

Analytical-Numerical Investigation of Unequal Sized Droplets of Dilatants' Fluid in T-Junction with Unequal Length Branches

A. Bedram*

Mechanical Engineering, Faculty of Imam Ali, South Khorasan Branch, Technical and Vocational University (TVU), Tabas, Iran

ABSTRACT: In this paper we performed an analytical and 3 dimensional numerical investigation for breakup of non-Newtonian droplets in a non-Newtonian carrier fluid. The system geometry is T-junction with unequal length branches that can generates unequal sized droplets. Analytical and 3 dimensional numerical results of this research have good agreement with each other. We investigated variation of many quantities during the breakup process such as: flow rate ratio of branches, velocity ratio of branches, droplet length in each branch, whole length of droplet, vorticity, pressure and effective viscosity. The analytical results of this paper reveal the variation of flow rate ratio of branches, velocity ratio of branches, droplet length in each branches and whole length of droplet during the breakup process. The results showed the flow rate ratio of branches and the velocity ratio of branches is constant during the breakup process. Also we observed the droplet length in each branches and whole length of droplet increase linearly during the breakup process. The results showed vorticity near the surface of the droplet is 3 to 7 times the vorticity of the inside of the droplet, therefore the mixing of the materials of the droplet inside increases. Also the maximum vorticity is before reaching the droplet to the center of junction.

Review History:

Received: Jul. 29, 2019

Revised: Nov. 10, 2019

Accepted: Dec. 09, 2019

Available Online: Dec. 30, 2019

Keywords:

Non-Newtonian fluid

Assymetric T-junction

Analytical solution

Numerical simulation

3 dimensional

1. Introduction

Microfluidic processes have various applications in many industries [1-5] such as pharmaceutical and chemical. There are several methods for breakup of droplets. A T-junction with unequal width branches can breaks a droplet to unequal parts [6]. A wave can also produces a droplet from a flowing fluid in a channel [7]. Another method is using a T-junction with valve that can produces unequal sized parts from an initial droplet [8]. Analytical solution also is presented for T-junction with valve [9].

In this research breakup of an initial non-Newtonian droplet to unequal size parts using a T-junction with unequal length branches is investigated. Research method is analytical solution and 3 Dimensional (3D) numerical simulation.

2. Research Method

The system geometry is showed in Fig. 1. The boundary condition of inlet of the system is velocity constant and the boundary condition of the system outlets are pressure constant. 3D numerical simulation is done by a Volume Of Fluid (VOF) algorithm.

A benchmark problem [10] considered for validation of numerical simulation results. Fig. 2 shows the comparison of our numerical and benchmark problem results that a good agreement is seen.

3. Results and Discussion

Fig. 3 shows our analytical and numerical results of flow

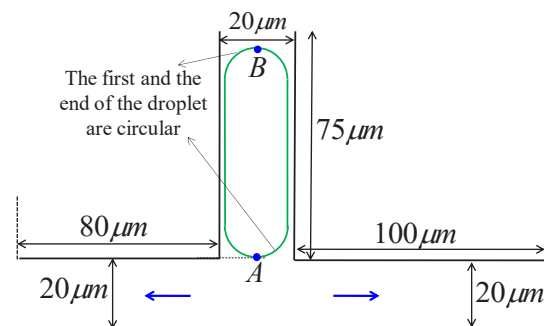


Fig. 1. The geometry of T-junction with unequal length branches. The droplet is approaching the junction center. The depth of the geometry (perpendicular to the paper) is $6 \mu\text{m}$. The initial drop length (The distances of points A and B) is $70 \mu\text{m}$.

rate ratio in branches. As seen, analytical and numerical results have very good agreement. The flow rate ratio is constant during the breakup process.

Fig. 4 shows breakup process of the droplet in T-junction with unequal length.

Fig. 5 shows five sections of droplet during the breakup process that the results of this sections presents in the next figures.

Fig. 6 shows the pressure of fluid in five different sections

*Corresponding author's email: bedram@chmail.ir

of droplet during the droplet deformation in the center of junction. As seen, the pressure in the center of junction has its maximum.

Fig. 7 shows the vorticity magnitude of fluid in five different sections of droplet during the droplet deformation in the center of junction.

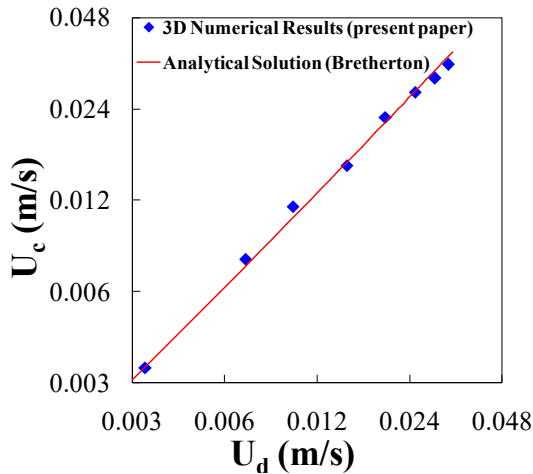


Fig. 2. Comparison of Bretherton's equation [10] for droplet speed in the circular tube by the 3D numerical simulation results of the present research. The horizontal and vertical axes have logarithmic scale.

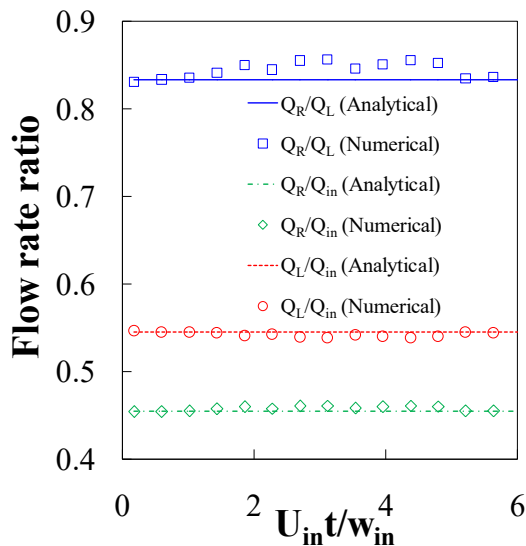


Fig. 3. Analytical and numerical results for the ratio of the right branch flow rate to left branches flow rate (Q_R/Q_L) and the ratio of the right branch flow rate to inlet channel flow rate (Q_R/Q_{in}) and the ratio of the left branch flow rate to inlet channel flow rate (Q_L/Q_{in}) during the breakup process.

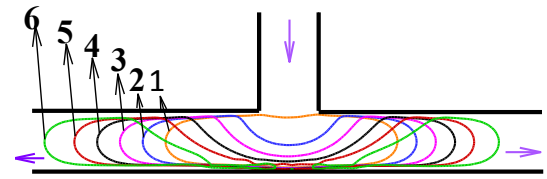


Fig. 4. Droplet breakup process in the T-junction with unequal length branches. After breakup, the smaller droplet enters the right branch and the larger droplet enters the left branch.

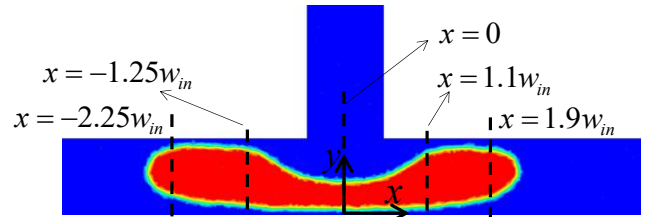


Fig. 5. The droplet image during the droplet deformation in the center of junction. Five sections from droplet are selected to report the results.

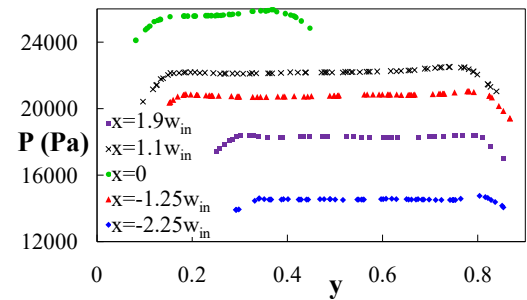


Fig. 6. The fluid pressure in five different sections of droplet during the droplet deformation in the center of junction. The five selected sections cover first to end of the droplet (Fig. 5). The location (horizontal axis) is dimensionless using the inlet channel width (w).

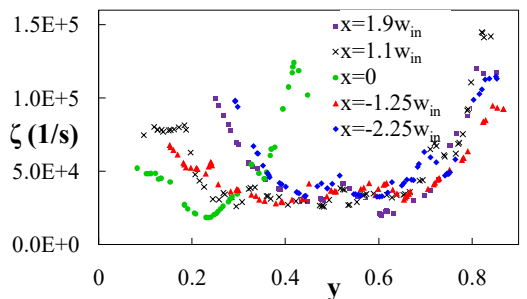


Fig. 7. Vorticity in five different sections from first to end of the droplet (Fig. 5 shows the sections) during the droplet deformation in the center of junction. The location values that are shown in horizontal axis are dimensionless using the inlet channel width.

4. Conclusions

In this paper breakup of a non-Newtonian droplet in a non-Newtonian continuous fluid using T-junction with unequal length branches investigated. We used 3D numerical simulation (VOF algorithm) and analytical solution for presenting the results. The analytical and numerical solutions have good agreement. Also the numerical results compare with an analytical benchmark problem and an excellent agreement seen. The results show that the flow rate ratio is constant during the breakup process.

References

- [1] B. L. Khoo, G. Grenci, Y. B. Lim, S. C. Lee, J. Han, C. T. Lim, Expansion of patient-derived circulating tumor cells from liquid biopsies using a CTC microfluidic culture device, *Nature protocols*, 13(1) (2018) 34-58.
- [2] Q. Xiong et al., Magnetic nanochain integrated microfluidic biochips, *NATURE COMMUNICATIONS*, 9(1743) (2018) 1-11.
- [3] F. S. Ruggeri et al., Microfluidic deposition for resolving single molecule protein architecture and heterogeneity, *NATURE COMMUNICATIONS*, 9(3890) (2018) 1-12.
- [4] L. D. Maio, F. Dunlop, Sessile Drop on Oscillating Incline. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 11(6) (2018) 1471-1476.
- [5] J. Q. Feng, A Computational Study of High-Speed Microdroplet Impact onto a Smooth Solid Surface, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 10(1) (2017) 243-256.
- [6] A. Bedram, A. Moosavi, Droplet breakup in an asymmetric microfluidic T junction, *Eur. Phys. J. E*, 34(78) (2011) 1-8.
- [7] X. Hu, T. Cubaud, Viscous Wave Breaking and Ligament Formation in Microfluidic Systems, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 121(044502) (2018) 1-5.
- [8] A. Bedram, A. E. Darabi, A. Moosavi, S. Kazemzade, Numerical Investigation of an Efficient Method (T-Junction With Valve) for Producing Unequal-Sized Droplets in Micro- and Nano-Fluidic Systems, *Journal of Fluids Engineering*, 137(031202) (2015) 1-9.
- [9] A. Bedram, A. Moosavi, S. Kazemzade Hannani, Analytical relations for long-droplet breakup in asymmetric T junctions, *PHYSICAL REVIEW E*, 91(053012) (2015) 1-11.
- [10] F. P. Bretherton, The motion of long bubbles in tubes, *J. Fluid Mech.*, 10(2) (1961) 166-188.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. Bedram, *Analytical-Numerical Investigation of Unequal Sized Droplets of Dilatants' Fluid in T-Junction with Unequal Length Branches*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(3) (2021) 339-342.

DOI:[10.22060/mej.2019.16844.6454](https://doi.org/10.22060/mej.2019.16844.6454)





بررسی تحلیلی عددی تولید قطرات غیرهم‌اندازه سیال اتساعی در اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول

احمد پدرام

گروه مکانیک، آموزشکده‌ی امام علی (علیه‌السلام)، دانشگاه فنی و حرفه‌ای استان خراسان جنوبی، طبس، ایران.

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۰۷
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۸/۱۹
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۱۸
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹

کلمات کلیدی:

کلمات کلیدی: قطرات غیرهم‌اندازه
اتصال تی‌شکل نامتقارن
حل تحلیلی
شبیه‌سازی عددی
روش حجم سیال

خلاصه: در این مقاله، شکست قطرات غیرنیوتنی شناور در یک سیال غیرنیوتنی به صورت تحلیلی و شبیه‌سازی عددی سه بعدی بررسی شده است. هندسه‌ی در نظر گرفته شده، اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول است که می‌تواند قطرات با اندازه‌های غیریکسان تولید نماید. نتایج حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی این پژوهش، تطابق بسیار خوبی با یکدیگر دارد. کمیت‌های متعددی از قبیل نسبت دبی شاخه‌ها، نسبت سرعت شاخه‌ها، طول قطره در هر شاخه، طول کلی قطره، گردابی، فشار و لزجت مؤثر، در طول فرآیند شکست بررسی شده است. در این پژوهش با حل تحلیلی، مقادیر نسبت دبی شاخه‌ها، نسبت سرعت شاخه‌ها، طول قطره در هر شاخه و طول کلی قطره در طول فرآیند شکست به دست آمد. نتایج حل تحلیلی نشان داد که نسبت دبی شاخه‌ها و نسبت سرعت سیال در شاخه‌ها، در طول فرآیند شکست ثابت است. شبیه‌سازی عددی نیز نتایج تحلیلی را تأیید نموده و مشخص نمود که نسبت دبی و نسبت سرعت شاخه‌ها، در طول فرآیند ثابت است. همچنین نتایج تحلیلی و عددی نشان داد که طول قطره در هر یک از شاخه‌های فرعی و نیز طول کلی قطره، به صورت خطی در طول فرآیند شکست افزایش می‌یابد و در این مورد نیز، تطابق خوبی بین نتایج حل عددی و تحلیلی مشاهده شد.

۱- مقدمه

فرعی در سیال پایه تشکیل می‌شوند.

فرآیند شکست قطره کاربرد متعددی در صنایع داروسازی و شیمیایی دارد. به عنوان مثال در صنایع داروسازی برای ساخت یک دارو نیاز است تا ۰/۱ میلی‌گرم از ماده‌ی دارویی «الف» در هر کپسول دارویی قرار داده شود. لذا باید ماده‌ی دارویی «الف» به صورت واحدهای ۰/۱ میلی‌گرمی تبدیل شود. یکی از روش‌های انجام این کار آن است که ماده‌ی دارویی «الف» را به صورت یک قطره‌ی بزرگ وارد یک لوله کنند و این قطره با عبور از اتصال‌های تی‌شکل متوالی، به قطرات بسیار کوچک ۰/۱ میلی‌گرمی تقسیم شود و سپس هر یک از این قطرات کوچک، در داخل یک کپسول یا قرص دارویی قرار داده شود. از طرفی سیالات غیرنیوتنی نیز در صنایع مذکور (داروسازی، شیمیایی و . . .) استفاده می‌شود. لذا به پژوهش‌هایی نیاز است تا بتواند شکست قطرات غیرنیوتنی را بررسی نماید.

فرآیندهای میکروسیالی^۱ کاربرد بسیار زیادی در صنایع پزشکی، داروسازی، شیمیایی و غیره دارد [۱-۳]. در میان فرآیندهای میکروسیالی، فرآیندهای بر مبنای قطره اهمیت ویژه‌ای دارند [۴ و ۵] در این فرآیندها، یک سیال پایه وجود دارد که سیال فرعی به صورت قطراتی به داخل سیال پایه اضافه می‌شود. مزایای این روش عبارتند از: ۱- قطرات در سیال پایه حل نمی‌شوند. ۲- قطرات با دیواره‌ی کانال^۲ تماس پیدا نمی‌کنند. ۳- قطرات با دیواره واکنش نمی‌دهند. فرآیندهای بر مبنای قطره، شامل عملیات مختلفی مانند شکست، تولید، ترکیب، اختلاط و کنترل هستند. در اکثر فرآیندهای تولید قطره، از اتصال تی‌شکل^۳ برای تولید قطره استفاده می‌شود [۶-۸]. در این روش (اتصال تی‌شکل)، سیال فرعی (که قرار است به قطره تبدیل شود) را به کانال سیال پایه تزریق می‌کنند. در نتیجه، قطرات سیال

روش‌های مختلفی برای شکست قطرات ارائه شده است. در تمام این روش‌ها، یک قطره‌ی اولیه به دو یا چند قطره‌ی کوچک‌تر تقسیم

- 1 Microfluidic
- 2 Wall
- 3 T-junction

*نویسنده عهده‌دار مکاتبات: bedram@chmail.ir



در کنار یکدیگر هستند و برای جداسازی آن‌ها به فرآیند دیگر نیاز است.

با استفاده از اتصال تی‌شکل همراه با شیر نیز می‌توان یک قطره‌ی اولیه را به قطراتی با اندازه‌های دلخواه شکست [۱۵] که حل تحلیلی نیز برای این نوع اتصال انجام شده است [۱۶]. در روش اتصال تی‌شکل همراه با شیر، در یکی از شاخه‌های فرعی اتصال تی‌شکل، یک شیر قرار داده می‌شود. این شیر بخشی از کانال را مسدود نموده و لذا یک مانع در مسیر جریان ایجاد می‌کند. بنابراین مقاومت هیدرولیکی شاخه‌ای که شیر در آن قرار دارد افزایش یافته و پس از شکست قطره‌ی اولیه، قطره‌ی کوچک‌تری وارد این شاخه خواهد شد. یکی از مزایای این روش این است که می‌توان بعد از ساخت سیستم، نسبت حجم قطرات تولیدی را با تنظیم نسبت شیر تنظیم نمود و یکی از محدودیت‌های این روش، هزینه‌ی اولیه‌ی قرار دادن شیر در ساختار اتصال تی‌شکل ریزمقیاس است (معمولاً مقیاس اتصال تی‌شکل، میکرومتری یا میلی‌متری است). در روشی دیگر، با عبور دادن یک حباب از لوله‌ی مستقیم، حباب را به قسمت‌های کوچک‌تر تقسیم می‌کنند [۱۷] که محدودیت این روش آن است که قطرات تولید شده (پس از شکست) در کنار هم حضور دارند و برای جداسازی آن‌ها نیازمند فرآیند دیگری هستیم. روش‌هایی جدید نیز برای تنظیم دقیق اندازه‌ی قطرات تولیدی در حین فرآیند شکست ارائه شده است. به عنوان مثال یک سیستم هوشمند برای تولید قطرات با ابعاد غیریکسان ارائه شده است که متشکل از یک اتصال تی‌شکل به همراه دو شاخه‌ی فرعی کمکی می‌باشد [۱۸]. هر یک از دو شاخه‌ی کمکی، دارای یک شکستگی در میان خود هستند (مانند یک زانوپی). بر خلاف سیستم‌های دیگر (اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول، اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیر هم‌عرض و اتصال تی‌شکل همراه با شیر) که عمدتاً دارای سه شاخه هستند، این سیستم دارای پنج شاخه است که شاخه‌ها نیز دارای انحنا و شکستگی هستند. از مزایای روش مذکور این است که تغییر نسبت حجم قطرات تولیدی در اثر تغییر دبی سیال ورودی را کاهش می‌دهد. از محدودیت‌های روش مذکور نیز این است که ساخت آن به نسبت سایر روش‌های مشابه، پیچیده‌تر بوده و نیاز به هزینه‌ی بیش‌تری دارد.

یکی دیگر از روش‌های شکست قطرات، عبور دادن قطره از یک

می‌شود. در برخی از روش‌ها از اتصال تی‌شکل متقارن برای شکست قطره استفاده می‌شود [۹-۱۱]. در روش اتصال تی‌شکل متقارن، قطره‌ی مورد نظر از طریق یکی از شاخه‌های اتصال تی‌شکل وارد هندسه شده و با رسیدن به مرکز اتصال، دچار تغییر شکل و در نهایت دچار شکست می‌شود. پس از شکست قطره، دو قطره‌ی جدید تولید می‌شود که هر قطره وارد یکی از شاخه‌های اتصال تی‌شکل می‌شود. روش‌های بر مبنای اتصال تی‌شکل متقارن، قادرند تنها یک اندازه‌ی مشخص از قطره را تولید نمایند (زیرا قطره را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنند). لذا در کاربردهایی که نیاز است تا قطره‌ی اولیه به دو قطره با اندازه‌های غیریکسان تقسیم شود، استفاده از اتصال تی‌شکل متقارن مفید نخواهد بود. با استفاده از اتصال تی‌شکل با شاخه‌های با طول‌های متفاوت نیز می‌توان یک قطره یا حباب را به قطرات با اندازه‌های غیریکسان تقسیم نمود [۱۱]. در روش اتصال تی‌شکل با طول‌های غیریکسان، شاخه‌ی فرعی که طول بیش‌تری دارد، مقاومت هیدرولیکی بیش‌تری داشته و لذا پس از شکست قطره‌ی اولیه، قطره‌ی کوچک‌تری وارد آن شاخه می‌شود. در این روش به کمک تنظیم طول شاخه‌های فرعی، می‌توان نسبت حجم قطرات تولیدی را تنظیم نمود. منظور از نسبت حجم قطرات تولید شده، نسبت حجم قطره‌ی کوچک تولید شده به حجم قطره‌ی بزرگ تولید شده بعد از شکست است. یکی از مزیت‌های روش اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول، ساخت راحت‌تر هندسه به نسبت برخی روش‌های مشابه است. به عنوان مثال برای ساخت اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول، می‌توان یک اتصال تی‌شکل متقارن تهیه نمود و انتهای یکی از شاخه‌های فرعی را به میزان دلخواه برش داد تا اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول به دست آید. اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌عرض نیز می‌تواند یک قطره‌ی اولیه را به قطراتی با اندازه‌های غیریکسان تقسیم نماید [۱۳]. در روش مذکور، شاخه‌های فرعی اتصال تی‌شکل، دارای عرض‌های متفاوتی هستند و پس از شکست، قطره‌ی کوچک‌تر وارد شاخه‌ای می‌شود که عرض بیش‌تری دارد زیرا این شاخه مقاومت هیدرولیکی کم‌تری دارد. به کمک ایجاد موج نیز می‌توان از یک سیال جاری در کانال، قطره‌ای ایجاد نمود [۱۴]. در این روش، یک موج در سیال جاری در یک کانال ایجاد می‌شود و ایجاد موج باعث می‌شود قطراتی از سیال اصلی جدا شود. یکی از محدودیت‌های این روش آن است که قطرات جدید تولید شده

مبنا [۲۲] داشته است. استقلال حل از شبکه و استقلال حل از گام زمانی نیز انجام شده است. نتایج حل تحلیلی و عددی پژوهش حاضر نیز تطابق بسیار خوبی با یکدیگر دارند. در بخش بعدی مقاله (بخش ۲) هندسه‌ی مسئله مورد بررسی ارائه خواهد گردید. ابعاد هندسه‌ی مسئله و نیز مشخصات سیالات انتخاب شده در این بخش ارائه می‌گردد. در بخش ۳، مبانی شبیه‌سازی عددی پژوهش حاضر شامل: روش عددی، معادلات حاکم، استقلال حل از شبکه و، مقایسه‌ی نتایج با نتایج مسائل مبنا بیان خواهد شد. در بخش ۴ حل تحلیلی مسئله بیان خواهد شد. با استفاده از افت فشار سیال غیرنیوتونی در لوله‌ی مستقیم و به کمک معادلات حاکم، نسبت دبی، نسبت سرعت و طول قطره در حین فرآیند شکست به دست خواهد آمد و نتایج با نتایج عددی این پژوهش نیز مقایسه می‌گردد. در بخش ۵ نتایج شبیه‌سازی عددی در مقاطع مختلف هندسه‌ی مسئله ارائه می‌گردد. این نتایج شامل فشار، سرعت، لزجت مؤثر و . . . در مقاطع مختلف هندسه‌ی مسئله و در طول فرآیند شکست خواهد بود. در بخش ۶ نیز، جمع‌بندی نهایی و مهمترین دستاوردهای پژوهش پیش رو بیان خواهد گردید.

۲- هندسه‌ی سیستم:

هندسه‌ی مسئله (اتصال تی‌شکل با طول‌های غیریکسان) در شکل ۱ نشان داده شده است. جریان سیال پیوسته‌ی غیرنیوتنی (که قطره نیز در داخل سیال پیوسته شناور است) از شاخه‌ی عمودی وارد سیستم شده و از دو شاخه‌ی فرعی افقی خارج می‌شود. سطح مقطع تمام کانال‌ها مستطیلی و عمق هندسه (در جهت عمود بر کاغذ) برابر با ۶ میکرومتر است. عرض تمام شاخه‌ها برابر با ۲۰ میکرومتر می‌باشد. طول شاخه‌ی فرعی راست و چپ به ترتیب برابر با ۱۰۰ و ۸۰ میکرومتر است. طول قطره‌ی ورودی به سیستم (فاصله‌ی نقاط A و B) برابر با ۷۰ میکرومتر است. ابتدا و انتهای قطره نیز دایره‌هایی به شعاع ۹ میکرومتر است. شرط مرزی ورودی سیستم، سرعت ثابت و شرط مرزی در خروجی‌های سیستم (شاخه‌های راست و چپ)، فشار ثابت است. سرعت سیال در ورود به سیستم ۰/۳ متر بر ثانیه است. سیال پیوسته، یک سیال غیرنیوتنی با ضریب سازگاری $k=0/001$ و ضریب رفتار $n=1/1$ و چگالی ۱۰۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب و سیال

روزنه یا تغییر سطح مقطع لوله است [۱۹ و ۲۰]. در این روش، سیال پیوسته در یک کانال جاری است و قطره‌ی اولیه‌ی در این سیال پیوسته شناور و در حال حرکت است. در داخل لوله یک روزنه یا یک تغییر سطح مقطع تعبیه می‌نمایند. هنگامی که قطره به روزنه یا به محل تغییر سطح مقطع می‌رسد دچار تغییر شکل شدید شده و به چند قطره‌ی کوچک‌تر شکسته می‌شود. محدودیت این روش این است که پس از شکست قطره، قطرات کوچک و بزرگ تولید شده در کنار هم هستند و برای جداسازی آن‌ها به فرآیند دیگری نیاز است.

با دقت در پژوهش‌های گذشته (که در بالا بیان شد) در می‌یابیم که تاکنون شکست قطرات غیرنیوتنی در اتصال تی‌شکل با طول‌های غیریکسان بررسی نشده است که در مقاله‌ی حاضر به این موضوع پرداخته خواهد شد. یکی از مزایای اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول این است که پس از شکست قطره، قطرات کوچک و بزرگ تولید شده از هم جدا می‌شوند و با هم مخلوط نیستند (بر خلاف روش‌هایی مانند عبور قطره از لوله‌ی مستقیم دارای مانع). از دیگر مزایای اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول، راحت بودن ساخت هندسه‌ی سیستم نسبت به برخی روش‌های مشابه (مانند اتصال تی‌شکل همراه با شیر) است. همچنین در پژوهش حاضر، برای اولین بار شکست قطره‌ی غیرنیوتنی در اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول بررسی گردیده است و حل تحلیلی نیز برای مسئله ارائه شده است. تفاوت پژوهش پیش رو با پژوهش‌های گذشته که اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول را بررسی نموده‌اند [۱۲ و ۲۱] این است که در پژوهش‌های قبل، شکست قطره در اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول صرفاً در حالتی بررسی گردیده است که سیال پیوسته و سیال قطره، سیالات نیوتنی باشند در حالی که در کاربردهای عملی (صنایع داروسازی و شیمیایی) از سیالات غیرنیوتنی نیز استفاده می‌گردد. لذا پژوهش حاضر توانسته است شکست قطره در اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول را با در نظر گرفتن سیالات غیرنیوتنی (برای قطره و برای سیال پیوسته) و همچنین با انجام یک حل تحلیلی مورد بررسی قرار دهد. در این پژوهش، سیال پیوسته نیز غیرنیوتنی در نظر گرفته شده است. روش پژوهش، حل تحلیلی و شبیه‌سازی عددی سه بعدی به کمک روش حجم سیال^۱ بوده است. نتایج عددی این پژوهش، تطابق خوبی با نتایج یک پژوهش تحلیلی

$$\rho = \rho_c \varphi + \rho_d (1 - \varphi) \quad (3)$$

$$\mu = \mu_c \varphi + \mu_d (1 - \varphi) \quad (4)$$

که زیرنویس c مربوط به سیال پیوسته (سیال حامل قطرات)، زیرنویس d مربوط به قطره و φ کسر حجمی سیال پیوسته در هر سلول محاسباتی است. در هر سلول محاسباتی $0 \leq \varphi \leq 1$ است. برای محل دقیق مرز داریم $\varphi = 0.5$ که به روش تکه‌ای خطی^۱ به دست می‌آید. کمیت φ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + u_i \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} = 0 \quad (5)$$

شبیه‌سازی عددی توسط روش حجم سیال نرم‌افزار انسیس فلونت (نسخه‌ی ۱۵) انجام گرفت. گسسته‌سازی معادلات مومنتوم به روش بادسوی مرتبه‌ی دوم و ارتباط معادلات فشار و سرعت توسط الگوریتم سیمپل‌سی^۲ برقرار گشته است. شرط همگرایی حل، کوچک‌تر بودن تمام باقیمانده‌ها از 0.001 می‌باشد که باقیمانده‌ها از رابطه‌ی زیر به دست می‌آیند.

$$R_X = \frac{\sum_{P=1}^N \left| \sum_{nb} a_{nb} X_{nb} + \Phi - a_P X_P \right|}{\sum_{P=1}^N a_P X_P} \quad (6)$$

که X یک متغیر عمومی در سلول P و N تعداد کل سلول‌ها در دامنه، nb سلول‌های همسایه‌ی سلول P و Φ قسمت ثابت جمله‌ی منبع $(S = S_c + S_p X)$ و شرایط مرزی می‌باشد. برای اطمینان از این موضوع که مقدار 0.001 برای باقیمانده‌ها، مناسب می‌باشد، به طور نمونه یک شبیه‌سازی با مقادیر باقیمانده‌ی 0.0001 نیز انجام گردید که نتایج آن در شکل ۲ ارائه شده است. در شکل ۲، توزیع سرعت در دو مقطع از کانال ورودی سیستم، در حالتی که قطره نیز در کانال ورودی است (یعنی وضعیت قطره مشابه شکل ۶ است) در دو حالت

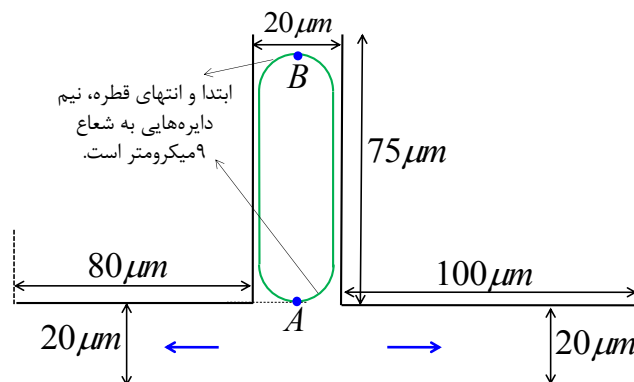


Fig. 1. The geometry of T-junction with unequal length branches. The droplet is approaching the junction center. The depth of the geometry (perpendicular to the paper) is 6 μm . The initial drop length (The distances of points A and B) is 70 μm

شکل ۱: هندسه‌ی اتصال تی‌شکل با طول‌های غیر یکسان. طبق شکل، قطره در حال نزدیک شدن به مرکز اتصال است. عمق شکل در راستای عمود بر کاغذ ۶ میکرومتر است. طول اولیه قطره (فاصله نقطه A تا B) برابر با ۷۰ میکرومتر است.

قطره یک سیال غیرنیوتنی با ضریب سازگاری $k = 0.0125$ و ضریب رفتار $n = 1/1$ و چگالی ۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب می‌باشد. همچنین کشش سطحی بین دو سیال 0.05 نیوتن بر متر در نظر گرفته شده است.

۳- شبیه‌سازی عددی

برای مدل‌سازی جریان دو فاز از شبیه‌سازی عددی به روش حجم سیال استفاده شده است. جریان تراکم‌ناپذیر بوده و معادلات پیوستگی و ناویر استوکس به صورت زیر برقرار است:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial P}{\partial x_i} + F_i + \mu \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} \quad (2)$$

که u_i مؤلفه‌های بردار سرعت و ρ و μ به ترتیب چگالی و لزجت متوسط سیال می‌باشد که از روابط زیر به دست می‌آید.

1 Piecewise linear interface reconstruction method

2 SIMPLEC

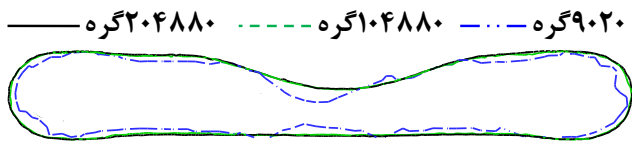


Fig. 3. Grid independency (3D simulation) for a moment the droplet is deforming in the center of junction

شکل ۳. نمودار استقلال حل از شبکه (شبیه‌سازی سه بعدی) برای لحظه‌ای که قطره در حال پخش شدن در مرکز اتصال است.

گرفته شد. همچنین فشار در لحظه‌ی اول، در کل دامنه برابر با فشار محیط در نظر گرفته شد.

بریسرتون [۲۲] سرعت یک قطره‌ی شناور در سیال پایه که در داخل لوله‌ای با مقطع دایروی در حرکت است را به صورت تحلیلی مطابق عبارت $U = \bar{U} \left(1 + \frac{1}{2} \frac{3\mu_c U}{\sigma} \right)^{-1}$ محاسبه نمود (U سرعت قطره و σ ، μ_c و \bar{U} به ترتیب کشش سطحی بین دو سیال، لزجت و سرعت متوسط سیال پیوسته هستند). به منظور اثبات صحت شبیه‌سازی سه بعدی مقاله‌ی حاضر، مسئله‌ی بریسرتون [۲۲] به صورت سه بعدی شبیه‌سازی شده و نتایج آن با رابطه‌ی تحلیلی مذکور مقایسه و در شکل ۵ ارائه گردیده است. در شبیه‌سازی عددی مسئله‌ی بریسرتون [۲۲]، سرعت حرکت قطره به این صورت به دست می‌آید که به عنوان مثال دو مکان «الف» و «ب» در طول لوله که فاصله‌ی مشخصی از یکدیگر دارند (مثلاً فاصله‌ی معادل با دو برابر قطر کانال) در نظر گرفته می‌شود. با بررسی فرآیند حرکت قطره، زمانی که ابتدای قطره به مکان «الف» می‌رسد، ثبت می‌شود. سپس زمانی که ابتدای قطره به مکان «ب» می‌رسد نیز ثبت می‌شود. اختلاف زمان رسیدن ابتدای قطره به مکان‌های «الف» و «ب»، زمان خالص حرکت قطره بین مکان‌های «الف» و «ب» را نشان می‌دهد. لذا اگر فاصله‌ی بین مکان‌های «الف» و «ب» را تقسیم بر زمان خالص نماییم، سرعت حرکت قطره به دست می‌آید. یادآوری می‌گردد که در مسئله‌ی بریسرتون [۲۲]، سرعت حرکت قطره با زمان تغییر نمی‌کند زیرا سرعت حرکت سیال پیوسته نسبت به زمان ثابت است. همانطور که در شکل ۵ مشاهده می‌شود، تطابق بسیار خوبی بین نتایج تحلیلی بریسرتون [۲۲] و نتایج شبیه‌سازی سه بعدی پژوهش پیش رو مشاهده می‌شود.

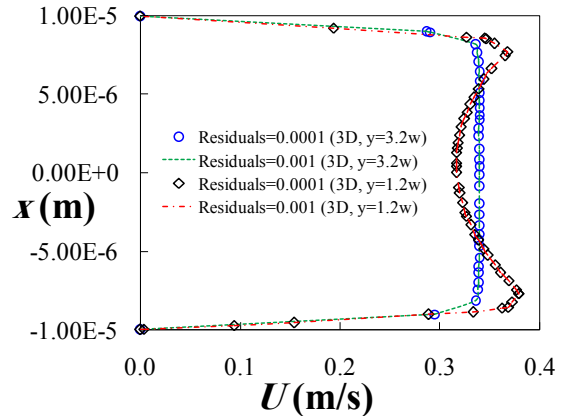


Fig. 2. The velocity profile in two section of inlet channel for residuals 0.001 and 0.0001. The location of sections $y=1.2w$ and $y=3.2w$ is shown in Fig. 13. The vertical axis shows the width of the inlet channel

شکل ۲: توزیع سرعت سیال در دو مقطع از شاخه‌ی ورودی، برای دو حالت باقیمانده‌ی ۰/۰۰۰۱ و ۰/۰۰۱. موقعیت مقاطع و در شکل ۱۳ مشاهده می‌شود. محور عمودی، نشان‌دهنده‌ی راستای عرض شاخه‌ی ورودی است.

باقیمانده‌ی ۰/۰۰۱ و ۰/۰۰۰۱ ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، نتایج مربوط به باقیمانده‌های ۰/۰۰۰۱ و ۰/۰۰۱ دقیقاً بر هم منطبق هستند. لذا استفاده از باقیمانده‌ی ۰/۰۰۱ برای این مسئله قابل اطمینان است.

شرط مرزی در ورودی سیستم، سرعت ثابت و شرط مرزی در خروجی سیستم، فشار ثابت (برابر با فشار محیط) می‌باشد. برای دیواره‌ها نیز شرط مرزی عدم لغزش در نظر گرفته شده است. گام زمانی انتخاب شده برای شبیه‌سازی عددی ۲۰ نانوثانیه می‌باشد. استقلال حل از شبکه، با حل مسئله‌ی سه بعدی شکست قطره انجام شده است. پروفیل قطره در لحظه‌ی پخش شدن در مرکز اتصال و در اندازه‌های مختلف شبکه، مقایسه و نتایج آن در شکل ۳ ارائه شده است.

همان‌طور که در شکل ۳ دیده می‌شود، برای شبکه‌ی با بیش از ۱۰۴۸۸۰ گره، نتایج مستقل از شبکه است در پژوهش پیش رو نیز از شبکه‌ی با تعداد بیش از ۱۰۴۸۸۰ گره استفاده شده است. تصویر شبکه‌ی محاسباتی در شکل ۴ نشان داده شده است.

شرایط اولیه (در لحظه‌ی $t=0$)، به این صورت است که مؤلفه‌ی x (افقی) و z (عمود بر کاغذ) سرعت سیال، برابر با صفر و مؤلفه‌ی y (عمودی) سرعت سیال، برابر با سرعت در ورود به سیستم در نظر

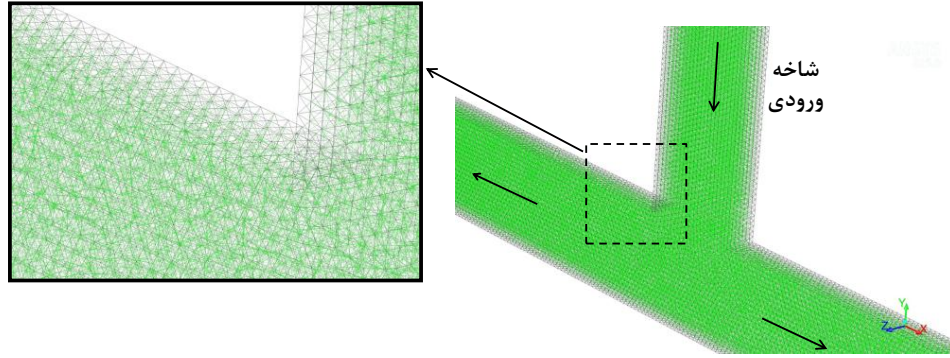


Fig. 4. The computational grid that is used for numerical simulation
شکل ۴: تصویر شبکه‌ی محاسباتی در نظر گرفته شده برای حل عددی.

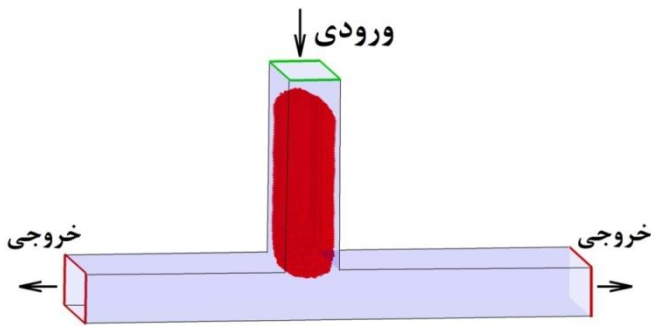


Fig. 6. The droplet in the T-junction with unequal length branches
شکل ۶: تصویر قطره در اتصال‌تی شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول.

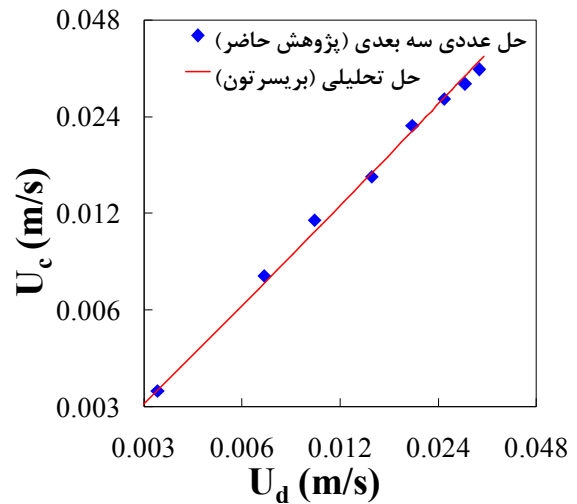


Fig. 5. Comparison of Bretherton's equation [22] for droplet speed in the circular tube by the 3D numerical simulation results of the present research. The horizontal and vertical axes have logarithmic scale.

شکل ۵: مقایسه رابطه‌ی تحلیلی بریستون [۲۲] برای سرعت قطره در داخل لوله‌ی با مقطع دایروی با نتایج شبیه‌سازی سه بعدی پژوهش حاضر. محورهای عمودی و افقی، مقیاس لگاریتمی دارند.

۴- حل تحلیلی:

در این پژوهش، یک حل تحلیلی برای اتصال‌تی شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول انجام شده است. هندسه‌ی مسئله به صورت یک اتصال‌تی شکل است که شاخه‌های آن، سطح مقطع مستطیلی دارند (شکل ۷). طول و عرض کانال‌ها، همان مقادیری است که در شکل ۱ ارائه شده است. عمق هندسه (در جهت عمود بر کاغذ) برابر با ۶ میکرومتر است.

برای سیال غیرنیوتنی که در داخل یک کانال در جریان است، عدد رینولدز به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۳]:

$$Re = \frac{\rho U^{2-n} D_h^n}{8^{n-1} K \left(\frac{c_1}{n} + c_2 \right)^n} \quad (7)$$

در شکل ۶ هندسه‌ی مسئله به صورت سه بعدی نشان داده شده است. قطره در شاخه‌ی ورودی (عمودی) قرار دارد. سیال پیوسته از شاخه‌ی عمودی وارد شده و از دو شاخه‌ی فرعی افقی خارج می‌شود. طول شاخه‌ی فرعی سمت راست بیش‌تر از شاخه‌ی سمت چپ است و سطح مقطع هر دو شاخه یکسان است.

با توجه به مقادیر به دست آمده در رابطه (۹) و با توجه به مشخصات سیالات که در بخش هندسه‌ی سیستم به آن اشاره گردید، می‌توان عدد رینولدز جریان را محاسبه نمود. با قرار دادن اعداد مذکور در رابطه (۷)، عدد رینولدز جریان تقریباً ۰/۷۴ به دست می‌آید و با توجه به این‌که در جریان غیرنیوتنی در کانال مستطیلی، معیار آرام بودن جریان، کمتر بودن عدد رینولدز از ۲۵۳۵ است، پس می‌توان گفت جریان در این مسئله آرام خواهد بود. از طرفی برای جریان سیال غیرنیوتنی آرام در داخل کانال، ضریب اصطکاک به صورت زیر خواهد بود [۲۳]:

$$f = \frac{64}{Re} = \frac{64 \times 8^{n-1} K \left(\frac{c_1}{n} + c_2 \right)^n}{\rho U^{2-n} D_h^n} \quad (10)$$

در این پژوهش $n=1/1$ در نظر گرفته شده است. لذا رابطه (۱۰) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$f = \frac{78.7932K(0.9091c_1 + c_2)^{1.1}}{\rho U^{0.9} D_h^{1.1}} \quad (11)$$

افت فشار سیال در داخل کانالی به طول L ، به صورت $\Delta P = \rho f (L / D_h) (U^2 / 2)$ خواهد بود که با جایگذاری رابطه (۱۱) در رابطه‌ی ΔP داریم:

$$\Delta P = \rho f \frac{L U^2}{D_h} = \rho \frac{78.7932K(0.9091c_1 + c_2)^{1.1}}{\rho U^{0.9} D_h^{1.1}} \frac{L U^2}{D_h} \quad (12)$$

$$= \frac{33.3966LKU^{1.1}}{D_h^{2.1}} (0.9091c_1 + c_2)^{1.1}$$

با استفاده از رابطه‌ی $D_h = 4A / P$ داریم:

$$\Delta P = \frac{33.3966LKU^{1.1}P^{2.1}}{4^{2.1}A^{2.1}} (0.9091c_1 + c_2)^{1.1} \quad (13)$$

$$= \frac{1.8171LKU^{1.1}P^{2.1}}{A^{2.1}} (0.9091c_1 + c_2)^{1.1}$$

فشار سیال در خروجی سیستم برابر با فشار محیط است. لذا افت

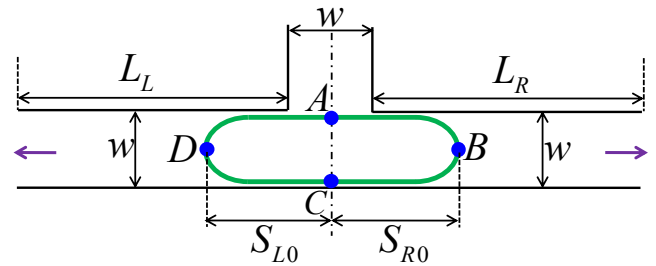


Fig. 7. The geometry of T-junction with unequal length branches. The droplet enters the system from the vertical channel and breaks to two parts and each parts exit from one of the branches

شکل ۷: هندسه‌ی اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول. قطره از شاخه‌ی عمودی وارد سیستم شده و به دو قسمت تقسیم شده و هر یک از دو قسمت، از یکی از شاخه‌های فرعی خارج می‌شود.

که ρ چگالی سیال و U سرعت متوسط سیال در لوله، K شاخص سازگاری^۱ و $D_h = \frac{4A}{P}$ قطر هیدرولیکی کانال و n شاخص جریان قانون توان^۲ است. c_1 و c_2 توابعی بر حسب شکل سطح مقطع کانال است. برای کانال‌های با سطح مقطع مستطیلی، نسبت منظر^۳ که با نماد ε نشان داده می‌شود، به صورت نسبت ضلع کوچک‌تر به ضلع بزرگ‌تر تعریف می‌شود و مقادیر c_1 و c_2 بر اساس نسبت منظر به دست می‌آید. برای هندسه‌ی پژوهش حاضر، سطح مقطع تمام شاخه‌ها، مستطیلی به ابعاد ۶ میکرومتر در ۲۰ میکرومتر است پس نسبت منظر (ε)، محیط (P) و مساحت (A) سطح مقطع شاخه‌ها به صورت زیر خواهد شد (دقت کنید که نسبت منظر، مساحت و محیط سطح مقطع تمام شاخه‌ها یکسان است):

$$\varepsilon = (6 \times 10^{-6} / 20 \times 10^{-6}) = 0.3$$

$$P = 2 \times (6 + 20) \times 10^{-6} = 5.2 \times 10^{-5} \text{ m} \quad (8)$$

$$A = (6 \times 10^{-6}) \times (20 \times 10^{-6}) = 1.2 \times 10^{-10} \text{ m}^2$$

با داشتن نسبت منظر برای شاخه‌ها، مقادیر c_1 و c_2 به صورت زیر معلوم می‌شود [۲۳]:

$$c_1 = 0.29914 \quad c_2 = 0.79536 \quad (9)$$

-
- 1 Consistency index
 - 2 Flow behavior index
 - 3 Aspect ratio

حجمی سیال در شاخه‌های راست و چپ است. لذا، نسبت حجم دو قطره‌ی وارد شده به شاخه‌های فرعی (که برابر با نسبت دبی دو شاخه است) به صورت زیر خواهد شد:

$$\frac{V_R}{V_L} = \frac{Q_R}{Q_L} = \frac{A_R U_R}{A_L U_L} \quad (17)$$

که U سرعت سیال پیوسته در کانال و A مساحت سطح مقطع کانال است. با استفاده از رابطه (۱۵) داریم: $U_R / U_L = (L_L / L_R)^{1/n}$ با جایگذاری این رابطه در رابطه (۱۷) و با در نظر گرفتن این که سطح مقطع شاخه‌ی راست و چپ برابر است، خواهیم داشت $V_R / V_L = (L_L / L_R)^{1/n}$ که این رابطه نشان می‌دهد در اتصال

تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول، نسبت حجم قطرات تولیدی برابر است با نسبت طول دو شاخه‌ی فرعی به توان $1/n$. این موضوع یکی از مزایای اتصال تی‌شکل همراه با شیر را نشان می‌دهد که می‌توان نسبت حجم قطرات تولیدی را با استفاده از نسبت طول دو شاخه و شاخص جریان قانون توان (n) یافت. با جایگذاری رابطه (۱۶) در رابطه (۱۷) داریم:

$$\frac{V_R}{V_L} = \frac{Q_R}{Q_L} = 0.83324 \quad (18)$$

دبی ورودی به سیستم (Q_{in}) برابر با جمع دبی شاخه‌های فرعی است. لذا خواهیم داشت:

$$Q_{in} = Q_R + Q_L \rightarrow \frac{Q_{in}}{Q_L} = \frac{Q_R}{Q_L} + 1 \xrightarrow{Q_R/Q_L=0.83324} \frac{Q_{in}}{Q_L} = 0.83324 + 1 = 1.83324 \rightarrow \frac{Q_L}{Q_{in}} = 0.54548 \quad (19)$$

با استفاده از رابطه‌های (۱۸) و (۱۹) داریم:

$$\frac{Q_R}{Q_{in}} = \frac{Q_R}{Q_L} \frac{Q_L}{Q_{in}} = 0.83324 \times 0.54548 = 0.45452 \quad (20)$$

با استفاده از رابطه (۱۸) می‌توان نسبت سرعت شاخه‌ی فرعی راست

فشار سیال در دو شاخه‌ی فرعی با هم برابر خواهد بود. بنابراین داریم:

$$\begin{aligned} & \frac{1.8171 L_L K_L U_L^{1.1} P_L^{2.1}}{A_L^{2.1}} (0.9091 c_1 + c_2)_L^{1.1} \\ &= \frac{1.8171 L_R K_R U_R^{1.1} P_R^{2.1}}{A_R^{2.1}} (0.9091 c_1 + c_2)_R^{1.1} \end{aligned} \quad (14)$$

زیرنویس R و L به ترتیب نشان‌دهنده‌ی شاخه‌های راست و چپ است. مقدار K برای هر دو شاخه‌ی فرعی یکسان است زیرا سیال پیوسته وارد هر دو شاخه می‌شود. همچنین، محیط (P)، مساحت (A) و c_1 و c_2 برای هر دو شاخه‌ی فرعی یکسان است. لذا رابطه (۱۴) به صورت زیر ساده می‌شود:

$$L_L U_L^{1.1} = L_R U_R^{1.1} \quad (15)$$

با توجه به اینکه مرکز اتصال، عرضی برابر با ۲۰ میکرومتر دارد، لذا باید این فاصله را بین طول دو شاخه‌ی فرعی تقسیم نمود. یعنی طول شاخه‌ی راست (L_R) و چپ (L_L) به ترتیب ۱۱۰ و ۹۰ میکرومتر خواهد بود. با جایگذاری این مقادیر در رابطه (۱۵) داریم:

$$\begin{aligned} 90 \times 10^{-6} U_L^{1.1} &= 110 \times 10^{-6} U_R^{1.1} \\ \longrightarrow \frac{U_R}{U_L} &= 0.83324 \end{aligned} \quad (16)$$

که U سرعت سیال پیوسته در کانال و زیرنویس‌های R و L به ترتیب نشان‌دهنده‌ی شاخه‌ی راست و چپ است.

هندسه‌ی مسئله به صورتی است که پس از شکست قطره‌ی اولیه، قطره‌ی کوچک‌تر وارد شاخه‌ی سمت راست و قطره‌ی بزرگ‌تر وارد شاخه‌ی سمت چپ شود. لذا کمیت نسبت حجم به صورت V_R / V_L تعریف می‌شود که V_R و V_L به ترتیب، حجم قطره‌ی وارد شده به شاخه‌ی راست و چپ است. در مبحث شکست قطره در اتصال تی‌شکل، می‌توان فرض نمود که نسبت حجم دو قطره‌ی تولیدی، برابر با نسبت دبی حجمی در دو شاخه‌ی اتصال است [۲۱]: پس داریم $V_R / V_L = Q_R / Q_L$ که Q_L و Q_R به ترتیب دبی

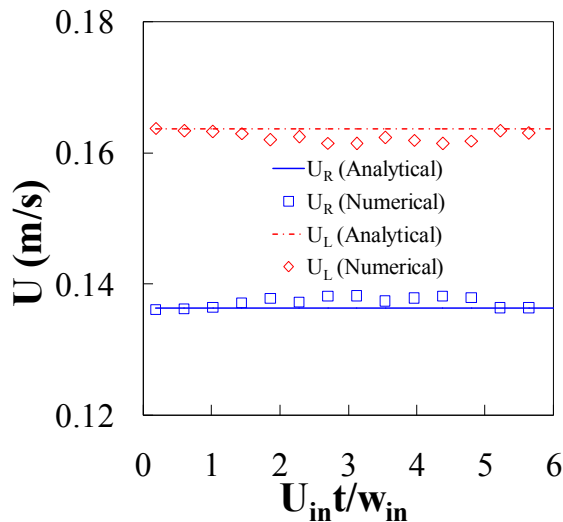


Fig. 9. Analytical and numerical results of the right branch velocity (U_R) and the left branch velocity (U_L) during the breakup process

شکل ۹: نتایج تحلیلی و عددی سرعت شاخه‌ی سمت راست (U_R) و سرعت شاخه‌ی سمت چپ (U_L) در طول فرآیند شکست قطره.

ورودی به سیستم (Q_L/Q_{in}) در طول فرآیند شکست قطره ارائه شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، نسبت دبی شاخه‌ها با گذشت زمان، ثابت است. این موضوع برای کاربردهای صنعتی موضوع شکست قطرات مفید است، زیرا در صنایع داروسازی، شیمیایی، پتروشیمی و... نیاز است تا تعداد زیادی قطره با اندازه‌ی یکسان تولید شود. از طرفی، قبلاً بیان شد که نسبت حجم قطرات تولید شده در هندسه‌ی این مقاله، برابر با نسبت دبی شاخه‌ی سمت راست به شاخه‌ی چپ است. حال اگر نسبت دبی شاخه‌ها در طول زمان ثابت بماند، نسبت حجم قطرات تولیدی نیز با زمان تغییر نخواهد کرد که پدیده‌ای مطلوب است. همچنین طبق شکل، دبی شاخه‌ی سمت راست حدود ۱۸ درصد کم‌تر از دبی شاخه‌ی سمت چپ است. دلیل این امر این است که شاخه‌ی سمت راست به دلیل داشتن طول بیشتر، مقاومت هیدرولیکی بیشتری دارد، لذا درصد کم‌تری از جریانی که از کانال ورودی به سیستم وارد می‌شود، وارد شاخه‌ی سمت راست و درصد بیشتری وارد شاخه‌ی سمت چپ می‌شود. طبق شکل، نتایج تحلیلی و عددی نسبت دبی شاخه‌ها، تطابق بسیار خوبی با یکدیگر دارد.

در شکل ۹ نتایج تحلیلی و عددی سرعت شاخه‌ی سمت راست

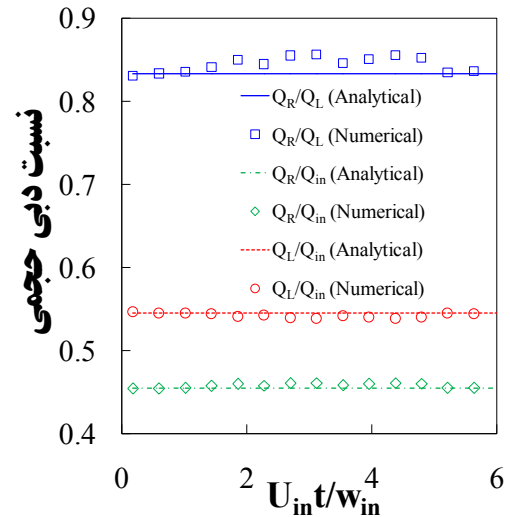


Fig. 8. Analytical and numerical results for the ratio of the right branch flow rate to left branches flow rate (Q_R/Q_L) and the ratio of the right branch flow rate to inlet channel flow rate (Q_R/Q_{in}) and the ratio of the left branch flow rate to inlet channel flow rate (Q_L/Q_{in}) during the breakup process

شکل ۸: نتایج تحلیلی و عددی نسبت دبی شاخه‌ی سمت راست به دبی شاخه‌ی سمت چپ (Q_R/Q_L) و دبی شاخه‌ی سمت راست به دبی ورودی به سیستم (Q_R/Q_{in}) و دبی شاخه‌ی سمت چپ به دبی ورودی به سیستم (Q_L/Q_{in}) در طول فرآیند شکست قطره.

به سرعت سیال ورودی به سیستم (یعنی U_R/U_{in}) را به صورت زیر محاسبه نمود:

$$\begin{aligned} \frac{Q_R}{Q_{in}} = 0.45452 &\longrightarrow \frac{U_R A_R}{U_{in} A_{in}} \\ = 0.45452 &\xrightarrow{A_R=A_{in}} \frac{U_R}{U_{in}} = 0.45452 \end{aligned} \quad (21)$$

به طور مشابه برای نسبت سرعت شاخه‌ی فرعی چپ به سرعت سیال ورودی به سیستم (یعنی U_L/U_{in}) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{Q_L}{Q_{in}} = 0.54548 &\longrightarrow \frac{U_L A_L}{U_{in} A_{in}} = 0.54548 \\ \xrightarrow{A_L=A_{in}} &\frac{U_L}{U_{in}} = 0.54548 \end{aligned} \quad (22)$$

در شکل ۸ نتایج تحلیلی و عددی نسبت دبی شاخه‌ی سمت راست به دبی شاخه‌ی سمت چپ (Q_R/Q_L) و دبی شاخه‌ی سمت راست به دبی ورودی به سیستم (Q_R/Q_{in}) و دبی شاخه‌ی سمت چپ به دبی

$$\frac{\nabla_R}{\nabla_L} = \frac{Q_R}{Q_L} = \frac{A_R U_R}{A_L U_L} = 0.83324 \quad (26)$$

در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال، در یک لحظه‌ی خاص، قطره به صورت شکل ۷ در می‌آید. این لحظه را زمان ابتدایی فرآیند شکست ($t=0$) در نظر می‌گیریم. در لحظه‌ای که قطره در شکل ۷ نشان داده شده است، حجم قطره‌ی شاخه‌ی سمت راست (∇_R) برابر با حجم قسمت ABCA و حجم قطره در شاخه‌ی سمت چپ (∇_L) برابر با حجم قسمت ADCA است. همانطور که قبلاً نیز بیان شد، در مبحث شکست قطره در اتصال تی‌شکل، می‌توان فرض نمود که نسبت حجم دو قطره در شاخه‌های فرعی، برابر با نسبت دبی در دو شاخه‌ی اتصال است [۲۱] پس در شکل ۷ داریم $\nabla_R / \nabla_L = Q_R / Q_L$ که مقدار Q_R / Q_L در رابطه (۲۶) به دست آمد. می‌دانیم جمع ∇_R و ∇_L برابر با حجم کل قطره (∇_{in}) است. لذا داریم:

$$\begin{aligned} \nabla_R + \nabla_L = \nabla_{in} &\longrightarrow \frac{\nabla_R}{\nabla_L} + 1 = \frac{\nabla_{in}}{\nabla_L} \xrightarrow{\nabla_R/\nabla_L=0.8702} \\ \frac{\nabla_L}{\nabla_{in}} = \frac{1}{0.83324 + 1} &= 0.54548 \quad (27) \\ \frac{\nabla_R}{\nabla_{in}} = \frac{\nabla_R}{\nabla_L} \frac{\nabla_L}{\nabla_{in}} &= 0.45452 \end{aligned}$$

از طرفی پژوهش‌های متعددی نشان داده است که انتهای قطره (یعنی محل نقاط B و D در شکل ۷) به صورت نیم‌دایره‌ای است که قطر آن تقریباً برابر با عرض کانال است [۲۴]. لذا داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\nabla_R}{\nabla_{in}} = 0.45452 &\longrightarrow \\ \frac{\left(S_{R0} - \frac{w}{2} \right) w + \frac{\pi w^2}{8}}{\left(S_{in} - w \right) w + \frac{\pi w^2}{4}} &= 0.45452 \quad (28) \end{aligned}$$

که S_{in} طول اولیه‌ی قطره قبل از رسیدن به مرکز اتصال است که در این مقاله $S_{in} = 3/8921w = 77/84 \times 10^{-6} \text{ m}$ است. با جایگذاری مقادیر S_{in} و عرض کانال‌ها ($w = 20 \times 10^{-6} \text{ m}$) در رابطه (۲۸) خواهیم داشت:

(U_R) و سرعت شاخه‌ی سمت چپ (U_L) و سرعت شاخه‌ی ورودی به سیستم (U_{in}) در طول فرآیند شکست قطره ارائه شده است. طبق شکل، سرعت سیال در شاخه‌ها، در طول زمان تغییر نمی‌کند. همانطور که مشاهده می‌شود، سرعت سیال در شاخه‌ی راست کمتر از شاخه‌ی چپ است. در این شکل نیز مشاهده می‌شود که نتایج تحلیلی و عددی نسبت سرعت شاخه‌ها، تطابق بسیار خوبی با یکدیگر دارد. ادامه‌ی حل تحلیلی برای هندسه‌ی دو بعدی انجام خواهد شد. ابعاد هندسه‌ی دو بعدی دقیقاً مطابق شکل ۱ است. در اتصال دو بعدی، عمق هندسه (در جهت عمود بر کاغذ) بی‌نهایت است. با توجه به این که محیط (P) و مساحت (A) سطح مقطع تمام شاخه‌های هندسه‌ی مسئله یکسان است، لذا داریم [۲۳]:

$$\begin{aligned} \varepsilon \approx 0 \quad P \approx 2Z \quad A = (20 \times 10^{-6}) \times Z \\ c_1 = 0.4938 \quad c_2 = 0.99275 \quad (23) \end{aligned}$$

که Z عمق هندسه در جهت عمود بر کاغذ است. رابطه (۱۴) برای اتصال دو بعدی نیز برقرار است، لذا با جایگذاری مقادیر رابطه (۲۳) در رابطه (۱۴) داریم:

$$L_L U_L^{1.1} = L_R U_R^{1.1} \quad (24)$$

با توجه به اینکه مرکز اتصال، عرضی برابر با ۲۰ میکرومتر دارد، لذا باید این فاصله را بین طول دو شاخه‌ی فرعی تقسیم نمود. یعنی طول شاخه‌ی راست (L_R) و چپ (L_L) به ترتیب ۱۱۰ و ۹۰ میکرومتر خواهد بود. با جایگذاری این مقادیر در رابطه (۲۴) داریم:

$$\begin{aligned} 90 \times 10^{-6} U_L^{1.1} = 110 \times 10^{-6} U_R^{1.1} \\ \longrightarrow U_R / U_L = 0.83324 \quad (25) \end{aligned}$$

که U سرعت سیال پیوسته در کانال و زیرنویس‌های R و L به ترتیب نشان‌دهنده‌ی شاخه‌ی راست و چپ است. با استفاده از رابطه‌های (۲۳) و (۲۵) داریم:

(۲۲) را تکرار کنیم نتایج زیر به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} U_R/U_{in} &= 0.45452 \\ U_L/U_{in} &= 0.54548 \end{aligned} \quad (32)$$

با جایگذاری مقادیر رابطه‌های (۲۹) و (۳۲) در رابطه (۳۱) داریم:

$$\begin{aligned} \frac{S_R}{w} &= 1.7788 + 0.45452 \frac{0.3t}{20 \times 10^{-6}} \rightarrow \frac{S_R}{w} \\ &= 1.7788 + 6817.8t \end{aligned} \quad (33)$$

به طور مشابه برای شاخه‌ی فرعی سمت چپ (با استفاده از رابطه‌های (۳۰) و (۳۲)) داریم:

$$\begin{aligned} S_L &= S_{L0} + U_L \times t \rightarrow \frac{S_L}{w} = \frac{S_{L0}}{w} + \frac{U_L}{U_{in}} \frac{U_{in} t}{w} \\ \frac{S_L}{w} &= 2.1133 + 0.54548 \frac{0.3t}{20 \times 10^{-6}} \\ \rightarrow \frac{S_L}{w} &= 2.1133 + 8182.2t \end{aligned} \quad (34)$$

در شکل ۱۱، نتایج تحلیلی و عددی طول قطره در شاخه‌ی راست (S_R/w)، طول قطره در شاخه‌ی چپ (S_L/w) و طول کلی قطره ($S_R/w + S_L/w$) در حین فرآیند شکست ارائه شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، طول قطره در هر یک از شاخه‌های فرعی و نیز طول کلی قطره، به صورت خطی با زمان افزایش می‌یابد. دلیل این امر آن است که مطابق شکل ۱۰، طول قطره برابر با فاصله‌ی نقطه‌ی B تا مرکز اتصال است. از طرفی سرعت حرکت نقطه‌ی B برابر با سرعت سیال پیوسته در شاخه‌ی راست است. لذا نقطه‌ی B با سرعت ثابت حرکت نموده و در نتیجه فاصله‌ی آن تا مرکز اتصال (یعنی طول قطره) به صورت خطی با زمان افزایش خواهد یافت. همچنین مشاهده می‌شود که طول قطره در شاخه‌ی راست اندکی کمتر از طول قطره در شاخه‌ی چپ است زیرا شاخه‌ی راست به دلیل داشتن عرض کمتر، مقاومت هیدرولیکی بیش‌تری دارد و در نتیجه حجم کمتری از قطره وارد این شاخه می‌شود. طبق شکل، تطابق نسبتاً خوبی بین نتایج تحلیلی و عددی وجود دارد. طبق شکل ۱۱، اختلاف حل تحلیلی و عددی کمتر از ۸ درصد است.

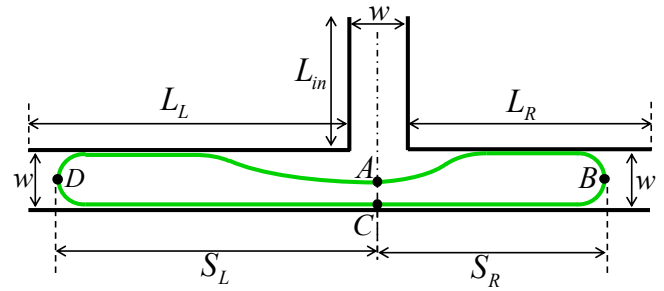


Fig. 10. The geometry of T-junction with unequal length branches. The droplet is deforming in the center of junction. The speed of point B is approximately equal to the continuous fluid velocity.

شکل ۱۰: هندسه‌ی اتصال تی‌شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول. قطره در حال پخش شدن در مرکز اتصال نشان داده شده است. سرعت حرکت نقطه‌ی B تقریباً برابر با سرعت سیال پیوسته است.

$$\frac{S_{R0}}{w} = 1.7788 \quad (29)$$

به طریق مشابه برای شاخه‌ی سمت چپ داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\nabla_L}{\nabla_{in}} &= 0.54548 \rightarrow \frac{\left(\frac{S_{L0} - w}{2}\right)w + \frac{\pi w^2}{8}}{(S_{in} - w)w + \frac{\pi w^2}{4}} \\ &= 0.54548 \rightarrow \frac{S_{L0}}{w} = 2.1133 \end{aligned} \quad (30)$$

پس از گذشت چند لحظه از آغاز فرآیند شکست، قطره به صورت شکل ۱۰ تغییر حالت می‌دهد. با توجه به این که قطره‌ی وارد شده به شاخه‌های فرعی، فضای شاخه را پر می‌کند، سرعت حرکت نقطه‌ی B (شکل ۱۰)، برابر با سرعت سیال پیوسته در شاخه‌ی راست است. پس می‌توانیم طول قطره در شاخه‌ی راست (S_R) را به صورت زیر محاسبه نماییم:

$$\begin{aligned} S_R &= S_{R0} + U_R \times t \rightarrow \\ \frac{S_R}{w} &= \frac{S_{R0}}{w} + \frac{U_R}{U_{in}} \frac{U_{in} t}{w} \end{aligned} \quad (31)$$

در این پژوهش $U_{in} = 0.3 \text{ m/s}$ است. اگر روند رابطه‌های (۱۹) تا

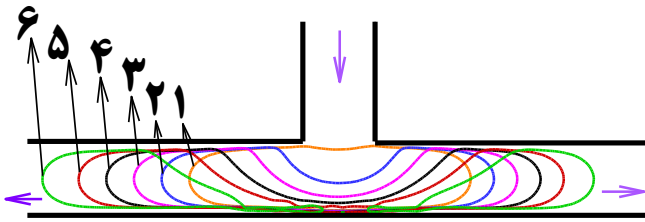


Fig. 12. Droplet breakup process in the T-junction with unequal length branches. After breakup, the smaller droplet enters the right branch and the larger droplet enters the left branch.

شکل ۱۲: فرآیند شکست قطره در اتصال تی شکل با شاخه‌های غیرهم‌طول. پس از شکست، قطره‌ی کوچک‌تر وارد شاخه‌ی راست و قطره‌ی بزرگ‌تر وارد شاخه‌ی چپ می‌شود.

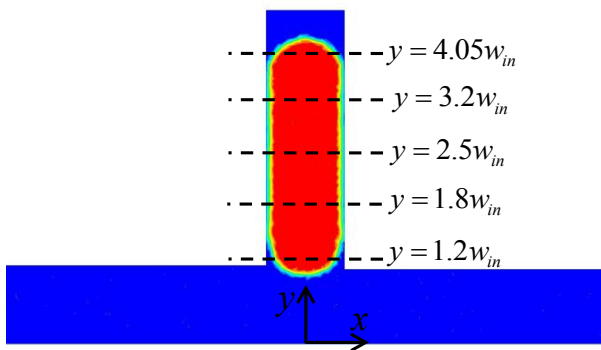


Fig. 13. The droplet image before reaching the center of junction. Five sections from droplet are selected to report the results.

شکل ۱۳: تصویر قطره قبل از رسیدن به مرکز اتصال. پنج مقطع از قطره برای ارائه‌ی نتایج انتخاب شده است.

در شکل ۱۳ تصویر قطره قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال ارائه شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، پنج مقطع مختلف از قطره نشان داده شده است که در ادامه نتایج مربوط به این پنج مقطع گزارش می‌شود.

در نتایجی که در ادامه ارائه می‌شود، منظور از مکان بی‌بعد (محور افقی) همان مقدار x در شکل ۱۳ است. در واقع در شکل فوق، محورهای مختصات نشان داده شده است. لذا هر کدام از نقاط روی خط چین‌های نشان داده شده در شکل، دارای یک مؤلفه‌ی x به نسبت مبدأ مختصات خواهند بود. اگر این مؤلفه‌ی x را تقسیم بر عرض شاخه (w) نماییم، کمیت مکان بی‌بعد که در محور افقی نمودارهای پیش رو آمده است به دست می‌آید.

در شکل ۱۴ نمودار فشار سیال در پنج مقطع مختلف از قطره،

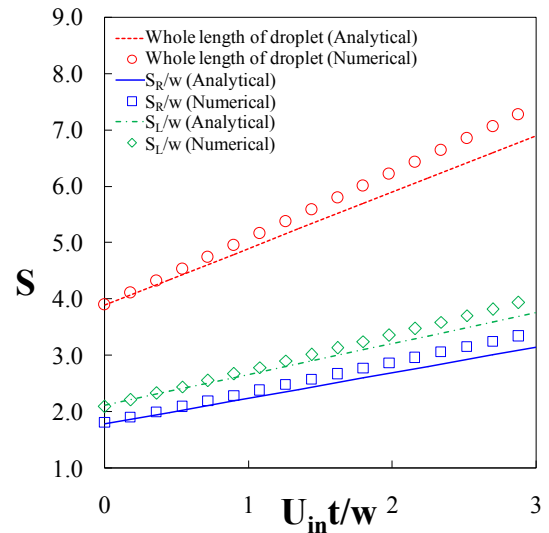


Fig. 11. The analytical and numerical results of droplet length in right branch (S_R/w), the droplet length in left branch (S_L/w) and the whole length of droplet ($S_R/w + S_L/w$) during the breakup process. The droplet length is dimensionless using the channel width. The droplet length in each channel increases linearly with time. The differences of analytical and numerical results are less than 8 percent.

شکل ۱۱: نتایج تحلیلی و عددی طول قطره در شاخه‌ی راست (S_R/w)، طول قطره در شاخه‌ی چپ (S_L/w) و طول کلی قطره ($S_R/w + S_L/w$) در حین فرآیند شکست. مقادیر طول قطره با استفاده از عرض کانال‌ها بی‌بعد شده است. طول قطره در هر شاخه به صورت خطی با زمان افزایش می‌یابد. اختلاف حل تحلیلی و عددی کمتر از ۸ درصد است.

در شکل ۱۲ فرآیند شکست (تصویر قطره در شش حالت مختلف در طول فرآیند شکست)، نشان داده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، ابتدا و انتهای قطره تقریباً به صورت نیم‌دایره است که این موضوع قبلاً نیز در حل تحلیلی اشاره شد. همچنین سطح بالایی قطره به صورت کمانی از دایره است که از این مورد می‌توان برای ساده‌سازی معادلات حاکم در حل‌های تحلیلی استفاده نمود.

۵- نتایج و بحث

در این بخش نتایج شبیه‌سازی عددی سه بعدی در سه حالت مختلف قطره گزارش می‌شود. این سه حالت عبارتند از: ۱- قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال. ۲- در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال. ۳- پس از شکست قطره.

سیال به صورت سهمی است زیرا جریان در داخل کانال ورودی آرام است (عدد رینولدز کمتر از ۱۰ است) و می‌دانیم که در جریان آرام، توزیع سرعت سهموی است. در مقطع $y = 1/2w$ ابتدای قطره در حال نزدیک شدن به مرکز اتصال است لذا سرعت سیال در این نواحی، متفاوت از سرعت سیال در مقاطع دیگر است که این موضوع در شکل ۱۵ نیز مشاهده می‌گردد.

در شکل ۱۶ اندازه‌ی گردابی^۱ در پنج مقطع مختلف قطره نشان داده شده است. همانطور که می‌دانیم، گردابی به صورت $\vec{\zeta} = 2\vec{\omega} = \nabla \times \vec{V} = \text{Curl}\vec{V}$ تعریف می‌گردد. با افزایش میزان گردابی، گردایان سرعت در داخل قطره بیشتر شده، لذا اختلاط داخل قطره افزایش می‌یابد که این پدیده در کاربردهای صنعتی مانند صنایع داروسازی و شیمیایی مطلوب است. در مناطق نزدیک به دیواره که تغییرات سرعت نیز شدیدتر است، گردابی بیشتر است و لذا در این مناطق، اختلاط مواد داخل قطره افزایش می‌یابد که این موضوع در شکل ۱۶ دیده می‌شود.

در شکل ۱۷ مقادیر لزجت مؤثر سیال (μ_{eff}) در پنج مقطع مختلف از قطره نشان داده شده است. تصاویر مقاطع مذکور در شکل ۱۳ نشان داده شده است. همانطور که می‌دانیم، لزجت سیال غیرنیوتنی توانی به صورت $\tau = K(\partial u / \partial y)^n$ تعریف می‌شود که لزجت مؤثر (μ_{eff}) نیز با اصلاح رابطه‌ی مذکور به صورت $\tau = K(\partial u / \partial y)^{n-1}(\partial u / \partial y) = \mu_{eff}(\partial u / \partial y)$ تعریف می‌گردد، بنابراین خواهیم داشت $\mu_{eff} = K(\partial u / \partial y)^{n-1}$ همانطور که در شکل ۱۷ مشاهده می‌شود لزجت مؤثر در طول کانال تغییرات اندکی دارد. به عبارت دیگر لزجت مؤثر تمام مقاطع (از $y = 1/2w$ تا $y = 4/0.5w$) در محدوده‌ی 0.0035 پاسکال ثانیه تا 0.0041 پاسکال ثانیه متغیر است.

در شکل ۱۸ تصویر قطره در حین پخش شدن در مرکز اتصال نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، پنج مقطع مختلف از قطره نشان داده شده است که در ادامه نتایج مربوط به این پنج مقطع گزارش می‌شود.

در نتایجی که در ادامه ارائه می‌شود، منظور از مکان بی‌بعد (محور افقی) همان مقدار y در شکل ۱۸ است. در واقع در شکل فوق،

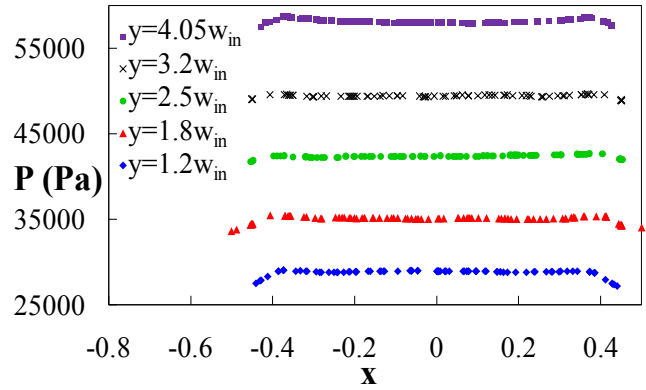


Fig. 14. The fluid pressure in five different sections of droplet before reaching the center of junction. The five selected sections cover first to end of the droplet (Fig. 11). The location (horizontal axis) is dimensionless using (the inlet channel width (w

شکل ۴: فشار سیال در پنج مقطع مختلف از قطره، قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال. پنج مقطع انتخاب شده از قطره، از ابتدا تا انتهای قطره را پوشش می‌دهد (شکل ۱۱). مکان (محور افقی) بر اساس عرض کانال ورودی (w) بی‌بعد شده است.

قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال نشان داده شده است. همانطور که در شکل مشاهده می‌شود، فشار سیال در راستای عرض کانال ورودی ثابت است زیرا در راستای عرض کانال، جریانی وجود ندارد پس طبق معادله‌ی ناویر استوکس، گردایان فشار نیز وجود نخواهد داشت و فشار ثابت است. در هر یک از منحنی‌های شکل ۱۴ مشاهده می‌شود که فشار سیال در نزدیک دیواره اندکی کمتر از فشار سیال در نقاط میانی کانال است. دلیل این امر آن است که نقاط ابتدا و انتهای هر منحنی در سیال پیوسته قرار دارد و سایر نقاط درون قطره قرار دارد و فشار سیال درون قطره به دلیل اثرات کشش سطحی بیشتر از فشار بیرون قطره است ($\Delta P = \sigma / r$). همچنین شکل ۱۴ نشان می‌دهد که فشار سیال در طول کانال ورودی کاهش می‌یابد. به عنوان مثال فشار سیال در مقطع $y = 3/2w$ بیش‌تر از فشار سیال در مقطع $y = 1/8w$ است. دلیل این امر آن است که جریان در طول لوله برقرار است و به دلیل اثرات زبری سطح و لزجت سیال، افت فشار ایجاد می‌شود.

در شکل ۱۵ اندازه‌ی سرعت سیال در پنج مقطع مختلف از قطره نشان داده شده است. تصاویر مقاطع مذکور در شکل ۱۳ نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود، توزیع سرعت

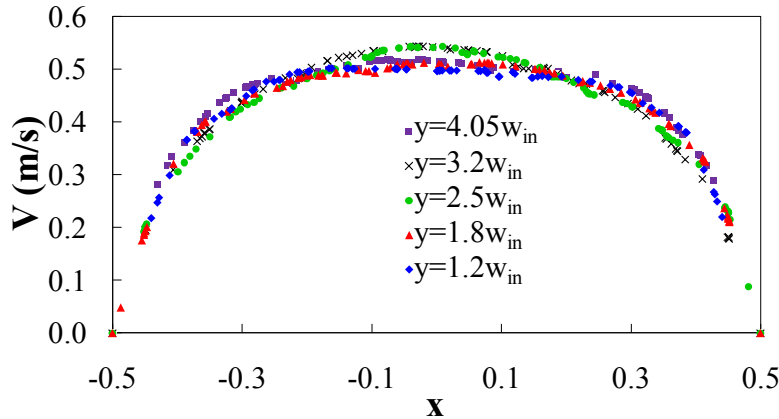


Fig. 15. Fluid velocity in five different sections from first to end of the droplet (the sections are shown in Fig. 13). The horizontal axis shows the location that is dimensionless using the inlet channel width

شکل ۱۵: سرعت سیال در پنج مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره (مقاطع در شکل ۱۳ نشان داده شده است). محور افقی، مکان را نشان می‌دهد که بر اساس عرض کانال ورودی بی‌بعد شده است.

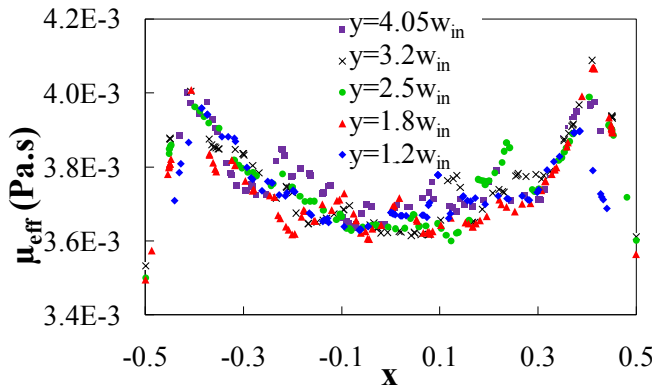


Fig. 17. The effective viscosity in five different sections from first to end of the droplet before reaching the droplet to the center of junction (The selected sections are shown in Fig. 13). The location values that are shown in horizontal axis are dimensionless using the inlet channel width

شکل ۱۷: نمودار لزجت مؤثر در پنج مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره، قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال (مقاطع انتخابی در شکل ۱۳ نشان داده شده است). مقادیر مکان که در محور افقی نشان داده شده است توسط عرض کانال ورودی بی‌بعد شده است.

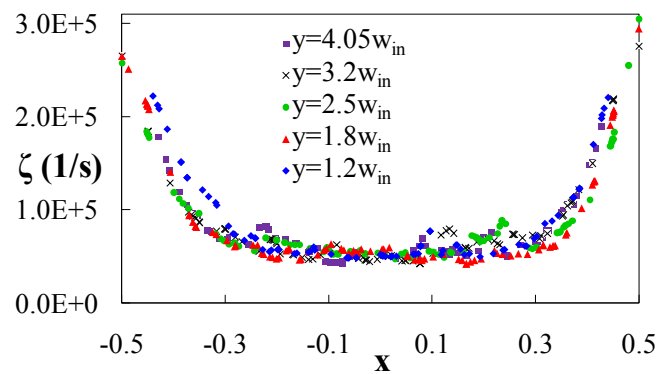


Fig. 16. Vorticity in five different sections from first to end of the droplet (Fig. 13 shows the sections). The location values that are shown in horizontal axis are dimensionless using the inlet channel width

شکل ۱۶: نمودار گردابی در پنج مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره (شکل ۱۳ مقاطع انتخاب شده را نشان می‌دهد). مقادیر مکان که در محور افقی نشان داده شده است توسط عرض کانال ورودی بی‌بعد شده است.

محورهای مختصات نشان داده شده است. لذا هر کدام از نقاط روی خط‌چین‌های نشان داده شده در شکل، دارای یک مؤلفه‌ی y به نسبت مبدأ مختصات خواهند بود. اگر این مؤلفه‌ی y را تقسیم بر عرض شاخه (w) نماییم، کمیت مکان بی‌بعد که در محور افقی نمودارهای پیش رو آمده است به دست می‌آید.

در شکل ۱۹ نمودار فشار سیال در پنج مقطع مختلف از قطره، در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال نشان داده شده است. طبق

شکل، فشار سیال در نواحی نزدیک به مرکز اتصال ($x=0$) بیش‌ترین مقدار را داراست و با دور شدن از مرکز اتصال، فشار سیال کاهش می‌یابد زیرا جریان از مرکز اتصال به سمت شاخه‌ها برقرار است و با توجه به وجود زبری سطح و لزجت سیال، و طبق معادله‌ی ناویر استوکس، در این راستا فشار کاهش خواهد یافت. همچنین به دلیل ناچیز بودن مؤلفه‌ی سرعت سیال در راستای عرض کانال، گرادیان

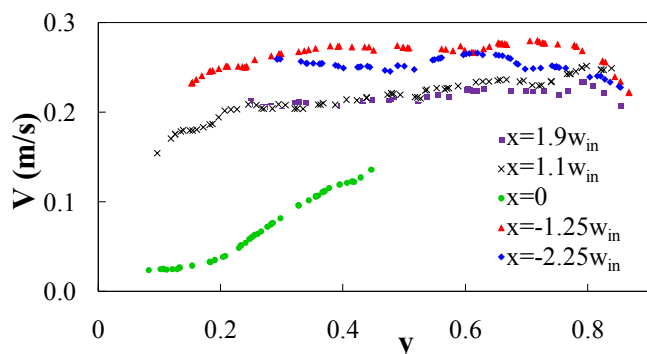


Fig. 20. Fluid velocity in five different sections from first to end of the droplet (the sections are shown in Fig. 18) during the droplet deformation in the center of junction. The horizontal axis shows the location that is dimensionless using the inlet channel width

شکل ۲۰: سرعت سیال در پنج مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره (مقاطع در شکل ۱۸ نشان داده شده است) در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال. محور افقی مکان را نشان می‌دهد که بر اساس عرض کانال ورودی بی‌بعد شده است.

شکل ۲۰: سرعت سیال در پنج مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره (مقاطع در شکل ۱۸ نشان داده شده است) در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال. محور افقی مکان را نشان می‌دهد که بر اساس عرض کانال ورودی بی‌بعد شده است.

شکل ۲۱: اندازه‌ی گردابی در پنج مقطع مختلف در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال نشان داده شده است. با مقایسه‌ی شکل‌های ۱۶ و ۲۱ درمی‌یابیم که مقادیر گردابی در حین پخش شدن قطره کمتر از زمانی است که هنوز قطره به مرکز اتصال نرسیده است (گردابی قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال بین ۲۰۰۰۰ تا ۳۰۰۰۰ و در حین پخش شدن قطره بین ۲۰۰۰۰ تا ۱۴۳۰۰۰ است). یکی از کاربردهای سیستم‌های قطره‌ای، مخلوط کردن چند ماده‌ی شیمیایی و داروسازی می‌توانند از آن بهره ببرند، چند ماده را در داخل یک قطره وارد می‌کنند تا مواد به طور کامل با هم مخلوط شوند. موادی که به داخل قطره اضافه شده است، با دیواره‌ی سیستم تماس ندارند (چون اصولاً در حرکت قطره در داخل کانال، قطره با جداری کانال تماس پیدا نمی‌کند). لذا اگر موادی که در داخل قطره وجود دارد، مواد اسیدی و خورنده باشد، مشکلی برای سیستم ایجاد

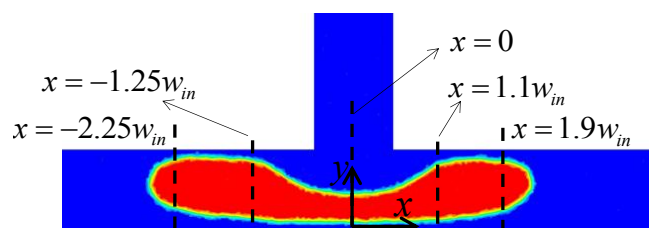


Fig. 18. The droplet image during the droplet deformation in the center of junction. Five sections from droplet are selected to report the results

شکل ۱۸: تصویر قطره در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال. پنج مقطع از قطره برای ارائه‌ی نتایج انتخاب شده است.

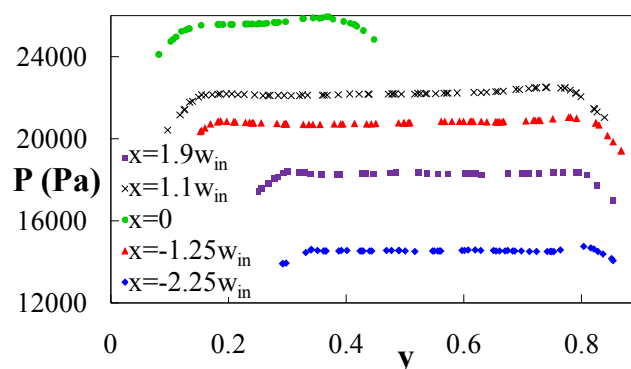


Fig. 19. The fluid pressure in five different sections of droplet during the droplet deformation in the center of junction. The five selected sections cover first to end of the droplet (Fig. 18). The location (horizontal axis) is dimensionless using the inlet channel width (w)

شکل ۱۹: فشار سیال در پنج مقطع مختلف از قطره، در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال. پنج مقطع انتخاب شده از قطره، از ابتدا تا انتهای قطره را پوشش می‌دهد (شکل ۱۸). مکان (محور افقی) بر اساس عرض کانال ورودی (w) بی‌بعد شده است.

فشار در این راستا ناچیز است لذا در شکل مشاهده می‌شود که فشار سیال در عرض کانال ثابت است؛ اما در منحنی $x = 0$ فشار سیال با افزایش مکان افزایش می‌یابد که دلیل این امر آن است که در مکان $x = 0$ مکان‌های بالاتر به کانال ورودی نزدیک‌تر است لذا فشار بیش‌تری خواهد داشت. به دلیل اثرات کشش سطحی، فشار سیال درون قطره اندکی بیش‌تر از فشار بیرون قطره است. به همین دلیل در شکل ۱۹ مشاهده می‌شود که ابتدا و انتهای هر منحنی (چپ و راست هر منحنی) فشار کمتری دارد.

در شکل ۲۰ اندازه‌ی سرعت سیال در پنج مقطع مختلف از قطره در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال نشان داده شده است.

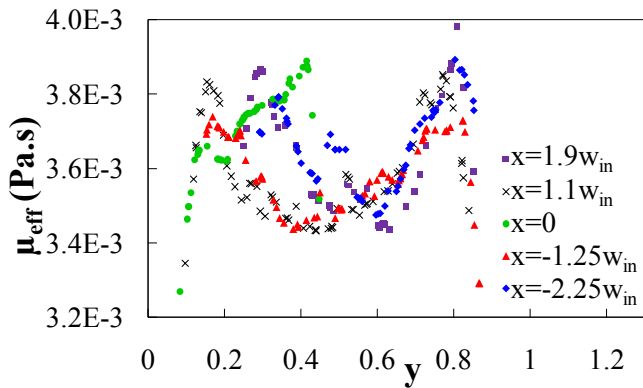


Fig. 22. The effective viscosity in five different sections from first to end of the droplet during the droplet deformation in the center of junction (The selected sections are shown in Fig. 18). The location values that are shown in horizontal axis are dimensionless using the inlet channel width

شکل ۲۲: نمودار لزجت مؤثر در پنج مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال (مقاطع انتخابی در شکل ۱۸ نشان داده شده است). مقادیر مکان که در محور افقی نشان داده شده است توسط عرض کانال ورودی بی بعد شده است.

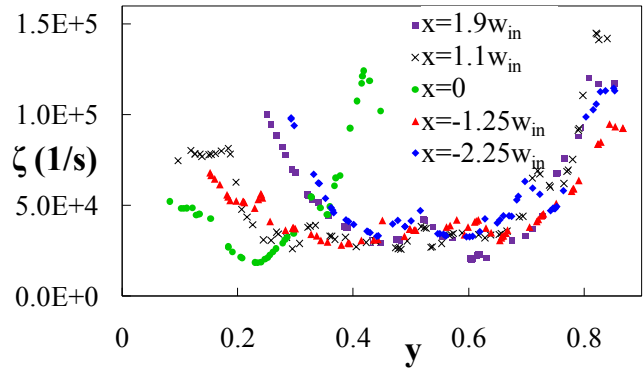


Fig. 21. Vorticity in five different sections from first to end of the droplet (Fig. 18 shows the sections) during the droplet deformation in the center of junction. The location values that are shown in horizontal axis are dimensionless using the inlet channel width

شکل ۲۱: نمودار گردابی در پنج مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره (شکل ۱۸ مقاطع را نشان می دهد) در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال. مقادیر مکان که در محور افقی نشان داده شده است توسط عرض کانال ورودی بی بعد شده است.

مؤثر اندکی کاهش می یابد. دلیل این امر می تواند این موضوع باشد که سرعت جریان در شاخه های فرعی (افقی) کم تر از سرعت در کانال ورودی است. از طرفی سطح مقطع تمام شاخه ها یکسان است. پس گرادین های سرعت در شاخه های فرعی نیز کم تر از کانال ورودی است. لذا لزجت مؤثر در شاخه های فرعی کم تر از شاخه ی ورودی خواهد بود. بنابراین وقتی قطره در شاخه های فرعی قرار دارد (یعنی در حین فرآیند پخش شدن) لزجت مؤثر کم تر از حالتی است که قطره در شاخه ی ورودی قرار دارد و به مرکز اتصال نرسیده است.

شکل ۲۴: نمودار فشار سیال در شش مقطع مختلف از قطره، پس از شکست قطره را نشان می دهد. مقاطع انتخاب شده از قطره (شکل ۲۳)، از ابتدا تا انتهای قطره را پوشش می دهد. مطابق شکل، مقاطع نزدیک به مرکز اتصال فشار بیشتری دارند (به دلیل وجود جریان از مرکز اتصال به سمت خروجی شاخه ها). همچنین فشار سیال در هر مقطع یکنواخت است (به دلیل عدم وجود جریان در راستای عرض کانال). در برخی کاربردهای صنعتی، از سیالاتی استفاده می شود که نقطه ی جوش پایینی دارند. در این موارد باید سعی نمود تا فشار سیال در داخل سیستم پایین نیاید زیرا در آن صورت ممکن است فشار سیال به فشار بخار سیال مورد نظر رسیده و بخشی از سیال

نمی کند چون این مواد خورنده، با دیواره تماس پیدا نمی کند. در هر حال، با وارد کردن مواد به داخل قطره، باید شرایطی فراهم شود که جریان های داخل قطره بالا باشد تا مواد داخل قطره به خوبی با یکدیگر مخلوط شوند. اکنون با توجه به تحلیلی که بیان گردید، اگر به شکل ۲۱ دقت کنیم خواهیم دید که در نواحی نزدیک به مرکز قطره، مقادیر گردابی، بالاتر از سایر نواحی است یعنی اختلاط مواد در این مناطق، بهتر انجام می شود. همچنین میزان گردابی قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال بیش از هنگامی است که قطره در حال شکست است. پس در کاربردهایی که نیاز است تا مواد داخل قطره بهتر با یکدیگر ترکیب شوند، بهتر است مواد اولیه که قرار است با هم مخلوط شوند را قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال، در داخل قطره قرار دهیم تا مواد به خوبی با یکدیگر ترکیب شوند.

در شکل ۲۲ مقادیر لزجت مؤثر سیال (μ_{eff}) در پنج مقطع از قطره در حین پخش شدن قطره در مرکز اتصال نشان داده شده است. لزجت مؤثر در حالتی که قطره هنوز به مرکز اتصال نرسیده (شکل ۱۷) بین 0.0035 تا 0.0041 پاسکال ثانیه و در حالتی که قطره در حین پخش شدن است (شکل ۲۲) بین 0.00325 تا 0.00397 پاسکال ثانیه است. پس با شروع فرآیند پخش شدن قطره، لزجت

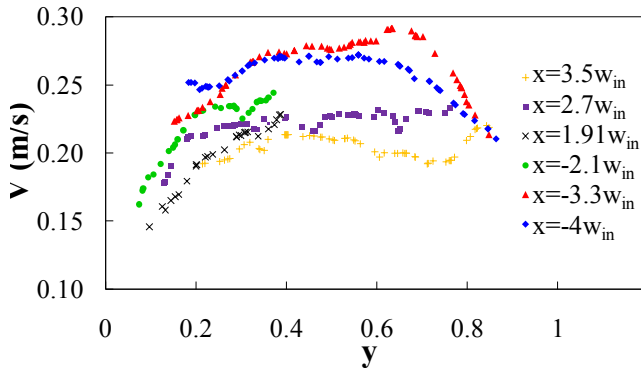


Fig. 25. Fluid velocity in six different sections from first to end of the droplet (the sections are shown in Fig. 23) after droplet breakup. The horizontal axis shows the location that is dimensionless using the inlet channel width

شکل ۲۵. سرعت سیال در شش مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره (مقاطع در شکل ۲۳ نشان داده شده است) پس از شکست قطره. محور افقی مکان را نشان می‌دهد که بر اساس عرض کانال ورودی بی‌بعد شده است.

و $x = 1/91w$ ، مکان عمودی بی‌بعد $0/38$ متناظر با سطح بالایی قطره است (شکل ۲۳). از طرفی در لحظه‌ای که قطره در وضعیت شکل ۲۳ قرار دارد، شکل هر کدام از قطره‌های موجود در هر شاخه به صورت کشیده (شبهه به ایرفویل) است که قطره به دلیل اثرات کشش سطحی، تمایل دارد خود را به صورت دایره‌ای درآورد لذا سطح بالایی قطره سرعت بالاتری می‌گیرد تا خود را به دیواره‌ی بالایی رسانده و شکل قطره دایره‌ای شود.

در شکل ۲۶ اندازه‌ی گردابی در شش مقطع مختلف قطره پس از شکست قطره نشان داده شده است. با مقایسه‌ی شکل‌های ۱۶، ۲۱ و ۲۶ در می‌یابیم که در فرآیند شکست قطره، بیش‌ترین گردابی در لحظه‌ای روی می‌دهد که قطره به مرکز اتصال نرسیده است زیرا در این حالت، قطره در شاخه‌ی ورودی قرار دارد و سرعت این شاخه از سایر شاخه‌ها بیشتر است و چون سطح مقطع تمام شاخه‌ها یکسان است، گرداب‌های سرعت و در نتیجه مقادیر گردابی در شاخه‌ی ورودی بالاتر خواهد بود. به صورت کمی می‌توان گفت، مقادیر گردابی قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال، بین ۲۰۰۰۰ تا ۳۰۰۰۰۰، در حین پخش شدن قطره بین ۲۰۰۰۰ تا ۱۴۳۰۰۰ و پس از شکست قطره بین ۲۰۰۰۰ تا ۱۵۰۰۰۰ است. همچنین طبق شکل ۲۶، گردابی مناطق نزدیک به مرز قطره تقریباً ۳ تا ۷ برابر مقادیر گردابی

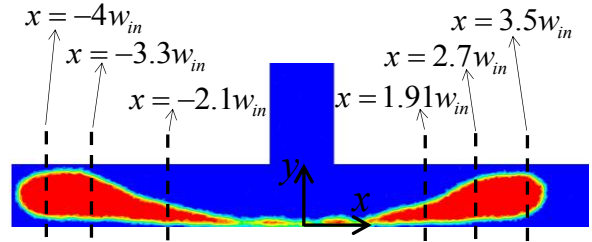


Fig. 23. The droplet image after droplet breakup. Six sections from droplet are selected to report the results

شکل ۲۳. تصویر قطره پس از شکست قطره. شش مقطع از قطره برای ارائه‌ی نتایج انتخاب شده است.

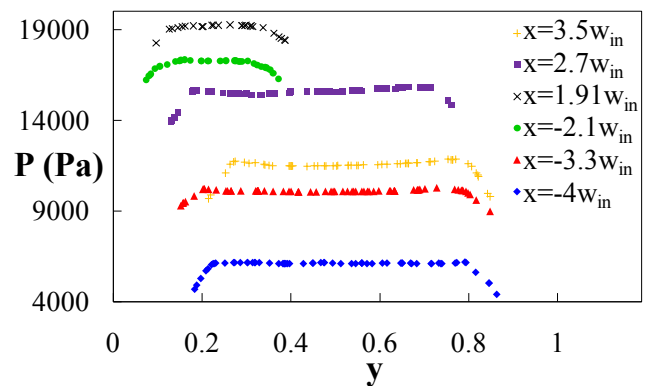


Fig. 24. The fluid pressure in six different sections of droplet after droplet breakup. The six selected sections cover first to end of the droplet (Fig. 23). The location (horizontal axis) is dimensionless using the inlet channel width (w)

شکل ۲۴: نمودار فشار سیال در شش مقطع مختلف از قطره، پس از شکست قطره. شش مقطع انتخاب شده از قطره، از ابتدا تا انتهای قطره را پوشش می‌دهد (شکل ۲۳). مکان (محور افقی) بر اساس عرض کانال ورودی (w) بی‌بعد شده است.

دچار تبخیر و فرآیند مختل شود. در این پژوهش نیز کمترین فشار در شکل ۲۴ و در منحنی $x = -4w$ و در نقاط نزدیک به مرز قطره دیده می‌شود. لذا باید در انتخاب نوع سیالات برای سیستم‌های میکروسیالی دقت لازم را به عمل آورد.

در شکل ۲۵ اندازه‌ی سرعت سیال در شش مقطع مختلف از قطره پس از شکست قطره نشان داده شده است. تصاویر مقاطع مذکور در شکل ۲۳ مشاهده می‌شود. طبق شکل ۲۵ بیش‌ترین سرعت در منحنی‌های $x = -2/11w$ و $x = 1/91w$ در مکان بی‌بعد $0/38$ ایجاد می‌شود. دلیل این امر آن است که در مقاطع $x = -2/11w$

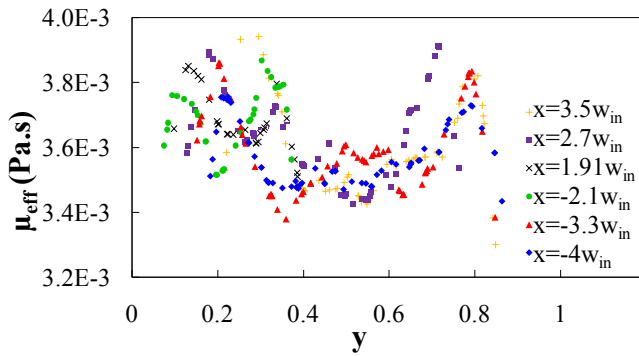


Fig. 27. The effective viscosity in six different sections from first to end of the droplet (The selected sections are shown in Fig. 23). The location values that are shown in horizontal axis are dimensionless using the inlet channel width.

شکل ۲۷: نمودار لزجت مؤثر در شش مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره (مقاطع انتخابی در شکل ۲۳ نشان داده شده است). مقادیر مکان که در محور افقی نشان داده شده است توسط عرض کانال ورودی بی بعد شده است.

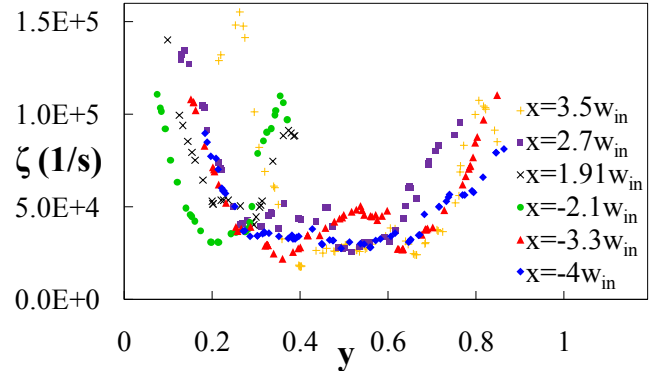


Fig. 26. Vorticity in six different sections from first to end of the droplet (Fig. 23 shows the sections) after droplet breakup. The location values that are shown in horizontal axis are dimensionless using the inlet channel width.

شکل ۲۶: نمودار گردابی در شش مقطع مختلف از ابتدا تا انتهای قطره (شکل ۲۳ مقاطع را نشان می دهد). پس از شکست قطره. مقادیر مکان که در محور افقی نشان داده شده است توسط عرض کانال ورودی بی بعد شده است.

غیرهم طول بود که می تواند قطرات با اندازه های غیریکسان تولید نماید. در پژوهش های گذشته شکست نامتقارن قطرات غیرنیوتنی و نیز حل تحلیلی برای شکست قطرات غیرنیوتنی مورد بررسی قرار نگرفته است و این دو مورد برای اولین بار در مقاله ی حاضر مورد بررسی قرار گرفت. از مزایای هندسه ی این پژوهش این است که پس از تولید قطرات جدید، قطرات کوچک و بزرگ تولید شده با یکدیگر مخلوط نیست و نیاز به فرآیند دیگری برای جداسازی قطرات نمی باشد. همچنین نتایج حل تحلیلی نشان داد که در اتصال تی شکل با شاخه های غیرهم طول، نسبت حجم قطرات تولیدی برابر است با نسبت طول دو شاخه ی فرعی به توان $1/n$ که n شاخص جریان قانون توان است. استقلال حل از شبکه برای شبیه سازی عددی سه بعدی انجام شد. نتایج حل تحلیلی و شبیه سازی عددی این پژوهش، تطابق بسیار خوبی با یکدیگر داشت. همچنین نتایج شبیه سازی عددی با حل تحلیلی یک پژوهش مبنا مقایسه و تطابق بسیار خوبی مشاهده شد. کمیت های متعددی از قبیل نسبت دبی شاخه ها، نسبت سرعت شاخه ها، طول قطره در هر شاخه، طول کلی قطره، گردابی، فشار و لزجت مؤثر در طول فرآیند شکست مورد بررسی قرار گرفت. با حل تحلیلی این پژوهش، مقادیر نسبت دبی شاخه ها، نسبت سرعت

نواحی وسط قطره است.

در شکل ۲۷ مقادیر لزجت مؤثر سیال (μ_{eff}) در شش مقطع مختلف از قطره پس از شکست قطره نشان داده شده است. تصاویر مقاطع مذکور در شکل ۲۳ نشان داده شده است. با مقایسه ی نمودار لزجت مؤثر در حالتی که قطره هنوز به مرکز اتصال نرسیده است (شکل ۱۷)، حالتی که قطره در حین پخش شدن است (شکل ۲۲) و حالتی که قطره شکسته شده است (شکل ۲۷) درمی یابیم که بیشترین مقادیر لزجت مؤثر در حالت قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال رخ می دهد که دلیل آن بالا بودن سرعت سیال و به دنبال آن، بالا بودن گرادیان سرعت در آن حالت است. همچنین طبق شکل ۲۷ مقادیر لزجت مؤثر در نزدیکی مرز قطره به بیشترین مقدار خود می رسد و با دور شدن از مرز و ورود به سیال پیوسته، مجدداً لزجت مؤثر کاهش می یابد.

۶- نتیجه گیری و جمع بندی

در این مقاله، شکست قطرات غیرنیوتنی شناور در یک سیال غیرنیوتنی به صورت تحلیلی و شبیه سازی عددی سه بعدی مورد بررسی قرار گرفت. هندسه ی در نظر گرفته شده، اتصال تی شکل با شاخه های

مقدار گردابی مربوط به لحظه‌ای است که قطره در شاخه‌ی ورودی قرار داشته و هنوز به مرکز اتصال نرسیده است.

فهرست علائم

x	مؤلفه‌ی افقی مکان (بی‌بعد)
y	مؤلفه‌ی عمودی مکان (بی‌بعد)
U_c	سرعت سیال پیوسته (متر بر ثانیه)
U_d	سرعت قطره (متر بر ثانیه)
U	سرعت سیال در یک شاخه (متر بر ثانیه)
S	طول قطره در یک شاخه (متر)
P	فشار سیال (پاسکال)
v	مؤلفه‌ی سرعت عمودی سیال در راستای y (متر)
ζ	گردابی ($1/S$)
μ_{eff}	لزجت مؤثر (پاسکال ثانیه)
w	عرض کانال (متر)
L_L	طول شاخه‌ی چپ (متر)
L_R	طول شاخه‌ی راست (متر)
Q	دبی حجمی (مترمکعب بر ثانیه)
t	زمان (ثانیه)
σ	کشش سطحی (نیوتن بر متر)

شاخه‌ها، طول قطره در هر شاخه و طول کلی قطره در طول فرآیند شکست به دست آمد. نتایج نشان داد که نسبت دبی شاخه‌ها و نسبت سرعت سیال در شاخه‌ها، در طول فرآیند شکست تغییر نمی‌کند. همچنین مشاهده گردید که طول قطره در هر یک از شاخه‌های فرعی و نیز طول کلی قطره، به صورت خطی در طول فرآیند شکست افزایش می‌یابد. نتایج شبیه‌سازی عددی سه بعدی نشان داد که در طول فرآیند شکست، فشار سیال در راستای عرض کانال ثابت است. همچنین مشاهده شد که فشار سیال در نزدیک مرز قطره، اندکی کمتر از فشار سیال در مناطق میانی قطره است. نتایج شبیه‌سازی عددی نشان داد که در کاربردهای خاص که نیاز است تا چند ماده‌ی شیمیایی را به منظور مخلوط نمودن کامل با هم، در داخل یک قطره قرار دهیم، بهتر است قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال، مواد اولیه را به داخل قطره تزریق نماییم تا به طور کامل با یکدیگر مخلوط شوند زیرا قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال، بیش‌ترین میزان گردابی در داخل قطره وجود دارد. نتایج حاکی از آن است که توزیع سرعت سیال قبل از رسیدن قطره به مرکز اتصال سهموی است. همچنین مشخص گردید که مقادیر گردابی در نواحی نزدیک به مرز قطره ۳ تا ۷ برابر مقادیر گردابی در نواحی میانی قطره است که این موضوع باعث افزایش اختلاط مواد داخل قطره می‌شود. همچنین بیش‌ترین

۷- منابع

- Numerical study of the dynamics of a droplet in a T-junction microchannel using OpenFOAM, *Chemical Engineering Science*, 196 (2019) 514-526.
- [11] A. Bedram, A. Moosavi, Breakup of Droplets in Micro and Nanofluidic T-Junctions, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 6(1) (2013) 81-86.
- [12] T. Fu, Y. Ma, H. Z. Li, Hydrodynamic Feedback on Bubble Breakup at a T-junction Within an Asymmetric Loop, *AIChE Journal*, 60(5) (2014) 1920-1929.
- [13] A. Bedram, A. Moosavi, Droplet breakup in an asymmetric microfluidic T junction, *Eur. Phys. J. E*, 34(78) (2011) 1-8.
- [14] X. Hu, T. Cubaud, Viscous Wave Breaking and Ligament Formation in Microfluidic Systems, *PHYSICAL REVIEW LETTERS*, 121(044502) (2018) 1-5.
- [15] A. Bedram, A. E. Darabi, A. Moosavi, S. Kazemzade, Numerical Investigation of an Efficient Method (T-Junction With Valve) for Producing Unequal-Sized Droplets in Micro- and Nano-Fluidic Systems, *Journal of Fluids Engineering*, 137(031202) (2015) 1-9.
- [16] A. Bedram, A. Moosavi, S. Kazemzade Hannani, Analytical relations for long-droplet breakup in asymmetric T junctions, *PHYSICAL REVIEW E*, 91(053012) (2015) 1-11.
- [17] X. Wang, C. Zhu, T. Fu, T. Qiu, Y. Ma, Critical condition for bubble breakup in a microfluidic flow-focusing junction, *Chemical Engineering Science*, 164 (2017) 178-187.
- [18] A. Bedram, A. Moosavi, A novel method for producing unequal sized droplets in micro and nanofluidic channels, *European Physical Journal E*, 38(96) (2015) 1-9.
- [19] E. Amani, A. Ahmadpour, M. Tohidi, A numerical study of the rise of a Taylor bubble through a
- [1] B. L. Khoo, G. Greci, Y. B. Lim, S. C. Lee, J. Han, C. T. Lim, Expansion of patient-derived circulating tumor cells from liquid biopsies using a CTC microfluidic culture device, *Nature protocols*, 13(1) (2018) 34-58.
- [2] Q. Xiong et al., Magnetic nanochain integrated microfluidic biochips, *NATURE COMMUNICATIONS*, 9(1743) (2018) 1-11.
- [3] F. S. Ruggeri et al., Microfluidic deposition for resolving single molecule protein architecture and heterogeneity, *NATURE COMMUNICATIONS*, 9(3890) (2018) 1-12.
- [4] L. D. Maio, F. Dunlop, Sessile Drop on Oscillating Incline. *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 11(6) (2018) 1471-1476.
- [5] J. Q. Feng, A Computational Study of High-Speed Microdroplet Impact onto a Smooth Solid Surface, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 10(1) (2017) 243-256.
- [6] A. Kiani Moqadam, A. Bedram, M. H. Hamed, A Novel Method (T-Junction with a Tilted Slat) for Controlling Breakup Volume Ratio of Droplets in Micro and Nanofluidic T-Junctions, *Journal of Applied Fluid Mechanics*, 11(1) (2018) 1255-1265.
- [7] W. Du, T. Fu, Y. Duan, C. Zhu, Y. Ma, H. Z. Li, Breakup dynamics for droplet formation in shear-thinning fluids in a flow-focusing device, *Chemical Engineering Science*, 176 (2018) 66-76.
- [8] Z. Liu, J. Zhao, Y. Pang, X. Wang, Generation of droplets in the T-junction with a constriction microchannel, *Microfluidics and Nanofluidics*, 22(124) (2018) 1-9.
- [9] X. Sun, C. Zhu, T. Fu, Y. Ma, H. Z. Li, Dynamics of droplet breakup and formation of satellite droplets in a microfluidic T-junction, *Chemical Engineering Science*, 188 (2018) 158-169.
- [10] A. E. M. Mora, A. L. F. L. Silva, S. M. M. L. Silva,

- [22] F. P. Bretherton, The motion of long bubbles in tubes, *J. Fluid Mech.*, 10(2) (1961) 166-188.
- [23] Y. S. Muzychka, J. Edge, Laminar Non-Newtonian Fluid Flow in Noncircular Ducts and Microchannels, *Journal of Fluids Engineering*, 130(111201) (2008) 1-7.
- [24] A. M. Leshansky, L. M. Pismen, Breakup of drops in a microfluidic T-junction, *Physics of Fluids*, 21(023303) (2009)1-6.
- sudden/gradual expansion in Newtonian and shear-thinning liquids, *International Journal of Mechanical Sciences*, 152 (2019) 236-246.
- [20] C. Dai et al., Experimental study of bubble breakup process in non-Newtonian fluid in 3-D pore-throat microchannels, *Colloids and Surfaces A*, 535 (2017) 130-138.
- [21] D. R. Link, S. L. Anna, D. A. Weitz, H. A. Stone, Geometrically Mediated Breakup of Drops in Microfluidic Devices, *Phys. Rev. Lett.*, 92(054503) (2004) 1-4.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

A. Bedram, *Analytical-Numerical Investigation of Unequal Sized Droplets of Dilatants' Fluid in T-Junction with Unequal Length Branches*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(3) (2021) 1417-1438.

DOI: [10.22060/mej.2019.16844.6454](https://doi.org/10.22060/mej.2019.16844.6454)



