



## طراحی قانون هدایت مقاوم سه بعدی با رویکرد برنامه ریزی پویای تطبیقی و در نظر گرفتن اشباع ورودی

سعید خان کلاتتری، ایمان ایزدی\*، فرید شیخ الاسلام

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۰۵  
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۶/۱۶  
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۶/۳۱  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۰۷/۲۱

### کلمات کلیدی:

قانون هدایت  
رهگیری  
کنترل مقاوم  
برنامه ریزی پویای تطبیقی

**خلاصه:** در این مقاله، قانون هدایت مقاوم در فضای سه بعدی برای هدایت رهگیر زمین به هوا با در نظر گرفتن محدودیت اشباع ورودی‌های سیستم به همراه دینامیک مرتبه اول برای سیستم خودخلبان به منظور ارتقاء عملکرد سیستم‌های تدافعی ارائه می‌شود. برای دستیابی به این هدف، ابتدا مسئله مورد مطالعه در دستگاه مختصات سه بعدی کروی مدل سازی شده و پس از آن با استفاده از اصول هندسه درگیری برای دستیابی به برخورد رهگیر و هدف، تابع هزینه مناسب با در نظر گرفتن محدودیت ورودی و عدم اطلاع از شتاب هدف، فرمول بندی می‌شود. پس از آن نشان داده می‌شود که حل مسئله مورد نظر با استفاده از ادبیات طراحی کنترل مقاوم، نیازمند حل نامساوی معادله دیفرانسیلی همیلتون - ژاکوبی - ایزاک است که برای مسئله مورد مطالعه جواب بسته ندارد. از این رو برای غلبه بر این مشکل، با استفاده از نظریه برنامه ریزی پویای تطبیقی، یک الگوریتم حل مسئله برای طراحی قانون هدایت مقاوم پیشنهاد می‌شود که از ویژگی‌های آن، ساده شدن حل نامساوی دیفرانسیلی به همراه تضمین عملکرد مقاوم کنترل کننده در مقابل شتاب هدف است. شبیه سازی‌های انجام شده برای اهداف با قدرت مانورهای مختلف و مقایسه عملکرد مقاوم کنترل کننده در مقابل شتاب هدف تناسبی افزوده شده، نشان دهنده کارایی مناسب قانون هدایت مقاوم سه بعدی طراحی شده است.

### ۱- مقدمه

اصول اساسی طراحی قانون هدایت برای رهگیرهای زمین به هوا در فاز نهایی حرکت، موضوعی شناخته شده در ادبیات سیستم‌های کنترل است که هدف اصلی از طراحی آن، دستیابی به کمترین فاصله ممکن با هدف تحت تعقیب می‌باشد. افزایش گریز پذیری اهداف مختلف در سالیان اخیر، در کنار پیچیدگی‌های دینامیکی و محدودیت‌های عملکردی و لزوم در نظر گرفتن وابستگی کانال‌های حرکتی رهگیر و محدودیت‌های فیزیکی به منظور افزایشی چابکی رهگیر و در نتیجه آن نیاز به دقت بیشتر، چالش‌های جدی را برای طراحی قانون هدایت مناسب به وجود آورده است.

قانون هدایت مسیریابی تناسبی<sup>۱</sup> از جمله ابتدایی‌ترین و موفق‌ترین روش‌های کنترل رهگیرهای زمین به هوا است. سادگی در پیاده سازی، کاربرد برای انواع رهگیرهای مختلف و تاریخچه مناسب موفقیت از جمله ویژگی‌های مهم این روش است. این قانون ساده، برای معادلات موقعیت

خطی شده با شرایط هدف فاقد مانور و رهگیر دارای سرعت ثابت و برای دسته خاصی از توابع هزینه، بهینه محسوب می‌شود [۱]؛ اما علی‌رغم مزیت‌های مطرح شده، این قانون هدایت در مواجهه با اهداف با قدرت مانور بالا عملکرد مناسبی ندارد [۲].

سادگی در طراحی، عدم نیاز به اطلاعات فراوان پیرامون ورودی‌های اغتشاشی و نامعینی‌های سیستم از جمله مزیت‌های طراحی کنترل کننده با استفاده از فیدبک ناهموار مد لغزشی<sup>۲</sup> است [۳]. شتسل و همکاران<sup>۴</sup> به طراحی کنترل مدل لغزشی مرتبه دوم برای سیستم هدایت رهگیر زمین به هوا بر مبنای صفر شدن نرخ چرخش خط دید<sup>۵</sup> پرداخته‌اند. اگرچه با افزایش مرتبه کنترل کننده مقدار لرزش در سیگنال کنترلی به طور چشمگیری کاهش می‌یابد، اما کماکان این طراحی مهم‌ترین مشکل موجود برای کنترل مد لغزشی، یعنی پدیده لرزش<sup>۶</sup>، را در پیاده سازی خواهد داشت. در واقع برای پیاده سازی این کنترل کننده نیاز به محرک‌هایی با فرکانس کاری بسیار بالا

1 Interceptor  
2 Proportional navigation

\* نویسنده عهده دار مکاتبات: iman.izadi@cc.iut.ac.ir

3 Sliding mode  
4 Shtessel et al.  
5 Line of sight  
6 Chattering



با منطق فازی<sup>۷</sup> با روش معروف و متداول مسیریابی تناسبی پرداخته‌اند. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد که روش فازی، میزان سوخت و شتاب کمتری نسبت به روش مطرح‌شده برای اصابت به هدف نیاز دارد. چن و همکاران<sup>۸</sup> [۱۰] پیشنهاد دادند که به‌عنوان یک مسیر میانبر برای طراحی  $H_\infty$ ، معادلات دینامیکی سیستم ابتدا با استفاده از روش فازی تاکاگی - سوگنو<sup>۹</sup> تکه‌ای پیوسته شوند و سپس با استفاده از نامساوی‌های ماتریسی، کنترل‌کننده مقاوم خطی محلی برای دستیابی به قانون هدایت طراحی شود. این روش مزایای کنترل‌کننده مقاوم غیرخطی را به‌طور محلی دارد و در ضمن، پیچیدگی طراحی آن در قیاس با روش غیرخطی کمتر است اما نیازمند طراحی ۱۸ قانون فیدبک است که از نظر محاسباتی منطقی نیست. به‌علاوه، در صورتی که مقدار متغیرهای فازی، خارج از بازه‌های تعیین‌شده قرار گیرند، در این حالت کنترل‌کننده عملکرد مطلوبی نخواهد داشت.

استفاده از روش کنترل مقاوم  $H_\infty$ ، که در آن نیازی به اندازه‌گیری شتاب جسم هدف نبوده و قانون هدایت طراحی‌شده نسبت به آن مقاوم باشد، موردتوجه محققان در این حوزه قرار گرفته است. یانگ و چن<sup>۱۰</sup> [۱۱] با استفاده از کنترل‌کننده غیرخطی  $H_\infty$ ، به طراحی قانون هدایت در صفحه دوبعدی پرداخته‌اند که مهم‌ترین ویژگی طراحی آن‌ها، حل نامساوی همیلتون - ژاکوبی - ایزاک<sup>۱۱</sup> است. همچنین آن‌ها، دو قید مهم کاهش فاصله و عدم چرخش خط دید را نیز، با استفاده از توابع هزینه لحاظ کرده‌اند. ساوکین و همکاران<sup>۱۲</sup> [۱۲] به طراحی کنترل‌کننده خطی برای مسئله هدایت با در نظر گرفتن زاویه دلخواه برای برخورد رهگیر به هدف پرداخته‌اند. با این حال، نقطه‌ضعف بزرگ مقاله، خطی بودن مدل در نظر گرفته‌شده برای طراحی قانون هدایت است که باتوجه به خاصیت محلی بودن کنترل‌کننده طراحی‌شده در شرایط شدیداً غیرخطی سیستم، رهگیر عملکرد مناسبی را از خود نشان نخواهد داد. شیه<sup>۱۳</sup> [۱۳] طراحی کنترل‌کننده مقاوم تنظیم‌پذیر برای مسئله هدایت رهگیر زمین به هوا را به‌صورت تحلیلی انجام داده است. نکته قابل توجه برای این مقاله، طراحی قانون کنترل بدون استفاده از نامساوی همیلتون - ژاکوبی - ایزاک است بدین صورت که قانون کنترل پیشنهاد شده و پس از آن شرایط بهینگی بررسی شده است، که البته این مسئله نقطه‌ضعف بزرگ مقاله نیز می‌تواند محسوب شود، زیرا راه‌حل ارائه‌شده با سعی و خطا

خواهد بود که باتوجه به محدودیت‌های حرکتی رهگیر، این مسئله امکان‌پذیر نیست. از جمله روش‌هایی که برای کاهش مقدار لرزش در کنترل‌کننده‌های مد لغزشی در طراحی قانون هدایت استفاده شده است، تخمین کران بالای نامعینی (در این مسئله شتاب هدف) است. فادک و تالول<sup>۱</sup> [۵] پس از طراحی کنترل‌کننده مد لغزشی، از الگوریتم کنترل زمان تأخیر برای تخمین شتاب هدف و در نتیجه کاهش محافظه‌کاری روش استفاده‌شده بهره برده‌اند. با این حال، استفاده از یک رؤیت‌گر در حلقه قانون هدایت خطر کندشدن سیستم و عدم اصابت رهگیر به هدف را در پی خواهد داشت، زیرا در فاز نهایی تعقیب هدف، رهگیر بایستی توانایی انجام مانورهای سریع را داشته باشد. با پیشرفت مباحث تئوری مربوط به کنترل مد لغزشی، لی و همکاران<sup>۲</sup> [۶] از رؤیت‌گر مد لغزشی مرتبه بالا برای تخمین شتاب هدف استفاده کرده‌اند. همچنین از نکات مثبت مربوط به این مقاله، در نظر گرفتن دینامیک برای سیستم خودخلبان<sup>۳</sup> به‌همراه نامعینی برای آن است. ژانگ و همکاران<sup>۴</sup> [۷] برای به صفر رساندن نرخ زاویه خط دید یا رساندن زاویه خط دید به مقدار دلخواه، از کنترل مد لغزشی انتگرالی به‌همراه رؤیت‌گر مرتبه بالا برای تخمین شتاب هدف استفاده کرده‌اند. دو مسئله در این مقاله مطرح است: نکته اول در این مقاله آن است که باتوجه به سطح لغزش انتخابی، لزوماً فاصله نسبی رهگیر با هدف صفر نمی‌شود، چنانکه در شبیه‌سازی‌ها این مسئله آورده نشده است. همچنین مانند لی و همکاران [۶] لزومی به تنظیم زاویه خط دید دیده نمی‌شود، زیرا در فرمول‌بندی استفاده‌شده، حالت‌های حرکتی مختلفی را برای صفرشدن سطح لغزش می‌توان در نظر گرفت بدون آن که هدف مسئله یعنی برخورد برآورده شود. نکته‌ای که باید بدان توجه کرد این است که مقالات اشاره‌شده، همگی در فضای دو بعدی (صفحه‌ای) و با فرض عدم وابستگی کانال‌های حرکتی رهگیر به طراحی قانون هدایت پرداخته‌اند، این در حالی است که سونگ و سونگ<sup>۵</sup> [۸] به طراحی قانون هدایت سه‌بعدی با استفاده از کنترل مد لغزشی انتگرالی و ترکیب آن با کنترل تطبیقی جهت کاهش محافظه‌کاری طراحی در تخمین کران بالای شتاب هدف پرداخته‌اند. البته باتوجه به حذف دینامیک مربوط به فاصله نسبی در این مقاله و کاهش ابعاد مسئله، بایستی صفرشدن فاصله رهگیر و هدف نیز علاوه بر نرخ زاویه‌های سمت و فراز موردبررسی قرار می‌گرفت که این‌گونه نیست.

راجاسخار و سریناتها<sup>۶</sup> [۹] به مقایسه روش استفاده از کنترل‌کننده

7 Fuzzy logic

8 Chen et al.

9 Takagi-Sugeno

10 Yang and Chen

11 Hamilton – Jacobi – Isaacs (HJI)

12 Savkin et al.

13 Shieh

1 Phadke and Talole

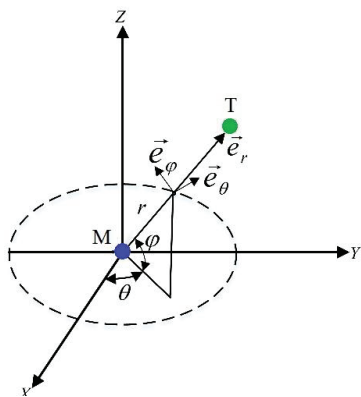
2 Li et al.

3 Autopilot

4 Zhang et al.

5 Song and Song

6 Rajasekhar and Sreenatha



شکل ۱: هندسه تعقیب - گریز در مختصات سه بعدی کروی

Fig. 1. Pursuit-evasion geometry in the three-dimensional spherical coordinate system

ادامه مقاله بدین صورت تنظیم شده است: در بخش دوم فرمول بندی مسئله مورد مطالعه در فضای سه بعدی کروی ارائه می شود. پس از آن تابع هزینه مربوط به شرایط برخورد، در حضور قیود دلخواه ارائه می گردد. در بخش سوم به ارائه راه حل برنامه ریزی پویای تطبیقی می پردازیم. بخش های چهارم و پنجم نیز به شبیه سازی و نتیجه گیری روش ارائه شده اختصاص داده شده اند.

## ۲- بیان مسئله

در این بخش، ابتدا به مدل سازی هندسه تعقیب - گریز برای رهگیر زمین به هوا و هدف مورد نظر پرداخته می شود و پس از آن مسئله برخورد در قالب یک مسئله کنترل مقاوم غیرخطی به همراه قیود اشباع در ورودی ها فرمول بندی می شود.

### ۲-۱- مدل سازی

شکل ۱ هندسه تعقیب - گریز را در فضای سه بعدی کروی نشان می دهد که در آن، منظور از  $\vec{r}$  بردار موقعیت نسبی در امتداد خط دید است [۱۷]. با مشتق گیری از  $\vec{r}$ ، سرعت نسبی در سه بعد به صورت رابطه (۱) خواهد بود

$$\dot{\vec{r}} = \dot{r}\vec{e}_r + r\dot{\theta}\cos(\theta)\vec{e}_\theta + r\dot{\phi}\vec{e}_\phi \quad (1)$$

که در آن مقادیر  $\theta$ ،  $\phi$  و  $r$  به ترتیب زاویه های سمت، فراز و فاصله نسبی هستند و در شکل ۱ نیز مشخص شده اند.

به دست آمده و قابلیت ارائه برای مسئله مشابه با تغییرات کم را ندارد. یانگ و چن [۱۴] مسئله در سه بعد با طراحی قانون هدایت مقاوم برای آن را مورد بررسی قرار داده اند. اگرچه این مقاله به دلیل حل تحلیلی مسئله نامعینی کنترل مقاوم از جایگاه ویژه ای برخوردار است اما مسائل مهمی که خود را در پیاده سازی واقعی سیستم نشان می دهند، مانند محدودیت شتاب ورودی ها و دینامیک سیستم خودخلبان، در فرآیند طراحی لحاظ نشده است. از مهم ترین مقالاتی که از برنامه ریزی پویای تطبیقی<sup>۱</sup> برای حل مسئله کنترل مقاوم غیرخطی استفاده کرده اند، می توان به کارهای سان و همکاران<sup>۲</sup> [۱۵ و ۱۶] اشاره کرد. از مهم ترین نکات در نظر گرفته شده می توان به برخط بودن قوانین طراحی و اعمال قید اشباع ورودی اشاره کرد، اما مهم ترین مسئله ای که این پژوهش را از دو مرجع مطرح شده متمایز می کند، طراحی در فضای سه بعدی و در نظر گرفتن دینامیک های مربوط به سیستم خودخلبان است که در مراجع فوق مورد بررسی قرار نگرفته اند. در تمامی مقالات اشاره شده هیچ گاه موارد مهم اشباع ورودی، دینامیک خودخلبان، طراحی در فضای سه بعدی و مقاومت نسبت به شتاب جسم هدف، در قالب یک مسئله طراحی قانون هدایت بررسی نشده اند که این موارد در این پژوهش در نظر گرفته شده است. در این مقاله، هدف طراحی کنترل کننده مقاوم با در نظر گرفتن دینامیک خودخلبان در حضور اشباع ورودی ها برای سیستم هدایت رهگیر زمین به هوا است. در ابتدا، مدل سازی مناسب مسئله در مختصات تعقیب - گریز<sup>۳</sup> برای رهگیر و هدف در فضای سه بعدی کروی ارائه می شود. پس از آن و برای برقراری شرایط برخورد، با در نظر گرفتن شتاب هدف به عنوان اغتشاش خارجی و قید اشباع موجود در ورودی های سیستم، تابع هزینه مناسب استخراج می شود. حل مسئله بازی مجموع صفر به دست آمده، معادل حل نامساوی دیفرانسیلی همیلتون - ژاکوبی - ایزاک خواهد بود که به علت پیچیدگی ناشی از دینامیک های غیرخطی سیستم و قیود، دارای جواب بسته نخواهد بود. لذا در ادامه با استفاده از برنامه ریزی پویای تطبیقی، تابع مقدار موجود در نامساوی همیلتون - ژاکوبی - ایزاک با استفاده از شبکه عصبی تقریب زده می شود. وزن های موجود در شبکه عصبی با استفاده از یک الگوریتم برون خط محاسبه شده و با استفاده از آن ها ورودی کنترلی مناسب به دست خواهد آمد. برای بررسی کارایی قانون هدایت به دست آمده، عملکرد آن با قانون هدایت تناسی افزوده شده<sup>۴</sup> برای رسیدن به اجسام با قدرت مانور بالا مقایسه می شود.

- 1 Adaptive dynamic programming
- 2 Sun et al.
- 3 Pursuit-evasion
- 4 Augmented Proportional Navigation (APN)

$$x(t) = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9]^T =$$

$$\begin{bmatrix} r \ \theta \ \varphi \ V_r \ V_\theta \ V_\varphi \ u_{Mr} \ u_{M\theta} \ u_{M\varphi} \end{bmatrix}^T$$

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_4, \frac{x_5}{x_1 \cos(x_3)}, \frac{x_6}{x_1}, \frac{(x_5^2 + x_6^2)}{x_1} \\ -x_7, \frac{-x_4 x_5}{x_1} + \frac{x_5 x_6 \tan(x_3)}{x_1} - x_8, \\ \frac{-x_4 x_6}{x_1} - \frac{x_5 x_5 \tan(x_3)}{x_1} - x_9, \frac{-x_7}{\tau}, \frac{-x_8}{\tau}, \frac{-x_9}{\tau} \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

$$g(x) = \frac{1}{\tau} \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \end{bmatrix}, k(x) = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} \\ I_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} \end{bmatrix}$$

$$u(t) = \begin{bmatrix} u_r \\ u_\theta \\ u_\varphi \end{bmatrix}, d(t) = \begin{bmatrix} w_r \\ w_\theta \\ w_\varphi \end{bmatrix}$$

که در آن منظور از 0 و I به ترتیب ماتریس صفر و واحد با ابعاد مناسب است.

با استفاده از فرمول‌بندی انجام‌شده در فضای سه‌بعدی برای مسئله برخورد، می‌توان شرایط مختلف رهگیر و هدف، مانند قرار گرفتن در صفحات مختلف، قدرت مانور متفاوت هدف و تغییرات در دینامیک سیستم خودخلبان، را مورد مطالعه قرار داد.

### ۳- فرمول‌بندی شرایط برخورد

در طراحی یک قانون هدایت مناسب:

۱- بایستی هم‌زمان کاهش فاصله بین رهگیر و هدف ( $x_1 \rightarrow 0$ ) و به صفر رساندن سرعت نسبی در راستای محورهای  $\theta$  و  $\varphi$  ( $x_5, x_6 \rightarrow 0$ ) مورد توجه قرار گیرد. برقراری این شرایط باعث می‌شود که رهگیر و هدف در موقعیت برخورد مستقیم قرار گرفته و در فاز پایانی با فعال شدن حسگرهای تشخیص مجاورت، برخورد با هدف صورت گیرد.

۲- از آنجایی که هدف مورد نظر در این کاربرد می‌تواند قدرت مانور زیادی داشته باشد، و ممکن است مشکلاتی در اندازه‌گیری دقیق این مقدار وجود داشته باشد، قانون هدایت باید مجزا از شتاب هدف طراحی شود. بدین وسیله، قانون هدایت طراحی شده نسبت به این اغتشاش خارجی مقاوم خواهد بود.

۳- علاوه بر موارد مطرح‌شده، مسئله مهم دیگر محدودیت در دامنه و انرژی شتاب رهگیر است، زیرا با افزایش ارتفاع از سطح زمین توانایی مانوردهی رهگیر کاهش یافته و برخورد بایستی با کمترین مقدار مصرف انرژی صورت گیرد؛ بنابراین در مسئله این مقاله وجود قید اشباع ورودی

با مشتق‌گیری از طرفین رابطه (۱)، شتاب‌های نسبی سیستم به صورت رابطه (۲) به دست خواهند آمد.

$$\begin{cases} \ddot{r} - r\dot{\varphi}^2 - r\dot{\theta}^2 \cos^2(\varphi) = w_r - u_{Mr} \\ r\ddot{\theta} \cos \varphi + 2\dot{r}\dot{\theta} \cos(\varphi) - 2r\dot{\varphi}\dot{\theta} \sin(\varphi) = w_\theta - u_{M\theta} \\ r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi} + r\dot{\theta}^2 \cos(\varphi) \sin(\varphi) = w_\varphi - u_{M\varphi} \end{cases} \quad (2)$$

که در این معادله،  $w_r$ ،  $w_\theta$  و  $w_\varphi$  مؤلفه‌های شتاب جسم هدف و  $u_{Mr}$ ،  $u_{M\theta}$  و  $u_{M\varphi}$  مؤلفه‌های شتاب اعمالی رهگیر در راستاهای مشخص‌شده در شکل ۱ هستند. اگرچه رابطه (۲) به‌خوبی توصیف‌کننده موقعیت تعقیب - گریز می‌باشند، اما در پیاده‌سازی واقعی مابین فرمان شتاب اعمالی به رهگیر و شتاب واقعی آن تفاوت وجود دارد که ناشی از ایده‌آل نبودن سیستم خودخلبان است. در اکثر هدف‌ها، شتاب جانبی درخواستی توسط مرکز هدایت با دینامیک مشخصی که وابسته به پارامترهایی مانند ساختار هدف، شرایط حرکتی و سیستم کنترل به کار رفته است، به شتاب واقعی تبدیل می‌شود. در حالت کلی، این دینامیک غیرخطی و پیچیده است. لذا در اغلب موارد طراحی قانون هدایت، از دینامیک‌های مرتبه اول و یا دوم برای مدل کردن این دینامیک استفاده می‌شود که از آن به دینامیک خودخلبان تعبیر می‌شود. بنابراین، با در نظر گرفتن دینامیک‌های مرتبه اول برای سیستم خودخلبان خواهیم داشت

$$\begin{cases} \tau \dot{u}_{Mr} + u_{Mr} = u_r \\ \tau \dot{u}_{M\theta} + u_{M\theta} = u_\theta \\ \tau \dot{u}_{M\varphi} + u_{M\varphi} = u_\varphi \end{cases} \quad (3)$$

که در این معادله  $u_r$ ،  $u_\theta$  و  $u_\varphi$  مؤلفه‌های کنترلی شتاب رهگیر، و  $\tau$  ثابت زمانی سیستم خودخلبان است. با در نظر گرفتن  $V_r = \dot{r}$  و  $V_\theta = r\dot{\theta} \cos(\varphi)$  و  $V_\varphi = r\dot{\varphi}$  رابطه‌های (۲) و (۳) به صورت فضای حالت رابطه (۴) تبدیل خواهند شد.

$$\dot{x}(t) = f(x) + g(x)u(t) + k(x)d(t) \quad (4)$$

که در آن بردار حالت  $x(t)$ ، میدان برداری  $f(x)$ ، بردار شتاب رهگیر  $u(t)$  و بردار شتاب هدف  $d(t)$  به صورت رابطه (۵) تعریف می‌شود.

$$H(x, V_x, u, d) = V_x^T (f + gu + kd) + h^T h + \|u\|^2 - \gamma^2 \|d\|^2 \quad (7)$$

که در آن  $V = \int_t^\infty J(x, u, d) d\tau$ ،  $h^T h = k_1 x_1^2 + k_2 x_5^2 + k_3 x_6^2$  تابع مقدار و  $V_x = \frac{\partial V}{\partial x}$  است. برای به دست آوردن قانون کنترل بایستی نقاط ایستای تابع همیلتونین محاسبه شوند یعنی:

$$\begin{aligned} \min_{u \in U} \max_d H(x, V_x, u, d) \\ \max_d \min_{u \in U} H(x, V_x, u, d) \end{aligned} \quad (8)$$

برای حل مسئله کنترل بهینه کلاسیک، یک پاسخ بهینه و در واقع یک نقطه کمینه برای تابع هزینه به دست می‌آید، اما در مسائل بازی تفاضلی که از آن‌ها تعبیر به مسئله بهینه دوطرفه می‌شود، یک پاسخ بهینه برای ورودی و یک پاسخ بهینه برای اغتشاش به دست می‌آید و تابع هزینه در نقطه پاسخ‌های بهینه به صورت زینی خواهد بود. در واقع رابطه (۸) شامل دو معادله جهت یافتن پاسخ‌های بهینه برای ورودی و اغتشاش است. منظور از  $u \in U$  قوانین کنترلی است که در ناحیه شدنی تعریف شده در رابطه (۶) قرار گیرند؛ اما همان‌طور که مشاهده می‌شود محاسبه رابطه (۸) نیازمند حل بهینه‌سازی مقید است که برای مسئله تعریف شده در این مقاله (و بسیاری مسائل دیگر) قابلیت حل ندارد؛ بنابراین قدم اول در حل مسئله بازی مجموع صفر تعریف شده مواجهه با قیود اشباع ورودی‌ها و تبدیل مسئله به یک مسئله نامقید می‌باشد. ابوخلف و لویس [۱۸]، برای دخالت دادن قید اشباع ورودی‌ها پیشنهاد داده‌اند که به جای تعریف نرم، از شبه‌نرم رابطه (۹) استفاده شود.

$$\|u\|_q^2 = 2 \int_0^u \phi^{-1}(v) dv = \sum_{k=1}^m 2 \int_0^{u_k} \phi^{-1}(v) dv \quad (9)$$

در این رابطه  $\phi^{-1}$  یک تابع اکیدا افزایشی است که در این صورت به عنوان نمونه، تابع  $\phi(\cdot)$  می‌تواند  $\tanh(v)$  باشد. شبه‌نرم تعریف شده تمامی خاصیت‌های نرم عادی را غیر از خاصیت همگنی دارا می‌باشد [۱۹]. با این تعریف، تابع همیلتونین تعریف شده در رابطه (۷) به صورت رابطه (۱۰) بازنویسی خواهد شد.

و محدودیت در انرژی مصرفی از اهمیت خاصی برای نویسندگان برخوردار بوده و لذا این موارد نیز بایستی در طراحی قانون هدایت مدنظر قرار گیرند. همچنین از دیگر موارد مهم در این طراحی، مقاوم‌بودن قانون هدایت به دست‌آمده نسبت به تغییرات دینامیکی در سیستم خودخلبان است. با در نظر گرفتن موارد مطرح شده، فرمول‌بندی بازی مجموع صفر به صورت رابطه (۶) ارائه می‌شود به طوری که تمامی خواسته‌های طراحان سیستم را برآورده کند.

$$\begin{aligned} \int_0^\infty J(x, u, d) d\tau = \\ \int_0^\infty (k_1 x_1^2 + k_2 x_5^2 + k_3 x_6^2 + u^T u - \gamma^2 d^T d) dt \\ \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x) + g(x)u(t) + k(x)d(t) \\ |u_r(t)| \leq \beta_1 \\ |u_\theta(t)| \leq \beta_2 \\ |u_\phi(t)| \leq \beta_3 \end{cases} \quad (6) \end{aligned}$$

در بازی با مجموع صفر، هدف اغتشاش بیشینه کردن تابع هزینه و هدف کنترل، کمینه کردن آن است. بنابراین تابع هزینه در رابطه (۶) را می‌توان به صورت زیر تفسیر کرد:

بیاید ورودی کنترلی را که تابع هزینه‌ای را که تحت تأثیر بیشینه‌کننده‌ترین اغتشاش قرار دارد کمینه کند.

این همان عملکرد کنترل  $H_\infty$  است. همچنین، در این معادله،  $\beta_i$  مشخص‌کننده حد تلاش کنترلی،  $k_i$  پارامتر آزاد مشخص‌کننده وزن متغیرهای سیستم و  $\gamma$  پارامتر آزاد مشخص‌کننده میزان تضعیف اغتشاش خارجی (شتاب هدف) می‌باشد.

در قسمت بعدی این مقاله به حل مسئله فوق با استفاده از برنامه‌ریزی پویای تطبیقی و طراحی قانون هدایت مقاوم می‌پردازیم.

#### ۴- طراحی قانون هدایت مقاوم

برای مسائل بهینه‌سازی دینامیکی، استفاده از تابع همیلتونین متداول‌ترین شیوه برای یافتن پاسخ بهینه است لذا برای حل مسئله بازی مجموع صفر مطرح شده، ابتدا تابع همیلتونین را به صورت رابطه (۷) تشکیل می‌دهیم [۱]:

این کنترل کننده به عنوان شرایط اولیه مجدداً در حلقه داخلی برای به دست آوردن اغتشاش و تابع مقدار به روز شده استفاده می شود.

اگرچه حل رابطه (۱۲) از همیلتون - ژاکوبی - ایزاک داده شده در رابطه (۱۱) ساده تر است، اما هنوز در فرآیند تکراری داده شده پیچیدگی در محاسبه  $V(x)$  وجود دارد، لذا برای کاهش این پیچیدگی از شبکه عصبی برای تقریب جواب تابع مقدار رابطه (۱۲) استفاده شده است [۲۱]. در این مرجع تقریب تابع مقدار به صورت رابطه (۱۴) در نظر گرفته شده است.

$$\hat{V}_j^i(x) = \sum_{k=1}^L w_{j,k}^i \sigma_k(x) = (w_j^i)^T \sigma_L(x) \quad (14)$$

که در آن:

$$\sigma_L(x) = [\sigma_1(x) \quad \sigma_2(x) \quad \dots \quad \sigma_L(x)]^T \quad (15)$$

$$w = [w_1 \quad w_2 \quad \dots \quad w_L]^T$$

است. اگرچه می توان از توابع فعال ساز مانند  $\tanh(\cdot)$  و سیگموئید<sup>۱</sup> در شبکه عصبی استفاده نمود، اما پیچیدگی حاصل شده در محاسبات پارامترهای شبکه عصبی نویسندگان را بر آن داشته است که از توابع فعال ساز چند جمله ای بهره ببرند. اثبات شده است که وزن های شبکه عصبی پیشنهاد شده را می توان با استفاده از رابطه حداقل مربعات رابطه (۱۶) به دست آورد.

$$w_j^i = - \left( (X_j^i)^T X_j^i \right)^{-1} (X_j^i Y_j^i) \quad (16)$$

که در این رابطه برای محاسبه  $X_j^i$  و  $Y_j^i$  ابتدا بایستی  $p$  نقطه مجزا در ناحیه قرارگیری حالت های سیستم در نظر گرفت و با استفاده از آنها، ماتریس های مورد نظر را به صورت رابطه (۱۷) محاسبه کرد.

$$X_j^i = \left[ \nabla \sigma_L F_j^i \Big|_{x_1} \quad \nabla \sigma_L F_j^i \Big|_{x_2} \quad \dots \quad \nabla \sigma_L F_j^i \Big|_{x_p} \right]^T \quad (17)$$

$$Y_j^i = \left[ H_j^i \Big|_{x_1} \quad H_j^i \Big|_{x_2} \quad \dots \quad H_j^i \Big|_{x_p} \right]^T$$

نماد  $\nabla$  بیانگر گرادیان و به معنای مشتق گیری برداری و نماد  $F \Big|_{x_i}$  بیانگر محاسبه مقدار تابع  $F$  در نقطه  $x_i$  است. همچنین در این معادله،

$$H(x, V_x, u, d) = V_x^T (f + gu + kd) + h^T h + 2 \int_0^u \phi^{-1}(v) dv - \gamma^2 \|d\|^2 \quad (10)$$

همان طور که مشاهده می شود، با استفاده از روش پیشنهاد شده، مسئله به نسخه بهینه سازی غیرمقید تبدیل شده است. با برابر قرار دادن شرایط رابطه (۸) برای به دست آوردن کنترل کننده، بایستی معادله دیفرانسیل رابطه (۱۱) حل شود [۲۰].

$$V_x^T f - V_x^T g \phi \left( \frac{1}{2} g^T V_x \right) + h^T h - \phi \left( \frac{1}{2} g^T V_x \right) + 2 \int_0^u \phi^{-1}(v) dv + \frac{1}{4\gamma^2} V_x^T k k^T V_x = 0 \quad (11)$$

این معادله در واقع حالت تعمیم یافته نامساوی همیلتون - ژاکوبی - ایزاک است که برای مسئله مورد بررسی در این مقاله دارای جواب بسته نیست. لذا در ادامه با استفاده از ادبیات سیستم های کنترل، شیوه محاسبه تابع  $V(x)$  با استفاده از یک الگوریتم بیان می شود. همچنین توجه شود که بر اساس خواص شبه نرم تعریف شده، قانون کنترل به دست آمده قید اشباع تعریف شده را برآورده می کند.

در مرجع [۲۰] نشان داده شده است که می توان رابطه (۱۱) را با استفاده از یک الگوریتم با دو حلقه تکرار حل کرد، بدین صورت که با داشتن یک کنترل کننده ابتدایی پایدار کننده  $u_j$  در حلقه داخلی، ابتدا رابطه (۱۲) حل شود:

$$\left( V_{xj}^i \right)^T (f_j + kd^i) + h^T h + 2 \int_0^{u_j} \phi^{-1}(v) dv - \gamma^2 \|d^i\|^2 = 0 \quad (12)$$

که در آن  $f_j(x) = f(x) + g(x)u_j$  است. در این حلقه، مقدار اغتشاش خارجی به صورت  $d^{i+1} = \frac{1}{2\gamma^2} k^T V_{xj}^i$  محاسبه می شود. پس از آنکه در این حلقه، مقدار  $V_j^i$  به مقدار نهایی  $V_j^*$  رسید در حلقه خارجی، کنترل کننده با استفاده از رابطه (۱۳) محاسبه می شود.

$$u_{j+1} = -\phi \left( \frac{1}{2} g^T V_{xj}^* \right) \quad (13)$$

1 Sigmoid

داریم:

برای بخش تکرار سیاست<sup>۱</sup>، از شبکه عصبی با توابع فعال ساز چندجمله‌ای

از درجه دو و سه استفاده می‌شود [۲۰]. تعداد جملات در این حالت  $L = ۷۴$

بوده و اهداف مطرح‌شده برای مسئله را برآورده می‌کند. همچنین مقدار

ابتدایی تضعیف در نظر گرفته شده برای حل همیلتون - ژاکوبی - ایزاک،

$\gamma = ۱۰$  است.

$$\sigma_L(x) = [x_1 x_7, x_2 x_7, x_3 x_7, x_4 x_7, x_5 x_7, x_6 x_7, x_7^2, x_8 x_7, x_9 x_7, x_{10} x_7, x_{11} x_7^2, x_{12} x_7^2, x_{13} x_7^2, x_{14} x_7^2, x_{15} x_7^2, x_{16} x_7^2, x_{17} x_7^2, x_{18} x_7^2, x_{19} x_7^2, x_{20} x_7^2, x_{21} x_7^2, x_{22} x_7^2, x_{23} x_7^2, x_{24} x_7^2, x_{25} x_7^2, x_{26} x_7^2, x_{27} x_7^2, x_{28} x_7^2, x_{29} x_7^2, x_{30} x_7^2, x_{31} x_7^2, x_{32} x_7^2, x_{33} x_7^2, x_{34} x_7^2, x_{35} x_7^2, x_{36} x_7^2, x_{37} x_7^2, x_{38} x_7^2, x_{39} x_7^2, x_{40} x_7^2, x_{41} x_7^2, x_{42} x_7^2, x_{43} x_7^2, x_{44} x_7^2, x_{45} x_7^2, x_{46} x_7^2, x_{47} x_7^2, x_{48} x_7^2, x_{49} x_7^2, x_{50} x_7^2, x_{51} x_7^2, x_{52} x_7^2, x_{53} x_7^2, x_{54} x_7^2, x_{55} x_7^2, x_{56} x_7^2, x_{57} x_7^2, x_{58} x_7^2, x_{59} x_7^2, x_{60} x_7^2, x_{61} x_7^2, x_{62} x_7^2, x_{63} x_7^2, x_{64} x_7^2, x_{65} x_7^2, x_{66} x_7^2, x_{67} x_7^2, x_{68} x_7^2, x_{69} x_7^2, x_{70} x_7^2, x_{71} x_7^2, x_{72} x_7^2, x_{73} x_7^2, x_{74} x_7^2, x_{75} x_7^2, x_{76} x_7^2, x_{77} x_7^2, x_{78} x_7^2, x_{79} x_7^2, x_{80} x_7^2, x_{81} x_7^2, x_{82} x_7^2, x_{83} x_7^2, x_{84} x_7^2, x_{85} x_7^2, x_{86} x_7^2, x_{87} x_7^2, x_{88} x_7^2, x_{89} x_7^2, x_{90} x_7^2, x_{91} x_7^2, x_{92} x_7^2, x_{93} x_7^2, x_{94} x_7^2, x_{95} x_7^2, x_{96} x_7^2, x_{97} x_7^2, x_{98} x_7^2, x_{99} x_7^2, x_{100} x_7^2]$$

(۲۰)

با فرض‌های در نظر گرفته شده، الگوریتم مطرح شده در شکل ۲ به خوبی

اجرا گردید و مقدار  $\gamma = ۰/۱$  در پایان اجرای الگوریتم به دست آمد. وزن‌های

شبکه عصبی به صورت رابطه (۲۱) هستند.

$$w = 40[-1.14, 45.04, 22.67, -4.39, 1.89, -0.21, 4.25, -1.77, 1.42, -0.001, -0.16, 0.19, 0.01, 0.007, -0.008, 0.03, -0.025, -0.03, 4.1 \times 10^{-4}, -16.41, 28.5, 1.47 \times 10^{-4}, -6.2 \times 10^{-4}, 1.28 \times 10^{-4}, 0.004, 0.013, -1.08, -185.66, 82.76, -1.08, 4.37 \times 10^{-4}, 1.74, -0.88, -1.29, -3.01 \times 10^{-4}, -0.07, -0.026, 4.75 \times 10^{-4}, 1.78 \times 10^{-4}, 9.27 \times 10^{-4}, -0.004, -0.001, -0.001, 1.57 \times 10^{-4}, 17.64, -41.73, 9.71 \times 10^{-4}, 0.001, 2.73 \times 10^{-4}, 0.02, 0.018, 319.93, -52.82, 3.23, -0.62, -0.1968, 2.05, 0.002, -0.52, 0.28, 0.007, 0.003, -0.009, -0.08, -0.018, 0.027, -9.4 \times 10^{-4}, -18.1, 69.7, -2.08 \times 10^{-4}, 0.001, -4.95 \times 10^{-4}, -0.03, 0.001]^T$$

(۲۱)

$$H_j^i = h^T h + 2 \int_{\mathbb{R}^n} \phi^{-1}(v) dv - \gamma^2 \|d^i\|^2 \quad (۱۸)$$

شکل ۲ الگوریتم مطرح شده را به صورت کلی نشان می‌دهد [۲۱].

در این الگوریتم، ابتدا شرایط اولیه مناسب اعم از توابع هزینه، نرون‌های

شبکه عصبی، ناحیه تقریب به همراه قانون کنترل پایدار مجانبی اولیه و

تعداد تکرار حلقه داخلی و خارجی انتخاب می‌شوند. پس از آن، با استفاده از

رابطه (۱۶) وزن‌های شبکه عصبی و اغتشاش مربوط به آن به دست می‌آیند.

این حلقه به میزان  $I_1$  بار تکرار شده و پس از این تعداد تکرار، قانون کنترل

به روز رسانی می‌شود، بدین معنا که قانون کنترل به دست آمده به عنوان شرایط

اولیه سیستم در نظر گرفته می‌شود. این فرآیند به تعداد  $I_2$  بار تکرار می‌شود

و پس از آن، با کاهش مقدار تضعیف در کنترل کننده مقاوم و استفاده از

آخرین کنترل کننده به دست آمده به عنوان شرایط اولیه جدید، الگوریتم تکرار

می‌شود. همچنین الگوریتم مطرح شده، دارای اثبات پایداری با استفاده از

نظریه پایداری لیاپانوف است که در اینجا از تکرار آن خودداری می‌شود.

## ۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش از مقاله، به شبیه‌سازی قانون هدایت مقاوم به دست آمده در

مواجهه با اهداف با قدرت مانورهای مختلف می‌پردازیم. الگوریتم مطرح شده

برای اجرا نیازمند انتخاب شرایط اولیه متناسب با مسئله تعریف شده می‌باشد.

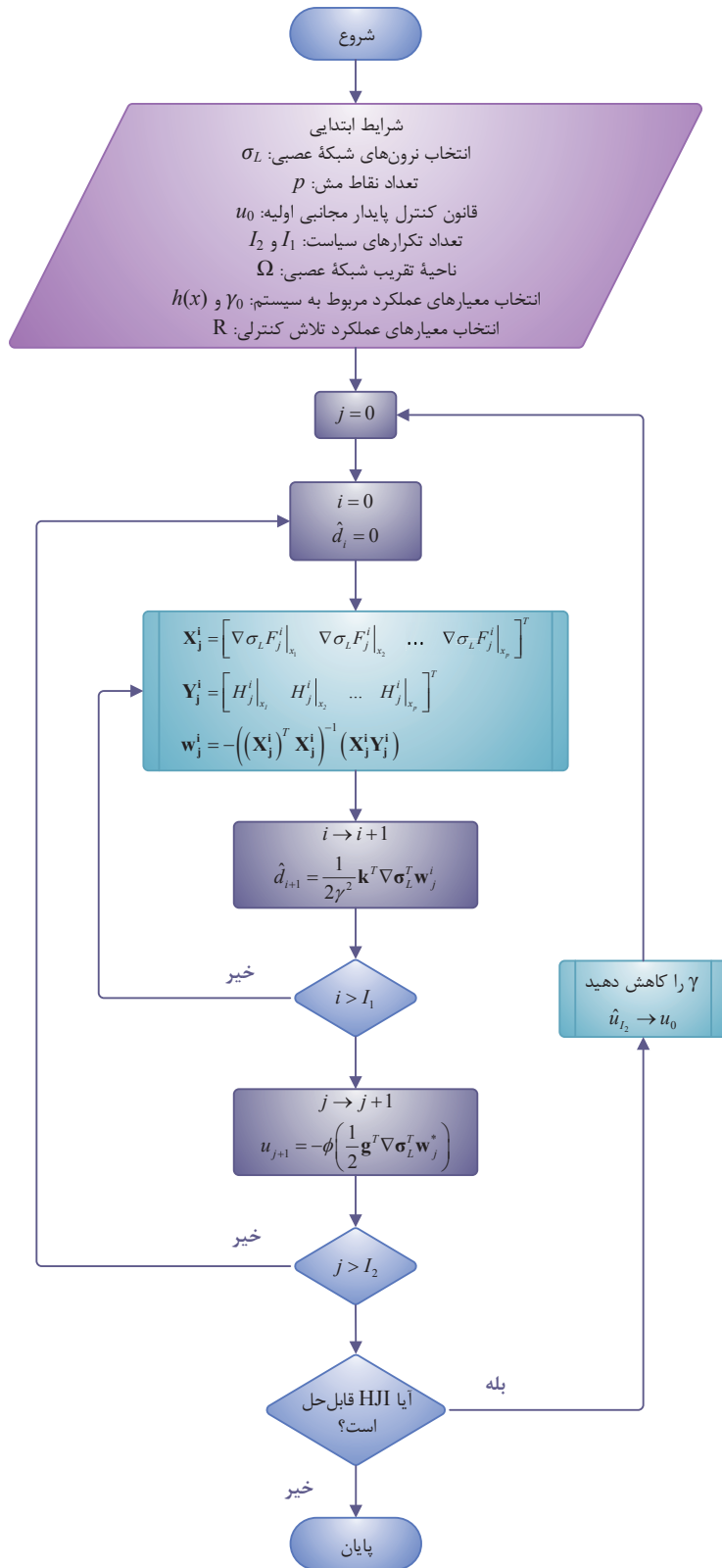
در این مسئله، این شرایط به همراه مقدار پارامترهای مربوط به درجات آزادی

تعریف شده در رابطه (۶)، در رابطه (۱۹) داده شده‌اند.

$$u_0 = \begin{bmatrix} 50 \tanh(0.01x_4) \\ 50 \tanh(2x_5) \\ 50 \tanh(3x_6) \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} |x_1| \leq 6000 \\ |x_i| \leq \pi & i = 2, 3 \\ |x_i| \leq 500 & i = 4, 5, 6 \\ |x_i| \leq 200 & i = 7, 8, 9 \end{cases}, \begin{cases} k_1 = 100 \\ k_2 = 1 \\ k_3 = 1 \end{cases} \quad (۱۹)$$

$$\beta_i = 200 \quad i = 1, 2, 3, \quad \tau = 0.1$$



شکل ۲: الگوریتم طراحی کنترل مقاوم مقید با استفاده از برنامه‌ریزی پویای تطبیقی

Fig. 2. Design algorithm of robust constraint control using adaptive dynamic programming



لذا کنترل کننده با استفاده از وزن های به دست آمده رابطه (۲۱) به صورت رابطه (۲۲) خواهد بود.

$$u = -\beta \tanh\left(\frac{1}{2\beta} g^T(x) \nabla \sigma_L^T w\right) \quad (22)$$

سه دسته شبیه سازی برحسب نوع شتاب جسم هدف (اغتشاش خارجی) در فضای سه بعدی انجام شده است. در تمامی موارد، شرایط ابتدایی به گونه ای در نظر گرفته شده است که رهگیر و هدف در یک صفحه قرار نگرفته باشند. این ملاحظات در رابطه های (۲۳) تا (۲۵) آورده شده اند [۲۲].  
۱) هدف با شتاب پله

$$\begin{aligned} [r(0), \theta(0), \varphi(0), V_r(0), V_\theta(0), V_\varphi(0)]^T &= \\ \left[4\text{km}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, -500 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right]^T & \\ w_r = \lambda_T \bar{e}_r & \\ w_\theta = \lambda_T \frac{-\dot{\varphi}}{\sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta} \cos^2(\varphi)}} \bar{e}_\theta & \\ w_\varphi = \lambda_T \frac{\dot{\theta} \cos(\varphi)}{\sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta} \cos^2(\varphi)}} \bar{e}_\varphi & \end{aligned} \quad (23)$$

۲) هدف با شتاب شیب

$$\begin{aligned} [r(0), \theta(0), \varphi(0), V_r(0), V_\theta(0), V_\varphi(0)]^T &= \\ \left[5\text{km}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, -500 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right]^T & \\ w_r = \lambda_T t \bar{e}_r & \\ w_\theta = \lambda_T t \frac{-\dot{\varphi}}{\sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta} \cos^2(\varphi)}} \bar{e}_\theta & \\ w_\varphi = \lambda_T t \frac{\dot{\theta} \cos(\varphi)}{\sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta} \cos^2(\varphi)}} \bar{e}_\varphi & \end{aligned} \quad (24)$$

۳) هدف با شتاب سینوسی

$$\left[6\text{km}, \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{3}, -500 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}, 300 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right]^T$$

$$w_r = \lambda_T \sin(\omega t) \bar{e}_r \quad (25)$$

$$w_\theta = \lambda_T \sin(\omega t) \frac{-\dot{\varphi}}{\sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta} \cos^2 \varphi}} \bar{e}_\theta$$

$$w_\varphi = \lambda_T \sin(\omega t) \frac{\dot{\theta} \cos \varphi}{\sqrt{\dot{\varphi}^2 + \dot{\theta} \cos^2 \varphi}} \bar{e}_\varphi$$

که در این معادلات،  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  و  $\lambda$  یک عدد تصادفی در بازه  $[0, \lambda g]$  است که برای شتاب پله و شیب با علامت مثبت (هدف دورشونده از رهگیر) و برای شتاب سینوسی با علامت منفی (هدف نزدیک شونده به رهگیر) در نظر گرفته می شود. همچنین لازم به ذکر است که هدف انتخابی در دسته اهداف با قدرت مانور بالا قرار می گیرد که برای دستیابی به آن ها باید سرعت رهگیر از سرعت هدف بیشتر باشد. در خصوص اهداف با سرعت بالا، با توجه به محدودیت حرکتی رهگیر دفاعی بایستی از تنظیم زاویه برخورد و یا استفاده از سیستم های چندعامله استفاده کرد.

عملکرد روش پیشنهادی با قانون هدایت تناسبی افزوده شده تحت شرایط یکسان هدف برای هر دو قانون هدایت (طراحی شده و هدایت تناسبی افزوده شده) مقایسه شده و نتایج آن نیز ارائه می گردد. قانون هدایت تناسبی افزوده شده به صورت زیر است [۱]:

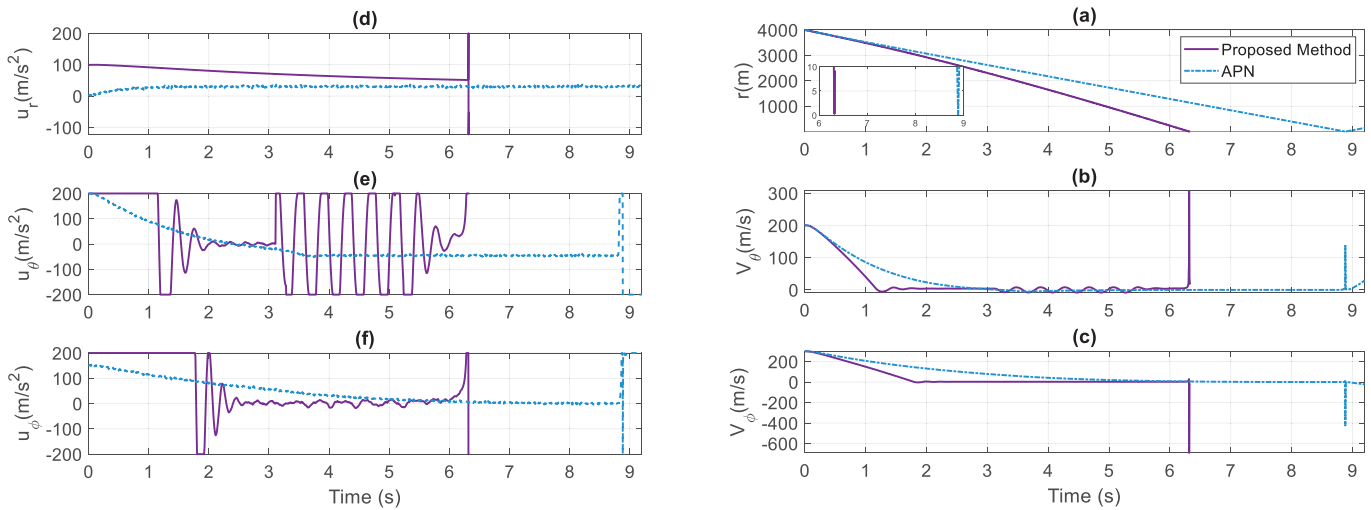
$$\begin{aligned} u_\theta &= -N \dot{r} \dot{\theta} + w_\theta \\ u_\varphi &= -N \dot{r} \dot{\varphi} + w_\varphi \end{aligned} \quad (26)$$

که در آن، پارامتر  $N$  برابر با ۴ در نظر گرفته می شود. همان طور که مشاهده می شود، در قانون هدایت تناسبی افزوده شده مؤلفه های شتاب هدف نیز مورد استفاده قرار می گیرد. از این رو بایستی این مقادیر اندازه گیری شوند که این مسئله برخلاف قانون طراحی شده در روش پیشنهادی در این مقاله است که در آن مقاومت قانون هدایت نسبت به مقدار شتاب هدف تضمین می گردد. جهت بررسی مقاومت قانون پیشنهادی به شتاب جسم، فرض می شود که در تمام حالت های تحت بررسی، اندازه گیری هر کدام از مؤلفه های شتاب هدف با ناپیوستگی به شکل نویز سفید با  $\mu = 0$  و  $\sigma = 5$  همراه است. همچنین کلیه شرایط شبیه سازی برای هر دو قانون هدایت یکسان در نظر گرفته شده اند و زمان لازم برای برخورد به همراه کمترین فاصله با هدف در جدول ۱ آورده شده اند.

**Table 1. Impact time for designed guidance law and APN for different target maneuver**

**جدول ۱: زمان برخورد برحسب تائیه برای قانون هدایت طراحی شده و هدایت تناسبی افزوده شده با تغییر شتاب هدف**

قانون هدایت تناسبی افزوده شده		روش پیشنهادی		نوع شتاب هدف
زمان برخورد (ثانیه)	کمترین فاصله (متر)	زمان برخورد (ثانیه)	کمترین فاصله (متر)	
۸٫۸۱	۰٫۱	۶٫۳۰	۰٫۲۵	پله
عدم برخورد	۷۰۰	۷٫۷۸	۰٫۳	شیب
۶٫۸۴	۱٫۳	۶٫۱۱	۰٫۱	سینوس



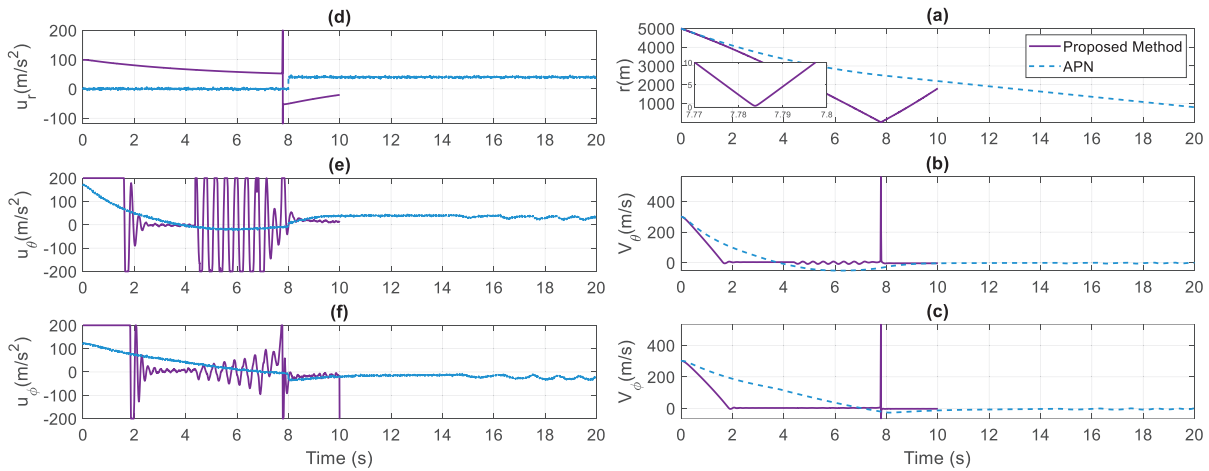
**شکل ۳:** نتایج شبیه‌سازی قانون هدایت مقاوم و قانون هدایت تناسبی افزوده شده برای هدف دارای شتاب پله: (a) فاصله رهگیر و هدف، (b) سرعت پیش‌زاویه  $\theta$ ، (c) سرعت پیش‌زاویه  $\phi$  و (d)، (e)، (f) تلاش کنترلی در راستای محورهای  $r$ ،  $\theta$ ،  $\phi$

**Fig. 3. Simulation results for robust guidance law and APN for a target with step maneuver: (a) distance between target and interceptor, (b) elevation angle rate, (c) azimuth angle rate, (d), (e), and (f) control efforts along  $r$ ,  $\theta$ , and  $\phi$  axes**

تعیین شده محقق شده است. از سوی دیگر قانون هدایت تناسبی افزوده شده عملکرد ضعیف‌تری نسبت به روش پیشنهادی دارد، زیرا در ثانیه ۶٫۳ که تحت هدایت قانون طراحی شده رهگیر به هدف برخورد کرده است، فاصله نسبی رهگیر و هدف برای هدایت تناسبی افزوده شده، ۱۱۵۰ متر است و برخورد در ثانیه ۸٫۸ رخ می‌دهد که در شرایط حساس برخورد، این زمان طولانی‌تر مورد رضایت نمی‌باشد.

در این قسمت به شبیه‌سازی قانون هدایت طراحی شده و قانون هدایت

شکل ۳ نتایج شبیه‌سازی قانون هدایت مقاوم طراحی شده و هدایت تناسبی افزوده شده را برای هدف با شتاب پله نشان می‌دهد. در این نسخه از شبیه‌سازی، فرض می‌شود که شتاب هدف با ثابت زمانی ۰٫۳ ثانیه در دسترس الگوریتم هدایت تناسبی افزوده شده قرار می‌گیرد. همان‌طور که از شکل ۳ مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده طراحی شده به خوبی توانسته است برخورد را با به صفر رساندن فاصله و نرخ پیش‌زاویه‌های  $\theta$  و  $\phi$  محقق سازد. همچنین این مسئله با قرار گرفتن مقدار قانون کنترل در محدوده مجاز



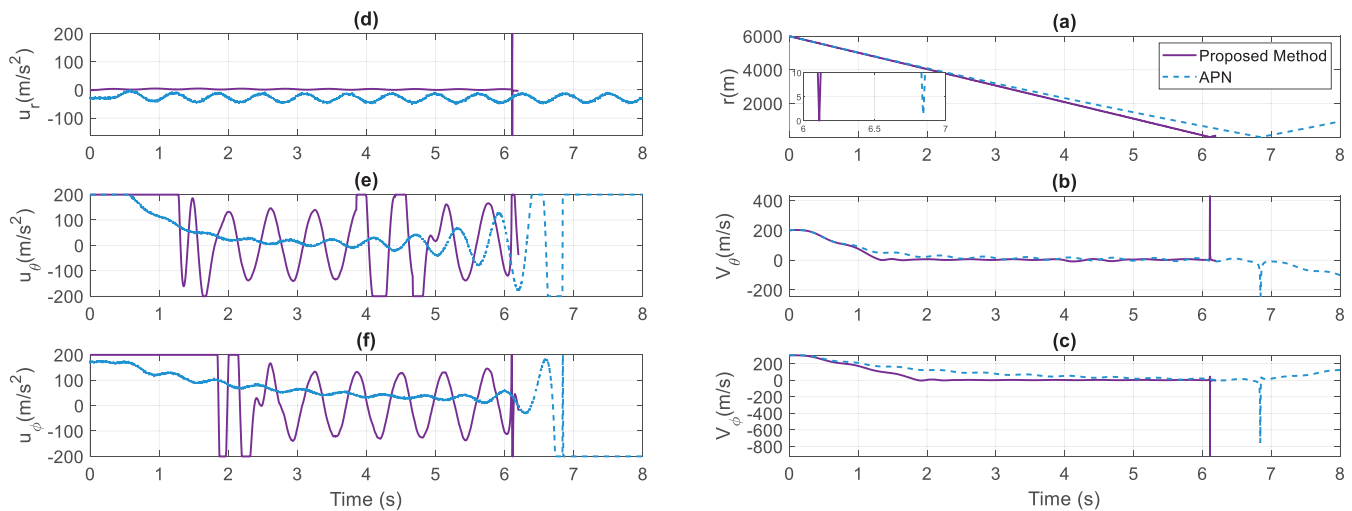
**شکل ۴:** نتایج شبیه‌سازی قانون هدایت مقاوم و قانون هدایت تناسبی افزوده‌شده برای هدف دارای شتاب شیب: (a) فاصله رهگیر و هدف، (b) سرعت پیش‌ش زاویه  $\theta$ ، (c) سرعت پیش‌ش زاویه  $\phi$  و (d)، (e)، (f) تلاش کنترلی در راستای محورهای  $r$ ،  $\theta$ ،  $\phi$

**Fig. 4. Simulation results for robust guidance law and APN for a target with ramp maneuver: (a) distance between target and interceptor, (b) elevation angle rate, (c) azimuth angle rate, (d), (e), and (f) control efforts along  $r$ ,  $\theta$ , and  $\phi$  axes**

واقعیت‌های موجود در مورد اندازه‌گیری شتاب هدف همخوانی دارد. شکل ۵ نتایج شبیه‌سازی قانون هدایت طراحی شده و هدایت تناسبی افزوده‌شده را برای هدفی با این نوع شتاب نشان می‌دهد. همان‌طور که از شکل‌های (a) تا (c) می‌توان مشاهده کرد قانون هدایت طراحی شده با موفقیت توانسته است برخورد رهگیر با هدف را در کمتر از ۶٫۱۱ ثانیه محقق سازد؛ اما از سوی دیگر قانون هدایت تناسبی افزوده‌شده، در این حالت عملکرد مناسبی نداشته و نمی‌تواند فاصله نسبی بین جسم و هدف را به کمتر از یک متر برساند. در خصوص پیش‌ش زاویه‌های سمت  $V_\theta$  و فراز  $V_\phi$  نیز می‌توان گفت که نتیجه حاصل از شبیه‌سازی هدایت تناسبی افزوده‌شده، دینامیک کندتری در قیاس با روش پیشنهادی دارد و در لحظه تغییر علامت فاصله نسبی مقدار غیرصفر دارند. بررسی مقدار تلاش کنترلی لازم برای حالت‌های شبیه‌سازی صورت گرفته نشان می‌دهد که نوع شتاب هدف به صورت مستقیم در خروجی کنترلی قانون هدایت تناسبی افزوده‌شده ظاهر می‌شود. از این رو وجود نویز سفید در اندازه‌گیری، باعث اعمال آن به محرک‌های رهگیر نیز خواهد شد که قانون کنترلی طراحی شده از این جهت نیز دارای برتری قابل توجهی است؛ زیرا نسبت به نوع شتاب هدف و وجود نویز اندازه‌گیری در آن مقاوم است.

تناسبی افزوده‌شده در مقابل اهداف با شتاب شیب می‌پردازیم. از جمله مشکلات موجود در اندازه‌گیری شتاب هدف وجود قطعی سیگنال به دلیل از کار افتادن سنسور و یا رویت‌گر شتاب است. برای اعمال این مشکل، در این قسمت فرض می‌شود که در ۸ ثانیه ابتدایی پرواز رهگیر، هیچ‌گونه اطلاعاتی پیرامون شتاب به الگوریتم‌های هدایت نمی‌رسد. نتایج شبیه‌سازی قانون هدایت رهگیر طراحی شده و قانون هدایت تناسبی افزوده‌شده برای این شبیه‌سازی در شکل ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که شکل‌های (a) تا (c) نشان می‌دهد، قانون هدایت طراحی شده به خوبی توانسته است مسئله، یعنی برخورد موفقیت‌آمیز با هدف، را در ثانیه ۷٫۷۸ به سرانجام برساند، این در حالی است که به دلیل قدرت بالای مانور هدف، قانون هدایت هدایت تناسبی افزوده‌شده اگرچه توانسته است پیش‌ش زوایای سمت  $V_\theta$  و فراز  $V_\phi$  را به صفر برساند، اما این قانون در نهایت نتوانسته برخورد موفقیت‌آمیز با هدف را برآورده کند.

در این قسمت به بررسی عملکرد قانون هدایت طراحی شده برای اهداف دارای شتاب سینوسی که از جمله اهداف با دستیابی مشکل محسوب می‌شوند، می‌پردازیم. همچنین فرض می‌گردد که شتاب اندازه‌گیری شده هدف دارای بایاس  $-30$  و تأخیر  $0.3$  ثانیه نیز می‌باشد که این مسئله با



**شکل ۵:** نتایج شبیه‌سازی قانون هدایت مقاوم و قانون هدایت تناسبی افزوده‌شده برای هدف دارای شتاب سینوسی: (a) فاصله رهگیر و هدف، (b) سرعت پیشش زاویه  $\theta$ ، (c) سرعت پیشش زاویه  $\varphi$  و (d)، (e)، (f) تلاش کنترلی در راستای محورهای  $r$ ،  $\theta$ ،  $\varphi$

**Fig. 5.** Simulation results for robust guidance law and APN for a target with sine maneuver: (a) distance between target and interceptor, (b) elevation angle rate, (c) azimuth angle rate, (d), (e), and (f) control efforts along  $r$ ,  $\theta$ , and  $\varphi$  axes

آن بوده که این موارد در شبیه‌سازی‌های صورت‌گرفته به خوبی نشان داده شده‌اند.

## ۷- فهرست علائم

علائم انگلیسی	
فضای برداری $n$ بعدی	$R^n$
فاصله نسبی رهگیر و هدف در راستای خط دید	$r$
شتاب اعمالی به رهگیر در راستای $r$ ، $\theta$ و $\varphi$	$u_\varphi, u_\theta, u_r$
سرعت نسبی در راستای $r$ ، $\theta$ و $\varphi$	$V_\varphi, V_\theta, V_r$
شتاب هدف در راستای $r$ ، $\theta$ و $\varphi$	$w_\varphi, w_\theta, w_r$
بردارهای یکه دستگاه مختصات کروی	$e_\varphi, e_\theta, e_r$
مؤلفه‌های شتاب اعمالی رهگیر در دستگاه کروی	$u_{M\varphi}, u_{M\theta}, u_{Mr}$
بردار حالت	$x(t)$
میدان برداری	$f(x)$
بردار شتاب هدف	$u(t)$
بردار اغتشاش	$d(t)$
تابع مقدار	$V$
مشتق تابع مقدار	$V_x$
پارامترهای وزن دهی	$k_3, k_2, k_1$

در خصوص نقطه‌ضعف قانون هدایت مقاوم پیشنهادی، می‌توان به نوسانات شدید آن در هر سه حالت شبیه‌سازی اشاره کرد که دلیل آن هم جبران نبود اطلاعات از شتاب هدف می‌باشد. لازم به ذکر است که با به‌کارگیری محرک‌های با پهنای باند مناسب می‌توان سیگنال طراحی شده را در عمل نیز پیاده‌سازی کرد.

## ۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله، با استفاده از برنامه‌ریزی پویای تطبیقی به طراحی قانون هدایت مقاوم برای رهگیر زمین به هوا با در نظر گرفتن دینامیک مرتبه اول برای سیستم خودخلبان و همچنین قید اشباع ورودی‌ها در فضای سه‌بعدی کروی پرداخته شد. بدین منظور، پس از مدل‌سازی مسئله مورد مطالعه در فضای سه‌بعدی کروی به منظور برقراری شرایط برخورد، طراحی قانون هدایت به صورت یک بازی مجموع صفر برای دستیابی به برخورد رهگیر به هدف فرمول‌بندی گردید. در ادامه، با استفاده از نظریه برنامه‌ریزی پویای تطبیقی، الگوریتم محاسبه قانون کنترل مقاوم برای هدایت رهگیر و حل مسئله نامساوی دیفرانسیلی همیلتون - ژاکوبی - ایزاک ارائه شد. مهم‌ترین مزیت قانون هدایت طراحی شده نسبت به قانون هدایت تناسبی افزوده‌شده، عدم نیاز به اندازه‌گیری شتاب هدف و در نتیجه آن، مقاومت نسبت به

3346.

- [6] G.L. Li, H. Yan, H.-B. Ji, A guidance law with finite time convergence considering autopilot dynamics and uncertainties, *International Journal of Control, Automation and Systems*, 12(5) (2014) 1011-1017.
- [7] Z. Zhang, S. Li, S. Luo, Terminal guidance laws of missile based on ISMC and NDOB with impact angle constraint, *Aerospace Science and Technology*, 31(1) (2013) 30-41.
- [8] J. Song, S. Song, Three-dimensional guidance law based on adaptive integral sliding mode control, *Chinese Journal of Aeronautics*, 29(1) (2016) 202-214.
- [9] V. Rajasekhar, A. Sreenatha, Fuzzy logic implementation of proportional navigation guidance, *Acta Astronautica*, 46(1) (2000) 17-24.
- [10] B.S. Chen, Y.Y. Chen, C.-L. Lin, Nonlinear fuzzy  $H_\infty$  guidance law with saturation of actuators against maneuvering targets, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(6) (2002) 769-779.
- [11] C.D. Yang, H.Y. Chen, Nonlinear H robust guidance law for homing missiles, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 21(6) (1998) 882-890.
- [12] A.V. Savkin, P.N. Pathirana, F.A. Faruqi, Problem of precision missile guidance: LQR and  $H_\infty$  control frameworks, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 39(3) (2003) 901-910.
- [13] C.S. Shieh, Tunable  $H_\infty$  robust guidance law for homing missiles, *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 151(1) (2004) 103-107.
- [14] C.D. Yang, H.Y. Chen, Three-dimensional nonlinear  $H_\infty$  guidance law, *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, 11(2) (2001) 109-129.
- [15] J. Sun, C. Liu, Finite-horizon differential games for

همیلتونین	$H$
وزن در شبکه عصبی	$w$
تعداد مش	$p$
تعداد تکرارهای سیاست	$I_2, I_1$
شرایط اولیه شبیه سازی	$u_0$
نسبت ناوبری مؤثر	$N$
تعداد لایه های پنهان شبکه عصبی	$L$
علائم یونانی	
مقدار تضعیف اغتشاش خارجی	$\gamma$
ثابت زمانی خودخلبان	$\tau$
زاویه سمت خط دید	$\theta$
زاویه فراز خط دید	$\varphi$
حد تلاش کنترلی	$\beta_3, \beta_2, \beta_1$
تابع استفاده شده در تعریف شبه نرم	$\phi(\cdot)$
تابع فعالساز شبکه عصبی	$\sigma_i$
ناحیه تقریب شبکه عصبی	$\Omega$
عدد تصادفی برای شتاب هدف	$\lambda$
میانگین نویز سفید	$\mu$
انحراف معیار نویز سفید	$\sigma$

## منابع

- [1] A.E. Bryson, *Applied optimal control: optimization, estimation and control*, Routledge, 2018.
- [2] R. Yanushevsky, W. Boord, New approach to guidance law design, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 28(1) (2005) 162-166.
- [3] Y. Shtessel, C. Edwards, L. Fridman, A. Levant, *Sliding mode control and observation*, Springer, 2014.
- [4] Y.B. Shtessel, I.A. Shkolnikov, A. Levant, Guidance and control of missile interceptor using second-order sliding modes, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 45(1) (2009) 110-124.
- [5] S. Phadke, S.E. Talole, Sliding mode and inertial delay control based missile guidance, *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 48(4) (2012) 3331-

- 779-791.
- [19] T.M. Apostol, *Mathematical analysis*, Addison-Wesley Reading, 1964.
- [20] M. Abu-Khalaf, F.L. Lewis, J. Huang, Policy iterations on the Hamilton–Jacobi–Isaacs equation for  $H_\infty$  state feedback control with input saturation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 51(12) (2006) 1989-1995.
- [21] M. Abu-Khalaf, F.L. Lewis, J. Huang, Neurodynamic programming and zero-sum games for constrained control systems, *IEEE Transactions on Neural Networks*, 19(7) (2008) 1243-1252.
- [22] C.F. Lin, *Modern navigation, guidance, and control processing*, Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ, 1991.
- missile–target interception system using adaptive dynamic programming with input constraints, *International Journal of Systems Science*, 49(2) (2018) 264-283.
- [16] J. Sun, C. Liu, Q. Ye, Robust differential game guidance laws design for uncertain interceptor-target engagement via adaptive dynamic programming, *International Journal of Control*, 90(5) (2017) 990-1004.
- [17] F.P. Adler, Missile guidance by three-dimensional proportional navigation, *Journal of Applied Physics*, 27(5) (1956) 500-507.
- [18] M. Abu-Khalaf, F.L. Lewis, Nearly optimal control laws for nonlinear systems with saturating actuators using a neural network HJB approach, *Automatica*, 41(5) (2005)