

Unstable Aircraft Flight Control Based on Linear Matrix Inequality with Consideration of Control and Saturation Constraints

M. Navabi*, H. Ghaffari

New Technologies Engineering Faculty, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

ABSTRACT: In this paper, limitation in actuator capacity has been used as a key role in the design of the flight control system. In order to guarantee the performance and stability of flight control systems in the presence of saturation, in flying high angle of attack area, the development of linear matrix inequality, optimization techniques, and numerical methods are proposed. Also, in this paper, the combination of two anti-windup methods and the direct saturation method in the tracking problem of the flight path angle is discussed. For this purpose, the nonlinear model of the aircraft is modeled, moreover the linear model is obtained at the trim operation conditions. Then the controller is designed to track flight path angle maneuver regardless of saturation. In the following, considering the maximum disturbance involved in aircraft maneuvering, a safe controller that guarantees performance and stability is designed, and the gain scheduling technique to prevent conservatism in the use of controllers is applied. The results of the nonlinear and linear model of the aircraft are presented in tracking flight path angle at a high angle of attack with consideration of control and saturation constraints in unstable operation conditions. Simulation results indicate the improvement of the mentioned control method for an unstable aircraft.

Review History:

Received: Jun. 24, 2019
Revised: Dec. 06, 2019
Accepted: Dec. 09, 2019
Available Online: Dec. 30, 2019

Keywords:

Control constraint
Saturation constraint
Linear matrix inequality
Gain scheduling
Anti-windup controller

1. INTRODUCTION

One of the essential issues in the design of flight control systems, especially in flight at high angles of attack, is saturation. From flight applications at high angles of attack can be used to reduce the landing distance, terrain following, and terrain avoidance and escape maneuvers. Obviously, the features will be compromised by the actuator saturation. In addition, the more intense the application levels of disturbance with saturation leads to catastrophic accidents. Aviation accidents related to saturation in the actuator of control surfaces are mentioned in reference [1].

To prevent catastrophic events and resolve this problem, since the mid-1990s, many solutions have been developed to solve windup problems with the high-performance guarantee requiring high-cost simulations and tests to ensure stability and performance. Many of these methods were based on the control signal that was used for discrete control systems with time. The other group, which is mostly used for continuous-time and is definitely effective in guaranteeing performance and stability, is Linear Matrix Inequality (LMI) [2]. In recent years, LMI methods, optimization techniques, and numerical methods have been used to integrate controllers with saturation problems, resulting in improved performance and stability. Saturation exposure techniques are included in two parts. The first class is named Anti-Windup (AW), which is usually added to the controller and saturation is not considered in its design. The AW control block is activated once the nominal controller is saturated. The second category

is known as the direct method [3, 4].

The proposed method in this paper is based on the combination of two basic techniques, that's mean the combination of the AW method and the direct method, which has the ability to apply unstable systems. Along with its application in unstable systems, the method combines the use of a scheduled controller to reduce the conservatism designed [5, 6]. In this paper, the behavior of unstable aircraft in tracking the flight path angle in the existence of AW controller with gain scheduling based on the disturbance is investigated. To do this, the nominal controller is initially considered without considering the saturation range for each maneuver, then for maximum disturbance, the scheduled controller gain using the LMI on the anti-windup controller to ensure the performance and stability of the linear and nonlinear model applies. For a numerical example of an aircraft, simulation has been performed and the results indicate the effect of the new control method on applying unstable models to the aircraft's longitudinal dynamic behavior in tracking maneuver of the flight path.

2. DESIGNING CONTROLLER BASED ON LINEAR MATRIX INEQUALITY

One of the most important and most dangerous nonlinear factors in any system is related to the actuators saturation, various studies have been presented to illustrate the problems. Failure to consider this factor can significantly reduce system performance or at worst case the system to become unstable even for a stable open loop. Saturation usually happens in real-world situations, since actuators have an inherently

*Corresponding author's email: m_navabi@sbu.ac.ir

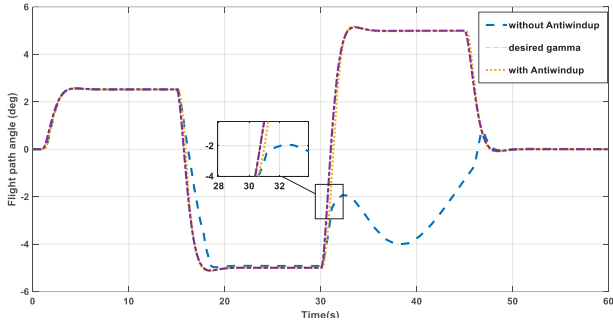


Fig. 1. The response of the nonlinear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without antiwindup

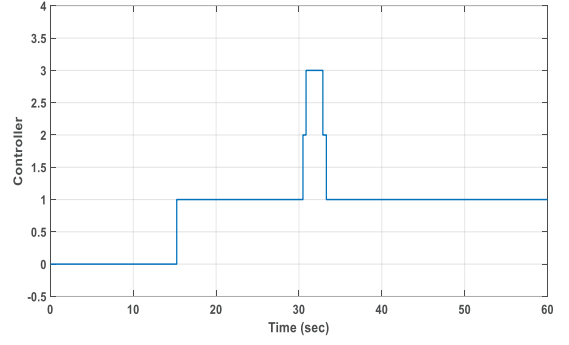


Fig. 2. scheduling controller designed for the nonlinear model of the aircraft $K_{formal} = 0, K_1 = 1, K_2 = 2, K_3 = 3, K_{safe} = 4$

limited capacity, so they can't always do what the ask [3].

For disturbance, different boundaries are considered and the assumption is that the maximum value of the disturbance is known (Eq. (1)), by using the gain scheduling method, the design of the unit controller between the maximum and minimum disturbance, which represents the conservative behavior, is prevented.

$$\omega^T(t)\omega(t) \leq \omega_{\max}^2 \quad (1)$$

In the following, three basic constraints, including invariant set, constraints, and performance, will be presented in the form of LMI to take into account saturation nonlinearity when designing the controller in the presence of disturbances. To do this, we use the Lyapunov function, in this paper P and x are respectively positive constant matrix and state vector of the system [7].

For the first constraint, based on the invariant set of LMI, the goal is to remain within the constant setting despite the acts of disturbance, which is expressed as inequality (Eq. (2)) [8].

$$\begin{pmatrix} A^T P + PA + K^T B_2^T P + PB_2 K + \alpha P & PB_1 \\ * & -\alpha I \end{pmatrix} < 0 \quad (2)$$

Inequality in Eq.(3) emphasizes the unsaturation of a controller designed for the second constraint of linear inertia inequality, $\varepsilon(P, \omega_{\max})$ defined by an invariant set [2, 4].

$$\begin{pmatrix} Q & F^T \\ * & \frac{u_{\lim}^2}{\omega_{\max}^2} \end{pmatrix} > 0 \quad (3)$$

In the performance approach based on the LMI method, in addition to the fact that the controller within the defined region should not be saturated, it should provide the premium feasible answer for the disturbance. In this paper, gains H_{∞}

or L_2 have been used as system performance. The basic idea is finding the smallest Γ in inequality Eq. (4)[9].

$$\begin{pmatrix} QA^T + AQ + B_2 F + F^T B_2^T & B_1 & QC^T + F^T D_2^T \\ * & -\Gamma I & D_1^T \\ * & * & -\Gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad (4)$$

3. RESULTS AND DISCUSSION

Simulation results for nonlinear and linear models in unsteady working conditions, in the presence of a nominal controller and anti-windup controller, are presented. According to the results presented, for the nonlinear model and the linear model, it can be seen that the nominal controller is not capable of tolerating the disturbance and is saturated (Fig. 1). Also, the role of a safe controller is visible in the stability and performance which is not saturated, while the nominal controller is saturated and has lost performance and stability. The results are presented for disturbance in the reference input of the flight path angle. Also, the controllers used at any given time for the nonlinear model is presented in Fig. 2.

4. CONCLUSION

Saturation of actuators is one of the significant subjects in aircraft flight control problems. Most of the proposed methods are to solve this problem for stable systems. The results showed the significant and effective performance of the gain scheduling in improving the performance and stability of the linear and nonlinear unstable model of the aircraft in maneuver tracking the flight path angle. It was observed that in the presence of a nominal controller, saturation occurs and stability and performance are lost. By adding a safe controller, stability improvements and performance were achieved. Also, the gain scheduling method was used to prevent the conservatism of the designed controllers. saturated controller graphs with time, which indicates the online activity of the controllers, reflects the number of controllers, between the maximum and minimum disturbances, and improved performance and stability by choosing a higher gain controller.

REFERENCES

- [1] M. Dornhein, Report pinpoints factors leading to YF-22 crash, Aviation Week & Space Technology, 9 (1992) 53-54.
- [2] A. Cristofaro, S. Galeani, S. Onori, L. Zaccarian, A switched and scheduled design for model recovery anti-windup of linear plants, European Journal of Control, 46 (2019) 23-35.
- [3] M.S. Reineh, S.S. Kia, F. Jabbari, Anti-Windup Designs for Systems With Amplitude and Rate Bounded Actuators, IFAC-PapersOnLine, 50(1) (2017) 11509-11514.
- [4] M. Rahman, M. Armin, S.K. Das, M. Ali, High Performance Controller Design Using Linear Matrix Inequalities for Pitch Angle Regulation of Aircraft, in: 2019 International Conference on Electrical, Computer and Communication Engineering (ECCE), IEEE, 2019, pp. 1-6.
- [5] S. Sajjadi-Kia, F. Jabbari, Use of scheduling for anti-windup controller design, in: 2007 American Control Conference, IEEE, 2007, pp. 5194-5199.
- [6] S. Sajjadi-Kia, F. Jabbari, Scheduling in anti-windup controllers: output feedback case, in: 2007 46th IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, 2007, pp. 408-413.
- [7] G.A. Kiener, D. Lehmann, K.H. Johansson, Actuator saturation and anti-windup compensation in event-triggered control, Discrete event dynamic systems, 24(2) (2014) 173-197.
- [8] S.-K. Yang, Observer-based anti-windup compensator design for saturated control systems using an LMI approach, Computers & Mathematics with Applications, 64(5) (2012) 747-758.
- [9] A.R. Teel, N. Kapoor, The L₂ anti-windup problem: Its definition and solution, in: 1997 European Control Conference (ECC), IEEE, 1997, pp. 1897-1902.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

M. Navabi, H. Ghaffari, Unstable Aircraft Flight Control Based on Linear Matrix Inequality with Consideration of Control and Saturation Constraints, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(2) (2021) 233-236.

DOI: [10.22060/mej.2019.16642.6404](https://doi.org/10.22060/mej.2019.16642.6404)





کنترل پرواز هواپیمای ناپایدار بر اساس نابرابری ماتریسی خطی با احتساب قيود کنترلی و اشباع

محمد نوابی^{*}، حامد غفاری

دانشکده مهندسی فناوری های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۴/۰۳
بازنگری: ۱۳۹۸/۰۹/۱۵
پذیرش: ۱۳۹۸/۰۹/۱۸
ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹

کلمات کلیدی:

قيود کنترلی و اشباع
نابرابری ماتریسی خطی
هواپیما
زمان بندی بهره ها
کنترل کننده ضدمجم شونده

خلاصه: در این مقاله از محدودیت در ظرفیت عملگرها به عنوان نقش کلیدی در طراحی سیستم کنترل پرواز هواپیما استفاده شده است. به منظور تضمین عملکرد و پایداری سیستم های کنترل پرواز در حضور اشباع، در ناحیه پرواز در زوایای حمله بالا، توسعه روش نابرابری ماتریسی خطی، روش های بهینه سازی و روش های حل عددی مطرح می شود. همچنین در این مقاله، تلفیق دو روش ضدمجم شونده و روش مستقیم اشباع، در مساله ردیابی زاویه مسیر پرواز بحث شده است. برای این هدف، مدل غیرخطی هواپیمای مورد بررسی مدل سازی و شبیه سازی شده و مدل خطی در نقاط شرایط کاری تریم بدست آمده است. سپس کنترل کننده نامی برای مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز بدون در نظر گرفتن اشباع طراحی شده است. در ادامه با در نظر گرفتن ماکزیمم اغتشاش وارده بر مانور هواپیما، کنترل کننده امن که تضمین عملکرد و پایداری را داشته باشد طراحی شده و روش زمان بندی بهره ها برای جلوگیری از محافظه کاری در استفاده از کنترل کننده ها اعمال می شود. نتایج برای مدل غیرخطی و خطی هواپیمای مورد بررسی در ردیابی زاویه مسیر پرواز در زوایای حمله بالا با احتساب قيود کنترلی و اشباع در حالت شرایط کاری ناپایدار ارائه می شود. نتایج شبیه سازی بیانگر بهبود روش کنترلی فوق برای هواپیمای ناپایدار می باشد.

۱- مقدمه

با تضمین عملکرد بالا فراهم شد که نیازمند شبیه سازی و تست هایی با هزینه بالا برای تضمین پایداری و عملکرد بودند. بسیاری از این روش ها بر اساس سیگنال فرمان کنترلی بودند که برای سیستم های کنترلی گسسته با زمان کاربرد داشتند [۲]. گروه دیگر که بیشتر برای موارد پیوسته زمان کاربرد داشت و به طور قطعی در تضمین عملکرد و پایداری اثر دارد، روش نابرابری ماتریسی خطی است [۳]. در سال های اخیر، روش های نابرابری ماتریسی خطی^۲، روش های بهینه سازی و روش های حل عددی و تلفیق کنترل کننده هایی با مساله اشباع، باعث به وجود آمدن تضمین عملکرد و پایداری بهتری شده است. روش های مواجهه با اشباع به دو دسته تقسیم بندی می شود. دسته اول که ضدمجم شونده^۳ نامیده می شود، که این روش معمولاً به

اشباع^۱ یکی از مسائل مهم در طراحی سیستم های کنترل پرواز، به خصوص در پرواز در زوایای حمله بالا است. از کاربردهای پرواز در زوایای حمله بالا می توان در کاهش مسافت فرود، جلوگیری از برخورد با موانع هنگام تعقیب عوارض زمینی و مانور فرار نام برد. بدیهی است که ویژگی های فوق با اشباع عملگر به خطر خواهند افتاد. علاوه بر این، به نحو شدیدتر اعمال سطح هایی از اغتشاشات به همراه اشباع منجر به حوادث فاجعه باری می شود. از حوادث هوایی مختلف مرتبط با اشباع در عملگر سطوح کنترلی در مرجع [۱] اشاره شده است. برای جلوگیری از حوادث فاجعه بار و حل این مشکل از اواسط دهه ۱۹۹۰ میلادی بسیاری از راه حل ها، برای حل مسائل جمع شونده

1 Saturation

2 Linear Matrix Inequality (LMI)
3 Anti-Windup

^{*} نویسنده عهده دار مکاتبات: m_navabi@sbu.ac.ir



کنترل کننده اضافه می شود و در طراحی آن اشباع در نظر گرفته نمی شود. هنگامی که کنترل کننده نامی اشباع می شود، بلوک ضد جمع شونده^۲ وارد حلقه کنترلی شده و باعث پایداری سیستم خواهد شد. دسته دوم با نام روش مستقیم^۱ شناخته می شود، که از همان ابتدای طراحی، اشباع در طراحی کنترل کننده در نظر گرفته می شود. در این روش فرض می شود که اطلاعات در مورد بدترین شرایط پرواز در دسترس است، و با در نظر گرفتن این اطلاعات و محدودیت عملگر، این روش ها به کنترل کننده ای که هرگز اشباع نمی شود یا اگر اشباع شود، مقدار حداکثر فرمان ورودی محدود شده و سیستم همچنان پایدار و تحت کنترل است را منتهی می شود. برای طراحان سیستم کنترل پرواز، در بین این دو، روش اول به دلیل قابلیت استفاده از کنترل کننده های سنتی دارای عملکرد بالا، جذابیت زیادی دارد [۴ و ۵].

روشی که در مراجع [۸-۶] پیشنهاد شده است بر مبنای ترکیب دو روش اساسی ذکر شده، یعنی، ترکیب روش ضد جمع شونده^۲ و روش مستقیم است که قابلیت اعمال به سیستم های ناپایدار را دارد، است. در کنار کاربرد در سیستم های ناپایدار، روش فوق قابلیت استفاده به صورت ترکیبی در زمان بندی استفاده از کنترل کننده برای کاهش محافظه کاری در ناحیه طراحی در محدوده اشباع را به همراه دارد. استفاده از روش نابرابری ماتریسی خطی در بدست آوردن ضرایب کنترل کننده تناسبی انتگرالی مشتقی^۲ در کنترل زاویه پیچ هواپیما در مرجع [۹] برای مدل خطی پیشنهاد شده است که به مدل غیر خطی و پاسخ حالت های دیگر طولی هواپیما در حضور زمان بندی بهره ها و قیود کنترلی و اشباع پرداخته نشده است. کنترل کننده استفاده شده در این مقاله از نوع دینامیکی می باشد. به این معنی که با زمان در حال تغییر می باشد. علاوه بر این قیود کنترلی که در نظر گرفته شده است بر اساس سه قید عملکرد، قید و تنظیم ناوردائی می باشد که اولین کار تحقیقاتی بر اساس این قیود در حضور کنترل کننده ضد جمع شونده دینامیکی می باشد.

در این مقاله به بررسی رفتار هواپیمای ناپایدار در ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور کنترل کننده ضد جمع شونده با بهره زمان بندی شده بر اساس اغتشاش وارده، پرداخته می شود. برای این منظور، کنترل کننده نامی در ابتدا بدون در نظر گرفتن محدوده

1 Direct Approach
2 PID

اشباع برای هر مانور در نظر گرفته شده، سپس برای ماکزیمم مقدار اغتشاش وارده، بهره های کنترل کننده زمان بندی شده با استفاده از روش نابرابری ماتریسی خطی بر کنترل کننده ضد جمع شونده برای تضمین عملکرد و پایداری مدل خطی و غیر خطی اعمال می شود. این مقاله اولین کار تحقیقاتی داخلی در استفاده از روش زمان بندی بهره ها و تلفیق آن با روش های ضد جمع شونده در حضور محدودیت عملگر برای مدل های ناپایدار خطی و غیر خطی هواپیما می باشد. برای یک مثال عددی هواپیما، شبیه سازی انجام شده و نتایج بیانگر تاثیر روش کنترلی جدید فوق در اعمال به مدل های ناپایدار در رفتار دینامیک طولی هواپیما در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز می باشد. در بخش دوم مقاله به مدل سازی و طراحی کنترل کننده بر پایه نابرابری ماتریسی خطی با احتساب قیود نابرابری ماتریسی خطی پرداخته می شود. در بخش سوم به طراحی کنترل کننده زمان بندی شده و در نهایت در بخش چهارم به باز نویسی کنترل کننده طراحی شده بر اساس ردیابی زاویه مسیر پرواز پرداخته می شود.

۲- مدل سازی و طراحی کنترل کننده مبتنی بر نابرابری ماتریسی خطی

یکی از مهم ترین و خطرناک ترین عوامل غیر خطی ساز هر سیستمی به عملگرها مرتبط است، تحقیقات مختلفی برای نشان دادن مشکلات ناشی از آن ارائه شده است. عدم لحاظ کردن این عامل می تواند به طور محسوسی باعث کاهش عملکرد سیستم یا در بدترین حالت باعث ناپایدار شدن سیستم حتی برای سیستم حلقه باز پایدار، شود. اشباع معمولاً در مسائل واقعی اتفاق می افتد، زیرا عملگرها دارای یک ظرفیت محدود ذاتی هستند، بنابراین همیشه اقدامی که از عملگرها خواسته می شود، نمی توانند انجام دهند. به عبارت دیگر، اشباع عملگر به معنی این است که، بین دستور ورودی به عملگر و خروجی اختلافی وجود دارد، که هنگامی که عملگر به ظرفیت حد مجاز خود می رسد، اتفاق می افتد، که این رسیدن ظرفیت به حد نصاب باعث ناپایداری می شود [۴ و ۱۰].

سیستم حلقه باز معادله (۱) در نظر گرفته می شود.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + B_1\omega + B_2u \\ z = Cx + D_1\omega + D_2u \end{cases} \quad (1)$$

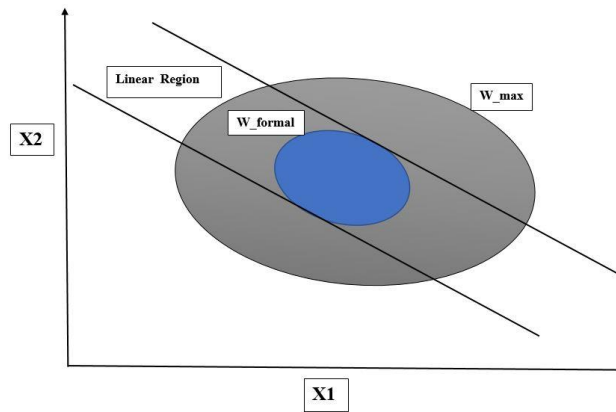


Fig. 1. Invariant set of the nominal controller system

شکل ۱: تنظیم ناوردائی سیستم کنترل کننده نامی

و عملکرد^۲، برای در نظر گرفتن اشباع غیرخطی هنگام طراحی کنترل کننده در حضور اغتشاش، به فرم نابرابری ماتریسی خطی ارائه خواهد شد. برای انجام این مهم، از تابع لیاپانوف (معادله (۵)) استفاده می شود، که P به عنوان ماتریس مثبت معین و x بردار حالت سیستم می باشد. هر چند P می تواند هر ماتریس مثبت معینی باشد، ولی در این مقاله P ثابت در نظر گرفته می شود [۱۴-۱۲].

$$V = X^T P X \quad (5)$$

همچنین، از مفهوم بیضی (شکل ۱) برای تعریف شکل های مختلف تنظیم، هنگام تغییر بردار حالت استفاده می شود. بیضی فوق با دو پارامتر تعریف می شود، ماتریس P و ثابت C ، به صورت رابطه (۶) می باشد.

$$\mathcal{E}\{P, C\} = \{X \mid X^T P X < C^2\} \quad (6)$$

برای قید اول مبتنی بر نابرابری ماتریسی خطی تنظیم ناوردائی، هدف باقی ماندن در داخل تنظیم ناوردائی با وجود اعمال اغتشاش است، که به صورت نامعادله (۷) بیان می شود [۱۲].

$$\frac{dV}{dt} + \alpha(V - \omega_{\max}^2) < 0 \quad (7)$$

شکل ۱ مقادیر اغتشاش و ناحیه خطی بین دو قید، در حالت

در معادله (۱)، x بردار حالت، z خروجی کنترل شده، u ورودی کنترلی و ω اغتشاش می باشد. ماتریس فضای حالت A با توجه به نقطه ای که خطی سازی انجام می شود، می تواند پایدار یا ناپایدار باشد. فرض بر این است که همه حالت ها قابل اندازه گیری، و در تحقیقات کنترل پرواز استفاده می شوند. با استفاده از معادله فضای حالت بیان شده در معادله (۱) و معادله فیدبک بهره (رابطه (۲)) می توان به معادله فضای حالت (رابطه (۳)) رسید [۱۱].

$$u = kx \quad (2)$$

$$\begin{cases} \frac{\partial x}{\partial t} = (A + B_2 k)x + B_1 \omega = A_{cl}x + B_1 \omega \\ z = (C + D_2 k)x + D_1 \omega \end{cases} \quad (3)$$

برای اغتشاش ω مرزهای مختلفی در نظر گرفته می شود با این فرض که مقدار ماکزیمم اغتشاش معلوم است (معادله (۴))، با استفاده از روش زمان بندی بهره ها، از طراحی کنترل کننده واحد بین ماکزیمم و مینیمم اغتشاش که نشان دهنده رفتار محتاطانه است، جلوگیری می شود، در بخش های بعدی این موضوع نشان داده خواهد شد.

$$\omega^T(t)\omega(t) \leq \omega_{\max}^2 \quad (4)$$

در ادامه، سه قید اساسی، شامل تنظیم ناوردائی^۱، قیدها^۲

1 Invariant Set

2 Constraint

در رویکرد عملکرد مبتنی بر روش نابرابری ماتریسی خطی نه تنها کنترل کننده در داخل ناحیه تعریف شده نباید اشباع شود، بلکه بایستی بهترین پاسخ ممکن به اغتشاش را بدهد. راه‌های مختلفی برای در نظر گرفتن عملکرد سیستم وجود دارد. در این مقاله، از بهره‌های H_∞ یا L_2 استفاده شده است. ایده اصلی پیدا کردن کوچکترین Γ (بهره انرژی سیستم) به صورت نامعادله (۱۲) است [۱۶].

$$\int_0^\infty z^T z dt < \Gamma^2 \int_0^\infty \omega^T \omega dt \quad (12)$$

به وسیله ماتریس لیپانوف، نامعادله (۱۲) به نامعادله (۱۳) تبدیل می‌شود. همچنین با انتگرال گیری از نامعادله (۱۳) می‌توان به نامعادله (۱۲) رسید. بنابراین می‌توان نامعادله (۱۳) را به فرم توصیفی نابرابری ماتریسی خطی یعنی نامعادله (۱۴) نوشت.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} + z^T z - \Gamma^2 \omega^T \omega &< 0 \\ \left(\frac{dx}{dt}\right)^T P x + x^T P \frac{dx}{dt} - \Gamma^2 \omega^T \omega + z^T z &< 0 \end{aligned} \quad (13)$$

$$\begin{aligned} [A_c x + B_1 \omega]^T P x + x^T P [A_c x + B_1 \omega] - \Gamma^2 \omega^T \omega + \\ [(C + D_2 K)x + D_1 \omega]^T [(C + D_2 K)x + D_1 \omega] &< 0 \end{aligned} \quad (14)$$

برای فرم نهایی عملکرد نابرابری ماتریسی خطی، نامعادله ماتریسی (۱۵) نتیجه خواهد شد.

$$\begin{pmatrix} Q A^T + A Q + B_2 F + F^T B_2^T & B_1 & Q C^T + F^T D_2^T \\ * & -\Gamma I & D_1^T \\ * & * & -\Gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad (15)$$

بنابراین با مینیمم کردن متغیر Γ به مینیمم کردن اثر اغتشاش بر روی خروجی کنترل شده پرداخته می‌شود، همین موضوع منجر به ماکزیمم کردن عملکرد خواهد شد [۱۴].

۳- طراحی کنترل کننده زمان بندی شده

همانطور که در بخش قبلی توضیح داده شد، مشکل اصلی در نظر گرفتن اشباع در ابتدای طراحی کنترل کننده، مساله محافظه کاری ناشی از در نظر گرفتن کنترل کننده واحد بین ماکزیمم و مینیمم اغتشاش می‌باشد، از طرفی به دلیل عدم اعمال ماکزیمم اغتشاش

تنظیم ناوردائی اغتشاش ماکزیمم و نامی نشان می‌دهد. قید تنظیم ناوردائی در نابرابری ماتریسی خطی در شکل فوق با شرط $V \leq \omega_{\max}^2$ مطلوب است. مرز ناحیه قید تنظیم ناوردائی برابر با $V \leq \omega_{\max}^2$ و خارج از این مرز، $\frac{dV}{dt} < 0$ می‌باشد، که اگر در این ناحیه تغییر بردار حالت شروع شود، به ناحیه تنظیم ناوردائی جذب می‌شود. بنابراین مساله یافتن تنظیم ناوردائی، تبدیل به مساله پیدا کردن ماتریس ثابت $(V = X^T P X)$ که نامعادله (۷) را ارضا کند، می‌شود. می‌توان نامعادله (۷) را به فرم نابرابری ماتریسی خطی، به صورت نامعادله (۸) نوشت [۱۵].

$$\begin{pmatrix} A^T P + P A + K^T B_2^T P + P B_2 K + \alpha P & P B_1 \\ * & -\alpha I \end{pmatrix} < 0 \quad (8)$$

همچنین با در نظر گرفتن عبارت $F = KQ, Q = P^{-1}$ ، فرم نابرابری ماتریسی خطی^۱ نهایی برای معادلات تنظیم ناوردائی به صورت نامعادله (۹) می‌شود. این نابرابری ماتریسی خطی تضمین می‌کند که حالت‌ها در داخل بیضی تعریف شده با مقدار P و ماکزیمم اغتشاش وارده $\omega_{\max}^2$ باقی می‌مانند.

$$\begin{pmatrix} A^T Q + Q A + F^T B_2^T + B_2 F + \alpha Q & B_1 \\ * & -\alpha I \end{pmatrix} < 0 \quad (9)$$

نامعادله (۱۰) بر عدم اشباع کنترل کننده طراحی شده برای قید دوم نابرابری ماتریسی خطی داخل بیضی $\varepsilon(P, \omega_{\max})$ که توسط تنظیم ناوردائی تعریف شده است، تاکید می‌کند.

$$\begin{aligned} |u^2| &< u_{\lim}^2 \\ \omega_{\max}^2 |u^2| &< \omega_{\max}^2 u_{\lim}^2 \\ u^T \frac{\omega_{\max}^2}{u_{\lim}^2} &< \omega_{\max}^2 \end{aligned} \quad (10)$$

نامعادلات (۱۰) را می‌توان به فرم نابرابری ماتریسی خطی برای حالت غیراشباع به صورت نامعادله (۱۱) نوشت.

$$\begin{pmatrix} Q & F^T \\ * & \frac{u_{\lim}^2}{\omega_{\max}^2} \end{pmatrix} > 0 \quad (11)$$

در کل زمان فعالیت سیستم، منجر به حداقل میزان عملکرد نهایی سیستم می‌شود. در این بخش با ارائه روش زمان‌بندی بهره، این مشکل رفع می‌شود. خواننده می‌تواند برای اطلاعات و جزئیات بیشتر به مراجع [۶ و ۸] مراجعه کند.

با فرض این‌که کنترل‌کننده فیدبک حالت نامی K_{formal} برای سیستم حلقه باز معادله (۱۶) در دسترس باشد. همچنین، مقدار ماکزیمم اغتشاش معلوم باشد (معادله (۴))، به دلیل عدم اعمال ماکزیمم اغتشاش، کنترل‌کننده‌ای که اشباع در آن اتفاق می‌افتد برای مقادیر کمتر از ω_{max} ، طراحی خواهد شد.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = Ax + B_1\omega + B_2u \\ z = Cx + D_1\omega + D_2u \\ y = x \end{cases} \quad (16)$$

با استفاده از تحلیل سیستم نابرابری ماتریسی خطی به کمک نرم‌افزار متلب [۱۳] می‌توان بیضی متناظر با تنظیم ناوردائی با مقادیر ω_{max}^2 و K_{formal} که به صورت $\mathcal{E}\{P_{formal}, \omega_{max}\} = \{x | x^T P_{formal} x < \omega_{max}^2\}$ است را محاسبه کرد. این بیضی شامل همه مقادیر ممکن که بردار حالت می‌تواند زیر مقدار ω_{max}^2 و بهره K_{formal} باشد را اختیار کند، می‌باشد. شکل ۱ شماتیک تنظیم ناوردائی بیضی به همراه ناحیه‌ای که در آن اشباع اتفاق نمی‌افتد $u = K_{formal}x$ (ناحیه بین دو خط موازی)، نشان می‌دهد. همچنین تنظیم ناوردائی کوچکتر (بیضی کوچکتر)، میزان ماکزیمم اغتشاش ω_{formal} را که K_{formal} بدون اشباع باقی می‌ماند را نشان می‌دهد. در واقع هدف، طراحی کنترل‌کننده ایمن با بهره K_{safe} ، که برای اغتشاشات ماکزیمم (معادله (۴)) اشباع نشود و همچنین در قید تنظیم ناوردائی نابرابری ماتریسی خطی، در تنظیم ناوردائی متناظر با K_{safe} و ω_{max} $\mathcal{E}\{P_{safe}, \omega_{max}\}$ کاملاً شامل تنظیم ناوردائی متناظر با K_{formal} و ω_{max} $\mathcal{E}\{P_{formal}, \omega_{max}\}$ باشد، که امر باعث برتری کنترل‌کننده امن K_{safe} می‌شود.

شکل ۱، ایراد اصلی این روش، یعنی محافظه‌کاری را نشان می‌دهد. بیضی ناشی از حل تنظیم ناوردائی کنترل‌کننده امن $\mathcal{E}\{P_{safe}, \omega_{max}\}$ ، که از حل سیستم نابرابری ماتریسی خطی بدست آمد، می‌تواند از این نیز بزرگتر باشد. بیضی بزرگتر، یعنی بهره کوچکتر K_{safe} و در

نتیجه کنترل‌کننده‌ای با عملکرد پایین‌تر را منجر می‌شود.

استفاده از این روش ممکن است منجر به تضمین پایداری، اما با عملکرد خیلی پایین‌تر برای اغتشاشات کوچکتر از ω_{max} شود. از آنجا که ω_{max} ممکن است خیلی کم اتفاق بیافتد، بیشتر مواقع ممکن است از کنترل‌کننده‌ای بین ماکزیمم و مینییم اغتشاش استفاده شود، محافظه‌کارانه باشد. برای غلبه بر این مشکل، زمان‌بندی کنترل‌کننده معرفی می‌شود. ابتدا یک کنترل‌کننده نامی در نظر گرفته می‌شود K_{formal} ، که در این مقاله بر اساس حل سیستم نامعادلات (۱۷) تا (۱۹) بدست می‌آید. چگونگی افزایش و بهبود عملکرد کلی با استفاده از روش زمان‌بندی بهره‌ها با توجه به اغتشاش وارد شده، در بخش بعدی شرح داده خواهد شد.

$$\begin{pmatrix} AQ + QA^T + B_2 F_{formal}^T + F_{formal}^T B_2^T & B_1 & Q_1 C_1^T + F_{formal}^T D_2^T \\ * & -\Gamma I & D_1^T \\ * & * & -\Gamma I \end{pmatrix} < 0 \quad (17)$$

$$Q > 0 \quad (18)$$

$$\Gamma > \Gamma_{min} \quad (19)$$

هدف از بیان کردن نامعادلات (۱۷) و (۱۸) کنترل‌کننده‌ای است که بهره L_2 سیستم را مینییم کند. هر چند، گاهی اوقات، کنترل‌کننده نامی که با استفاده از این روش بیان می‌شود، بهره غیرواقعی دارد. همچنین، عملکرد سیستم با محدودیت نامعادله (۱۹) به منظور کاهش بهره، بیان می‌شود.

ماکزیمم مقدار اغتشاشی که K_{formal} می‌تواند بدون اشباع باقی بماند را با ω_{formal} تعریف می‌شود. ایده اصلی معرفی کنترل‌کننده میانه‌ای که عملکرد بهتری داشته و تضمین پایداری برای هر اغتشاش بیشتر از ω_{max} ، به جای طراحی مستقیم یک کنترل‌کننده با بهره کم است. رابطه (۲۰) مقادیر میانی اغتشاشات برای داده‌های بین ω_{formal} و ω_{max} ، برای قابل اجرا بودن روش زمان‌بندی بهره برای داشتن عملکرد بهتر در ماکزیمم حالت اغتشاشی ω_{max} و استفاده از کنترل‌کننده فعال‌تر را نشان می‌دهد. با در نظر گرفتن هر ω_i به عنوان بدترین اغتشاش ممکن، می‌توان دسته‌ای از کنترل‌کننده‌های K_i که برای ماکزیمم مقدار ω_i ، عدم اشباع را تضمین می‌کنند، طراحی کرد. همچنین می‌توان ثابت کرد که، عملکرد بهتر (کنترل‌کننده با بهره

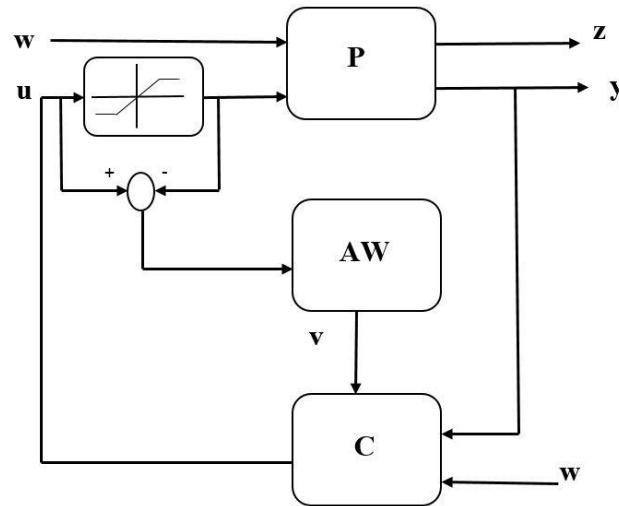


Fig. 2. Structural schematic of the controller and system

شکل ۲: شماتیک ساختاری کنترلر و سیستم مورد بررسی

بالا) با مقادیر کوچکتر ω محقق می‌شود.

$$\omega_{\text{formal}} = \omega_0 < \omega_1 < \dots < \omega_n = \omega_{\text{max}} \quad (20)$$

از میان کنترل‌کننده‌هایی با مقادیر بهره بالاتر (i کمتر)، یکی از کنترل‌کننده‌هایی که اشباع نمی‌شود، استفاده می‌شود، که این موضوع بهبود عملکرد را به همراه دارد. با تشدید اغتشاش، K_i اشباع شده و به کنترل‌کننده با بهره پایین تعویض می‌شود، تا زمانی که $K_{\text{formal}} = K_{\text{safe}}$ شود. از آنجایی که کنترل‌کننده K_{formal} با استفاده از اغتشاش ω_{max} طراحی می‌شود، کنترل‌کننده فوق هرگز اشباع نخواهد شد. در مقابل، اگر در هر زمانی کنترل‌کننده‌ای با بهره بالاتر وجود داشته باشد که اشباع نشود، کنترل‌کننده، به آن تعویض داده می‌شود. این امر تضمین استفاده از کنترل‌کننده فعال‌تر را به همراه دارد. تعویض کنترل‌کننده زمانی امن است که، تعویض از K_i به K_j سیستم را ناپایدار نکند. برای انجام این مهم، باید اطمینان حاصل شود که تنظیم ناوردائی متناظر با هر کنترل‌کننده میانی، شامل بیضی مرحله قبل (بیضی متناظر با کنترل‌کننده با i کمتر) است. شکل ۲ شماتیک سیستم مورد بررسی را نشان می‌دهد. در این شکل z, u, y, w و v به ترتیب نشان‌دهنده خروجی اندازه‌گیری شده، ورودی اغتشاشی، ورودی کنترلی، خروجی کنترلی و در نهایت سیگنال کنترلی ضدجمع‌شوندگی می‌باشد.

می‌توان یک دسته از کنترل‌کننده‌ها، با مینیمم‌سازی معادله

(۲۱)، تحت قیدهای نامعادلات (۲۲) تا (۲۵) پیدا کرد. نوع حل‌کننده به کار رفته برای این معادلات با استفاده از دستور مینیمم‌یابی متلب^۱ می‌باشد. حد نهایی عملگر الویتور ۲۲ درجه و برای تراست موتور ۴۴/۴۸۲۲ کیلو نیوتون^۲ در نظر گرفته شده است. محدودیت‌های فوق بر معادلات (۲۱) تا (۲۵) در نظر گرفته شده است.

$$J = \sum_1^N c_i \Gamma_i \quad (21)$$

$$\begin{pmatrix} A^T Q_i + Q_i A + F_i^T B_2^T + B_2 F_i + \alpha_i Q_i & B_1 \\ * & -\alpha_i I \end{pmatrix} < 0 \quad (22)$$

$$\begin{pmatrix} Q_i & F_i^T \\ * & \frac{u_{\text{lim}}^2}{\omega_i^2} I \end{pmatrix} > 0 \quad (23)$$

$$\begin{pmatrix} A Q_i + Q_i A^T + B_2 F_i + F_i^T B_2^T & B_1 & Q_i C_1^T + F_i^T D_2^T \\ * & -\Gamma_i I & D_1^T \\ * & * & -\Gamma_i I \end{pmatrix} < 0 \quad (24)$$

$$Q_{i-1} < Q_i \quad (25)$$

از این سیستم معادلات می‌توان Q_i و K_i ($F_i = K_i Q_i$) برای

1 Mincx
2 10000 lbs

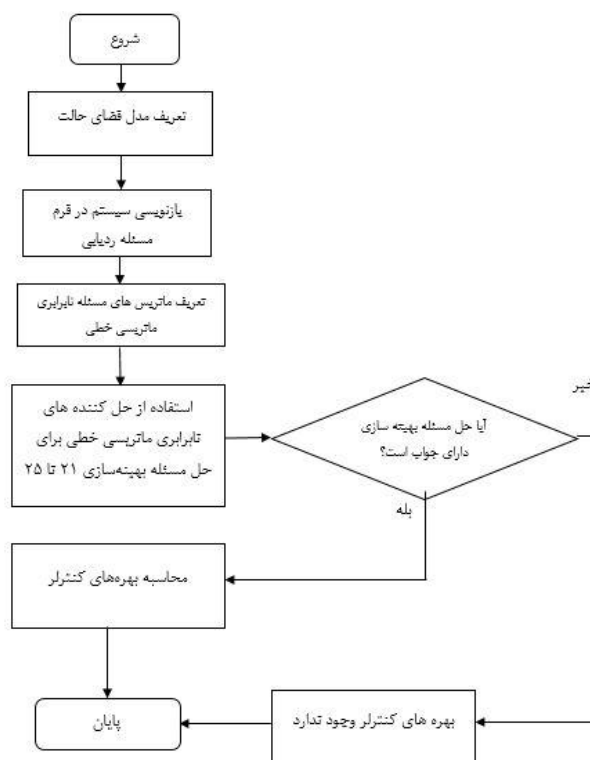


Fig. 3. Flowchart of the problem solving method for linear matrix inequality

شکل ۳: فلوچارت روش حل مسئله نابرابری ماتریسی خطی

برابر با $u = K_1 x$ خواهد شد، و چنانچه شرط فوق تا مرحله $n-1$ برقرار نباشد در نهایت سیگنال کنترلی برابر با $u = K_{safe} x$ خواهد شد. شکل ۳ فلوچارت روش حل مسئله نابرابری ماتریسی را نشان می‌دهد.

۴- مساله ردیابی زاویه مسیر پرواز

روش طراحی کنترل کننده که در بخش قبلی شرح داده شد، بر اساس مساله تضعیف اغتشاش بود. بنابراین برای مساله ردیابی زاویه مسیر پرواز از مرجع [۱۷]، که از بازنویسی مساله ردیابی به صورت تضعیف اغتشاش با کاهش اندازه بین سیگنال ردیابی مرجع و کنترل خروجی است، استفاده می‌شود. در واقع روش فوق خطای ردیابی را در داخل بردار حالت معرفی کرده و سیگنال رفرنس ردیابی را به عنوان اغتشاش در نظر می‌گیرد. با استفاده از بهره L_2 ، اثرات اغتشاش را بر روی حالت‌ها مینیمم کرده، بنابراین آن، خطای ردیابی را مستقل از اغتشاش، مینیمم می‌کند.

سیستم معادلات (۲۶) را در نظر بگیرید، عبارت x_d بردار سیگنال مرجعی است که بایستی ردیابی شود.

مقادیر اغتشاش در معادله (۲۰) را بدست آورد. به این معنی که یک دسته از کنترل کننده‌هایی وجود دارد که برای مقادیر اغتشاش بالاتر از ω_{max} ، تضمین پایداری می‌کنند، که عملکرد کلی آن‌ها برابر با λ می‌شود. روش فوق، همه کنترل کننده‌ها را در یک زمان حل کرده و اجازه می‌دهد که عملکرد برای بازه‌ای از اغتشاشات، ماکزیمم شود، این امر با تغییرات کافی در پارامتر C_i در معادله (۲۱) انجام می‌شود. اگر قیدهای فوق در عملکرد سیستم نیاز نباشند، از حل جداگانه برای هر کنترل کننده استفاده می‌شود، با این شرط که بیضی فوق، بیضی مراحل قبلی را نیز شامل شود. برای مثال اگر چهار کنترل کننده زمان بندی شده طراحی شود، نابرابری‌های ماتریسی خطی مورد نیاز برای حل عبارتند از معادلات (۲۱) تا (۲۵) با $i=4$ می‌باشد. توجه داشته باشید که Q_{i-1} در این مثال شامل همه Q های قبلی، یعنی ماتریس‌های Q_1, Q_2, Q_3 را شامل می‌شود.

الگوریتم تصمیم‌گیری در مورد انتخاب فیدبک اعمالی به سیستم به این صورت می‌باشد که اگر $|K_{form} x| \leq u_{lim}$ باشد، سیگنال کنترلی اعمالی برابر با $u = K_{form} x$ می‌شود، چنانچه شرط فوق برقرار نباشد، اگر $|K_1 x| \leq u_{lim}$ باشد، سیگنال کنترلی

از مدل غیرخطی فوق برای بدست آوردن شرایط ترمیم خطی برای ورودی ارتفاع و سرعت استفاده شده است. با استفاده از خطی‌سازی مدل غیرخطی مقادیر بردار حالت بدست آمده و آن‌ها در طراحی کنترل‌کننده استفاده می‌شوند. نتایج بیان شده برای هر دو مدل خطی و غیرخطی در حضور کنترل‌کننده زمان‌بندی شده، برای حالت ناپایدار، ارائه می‌شود. در ادامه به استفاده از این روش کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی برای حالت ناپایدار در اعمال به مدل خطی و غیرخطی با توجه به اغتشاش وارد شده، در ردیابی زاویه مسیر پرواز پرداخته خواهد شد.

فرمان ورودی ایده آل برای زاویه مسیر پرواز توسط فیلتر مرتبه دوم بر اساس کیفیت پروازی مطلوب به‌صورت معادله (۳۲) می‌باشد. هدف از طراحی کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی در این مقاله ردیابی زاویه مسیر فرمان داده شده با خطای ردیابی ۱/۲۵ درصد می‌باشد. این نوع مساله به ردیابی مدل ایده آل با فیلتر مرتبه دوم بر اساس ویژگی‌های پروازی مطلوب فرکانس ۱/۵ رادیان بر ثانیه (۸۵/۹۴ درجه بر ثانیه) و ضریب میرایی ۰/۸ بیان شده است.

$$\frac{\gamma_{ideal}}{\gamma_{cmd}} = \frac{2.25}{s^2 + 2.4s + 2.25} \quad (32)$$

برای این مثال مقادیر ترمیم معادلات (۳۳) و (۳۴) با استفاده از خطی‌سازی مدل غیرخطی برای ورودی و مرکز گرانش $x_{cg} = 0/3c$ بدست آمده است.

$$x_{trim} = \begin{pmatrix} V = 192.024 \text{ km/h} = 175 \text{ ft/s} \\ \alpha = 28.47 \text{ deg} \\ q = 0 \text{ deg/s} \\ \theta = 29.92 \text{ deg} \end{pmatrix} \quad (33)$$

$$u_0 = \begin{pmatrix} h = 152.4 \text{ m} = 500 \text{ ft} \\ \delta_e = -7.97 \text{ deg} \\ \delta_{piv} = 0 \text{ deg/s} = 0 \text{ rad/s} \\ T = 36.60 \text{ kn} = 8228 \text{ lb} \end{pmatrix} \quad (34)$$

ماتریس‌های حالت بدست آمده از خطی‌سازی حالت غیرخطی به‌صورت معادلات (۳۵) و (۳۶) می‌شود که در نهایت در مدل خطی

$$\begin{cases} \frac{d\hat{x}}{dt} = \hat{A}\hat{x} + \hat{B}u \\ \hat{y} = C\hat{x} + \hat{D}_{12}u = [I, 0]\hat{x} = \hat{x}_1 \\ e = \hat{y} - x_d = \hat{x}_1 - x_d \end{cases} \quad (26)$$

در معادله (۲۷)، خطا به عنوان حالت در نظر گرفته شده است.

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \hat{x}_d \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{x}_1 - \hat{x}_d \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e \\ \hat{x}_2 \end{bmatrix} \quad (27)$$

در نهایت سیستم معادلات (۲۸) تا (۳۰) بدست می‌آیند.

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \hat{A}\bar{x} + \hat{B}_2u - \begin{bmatrix} \dot{x}_d \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \hat{A}_{11} \\ \hat{A}_{21} \end{bmatrix} x_d \quad (28)$$

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \hat{A}\bar{x} + \hat{B}_2u + \begin{pmatrix} \hat{A}_{11} & -I \\ \hat{A}_{21} & 0 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_d \\ \dot{x}_d \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$\frac{d\bar{x}}{dt} = \hat{A}\bar{x} + \hat{B}_2u + \hat{B}_1\omega \quad (30)$$

مدل غیرخطی حالت طولی هواپیمای مورد بررسی در این مقاله با استفاده از معادلات حرکت استاندارد و در نظر گرفتن مدل اتمسفر، در محیط سیمولینک نرم‌افزار متلب، با استفاده از دسته معادلات (۳۱) مدل‌سازی و شبیه‌سازی شده است [۱۸].

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \frac{\bar{q}sc}{2mV} [C_{sq}(\alpha) \cos(\alpha) + C_{zq}(\alpha) \sin(\alpha)]q - g \sin(\theta - \alpha) + \\ &\frac{\bar{q}s}{m} (C_x(\alpha, \delta_e) \cos(\alpha) + C_z(\alpha, \delta_e) \sin(\alpha)) + \frac{1}{m} \cos(\alpha + \delta_{piv})T \\ \dot{\alpha} &= [1 + \frac{\bar{q}sc}{2mV^2} (C_{zq}(\alpha) \cos(\alpha) - C_{sq}(\alpha) \sin(\alpha))]q + \\ &\frac{g}{V} \sin(\theta - \alpha) + \frac{\bar{q}sc}{2mV} [C_z(\alpha, \delta_e) \cos(\alpha) - \\ &C_x(\alpha, \delta_e) \sin(\alpha)] - \frac{1}{mV} \sin(\alpha + \delta_{piv})T \\ \dot{q} &= \frac{\bar{q}sc}{2I_y V^2} [cC_{mq}(\alpha) + \Delta C_{zq}(\alpha)]q + \\ &\frac{\bar{q}sc}{I_y} [C_m(\alpha, \delta_e) + \frac{\Delta}{c} C_z(\alpha, \delta_e)] - \frac{I_t}{I_y} \sin(\delta_{piv})T \\ \dot{\theta} &= q \\ \dot{h} &= V \cos(\alpha) \sin(\theta) - V \sin(\alpha) \cos(\theta) \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{cases} K_{formal} = \begin{pmatrix} 0.0036e5 & -1.1535 & 0.0003e5 & 0.0008e5 \\ -6.8192e5 & -0.0068e5 & -0.1852e5 & -0.5933e5 \end{pmatrix} \\ \omega_{formal} = 0.0098\text{rad} \end{cases} \quad (39)$$

$$\begin{cases} K_1 = \begin{pmatrix} 0.0001e6 & 0.0318 & 5.622 & 9.38 \\ -1.5798e6 & -0.0005e6 & -0.0477e6 & -0.1067e6 \end{pmatrix} \\ \omega_1 = 0.0090\text{rad} \end{cases} \quad (40)$$

$$\begin{cases} K_2 = \begin{pmatrix} 0.0001e5 & 0.012 & 2.26 & 3.6149 \\ -5.9317e5 & -0.0031e5 & -2.2156e5 & -0.5025e5 \end{pmatrix} \\ \omega_2 = 0.017\text{rad} \end{cases} \quad (41)$$

$$\begin{cases} K_3 = \begin{pmatrix} 3.97 & 0.008 & 1.42 & 2.05 \\ -1.9419e5 & -0.0020e5 & -0.0903e5 & -0.2207e5 \end{pmatrix} \\ \omega_3 = 0.025\text{rad} \end{cases} \quad (42)$$

$$\begin{cases} K_{safe} = \begin{pmatrix} -0.025 & 0 & 0.0001e3 & 0.0001e3 \\ -1.6722e3 & -0.0158e3 & 1.2974e3 & 1.262e3 \end{pmatrix} \\ \omega_{safe} = 0.1464\text{rad} \end{cases} \quad (43)$$

به همین ترتیب برای حالت ناپایدار خطی ورودی به $h=152/4 \text{ m}=50 \text{ ft}$ و $V=192/0.24 \text{ km/h}=175 \text{ ft/s}$ بررسی رفتار دینامیکی معادلات طولی هواپیما در حضور کنترل ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور آن طبق معادله (۳۰) شبیه‌سازی انجام شده و در بخش شبیه‌سازی و نتایج، نمودارهای بدست آمده را مشاهده می‌کنید.

۵- شبیه‌سازی و نتایج

نتایج شبیه‌سازی برای مدل غیرخطی و خطی در حالت شرایط کاری ناپایدار (معادلات (۳۳) تا (۳۶))، در حضور کنترل‌کننده نامی و کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی امن در شکل‌های ۴ تا ۹ ارائه شده است. طبق نتایج ارائه شده در شکل‌های ۴ تا ۶ برای مدل غیرخطی و شکل‌های ۷ تا ۹ برای مدل خطی می‌توان مشاهده کرد

به فرم معادله (۳۰) که حالت‌های این ماتریس $x=[V, \alpha, q, \theta]^T$ و ورودی اغتشاشی مدل غیرخطی $u=(h, \delta_e, \delta_{ptv}, T)$ است، نوشته خواهد شد.

$$A = \begin{pmatrix} -0.1437 & -19.6327 & -6.7955 & -32.1740 \\ -0.0019 & -0.2576 & 0.9193 & 0 \\ 0 & 0.0175 & 0.5091 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (35)$$

$$B = \begin{pmatrix} 0.003 & -3.7645 & -6.8431 & 0.0014 & 0.1190 \\ 0 & -0.0326 & 0.0719 & 0.0000 & 0.0016 \\ 0 & -1.1447 & -1.5629 & 0.0000 & -0.0001 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0000 & 0.0000 \end{pmatrix} \quad (36)$$

زاویه مسیر پرواز در بالا (معادله (۳۳)) به عنوان بردار حالت در نظر گرفته نشده است، بنابراین با استفاده از تبدیل سیستم مختصات معادله (۳۷)، بردار حالت زاویه مسیر پرواز (معادله (۳۸)) نتیجه خواهد شد [۱۹].

$$M = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (37)$$

$$\hat{x} = Mx = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V \\ \alpha \\ q \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma \\ V \\ q \\ \theta \end{pmatrix} \quad (38)$$

مدل فوق به دلیل دارا بودن قطب‌های حلقه باز $eig(A)=[-0.5881, -0.3661, -0.0849, 0.0686]$ ناپایدار است. بررسی بهره بدست آمده برای سیستم حلقه بسته نامی نشان می‌دهد که تنها به تضمین تحمل اغتشاش $\omega=0/0.098$ را دارد. اما آنچه مطلوب این مساله ردیابی زاویه مسیر پرواز است تحمل میزان اغتشاش ماکزیمم $\omega=0/1464$ که از فرمان ورودی ایده‌آل ± 5 بدست آمده است، می‌باشد. بنابراین به طراحی ۵ کنترل‌کننده با بهره و مقادیر اغتشاش تحمل شده معادلات (۳۹) تا (۴۳) پرداخته می‌شود.

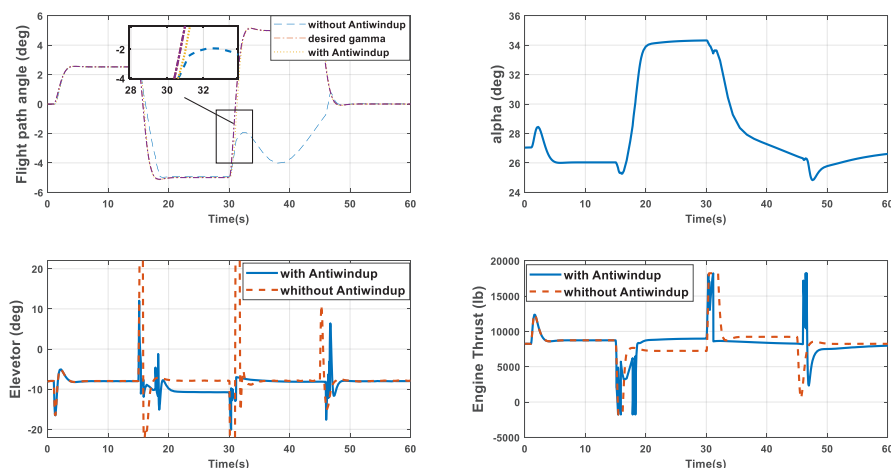


Fig. 4. The response of the nonlinear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup

شکل ۴: پاسخ مدل غیرخطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی

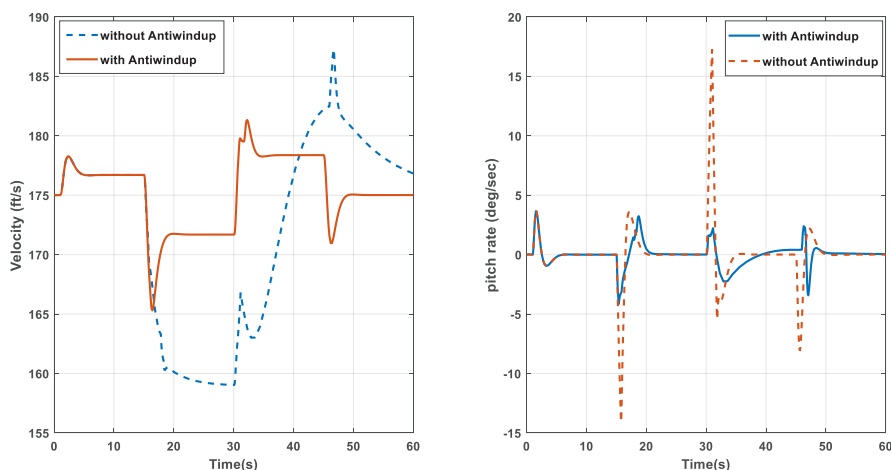


Fig. 5. The response of the nonlinear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup for velocity and pitch rate

شکل ۵: پاسخ مدل غیرخطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی برای سرعت و نرخ پیچ

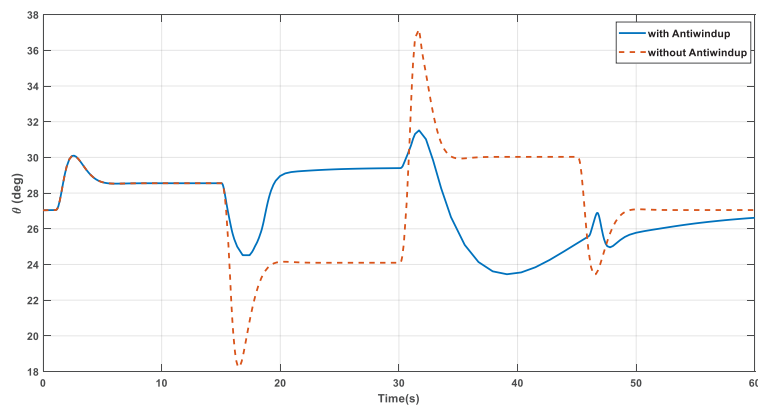


Fig. 6. The response of the nonlinear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup for pitch angle

شکل ۶: پاسخ مدل غیرخطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی برای زاویه پیچ

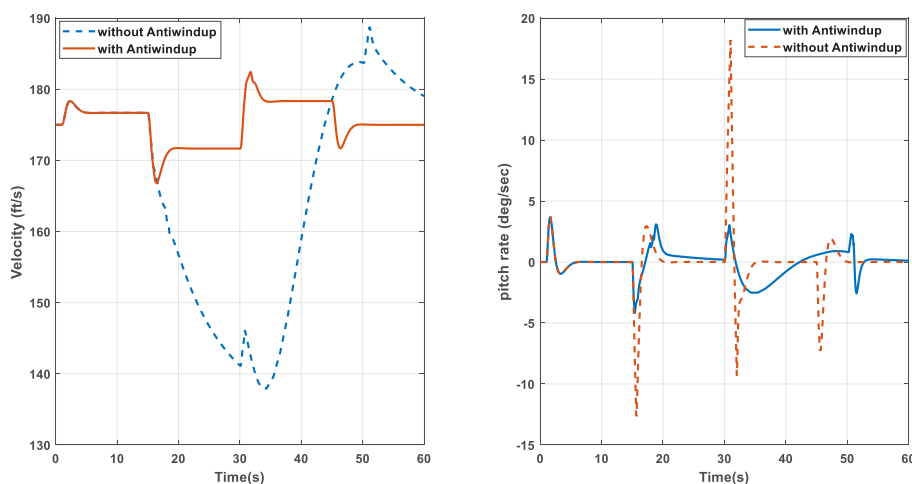


Fig. 7. The response of the linear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup

شکل ۷: پاسخ مدل خطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی

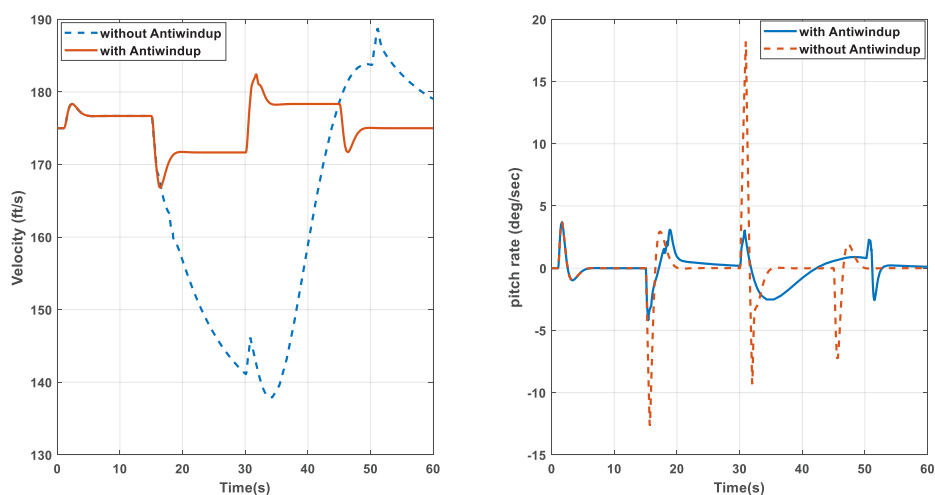


Fig. 8. The response of the linear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup for velocity and pitch rate

شکل ۸: پاسخ مدل خطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی برای سرعت و نرخ پیچ

ضدجمع‌شوندگی اشباع الویتور در بین ثانیه‌های ۱۵ تا ۱۸ و ۳۰ تا ۳۴ اشباع الویتور اتفاق افتاده است. بدیهی است که مدت زمان و تعداد اشباع با تغییرات بیشتر زاویه مسیر پرواز در طول مدت زمان شبیه‌سازی افزایش خواهد یافت. ردیابی زاویه مسیر پرواز در شکل‌های ۴ و ۷ بین ثانیه ۳۰ تا ۴۷ ثانیه برای مدل غیرخطی و ۳۰ تا ۵۷ ثانیه برای مدل خطی شده دچار واگرایی شده و به محض تغییر ورودی دابلت به مقدار صفر، ردیابی انجام شده و می‌توان با اعمال ورودی

که کنترل‌کننده نامی قادر به تحمل کردن اغتشاش وارده نداشته و اشباع می‌شود. همچنین نقش کنترل‌کننده امن در پایداری و عملکرد مشهود است که در آن اشباع رخ نمی‌دهد، در حالی که کنترل‌کننده نامی اشباع شده و عملکرد و پایداری را از دست داده است. نتایج برای اغتشاش در ورودی رفرنس زاویه مسیر پرواز ارائه شده است. حد بالا و پایین در شبیه‌سازی برای اشباع الویتور ۲۲ درجه می‌باشد. در شکل‌های ۴ و ۷ مشاهده می‌شود که در عدم حضور کنترل‌کننده

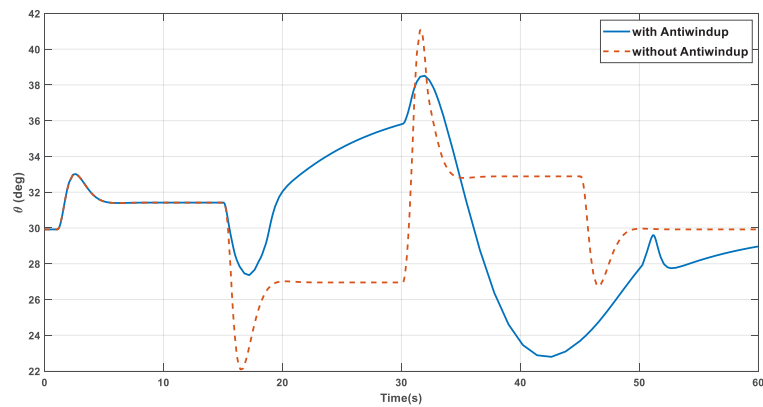


Fig. 9. The response of the linear model of the aircraft to the flight path angle tracking maneuver with and without anti-windup for pitch angle

شکل ۹: پاسخ مدل خطی هواپیمای مورد بررسی در مانور ردیابی زاویه مسیر پرواز در حضور ضدجمع‌شوندگی و عدم حضور ضدجمع‌شوندگی برای زاویه پیچ

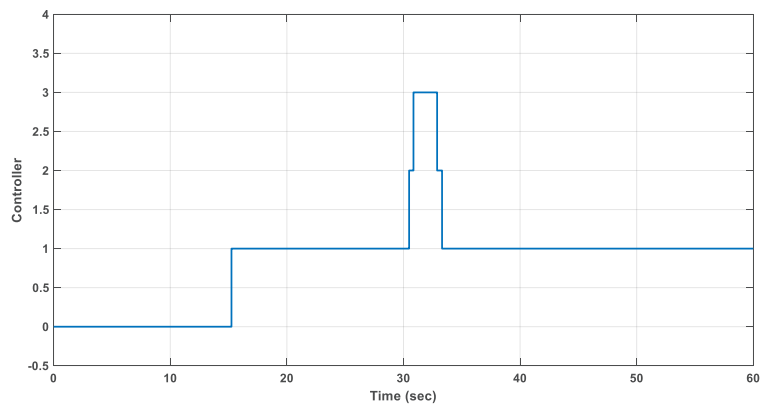


Fig. 10. Scheduling controller designed for the nonlinear model of the aircraft

شکل ۱۰: کنترل‌کننده زمان بندی طراحی شده برای مدل غیرخطی هواپیما $K_{formal} = 0$, $K_1 = 1$, $K_2 = 2$, $K_3 = 3$, $K_{safe} = 4$

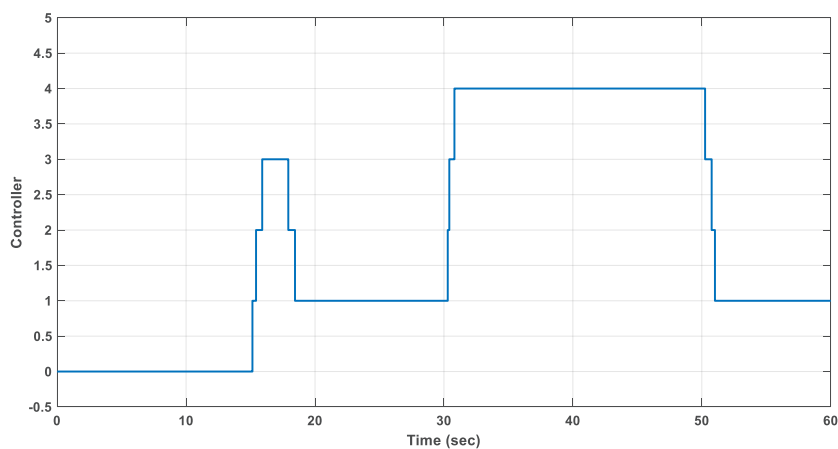


Fig. 11. Scheduling controller designed for the linear model of the aircraft

شکل ۱۱: کنترل‌کننده زمان بندی طراحی شده برای مدل خطی هواپیما $K_{formal} = 0$, $K_1 = 1$, $K_2 = 2$, $K_3 = 3$, $K_{safe} = 4$

ارتعاشات زیاد در پاسخ زاویه پیچ و نرخ آن و تغییرات سریع سرعت جلوگیری شد. همچنین در این مقاله مشاهده شد که با افزودن کنترل ضدجمع‌شوندگی به سیستم مورد نظر، نوسانات کاهش می‌یابد که این موضوع نشان‌دهنده بهبود پاسخ کنترلی می‌باشد. پیشنهادی که برای کارهای آینده می‌توان داد، استفاده از کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی در کنترل‌کننده تطبیقی انتگرالی مشتقی می‌باشد.

۷- فهرست علائم

علائم انگلیسی

b	اسپن بال ft
$\bar{c}$	کورد متوسط آیرودینامیکی بال ft
C_m	ضریب گشتاور پیچ حول محور x بدنی
C_{mq}	مشتق گشتاور پیچ در طول محور x بدنی، نسبت به نرخ پیچ rad^{-1}
C_x	ضریب نیروی آیرودینامیکی در راستای محور x بدنی
$C_{x,q}$	مشتق پایداری آیرودینامیکی در طول محور x بدنی، نسبت به نرخ پیچ rad^{-1}
C_z	ضریب نیروی آیرودینامیکی در راستای محور z بدنی
$C_{z,q}$	مشتق پایداری آیرودینامیکی در طول محور z بدنی، نسبت به نرخ پیچ rad^{-1}
I_x	مومنتم اینرسی حول محور x بدنی slug.ft^2
l_t	فاصله بین مرکز ثقل هواپیما و نقطه اعمالی تراست ft
M	جرم هواپیما slug
P	نرخ رول حول محور بدنی x (rad/s)
Q	نرخ پیچ حول محور بدنی y (rad/s)
$\bar{q}$	فشار دینامیکی lb/ft^2
R	نرخ یاو حول محور بدنی z (rad/s)
S	مساحت بال ft^2
T	نیروی پیشران lb

علائم یونانی

α	زاویه حمله هواپیما، به عنوان یکی از زوایای آیرودینامیکی (rad)
β	زاویه جانبی هواپیما، به عنوان یکی از زوایای آیرودینامیکی (rad)

دابلت بزرگتر ناپایداری در مسیر را به‌طور مشهود مشاهده کرد. علاوه بر این کنترل‌کننده طراحی شده برای هواپیمای ناپایدار می‌باشد که در عدم حضور کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی طراحی شده، میزان ناپایداری افزایش می‌یابد. شکل ۱۰ کنترل‌کننده‌های استفاده شده در هر لحظه را برای مدل غیرخطی نشان می‌دهد. طبق شکل ۱۰، بعد از تضعیف سیگنال رفرنس ورودی، سیستم به کنترل‌کننده K_1 تعویض می‌شود. از آنجا که ماکزیمم اغتشاش وارده برابر با $0/1464$ (معادله (۴۳)) می‌باشد و در انتها کنترل‌کننده به مقدار کنترل‌کننده K_1 (اغتشاش $0/009$ ، معادله (۴۰)) تعویض شده است، یعنی سیستم فوق می‌تواند از کنترل‌کننده‌هایی با بهره بیشتر (عملکرد بالا) را اختیار کند. به این معنی که می‌توان از کنترل‌کننده‌های زمان‌بندی شده بیشتری بین دو مقدار اغتشاش فوق استفاده کرد. شکل ۱۱ برای مدل خطی ناپایدار نشان می‌دهد که هر ۵ کنترل‌کننده اشباع شده‌اند. بنابراین برای بهبود عملکرد سیستم خطی استفاده از تعداد بیشتری کنترل‌کننده زمان‌بندی شده بین مینیمم مقدار اغتشاش و ماکزیمم مقدار اغتشاش توصیه می‌شود.

۶- نتیجه‌گیری

مشاهده شد که در حضور کنترل‌کننده نامی به تنهایی اشباع رخ می‌دهد و پایداری و عملکرد از دست می‌رود. با اضافه کردن کنترل‌کننده امن، بهبود پایداری و عملکرد نتیجه شد. همچنین از روش زمان‌بندی بهره‌ها در جلوگیری از محافظه‌کاری کنترل‌کننده‌های طراحی شده، بهره برده شد. نمودار کنترل‌کننده‌های اشباع شده بر حسب زمان که فعالیت آنی کنترل‌کننده‌های طراحی شده را نشان می‌دهد، به آگاهی از تعداد کنترل‌کننده‌ها، بین ماکزیمم و مینیمم اغتشاش، منجر شده و بهبود عملکرد و پایداری را با انتخاب کنترل‌کننده‌هایی با بهره بالاتر را به همراه داشته است. اشباع عملگر الویتور در هر دو مدل غیرخطی و خطی در عدم حضور کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی مشهود است، که منجر به کاهش پایداری در ردیابی زاویه مسیر پرواز شده و عملکرد مطلوب را نتیجه نمی‌دهد. با استفاده از قیود سه‌گانه در طراحی کنترل‌کننده، مشاهده شد که در حضور کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی ردیابی زاویه مسیر به خوبی انجام شده و عملکرد خوبی داشت و همچنین از اشباع در عملگر الویتور و تراست جلوگیری شد. همچنین استفاده از کنترل‌کننده ضدجمع‌شوندگی از

Pitch Angle Regulation of Aircraft, in: 2019 International Conference on Electrical, Computer and Communication Engineering (ECCE), IEEE, 2019, pp. 1-6.

- [10] E.F. Mulder, M.V. Kothare, M. Morari, Multivariable anti-windup controller synthesis using linear matrix inequalities, *Automatica*, 37(9) (2001) 1407-1416.
- [11] G. Leonov, B. Andrievskii, N. Kuznetsov, A.Y. Pogromskii, Aircraft control with anti-windup compensation, *Differential equations*, 48(13) (2012) 1700-1720.
- [12] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, V. Balakrishnan, *Linear matrix inequalities in system and control theory*, Siam, 1994.
- [13] P. Gahinet, A. Nemirovskii, A.J. Laub, M. Chilali, The LMI control toolbox, in: *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, 1994, pp. 2038-2041.
- [14] S.-K. Yang, Observer-based anti-windup compensator design for saturated control systems using an LMI approach, *Computers & Mathematics with Applications*, 64(5) (2012) 747-758.
- [15] G.A. Kiener, D. Lehmann, K.H. Johansson, Actuator saturation and anti-windup compensation in event-triggered control, *Discrete event dynamic systems*, 24(2) (2014) 173-197.
- [16] A.R. Teel, N. Kapoor, The L₂ anti-windup problem: Its definition and solution, in: *1997 European Control Conference (ECC)*, IEEE, 1997, pp. 1897-1902.
- [17] J.-H. Kim, F. Jabbari, A scheduling approach for tracking of general signals, *International Journal of Control*, 81(8) (2008) 1281-1290.
- [18] B.L. Stevens, F.L. Lewis, E.N. Johnson, *Aircraft control and simulation: dynamics, controls design, and autonomous systems*, John Wiley & Sons, 2015.
- [19] I.E. KöSe, F. Jabbari, Scheduled controllers for linear systems with bounded actuators, *Automatica*, 39(8) (2003) 1377-1387.

θ, φ, ψ زوایای اوایلر (rad)

γ زاویه مسیر پرواز (rad)

Δ فاصله بین مرکز ثقل رفرنس و واقعی ft

مراجع

- [1] M. Dornhein, Report pinpoints factors leading to YF-22 crash, *Aviation Week & Space Technology*, 9 (1992) 53-54.
- [2] I.E. Kose, F. Jabbari, Control of systems with actuator amplitude and rate constraints, in: *Proceedings of the 2001 American Control Conference*, (Cat. No. 01CH37148), IEEE, 2001, pp. 4914-4919.
- [3] A. Cristofaro, S. Galeani, S. Onori, L. Zaccarian, A switched and scheduled design for model recovery anti-windup of linear plants, *European Journal of Control*, 46 (2019) 23-35.
- [4] L. Zaccarian, A.R. Teel, *Modern anti-windup synthesis: control augmentation for actuator saturation*, Princeton University Press, 2011.
- [5] S. Al-Haddad, H. Wahid, Decoupled Integral Lqr Controller With Anti-Windup Compensator For MIMO Two Rotor Aerodynamical System (Tras), *Journal of Engineering Science and Technology*, Vol. 14, No. 3 (2019) 1374 - 1397.
- [6] S. Sajjadi-Kia, F. Jabbari, Use of scheduling for anti-windup controller design, in: *2007 American Control Conference*, IEEE, 2007, pp. 5194-5199.
- [7] S. Sajjadi-Kia, F. Jabbari, Scheduling in anti-windup controllers: output feedback case, in: *2007 46th IEEE Conference on Decision and Control*, IEEE, 2007, pp. 408-413.
- [8] M.S. Reineh, S.S. Kia, F. Jabbari, Anti-Windup Designs for Systems With Amplitude and Rate Bounded Actuators, *IFAC-PapersOnLine*, 50(1) (2017) 11509-11514.
- [9] M. Rahman, M. Armin, S.K. Das, M. Ali, High Performance Controller Design Using Linear Matrix Inequalities for

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

M. Navabi, H. Ghaffari, *Unstable Aircraft Flight Control Based on Linear Matrix Inequality with Consideration of Control and Saturation Constraints*, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(2) (2021) 979-992.

DOI: 10.22060/mej.2019.16642.6404

