



Analysis of Forming Limit of Sheet Metals Considering Vertex Localized Necking and Ductile Damage Criterion

F. Hosseini Mansoub¹, A. Basti^{2*}, A. Darvizeh², A. Zajkani³

¹ Mechanical Engineering Faculty, University Campus 2, University of Guilan, Rasht, Iran,

² Mechanical Engineering Faculty, University of Guilan, Rasht, Iran,

³ Mechanical Engineering Faculty, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

ABSTRACT: In the present paper, a predictive strain-rate-dependent model of localized necking is developed by using a modified Vertex theory. A novel ductile damage-based criterion is proposed to control the necking parameters including on stress triaxiality, strain hardening exponent, and Lode parameters. As a characterization parameter, elastic modulus is eventually chosen to measure the ductile damage during the process of plastic deforming. Furthermore, a vectorized user-defined material subroutine is developed to finite element simulation by ABAQUS software, according to original formulations, to create a linkage between related essential models. A typical strain rate-dependent metal is selected to validate the modified Vertex theory. To examine the accuracy of the results from the present simulated study, the applicability is considered to compare with the experimental results. Tests of forming are also performed for steel 13 and steel 14 sheets to measure forming limit diagram. It should be noted that the simulated forming limit diagrams are in good agreement with the experimental data. However, this correlation at low strain rates is better than high strain rates. However, this increase will be infinitesimal for the lower strain rates as compared to the higher ones.

Review History:

Received: Aug. 03, 2019

Revised: Dec. 13, 2019

Accepted: Dec. 29, 2019

Available Online: Jan. 12, 2020

Keywords:

Ductile Damage

Stress State

Strain Rate

Forming Limit Diagrams

Vertex Theory

1. INTRODUCTION

The present paper gives an efficient method based on the Vertex theory in localized necking to determine Forming Limit Diagrams (FLDs), including strain rate dependences. Besides, introducing an accurate damage function based on simple Continuum Damage Mechanics (CDM), the model is related to the stress state (Triaxiality and Lode parameters). To examine the accuracy of the results from the present simulation and compare them with the experimental results, applicability is considered. Forming limit tests are also performed for St 13 and St14 sheets to measure the FLD. It is worthy to mention that all these concerns have not been considered simultaneously in the previous studies.

2. DUCTILE DAMAGE CONTROLLER MODEL

The elasticity modulus will decrease the plastic deforming and this will be due to the accumulation of damage in the material.

$$E_D = E_0 e^{-p\varepsilon} \quad (1)$$

$$D = 1 - \frac{E_D}{E_0} = 1 - e^{-p\varepsilon} \quad (2)$$

The damage function R is defined as follows:

$$R = \frac{D_i}{D_c} \quad (3)$$

The value R is determined between zero (undamaged) and one (fracture). D_c is the critical value of the ductile damage.

$$D_c = f(\eta, \bar{\theta})(1 - e^{-p\varepsilon_f}) \quad (4)$$

where η is the triaxiality and $\bar{\theta}$ is the Lode angle. Also, ε_f is the fracture strain calculated through $\varepsilon_f = n^p e^{(p/2)}$ as $p = 1$ and $p = 9(1 - g)/4$ represent a true and nominal fracture strain, respectively. The value p is relevant to the strain-hardening exponent in plastic deforming of materials [1].

$$f(\eta, \bar{\theta}) = 0.58 \sinh(1.5\eta) - 0.008 \bar{\theta} \cosh(1.5\eta) \quad (5)$$

$$\Delta D_i = f_i(\eta, \bar{\theta}) p e^{-p\varepsilon_i} \Delta \varepsilon_i \quad (6)$$

$$D_i = D_{i-1} + \Delta D_i \quad (7)$$

All equations are compiled through a User-defined material subroutine as exported to ABAQUS package for the mechanical behavior.

3. VERTEX LOCALIZED PREDICTOR MODEL

According to the studies conducted by Jie et al. [2] on the limit strain based on the Vertex theory and considering the strain exponent equation, the equivalent strain and the strain rate as $\bar{\sigma} = k \bar{\varepsilon}^n \dot{\bar{\varepsilon}}^m$ will give:

· On the left side of the FLD curve:

*Corresponding author's email: basti@guilan.ac.ir



Table 1. The mechanical and constants values properties of St 13 and St14 steel sheets [1-3]

Materials	Elasticity modulus (GPa)	Density (g/mm ³)	Yield stress (MPa)	ν	m	n	k (MPa)	c (MPa ⁻¹)
St13	180	7.85	250	0.3	0.0191	0.2387	650	-5×10^{-5}
St14	210	7.85	300	0.3	0.0187	0.23	524.58	-5×10^{-5}

$$\epsilon_1 = \frac{m+n}{1+\beta} + \frac{\sqrt{3}(m+n)s(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon})}{2\sqrt{1+\beta+\beta^2}} \quad (8)$$

· On the right side of the FLD curve:

$$\epsilon_1 = \frac{3\beta^2 + (m+n)(2+\beta)^2}{2(2+\beta)(1+\beta+\beta^2)} + \frac{(m+n)s(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon})}{2(2+\beta)\sqrt{1+\beta+\beta^2}} \quad (9)$$

$$\times [(2+\beta)\sqrt{3(1+\beta+\beta^2)}\bar{\epsilon} - 3\beta^2]$$

where n is the stiffness strain value, m is the exponent of sensitivity to strain rate, and k is the stiffness coefficient calculated via uniaxial tests. β is the ratio of minor strain to major strain during the loading process and $s(\bar{\sigma}, \bar{\epsilon}) = -c\bar{\sigma} / \bar{\epsilon}^{m+1}$ in which $\bar{\epsilon}$ and $\bar{\sigma}$ are an equivalent strain, equivalent stress of the Von Mises and c is an integration constant, which can be determined from the uniaxial test at various strain rates. These values reveal the final strain for sheet metals relevant to strain rate and considering localized necking based on the Vertex theory.

4. NUMERICAL MODEL IN ABAQUS APPLICATION

All the specimens (based on the standard of ASTM E2218) were simulated using commercially available finite element code ABAQUS/Explicit.

Physical properties like density, elastic properties like Young's modulus and Poisson's ratio, plastic properties and damage criteria are all put into the application in the form of data Table 1.

It is, however, worth mentioning that, according to Eq. (5), the critical damage values are calculated to be 0.1387 and 0.1374 for ST 13 and St14 respectively. The sheet is divided into meshes with R3D4 and C3D8R elements. The factor 1000 is selected for the mass scaling option. The sizes of the meshes are considered 1 mm, and the thickness of the sheet is also 1 mm. It is suggested that the minimum length of the element should be higher than the shell thickness, based on the mesh sensitivity study [1]. The constitutive relation, yield criteria, and ductile damage criteria of this material were compiled in User MATerial (UMAT) subroutine of ABAQUS. And according to the formulations proposed above, the UMAT subroutine in the finite element application of the ABAQUS is used to analyze the model, including 10 variables. For instance, SDV1 is defined as the damage value. When the damage value reaches the unit, the analysis stops. Other parameters like the plastic strain, Von Mises stress, and the strain rate are noted and picked up to input into the Vertex equations to draw the forming limit diagrams. Then they are classified based on strain rate to obtain FLDs in distinctive strain rate.

5. EXPERIMENTAL PROCEDURES

To acquire major and minor strain limits, from the plane Nakazima test, a hemispherical punch has been conducted. The punch-stretch apparatus and sheet metal specimens were all prepared based on the standard. The marks of the circle on the blank specimen have been electrochemically etched. To generate different strain rates we change loading velocity. According to Eq. (10) we were able to calculate the strain rate.

$$\dot{\epsilon} = \frac{w_0 v_0}{3\sqrt{2}R_s^2} \times 100 \quad (10)$$

where v_0 is the loading velocity, w_0 is the maximum deflection of the plate, and R_s is the diameter of the hemispherical punch.

Major and minor strains (ϵ_1, ϵ_2) with an initial length (l_0) of 2.5 mm can be calculated through the following equations:

$$\epsilon_i = \frac{l_1 - l_0}{l_0} \times 100 \quad (11)$$

where l is the maximum or minimum deformed length of the circle diameter.

Deforming the specimen to the point of necking is desirable. This could be achieved by stopping the movement of the press ram. When the force in the force-displacement curve begins to drop.

6. DISCUSSION AND RESULTS

To examine the accuracy of the results of the present study and compare them with the experimental results; applicability is considered. It should be noted that the rule for these simulated FLDs is in good agreement with the experimental points.

The levels of the FLDs grow up upon the strain rate increases. This effect is still negligible in the low (static) strains.

7. CONCLUSIONS

This paper gives an efficient method based on the Vertex theory to determine FLDs including strain rate calculations. Besides, introducing a damage function based on a simple continuum damage mechanics is dependent on stress state (Triaxiality and Lode parameters). In the application of the ABAQUS for a finite element simulation, a UMAT subroutine is established for the computation of major and minor strains, considering the above concepts which enable the model to evaluate initiation of the instability and obtain FLDs in a phenomenological way. The model will determine an element when it has reached the critical point of failure. When the damage value reaches the unit, the analysis stops until each

component with its damage value reaches the critical point. In this state, other parameters like major strain, minor strain, the Von - Mises stress, and strain rate are noted and picked up to be put into Vertex equations to draw forming limit diagrams and then they are classified based on strain rate to obtain FLDs in distinctive strain rate.

It is worthy to mention that all these concerns have not been considered simultaneously in previous studies. Applicability is considered to examine the accuracy of the results from the present study and compare them with the experimental results. It should be noted that rule of these simulated FLDs is in good agreement with the experimental points. However, this correlation at low strain rates is better than high strain rates. Furthermore, the level of FLDs goes up as strain rate increases; yet, this effect is negligible in low

(static) strain rates and is more observed in higher strain rates in FLDs.

8. REFERENCES

- [1] X. Ma, F. Li, J. Li, Q. Wang, Z. Yuan, Y. Fang, Analysis of forming limits based on a new ductile damage criterion in St14 steel sheets, 2015.
- [2] M. Jie, Generalized criteria for localized necking in sheet metal forming, 2003.
- [3] M. Saradar, A. Basti, M. Zaeimi, Numerical study of the effect of strain rate on damage prediction by dynamic forming limit diagram in high velocity sheet metal forming, Modares Mechanical Engineering, 14(16) (2015). (in Persian)

HOW TO CITE THIS ARTICLE

F. Hosseini Mansoub, A. Basti, A. Darvizeh, A. Zajkani, Analysis of Forming Limit of Sheet Metals Considering Vertex Localized Necking and Ductile Damage Criterion. Amirkabir J. Mech Eng., 53(special issue 2) (2021) 309-312.
DOI: [10.22060/mej.2020.16870.6457](https://doi.org/10.22060/mej.2020.16870.6457)





آنالیز حد شکل پذیری ورق‌های فلزی براساس پدیده گلوپی موضعی ورتکس و معیار آسیب نرم

فرید حسینی منسوب^۱، علی باستی^{۲*}، ابوالفضل درویزه^۳، اصغر زاجکانی^۳

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک، پردیس دانشگاهی، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

^۲ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه گیلان، رشت، ایران

^۳ دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه بین‌المللی امام خمینی (ره)، قزوین، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۵/۱۲

بازنگری: ۱۳۹۸/۰۹/۲۲

پذیرش: ۱۳۹۸/۱۰/۰۸

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۰/۲۲

کلمات کلیدی:

آسیب نرم

حالت‌های تنش

نرخ کرنش

حد شکل دهی

تئوری ورتکس

خلاصه: در این مقاله یک روش عددی برای مدلی که توانایی بیان حد شکل‌پذیری ورق‌های فولادی را بر اساس نرخ کرنش، گلوپی‌شدن موضعی و آسیب نرم را داشته باشد ارائه شده است. با کاربرد معادله توانی کرنش سختی فلزات که وابسته به نرخ کرنش می‌باشد در تئوری ورتکس، ضمن اینکه پدیده گلوپی‌شدن موضعی را می‌توان بررسی کرد اثر نرخ کرنش را نیز می‌توان لحاظ نمود. هدف دیگر این مقاله آنالیز حد شکل‌پذیری ورق‌های فولادی بر اساس معیار آسیب نرم وابسته به حالت تنش است. نتایج مدل عددی ارائه شده در زیربرنامه نرم افزار المان محدود آباکوس با نتایج آزمایشگاهی در ورق‌های فولادی ساده کرنی رده ۱۳ و ۱۴ برای اعتبارسنجی مقایسه گردید و مشخص شد که این مدل عددی دارای دقت بسیار بالایی می‌باشد. همچنین بر اساس این نتایج، نمودارهای حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی وابسته به نرخ کرنش می‌باشد. به طوری که با افزایش نرخ کرنش سطح نمودارهای حد شکل‌دهی افزایش یافته و این افزایش سطح در نرخ کرنش‌های بالا نسبت به نرخ کرنش‌های پایین قابل‌ملاحظه می‌باشد.

۱- مقدمه

این مفهوم و مدل‌نمودن پدیده شکست در شبیه‌سازی‌های عددی برای پیش‌بینی‌های درست بسیار حیاتی می‌باشد. از سوی دیگر در جوامع مهندسی به دلیل محدودیت‌هایی مانند ابعاد ساختارهای مورد مطالعه، پدیده شکست در مقیاس ماکرو بررسی می‌شود. به طور کلی برای شبیه‌سازی‌های صنعتی ابتدا شبیه‌سازی بر روی یک قطعه آزمایشگاهی به عنوان نمونه انجام می‌شود و نتایج پیش‌بینی مدل‌سازی عددی با نتایج آزمایشگاهی مقایسه می‌گردد و سپس این مدل برای کاربردهای بزرگتر صنعتی تعمیم داده می‌شود. مدل نمودن عددی شکست می‌تواند یک کار بسیار پیچیده باشد که به عوامل موثر بسیاری وابسته است. مانند مدل پلاستیسیته مناسب که برای مدل‌سازی آسیب بسیار تعیین‌کننده است. بنابراین جنبه‌های بسیاری از جمله نوع سخت‌شوندگی، وابستگی مدل پلاستیسیته به

بررسی عملیات شکل‌دهی ورق‌های فلزی در جهت اجتناب از ایجاد قطعات معیوب و بهینه‌سازی عملیات از اهمیت خاصی برخوردار است. مقدار تغییرشکل در فرآیند شکل‌دهی ورق‌های فلزی با گلوپی، پارگی و چروکیدگی محدود می‌گردد. نمودارهای حد شکل‌دهی در حقیقت محدوده کرنش‌هایی است که یک ورق می‌تواند تحمل کند و نشان‌دهنده ارتباط بین کرنش‌های اصلی بزرگ $\bar{\epsilon}_1$ و کوچک $\bar{\epsilon}_2$ می‌باشند. شبیه‌سازی عددی یک روش بسیار موثر برای گسترش چرخه صنعتی به وسیله کاهش هزینه‌های بالای آزمایشی در بسیاری از جنبه‌های آن مانند خستگی، شکست و ... می‌باشد. با توجه به اهمیت پدیده شکست^۱ در کاربردهای مختلف صنعتی، درک درست

1 - Failure

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: basti@guilan.ac.ir



توسط محققان قبلی مورد مطالعه قرار گرفته است [۵-۱۲]. یکی از ایرادات تانسور آکوستیک این می‌باشد که گلوبی موضعی فقط برای مواد نرم مانند فلزات گرم، جوش‌ها و غیره مورد استفاده قرار می‌گیرد. دومین مدل از گلوبی موضعی توسط مارسینیاک - کوزینسکی [۱۳] مورد توجه قرار گرفت. در این مدل یک شیار باریک روی سطح ورق فرض شده و ورق به دو قسمت همگن و ناهمگن (قسمت شیار) تقسیم می‌شود. این مدل به خاطر فیزیک ظاهری و روابط ریاضی ساده بیشتر مورد توجه مهندسان قرار گرفته است. محققان در مطالعات خود دریافتند که این روش به شدت به عمق و اندازه شیار بستگی دارد که این نتیجه را با مقایسه بین تحلیل‌ها و نتایج آزمایشگاهی به دست آوردند [۱۴، ۱۵]. سومین مدل از گلوبی موضعی تئوری ورتکس^۲ می‌باشد. که این تئوری بر اساس سطح تسلیم در مسیر بارگذاری تعریف می‌شود [۱۶، ۱۷]. در این روش جهت جریان پلاستیک نشان می‌دهد که یک تغییر فرم نامعلوم بر روی سطح ورق فلزی رخ می‌دهد. در امتداد این شیار نرخ کرنش پلاستیک نشان دهنده یک ناپیوستگی است که مقدمه یک دو شاخگی مواد می‌باشد. این تئوری اصلاح گردیده و یک رابطه ساده ریاضی که توانایی بیان یک رابطه پیوسته پیشرفته براساس معیار تسلیم که با مدل آسیب غیرهمگن کوپل شده است این تئوری بر اساس حالت بارگذاری متناسب تعریف شده است [۱۸].

ویرزبیک و همکاران [۱۹] موفقیت‌هایی در مدل نمودن شکست برای بارگذاری استاتیکی با دیدگاه مکانیزم آسیب پیوستار بدست آوردند. ویژگی دیدگاه آنان در مشخصه‌های قانون رشد آسیب بود که دربرگیرنده گسترش کرنش شکست وابسته به فشار هیدرواستاتیک و زاویه لود بود. سیمها و همکارانش مدل مکانیزم آسیب ژو - ویرزبیک را اصلاح نمودند تا اثر نرخ کرنش را شامل گردد و آن را برای مدل نمودن پاسخ دینامیکی و شکست لوله فولادی اپکس ۷۰ در آزمایش گسیختگی سقوط وزنه به‌کاربردند. رشد آسیب به زاویه لود، فشار هیدرواستاتیک و نرخ کرنش وابسته بود. همچنین آنها دریافتند که استحکام فولاد به کرنش سختی و نرم‌شوندگی حرارتی وابسته است [۲۰]. کیم و همکاران [۲۱] تاثیر نرخ کرنش را روی معیار حد شکل‌دهی فولاد کیفیت تجاری^۳ بررسی کرده‌اند و با انجام آزمایش در جهت‌های مختلف نسبت به نورد، ثابت کردند که این ماده به نرخ

فشار هیدرواستاتیکی، پارامتر لود و نرخ کرنش باید در نظر گرفته شود. تحلیل المان محدود از سال ۱۹۷۰ برای تهیه اطلاعات لازم از یک فرایند واقعی شکل‌دهی در صنعت، کاربرد گسترده‌ای یافته است. معمولاً با این روش تحلیل اطلاعاتی مانند شکل تغییر یافته، توزیع تنش و کرنش، نیروی سنبه و پارگی به دست می‌آیند. افزون بر این، استفاده از معیارهای شکست نرم در سال‌های اخیر برای پیش‌بینی نمودارهای حد شکل‌دهی و حد تنش شکل‌دهی رواج زیادی یافته‌اند. در سال ۱۹۹۹، تاکودا و همکارانش با استفاده از معیارهای شکست نرم مانند کوکرافت، بروزو، کلیفت و روش المان محدود نمودار حد شکل‌دهی را برای چند نوع فولاد و آلیاژ آلومینیم پیش‌بینی کردند [۱]. آنها نتایج به‌دست‌آمده را با نتایج تجربی مقایسه کرده و نشان دادند که نمودار حد شکل‌دهی را می‌توان با استفاده از معیارهای شکست نرم به خوبی پیش‌بینی کرد. فاگو و همکارانش [۲] نمودارهای حد شکل‌دهی را براساس تئوری آسیب نرم بر روی ورق‌های فولادی ساده کرنی^۱ رده ۱۴ به صورت عددی در سرعت‌های پایین بارگذاری بدست آوردند و آنها را با نتایج آزمایشگاهی خود مقایسه نمودند. ولی در روش کاری آنها نه تنها پارامتر نرخ کرنش ملاحظه نگردیده بود بلکه در تحقیقاتشان پدیده گلوبی موضعی نیز لحاظ نگردیده بود.

نمودارهای حد شکل‌پذیری ورق‌های فلزی در ارتباط با وقوع پدیده گلوبی شدن است. برای ورق‌های فلزی در قسمت کشش دو نوع گلوبی شدن به نامهای گلوبی پخش‌شونده و گلوبی موضعی مطرح است. گلوبی پخش‌شونده در اثر ناپایداری صفحه‌ای در ورق‌های فلزی بررسی می‌شود که به عنوان یک حالت بحرانی مطرح نیست. فاگو و همکارانش [۲] در مدل عددی ارائه‌شده از این روش استفاده نموده‌اند. ولی در سمت دیگر، گلوبی موضعی به عنوان یک ناپایداری در ضخامت صفحه تعریف می‌شود که نتیجه آن شکست می‌باشد. بنابراین گلوبی موضعی به عنوان یک حالت بحرانی در پروسه شکست در ورق‌های فلزی ظاهر می‌شود. اخیراً سه تئوری در مورد مکانیزم این حالت در ورق‌های فلزی تعریف شده است.

اولین مدل آن توسط هیل [۳، ۴] بیان گردید که بر اساس آن گلوبی موضعی به عنوان یک ناپایداری ماده تعریف می‌شود. بر اساس تئوری هیل این شیار در امتداد جهت صفر شکل می‌گیرد و بر اساس تئوری تانسور آکوستیک تعریف می‌شود که به صورت گسترده‌ای

2 - Vertex
3 - Commercial Quality (CQ)

1 - Steel (St)

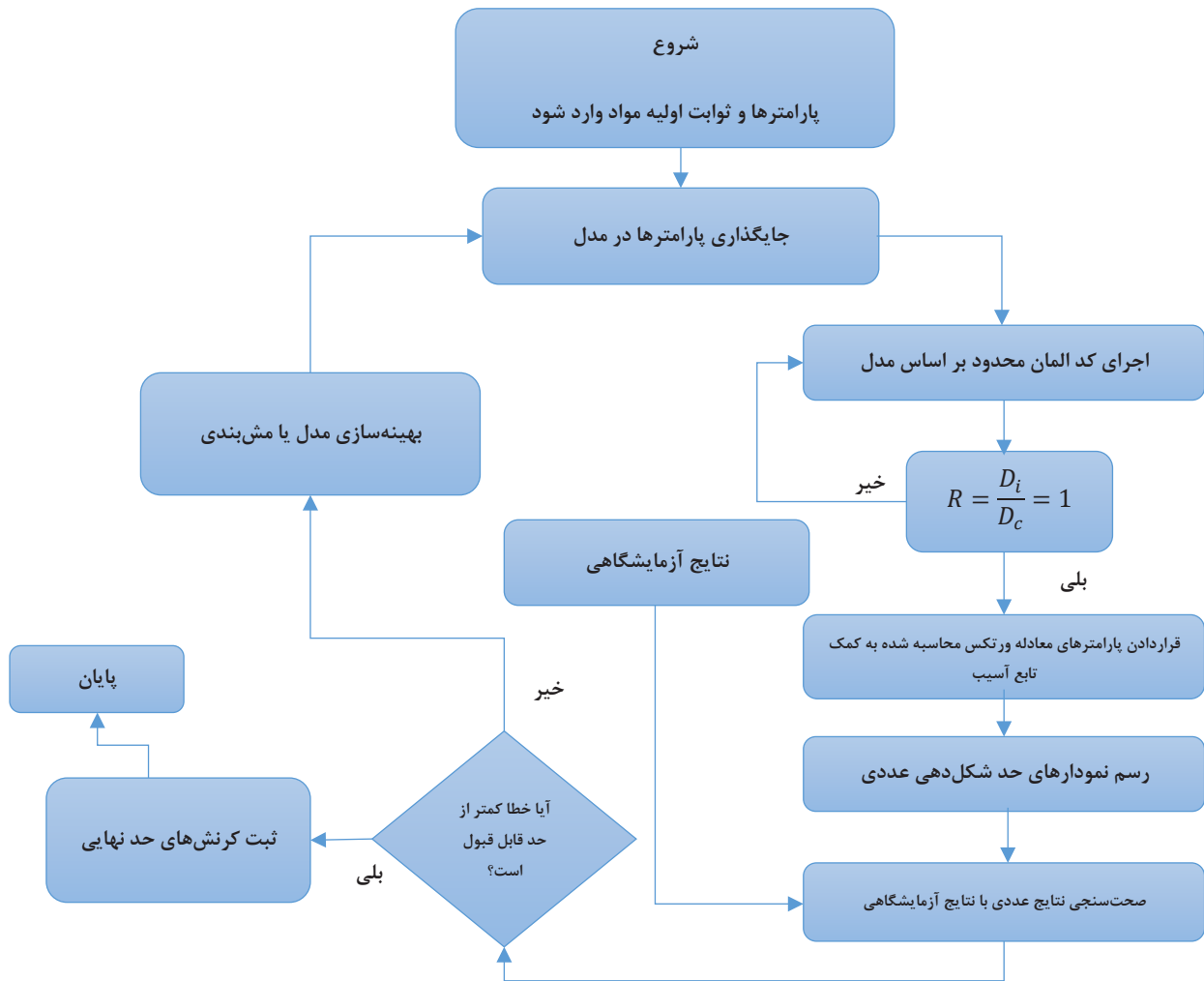


Fig. 1. The process of calculation and judgment

شکل ۱. مراحل انجام پژوهش.

هیدرولیکی و آزمایشات نرخ کرنش بالا را با استفاده از سیستم کششی میله هاپکینسون انجام دادند. در آزمایشات آنها در دمای اتاق افزایش طول در شکست برای فولاد دو فازی^۲ رده ۶۰۰ و فولاد با پلاستیسیته حاصل از استحاله رده ۷۰۰ بدون در نظر گرفتن نرخ کرنش، تقریباً یکسان بود [۲۹]. جانسون و کوک افزایش در نرم‌شدگی را به صورت تابعی از نرخ کرنش برای مس، آهن و فولاد ۴۳۳۰ گزارش دادند [۳۰]. همچنین افزایش کرنش شکست با افزایش نرخ کرنش در آزمایشات استاتیکی و دینامیکی کشش قطعات شکاف‌دار برای آلومینیوم ۵۰۸۳ و فولاد زنگ نزن مارتنزیتی اف وی^۳ رده ۵۳۵ بیان گردید [۳۱، ۳۲]. در این مقاله روشی ارائه شده است که نمودارهای حد شکل‌دهی

کرنش وابسته است. نتایج آنها تاثیر رشد آسیب وابسته به زاویه لود در مدل نمودن شکست مورب را بیان می‌نماید [۲۲].

اثر حالت تنش در شکست نرم فولادهای با مقاومت بالا به صورت گسترده‌ای در نرخ کرنش پایین مطالعه گردیده است [۲۳-۲۷]. هوو و همکارانش با استفاده از یک ماشین تست هیدرولیک سرعت بالا آزمایشات تک محوره کششی را برای چهار فولاد با مقاومت بالای مختلف برای پیش‌گلوئی شدن در محدوده نرخ‌های کرنش ۰/۰۳ الی ۲۰۰ بر ثانیه انجام دادند. آنها دریافتند که فولاد با پلاستیسیته حاصل از استحاله^۱ رده ۶۰۰ وابسته به نرخ کرنش بوده ولی سه فولاد دیگر به نرخ کرنش وابستگی ندارند [۲۸]. کرتز و همکارانش آزمایشات کششی استاتیکی و نرخ کرنشی متوسط را به کمک یک ماشین تست

2 - Dual Phase (DP)

3 - Firth Vickers martensitic stainless steel (FV)

1 - Transformation Induced Plasticity Steel (TRIP)

E_0 مدول الاستیسیته اولیه جسم قبل از رشد آسیب

E_D مدول الاستیسیته جاری جسم هنگام رشد آسیب

تابع آسیب R را به صورت زیر تعریف می‌شود

$$R = \frac{D_i}{D_c} \quad (۳)$$

مقدار R بین صفر (ماده سالم) و یک (شکست) می‌باشد.

D_c مقدار بحرانی آسیب نرم و D_i مقدار آسیب در هر مرحله از بارگذاری می‌باشند. که D_c در حالت تک محوری کشش به صورت زیر تعریف می‌شود [۲].

$$D_c = f(\eta, \bar{\theta})(1 - e^{-p\varepsilon_f}) \quad (۴)$$

η سه محورگی تنش، $\bar{\theta}$ پارامتر لود و مقدار p برای کرنش شکست مهندسی برابر $p = 9(1 - \theta)/4$ و برای کرنش شکست حقیقی $p = 1$. ε_f کرنش نهایی یا کرنش شکست می‌باشد که طبق رابطه $\varepsilon_f = \eta^p e^{(p/2)}$ یا از جداول خصوصیات مکانیکی مواد به دست می‌آید. و همچنین برای $f(\eta, \bar{\theta})$ طبق مرجع [۲] می‌توان نوشت.

$$f(\eta, \bar{\theta}) = 0.58 \sinh(1.5\eta) - 0.008 \bar{\theta} \cosh(1.5\eta) \quad (۵)$$

که با استفاده از روش اجزای محدود، تابع آسیب به صورت افزایشی در هر مرحله محاسبه می‌شود.

$$\Delta D_i = f_i(\eta, \bar{\theta}) p e^{-p\varepsilon_i} \Delta \varepsilon_i \quad (۶)$$

$$D_i = D_{i-1} + \Delta D_i \quad (۷)$$

برای حالتی که $D_i \leq 0$ باشد برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. زمانی که متغیر R برابر صفر می‌باشد یعنی هیچ‌گونه آسیبی در ماده وجود ندارد. و هنگامی که متغیر R بین صفر و یک تغییر

ورق‌های فولادی را با در نظر گرفتن موارد زیر پیش‌بینی کند. اولاً با کاربرد معادله توانی کرنش سختی فلزات وابسته به نرخ کرنش، در تئوری ورتکس ضمن اینکه پدیده گلوپی شدن موضعی را می‌توان بررسی کند اثر نرخ کرنش را نیز می‌توان لحاظ نمود. و همچنین با معرفی تابع آسیب وابسته به حالت تنش (سه محورگی تنش و پارامتر لود) به عنوان یک تابع کنترل‌گر بر پارامترهای تئوری ورتکس توانایی این معادله را برای انواع بارگذاری‌ها (بارگذاری متناسب و بارگذاری غیر متناسب) ارتقاء دهد و دقت نمودارهای عددی را افزایش دهد. در روش‌های قبلی که توسط محققان مختلف انجام گرفته تمامی این پارامترها به صورت یکجا لحاظ نگردیده است. و این روش کامل‌ترین روش می‌باشد. مقایسه نتایج آزمایشگاهی و مدل‌سازی نشان می‌دهد همخوانی بسیار خوبی بین این نتایج وجود دارد. و می‌توان گفت که مدل عددی ارائه‌شده توانایی بالایی جهت پیش‌بینی نمودارهای حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی را دارد

۲- تابع آسیب

تغییر شکل پلاستیک پروسه‌ای از انباشتگی آسیب می‌باشد و تا زمانی که آسیب به مقدار بحرانی خود نرسد ترک در ماده رشد نخواهد کرد. در این پروسه مدول الاستیسیته با افزایش آسیب کاهش خواهد یافت. با افزایش آسیب سطح موثر جسم همانند مدول الاستیسیته کاهش می‌یابد. مدول الاستیسیته را به عنوان معیاری جهت سنجش آسیب طبق رابطه زیر می‌توان در نظر گرفت [۲].

$$E_D = E_0 e^{-p\varepsilon} \quad (۱)$$

$$D = 1 - \frac{E_D}{E_0} = 1 - e^{-p\varepsilon} = \frac{A_0 - A_D}{A_0} \quad (۲)$$

که در آن:

p	توان کرنش سختی در تغییر شکل‌های پلاستیک مواد
D	متغیر آسیب
A_0	سطح مقطع اولیه جسم قبل از رشد آسیب
A_D	سطح مقطع جاری جسم هنگام رشد آسیب

در این معادله n_k ($k=1,2$) مولفه‌های بردار نرمال n می‌باشند که $n_2 = \sin \theta$ و $n_1 = \cos \theta$ ناپیوستگی نرخ گرادیان تغییر شکل طبق رابطه زیر می‌باشد:

$$\Delta \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) = \frac{\partial (\Delta v_i)}{\partial x_j} = g_i n_j \quad (9)$$

$(i, j = 1, 2)$

در داخل این شیار g_i ($i=1,2$) یک مقدار غیرصفر بوده و در امتداد بردار نرمال متغیر می‌باشد. از آنجایی که نرخ کرنش برابر است با

$$\dot{\varepsilon} = \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right) \quad (10)$$

می‌توان ناپیوستگی نرخ کرنش در شیار را به صورت زیر نوشت:

$$\Delta \varepsilon_2 = g_2 n_2 \quad \Delta \varepsilon_1 = g_1 n_1 \quad (11)$$

معادله سخت‌شوندگی کرنشی برای ورق‌های فلزی وابسته به نرخ کرنش در دمای اتاق به صورت زیر می‌باشد.

$$\bar{\sigma} = k \varepsilon^{-n} \dot{\varepsilon}^{-m} \quad (12)$$

که در این رابطه “مشخص‌کننده $\frac{\partial}{\partial t}$ و نرخ کرنش $\dot{\varepsilon}$ ، n نماد کرنش سختی، m توان حساسیت به نرخ کرنش و k ضریب استحکام می‌باشند. با کاربرد معادله بالا در تئوری ورتکس ضمن اینکه پدیده گلوبی شدن موضعی را می‌توان بررسی کرد اثر نرخ کرنش را نیز می‌توان لحاظ نمود که در مسائل عملی کاربرد زیادی دارد. نتیجه مطالعاتی که جای و همکارانش [۳۳] برای تعیین کرنش‌های حدی فلزات بر پایه تئوری ورتکس با در نظر گرفتن معادله توانی سخت‌شوندگی وابسته به نرخ کرنش و به‌کارگیری تئوری پلاستیسته تغییر شکل J_2 بر اساس تئوری تنش تسلیم ون مایسز انجام دادند بدین صورت بود که:

در سمت چپ منحنی حد شکل‌دهی

می‌کند بدین معنی می‌باشد که در ماده آسیب وجود داشته و با تغییر شکل پلاستیک رشد کرده تا مقدار متغیر آسیب R به یک برسد در این لحظه ماده دچار شکست یا ترک در ماده به وجود می‌آید.

۳- مدل ورتکس

برای ورق‌های فلزی در حالت کشش صفحه‌ای همانگونه که در شکل ۲ نمایش داده شده است یک شیار متمرکز شونده بر روی سطح ورق در حالت بحرانی ظاهر می‌شود. که در آن σ_1 (تنش اصلی بزرگ) و σ_2 (تنش اصلی کوچک) به ترتیب در جهت ε_1 (کرنش اصلی بزرگ) و ε_2 (کرنش اصلی کوچک) می‌باشند. که در حالت بحرانی این کرنش‌ها به کرنش‌های حد شکل‌پذیری نامگذاری می‌گردد. این تئوری بر اساس سطح تسلیم در مسیر بارگذاری تعریف می‌شود. در این روش جهت جریان پلاستیک نشان می‌دهد که یک تغییر فرم نامعلوم بر روی سطح ورق فلزی رخ می‌دهد. در امتداد این شیار نرخ کرنش پلاستیک نشان‌دهنده یک ناپیوستگی است که مقدمه یک دوشاخگی مواد می‌باشد. بر اساس این تئوری شیار گلوبی موضعی همزمان با رویداد ورتکس بر روی سطح تسلیم ظاهر می‌شود. اختلاف سرعت بین داخل و خارج این شیار به صورت زیر می‌باشد [۳۳]:

$$(i, k = 1, 2) \quad \begin{aligned} v_i &= v_{i, \text{inside}} - v_{i, \text{outside}} \\ &= f_i(n_k, x_k) \end{aligned} \quad (8)$$

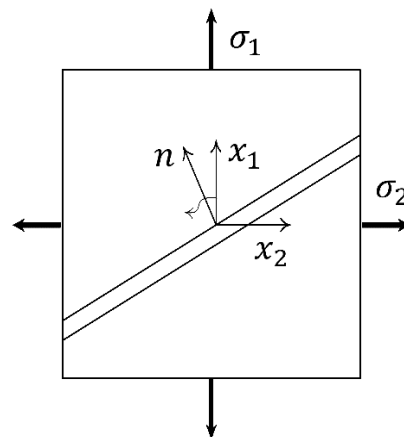


Fig. 2. The Vertex model with the localized necking band.

شکل ۲. مدل ورتکس و شیار گلوبی موضعی

جدول ۱. خواص مکانیکی و ثابت‌های ماده برای ورق‌های فولادی ساده کربنی ۱۳ و ۱۴ [۲، ۳۳، ۳۴]

Table 1. The mechanical and constants values properties of St 13 and St14 steel sheets [2, 33, 34].

مواد	مدول الاستیسیته (GPa)	چگالی (gmm ⁻³)	تنش تسلیم (MPa)	ϑ	m	n	k (MPa)	c (MPa ⁻¹)
۱۳St	۱۸۰	۷/۸۵	۲۵۰	۰/۳	۰/۰۱۹۱	۰/۲۳۸۷	۶۵۰	۱۰ ^{-۵} ×-۵
۱۴St	۲۱۰	۷/۸۵	۳۰۰	۰/۳	۰/۰۱۸۷	۰/۲۳	۵۲۴/۵۸	۱۰ ^{-۵} ×-۵

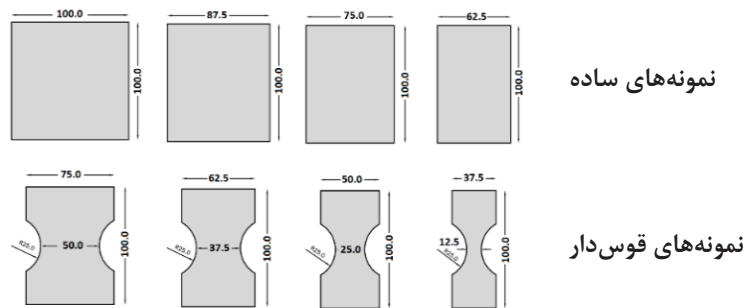


Fig. 3. Different specimen geometry of the hemispherical dome stretching test

شکل ۳. ابعاد نمونه‌های مورد استفاده در تست کشش خارج از صفحه ناکازیم

۴- ارایه مدل عددی در نرم افزار آباکوس

تمامی نمونه‌ها بر اساس استاندارد جامعه آمریکایی مواد و آزمایش^۱ گروه E ۲۲۱۸ در نرم‌افزار المان محدود آباکوس مدل‌سازی شده است برای ایجاد مسیرهای کرنش مختلف از دو نوع نمونه ساده و قوس‌دار مطابق شکل ۳ استفاده شده است. برای شبیه‌سازی فرآیند تست کشش خارج از صفحه ناکازیم، ورق را شکل‌پذیر و بقیه اعضا صلب فرض می‌شود. خواص فیزیکی مانند چگالی، خواص الاستیک شامل مدول یانگ و ضریب پواسون، خواص پلاستیک و معیارهای آسیب بدست‌آمده که به وسیله الگوریتم ورتکس نوشته شده به صورت داده وارد نرم‌افزار می‌شوند. این معیارها، شامل نمودار حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی ساده کربنی رده ۱۳ و ۱۴ وابسته به نرخ کرنش و نمودار حد شکل‌دهی دینامیکی می‌باشند. خواص الاستیک فولادهای نامبرده شده طبق جدول ۱ به شکل زیر می‌باشد. شایان ذکر است که با توجه به رابطه (۵) مقدار آسیب بحرانی ۰/۱۳۸۷ و ۰/۱۳۷۴ به ترتیب برای ورق‌های فولادی ساده کربنی ۱۳ و ۱۴

$$\varepsilon_1 = \frac{m+n}{1+\beta} + \frac{\sqrt{3}(m+n)s(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon})}{2\sqrt{1+\beta+\beta^2}} \quad (13)$$

در سمت راست منحنی حد شکل‌دهی

$$\varepsilon_1 = \frac{3\beta^2 + (m+n)(2+\beta)^2}{2(2+\beta)(1+\beta+\beta^2)} + \frac{(m+n)s(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon})}{2(2+\beta)\sqrt{1+\beta+\beta^2}} \times [(2+\beta)\sqrt{3(1+\beta+\beta^2)}\bar{\varepsilon} - 3\beta^2] \quad (14)$$

نتایج حاصل نشان‌دهنده کرنش نهایی ورق‌های فلزی وابسته به نرخ کرنش با در نظر گرفتن پدیده گلوبی موضعی براساس تئوری ورتکس می‌باشد. که در این روابط β نسبت کرنش اصلی کوچک به کرنش اصلی بزرگ می‌باشد. همچنین $s(\bar{\sigma}, \bar{\varepsilon}) = -c\bar{\sigma} / \bar{\varepsilon}^{m+1}$ که در آن $\bar{\varepsilon}$ کرنش پلاستیک معادل و $\bar{\sigma}$ تنش تسلیم معادل ون مایسز و c ثابت انتگرالگیری می‌باشد که با آزمایش تک‌محوره در نرخ کرنشهای مختلف محاسبه می‌گردد.

1 - American Society for Testing and Materials (ASTM)

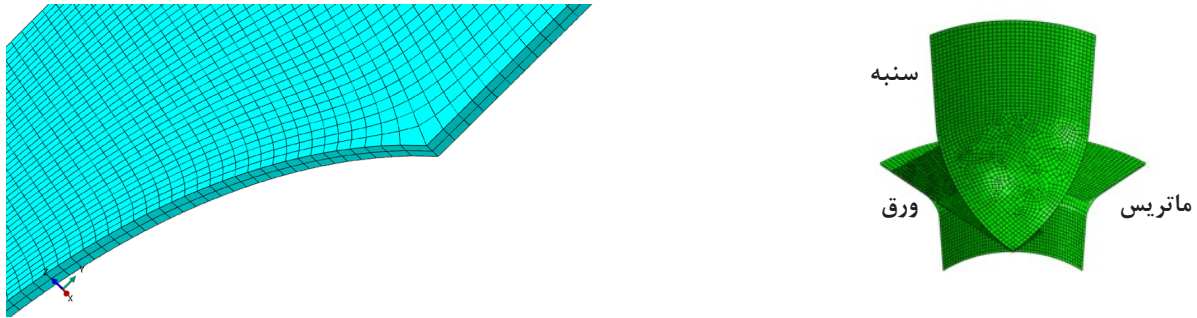


Fig. 4. The Nakazima test simulated model in ABAQUS application and side view of sheet (a quarter of the specimen).

شکل ۴. مدل شبیه‌سازی‌شده تست ناکازیما در نرم‌افزار آباکوس و نمای جانبی ورق (یک چهارم نمونه)

می‌گردد که ضخامت المان بیشتر از ضخامت ورق باشد [۲]. اندازه مش‌ها به صورت $1 \times 1 \times 1$ میلی‌متر می‌باشد که در راستای ضخامت جهت در نظر گرفتن جنبه خمش هر المان به دو قسمت تقسیم می‌گردد، شکل ۴. جواب‌های بدست‌آمده از حل یک مساله به روش المان محدود همواره به سائز مش و اندازه المان‌های مورد استفاده وابسته می‌باشد. با افزایش تعداد مش حل عددی مساله به یک جواب واحد همگرا می‌شود البته ریزش مش سبب افزایش توان سخت‌افزار مورد استفاده برای حل مدل المان محدود شده و فرآیند پردازش زمان بیشتری را به خود اختصاص می‌دهد. بنابراین ریز کردن مش تا جایی ادامه می‌یابد که یک تعادل بین زمان و تعداد المان برقرار شود. به عبارت دیگر با افزایش تعداد المانها تغییر خاصی در جواب‌ها ایجاد نشود و در واقع هزینه محاسبات بر تغییر جواب‌ها غلبه کند. در نهایت به منظور بررسی حساسیت آنالیز به مش‌بندی از مش‌های مختلف در ابعاد $0/5$ ، $0/75$ ، 1 ، $1/25$ و $1/5$ میلی‌متری در این نمونه استفاده شده است که به ترتیبی دارای 700 ، 1913 ، 4833 ، 7760 ، 9691 و 12902 المان می‌باشند. با توجه به آنالیز همگرایی انجام‌شده نتیجه مقایسه دو نمودار آزمایشگاهی (که در قسمت بعد توضیح داده شده است) و نمونه عددی در شکل (۵) نشان داده شده است. همانطور که ملاحظه می‌شود نتیجه مدل‌سازی عددی در صورت استفاده از مش به ابعاد 1 میلی‌متر به تعداد 7760 المان با نتایج آزمایشگاهی بسیار نزدیک بوده و این نشان می‌دهد که منطق شبیه‌سازی نرم‌افزار برای این نمونه با نتایج آزمایشگاهی انطباق خوبی پیدا کرده است رفتار مواد به صورت الاستیک-پلاستیک مدل شدند که قسمت پلاستیک ایزوتروپیک و غیر ایزوتروپیک و قسمت الاستیک به صورت ایزوتروپیک فرض گردید. معیار حد شکل‌دهی به دلیل اینکه رفتار

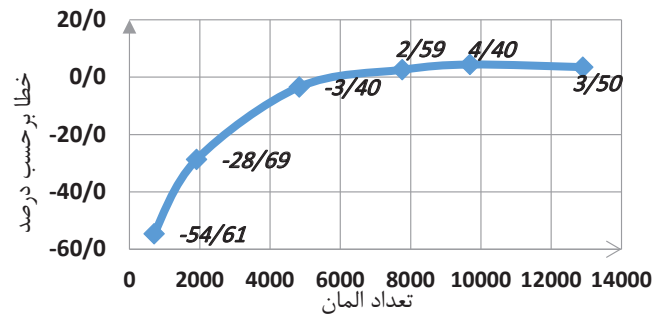


Fig. 5. Error diagram between experimental and numerical results based on mesh sensitivity.

شکل ۵. نمودار خطا بین نتایج آزمایشگاهی و عددی بر حسب حساسیت مش.

بدست می‌آید. و همچنین شرایط تماس بین ورق و نگهدارنده، ورق و سنبله، ورق و ماتریس به صورت تماسی ساده تعریف می‌شود و ضریب اصطکاک بین ورق، نگهدارنده و ماتریس $0/2$ و بین ورق و سنبله $0/12$ قرار داده می‌شود.

نیروی نگهدارنده برابر 10 کیلو نیوتن به ورق اعمال شده و از طرفی تمامی شرایط مرزی سنبله به غیر از جابجایی در جهت رهاشدن آن مقید شده، ماتریس و نگهدارنده و ورق در تمامی جهات مقید می‌شوند. همچنین اعضای صلب با المان‌های 4 گره‌ای سه بعدی^۱ و ورق با المانهای 8 گره‌ای دارای فرمول‌بندی انتگرالی کاهش‌یافته^۲ مش‌بندی می‌شوند. برای کاهش زمان تحلیل به دلیل تقارن و تشابه یک چهارم نمونه مدل شده است و فاکتور 1000 برای گزینه مقیاس جرمی انتخاب شد. اندازه مش‌ها و ضخامت ورق 1 میلی‌متر در نظر گرفته می‌شود. بر اساس مبحث حساسیت مش پیشنهاد

1 - Rigid-Dimension (R3D4)

2 - Cubic-Dimension-Reduced integration (C3D8R)

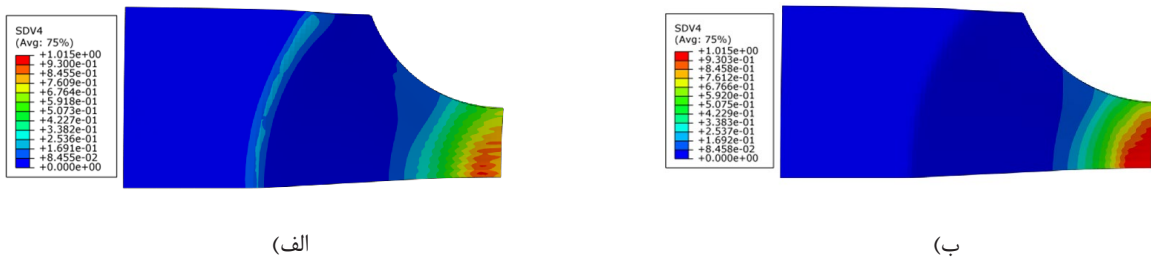


Fig. 6. The contours of the damage value in loading velocity. a) 100 mm/s b) 1 mm/s

شکل ۶. کانتور مقادیر آسیب در سرعت‌های بارگذاری الف) ۱۰۰ mm/s ب) ۱ mm/s

می‌گردد.

۵- انجام آزمایشات تست ناکازیما

قالب برای روش استاندارد ناکازیما ساخته شد که دارای یک سنبه کروی بر اساس استاندارد آمریکایی مواد و آزمایش گروه ۲۲۱۸ E به قطر ۱۰۰ میلی‌متر و ورق گیر بالا و پایین می‌باشد. که در شکل ۷ نمایش داده شده است.

نمونه‌ها بر اساس استاندارد مذکور از ورق فولادی ساده رده ۱۳ و ۱۴ با برش لیزری به دلیل دقت بالا، مطابق شکل ۳ تهیه گردید. نمونه‌ها قبل از فرایند شکل‌دهی و برای اندازه‌گیری کرنش در آنها پس از تغییر شکل، شبکه‌بندی خواهند شد. دایره‌هایی به قطر ۲/۵ میلی‌متر بر اساس استاندارد (نسبت قطر سنبه به قطر دایره‌ها ۴۰ می‌باشد) به طریق حک الکترو شیمیایی بر روی نمونه‌ها حک گردید. ابتدا ورق درون قالب قرار می‌گیرد و اطراف آن برای جلوگیری از لغزش، با استفاده از ورق‌گیر کاملاً محکم می‌گردد. سپس نمونه ورق به کمک سمبهای به قطر مشخص تا مرحله پارگی با سرعت‌های مختلف کشیده خواهد شد. در حین انجام آزمون، شبکه‌های دایره‌ای شکل به دلیل اعمال کرنش‌های ناشی از کشش به آنها به بیضی تبدیل می‌شوند. با اندازه‌گیری قطرهای بزرگ و کوچک بیضی‌ها، در بخش‌هایی از شبکه نزدیک به محل پارگی، کرنش‌های حدی برای هر یک از نمونه‌ها محاسبه می‌گردد. کرنش حدی به بیشترین کرنشی گفته می‌شود که ورق می‌تواند بدون پارگی تحمل کند. گلوئی شدن موضعی ورق‌ها با مشاهده شیارهایی در منطقه تغییرشکل یافته آنها تشخیص داده می‌شود. مقادیر کرنش حدی مهندسی طبق روابط زیر محاسبه می‌شوند [۳۵]:

پلاستیسیته و آسیب غیرخطی می‌باشد، میبایست حل به صورت مرحله به مرحله صورت پذیرد. در هر مرحله اطلاعات مرحله قبلی و نمو کرنش وارد زیربرنامه^۱ شده و تنش ون مایسز، آسیب و کرنش پلاستیک به عنوان خروجی محاسبه می‌شوند.

بر اساس فرمول‌بندی‌های ارایه‌شده در قسمت بالا، از زیربرنامه در نرم‌افزار المان محدود آباکوس برای تحلیل مدل‌ها استفاده شده است که شامل ۱۰ متغیر وابسته حالت^۲ می‌باشد که به طور مثال متغیر اول به عنوان کرنش پلاستیک، متغیر چهارم به عنوان مقدار آسیب تعریف می‌شوند. که همگی در تعریف مقدار آسیب دخیل بوده و زمانی که مقدار آسیب به یک می‌رسد تحلیل متوقف شده و در هر یک از المان‌ها که آسیب به مقدار بحرانی رسیده یعنی مقدار متغیر چهارم به یک برسد در آن المان‌ها پارامترهای دیگر از جمله تنش معادل ون مایسز، کرنش معادل، نرخ کرنش و ... را یادداشت نموده و در روابط ورتکس قرار داده تا نهایتاً پارامترهای معادله ورتکس محاسبه شده و سپس بر اساس نرخ کرنش دسته‌بندی می‌شوند. شایان ذکر است که برای بدست آوردن نرخ کرنش‌های مختلف، سرعت بارگذاری تغییر می‌یابد. در نهایت نمودارهای حد شکل‌دهی بر اساس معادله‌های ورتکس در نرخ کرنش‌های مختلف رسم می‌شوند.

در شکل ۶ کانتور مرتبط به متغیر آسیب برای دو سرعت بارگذاری ۱۰۰ mm/s و ۱ آورده شده است. همانطور که ذکر شد و مشاهده می‌گردد زمانی که مقدار آسیب به مقدار یک می‌رسد تحلیل متوقف شده و پارامترهای معادله ورتکس استخراج شده و نمودارها رسم

1 - Subroutine

2 - Solution Dependent Variable (SDV)

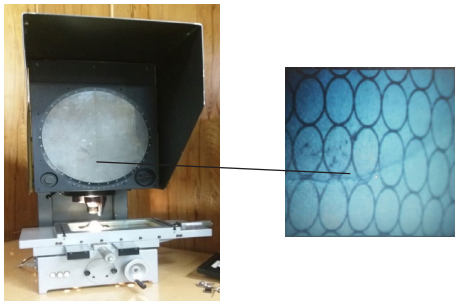


Fig. 8. The set up for profile projector and maximized image.

شکل ۸. دستگاه پروفایل پروژکتور و تصویر بزرگنمایی شده



Fig. 7. The out of plane Nakazima test setup.

شکل ۷. نمای کلی قالب ناکازیما

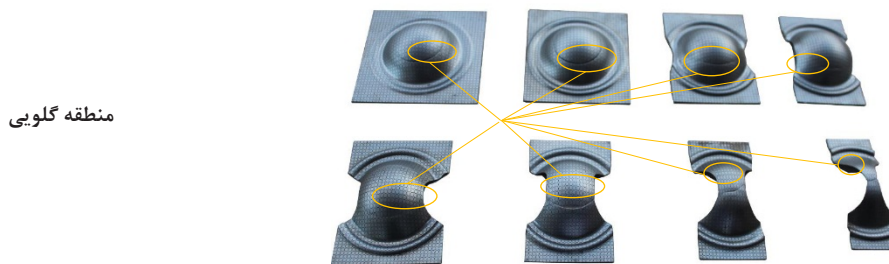


Fig. 9. The deformed sample for sheets with strain rate 0.1 1/s.

شکل ۹. نمونه‌های تغییر شکل یافته در نرخ کرنش ۰/۱ s/۱

$$\dot{\varepsilon} = \frac{w_0 v_0}{3\sqrt{2}R_s^2} \times 100 \quad (17)$$

که در این رابطه v_0 سرعت باردهی، w_0 بیشترین مقدار تغییر شکل ورق (شکم دادگی) و R_s شعاع سنبه می‌باشد. بر این اساس نرخ کرنش‌های ۰/۰۰۱، ۰/۰۱ و ۰/۱ بر ثانیه محاسبه می‌شوند.

دستگاه پرس در حین بارگذاری نمودار نیرو و جابجایی را رسم می‌کند به محض اینکه مقدار نیرو کاهش یابد بارگذاری متوقف می‌شود. کاهش یافتن نیرو در حین فرآیند، نشان‌دهنده گلوبی موضعی در ورق است. سپس ورق‌ها را از قالب جدا کرده و اندازه تغییر قطرها با استفاده از دستگاه پروفایل پروژکتور و کرنش‌های حدی بر اساس معادلات (۱۳) و (۱۴) محاسبه می‌گردد. شکل ۹ نشان‌دهنده ورق‌های تغییر شکل یافته در این فرآیند می‌باشد.

۶- نتایج و بحث

بین فرآیند شکل‌دهی ورق‌های فلزی که یک پروسه به وجود آمدن ناپایداری تا تجمع آنها بوده و نهایتاً منجر به شکست می‌شود و تنش و کرنش، معیار تسلیم، استحکام و ناپایداری ارتباط وجود دارد. درجه

$$\varepsilon_1 = \frac{d_1 - d_0}{d_0} \times 100 \quad (15)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{d_2 - d_0}{d_0} \times 100 \quad (16)$$

برای اندازه‌گیری طول قطرهای جدید تغییر شکل یافته، از قابلیت توپوگرافی دستگاه پروفایل پروژکتور استفاده می‌شود که دارای میز کنترل عددی کامپیوتری^۱ برای اندازه‌گیری قطرهای شبکه‌های دایروی تغییر شکل یافته می‌باشد. برای افزایش دقت، نمونه‌ها به صورت عمودی در زیر چراغ این دستگاه قرار می‌گیرد که در شکل ۸ نمایش داده شده است.

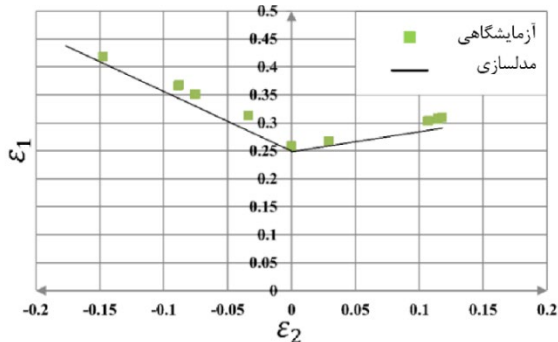
با تغییر سرعت‌های بارگذاری، نرخ کرنش‌های مختلف را می‌توان ایجاد نمود. بر این اساس به کمک دستگاه پرس هیدرولیک KN ۱۵۰ برای اعمال بار انجام می‌گیرد.

برای محاسبه نرخ کرنش رابطه زیر را می‌توان بکاربرد.

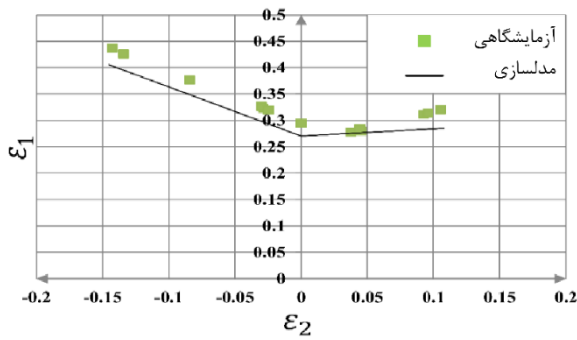
1 - Computer Numerical Control (CNC)

برای صحت‌سنجی مدل ارائه‌شده، نتایج حاصل از این روش را با نتایج آزمایشگاهی که در شکل ۱۰ و ۱۱ ملاحظه می‌شود برای هر دو فولاد مقایسه گردیده است. همانطور که در شکل‌ها مشاهده می‌شود همخوانی بسیار خوبی بین این نتایج وجود دارد. همچنین با توجه به نمودارهای حد شکل‌دهی فلزات در نرخ کرنش‌های مختلف می‌توان اثر نرخ کرنش بر سطح نمودارهای حد

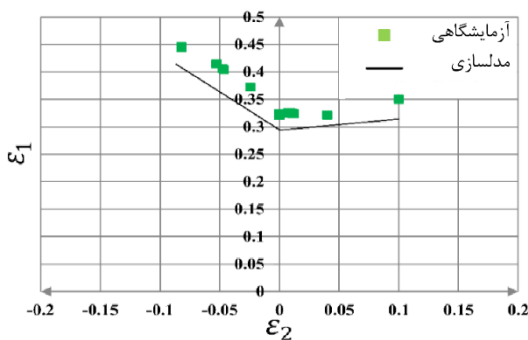
شکل‌پذیری ورق‌های فلزی وابسته به حالت‌های بارگذاری مختلف که به وسیله معیار تسلیم و قانون استحکام مشخص می‌شود. به عبارت دیگر معیار ناپایداری مشخص‌کننده این است که چه موقعی تنش و کرنش باعث ناپایداری می‌شود. که این کرنش را کرنش نهایی در آن حالت در نظر گرفته شده و همچنین این تئوری به عنوان مشخص‌کننده حالت حدی شکل‌پذیری ورق‌ها می‌باشد.



(الف)



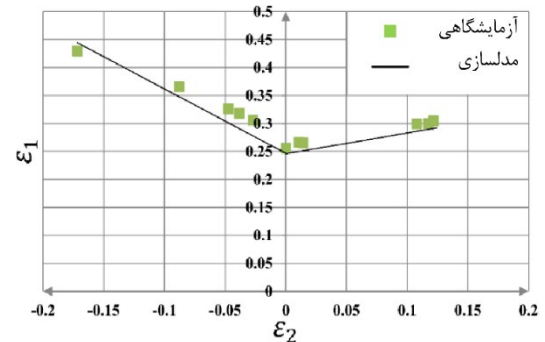
(ب)



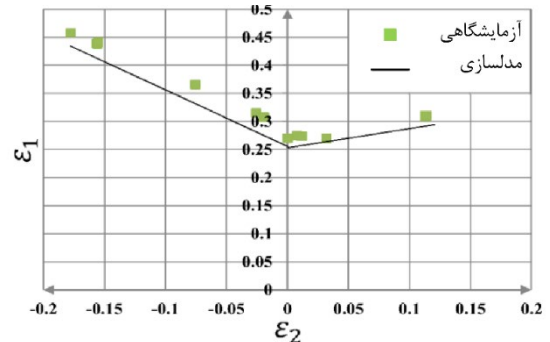
(ج)

Fig. 11. Comparison of the presented results of this theory with the experimental results for the St 14 at different strain rates a) 0.001 1/s b) 0.01 1/s c) 0.1 1/s

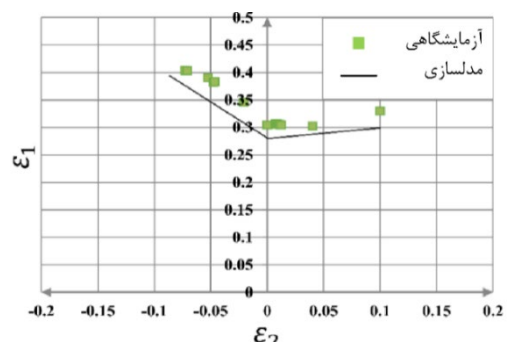
شکل ۱۱. مقایسه نتایج آزمایشگاهی و مدل ارائه‌شده برای ورق‌های فولادی ساده کربنی رده ۱۴ در نرخ کرنش‌های الف) ۰/۰۰۱ s⁻¹ / ب) ۰/۰۱ s⁻¹ / ج) ۰/۱ s⁻¹



(الف)



(ب)



(ج)

Fig. 10. Comparison of the presented results of this theory with the experimental results for the St 13 at different strain rates a) 0.001 1/s b) 0.01 1/s c) 0.1 1/s

شکل ۱۰. مقایسه نتایج آزمایشگاهی و مدل ارائه‌شده برای ورق‌های فولادی ساده کربنی رده ۱۳ در نرخ کرنش‌های الف) ۰/۰۰۱ s⁻¹ / ب) ۰/۰۱ s⁻¹ / ج) ۰/۱ s⁻¹

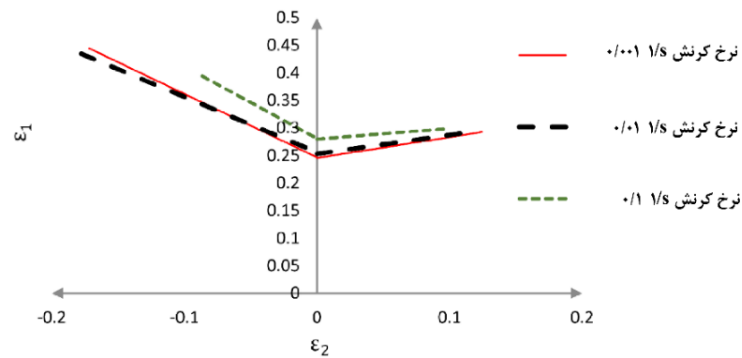


Fig.12. Forming limit diagram of St13 in various strain rates and their comparison.

شکل ۱۲. نمودارهای حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی ساده کربنی رده ۱۳ در نرخ کرنش‌های مختلف و مقایسه آنها

جدول ۳. مقادیر کرنش اصلی بزرگ در نرخ کرنش‌های مختلف در حالت تنش صفحه‌ای برای ورق‌های فولادی ساده کربنی رده ۱۴

کرنش اصلی بزرگ	نرخ کرنش (1/s)
۰/۲۴۸۴	۰/۰۰۱
۰/۲۷۰۸	۰/۰۱
۰/۲۹۳۸	۰/۱

با استفاده از تابع آسیب که وابسته به پارامترهای حالت تنش (سه محوری تنش و پارامتر لود) می‌باشد به عنوان یک کنترل‌کننده و مشخص‌کننده پارامترهای معادله ورتکس، دقت نمودارها را افزایش داد. همانگونه که در قسمت مقدمه اشاره شد در روش‌های قبلی که توسط محققان مختلف انجام گرفته تمامی این پارامترها به صورت یکجا لحاظ نگردیده است. و این روش کامل‌ترین روش می‌باشد. مقایسه نتایج آزمایشگاهی و مدل‌سازی نشان می‌دهد همخوانی بسیار خوبی بین این نتایج وجود دارد. و می‌توان گفت که مدل عددی ارائه‌شده توانایی بالایی جهت پیش‌بینی نمودارهای حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی را دارد.

همچنین با توجه به نمودارهای حد شکل‌دهی در نرخ کرنش‌های مختلف می‌توان به این نتیجه رسید که با افزایش نرخ کرنش نمودارهای حد شکل‌دهی سطح بالاتری دارند و در کرنش‌های بالاتر به حد گلوبی می‌رسند. این تاثیر نرخ کرنش در سرعت‌های بالاتر بیشتر قابل‌ملاحظه می‌باشند بدین صورت که تاثیر افزایش نرخ کرنش در نرخ کرنش‌های بالاتر بیشتر می‌باشد.

جدول ۲. مقادیر کرنش اصلی بزرگ در نرخ کرنش‌های مختلف در حالت تنش صفحه‌ای برای ورق‌های فولادی ساده کربنی رده ۱۳

Table 2. The value of major strain in plain strain state at different strain rates for St 13.

کرنش اصلی بزرگ	نرخ کرنش (1/s)
۰/۲۴۵۷	۰/۰۰۱
۰/۲۵۳۱	۰/۰۱
۰/۲۷۹۸	۰/۱

شکل‌دهی را نیز بررسی نمود. با توجه به شکل ۱۲ و ۱۳ می‌توان گفت که با افزایش نرخ کرنش نمودارهای حد شکل‌دهی سطح بالاتری دارند بدین صورت که اثر نرخ کرنش در نمودارهای حد شکل‌دهی در نرخ کرنش‌های بالا قابل‌ملاحظه‌تر می‌باشد. ولی این اختلاف در نرخ کرنش‌های پایین قابل‌ملاحظه نمی‌باشد. برای مشخص شدن این موضوع مقدار کرنش اصلی بزرگ در حالت کرنش صفحه‌ای در نرخ کرنش‌های مختلف را در جدول ۲ و ۳ به صورت جداگانه برای ورق‌های فولادی ساده کربنی رده ۱۳ و ۱۴ ذکر گردیده است. این نتایج با نتایج محققان قبلی تایید می‌شود [۳۴، ۳۶-۳۹].

۷- نتیجه‌گیری

در این تحقیق روشی ارائه شده است که نمودارهای حد شکل‌دهی ورق‌های فولادی را با در نظر گرفتن موارد زیر پیش‌بینی کند. اولاً با کاربرد معادله توانی کرنش سختی فلزات وابسته به نرخ کرنش، در تئوری ورتکس ضمن اینکه پدیده گلوبی شدن موضعی را می‌توان بررسی کند اثر نرخ کرنش را نیز می‌توان لحاظ نمود. و همچنین

- [1] H. Takuda, K. Mori, N. Hatta, The application of some criteria for ductile fracture to the prediction of the forming limit of sheet metals, *Journal of Materials Processing Technology*, 95(1) (1999) 116-121.
- [2] X. Ma, F. Li, J. Li, Q. Wang, Z. Yuan, Y. Fang, Analysis of forming limits based on a new ductile damage criterion in St14 steel sheets, 2015.
- [3] R. Hill, On discontinuous plastic states, with special reference to localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 19-30 (1952) (1) 1.
- [4] R. Hill, A general theory of uniqueness and stability in elastic-plastic solids, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 6(3) (1958) 236-249.
- [5] G. Borré, G. Maier, On linear versus nonlinear flow rules in strain localization analysis, *Meccanica*, 24(1) (1989) 36-41.
- [6] J. Rudnicki, J. Rice, Condition for the Localization of Deformation in Pressure-Sensitive Dilatant Materials, 1975.
- [7] C.L. Chow, M. Jie, X. Wu, Localized Necking Criterion for Strain-Softening Materials, *Journal of Engineering Materials and Technology*, 127(3) (2005) 273-278.
- [8] M.K. Neilsen, H.L. Schreyer, Bifurcations in elastic-plastic materials, *International Journal of Solids and Structures*, 30(4) (1993) 521-544.
- [9] C.L. Chow, M. Jie, X. Wu, A Damage-coupled Criterion of Localized Necking Based on Acoustic Tensor, *International Journal of Damage Mechanics*, 16(3) (2007) 265-281.
- [10] L. Szabó, Comments on loss of strong ellipticity in elastoplasticity, *International Journal of Solids and Structures*, 37575-3806 (2000) (28)37.
- [11] D. Bigoni, T. Hueckel, Uniqueness and localization—I. Associative and non-associative elastoplasticity, *International Journal of Solids and Structures*, 28(2) (1991) 197-213.
- [12] N.S. Ottosen, K. Runesson, Properties of discontinuous bifurcation solutions in elasto-plasticity, *International Journal of Solids and Structures*, 27(4) (1991) 401-421.

A_0	سطح مقطع اولیه از یک المان حجمی قبل از تغییر فرم، m^2
A_D	سطح مقطع سالم یا موثر از یک المان حجمی بعد از تغییر فرم، m^2
D	متغیر آسیب
D_C	مقدار بحرانی آسیب
D_i	مقدار آسیب مرحله‌ای
E_0	مدول الاستیسیته ماده اولیه سالم، $\frac{N}{m^2}$
E_D	مدول الاستیسیته ماده تغییر فرم یافته، $\frac{N}{m^2}$
k	ضریب استحکام، $\frac{N}{m^2}$
m	توان حساسیت به نرخ کرنش
n	کرنش سختی
R	تابع آسیب
R_s	شعاع سنبه
V_0	سرعت باردهی، $\frac{m}{s}$
$v_{i,inside}$	سرعت داخل شیار، $\frac{m}{s}$
$v_{i,outside}$	سرعت خارج شیار، $\frac{m}{s}$
W_0	بیشترین مقدار تغییر شکل ورق (شکم دادگی)، m
ε	کرنش حقیقی
ε_f	کرنش نهایی
η	سه محورگی تنش
$\bar{\theta}$	پارامتر لود
σ_1	تنش اصلی در راستای محور X_1 ، $\frac{N}{m^2}$
σ_2	تنش اصلی در راستای محور X_2 ، $\frac{N}{m^2}$
$\bar{\sigma}$	تنش معادل ون مایسز، $\frac{N}{m^2}$
ε_1	کرنش اصلی بزرگ در راستای محور X_1
ε_2	کرنش اصلی کوچک در راستای محور X_2
$\dot{\varepsilon}$	نرخ کرنش، $\frac{1}{s}$

- fracture of dual-phase steel, *International Journal of Plasticity*, 27(10) (2011) 1658-1676.
- [24] Y. Lou, J.W. Yoon, H. Huh, Modeling of shear ductile fracture considering a changeable cut-off value for stress triaxiality, *International Journal of Plasticity*, 54 (2014) 56-80.
- [25] X. Sun, K.S. Choi, W.N. Liu, M.A. Khaleel, Predicting failure modes and ductility of dual phase steels using plastic strain localization, *International Journal of Plasticity*, 25(10) (2009) 1888-1909.
- [26] G. Gruben, E. Fagerholt, O.S. Hopperstad, T. Børvik, Fracture characteristics of a cold-rolled dual-phase steel, *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 30(3) (2011) 204-218.
- [27] K. Chung, N. Ma, T. Park, D. Kim, D. Yoo, C. Kim, A modified damage model for advanced high strength steel sheets, *International Journal of Plasticity*, 27(10) (2011) 1485-1511.
- [28] H. Huh, S.-B. Kim, J.-H. Song, J.-H. Lim, Dynamic tensile characteristics of TRIP-type and DP-type steel sheets for an auto-body, *International Journal of Mechanical Sciences*, 50(5) (2008) 918-931.
- [29] S. Curtze, V.-T. Kuokkala, M. Hokka, P. Peura, Deformation behavior of TRIP and DP steels in tension at different temperatures over a wide range of strain rates, *Materials Science and Engineering: A*, 507(1) (2009) 124-131.
- [30] G.R. Johnson, W.H. Cook, A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures, in: *Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics*, The Hague, The Netherlands, 1983, pp. 541-547.
- [31] A.H. Clausen, T. Børvik, O.S. Hopperstad, A. Benallal, Flow and fracture characteristics of aluminium alloy AA5083-H116 as function of strain rate, temperature and triaxiality, *Materials Science and Engineering: A*, 364(1). 260-272 (2004).
- [32] B. Erice, F. Gálvez, D. Cendón, V. Sánchez-Gálvez, Flow and fracture behaviour of FV535 steel at different triaxialities, strain rates and temperatures, *Engineering Fracture Mechanics*, 79 (2012) 1-17.
- [13] K.L. Nielsen, Ductile damage development in friction stir welded aluminum (AA2024) joints, *Engineering Fracture Mechanics*, 75(10) (2008) 2795-2811.
- [14] Z. Marciniak, K. Kuczyński, Limit strains in the processes of stretch-forming sheet metal, *International Journal of Mechanical Sciences*, 9(9) (1967) 609-620.
- [15] Z. Marciniak, K. Kuczyński, T. Pokora, Influence of the plastic properties of a material on the forming limit diagram for sheet metal in tension, *International Journal of Mechanical Sciences*, 15(10) (1973) 789-800.
- [16] A. Zajkani, A. Bandizaki, An efficient model for diffuse to localized necking transition in rate-dependent bifurcation analysis of metallic sheets, *International Journal of Mechanical Sciences*, 133(Supplement C) (2017) 794-803.
- [17] A. Zajkani, A. Bandizaki, A path-dependent necking instability analysis of the thin substrate composite plates considering nonlinear reinforced layer effects, *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, (2017).
- [18] S. Stören, J.R. Rice, Localized necking in thin sheets, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 23(6) (1975) 421-441.
- [19] Y. Bai, T. Wierzbicki, A new model of metal plasticity and fracture with pressure and Lode dependence, *International journal of plasticity*, 24(6) (2008) 1071-1096.
- [20] C.H.M. Simha, S. Xu, W. Tyson, Non-local phenomenological damage-mechanics-based modeling of the Drop-Weight Tear Test, *Engineering Fracture Mechanics*, 118 (2014) 66-82.
- [21] S.B. Kim, H. Huh, H.H. Bok, M.B. Moon, Forming limit diagram of auto-body steel sheets for high-speed sheet metal forming, *Journal of Materials Processing Technology*, 211(5) (2011) 851-862.
- [22] S. Balasubramanian, L. Anand, Elasto-viscoplastic constitutive equations for polycrystalline fcc materials at low homologous temperatures, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50(1) (2002) 101-126.
- [23] J.H. Kim, J.H. Sung, K. Piao, R. Wagoner, The shear

- Barlat, Y. Lee, K. Chung, Modeling of forming limit for multilayer sheets based on strain-rate potentials, *International Journal of Plasticity*, 75(Supplement C) (2015) 63-99.
- [38] O.E. Fakir, L. Wang, D. Balint, J.P. Dear, J. Lin, Predicting Effect of Temperature, Strain Rate and Strain Path Changes on Forming Limit of Lightweight Sheet Metal Alloys, *Procedia Engineering*, 81(Supplement C) (2014) 736-741.
- [39] P. Verleysen, J. Peirs, J. Van Slycken, K. Faes, L. Duchene, Effect of strain rate on the forming behaviour of sheet metals, *Journal of Materials Processing Technology*, 211(8) (2011) 1457-1464.
- [33] M. Jie, Generalized criteria for localized necking in sheet metal forming, 2003.
- [34] M. Saradar, A. Basti, M. Zaeimi, Numerical study of the effect of strain rate on damage prediction by dynamic forming limit diagram in high velocity sheet metal forming, *Modares Mechanical Engineering*, 14(16) (2015). (in persian)
- [35] W. Hosford, A generalized isotropic yield criterion, *Journal of Applied Mechanics*, 39(2) (1972) 607-609.
- [36] H.-Y. Wu, P.-H. Sun, H.-W. Chen, C.-H. Chiu, Rate and Orientation Dependence of Formability in Fine-Grained AZ31B-O Mg Alloy Thin Sheet, *Journal of Materials Engineering and Performance*, 21(10) (2012) 2124-2130.
- [37] D. Kim, H. Kim, J.H. Kim, M.-G. Lee, K.J. Kim, F.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

F. Hosseini Mansoub, A. Basti, A. Darvizeh, A. Zajkani, *Analysis of Forming Limit of Sheet Metals Considering Vertex Localized Necking and Ductile Damage Criterion. AmirKabir J. Mech Eng.*, 53(special issue 2) (2021) 1307-1320.
DOI: [10.22060/mej.2020.16870.6457](https://doi.org/10.22060/mej.2020.16870.6457)

