرد که  $\mathcal{G}$  نه تنها نمایانگر میزان کشیدگی غیر الاستیک  $\lambda_g$  است بلکه میزان تغییرات حجم را هم مطابق با رابطه (۷) نشان می‌دهد،

$$\mathcal{G} = \lambda_g = \det(F_g) = J_g \quad (7)$$

با استفاده از رابطه‌ی شرمین-موریسون<sup>۴</sup> معکوس تنسور  $F_g$  مطابق با رابطه (۸) بدست آورده می‌شود [۳۰]،

$$F_g^{-1} = I + [1 - \mathcal{G}] / \mathcal{G} n_0 \otimes n_0 \quad (8)$$

### ۲-۲- معادلات تعادل رشد

در خصوص رشد بافت‌های بیولوژیکی، با توجه به سرعت رشد و تغییر شکل بسیار آهسته در بافت، می‌توان به‌طور بدیهی و با اطمینان از عبارت  $\dot{v}$  صرف نظر کرد. همچنین در مکانیک جامدات، صرف نظر کردن از تاثیر نیروهای حجمی، یک فرض معمول است که نهایتاً با اعمال آن‌ها، معادله تعادل تکانه خطی مطابق با رابطه (۹) می‌شود [۲۰]،

$$\begin{aligned} \text{Div}(\sigma) &= 0, \\ \text{Div}(P) &= 0, \\ \text{Div}(FS) &= 0 \end{aligned} \quad (9)$$

که در آن  $\sigma$  تنش کوشی،  $P$  تنش اول پیولا-کیرشهف و  $S$  تنش دوم پیولا-کیرشهف می‌باشد.

### ۳-۲- معادلات ساختاری

به منظور ساده‌سازی معادلات در رشد بافت نرم عضله‌ای، این گونه رشد همگن با خواص همسان‌گرد در نظر گرفته شده و تابع انرژی کرنشی نتوهوکی<sup>۵</sup> به فرم الاستیک مطابق با رابطه (۱۰) اتخاذ می‌شود [۲۰]،

تغییر حجم غیر الاستیک مطابق با تغییر حجم عضله است. همچنین کشیدگی کل  $\lambda$  در راستای الیاف  $n_0$  که در این تحقیق مطابق با محور سوم  $n_0 = e_3 = [0 \ 0 \ 1]^T$  در نظر گرفته شده است، نیز به طریق مشابه به دو قسمت الاستیک  $\lambda_e$  و غیرالاستیک  $\lambda_g$  مطابق با رابطه (۳) جداسازی می‌شود [۲۷]،

$$\lambda = [n_0 \cdot F^t F n_0]^{1/2} = \lambda_e \lambda_g \quad (3)$$

سپس تنسور راست کوشی-گرین  $C$  و همچنین تنسور راست الاستیک کوشی-گرین  $C_e$  که دقیقاً مشابه ولی نمایانگر ارتباط بین دو حالت میانی و نهایی می‌باشد، مطابق با رابطه (۴) تعریف می‌شود [۲۸]،

$$\begin{aligned} C &= F^t F \\ C_e &= F_e^t F_e = F_g^{-t} C F_g^{-1} \end{aligned} \quad (4)$$

علاوه بر این، با توجه به تعریف سرعت  $v = \frac{\partial x(X,t)}{\partial t}$  به معرفی تنسور گرادیان سرعت  $l$  در موقعیت اولیری<sup>۱</sup> مطابق با رابطه (۵) پرداخته می‌شود [۲۸]،

$$l = \nabla_x v = \dot{F} F^{-1} \quad (5)$$

در این شبیه‌سازی، رشد عضله تنها بر حسب افزایش و یا کاهش سارکومرها در راستای الیاف مدل می‌شود از این‌رو یک تنسور گرادیان تغییر شکل غیرالاستیک پیشنهادی برای این مدل رشد می‌تواند بصورت زیر مطابق با رابطه (۶) باشد [۳۰]،

$$F_g = I + [\mathcal{G} - 1] n_0 \otimes n_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \mathcal{G} \end{bmatrix} \quad (6)$$

که در آن  $I$  معرف تنسور یکه می‌باشد و  $\otimes$  نماد ضرب دایادیک<sup>۲</sup> است و  $\mathcal{G}$  متغیر رشد یافته می‌باشد که در این تحقیق، تعداد نسبی سارکومرها در هر مرحله<sup>۳</sup> زمانی بعد از رشد را نشان می‌دهد. چنانچه  $\mathcal{G} > 1$  باشد

4 Sherman-Morrison  
5 Neo-Hookean

1 Spatial  
2 Dyadic  
3 Step

در این تحقیق در محدوده‌ی کار با سلول، عامل بوجود آورنده‌ی رشد که به افزایش سارکومرها  $\mathcal{Q}$  منجر می‌شود، کرنش در نظر گرفته شده است [۳۵] و معادله‌ی تکاملی (رابطه (۱۶)) برای این مدل‌سازی اتخاذ می‌شود [۳۰]،

$$\dot{\mathcal{Q}} = k_g(\mathcal{Q}) \phi_g(\lambda_e) \quad (16)$$

که در آن  $k_g(\mathcal{Q})$  مطابق با رابطه (۱۷)، تابع انطباق دهنده و همچنین کنترل‌کننده‌ی رشد بوده و  $\phi_g(\lambda_e)$  معیاری برای شروع رشد می‌باشد [۳۶]،

$$k_g = \frac{1}{\tau} \left[ \frac{\mathcal{Q}^{\max} - \mathcal{Q}}{\mathcal{Q}^{\max} - 1} \right]^\gamma \quad (17)$$

که در آن  $\tau$  سرعت انطباق،  $\gamma$  ضریب شکل و  $\mathcal{Q}^{\max}$  بیشترین میزان سارکومرها که در واقع بیشترین میزان رشد است که تحت شرایط مرزی موجود برای هرگونه بافت عضلانی تعیین می‌شود [۳۰]،

$$\phi_g = \langle \lambda_e - \lambda_{\text{crit}} \rangle \quad (18)$$

رابطه (۱۶) بیان‌گر نرخ افزایش سارکومرها بصورت نسبی بوده که وابسته به عامل کرنش می‌باشد. مطابق آن‌چه در بالا ذکر شد، این تابع شامل دو بخش رشد دهنده  $\phi_g(\lambda_e)$  و کنترل‌کننده رشد  $k_g(\mathcal{Q})$  می‌باشد. عامل کنترل‌کننده به این منظور در معادله قرار داده شده است که عضله قادر به رشد بیشتر از یک مقدار بیشینه  $\mathcal{Q}^{\max}$  نباشد. همچنین شرط آغاز رشد  $\phi_g > 0$  می‌باشد که در این حالت کشیدگی الاستیک در سارکومرها که به فاصله بین اکتین‌ها و میوزین‌ها منجر می‌شود، از کشیدگی بحرانی یا همان آستانه، بیشتر شده و  $\langle \lambda_e - \lambda_{\text{crit}} \rangle = \lambda_e - \lambda_{\text{crit}}$  خواهد شد. و چنانچه کشیدگی الاستیک از کشیدگی بحرانی کوچکتر باشد، رشد صورت نخواهد گرفت و  $\langle \lambda_e - \lambda_{\text{crit}} \rangle = 0$  می‌شود. واضح است که  $\langle \circ \rangle$  معرف پراتنز ماکولی<sup>۴</sup> می‌باشد.

#### ۲-۴- مدل محاسباتی

به منظور حل معادلات غیرخطی المان محدود که ناشی از مدل‌سازی

4 Macaulay bracket

$$\psi = \frac{1}{2} c_1 \ln^2(J_e) + \frac{1}{2} c_2 [C_e : I - 3 - 2 \ln(J_e)] \quad (10)$$

که در آن  $c_1$  و  $c_2$  معرف ضرایب لامه می‌باشند. طی مطالعات انجام شده در سطح عضلانی و نه سلولی، فرض می‌شود که ریزساختار و خواص کلی ماهیچه، سفتی و چگالی آن طی رشد ثابت باقی می‌ماند [۳۲ و ۳۳]، اکنون با برقرار بودن قانون دوم ترمودینامیک، تانسور تنش الاستیک پیولا-کیرشهف دوم مطابق با رابطه (۱۱) بدست می‌آید [۲۰]،

$$S_e = 2 \frac{\partial \psi}{\partial C_e} = [c_1 \ln(J_e) - c_2] C_e^{-1} + c_2 I \quad (11)$$

که در آن  $I$  معرف تانسور یکه می‌باشد. با استفاده از روابط موسوم به عقب کشیدن<sup>۱</sup>، برای تانسور تنش الاستیک  $S_e$  به کمک تانسور  $F_g(\mathcal{Q})$ ، تانسور تنش پیولا-کیرشهف دوم  $S$  مطابق با رابطه (۱۲) بدست می‌آید [۳۴]،

$$S = 2 \frac{\partial \psi}{\partial C} = F_g^{-1} S_e F_g^{-t} \quad (12)$$

به همین شکل با استفاده از روابط موسوم به رو به جلو<sup>۲</sup> برای تانسور تنش پیولا کیرشهف دوم  $S$ ، تانسور تنش کیرشهف<sup>۳</sup>  $\tau$  که در موقعیت اولری می‌باشد مطابق با رابطه (۱۳) حاصل می‌شود [۳۴]،

$$\tau = F S F^t \quad (13)$$

تانسور درجه چهار الاستیسیته لاگرانژی  $L$  با دو مرتبه مشتق‌گیری از تابع انرژی آزاد هلمهولتز  $\psi$  مطابق با رابطه (۱۵) نتیجه می‌شود [۳۴]،

$$L = 4 \frac{\partial^2 \psi}{\partial C \otimes \partial C} = 2 \frac{\partial S(F, F_g)}{\partial C} \quad (14)$$

$$L = 2 \frac{\partial S}{\partial C} \Big|_{F_g} + 2 \left[ \frac{\partial S}{\partial F_g} : \frac{\partial F_g}{\partial \mathcal{Q}} \right] \otimes \frac{\partial \mathcal{Q}}{\partial C} \Big|_F \quad (15)$$

1 Pull back  
2 Push forward  
3 Kirchhoff

مجهول مطابق با رابطه (۲۲) بروزرسانی می‌شود [۲۰].

$$\mathcal{G} \leftarrow \mathcal{G} - R/K \quad \equiv \quad \lambda_g \leftarrow \lambda_g - R/K \quad (22)$$

این تکرار تا جایی ادامه پیدا خواهد کرد که مقدار قدر مطلق سارکومر بروزرسانی شده  $\Delta \mathcal{G} = -R/K$  به آستانه‌ی معینی از میزان رواداری<sup>۶</sup> که برابر با  $10^{-8}$  در نظر گرفته شده است، برسد.  $\lambda_g$  نمایان‌گر میزان کشیدگی عضله در حالت رشد می‌باشد. پس از همگرایی و تعیین شماره سارکومرها  $\mathcal{G}$  در این مرحله، تنسور گرادیان تغییر شکل رشد، با استفاده از رابطه (۶) و تنسور الاستیک  $F_e$ ، با توجه به رابطه (۱) و همچنین تنش الاستیک و تنش پیولا-کیرشسف دوم از رابطه‌های (۱۱) و (۱۲) بدست می‌آیند. در انتها با توجه به اینکه اکثر معادلات رشد در حالت اوپلری فرموله می‌شوند، تنش کیرشسف از رابطه (۱۳) تعیین می‌شود. در ادامه با استفاده از رابطه (۱۵) تنسور درجه چهار الاستیسیته  $L$  را بدست آورده و با اعمال جلو بردن، مطابق با رابطه (۲۳) به وضعیت اوپلری انتقال داده می‌شود [۳۴].

$$\mathbf{e} = \left[ \mathbf{F} \otimes \mathbf{F} \right] : \mathbf{L} : \left[ \mathbf{F}^t \otimes \mathbf{F}^t \right] \quad (23)$$

که در آن بصورت اختصار  $\left\{ \bullet \otimes \circ \right\}_{ijkl} = \left\{ \bullet \right\}_{ik} \left\{ \circ \right\}_{jl}$  می‌باشد. یادآور می‌شود که نرم‌افزار آباکوس، به‌جای تنش کیرشسف (رابطه (۱۳)) و مدول الاستیسیته (رابطه (۲۳))، تنش کوشی  $\sigma^{abaqus}$  و  $\mathbf{e}^{abaqus}$  را در زیرروال کاربر مطابق با رابطه‌های (۲۴) و (۲۵) دریافت می‌نماید [۳۸].

$$\sigma^{abaqus} = \tau / J \quad (24)$$

$$\mathbf{e}^{abaqus} = \mathbf{e} + \frac{1}{2J} \left[ \underline{\tau} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \underline{\tau} + \underline{\tau} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \underline{\tau} \right] \quad (25)$$

که در آن بصورت اختصار  $\left\{ \bullet \otimes \circ \right\}_{ijkl} = \left\{ \bullet \right\}_{il} \left\{ \circ \right\}_{jk}$  می‌باشد. شکل ۴ نمایان‌گر روندنمای رشد همسان‌گرد برای رشدهای کرنش-محرك را نشان می‌دهد که از آن در برنامه نویسی نرم‌افزار فرترن استفاده می‌شود. جابجایی  $F$  در هر نمو بوسیله نرم‌افزار آباکوس به عضله وارد می‌شود که مقدار آن از زیرروال کاربر در نرم‌افزار فرترن معلوم شده است.

6 Update  
7 Tolerance

عضلات می‌باشد، از نرم افزار آباکوس کمک گرفته شد و مدل محاسباتی، به عنوان یک زیرروال کاربر<sup>۱</sup> در حل‌گر ضمنی آباکوس استاندارد نسخه ۴-۱۳/۶ اجرا شد [۳۷]. تعداد کل سارکومرها را به عنوان متغیر داخلی  $\mathcal{G}$  تعریف کرده و سپس معادله تکاملی (رابطه (۱۶)) برای هر گام زمانی  $t$ ، با در نظر گرفتن نتایج حاصل از گام زمانی قبلی  $t_n$  حل شد [۲۰]. در هر گام زمانی  $t$ ، با توجه به شرایط مرزی که بصورت جابجایی-کنترل اعمال می‌گردد، تنسور گرادیان تغییر شکل  $F$  معلوم و همچنین با معلوم بودن تعداد سارکومرها  $\mathcal{G}_n$  در گام زمانی قبلی  $t_n$  می‌توان با بکارگیری روش تقریب تفاضل محدود مطابق با رابطه (۱۹)، تعداد سارکومرها را در گام زمانی حال  $t$  بدست آورد. از این پس برای اختصار در نوشتار، معادل‌سازی  $\left\{ \bullet \right\}_{n+1} = \left\{ \bullet \right\}$  در نظر گرفته شده است که در واقع نمایان‌گر متغیر  $\left\{ \bullet \right\}$  در مرحله زمانی حال می‌باشد.

$$\dot{\mathcal{G}} = \frac{\mathcal{G} - \mathcal{G}_n}{\Delta t} \quad (19)$$

که در این رابطه،  $\Delta t = t - t_n$  معرف بازه زمانی بین دو گام زمانی قبل و حال می‌باشد. اکنون با استفاده از روش انتگرال‌گیری زمانی ضمنی<sup>۲</sup>، با جای‌گذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۱۹)، رابطه‌ی غیرخطی (۲۰) بدست می‌آید،

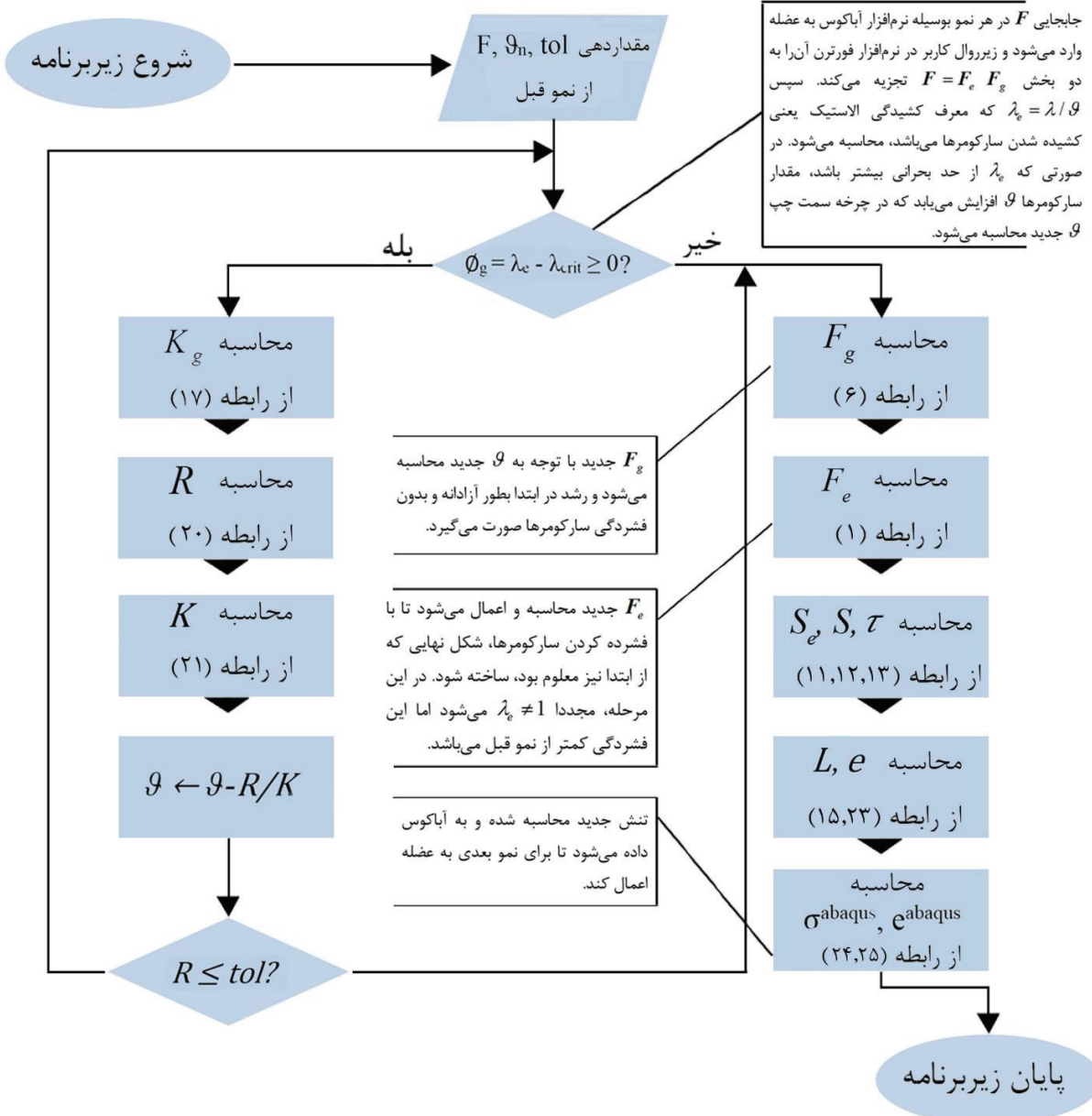
$$R = \mathcal{G} - \mathcal{G}_n - k_g \phi_g \Delta t \doteq 0 \quad (20)$$

که در آن  $R$  باقیمانده<sup>۴</sup> می‌باشد و می‌بایست در حد به‌سمت ۰ میل کند. با استفاده از روش نیوتن<sup>۵</sup> برای حل معادله غیرخطی، به حل آن پرداخته می‌شود. در هر گام زمانی، مقدار باقی‌مانده  $R$  با توجه به تعداد سارکومرها  $\mathcal{G}$  مطابق با رابطه (۲۱) خطی‌سازی می‌شود [۲۰].

$$K = \frac{\partial R}{\partial \mathcal{G}} = 1 - \left[ \frac{\partial k_g}{\partial \mathcal{G}} \phi_g + k_g \frac{\partial \phi_g}{\partial \mathcal{G}} \right] \Delta t \quad (21)$$

که در آن  $\partial k_g / \partial \mathcal{G} = -\gamma k_g / [\mathcal{G}^{\max} - \mathcal{G}]$  و  $\partial \phi_g / \partial \mathcal{G} = -\lambda / \mathcal{G}^2$ ، (۷) در هر تکرار روش نیوتن، شماره سارکومر

1 User subroutine  
2 Implicit  
3 Implicit time integration scheme  
4 Residual  
5 Local Newton iteration



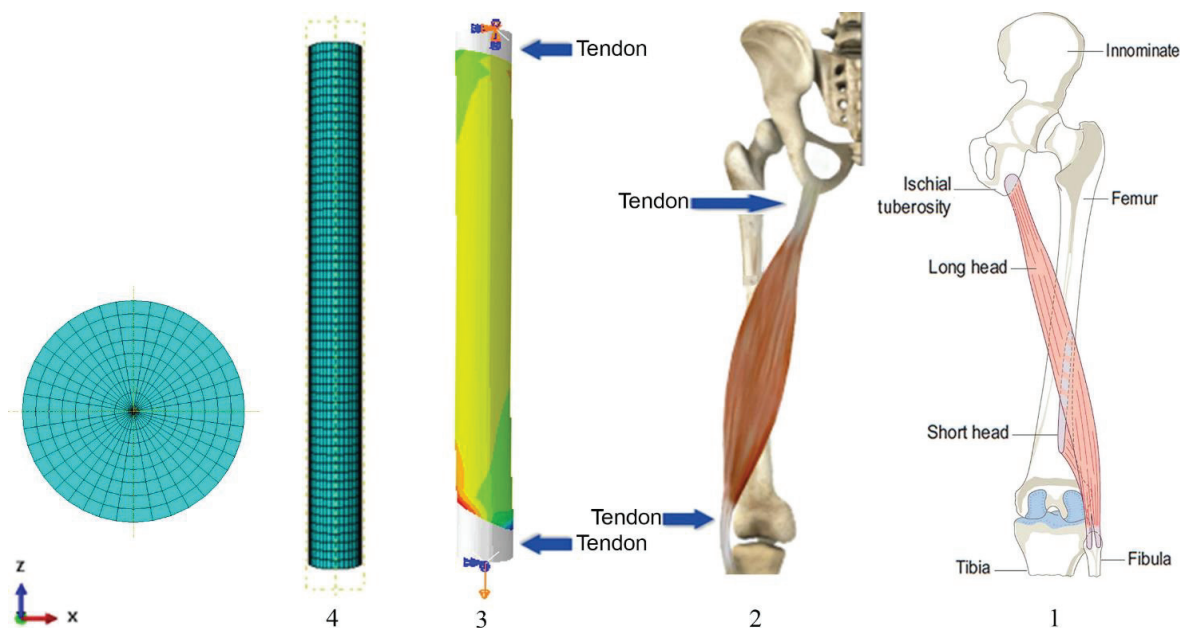
شکل ۴: روندنمای برنامه نویسی رشد همسان‌گرد کرنش-محرك

Fig. 4. The isotropic growth flowchart for a strain-driven process

شده و مرحله رشد صورت می‌گیرد. با توجه به نظریه‌ی تجزیه‌ی تنسورها، در این مرحله، رشد به‌صورت آزادانه انجام می‌پذیرد و به این معنی است که هیچ‌گونه کشیدگی بر روی سارکومرها بوجود نمی‌آید پس در حالت میانی،  $\lambda_e = 1$  خواهد بود [۲۵]. در مرحله بعد، با توجه به معلوم بودن  $F_g$  و  $F$ ، مقدار  $F_e$  محاسبه می‌شود تا با فشرده ساختن سارکومرها، شکل نهایی عضله در این نمو ساخته شود. با توجه به فشرده‌سازی عضله در این مرحله،

تنسور  $F$  در زیرروال کاربرد به دو بخش  $F = F_e \cdot F_g$  تجزیه شده سپس کشیدگی الاستیک  $\lambda_e = \lambda / \vartheta$  که معرف کشیده شدن سارکومرها می‌باشد، محاسبه می‌شود. در صورتی که کشیدگی الاستیک سارکومرها  $\lambda_e$  از حد بحرانی بیشتر باشد، مقدار سارکومرها  $\vartheta$  افزایش یافته و رشد صورت می‌گیرد. محاسبه  $\vartheta$  جدید در چرخه سمت چپ نمایش داده شده است. پس از تعیین مقدار سارکومرهای جدید، مطابق با رابطه (۶)،  $F_g$  جدید محاسبه





**شکل ۵:** استوانه‌ای که مشابه با عضله دوسررانی سر بلند در نظر گرفته شده است. (۱): عضله دوسررانی از بالا به استخوان خاصره متصل شده و تا استخوان نازک نی در قسمت پایین کشیده می‌شود. (۲): نمایانگر نواحی اتصال زردپی به ماهیچه می‌باشد. (۳): عضله دوسررانی قسمت سر بلند را به صورت بزرگنمایی شده نشان می‌دهد. قسمت‌های خاکستری رنگ نشان‌دهنده بافت زردپی می‌باشند. (۴): استوانه شامل ۳۸۵۵۶ المان شش وجهی مکعبی و ۱۴۹۳۱ المان گوه‌ای می‌باشد و این شکل استوانه شبکه بندی شده را از نمای بالا نمایش می‌دهد [۴۰]

**Fig. 5. Finite element model of the assumed cylindrical shape muscle. According to the schematic part 1, the muscle attaches from the top to the ischial tuberosity bone and extends to the fibula at the bottom. Part 2 illustrates the tendon-to-muscle joint areas and similarly part 3 shows the enlarged biceps tendon. The gray areas represent the tendon texture. According to part 4, the cylinder was meshed with 38556 linear hexagonal elements of type C3D8 and 14931 linear wedge elements of type C3D6 [40]**

استاتیک<sup>۴</sup> از کارآمدترین روش‌های درمان بوده و می‌تواند از طریق مکانیزمی مشابه با دستگاه حرکت غیرفعال مداوم<sup>۵</sup> اعمال شود. سیستم عضلانی-اسکلتی دوسررانی قسمت سر بلند به شکل یک استوانه با دو سر کانونی می‌باشد که مجموعی از سارکومرهای سازنده ماهیچه و کلاژن‌های سازنده تاندون را تشکیل می‌دهند. همانطور که شکل ۵ نشان می‌دهد، قسمت‌های کانونی این سیستم، شامل کلاژن‌های زردپی<sup>۶</sup> می‌باشند و بدنه اصلی را سارکومرهای ماهیچه تشکیل می‌دهد. از طرفی با توجه به اینکه در این شبیه‌سازی، صرفاً میزان تاثیرات کشش بر سارکومرها مورد نظر می‌باشد، می‌توان عضله را با تشابه نزدیکی به شکل یک استوانه در نظر گرفت و خواص مربوطه را به آن اعمال کرد. شکل ۵، نمونه‌ی مدل اجزاء محدود استوانه‌ای به ارتفاع ۴۰۰ میلی‌متر و قطر ۲۰ میلی‌متر را نشان می‌دهد. این مدل پس از فرایند حساسیت به تعداد مش، با تعداد ۵۳۴۸۷ اجزاء<sup>۷</sup> که

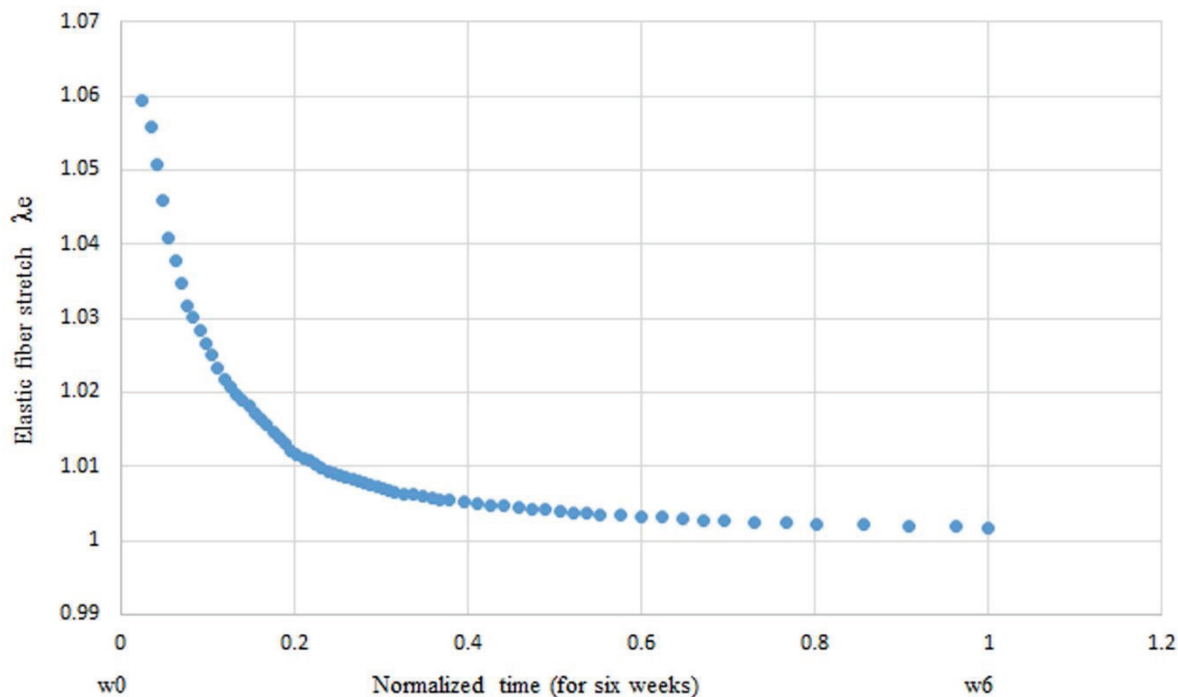
مجدداً در عضله تنش‌های پسماند و کشیدگی‌های الاستیک بوجود می‌آید که نشان‌دهنده کشیدگی سارکومرها می‌باشد. پر واضح است که کشیدگی بوجود آمده در هر نمو، از نمو قبل کمتر خواهد بود چراکه به مقدار اختلاف سارکومرهای بوجود آمده، رشد صورت گرفته است. در انتها طبق آنچه بیان شد،  $\sigma^{abacus}$  محاسبه می‌شود تا برای نمو بعدی، به عضله اعمال گردد. این چرخه تا جایی ادامه پیدا خواهد کرد که شکل نهایی عضله که در این مطالعه معادل ۱۰ درصد طول عضله تعیین شده است، برسد.

## ۲-۵- مدل استوانه‌ای

عضله‌ی همسترینگ از سه ماهیچه بنام‌های دوسررانی<sup>۱</sup>، نیم‌غشایی<sup>۲</sup> و نیم‌وتری<sup>۳</sup> تشکیل شده است [۳۹]. چنانچه بیمار کوتاهی عضله همسترینگ داشته باشد، درواقع عضله دوسررانی، عضله غالب در این بیماری بوده و برای درمان، عضله تحت روش‌های درمان فیزیوتراپی قرار می‌گیرد. روش کشش

- 4 Straight Leg Raise (SLR)
- 5 Continuous Passive Motion (CPM)
- 6 Tendon
- 7 Element

- 1 Biceps femoris
- 2 Semimembranosus
- 3 Semitendinosus



شکل ۶: میانگین تغییرات دینامیکی طول سارکومرها. در پاسخ به ۱۰٪ افزایش طول عضله دوسرانی. بیشینه کشیدگی عضله در روزهای ابتدایی درمان بوده و با گذر زمان این کشیدگی کاهش می‌یابد که دلیل آن، افزایش سارکومرهای ناشی از رشد می‌باشد

Fig. 6. Dynamic changes of sarcomere length. In response to a 10% increase in the biceps muscle length. Maximum muscle stretch is in the early days of treatment and decreases with time due to increased sarcomeres caused by growth.

مرزی مدل شامل ۲ بخش می‌باشد؛ الف) سر متحرک عضله که قسمت پایین عضله در نظر گرفته می‌شود و به استخوان نازک‌نی<sup>۳</sup> متصل می‌باشد ب) سر ثابت عضله که به استخوان خاصره<sup>۴</sup> متصل می‌باشد. این دو شرط مرزی، مطابق با شکل ۵ پس از صلب شدن اجزاء در قسمت ابتدا و انتهایی استوانه، به رنگ خاکستری درآمده‌اند. جدول ۱ نمایان‌گر ضرایب استخراج شده از آزمایشات مطابق با عضله دوسرانی می‌باشد. دو ضریب  $\gamma$  و  $\tau$  می‌بایست با در نظر داشتن مطالعات بالینی تعیین گردند که در اینجا بصورت پیش فرض و با توجه به رشد بافت‌های نرم، تعیین شده‌اند.

### ۳- نتایج و بحث

مطابق آن چه بیان شد، نسبت طول نهایی به طول میانی  $\lambda_e = l / l_m$  نمایان‌گر میزان کشیدگی الاستیک می‌باشد که به فاصله‌ی بین اکتین‌ها و میوزین‌ها منجر می‌شود. از طرفی، با زیاد شدن این فاصله، سارکومر از حالت بهینه خود خارج می‌شود و عضله در حالت غیر مطلوبی از لحاظ سطح انرژی خود قرار می‌گیرد. پس از فرارگیری عضله در حالت غیر مطلوب، گذشت

شامل ۳۸۵۵۶ اجزاء شش وجهی مکعبی مدل سی ۳ دی ۸<sup>۱</sup> و ۱۴۹۳۱ اجزاء گوه‌ای مدل سی ۳ دی ۶<sup>۲</sup> می‌باشد، با استفاده از نرم‌افزار آباکوس ۴-۶/۱۳ مش بندی شده است. لازم به ذکر است که انتخاب این نوع اجزاء برای یک مدل استوانه‌ای به یک چیدمان منظم مش منجر شده که خود عاملی برای به حداقل رساندن خطا در محاسبات می‌باشد. همچنین نوع درجات آزادی اجزاء می‌تواند بصورت خطی و یا از درجه دو باشد که در این شبیه سازی مدل خطی در نظر گرفته شده است [۳۳].

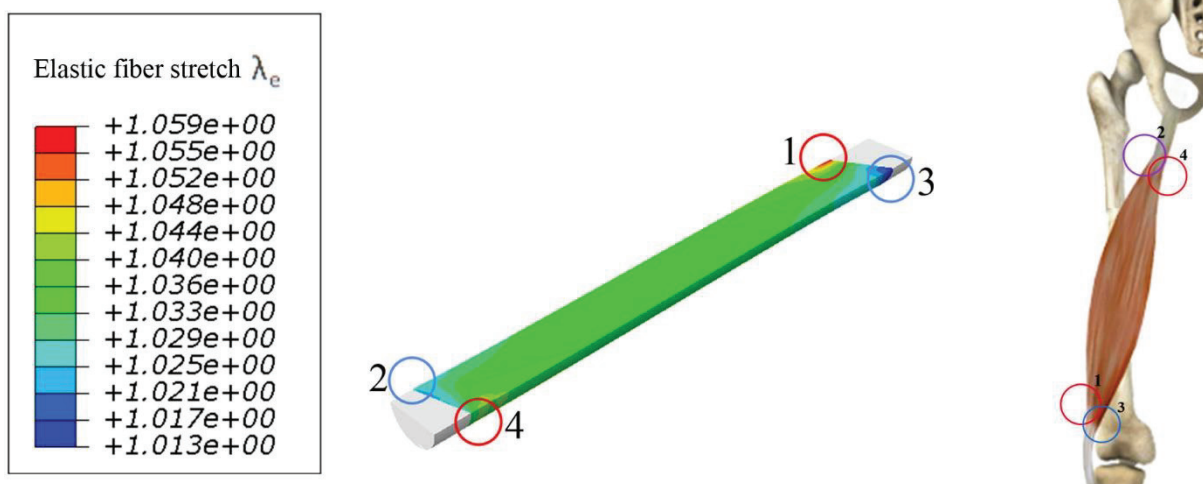
### ۲-۶- شرایط مرزی و ثوابت

به منظور بالا بردن دقت محاسبات، با توجه به اینکه بافت سازنده استخوان و زردپی بسیار مستحکم‌تر از بافت عضله می‌باشند، در مدل سازی بصورت اعضای صلب فرض شده‌اند [۴۱ و ۴۲]. همچنین با توجه به این که جهات الیاف در عضلات همسترینگ مشابه یک دوک نخ بوده و از سمت پایین به بالا کشیده شده‌اند، راستای آن‌ها در جهت یکی از محورهای مختصاتی که البته هم‌راستا با محور کشش می‌باشند فرض شده‌اند. شرایط

3 Fibula  
4 Ischial tuberosity

1 C3D8  
2 C3D6

The Critical Points



شکل ۷: نمای برش طولی از عضله پس از کشیدگی و تعیین نقاط بحرانی آسیب‌پذیر عضله در پاسخ به ۱۰٪ افزایش طول. بیشینه و کمینه کشیدگی‌ها در رویه‌ها واقع شده‌اند و نه در عمق عضله.

Fig. 7. The longitudinal-section view of the muscle after stretching and determination of the critical muscle points in response to 10% increase in length. Maximum and minimum strains are located in the surfaces, not in the muscle

هر قسمت از عضله که  $\lambda_e$  بزرگتر باشد، احتمال آسیب‌پذیری نیز بیشتر می‌باشد. شکل ۶ نمایان‌گر میانگین تغییرات دینامیکی طول سارکومرها است و برای المانی که بیشترین کشیدگی الاستیک را متحمل شده، ترسیم شده است. این نمودار در پاسخ به ۱۰ درصد افزایش طول عضله برای یک طول درمان ۶ هفته‌ای رسم شده است. مطابق با این نمودار، روند کشیدگی یک سارکومر از  $\lambda_e = 1/0.6$  در هفته‌ی اول درمان شروع شده و به  $\lambda_e = 1$  در هفته‌ی آخر درمان میل می‌کند. همچنین کاهش شیب زیاد نمودار پس از دو هفته‌ی اول درمان، گویای روند کاسته شدن درد پس از ۲ هفته می‌باشد. از طرفی چنانچه احتمال آسیب و جراحی وجود داشته باشد، در دو هفته‌ی اول خواهد بود.

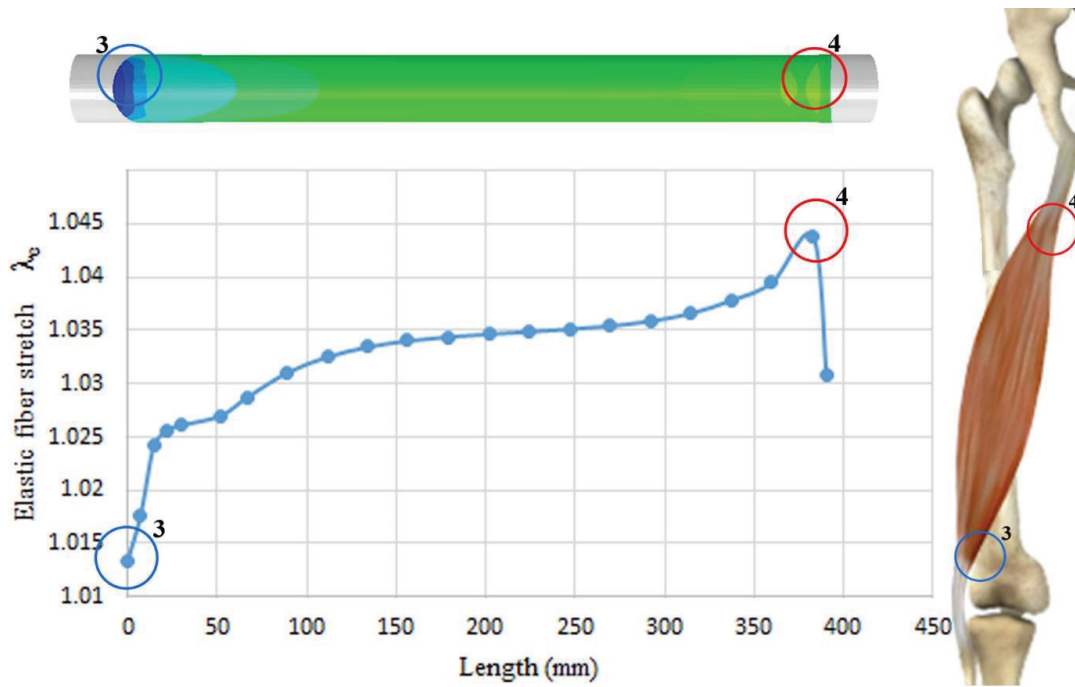
تعیین نقاط بحرانی یک عضله که طی کشیده شدن، بیشترین احتمال جراحی را دارند، از مهمترین ابزارهای تشخیص نوع و دوره درمان برای متخصصان طب فیزیکی و ارتوپدی می‌باشد. شکل ۷ نمایان‌گر مقطع عرضی عضله پس از اعمال بیشترین کشیدگی مطابق با شکل ۶ می‌باشد که در هفته اول درمان صورت پذیرفته است. ۲ دایره‌ی قرمز مکان بیشینه کشیدگی و ۲ دایره‌ی آبی، مکان کمینه کشیدگی را در طول عضله نشان می‌دهند. همان‌طور که از این شکل مشخص است، این نقاط، نزدیک‌ترین نقاط به محل اتصال عضله به زردپی می‌باشند. از طرفی، یک نقطه‌ی بیشینه در بالای عضله و در رویه‌ی بیرونی معادل با دایره شماره ۴ و نقطه بیشینه

Table 1. The material constants and parameters of the growth equations according to the Biceps femoris [33, 43–44]

جدول ۱: ثوابت مکانیکی و ضرایب معادلات رشد مطابق با عضله‌ی دوسرانی [۳۳ و ۴۳-۴۴]

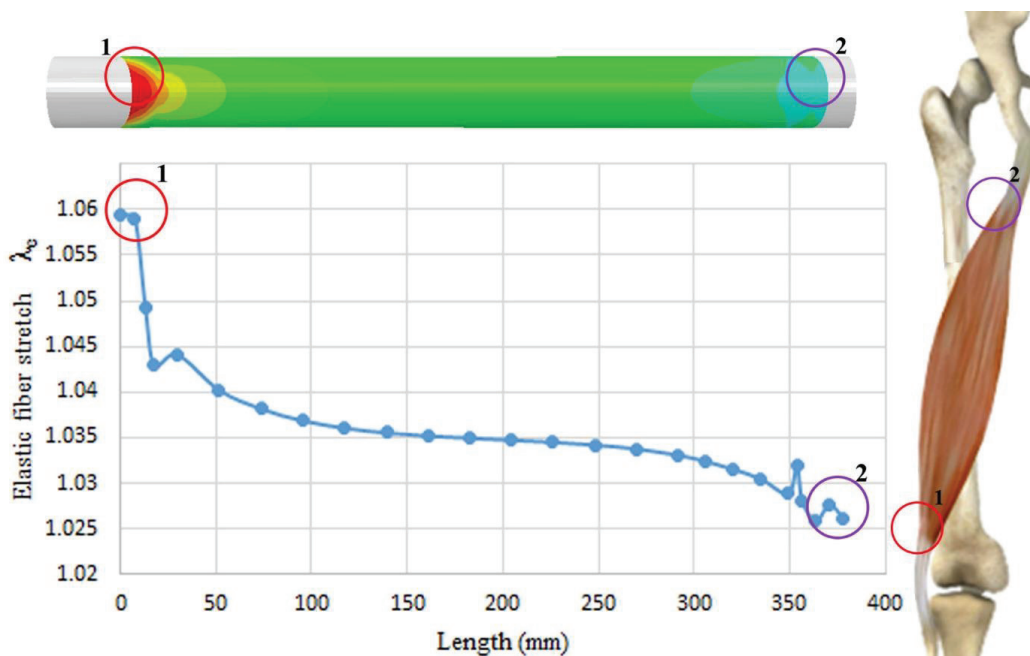
مقدار	نام ضریب
$c_1 = 16 \text{ kPa}$	ضریب اول لامه
$c_2 = 4 \text{ kPa}$	ضریب دوم لامه
$\tau = 1/2$	سرعت انطباق
$\gamma = 2$	ضریب شکل
$g^{\max} = 1/1$	حداکثر رشد
$\lambda_{\text{crit}} = 1/0.1$	کشیدگی بحرانی

زمان به سیستم عضلانی این اجازه را می‌دهد که با ساختن سارکومرها  $g$  خود را به حالت بهینه در جایی که  $\lambda_e = 1$  می‌باشد برساند. بنابراین مطابق با شکل در حالت میانی نیز  $\lambda_e = 1$  می‌باشد چراکه در این حالت فرضی، سارکومرها  $g$  بر تعداد خود افزوده‌اند و بدون هیچ تنش پسماندی، آزادانه رشد کرده‌اند [۲۱]. در نهایت، برای ساخته شدن شکل نهایی، کشیدگی الاستیک  $\lambda_e = l/l_m$  بر سارکومرها اعمال می‌گردد [۳۳]. احتمال آسیب‌پذیری و همچنین درد، رابطه‌ی مستقیمی با کشیدگی سارکومرها دارد. بنابراین در



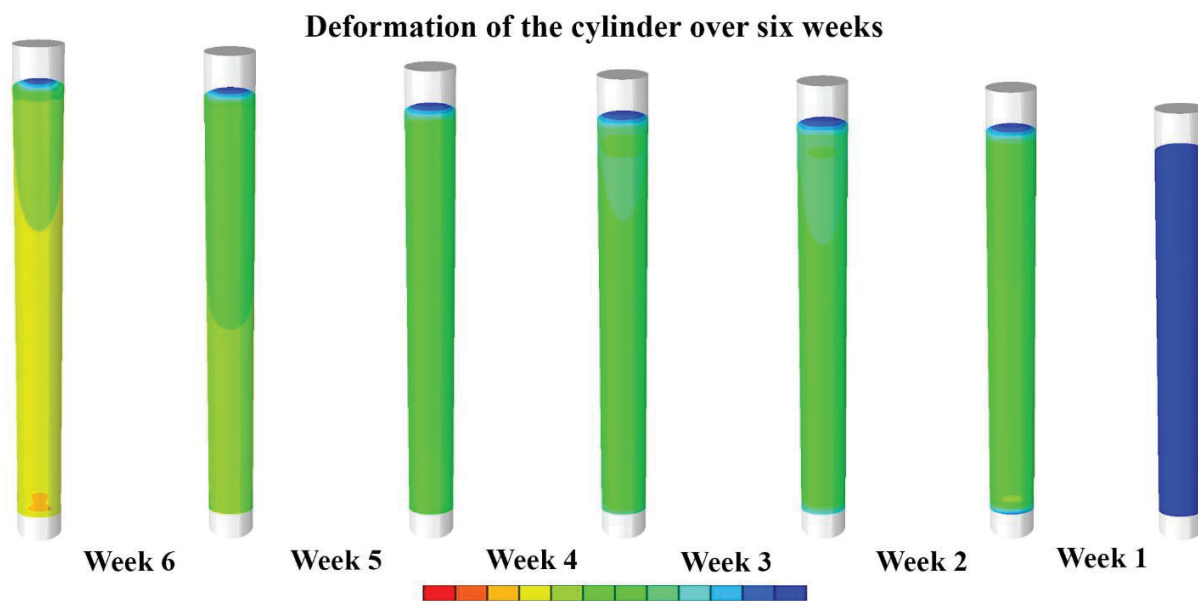
شکل ۸: روند کشیدگی سارکومرها در رویه بیرونی عضله. بیشینه کشیدگی در نزدیکی نقطه اتصال عضله به زردپی بوده و در رویه بیرونی، کشیدگی‌ها از پایین عضله به سمت بالا روندی صعودی دارند

Fig. 8. The trend of sarcomeres' stretching in the posterior surface. The maximum stretch occurs adjacent to the myotendinous junction. The Stretches from the bottom of the muscle upward tend to ascend



شکل ۹: روند کشیدگی سارکومرها در رویه درونی عضله. بیشینه کشیدگی در نزدیکی نقطه اتصال عضله به زردپی بوده و در رویه درونی، کشیدگی‌ها از پایین عضله به سمت بالا روندی نزولی دارند

Fig. 9. The trend of sarcomeres' stretching in the interior surface. The maximum stretch occurs adjacent to the myotendinous junction. The Stretches from the bottom of the muscle upward tend to descend



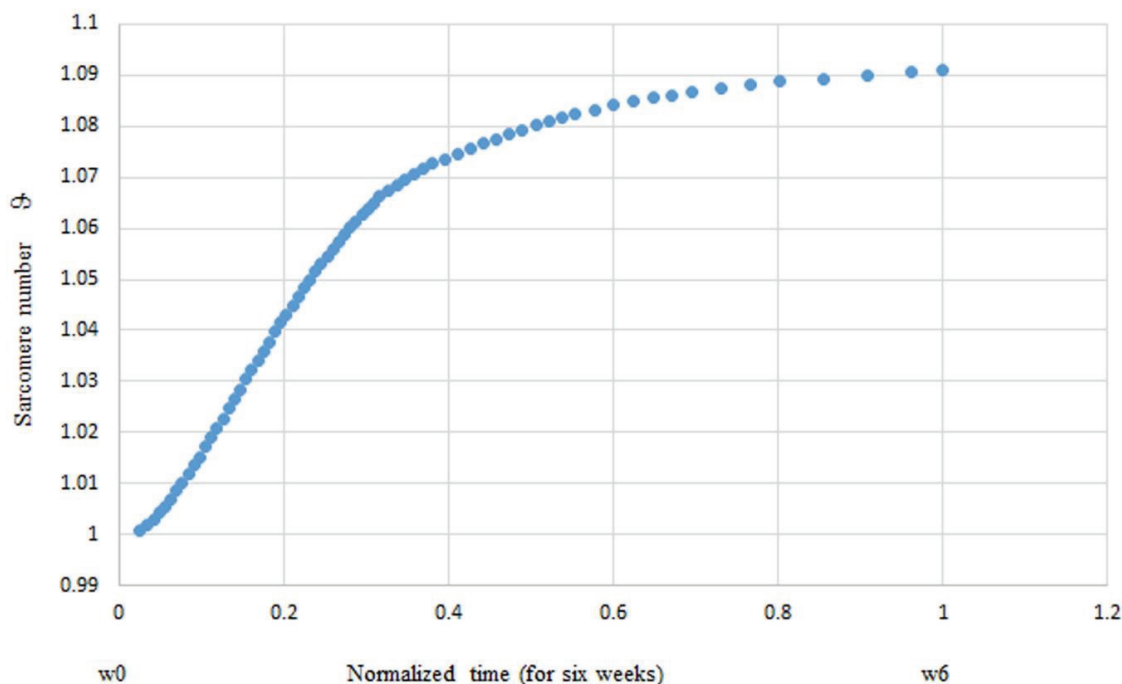
شکل ۱۰: تغییر شکل استوانه به میزان ۱۰٪ افزایش طول در طی ۶ هفته درمان

Fig. 10. Deformation of the cylinder up to 10% increase in length over 6 weeks of treatment

قسمت سر بلند آسیب دیده‌اند و جراحات درون ماهیچه‌ای در قسمت پایین عضله، به نسبت ۲ برابر بیشتر از قسمت بالایی عضله می‌باشند. همچنین تمامی این آسیب‌ها در ناحیه‌ی اتصال عضله به زردپی اتفاق افتاده است. نتایج بدست آمده از این شبیه‌سازی، کاملاً با نتایج حاصل از مطالعات آن‌ها مطابقت دارد. درواقع با توجه به نتایج کمی حاصل از این شبیه‌سازی، ناحیه پایینی در جایی که عضله به زردپی می‌رسد به عنوان بحرانی‌ترین ناحیه معرفی شد همچنین محل بیشینه کشیدگی‌ها علاوه بر تطابق با مطالعات دی اسمت و بست [۲۲]، بصورت موضعی<sup>۱</sup> و دقیق نیز مشخص شده است. شکل ۱۰ و متعاقب با آن، شکل ۱۱ نشان‌دهنده میانگین تغییرات دینامیکی در تعداد سارکومرها ۹ می‌باشد که طی ۶ هفته درمان و به میزان ۱۰ درصد افزایش طول عضله صورت گرفته و به شکل نرمالایز شده درآمده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود شیب نمودار در هفته‌های ابتدایی، زیاد می‌باشد و هرچه به سمت هفته‌های آخر پیش می‌رود، از شیب نمودار کاسته می‌شود. با توجه به اینکه شیب نمودار، به معنای سرعت سارکومر سازی می‌باشد، پس رشد سارکومرها ۹ در هفته‌های ابتدایی زیاد بوده که منجر به انعطاف‌پذیری بالاتری نسبت به هفته‌های آخر که از رشد سارکومرها کاسته شده، می‌شود. شکل ۱۰، رشد سارکومرها ۹ را در هر بازه زمانی هفته‌ای بصورت مصور نمایش می‌دهد. طبق انتظار و بر مبنای نتایج ویلیامز

دیگر در پایین عضله و در رویه‌ی درونی عضله معادل با دایره شماره ۱ واقع شده است. با توجه به میزان پراکندگی یکسان کشیدگی در وسط عضله، و نتایج حاصل شده از شبیه‌سازی، نتیجه می‌شود که برای بررسی وضعیت نقاط بحرانی می‌بایست بر رویه‌های درونی و بیرونی عضله متمرکز شد که شکل‌های ۸ و ۹ این پراکندگی را نمایش می‌دهند. با توجه به شکل ۸، میزان کشیدگی از کمینه‌ترین مقدار خود در قسمت پایین و در رویه‌ی بیرونی معادل با دایره شماره ۳، به بیشینه مقدار خود در قسمت بالا معادل با دایره شماره ۴ می‌رسد. همان‌گونه که از این شکل پیداست، هرچه بافت عضلانی به سمت بافت کلاژن‌دار در زردپی نزدیک می‌شود، احتمال آسیب دیدگی و جراحی افزایش می‌یابد. متناظر با شکل ۹، پراکندگی کشیدگی عضلانی در رویه درونی، برعکس با رویه بیرونی است. درواقع میزان کشیدگی در کمینه‌ترین مقدار خود در قسمت بالا و در رویه درونی معادل با دایره شماره ۲ به بیشینه‌ترین مقدار خود در قسمت پایین معادل با شماره ۱ می‌رسد. اگرچه هیچ‌گونه مطالعاتی با رویکرد کمی در خصوص یافتن بیشینه کشیدگی‌ها در عضلات همسترینگ انجام نگرفته است، اما مطالعات بسیاری با رویکرد تجربی و بر اساس مشاهدات کلینیکی انجام شده است. دی اسمت و بست [۲۲] بر اساس مشاهدات تجربی، روش عکس‌برداری تشدید مغناطیسی را برای ۱۵ ورزشکار که به جراحی عضله همسترینگ مبتلا شده بودند بکار بردند. ایشان نشان دادند که ۱۱ نفر از آنها از ناحیه‌ی عضله‌ی دوسررانی در

1 Local



**شکل ۱۱:** میانگین تغییرات دینامیکی تعداد سارکومرها طی ۶ هفته درمان که عضله تحت کشیدگی قرار گرفته است. رشد سارکومرها بیشترین نرخ خود را در هفته‌های ابتدایی اتخاذ کرده و با گذشت زمان به تعدادی معین میل می‌کنند

**Fig. 11.** Dynamic changes in the serial sarcomere number during the 6-week treatment period. Sarcomers grow at their highest rate in the early weeks and converge to a specific number over time

#### ۴- جمع‌بندی

در این مقاله معادلات حاکم بر رشد بافت نرم استنتاج شد و سپس یک مدل عددی از رشد و بر روی یک استوانه که به مشابه عضله‌ی دوسررانی فرض شده است، شبیه‌سازی شد. رفتار مواد بر مبنای مواد همسان‌گرد مدل نئوهوکین در نظر گرفته شد که مطابق با فرضیات بافت نرم در سیستم عضلانی-اسکلتی می‌باشد. متناظر با مدت زمان ۶ هفته طول درمان شبیه‌سازی انجام شد و نتایج حاصل از روند رشد عضله و سارکومر سازی و تعیین نقاط بحرانی عضله با توجه به میزان کشیدگی الاستیک که متناظر با به برهم خوردن فاصله بهینه اکتین‌ها و میوزین‌ها می‌باشد، نشان داده شدند. از نتایج حاصل رشد سریع سارکومرها که در عمل به درد شدید در هفته‌های اول درمان منجر می‌شود و همچنین ناهمگن بودن پراکندگی در رشد سارکومرها استنباط می‌شود. بحرانی‌ترین نقاط در دو ناحیه‌ی بالا در رویه بیرونی و ناحیه پایین در رویه درونی عضله و در قسمت اتصال آنها به زردپی تعیین شدند. این نتایج، با مطالعاتی که توسط دی‌اسمت و بست [۲۲]

و گلداسپینک [۸] که نشان دادند رشد طولی در ماهیچه اسکلتی با اضافه شدن تعداد سارکومرها بصورت سری انجام می‌گیرد، تغییر شکل استوانه این انتظار را برآورده می‌کند. با توجه به نحوه پراکندگی رنگ‌ها در عضله، نتیجه می‌شود که سارکومر سازی، بصورت همگن انجام نمی‌شود که این ناهمگن بودن، با مطالعات انجام شده توسط چاناود و همکاران [۴۵] که روی عضله‌ی دوسررانی گربه انجام دادند، تطابق نزدیکی دارد. علاوه، قسمت‌های خاکستری رنگ در بالا و پایین استوانه، نشان‌دهنده بافت زردپی بوده که مطابق با انتظار، بدون رشد و همچنین کشیدگی باقی مانده‌اند. چنانچه بتوان نمونه عضله‌ی دوسررانی را بجای استوانه در این شبیه‌سازی وارد کرد، نتایج دقیق‌تری حاصل می‌شود. که در درمان‌های کوتاهی عضله توسط متخصصان طب فیزیکی و توان‌بخشی و ارتوپدها نقش بسزایی دارد. این شبیه‌سازی نمایان‌گر درد در نواحی خاصی از عضله، طی فرایند درمان‌های فیزیکی مانند الکتروتراپی، درمان دستی<sup>۱</sup> و غیره نیز می‌باشد.

1 Manual therapy

- [6] A. Rehfeld, M. Nylander, K. Karnov, *Compendium of Histology: A Theoretical and Practical Guide*, Springer, 2017.
- [7] G.M. Cooper, R.E. Hausman, R.E. Hausman, *The cell: a molecular approach*, ASM press Washington, DC, 2000.
- [8] P.E. WILLIAMS, G. Goldspink, Longitudinal growth of striated muscle fibres, *Journal of cell science*, 9(3) (1971) 751-767.
- [9] G. Goldspink, Alterations in myofibril size and structure during growth, exercise, and changes in environmental temperature, *Comprehensive Physiology*, (2011).
- [10] D. Thompson, 'AW,(1917, 1942) On Growth and Form, in, Cambridge Univ. Press, 1917.
- [11] D. Carter, W. Hayes, The bahavior of bone as a two-phase porous structure, *J. Bone Joint Surgery*, 59 (1977) 964-962.
- [12] S. Cowin, D. Hegedus, Bone remodeling I: theory of adaptive elasticity, *Journal of Elasticity*, 6(3) (1976) 313-326.
- [13] S.C. Cowin, The mechanical and stress adaptive properties of bone, *Annals of Biomedical Engineering*, 11(3-4) (1983) 263-295.
- [14] S.C. Cowin, Wolff's law of trabecular architecture at remodeling equilibrium, *Journal of biomechanical engineering*, 108(1) (1986) 83-88.
- [15] S.C. Cowin, K. Firoozbakhsh, Bone remodeling of diaphysial surfaces under constant load: theoretical predictions, *Journal of Biomechanics*, 14(7) (1981) 471-484.
- [16] F.-H. Hsu, The influences of mechanical loads on the form of a growing elastic body, *Journal of biomechanics*, 1(4) (1968) 303-311.
- [17] R. Skalak, Growth as a finite displacement field,

انجام شد، تطابق کاملی دارد که به متخصصان طب فیزیکی و توانبخشی و جراحان ارتوپد کمک شایانی خواهد کرد. در حالی که این شبیه‌سازی یک دیدگاه مناسب از نحوه‌ی رشد یک عضله در سطح سارکومر را به نمایش می‌گذارد، اما هم‌چنان چند محدودیت در آن وجود دارد که چنان‌چه به رفع آن‌ها پرداخته شود، نتایج مناسب‌تری حاصل خواهد شد. (الف) این مدل‌سازی بر روی استوانه انجام شده است که می‌توان آن را بر روی نمونه‌ی عضله دوسرانی پیاده‌سازی نمود تا نتایجی دقیق‌تر دریافت کرد. (ب) رابطه (۱۰) که در مدل‌سازی این عضله استفاده شد، مطابق با ماده نئوهوکین با رفتار همسان‌گرد است که به‌منظور ساده‌سازی چنین انتخابی صورت گرفت هر چند که یک مدل غیر همسان‌گرد ممکن است نتایج بهتری را ارائه دهد [۴۶]. (پ) این شبیه‌سازی قابلیت کامل‌تر شدن را دارا است چنان‌چه بتوان پروژه‌هایی مشترک با متخصصین طب فیزیکی و توانبخشی و رشته‌های مرتبط شامل کاردرمانی، فیزیوتراپی و حرکات اصلاحی در دانشکده‌های پزشکی و تربیت بدنی تعریف کرد که نهایتاً منجر به ارائه نقطه نظرات طراحی و ساخت دستگاهی با دقت لازم برای تحت کشش قرار دادن عضله شود.

## منابع

- [1] B.V. Reed, T. Ashikaga, B.C. Fleming, N.J. Zimny, Effects of ultrasound and stretch on knee ligament extensibility, *Journal of Orthopaedic & Sports Physical Therapy*, 30(6) (2000) 341-347.
- [2] W.E. Prentice, *Rehabilitation Techniques for Sports Medicine and Athletic Training with Laboratory Manual and ESims Password Card*, McGraw-Hill Education, 2005.
- [3] D.P. Greene, S.L. Roberts, *Kinesiology: Movement in the Context of Activity*, Mosby, 1999.
- [4] T. UETAKE, F. OHTSUKI, Sagittal configuration of spinal curvature line in sportsmen using Moire technique, *Okajimas folia anatomica Japonica*, 70(2-3) (1993) 91-103.
- [5] R.L. Lieber, *Skeletal muscle structure, function, and plasticity*, 3 ed., Lippincott Williams & Wilkins, 2009.

- [26] E.H. Lee, Elastic-plastic deformation at finite strains, *Journal of applied mechanics*, 36(1) (1969) 1-6.
- [27] A. Menzel, E. Kuhl, *Frontiers in growth and remodeling*, *Mechanics research communications*, 42 (2012) 1-14.
- [28] W.M. Lai, D.H. Rubin, E. Krempl, D. Rubin, *Introduction to continuum mechanics*, Butterworth-Heinemann, 2009.
- [29] Y. Liu, H. Zhang, Y. Zheng, S. Zhang, B. Chen, A nonlinear finite element model for the stress analysis of soft solids with a growing mass, *International Journal of Solids and Structures*, 51(17) (2014) 2964-2978.
- [30] A.M. Zöllner, O.J. Abilez, M. Böl, E. Kuhl, Stretching skeletal muscle: chronic muscle lengthening through sarcomerogenesis, *PloS one*, 7(10) (2012) e45661.
- [31] E. Kuhl, Growing matter: A review of growth in living systems, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, 29 (2014) 529-543.
- [32] N.J. O'Dwyer, P.D. Neilson, J. Nash, Mechanisms of muscle growth related to muscle contracture in cerebral palsy, *Developmental Medicine and Child Neurology*, 31(4) (1989) 543-547.
- [33] A.M. Zöllner, J.M. Pok, E.J. McWalter, G.E. Gold, E. Kuhl, On high heels and short muscles: a multiscale model for sarcomere loss in the gastrocnemius muscle, *Journal of theoretical biology*, 365 (2015) 301-310.
- [34] G.A. Holzapfel, *Nonlinear solid mechanics: a continuum approach for engineering science*, *Meccanica*, 37(4) (2002) 489-490.
- [35] L.A. Taber, *Biomechanical Growth Laws for Muscle Tissue*, *Journal of Theoretical Biology*, 193(2) (1998) 201-213.
- [36] V.A. Lubarda, A. Hoger, On the mechanics of solids with a growing mass, *International Journal of Solids and Structures*, 39(18) (2002) 4627-4664.
- in: *Proceedings of the IUTAM symposium on finite elasticity*, Springer, 1981, pp. 347-355.
- [18] K. Rajagopal, Multiple natural configurations in continuum mechanics. Technical Report 6, Institute for Computational and Applied Mechanics, University of Pittsburgh., (1995).
- [19] K. Rajagopal, A. Srinivasa, Mechanics of the inelastic behavior of materials—Part 1, theoretical underpinnings, *International Journal of Plasticity*, 14(10-11) (1998) 945-967.
- [20] S. Göktepe, O.J. Abilez, E. Kuhl, A generic approach towards finite growth with examples of athlete's heart, cardiac dilation, and cardiac wall thickening, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 58(10) (2010) 1661-1680.
- [21] D. Ambrosi, F. Mollica, On the mechanics of a growing tumor, *International journal of engineering science*, 40(12) (2002) 1297-1316.
- [22] A.A. De Smet, T.M. Best, MR imaging of the distribution and location of acute hamstring injuries in athletes, *American Journal of Roentgenology*, 174(2) (2000) 393-399.
- [23] T.A. Järvinen, T.L. Järvinen, M. Kääriäinen, H. Kalimo, M. Järvinen, Muscle injuries: biology and treatment, *The American journal of sports medicine*, 33(5) (2005) 745-764.
- [24] D.G. Thelen, E.S. Chumanov, D.M. Hoerth, T.M. Best, S.C. Swanson, L. Li, M. Young, B.C. Heiderscheit, Hamstring muscle kinematics during treadmill sprinting, *Med Sci Sports Exerc*, 37(1) (2005) 108-114.
- [25] E.K. Rodriguez, A. Hoger, A.D. McCulloch, Stress-dependent finite growth in soft elastic tissues, *Journal of biomechanics*, 27(4) (1994) 455-467.



- 22(1) (1998) 57-66.
- [42] C.N. Maganaris, J.P. Paul, Tensile properties of the in vivo human gastrocnemius tendon, *Journal of biomechanics*, 35(12) (2002) 1639-1646.
- [43] G. Himpel, E. Kuhl, A. Menzel, P. Steinmann, Computational modelling of isotropic multiplicative growth, *Comp Mod Eng Sci*, 8 (2005) 119-134.
- [44] M.K. Chakouch, F. Charleux, S.F. Bensamoun, Quantifying the elastic property of nine thigh muscles using magnetic resonance elastography, *PloS one*, 10(9) (2015) e0138873.
- [45] C. Chanaud, C. Pratt, G. Loeb, Functionally complex muscles of the cat hindlimb. II. Mechanical and architectural heterogeneity within the biceps femoris, *Experimental brain research*, 85(2) (1991) 257-270.
- [46] S. Göktepe, A. Menzel, E. Kuhl, The generalized Hill model: A kinematic approach towards active muscle contraction, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 72 (2014) 20-39.
- [37] A. 6.13, *Analysis User's Manual*. Simulia. Dassault Systemes, (2013).
- [38] A.M. Zöllner, M.A. Holland, K.S. Honda, A.K. Gosain, E. Kuhl, Growth on demand: reviewing the mechanobiology of stretched skin, *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, 28 (2013) 495-509.
- [39] L. Beltran, V. Ghazikhanian, M. Padron, J. Beltran, The proximal hamstring muscle–tendon–bone unit: A review of the normal anatomy, biomechanics, and pathophysiology, *European journal of radiology*, 81(12) (2012) 3772-3779.
- [40] N. Palastanga, R. Soames, *Anatomy and human movement, structure and function with PAGEBURST access*, 6: anatomy and human movement, Elsevier Health Sciences, 2011.
- [41] P. Zioupos, J. Currey, Changes in the stiffness, strength, and toughness of human cortical bone with age, *Bone*,

