



مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت دوفازی در داخل کanal و اطراف لوله با روش لتیس بولتزمن

سیما باجلان^۱، رامین کوهی کمالی^{*}، محمد حسن رحیمیان^۲

^۱دانشکده فنی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

^۲دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه تهران، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸-۰۱-۲۰

بازنگری: ۱۳۹۸-۰۷-۲۰

پذیرش: ۱۳۹۸-۰۸-۱۴

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸-۰۹-۱۸

کلمات کلیدی:

لتیس-بولتزمن

فیلم‌ریزان

لوله افقی

جریان دوفازی

انتقال حرارت

خلاصه: تعیین مشخصه‌های دینامیکی و دمایی جریان دوفازی داخل کanal و فیلم‌ریزان روی لوله از اهمیت بالایی برخوردار است. با توجه به تأثیر عمده نیروی کشش سطحی و حجم محاسبات مرتبط با دقت و پایداری محاسبه

نیروهای ریز مقیاس، کاربرد روش مسکوکوپیک لتیس بولتزمن در حال گسترش است. در این مطالعه با استفاده از

از روش لی و مدل میدان فازی و همچنین روش اسکالار منفعل دمایی، جریان و انتقال حرارت فیلم مادون سرد

ریزان داخل کanal بخار و اطراف لوله افقی مدل‌سازی شده است. شرط‌های مرزی بهینه برای سطوح منحنی و

مرزهای جانی در حالت باز و بسته بررسی شده است. نسبت چگالی مدل‌سازی ۲۰، نسبت سایر خواص مطابق با

سیال آب و قطر خارجی لوله ۲۸/۹ میلی‌متر است. میدان جریان، دما، و فشار ارائه و جزئیات رفتاری از جمله روند

پیشروی مرز مشترک، جریان‌های چرخشی و ناسلت مشخص شده است. اعتبار روش بر اساس قانون لاپلاس، مدل

همرفت دوفازی رایلی-بنارد، تغییرات لایه مرزی حرارتی با ضخامت فیلم‌ریزان روی لوله، اثر رینولدز بر ناسلت، و

بقای جرم دامنه تعیین شده است. بر اساس نتایج، این روش در مدل‌سازی جریان و انتقال حرارت دوفازی اطراف

سطح منحنی با حفظ پایداری در نسبت پارامترهای فیزیکی ارائه شده از دقت مناسب برخوردار است.

۱- مقدمه

فرآهم‌سازی شرایط دقیق مسئله و با نتیجه‌گیری‌های مبنی بر مشاهده همراه است. تعداد محدودی مطالعه تجربی به بررسی فیلم‌ریزان روی تک لوله افقی در محدوده مشخصی از پارامترها پرداخته‌اند [۴]. در همین تعداد مطالعات نیز، عموماً از تجهیزات مربوط به دسته لوله استفاده شده است و ضرایب و تخمین‌هایی برای تک لوله اعمال شده است.

در خصوص حل عددی جریان دوفازی، مشکل اصلی تشخیص صحیح مرز مشترک است. این مرز از فرآیندهای میکروسکوپیک در مقیاس مولکولی ناشی می‌شود. بنابراین ماهیت این جریان از هیدرودینامیک پیوسته فاصله گرفته و مکانیزم‌های پیچیده‌ای بوجود می‌آید. به همین دلیل، روش‌های ماکروسکوپیک نیاز به ریزتر شدن

جریان و انتقال حرارت دوفازی اطراف موانع منحنی دارای کاربرد گسترده در صنایع مختلف است. طراحی و بهینه‌سازی سیستم‌های شامل این نوع جریان، وابسته به شناسایی جزئیات رفتار جریانی و دمایی آن‌است. جریان تک‌فاز افقی اطراف لوله توسط روش‌های مختلف تجربی، عددی و تحلیلی مورد مطالعه قرار گرفته است [۳-۱].

۱. ولی شناخت جامع پدیده‌های مختلف درگیر در جریان و انتقال حرارت فیلم‌ریزان اطراف لوله گرم واقع در میدان گازی در محدوده وسیع پارامترهای فیزیکی و هندسی کماکان با محدودیت‌هایی روبرو می‌باشد. مطالعات تجربی علاوه بر هزینه‌بر بودن، با دشواری‌های

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: kouhikamali@guilan.ac.ir



با استفاده از روش انتگرالی روابطی برای ضخامت، سرعت، توزیع دما، ضریب انتقال حرارت و ناسلت بر اساس موقعیت زاویه محیطی لوله در معرض فیلم‌ریزان استخراج نمود. بر اساس فرضیات و ساده‌سازی‌های اعمال، نتایج آن‌ها تنها در محدوده مشخصی از اعداد بی‌بعد شامل رینولدز و پرانتل معتبر است.

میرجلالی و همکاران [۱۱] در مروری دیگر بر کارآمدی روش‌ها نشان دادند که، به جای استفاده از روش حجم سیال با میدان محاسباتی کمتر، می‌توان به نتایج دقیق‌تر با زمان حل عددی کمتر با استفاده از میدان فازی دست پیدا کرد. آن‌ها دریافتند که بزرگترین چالش باقی‌مانده در این زمینه توسعه مدلی پایدار با هزینه و مقیاس‌پذیری بهینه‌تر از روش میدان فازی است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که به دلیل استفاده از مدل میدان فازی در اکثر روش‌های لتیس بولتزمن^۱ و اساس جنبشی مولکوکی معادلات، رفتار ماکروسکوپیک جریانی و دمایی در بهینه‌ترین حالت خود با روش‌های لتیس بولتزمن مدل خواهد شد. این روش در سال‌های اخیر به دلیل مقیاس مسوسکوپیک و دقت بالا، به عنوان جایگزینی کارآمد برای روش‌های کلاسیک عددی در حل مسائل چندفازی معرفی شده است. در این راستا مطالعاتی با هدف مقایسه روش‌های مختلف کلاسیک با روش لتیس بولتزمن انجام شده است. سانکارانارایانان و همکاران [۱۲] به مقایسه روش ردبایی مرز اختلاف محدود با روش لتیس بولتزمن برای حرکت حباب در حالت پایدار و نوسانی پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که هر دو روش از نظر کیفی مشابه هستند. همچنین از نظر کمی نتایج برای حباب با حرکت نوسانی تا ۶ درصد اختلاف دارند. آن‌ها نتیجه گرفتند که روش لتیس بولتزمن روشنی قابل اعتماد حتی در مسائل پیچیده و از نظر برنامه‌نویسی ساده‌تر است. اسکاربولو و همکاران [۱۳] به مقایسه مدل میدان فازی و روش لتیس بولتزمن پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که هزینه محاسبات روش کلاسیک حداقل ۳ برابر روش لتیس بولتزمن است. همچنین در مواردی که روش لتیس بولتزمن نتایج غیرواقعی دارد، روش کلاسیک نیز رفتاری مشابه دارد. مقایسه روش المان محدود و لتیس بولتزمن توسط دزیکوواسکی و همکاران [۱۴] برای جریان تک‌فازی اطراف چند سیلندر انجام شده است. اختلاف نتایج گزارش شده حدکثر ۱ درصد است. طبق نظر محققین، این امر می‌تواند به دلیل شبکه‌بندی

شبکه در نزدیک مرز به دلیل ضعف در ردبایی مرز مشترک و نیروی کشش سطحی دارند. از دو دهه قبل، مطالعات عددی گسترده‌ای به منظور یافتن حل عددی بهینه صورت پذیرفته است. علاوه بر این خطأ در محاسبه کشش سطحی و محاسبه مشتق آن عامل ایجاد جریان‌های غیرفیزیکی (جریان پارازیتی) در مدل‌سازی عددی جریان‌های دوفازی می‌گردد. این جریان جعلی باعث تشکیل میدان سرعت با ساختاری مشخص در نزدیک مرز مشترک می‌گردد که با دور شدن از مرز مشترک اثر آن کاهش می‌یابد. با توجه به حجم و سرعت بالای انتشار پژوهش‌های عددی، میرجلالی و همکاران [۵] به مروری جامع بر ارزیابی روش‌های کلاسیک عددی متداول در این زمینه پرداختند. آن‌ها نتیجه گرفتند که روش میدان فازی و روش حجم محدود قابل اعتمادترین روش‌ها برای سرمایه‌گذاری در آینده هستند. همچنین آن‌ها برتری مدل میدان فازی را در پیش‌بینی کشش سطحی، ردبایی انحنای مرز و حفظ بقای جرم نشان دادند. از جمله مطالعات عددی مرتبط، لیو و ژو [۶] به بررسی تجربی و عددی انتقال حرارت در فیلم‌ریزان مادون‌سرد روی تک لوله افقی در محدوده مشخص رینولدز و پرانتل پرداختند. ریبیرو و همکاران [۷] نیز جریان آرام ریزان روی لوله داخل کانال را به صورت تجربی و عددی برای رینولدزهای کمتر از ۴۰ بررسی کردند. نتایج آن‌ها نشان داد که، روش‌های کلاسیک عددی کماکان با چالش‌های مربوط به تخمین شبکه مناسب و محاسبه دقیق اثر کشش سطحی و همچنین مشکل پایداری مدل همراه است. برخی مطالعات [۸ و ۹] با بهبود روش‌های عددی حجم محدود به مطالعه فیلم‌ریزان روی دو یا سه لوله در رژیمهای جریانی مختلف تا رینولدز ۳۰۰۰ پرداختند. هدف آن‌ها ارزیابی روش با بررسی تغییرات ضخامت فیلم با قطر لوله بوده است. این مطالعات با ساده‌سازی‌هایی از جمله فرض فیلم‌ریزان پایدار اولیه تشکیل شده اطراف سیلندر همراه است. همچنین در این مطالعات بدون درنظر گرفتن میدان دما، تنها به اعتبار سنجی نتایج اثرات رینولدز و پارامترهای هندسی بر ضخامت فیلم پرداخته شده است. همچنین روابط ریاضی و تحلیلی جامعی برای تعیین رفتارهای جریانی دو دمایی وجود ندارد. به عنوان مثال، فلیپووا [۱۰] با اعمال ساده‌سازی‌هایی از جمله فرض فیلم هموار با ضخامت کم در مقایسه با شعاع لوله و با صرف نظر از تنش برشی مرز، اثرات مومنتم فیلم و چگالی فاز گاز، به بررسی تحلیلی جریان ریزان مایع روی لوله پرداخت. وی

فیلپووا و هانل [۱۰] برای جریان‌های چندفازی استفاده شده است. می و همکاران [۲۰] به بهبود این شرط‌های مرزی برای پایداری و دقت بیشتر در حل میدان جریان پرداخته‌اند. همچنین گوا و همکاران [۲۱] روشی برای تعیین شرط مرزی با دقت بالاروی سطوح منحنی برای روش اسکالار منفعل معرفی نمودند.

در این مطالعه به مدل‌سازی رفتار جریانی و دمایی یک جت آب با دمای ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد که از بالا به طور قائم تحت وزن خود روی یک استوانه افقی با قطر $28/9$ میلی‌متر در دمای ۱۱۰ درجه سانتی‌گراد جریان می‌یابد، پرداخته می‌شود. بدین منظور از روش شبکه بولتزمن دوفازی لی و مدل میدان فازی و مدل دمایی اسکالار منفعل اینامورا و همکاران [۲۲] استفاده می‌شود. همچنین شرط‌های مرزی بهبود یافته جریانی و دمایی سطوح منحنی [۲۰ و ۲۱] اعمال شده است. فاصله محل سقوط در بالای سطح استوانه $H=28/9\text{mm}$ است. جریان آب پس از عبور از روی سطح استوانه به شکل یک فیلم نازک از پایین آن جدا می‌شود. فیلم مایع پس از جدا شدن از استوانه در اثر پدیده ناپایداری هلمهولتز به‌شکل قطراتی ظاهر و به‌طرف پایین سقوط می‌کند. شکل‌گیری و اندازه قطرات به نرخ جریان مایع، قطر استوانه، نرخ تبخیر، سرعت نسبی بین سطح فیلم و محیط اطراف و به دنبال آن تنش برشی بین این دو محیط بستگی دارد. در این پژوهش ضمن استفاده از روش دوفازی با مقایسه مزوسکوپیک به منظور ردیابی اثرات عوامل مختلف، خواص فازهای مدل‌سازی مطابق خواص سیال آب با نسبت چگالی ۲۰، نسبت لزجت $4/2$ و نسبت هدایت حرارتی ۹ می‌باشد. پیش از مدل‌سازی فیلم‌ریزان اطراف لوله، به منظور اعتبارسنجی روش و مقایسه شرط‌های مرزی جریان و دما، ابتدا جریان ریزان داخل کanal بخار بدون حضور مانع، مدل می‌شود.

۲- معادلات حاکم

در مدل لی هر دو فاز مایع و گاز تراکم‌ناپذیر فرض می‌شوند. همچنین از مدل میدان فازی بر اساس معادله جابجایی کان-هیلیارد^۱ برای ردیابی مرز فازها استفاده می‌شود. بر این اساس نرخ جریان جرمی نفوذی بر اساس گرادیان پتانسیل شیمیایی ($j=-M\nabla\mu$)^۲ تعریف می‌شود. در این رابطه $\nabla\mu$ ضریب تحرک‌پذیری^۳ و

ساختراریافته روش لتیس بولتزمن باشد. همچنین آن‌ها نشان دادند که، هر دو روش توانایی حل مطالعه جریان‌های گردابهای پیچیده را دارند. روش المان محدود سرعت همگرایی پایین‌تری در حل مانع مستطیلی دارد که می‌تواند به دلیل ضعف همگرایی در مدل‌سازی لبه‌های تیز باشد. ریو و کو [۱۵] به مقایسه دو روش لتیس بولتزمن و حجم سیال برای مدل‌سازی جریان‌های دوفازی پرداختند. طبق نتایج گزارش شده توسط آن‌ها روش لتیس بولتزمن نتایج معتبرتری ارائه می‌دهد. همچنین در مقادیر بالای کشش سطحی برای حرکت فاز بخار جواب‌های دقیق‌تری دارد. در نهایت موخرجی و همکاران [۱۶] در سال ۲۰۱۸ به مقایسه روش بهبود یافته روش کلاسیک حجم سیال و روش لتیس بولتزمن به منظور تعیین نقاط ضعف و قوت هر یک از آن‌ها پرداختند. در این مطالعه جریان چندفازی قطربه در حال حرکت بررسی شده است. طبق نتایج گزارش شده، مرتبه بزرگی جریان پارازیتی روش لتیس بولتزمن حداقل ۱ تا ۳ مرتبه کمتر از روش حجم سیال است. همچنین سرعت محاسبات روش لتیس بولتزمن به صورت تقریبی 10^0 برابر روش حجم سیال است. از طرف دیگر لتیس بولتزمن نیاز به حجم بیشتری برای ذخیره‌سازی اطلاعات دارد. از دیگر نتایج قابل توجه آن‌ها افزایش میزان جریان پارازیتی و ناپایداری عددی روش حجم سیال با اصلاح شبکه‌بندی برای ردیابی فاکتورهای ریزمقیاس است.

از سوی دیگر، اساس جنبشی روش لتیس بولتزمن عامل ناپایداری آن و ایجاد کننده جریان‌های پارازیتی است. به همین دلیل در سال‌های اخیر با تمرکز بر یافتن حل پایدار با دقت و کارآیی مناسب، پدیده‌های مختلف فیزیکی توسط این روش مدل‌سازی شده است. شرط پایداری در اکثر مدل‌ها نسبت چگالی کمتر از 10^0 و لزجت‌های یکسان دوفاز است. یکی از پایدارترین و دقیق‌ترین روش‌ها برای جریان‌های دوفازی با توجه به مرتبه جریان‌های پارازیتی و سرعت همگرایی روش لی [۱۷] است. پایداری این روش بدون مرزهای منحنی و برای قطربه ساکن تا نسبت چگالی 1000 و نسبت لزجت 100 تأیید شده است. از دیگر مسائل کلیدی روش لتیس بولتزمن، وابستگی شرط مرزی، پایداری و دقت نتایج است. با توجه به تفاوت در توابع توزیع مدل‌های مختلف، امکان استفاده از شرط‌های مرزی مدل‌های تکفازی در مدل دوفازی لی به صورت کامل وجود ندارد. در برخی مطالعات دوفازی لتیس بولتزمن [۱۸ و ۱۹] از شرط‌های مرزی منحنی بهبود یافته

¹ Convective Cahn-Hilliard Equation

² Diffusive Flow Rate

³ Mobility

$$\bar{h}_\alpha^{eq} = h_\alpha^{eq} - \frac{\delta t}{2} (e_\alpha - u). \quad (6)$$

$$\left[\nabla C - \frac{C}{\rho c_s^2} (\nabla p_h + C \nabla \mu - F_{ext}) \right] \Gamma_\alpha \quad (6)$$

وتابع توزیع سرعت و فشار g در مرحله بروخورد توسط لی [۱۷] بهصورت رابطه (۷) تعریف شده است؛

$$\bar{g}_\alpha(x + e_\alpha \delta t, t + \delta t) - \bar{g}_\alpha(x, t) = -\frac{1}{\tau + 0.5} (\bar{g}_\alpha - \bar{g}_\alpha^{eq}) \quad (7)$$

$$+ \delta t (e_\alpha - u) \cdot \left[\nabla \rho c_s^2 (\Gamma_\alpha - \Gamma_\alpha(0)) + (-C \nabla \mu + F_{ext}) \Gamma_\alpha \right] \Big|_{(x, t)} \quad (7)$$

که \bar{g}_α و \bar{g}_α^{eq} تابع توزیع تعادلی و تابع توزیع ذره هستند [۱۷]؛

$$\bar{g}_\alpha = g_\alpha + \frac{(g_\alpha - g_\alpha^{eq})}{2\tau} - \frac{\delta t}{2} (e_\alpha - u) \quad (8)$$

$$\cdot \left[\nabla \rho c_s^2 (\Gamma_\alpha - \Gamma_\alpha(0)) + (-C \nabla \mu + F_{ext}) \Gamma_\alpha \right]$$

$$\bar{g}_\alpha^{eq} = g_\alpha^{eq} - \frac{\delta t}{2} (e_\alpha - u) \cdot \left[\nabla \rho c_s^2 (\Gamma_\alpha - \Gamma_\alpha(0)) + (-C \nabla \mu \Gamma_\alpha + F_{ext}) \right] \quad (9)$$

$$g_\alpha = f_\alpha c_s^2 + (p_h - \rho c_s^2) \Gamma_\alpha(0)$$

ترم نیروی خارجی که در این مطالعه همان نیروی جاذبه است بهصورت رابطه (۱۰) تعریف می‌شود [۱۸]؛

$$F_{ext} = (\rho - \rho_g) g \quad (10)$$

با صرفنظر از اثرات حرارتی کار فشار و اتلاف گرما به دلیل ماخ پایین جریان و فرض تراکمناپذیری، مدل اسکالر منفعل برای حل میدان دما به کار بردہ می‌شود. با گسته‌سازی معادله انرژی (رابطه (۱۱)) در سیستم لتیس، تابع توزیع s_α در مرحله بروخورد، توسط اینامورا و همکاران [۲۲] بهصورت رابطه (۱۲) معرفی شده است:

$$\frac{\partial T}{\partial t} + u \cdot \nabla T = \alpha \nabla^2 T \quad (11)$$

$$\bar{s}_\alpha(x + e_\alpha \delta t, t + \delta t) - \bar{s}_\alpha(x, t) = -\frac{1}{\tau_T + 0.5} (\bar{s}_\alpha - \bar{s}_\alpha^{eq}) \Big|_{x, t} \quad (12)$$

μ پتانسیل شیمیایی در حالت حداقل انرژی است. معادلات پیوستگی برای فاز i مخلوط دوفازی با چگالی بهصورت زیر می‌باشد:

$$\frac{\partial \tilde{\rho}_i}{\partial t} + \nabla \cdot \tilde{\rho}_i u_i = 0, (i = L, G) \quad (11)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \vec{u}) + \nabla \cdot (\rho \vec{u} \vec{u}) = -\nabla P + \nabla \cdot \tau + \rho \vec{g} + \vec{F} \quad (2)$$

استخراج معادلات لتیس بولتزمن دوفازی از معادله گستته بولتزمن برای سیالات غیرایده‌آل شروع شده است [۱۷]؛

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + e_i \cdot \nabla \cdot f_i = \frac{1}{\tau} (f_i - f_i^{eq}) + \frac{1}{\rho C_s^2} (e_i - u) \cdot F f_i^{eq} \quad (3)$$

در این رابطه $\tau = \lambda / \partial t$ زمان استراحت، e_i بردار جهت ذرات و C_s سرعت صوت در مختصات لتیس می‌باشد. مدل لی با معرفی ترم نیرویی جدید، شامل اثر عوامل مختلف داخلی و خارجی بر میدان فشار، موفق به بهبود میدان سرعت و فشار و حذف جریان‌های پارازیتی و کاهش زمان پایداری شده است. این روش دارای دو تابع توزیع h و g برای انتقال جرم و مومنتوم است، که برآیند گسته‌سازی آن‌ها در سیستم D2Q9 برای مخلوط دوفازی در ادامه ارائه شده است. برای تابع توزیع انتقال جرم، با معرفی نسبت ترکیب $C = \rho_{local} / \rho_l$ تابع توزیع $h_\alpha = (C / \rho) f_\alpha$ معرفی شده است. در این رابطه α جهت برداری در مختصات لتیس و f_α تابع توزیع ذرات است. رابطه (۱) تابع توزیع نسبت ترکیب در مرحله بروخورد می‌باشد [۱۷]؛

$$\bar{h}_\alpha(x + e_\alpha \delta t, t + \delta t) - \bar{h}_\alpha(x, t) = -\frac{1}{\tau + 0.5} (\bar{h}_\alpha - \bar{h}_\alpha^{eq}) \quad (4)$$

$$+ \delta t (e_\alpha - u) \cdot \left[\nabla C - \frac{C}{\rho c_s^2} (\nabla p_h + C \nabla \mu - F_{ext}) \right] \Gamma_\alpha \Big|_{(x, t)} \quad (4)$$

در این رابطه $\Gamma_\alpha(u) = f_\alpha^{eq} / \rho$ می‌باشد. رابطه زمان استراحت با لرجت بهصورت $\tau = c_s^2 \tau \delta t$ است. همچنین \bar{h}_α و \bar{h}_α^{eq} تابع توزیع تعادلی و تابع توزیع ذره می‌باشند [۱۷]؛

$$\bar{h}_\alpha = h_\alpha + \frac{(h_\alpha - h_\alpha^{eq})}{2\tau} - \frac{\delta t}{2} (e_\alpha - u) \cdot \left[\nabla C - \frac{C}{\rho c_s^2} (\nabla p_h + C \nabla \mu - F_{ext}) \right] \Gamma_\alpha \quad (5)$$

جدول ۱. مقادیر پارامترهای فیزیکی و مقادیر معادل واحد لتیس

Table 1. Physical parameters and lattice unit values cross reference

| پارامتر فیزیکی | نماد | واحد | مقدار واقعی | مقدار لتیس |
|----------------|-----------------|-----------------|-------------|------------|
| چگالی مایع | ρ_l | kg/m^3 | ۷۳۹ | ۱ |
| چگالی گاز | ρ_g | kg/m^3 | ۳۶/۶ | ۰/۰۵ |
| دما لوله | T_{wall} | K | ۳۷۳/۱۵ | ۳۷۳/۱۵ |
| دما فیلم ورودی | T_{in} | K | ۳۸۳/۱۵ | ۳۸۳/۱۵ |
| نسبت لزجت | μ_l / μ_g | -- | ۴/۸ | ۴/۸ |

جدول ۲. مشخصات هندسی و مقادیر معادل واحد لتیس

Table 2. Geometrical parameters and lattice unit values cross reference

| پارامتر هندسی | نماد | واحد | مقدار واقعی | مقدار لتیس |
|-------------------|------|------|-------------|------------|
| عرض ورودی فیلم | W | mm | ۱/۱۶ | ۲ |
| قطر لوله | D | mm | ۲۸/۹ | ۵۰ |
| ارتفاع ورودی فیلم | H | mm | ۲۸/۹ | ۵۰ |

۳- پارامترهای هندسی و فیزیکی در واحد لتیس و اعداد بی بعد مدلسازی

از مراحل مهم مدل سازی چندفازی لتیس بولتزمن، تعیین ضرایب تبدیل واحد لتیس است. اکثر مطالعات برای شرایط پایدار و صرف نظر از خواص سیال صورت می‌پذیرد. رعایت همزمان نسبت چگالی بالا، نسبت لزجت و نسبت نفوذ حرارتی برای سیال‌های واقعی از اصلی‌ترین چالش‌های پایداری این روش است. همچنین ابعاد هندسی مسائل فیلم‌ریزان در عمل در لوله‌های حدود ۱ اینچ و دهانه ورودی در مرتبه میلی‌متر است. این مرتبه عددی، در پایداری و کنترل سایر نسبت‌ها محدودیت ایجاد می‌کند. از سوی دیگر فرض تراکم‌ناپذیری هر دوفاز در مدل لی اعمال کننده محدودیت بر سرعت ورودی جريان و سایر پارامترهای مؤثر است. در این پژوهش، با بررسی جنبه‌های مختلف پایداری، مدل سازی در نسبت چگالی ۲۰، با حفظ نسبت لزجت و هدایت حرارتی سیال آب انجام شده است. شبکه‌بندی یکنواخت و با نسبت برابر در دو بعد درنظر گرفته شده است. پارامترهای فیزیکی، ابعاد هندسی و اعداد بی بعد تأثیرگذار در بررسی دینامیکی و دمایی جريان در جداول ۱ تا ۳ ارائه شده است. برای کنترل مقدار عددی

در این رابطه $\tau = \lambda_T / \delta t$ زمان استراحت دمایی است و به صورت $\alpha = c_s^2 \tau \delta t$ با نفوذ حرارتی ارتباط دارد.تابع توزیع تعادلی دما به صورت رابطه (۱۳) معرفی شده است [۲۲]:

$$S_\alpha^{eq} = \omega_\alpha T \left(1 + \frac{e_\alpha u}{c_s^2} \right) \quad (13)$$

در این رابطه ω_α ضریب وزنی ساختار لتیس است. در نهایت مقادیر ماکروسکوپیک جریانی و دمایی با استفاده از روابط (۱۴) تا (۱۷) محاسبه می‌شوند [۱۷ و ۲۲]:

$$T = \sum_\alpha \bar{S}_\alpha \quad (14)$$

$$C = \sum_\alpha \bar{h}_\alpha \quad (15)$$

$$\rho u = \frac{1}{c_s^2} \sum_\alpha e_\alpha \bar{g}_\alpha - \frac{\delta t}{2} C \nabla \mu \quad (16)$$

$$p_h = \sum_\alpha \bar{g}_\alpha + \frac{\delta t}{2} u \cdot \nabla \rho \quad (17)$$

جدول ۳. اعداد بعده مدل‌سازی

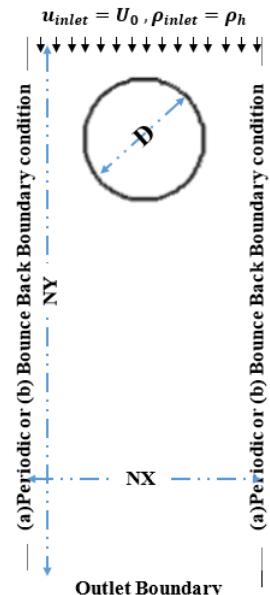
Table 3. Non-dimensional numbers of simulation

| U_x | U_y | g | ρ | h | T | s | پارامتر |
|--|--|--|----------|--|--|--|---------|
| -- | -- | تناوبی | -- | تناوبی | --- | تناوبی | جانبی |
| 0 | U_0 | تعادلی | ρ_l | تعادلی | T_{inlet} | تعادلی | بالا |
| $\partial / \partial y = 0$ مرتبه ۲ | $\partial / \partial y = 0$ مرتبه ۲ | $\partial / \partial y = 0$ مرتبه ۱ | -- | $\partial / \partial y = 0$ مرتبه ۱ | $\partial / \partial y = 0$ مرتبه ۲ | $\partial / \partial y = 0$ مرتبه ۲ | پایین |

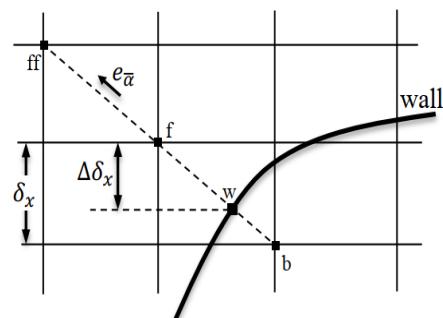
ریچاردسون^۱ ($Ri < 1$) تعریف شده در جدول ۳ به منظور غالب شدن جابجایی اجباری، اختلاف دما ۱۰ درجه سانتی‌گراد در نظر گرفته شده است. عدد پکله فیلم^۲، نشان‌دهنده نسبت انتقال حرارت جابجایی فیلم به انتقال حرارت هدایتی به داخل فیلم می‌باشد. به عبارت دیگر با افزایش عدد پکلت، اثر انتقال حرارت جابجایی افزایش می‌یابد.

۴- شرایط اولیه و شرایط مرزی

طرحواره مدل‌سازی برای دو حالت مختلف مرز جانبی تناوبی و مرز جانبی بازگشت به عقب در شکل ۱ ارائه شده است. شرط مرزی دیریکله^۳ برای اعمال مقدار مشخص سرعت و چگالی در مرز ورودی بالا و شرط مرزی نیومن^۴ با بسط مرتبه اول ($A(y) = A(y-1)$) برای توابع توزیع و مقادیر میکروسکوپیک جرم و مومنتم و فشار در مرز پایین خروجی استفاده شده است. از شرط مرزی نیومن با بسط مرتبه دوم ($A(y) = (4A(y-1) - A(y-2))/3$) برای تعريف شرط مرزی‌های ماکروسکوپیک جریان و دما استفاده شده است. همچنین شرط مرزی بازگشت به عقب تابع غیر تعادلی برای اعمال دمای ثابت دیوارهای جانبی به کار برده می‌شود. گرادیان صفر دما و سرعت عمودی و افقی برای مرز پایین به کار برده شده است. علاوه بر شرط عدم لغزش در مرزهای جامد، در روش میدان فازی کان-هیلیارد دو شرط مرزی دیگر نیز مورد نیاز است. این دو شرط مرزی طبق روابط (۱۸) و (۱۹) مربوط به تعادل نیرویی سطح تماس و عدم شار پتانسیل شیمیایی عمود بر سطح است:



شکل ۱. طرحواره مشخصات هندسی و شرط‌های مرزی مدل‌سازی
Fig. 1. Schematic of geometry and boundary condition of model



شکل ۲. نقاط و فواصل اطراف مرز منحنی

Fig. 2. Definition of points and distances around curved boundary

۱ Richardson Number

۲ Film Peclet Number

۳ Dirichlet Boundary Condition

۴ Von Neumann Boundary Condition

و روش محاسبه بخش تعادلی به صورت روابط (۲۶) تا (۳۰) می‌باشد:

$$s_i^{eq}(x_b, t) = \omega_i^T T_b^* \left(1 + \frac{3}{c^2} e_i u_b \right) \quad (26)$$

$$T_b^* = T_{b1}, \quad \Delta \geq 0.75 \quad (27)$$

$$T_b^* = \Delta T_{b1} + (1 - \Delta) T_{b2}, \quad \Delta < 0.75 \quad (28)$$

$$T_{b1} = \frac{T_w + (\Delta - 1) T_f}{\Delta} \quad (29)$$

$$T_{b2} = \frac{2T_w + (\Delta - 1) T_{ff}}{\Delta + 1} \quad (30)$$

۵- نتایج و بحث‌ها

در این بخش بررسی استقلال شبکه و اثر پارامترهای مدل لی بر پایداری و دقت نتایج، اعتبارسنجی روش با قانون لاپلاس، و اعتبارسنجی میدان جریان و دمای دوفازی با ناپایداری رایلی-بنارد انجام شده است. سپس مدل‌سازی جریان‌ریزان بدون حضور مانع، و با حضور مانع در میدان گازی ساکن و همچنین مدل‌سازی فیلم‌ریزان با حضور مانع انجام شده است. این مدل‌سازی‌ها توسط کامپیوتر شخصی

$$\vec{n} \cdot \nabla C|_w = \Omega \sqrt{2\beta/\kappa} (C - C^2) \quad (18)$$

$$\vec{n} \cdot \nabla \mu|_w = 0 \quad (19)$$

بعاد کanal با بررسی استقلال نتایج خطوط جریان و میدان فشار برابر (NX, NY)=(R14R,6) می‌باشد. مرکز لوله افقی با قطر ۲۸/۹ (Mتر) در (3R,12R) قرار دارد. برای شرط مرزی روی سطح منحنی لوله مطابق شکل ۲ و با هدف حداقل شدن نشستی جرم از روش درون‌یابی بهبود یافته می‌و همکاران [۲۰] برای میدان جریان و از روش گو و همکاران [۲۱] برای میدان دما طبق روابط (۲۰) تا (۳۰) استفاده شده است.

زمانی که مرز منحنی در محلی بین نقطه واقع در جریان (f) و نقطه واقع در مرز جامد (b) قرار می‌گیرد، فاصله بی‌بعد شده از مرز بهصورت رابطه (۲۰) تعریف می‌شود:

$$\Delta = \frac{|x_f - x_w|}{|x_f - x_b|} \quad 0 \leq \Delta \leq 1 \quad (20)$$

و بر اساس این فاصله،تابع توزیع پس از برخورد از رابطه (۲۱) تعیین می‌شود:

$$f_i(x_b + c_i \Delta t, t + \Delta t) = (1 - \chi) f_i(x_f + c_i \Delta t, t + \Delta t) + \chi f^*(x_b, t) \quad (21)$$

که در این رابطه:

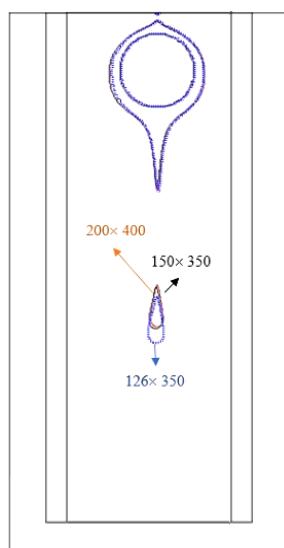
$$f^*(x_b, t) = f_i^{eq}(x_f, t) + \omega_i \rho(x_f, t) \frac{3}{c^2} e_i (u_{bf} - u_f) \quad (22)$$

$$u_{bf} = u(x_{ff}, t), \quad \chi = \frac{2\Delta - 1}{\tau - 2}, \quad \Delta < \frac{1}{2} \quad (23)$$

$$u_{bf} = \frac{1}{2\Delta} (2\Delta - 3) u_f + \frac{3}{2\Delta} u_w, \quad \chi = \frac{2\Delta - 1}{\tau + \frac{1}{2}}, \quad \Delta \geq \frac{1}{2} \quad (24)$$

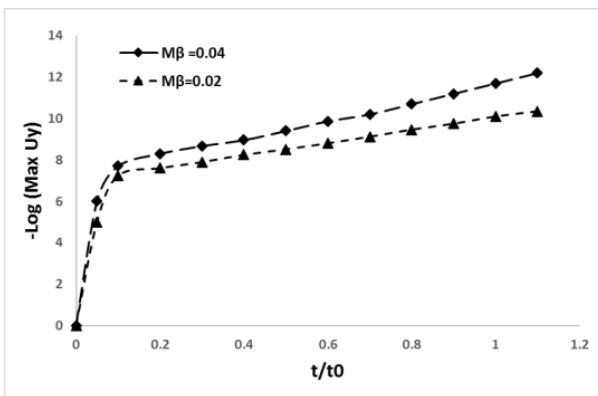
همچنین تابع توزیع پس از برخورد دما طبق رابطه (۲۵) استخراج می‌گردد:

$$s_i(X_b + c_i \Delta t, t + \Delta t) = s_i^{eq}(x_b, t) + (1 - \frac{1}{\tau_T}) s_i^{neg}(x_b, t) \quad (25)$$



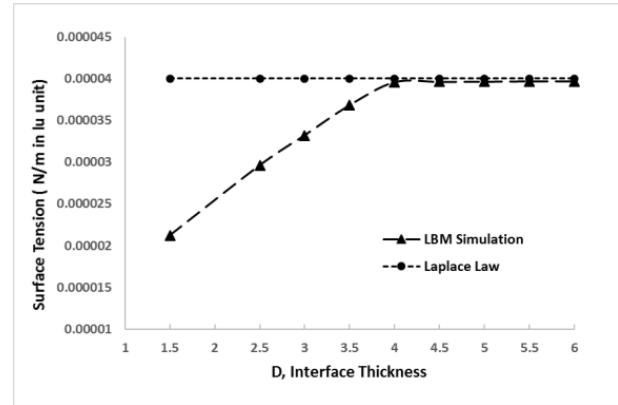
شکل ۳. مقایسه اثر سایز شبکه بر رفتار فیلم‌ریزان با ارائه خط نسبت $=C/9$ ترکیب

Fig. 3. Comparison of grid size effect on falling film behavior for $c=0.9$



شکل ۵. تغییر مرتبه سرعت پارازیتی با تغییر پارامتر ضریب حرکت‌پذیری

Fig. 5. Variation of parasitic current with mobility factor



شکل ۴. تغییرات کشش سطحی با ضخامت مرز مشترک در ۱

Fig. 4. Variation of surface tension with interface thickness at $t/t_0=1$

که، به منظور مدل‌سازی پایدار، با افزایش نسبت چگالی می‌بایست ضخامت مرز مشترک افزایش یابد. همچنین گوگالتون و مکدانیل [۲۴] نشان دادند که برای ضخامت بیشتر از ۶ در مرتبه جریان‌های پارازیتی و خطای محاسبه فشار تغییر چشم‌گیری ایجاد نمی‌شود. لذا در این مطالعه با تغییر ضخامت از ۱ تا ۶، خطای محاسبه کشش سطحی بررسی و بر این اساس ضخامت مناسب انتخاب گردیده است. بر اساس شکل ۴، با افزایش ضخامت خطای گستره‌سازی کاهش می‌یابد. همچنین دقت محاسبه کشش سطحی افزایش می‌یابد و به مقدار تئوری نزدیک می‌شود. از طرفی با افزایش دقت محاسبه کشش سطحی، مرتبه جریان پارازیتی نیز کاهش می‌یابد. روند تغییرات برای ضخامت‌های بیشتر از ۴ کمتر از ۲ درصد است. بنابراین در این مطالعه از ضخامت مرز مشترک ۴ استفاده شده است.

همچنین با ثابت نگه داشتن ضخامت و کشش سطحی، اهمیت ضریب حرکت‌پذیری با تغییر ثابت A طبق رابطه $M \times \beta A = M \times \beta \times 12 \sigma / D$ بررسی می‌شود. β ضریب انرژی شیمیایی ($\sigma/D = 12$) است. طبق نتایج، مطالعات قبلی [۱۷] محدوده پایداری ضریب A از 0.01 تا 0.06 تعیین شده است. مقدار بالای ضریب حرکت‌پذیری باعث ایجاد مرز مشترک تیز و مقدار کم آن باعث تشکیل مرز ضخیم می‌باشد. این ضریب در واقع زمان آسایش نفوذ پتانسیل شیمیایی از حالت غیرتعادلی به حالت تعادلی است. همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، با افزایش ضریب حرکت‌پذیری مرتبه سرعت پارازیتی با نرخ بیشتری کاهش می‌یابد.

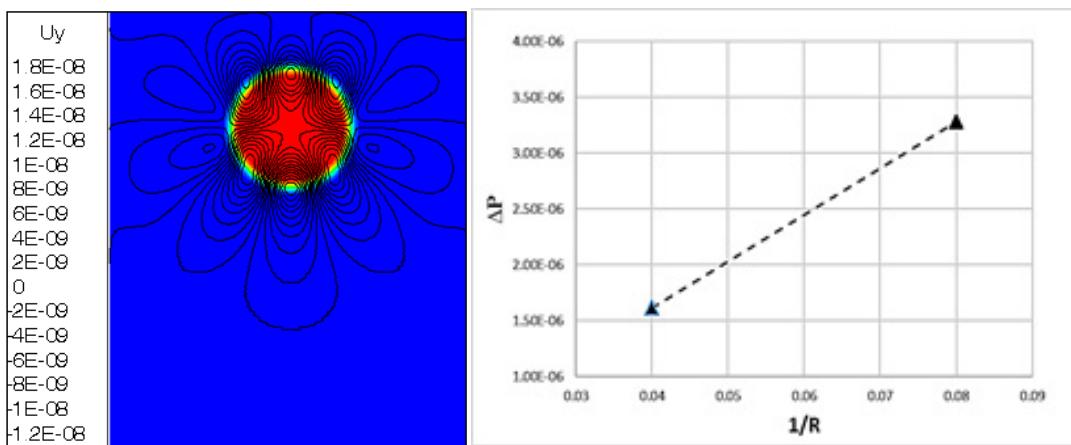
با مشخصات پردازنده Intel Core-i3- CPU 2/2 GHz 4G-RAM با استفاده از کد فرترن با دقت مضاعف و پردازش سری استفاده شده است. سرعت اجرای کد عددی در حدود ۸۰ میلیون نقطه شبکه لتیس در هر ثانیه است.

۱-۵ استقلال شبکه

بررسی استقلال از شبکه، برای ۳ شبکه‌بندی مختلف با تغییر عرض و ارتفاع دامنه و مطابق شکل ۳ انجام شده است. در یک گام زمانی برابر، ضخامت فیلم در هر سه شبکه‌بندی برابر است. از طرفی با افزایش عرض شبکه از $5R$ به $6R$ محل و ابعاد قطره جدا شده از سطح لوله تغییر می‌کند. با افزایش بیشتر سایز شبکه در هر دو بعد عرض و ارتفاع تغییری در رفتار فیلم‌ریزان مشاهده نمی‌شود. لذا از شبکه‌بندی $(4R, 14R)$ برای محاسبات بخش‌های بعدی استفاده شده است.

۲-۵ بررسی و تعیین اثر پارامترهای مدل لی

پارامترهای مدل بولتزمن لی، شامل ضخامت مرز مشترک (D) و ضریب حرکت‌پذیری (M) بر پایداری و دقت نتایج تأثیرگذار است. در مدل مرز مشترک کان هیلیارد پارامترهای فیزیکی در لایه مشترک بین دو فاز توزیع می‌شود. ضخامت این لایه با توجه به ضابطه توابع توزیع لی و از طریق ترم مشتق نسبت ترکیب (∇C)، بر نتایج تأثیرگذار است. با کاهش ضخامت مرز مشترک مقدار حداقل مشتق افزایش می‌یابد. پیش از این صفری و همکاران [۲۳] نشان دادند



شکل ۶. بررسی قانون لاپلاس و مرتبه میدان سرعت پارزیتی اطراف قطره ساکن $t/t_0 = 1$

Fig. 6. Laplace law and parasitic velocity investigation around stangnant drop at $t/t_0=1$

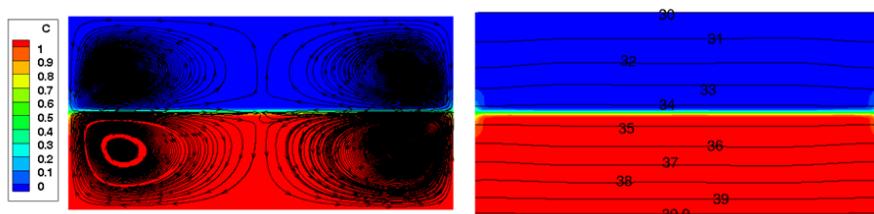
برابر 4×10^{-5} می باشد. همچنین خطوط جریان و مرتبه سرعت عمودی جریان پارازیتی مدل سازی نشان دهنده سرعت همگرایی بالا $O(10^{-8})$ و مرتبه انرژی جنبشی قابل اغماض $O(10^{-16})$ در گام های زمانی ابتدایی است. لذا همانطور که در بخش های پیشین ذکر شد، از برتری های روش لی کاهش و حذف سرعت پارازیتی و افزایش پایداری روش لتیس بولتزمن برای نسبت چگالی و لرجه بالاتر است.

۴-۵ اعتبارسنجی مدل لی و مدل اسکالار منفعل به روش همرفت رایلی-بنارد^۱ دو فازی

در این بخش جابجایی جریان دو فازی بین دو دیوار غیرهمدم (جابجایی رایلی-بنارد) به منظور اعتبارسنجی جریانی و دمایی انجام شده است. هدف این مدل سازی، بررسی عملکرد مدل لی و مدل اسکالار منفعل دمایی در ردیابی مکانیزم جریان و انتقال حرارت در سیستم دو سیالی گاز-مایع بدون انتقال جرم در مرز مشترک است. در مسئله جابجایی رایلی-بنارد بر اساس اعداد بی بعد رایلی $Ra = \frac{g\beta\Delta TH^3}{V_L\alpha_L}$ ، کاپیلاری $Ca = \frac{\rho_L V_L \sqrt{g\beta\Delta TH}}{\sigma}$ و پرانتل $Pr_L = \frac{V_L}{\alpha_L}$ ، رژیم های مختلف جریانی و دمایی ایجاد می شود. در این اعتبارسنجی دو لایه سیال غیرقابل اختلاط در محفظه مستطیلی محصور شده اند. سیال بالایی با چگالی کمتر و در فاز گازی (G) و سیال پایین با چگالی بیشتر و در فاز مایع (L) قرار دارند. ارتفاع دو لایه سیال برابر و ابعاد دامنه برابر 40×20 واحد لتیس در نظر گرفته شده است. بدون

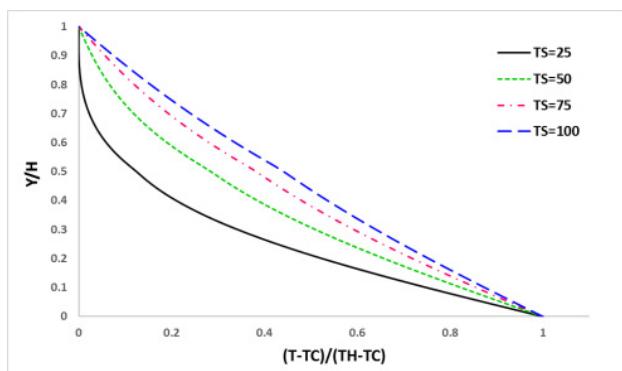
اعتبارسنجی روش لی با قطره ساکن داخل کانال $-3-5$ کشش سطحی از جمله عوامل اصلی تأثیرگذار بر جریان های دوفازی است. به دلیل ماهیت ریزمقیاس این نیرو مدل های مختلف عددی سعی بر بهبود نتایج در ردیابی کشش سطحی دارند. علاوه بر این دلیل اصلی جریان های پارازیتی در مدل سازی عددی جریان های دو فازی، خطا در محاسبه کشش سطحی و محاسبه مشتق آن می باشد. قانون لاپلاس یک روش تست بنیادی برای ارزیابی مدل های دوفازی در ردیابی اثر کشش سطحی است. فشار داخل قطره به دلیل انحنای مرز مشترک که در اثر کشش سطحی ایجاد می شود، بیشتر از فشار خارجی است. طبق قانون لاپلاس برای حالت دو بعدی ($\Delta P = \sigma/R$)، نسبت اختلاف فشار مایع و گاز به شعاع قطره برابر کشش سطحی است. در اکثر مطالعات لتیس بولتزمن [۱۵، ۱۷، ۲۵، ۲۶] از این روش برای اعتبارسنجی مدل استفاده می شود. با قرار دادن قطره نزدیک به مرز بالا (عدم تقارن مدل) در داخل میدان گازی ساکن و بدون اثر جاذبه، با استفاده از پارامترهای جداول ۱ تا ۳ و شرط مرزی های کانال، بر عملکرد روش صحه گذاری شده است. زمان بی بعد برای قطره ساکن به صورت $t_0 = \rho_g V_g R_0 / \sigma$ تعریف می شود. مدل سازی با کشش سطحی مدل سازی 4×10^{-5} انجام شده است. مقدار اختلاف فشار مدل سازی برای شعاع های مختلف در شکل ۶ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می شود، رابطه خطی بین اختلاف فشار و شعاع برقرار است و شبیه خط که همان کشش سطحی است، در گام زمانی ابتدایی $t/t_0 = 1$ با خطای کمتر از ۵ درصد

¹ Rayleigh-Benard Convection



شکل ۷. خطوط جریان و دما برای جابجایی رایلی-بنارد دو فازی گاز-مایع در رایلی $2/9 \times 10^3$

Fig. 7. Flow and temperature lines of two-phase gas-liquid rayleigh-benard convection for $\text{Ra}=10^3 \times 2.9$



شکل ۸. تغیرات زمانی خطوط توزیع دما بین دو دیواره گرم و سرد در جابجایی رایلی-بنارد دوفازی گاز-مایع

Fig. 8. Time evolution of temperature distribution of two-phase gas-liquid rayleigh-benard convection between hot and cold walls

جدول ۴. شرط‌های مرزی میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک برای مرزهای جانبی باز

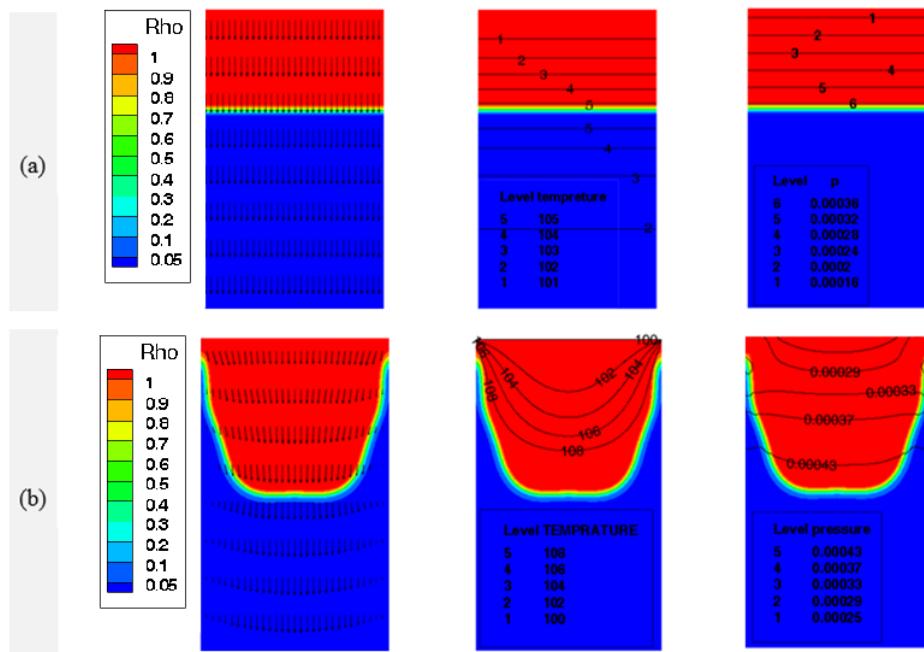
Table 4. Microscopic and macroscopic boundary conditions for open side boundaries

| U_x | U_y | g | ρ | h | T | s | پارامتر |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|----------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------|
| -- | -- | تناوبی | -- | تناوبی | --- | تناوبی | جانبی |
| 0 | U_0 | تعادلی | ρ_l | تعادلی | T_{inlet} | تعادلی | بالا |
| $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۲ | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۲ | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۱ | -- | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۱ | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۲ | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۲ | پایین |

جدول ۵. شرط‌های مرزی میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک برای مرزهای جانبی به صورت دیواره گرم

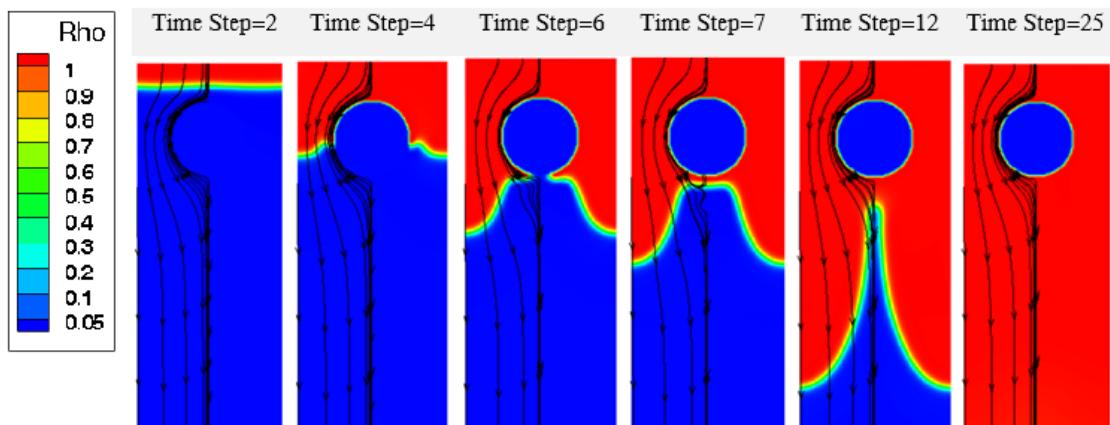
Table 5. Microscopic and macroscopic boundary conditions for heated side walls

| U_x | U_y | g | ρ | h | T | s | پارامتر |
|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|----------|--------------------------------------|--------------------------------------|--------------------------------------|---------|
| 0 | 0 | برگشت به عقب | -- | برگشت به عقب | $T = T_{wall}$ | S^{eq} | جانبی |
| 0 | U_0 | تعادلی | ρ_l | تعادلی | T_{inlet} | تعادلی | بالا |
| $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۲ | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۲ | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۱ | -- | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۱ | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۲ | $\partial/\partial y = 0$ مرتبه ۲ | پایین |



شکل ۹. مقایسه توزیع سرعت، دما فشار برای شرط مرزی‌های حالت a و b

Fig. 9. Comparison of velocity, temperature and pressure for boundary conditions a and b



شکل ۱۰. تغییرات زمانی توزیع چگالی و خطوط جریان برای

Fig. 10. Time evolution of density and streamline for $\tau_l / \tau_h = 4.2$, $\rho_h / \rho_l = 20$, $g = 3 \times 10^{-6}$, $\sigma = 2 \times 10^{-5}$

است. مطابق با مطالعات پیشین [۲۹-۲۷]، در محدوده رایلی ۱۰۰۰ گذار از رژیم هدایت حرارتی به جابجایی طبیعی اتفاق می‌افتد. برای مقادیر رایلی کمتر از 10^4 عدد ناسلت تقریباً نزدیک به یک می‌باشد. در این حالت حرارت از سیال گرم به سیال سرد توسط هدایت حرارتی منتقل می‌شود. با افزایش رایلی، گذار به افزایش پیچیدگی زمانی و مکانیکی می‌افتد. اولین مرحله پیچیدگی مشاهده اثر همبستگی مکانیکی یا به عبارتی چرخش غیرهمجهٔ در دو لایه سیال است.

اعمال فرض بر مرز مشترک، شرط مرزی دمای ثابت $T_H = 40^\circ\text{C}$ و $T_C = 40^\circ\text{C}$ به ترتیب به دیواره‌های پایین و بالا، شرط مرزی بازگشت به عقب و آدیاباتیک به دیواره‌های جانبی، و شرط مرزی عدم لغزش و عدم نفوذ پتانسیل شیمیایی به تمام مرزها اعمال شده است. در شکل ۷ خطوط جریان و دما برای رایلی 2.9×10^3 ارائه شده است. همچنین توزیع دمای بی‌بعد در راستای عمودی و در مرکز طولی، برای چهار گام زمانی مختلف در شکل ۸ ارائه شده

تماس حرکت مایع در فاز بخار تأثیرگذار است. برای بررسی میدان دما و قابلیت مدل اسکالر منفعل در حل میدان دما، نتایج مدل‌سازی برای دو حالت مختلف دیواره دما ثابت و آدیبااتیک در شکل ۹ نشان داده شده است. در مدل اسکالر منفعلتابع تعادلی دما ارتباط مستقیم با بردار سرعت از طریق ترم $\alpha \cdot u$ دارد. از این طریق اثر جابجایی بر میدان دما و توزیع دما توسط حرکت ذرات تعیین می‌گردد.

۴-۵ مدل‌سازی جریان ریزان اطراف لوله افقی واقع در کanal بخار

در این بخش با قرار دادن لوله افقی در داخل میدان گازی ساکن، تغییرات میدان جریان و خطوط جریان در مراحل زمانی از ورود جریان تا خروج آن در شکل ۱۰ نشان داده شده است. با توجه به مقیاس مسوسکوپیک روش لتیس بولترمن، جزئیات محل و زمان تشکیل جریان چرخشی با نزدیک شدن مرز مشترک دو فاز به سطح انتهایی لوله قابل رویابی می‌باشد.

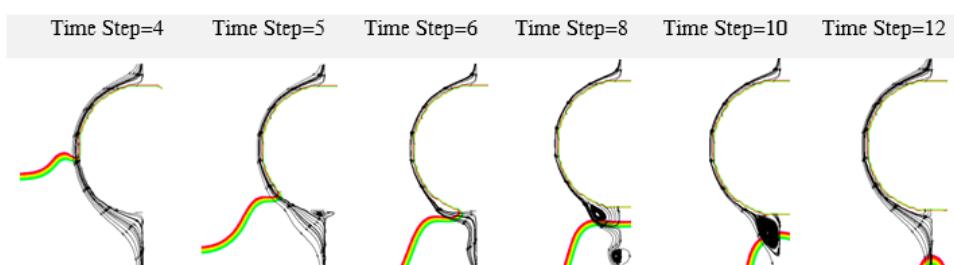
مطابق شکل ۱۱، چرخش در فاز بخار قبل از رسیدن جریان مایع

این چرخش از سمت سیال سرد به سیال گرم اتفاق می‌افتد. همانطور که مشاهده می‌شود نتایج مدل‌سازی با نتایج عددی و تجربی پیشین به خوبی مطابق دارد.

۵-۵ مدل‌سازی جریان ریزان داخل کanal

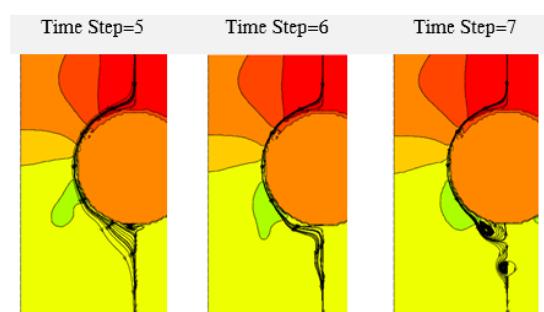
در این بخش مدل‌سازی جریان ریزان بدون حضور سیلندر با اعمال شرط مرزی‌های جدول‌های ۴ و ۵ برای دو حالت تنابی (a) و بازگشت به عقب (b) انجام شده است. شرط مرزی پریودیک باعث کاهش حجم محاسبات می‌شود و شرط مرزی بازگشت به عقب در واقع همان شرط مرزی عدم لغزش است.

نتایج مدل‌سازی برای دو حالت a و b در شکل ۹ نشان داده شده است. توزیع سرعت داخل کanal مناسب با فاصله از دیوارهای جانبی افزایش می‌یابد. مرتبه حداقل سرعت جریان پیش‌رونده در $y/H = 0.4$ برابر $U_0/8$ است که با مقدار $1/5$ برابر جریان افقی پوازی تناسب دارد. فشار مناسب با عمق سیال تغییر می‌کند. در جریان دو فاز نسبت چگالی و لزجت و مقدار کشش سطحی بر سرعت و شکل سطح



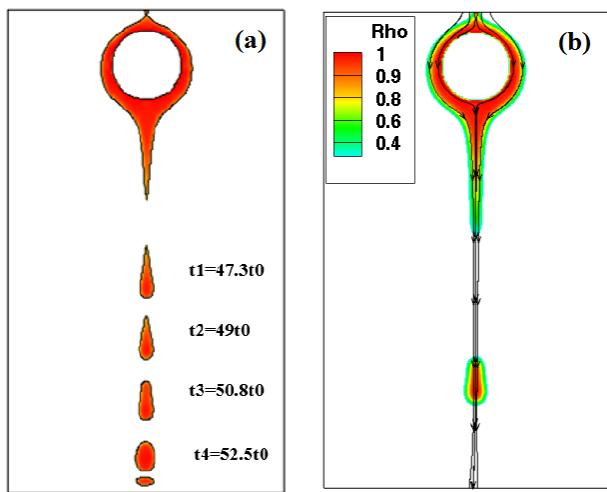
شکل ۱۱. تغییر زمانی اثر کشش سطحی بر جدایش و چرخش جریان اطراف سیلندر

Fig. 11. Time evolution of surface tension effect on separation and rotation of flow around the cylinder



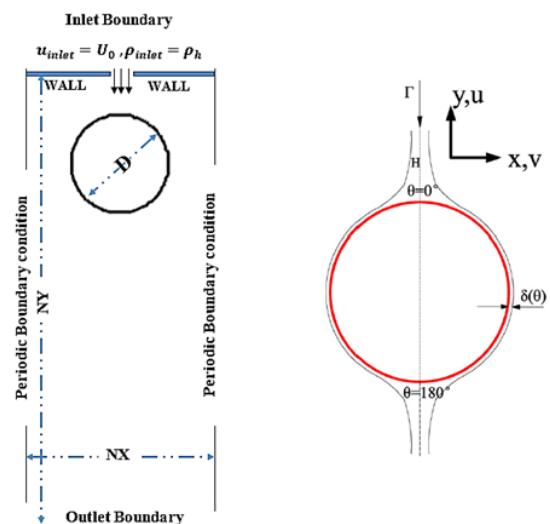
شکل ۱۲. تغییرات زمانی کانتور فشار در مرز سه فاز

Fig. 12. Time evolution of pressure contours at three-phase interface



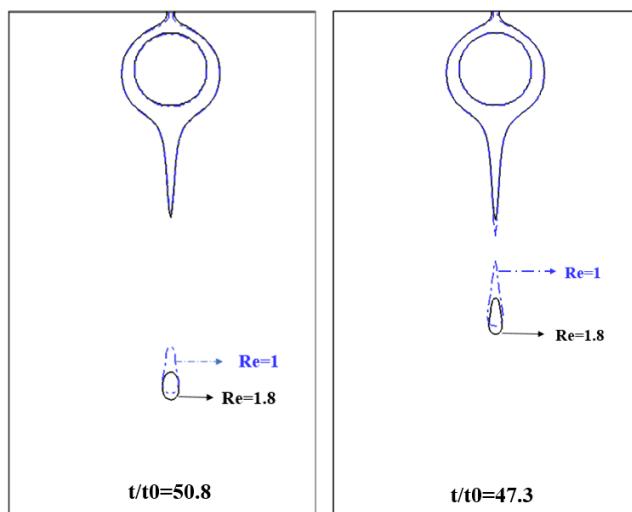
شکل ۱۴. (a) تکامل زمانی تشکیل و جداش فیلم ریزان و خروج از ناحیه و (b) خطوط جریان فیلم ریزان در t^3

Fig. 14. (a) Time evolution of falling film formation, separation and leaving the domain, (b) falling film streamlines at t_3



شکل ۱۳. شماتیک جریان فیلم ریزان و معرفی زاویه محیطی

Fig. 13. Schematic of Falling Film Flow and Definition of Circumferential Angle



شکل ۱۵. بررسی میدان جریان فیلم ریزان با افزایش رینولدز جریان ورودی
Fig. 15. Investigation of falling film's flow field with increase of reynolds number

زیر این اتحاد باعث ایجاد جریان چرخشی می‌شود. شناسایی این نوع مکانیزم‌های ریز مقیاس و جریان‌های چرخشی بر پیش‌بینی رفتار حرارت نیز می‌تواند تأثیرگذار باشد.

۵-۵- مدل سازی فیلم ریزان مایع روی لوله افقی واقع در کanal بخار در این بخش با محدود کردن مجرای ورودی مایع در سطح

به نقطه انتهایی سیلندر در $t = 5$ آغاز و با رسیدن جریان مایع به انتهای سیلندر ($t = 6$) متوقف می‌شود. پس از آن تشکیل دو ناحیه چرخشی در هر دو فاز مایع و بخار در $t = 8$ و کشیده شدن آن به سمت مایع تا $t = 12$ تا حذف شدن آن قابل مشاهده است.

کانتورهای فشار شکل ۱۲ نشان می‌دهد که در اثر اتحانی مرز پیش‌رونده مایع در تماس با جدار لوله، ناحیه کم فشار تشکیل شده

$14/4 Lu$ است. مطابق بودن مرتبه نتایج نشان دهنده عملکرد صحیح مدل سازی و اختلاف می‌تواند ناشی از ثابت C_1 و شرایط فیزیکی آزمایش‌های انجام شده است.

$$D_{drop} = C_1 \sqrt{\sigma / \rho_l g} \quad (31)$$

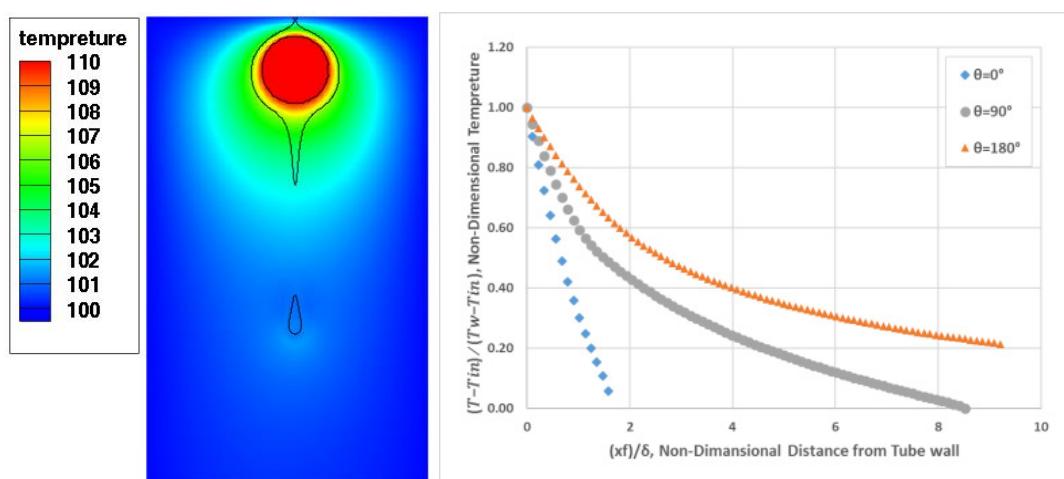
همچنین مطابق خطوط جریان ارائه شده در شکل ۱۴، پیش روی جریان مایع اطراف سیلندر تا خروج قطره از ناحیه به صورت آرام و بدون اغتشاش می‌باشد.

افزایش جریان ورودی و رینولدز با تغییر سایز ورودی جریان صورت پذیرفته است. در شکل ۱۵ اثر رینولدز و جریان ورودی بر رفتار فیلم ریزان در دو گام زمانی مشابه نشان داده شده است. با افزایش رینولدز سایز قطره جدا شده در $t/t0 = 47/3$ از $12/5 Lu$ به $10/Lu$ کاهش می‌یابد و زمان جدایش حدود $1/15 t0$ افزایش می‌یابد. مطابق انتظار با کاهش سرعت جریان، زمان جدایش قطره و در نتیجه سایز قطره جدا شده از فیلم افزایش می‌یابد. با این حال در ضخامت فیلم تغییری مشاهده نمی‌شود.

کانتور توزیع دما در حالت دمای ثابت فیلم ورودی و انتقال حرارت از لوله افقی گرم و همچنین توزیع دمای بی‌بعد اطراف لوله برای سه زوایه محیطی مختلف و در راستای فاصله عمودی از دیواره لوله در شکل ۱۶ ارائه شده است. این مدل سازی با رعایت پرانتل و نسبت هدایت حرارتی دو فاز انجام شده است. بی‌عدسازی فاصله از سطح لوله بر اساس ضخامت فیلم در ناحیه توسعه یافته انجام شده است.

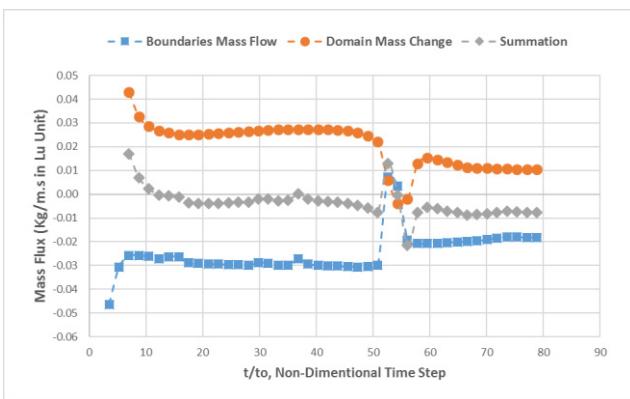
بالا، فیلم‌ریزان روی سطوح منحنی مدل‌سازی شده است. طرحواره میدان محاسباتی و تعریف زاویه محیطی در شکل ۱۳ ارائه شده است. بالاترین نقطه سیلندر $\theta = 0^\circ$ و پایین‌ترین نقطه $\theta = 180^\circ$ تعریف شده است. تفاوت شرط مرزی‌های این بخش با بخش قبلی اعمال شرط مرزی دیوار به محل‌های غیر از مجرای ورودی در مرز بالاست. پارامترهای مدل‌سازی مطابق جداول ۱ تا ۳ می‌باشد. سرعت حرکت فیلم تابعی از قطر هیدرولیکی دهانه ورودی است که بر اساس شرط تراکم‌ناپذیری و با پیش‌بینی افزایش سرعت در بخش (۴-۵)، تعیین می‌شود.

مراحل زمانی ورود فیلم تا پوشش سیلندر و خروج قطره از دامنه و همچنین خطوط جریان در گام زمانی $t3$ در شکل ۱۴ نشان داده شده است. بی‌عدسازی زمان افتادن قطره بر اساس $t_0 = \sqrt{l_0 / g}$ است. در این رابطه l_0 ضخامت فیلم در ناحیه توسعه یافته است. همانطور که مشاهده می‌شود، اولین قطره جدا شده از فیلم ریزان با گذشت زمان و تا خروج از مرز تغییر شکل می‌دهد. تغییر شکل به نسبت نیروهای کشش سطحی، جاذبه، اختلاف چگالی دو فاز، اینرسی حرکت مطابق اعداد بی‌بعد مورتون و اوتوس و همچنین شرط‌های مرزی بستگی دارد. به منظور صحبت‌سنگی، حداکثر قطر در $t4$ با رابطه تجربی یونگ و همکاران [۳۰] مقایسه شده است. در این رابطه ضریب ثابت C_1 برای آب در نسبت چگالی 1000 برابر عدد 3 می‌باشد. بر این اساس قطر قطره برابر $(12/5) Lu$ ($21/7 mm$) خواهد بود. در حالی که طبق نتایج مدل‌سازی حداکثر قطر برابر $(8/3 mm)$



شکل ۱۶. توزیع دمایی اطراف لوله در حالت پایدار فیلم‌ریزان در زوایای محیطی مختلف

Fig. 16. Temperature distribution around the tube for steady film at different circumferential angles



شکل ۱۸. مقایسه تغییرات جرم داخل ناحیه و مومنت عبوری از مرزها
Fig. 18. Comparison of mass variation of domain with boundaries momentum

رایلی فیلم ریزان برابر $Ra_D = \frac{g\beta\Delta TD^2}{\alpha\nu} = Gr \times Pr$ است. علت اصلی اختلاف نسبت چگالی سیال آب در روابط تجربی و مقدار لرجت و هدایت حرارتی مدل سازی با رعایت می باشد. این مدل سازی برای رینولدز $1/8$ به منظور مقایسه اثر جریان ورودی انجام شده است. طبق نتایج مدل سازی، عدد ناسلت با افزایش رینولدز حدود ۳ درصد افزایش می یابد.

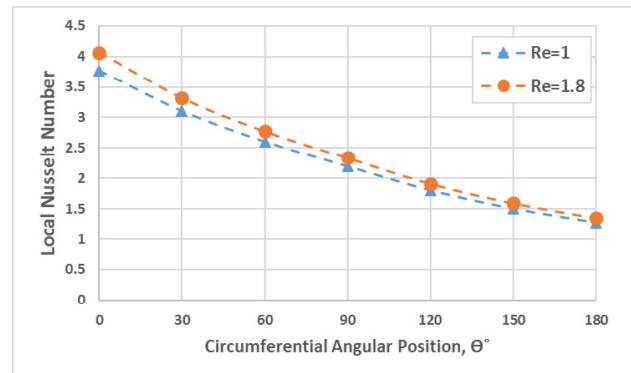
بقای جرم ناحیه محاسباتی یکی از اعتبار سنجی های مهم روش های عددی و شرط های مرزی است. بررسی بقای جرم از مقایسه تغییر جرم داخل ناحیه محاسباتی در گام های زمانی متوالی با برآیند جرم ورودی به دامنه مطابق رابطه (۳۲) حاصل می شود.

$$\sum(m)_{t+1} - \sum(m)_t = \dot{m}_{inlet} - \dot{m}_{outlet} \quad (32)$$

با ورود جریان به ناحیه و پرشدن کanal از سیال با چگالی بیشتر، سمت چپ معادله یا نرخ انباشتگی جرم فزایش می یابد. شکل ۱۸ نشان دو پارامتر و برآیند آن ها را نشان می دهد. همانطور که شکل ۱۸ نشان می دهد، بقای جرم در دامنه با به کار گیری شرط های مرزی بهبود یافته و مشتقات مکانی مناسب برقرار است.

۶- نتیجه گیری

در این مطالعه به مدل سازی جریان جابجایی و انتقال حرارت دو فازی در داخل کanal و اطراف سطوح منحنی واقع در میدان گازی به روش لتیس بولتزمن لی و مدل میدان فازی و مدل دمایی منفعل پرداخته شده است. نتایج نشان می دهد که این روش در مدل سازی



شکل ۱۷. تغییرات ناسلت محلی با افزایش رینولدز
Fig. 17. Local nusselt number variation by reynolds number

لایه مرزی حرارتی از محل سکون $\Theta = 0^\circ$ آغاز و با افزایش Θ تا سطح بیرونی فیلم مایع افزایش می یابد. این رفتار کاملاً مطابق با مطالعات روگرس [۲۱] است. با افزایش بیشتر زاویه لایه مرزی حرارتی در تمام فیلم گسترش می یابد و هدایت حرارتی فاز بخار باعث انتقال حرارت با نرخ کمتر از جابجایی به داخل بخار می گردد.

مطابق شکل ۱۶ نرخ انتقال حرارت در نقطه سکون بالای سیلندر دارای حداکثر مقدار است. مطابق کانتور دما با افزایش زاویه محیطی گرادیان دما کاهش می یابد. کاهش گرادیان دمای محلی به دلیل افزایش ضخامت لایه مرزی و کاهش اثرات فشاری انحنای سطح اتفاق می افتد. عدد ناسلت محلی بر اساس رابطه $Nu = \frac{h_l D}{K_l} = \frac{\partial T / \partial r|_{r=0}}{T_w - T_{in}} D$ تعریف نشان داده شده است. همچنین مقدار ناسلت میانگین برابر $\overline{Nu} = \frac{1}{\pi} \sum_0^\pi Nu = 2/18$ می باشد. این عدد در محدوده ناسلت جریان توسعه یافته تک فاز داخل لوله برای جریان آرام (۳/۶۶) برای دمای ثابت دیواره و (۴/۳۶) برای شار ثابت دیواره است. محدوده عدد ناسلت مطابق با نتایج لیو و زو [۶] و روند تغییر عدد ناسلت بر اساس زاویه محیطی مطابق با منابع معتبر [۶ و ۸] است. همچنین با توجه به مقدار پکله و پرانتل فیلم ارائه شده در جدول ۳، می توان به مقایسه ناسلت مدل سازی با حل تشابه هم رفت طبیعی اطراف صفحه عمودی برای اعتبار سنجی پرداخت [۳۱]. نتایج عددی حل تشابه در پرانتل ۲/۵ به صورت $Nu = 0.439 Ra_y^{1/4}$ است. با مطالعات تجربی صورت گرفته در راستای بهبود رابطه مذکور، مقدار ناسلت میانگین اطراف استوانه افقی غوطه ور در مایع برابر $Nu_D = \left\{ 0.6 + \frac{0.387 Ra_D^{1/6}}{[1 + (0.559/Pr)^{9/16}]^{8/27}} \right\}^{1/4}$ می باشد. که عدد

و اندازه‌گیری نیروهای هیدرودینامیکی وجود دارد. همچنین می‌توان با افزایش تعداد لوله‌ها توانمندی و محدودیت‌های روش برای موارد پیچیده‌تر را تعیین نمود. این امر در طراحی مبدل‌ها و مطالعات مختلف تجربی و همچنین در ارزیابی روش لتیس بولتزمن اهمیت زیادی خواهد داشت.

منابع و مراجع

- [1] S.M. Hosseini, J.J. Feng, Pressure boundary conditions for computing incompressible flows with SPH, *Journal of Computational physics*, 7487-7473 (2011) (19)230.
- [2] A. Mussa, P. Asinari, L.-S. Luo, Lattice Boltzmann simulations of 2D laminar flows past two tandem cylinders, *Journal of computational physics*, (2009) (4)228 999-983.
- [3] P. Wang, Z. Guo, A semi-implicit gas-kinetic scheme for smooth flows, *Computer Physics Communications*, 205 31-22 (2016).
- [4] B. Narváez-Romo, J.R. Simões-Moreira, Falling Film Evaporation: An Overview, in: *Proceedings of 22nd International Congress of Mechanical Engineering-COBEM*, 2013, pp. 7-3.
- [5] S. Mirjalili, S.S. Jain, M. Dodd, Interface-capturing methods for two-phase flows: An overview and recent developments, *Center for Turbulence Research Annual Research Briefs*, (135-117) (2017).
- [6] Z.-H. Liu, Q.-Z. Zhu, Heat transfer in a subcooled water film falling across a horizontal heated tube, *Chemical Engineering Communications*, 1346-1334 (2005) (10)192.
- [7] V. Ribeiro, P. Coelho, F. Pinho, M. Alves, Laminar Flow Past a Confined Cylinder, in: *Conferência Nacional em Mecânica de Fluidos*, 2009.
- [8] A. Kumar, Numerical Study of Falling Film Thickness on Horizontal Circular Tube-A CFD Approach, *Int J Adv Technol*, 2 (2016) (169)7.
- [9] I. Hassan, A. Sadikin, N.M. Isa, The numerical modelling of falling film thickness flow on horizontal tubes, in: *AIP Conference Proceedings*, AIP Publishing, 2017, pp. 020020.
- [10] O. Filippova, D. Hänel, Boundary-fitting and local grid refinement for lattice-BGK models, *International Journal*

برای نسبت چگالی ۲۰، و مقادیر لزجت و هدایت حرارتی متفاوت دو فاز موفق عمل می‌نماید. در این مطالعه با تعیین شرایط مرزی بهبود یافته سطوح منحنی و صاف و هموارسازی گرادیان‌ها پایداری تا حد حفظ نسبت لزجت و هدایت حرارتی سیال آب حاصل شده است. صحت نتایج مدل‌سازی‌ها از طریق قانون لاپلاس با حداکثر خطای ۵ درصد در گام‌های زمانی اولیه، بررسی مسئله جابجایی رایلی-بنارد و ردیابی همبستگی مکانیکی و مکانیزم انتقال حرارت غالب در رایلی ۲۰۰ و بررسی بقای جرم مدل‌سازی فیلم ریزان اطراف لوله نشان داده شده است.

مدل‌سازی‌های این مطالعه در سه بخش انجام شده است. در بخش اول با مدل‌سازی جریان ریزان داخل کانال گازی ساکن، قابلیت روش در ردیابی رفتار دمایی و جریانی با شرط مرزی‌های مختلف بررسی گردید. مرزهای جانبی جریان به دو صورت دیوار و مرز متناوب و شرط دما به دو صورت دیواره‌گرم و مرز متناوب بررسی شد. نتایج این بخش به صورت بردارهای سرعت و کانتور چگالی با هم مقایسه و بر این اساس روند تغییرات فشار و سرعت و دما صحة‌گذاری شده است. در بخش دوم به مدل‌سازی و بررسی رفتار جریان ریزان اطراف لوله پرداخته شده است. در این حالت جریان‌های چرخشی تشکیل شده تحت اثر میدان‌های نیرویی مختلف با ارائه کانتورهای فشار و خطوط جریان توضیح داده شده است. بر این اساس قابلیت این روش در تشخیص جزئیات دینامیکی نشان داده شده است. در مرحله آخر با کاهش سایز مجرای ورودی جریان از مرز بالا، تغییرات زمانی رفتار جریانی و دمایی در مراحل ورود فیلم‌ریزان، پوشش اطراف سیلندر، تشکیل و جدایش جریان از لوله و خروج قطره از میدان محاسباتی نشان داده شده است. مرتبه سایز قطره جدا شده با نتایج رابطه تجربی-تحلیلی (استخراج شده در محدوده اعداد بی بعد متفاوت از مدل‌سازی جاری) مطابقت دارد. همچنین لایه مرزی حرارتی بر اساس کانتورهای دما تعیین شده است. بر این اساس روند کاهشی ناسلت محلی اطراف لوله مطابق با سایر مطالعات نشان داده شده است. همچنین مقدار ناسلت میانگین برابر ۲/۱۸ محسوبه شده است. در نهایت با افزایش رینولدز جریان ورودی، اثر افزایشی رینولدز بر مقدار انتقال حرارت نشان داده شده است.

بر اساس قابلیت‌های این روش امکان بررسی اثر پارامترهای مختلف بر رفتار جریان و دما توسط گروه‌های مختلف اعداد بی بعد

- multi-relaxation-time lattice Boltzmann method at low Reynolds number, World Applied Sciences Journal, (4)15 554-544 (2011).
- [20] R. Mei, D. Yu, W. Shyy, L.-S. Luo, Force evaluation in the lattice Boltzmann method involving curved geometry, Physical Review E, 041203 (2002) (4)65.
- [21] Z. Guo, C. Zheng, B. Shi, An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method, Physics of fluids, 2010-2007 (2002) (6)14.
- [22] T. Inamuro, M. Yoshino, H. Inoue, R. Mizuno, F. Ogino, A lattice Boltzmann method for a binary miscible fluid mixture and its application to a heat-transfer problem, Journal of Computational Physics, -201 (2002) (1)179 215.
- [23] H. Safari, M.H. Rahimian, M. Krafczyk, Extended lattice Boltzmann method for numerical simulation of thermal phase change in two-phase fluid flow, Physical Review E, 013304 (2013) (1)88.
- [24] S. Gokaltun, D. McDaniel, A lattice Bo Simulation of Gas Bubble in Multiphase Flows With high DensityRatios, WM2011 Conference, Phoneis., (2011).
- [25] H. Zheng, C. Shu, Y.-T. Chew, A lattice Boltzmann model for multiphase flows with large density ratio, Journal of Computational Physics, 371-353 (2006) (1)218.
- [26] S. Tilehboni, K. Sedighi, M. Farhadi, E. Fattahi, Lattice Boltzmann simulation of deformation and breakup of a droplet under gravity force using interparticle potential model, International Journal of Engineering-Transactions A: Basics, 781 (2013) (7)26.
- [27] J. Szekely, M. Todd, Natural convection in a rectangular cavity transient behavior and two phase systems in laminar flow, International Journal of Heat and Mass Transfer, 482-467 (1971) (3)14.
- [28] R.D. Haberstroh, R.D. Reinders, Conducting-sheet model for natural convection through a density-stratified interface, International Journal of Heat and Mass Transfer, 311-307 (1974) (2)17.
- [29] C. Wang, M. Sen, P. Vasseur, Analytical investigation of Bénard-Marangoni convection heat transfer in a shallow cavity filled with two immiscible fluids, Applied Scientific of Modern Physics C, 1279-1271 (1998) (08)9.
- [11] S. Mirjalili, C.B. Ivey, A. Mani, Cost and accuracy comparison between the diffuse interface method and the geometric volume of fluid method for simulating two-phase flows, in: APS Meeting Abstracts, 2016.
- [12] K. Sankaranarayanan, I. Kevrekidis, S. Sundaresan, J. Lu, G. Tryggvason, A comparative study of lattice Boltzmann and front-tracking finite-difference methods for bubble simulations, International Journal of Multiphase Flow, 116-109 (2003) (1)29.
- [13] L. Scarbolo, D. Molin, P. Perlekar, M. Sbragaglia, A. Soldati, F. Toschi, Unified framework for a side-by-side comparison of different multicomponent algorithms: Lattice Boltzmann vs. phase field model, Journal of Computational Physics, 279-263 (2013) 234.
- [14] M. Dzikowski, L. Jasinski, M. Dabrowski, Depth-averaged Lattice Boltzmann and Finite Element methods for single-phase flows in fractures with obstacles, Computers & Mathematics with Applications, 3470-3453 (2018) (10)75.
- [15] S. Ryu, S. Ko, A comparative study of lattice Boltzmann and volume of fluid method for two-dimensional multiphase flows, Nuclear Engineering and Technology, 638-623 (2012) (6)44.
- [16] S. Mukherjee, A. Zarghami, C. Haringa, K. van As, S. Kenjereš, H.E. Van den Akker, Simulating liquid droplets: A quantitative assessment of lattice Boltzmann and Volume of Fluid methods, International Journal of Heat and Fluid Flow, 78-59 (2018) 70.
- [17] T. Lee, Effects of incompressibility on the elimination of parasitic currents in the lattice Boltzmann equation method for binary fluids, Computers & Mathematics with Applications, 994-987 (2009) (5)58.
- [18] M.A. Hatani, M. Farhadzadeh, M.H. Rahimian, Investigation of vapor condensation on a flat plate and horizontal cryogenic tube using lattice Boltzmann method, International Communications in Heat and Mass Transfer, 225-218 (2015) 66.
- [19] K. Fallah, A. Fardad, N. Sedaghatizadeh, E. Fattahi, A. Ghaderi, Numerical simulation of flow around two rotating circular cylinders in staggered arrangement by

- National Lab., Ill.(USA), 1978.
- Research, 53-35 (1991) (1)48.
- [31] A. Bejan, Convection heat transfer, John wiley & sons, 2013.
- [30] D. Yung, J. Lorenz, E. Ganic, Vapor/liquid interaction and entrainment in shell-and-tube evaporators, Argonne

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Bajalan, R. Kouhikamali, M.H. Rahimian, *Simulation of Two-Phase Flow and Heat Transfer in a Channel and around a Tube by Lattice-Boltzmann Method*, Amirkabir J. Mech Eng., 53(Special Issue 1) (2021) 499-516.

DOI: 10.22060/mej.2019.16044.6272

