



Kinematic Modeling of a Spatial Soft Robot by an Improved Analytical Method Based on Serial Robots

S. Akbari¹, H. Ghafarirad^{1*}, M. Zareinejad²

¹ Mechanical Engineering Department, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran

² New Technologies Research Center, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), Tehran, Iran

ABSTRACT: In this paper, kinematic modeling of a soft pneumatic robot, including a combination of 3 soft actuators, with the capability of spatial positioning is presented. The proposed kinematic model in this research, unlike former methods, corresponds to the physics of robot and the main idea is modeling its configuration and movement by serial rigid robots which generate the same configuration and movement. The given kinematic model consists of forward and inverse problems and uses accurate geometrical solutions. In addition, the velocity Jacobian of soft robot has been determined by two different approaches based on rigid serial robot principles. Furthermore, the robot workspace and its configurations have been determined by considering the kinematic constraints. Modeling accuracy has been evaluated by finite element simulation and also experiments. Simulation results show the maximum error of 1.6% for the inverse kinematic model and the maximum error of forward kinematic model has been 13% in experiments due to manufacturing errors and gravity effects. These results demonstrate that the proposed model has proper accuracy for motion modeling and its control in future works.

Review History:

Received: Oct. 17, 2019

Revised: Dec.28, 2019

Accepted: Jan. 26, 2020

Available Online:Feb. 11,2020

Keywords:

Soft Pneumatic Actuator

Kinematic Modeling

Constant Curvature

Velocity Kinematics

Workspace

1. INTRODUCTION

Soft robotic systems have received major attention in recent years. These robots consist of soft materials and a continuously deformable structure with muscle-like actuators that emulate biological systems and have a relatively large number of degrees of freedom as compared to hard robots [1].

For modeling the forward kinematics of the soft robot, it should be considered that the deformation of soft robot is inherently continuous, complex, and compatible with the environment. Also, it is permanently under actuation and has inactive degrees of freedom in it, so designers typically model the kinematics of the soft robot by using simplified assumptions like piecewise Constant Curvature (CC) assumption [2]. The most famous method for solving forward kinematics was proposed by Webster and Jones [3]. They solved the forward kinematic problem of several types of continuous robots assuming that most parts of the robot bend at a constant curvature, completely and in five different ways. However, their paper lacks laboratory results and analysis. Godage used a numerical and computational method to solve the kinematics of a soft robot based on the shape function of the actuator [4]. This approach has been the most stable numerical model presented so far and simulates movement and configuration of the robot in space accurately. Walker and Frazelle presented an approximate and geometric model and compared it to the models of Godage, Allen and Jones for the OctArm robot [5]. The average error of the model of Jones and Allen for this robot was less than that of the Frazelle and

Godage model.

The aforementioned researches on kinematic modeling of soft robots usually use mathematical, innovative, and sometimes complex methods independent of the physics of the system with excessive degrees of freedom to express the kinematics of the robot, regardless of the degree of accuracy. The purpose of this study is to present an improved analytical kinematic modeling method based on kinematic models of rigid robots. To this end, we propose models based on serial robots by inspiration from the behavior of soft actuators, which can simulate the kinematic behavior of soft actuators. Consequently, the principles of serial robots can be used to analyze the kinematic behavior of soft robots by applying some modifications.

2. METHODOLOGY

Most modelings in the field of soft robots have based their assumptions on constant curvature assumption and no twisting. In this study, this assumption is the basis of the modeling too, so the bending of the soft spatial robot has been simplified as shown in Fig. 1.

Mapping from the configuration space to the Cartesian space is obtained by using a proposed analog model. This model finds the position of the end-effector by matching shape and motion of the robot with shape and motion created by a rigid serial robot.

The model shown in Fig. 2 has four degrees of freedom but using the constant curvature assumption causes the two

*Corresponding author's email: Ghafarirad@aut.ac.ir



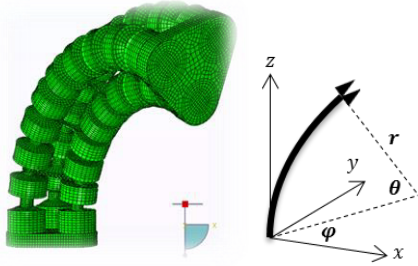


Fig. 1. Simplification of bending and determination of shape parameters of the robot in space

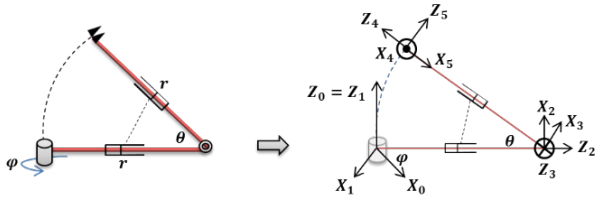


Fig. 2. D-H Frames for the 4-DOF model of the soft arm

prismatic joints to be coupled together. The transformation matrix in this model is achieved similar to the previous two models as in Eq. (1). The advantage of this model is the application of the serial robot rules and simplification of the movement of a soft robot with the familiar motion of a rigid robot. Physical compatibility with the original robot and the ability to use it for finding velocity Jacobians also make it superior to other models.

$$T = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta & -\sin \varphi & \cos \varphi \sin \theta & r \cos \varphi (1 - \cos \theta) \\ \sin \varphi \cos \theta & \cos \varphi & \sin \varphi \sin \theta & r \sin \varphi (1 - \cos \theta) \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & r \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

3. VELOCITY JACOBIANS

According to the presented analytical models, it is possible to calculate the Jacobians of the robot by the conventional methods of serial robots, however, by applying the changes caused by constraints of the motions of the soft robots. According to the velocity propagation method in the conventional serial robots, the Jacobian matrix of the soft robot was obtained as in Eq. (2).

$$v = \begin{bmatrix} -r s \varphi (1 - c \theta) & r c \varphi s \theta & c \varphi (1 - c \theta) \\ r c \varphi (1 - c \theta) & r s \varphi s \theta & s \varphi (1 - c \theta) \\ 0 & r c \theta & s \theta \\ 0 & -s \varphi & 0 \\ 0 & c \varphi & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (2)$$

In the alternative method, for the proposed four-degree-of-freedom model, because of the virtual constraints between

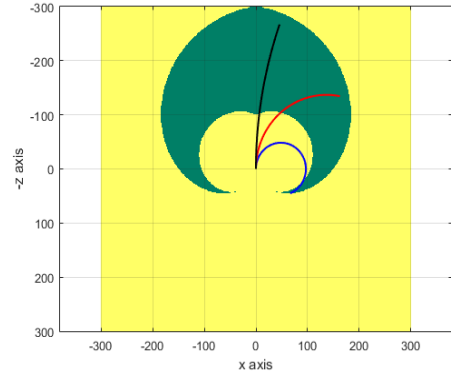


Fig. 3. Actuator workspace and robot configuration in it

two and four degrees of freedom for harmonious and uniform movement, the conventional method of modified serial robots must be rewritten and the effect of these two degrees of freedom must be applied simultaneously on the end-effector velocity at the Jacobian matrix as in Eq. (3) and the Jacobian matrix is equal to the Jacobian obtained in Eq. (2).

$$J^0 = \begin{bmatrix} z_1 \times (o_s - o_1) & z_3 \times (o_s - o_3) & z_2 + z_4 \\ z_1 & z_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

4. WORKSPACE

Each soft robot can only increase or decrease to a certain extent depending on its material and physical structure. To obtain the workspace in this study, the initial length of the robot is assumed to be 200 mm, and this maximum value is assumed to be equal to half of the initial length of the robot in expansion or contraction. So, the allowed range for the length of the actuators is:

$$l_{\text{allowable}} \in \left(l_0 - \frac{l_0}{2}, l_0 + \frac{l_0}{2} \right) = \left(\frac{l_0}{2}, \frac{3l_0}{2} \right) \quad (4)$$

Drawing the workspace of this robot using Eq. (4) must be with attention to satisfaction of geometrical constraints between actuators with the help of inverse kinematic relations. Fig. 3 shows the result of the possible workspace.

5. VERIFICATION BY SOFTWARE SIMULATION AND EXPERIMENTAL RESULTS

In Fig. 1, a simulated soft robot is shown in the Abaqus software. The robot is actuated by various pressures inside it to move through space. The only loading on the robot is the pressure inside the actuators, meaning that there is no gravity. Despite the error centers in the software drawing and calculation of the parameters, the highest error in the simulation was 1.6%, which involved the actuation of only one actuator with a pressure of 1 bar, and in calculating the length of the three actuators which is insignificant.

Experimental tests for verifying the kinematic models were performed using a soft robot depicted in Fig. 4. Errors of the kinematic model compared with the experimental tests include the inaccuracy of the size of the robot actuators due to manufacturing errors, the perturbation, and inaccuracy of

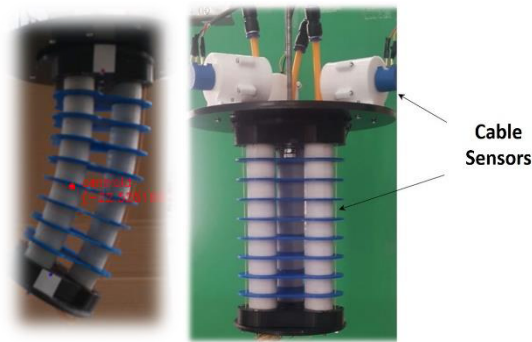


Fig. 4. The robot used in experiments

Table 1. The results of experimenting the second condition (actuation of only two actuators)

Pressure (bar)	$y_{Meas.}$ (mm)	$z_{Meas.}$ (mm)	y_{CC} (mm)	z_{CC} (mm)	%error _y	%error _z
0.4	20.9	178.2	23.2	179.4	9	0.6
0.6	33.6	179.9	37.2	182.2	9.6	1.2
0.8	47	184	53.9	183	12.8	0.5

actuator length changes, the error of zeroing initial locations due to the limitations of the camera installation, and so on. Of course, the main reason for the error in the empirical test is to exclude the effect of gravity in the CC model, and this error exists in all constant curvature methods which did not consider gravity.

Table 1 presents the results of the experiments and compares them with the CC kinematic model for actuation of only two actuators.

6. CONCLUSIONS

In this paper, to simplify the problem of moving of soft robots, a three-degree-of-freedom spatial soft robot was replaced by a serial rigid robot whose shape and end-effector position were the same as the final shape of the actuated soft robot. The advantage of this method is the simplicity and application of serial robot rules and their compliance with the physics of the robot, which has not been noticed in most previous models. The results show 1.6% error for the inverse kinematic model compared with the simulation results. Also, the evaluation of model accuracy against the results of a laboratory robot motion in a spatial actuation indicates an error of at most 13% for the kinematic model

in detecting the position of end-effector in the y -direction. Therefore, considering the sources of errors in simulation and empirical test measurements, the proposed model has good accuracy.

REFERENCES

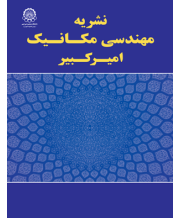
- [1] D. Rus, M.T. Tolley, Design, fabrication and control of soft robots, *Nature*, 521(7553) (2015) 467-475.
- [2] W. Felt, Sensing Methods for Soft Robotics, PH.D. Thesis, University of Michigan, 2017.
- [3] R.J. Webster III, B.A. Jones, Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots: A review, *The International Journal of Robotics Research*, 29(13) (2010) 1661-1683.
- [4] I.S. Godage, D.T. Branson, E. Guglielmino, G.A. Medrano-Cerda, D.G. Caldwell, Shape function-based kinematics and dynamics for variable length continuum robotic arms, in: 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE, 2011, pp. 452-457.
- [5] A. Chawla, C. Frazelle, I. Walker, A Comparison of Constant Curvature Forward Kinematics for Multisection Continuum Manipulators, in: 2018 Second IEEE International Conference on Robotic Computing (IRC), IEEE, 2018, pp. 217-223.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

S. Akbari, H. Ghafarirad, M. Zareinejad, Kinematic Modeling of a Spatial Soft Robot by an Improved Analytical Method Based on Serial Robots . *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(special issue 2) (2021) 251-254.

.DOI: 10.22060/mej.2020.17233.6543





مدل سازی سینماتیکی ربات نرم فضایی به روش تحلیلی بهبودیافته مبتنی بر ربات های سری

سپیده اکبری^۱، حامد غفاری راد^{۱*}، محمد زارعی نژاد^۲

^۱ دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

^۲ پژوهشکده فناوری های نو، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۷/۲۵

بازنگری: ۱۳۹۸/۱۰/۰۷

پذیرش: ۱۳۹۸/۱۱/۰۶

ارائه آنلاین: ۱۳۹۸/۱۱/۲۲

کلمات کلیدی:

عملگر نرم نیوماتیکی

مدل سازی سینماتیکی

انحنای ثابت

سینماتیک سرعت

فضای کاری

خلاصه: در این مقاله مدل سازی سینماتیکی یک ربات نرم نیوماتیکی، شامل ترکیب موازی سه عملگر نرم، با قابلیت موقعیت دهی فضایی مورد بررسی قرار گرفته است. روش پیشنهادی بررسی سینماتیک ربات در این پژوهش، برخلاف مدل های پیشین، با فیزیک ربات نرم همخوانی داشته و ایده ی اصلی آن، مدل کردن شکل و حرکت ربات نرم با ربات های صلب سری است که شکل و حرکت مشابهی ایجاد نماید. مدل سینماتیکی ارائه شده شامل حالات مستقیم و معکوس بوده و از روش های دقیق هندسی بهره می برد. همچنین، ژاکوبین سرعت مجری نهایی ربات نرم با دو روش مختلف، مبتنی بر اصول ربات های سری، استخراج گردیده است. در ادامه، فضای کاری ربات با توجه به قیود سینماتیکی، مشخص و شکل ربات در آن فضا تعیین گردید. صحنه گذاری مدل سازی جدید ارائه شده، توسط شبیه سازی المان محدود و همچنین آزمایش های تجربی مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج شبیه سازی المان محدود نشان دهنده ی حداکثر ۱/۶ درصد خطا برای مدل سینماتیک معکوس پیشنهاد شده می باشد. همچنین نتایج آزمایش تجربی، بیانگر حداکثر ۱۳ درصد خطا - با توجه به خطاهای ناشی از ساخت و تاثیرات جاذبه - برای مدل سینماتیک مستقیم است. نتایج حاصل نشان می دهد مدل جدید ارائه شده با توجه به ساده سازی ساختاری بر مبنای ربات های سری، دارای دقت مناسب برای استفاده در مدل سازی حرکتی و در ادامه کنترل ربات را خواهد داشت.

۱- مقدمه

حرکت کنند، حالت ارتجاعی به خود بگیرند یا مانورهای سریع و پیوسته انجام دهند؛ مانند مانور فرار ماهی ها [۱]. همچنین مقاومت کم در برابر نیروهای فشاری و تغییر شکل بسیار زیاد در این ربات ها، آنها را برای کاربردهایی در کنار انسان ایمن کرده است؛ مانند ربات های جراحی، توان بخشی و امداد رسان [۲].

روش های مختلفی برای طراحی و تحریک یک عملگر نرم وجود دارد؛ یکی از پرکاربردترین نوع عملگرهای نرم، عملگرهای الاستومری سیالاتی^۲ است. این عملگرها می توانند حرکات خروجی پیچیده ای را با استفاده از یک سیستم کنترل ورودی ساده یعنی تحریک با یک سیال کاری، ایجاد کنند. این قابلیت که در اندام های حرکتی

در سال های اخیر تحقیقات بر روی ربات های نرم^۱ بسیار مورد توجه قرار گرفته است. این ربات ها تشکیل شده از مواد نرم و یک ساختمان به طور پیوسته تغییر شکل پذیر با عملگرهایی شبیه به ماهیچه هستند که از سیستم های زیستی تقلید می کنند و تقریباً در مقایسه با ربات های سخت، درجات آزادی خیلی بیشتری دارند. آنها می توانند با انحنای بالا خم یا دچار پیچش شوند و بنابراین در فضاهای محدود شده، با تغییر پیوسته ی مسیر بدنه ی خود، شکلشان را با محیط منطبق کنند، اشیا را جابه جا کنند، بر روی زمین ناهموار

1 Soft Robots

* نویسنده عهده دار مکاتبات: Ghafarirad@aut.ac.ir

2 Fluidic Elastomeric Actuators (FEAs)



مدل‌سازی ربات‌های دست کمکی زیستی فستو و دست کمکی زیستی فشرده^۷ استفاده شده‌است و هرکدام از آن‌ها برای نزدیک کردن نتایج آزمایش و مدل‌سازی، از روش‌هایی مانند کالیبراسیون سینماتیکی^۸ یا در نظر گرفتن برخی ملاحظات عددی استفاده کرده‌اند. گوداگ در سال ۲۰۱۱ از روشی عددی و محاسباتی برای حل سینماتیک ربات نرم استفاده کرد که اساس آن، به دست آوردن تابع شکل^۹ عملگر است. این رهیافت پایدارترین مدل عددی ارائه شده تا به حال بوده‌است و علاوه بر عدم خطا در حالات تکین، خطای موقعیت در هر نقطه را کمتر از ۲/۵ میلی‌متر به دست می‌آورد؛ همچنین شکل و حرکت ربات در فضا را به طور دقیق شبیه‌سازی می‌کند [۱۵، ۱۶].

مال و همکارانش در سال ۲۰۱۴، سینماتیک ربات نرم را با فرض انحنا متغیر حل کردند؛ دقت این روش برای ربات دست کمکی فستو بیشتر از روشی است که خمش کل ربات را با یک انحنا در نظر می‌گیرد [۱۷]. آلن در سال ۲۰۱۷ با تعریف پارامترهای جدید هندسی، مدل انحنا ثابتی برای رباتی نرم ارائه داد که در آن، طول متوسط عملگرهای استفاده شده در ربات ثابت است. ماتریس تبدیل این مدل همواره معکوس‌پذیر است و در حالت تغییر طول خالص، مدل‌سازی را دچار خطا نمی‌کند [۱۸]. در سال ۲۰۱۸، گونگ اثر جاذبه را با در نظر گرفتن یک زاویه دوران اضافه در مدل خود در نظر گرفت، اما دلیل قانع‌کننده‌ای برای منظور کردن این زاویه بیان نکرد [۱۹]. والکر و فرازله در سال ۲۰۱۸ مدلی تقریبی و هندسی ارائه دادند و آن را با چهار مدل گوداگ، آلن و جونز برای ربات اوکت آرم^{۱۰} مقایسه کردند. خطای متوسط مدل جونز و آلن برای این ربات، کمتر از مدل فرازله و گوداگ بوده‌است [۲۰].

در زمینه مدل‌سازی سینماتیک معکوس، در سال ۲۰۰۶، جونز و والکر با روشی هندسی، طول ورودی عملگرهای نرم را بر اساس شکل ربات محاسبه کردند؛ اما با روش آنها، هر مقداری که برای طول عملگرها به دست می‌آید، در عمل نمی‌تواند به طور فیزیکی محقق شود؛ یعنی محدودیت‌های فیزیکی ربات در این روش در نظر گرفته نشده و تنها رابطه‌ای کلی برای حل مساله استخراج شده بود تا نیمی از مساله سینماتیک معکوس ربات نرم را حل کند [۱۰]. سپس نیالی و همکارانش در سال ۲۰۰۹، راه‌حل تحلیلی اما ناقصی برای مساله‌ی

انواع حیوانات یافت می‌شود، این امکان را فراهم می‌کند که با اعمال تنش از طریق فشار سیال، تغییر شکل‌هایی در جهات مختلف حاصل شود [۳]. ربات‌هایی که از این عملگرها استفاده می‌کنند، ممکن است حرکت صفحه‌ای یا فضایی داشته باشند؛ تک‌عملگرهای نرم خمشی تقویت‌شده با فیبر^۱ که از آن‌ها در ساخت انگشت‌های نرم برای ربات‌های توان‌بخشی استفاده می‌شود، نمونه‌ای از ربات نرم یک درجه آزادی با حرکت صفحه‌ای است [۴-۶]؛ دست زیستی شرکت فستو^۲ که معروف‌ترین ربات نرم صنعتی در اروپاست، نه درجه آزادی و سه‌بخشی بوده، در اثر تحریک سه عملگر مقید به هم در هر بخش از طریق اعمال فشار هوا، در فضای سه‌بعدی حرکت می‌کند [۷]. نمونه‌ی جدیدتر این ربات که روباتینو^۳ نام دارد، نوعی ربات متحرک است که برای جابه‌جایی اجسام از آن استفاده می‌شود و دو یا سه بخش دارد و مانند دست کمکی، هر بخش شامل سه عملگر سیالاتی است [۸]. با توجه به گستردگی کاربرد این ربات‌ها و تفاوت رفتاری آنها با ربات‌های صلب، مدل‌سازی سینماتیکی^۴ آنها حائز اهمیت گردیده است.

برای مدل‌سازی سینماتیک مستقیم ربات‌های نرم، با توجه به تغییر شکل ذاتا پیوسته، پیچیده و سازگار با محیط در ربات نرم، همچنین تحت تحریک دائم بودن و وجود درجات آزادی غیرفعال در آن، طراحان معمولاً سینماتیک ربات نرم را با استفاده از فرض‌های ساده‌کننده مانند فرض انحنا ثابت تکه‌ای^۵ مدل می‌کنند [۹]. در سال ۲۰۰۶، جونز و والکر، سینماتیک مستقیم ربات نرم فضایی را به روش هندسی پیچیده‌ای محاسبه کردند. با وجود اینکه در مدل آنها امکان کنترل آنالین^۶ در مرحله‌ی سرعت‌ها وجود داشت، اما این مدل کند و آزمایشگاهی بود [۱۰]. مشهورترین روش حل سینماتیک مستقیم را وبستر و جونز در سال ۲۰۱۰ ارائه دادند. آنها مساله‌ی سینماتیک مستقیم چند نوع از ربات‌های پیوسته از جمله ربات نرم فضایی استوانه‌ای شکل را با فرض اینکه بیشتر بخش‌های ربات با انحنای ثابت خم می‌شوند، به طور کامل و با پنج روش متفاوت حل کردند، اما مقاله‌ی آنها فاقد نتایج و تحلیل‌های آزمایشگاهی است [۱۱].

روش‌هایی مشابه با روش وبستر، در مقالات [۱۲-۱۴] برای

- 1 Fiber-reinforced Soft Actuators
- 2 Bionic Handling Assistant (BHA)
- 3 Robotino XT
- 4 Kinematic Modeling
- 5 Piecewise Constant Curvature (CC)
- 6 Real-time Kinematic Control

7 Compact Bionic Handling Assistant (CBHA)
8 Kinematic Calibration
9 Shape Function
10 OctArm

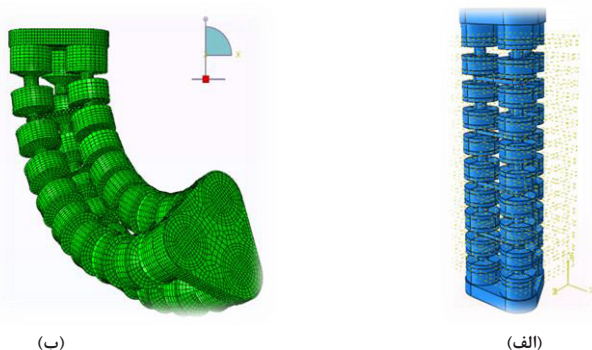


Fig. 1. a) The actuator used in this research. b) Movement and configuration of the robot in bending.

شکل ۱: الف) عملگر استفاده شده در این پژوهش. ب) نحوه حرکت و شکل ربات در خمش

مستقیم و معکوس بررسی می‌گردد. در بخش ۴، ژاکوبین سرعت^۳ مورد نظر استخراج و در بخش ۵، نحوه تعیین فضای کاری ربات تشریح می‌شود. در بخش ۶ نتایج مدل سینماتیک ذکر شده با شبیه‌سازی و انجام آزمایش تجربی برای موقعیت‌ها صحت‌سنجی می‌گردد.

۲- طراحی ربات نرم

در این پژوهش از عملگر شکل ۱ الف) استفاده شده که نوعی عملگر الاستومری سیالاتی است. این عملگر شامل ترکیب موازی سه عملگر نرم دیگر است که در سه گوشه‌ی یک مثلث متساوی‌الاضلاع جای گرفته‌اند و با یکدیگر مقید شده‌اند. جنس این عملگرها از رزین سیلیکونی^۴ است. داخل این عملگرها توخالی بوده که برای ورود هوا به داخل عملگر استفاده می‌شود. در اثر تحریک هریک از این عملگرها از طریق اعمال فشار هوا، عملگر منبسط و دچار افزایش طول خالص می‌شود. زمانی که این سه عملگر به صورت شکل ۱ الف) ترکیب می‌شوند، اگر هوا با فشارهای نامساوی به داخل آن‌ها وارد شود، عملگر ترکیبی مانند شکل ۱ ب) دچار خمش می‌شود. اما اگر فشار داخل هر سه عملگر مساوی باشد، عملگر اصلی افزایش طول خالص پیدا می‌کند.

۳- مدل‌سازی سینماتیکی

بیشتر مدل‌سازی‌های انجام‌شده در زمینه‌ی ربات‌های نرم، فرض انحنا ثابت و عدم پیچش را مبنای کار خود قرار داده‌اند. در

سینماتیک معکوس بازوی رباتیکی پیوسته‌ی چندبخشی ارائه دادند [۲۱]؛ این روش، تنها نقاط ابتدا و انتهای ربات را در نظر می‌گیرد و سپس شکل و جهت آن را مشخص می‌کند اما طول عملگرهای نرم را در راه‌حل در نظر نمی‌گیرد و به دلیل در نظر نداشتن کل بدنه ربات، مشکل ممانعت از برخورد با مانع را برطرف نمی‌کند. لاکهال و همکارانش در سال ۲۰۱۴، از قوانین ربات‌های سری و موازی به‌طور همزمان برای حل سینماتیک معکوس ربات استفاده کردند [۲۲]. آنها با برطرف کردن خطاهای آزمایش خود در سال ۲۰۱۶، به روشی دقیق‌تر برای مدل‌سازی دست یافتند که با نتایج آزمایشگاهی، هم‌پوشانی زیادی داشت [۲۳]. آموری و همکارانش در سال ۲۰۱۷، روشی ابتکاری برای حل سینماتیک معکوس ربات دست کمکی زیستی فشرده با استفاده از قوانین ربات‌های موازی برای حل مساله‌ی معکوس ارائه دادند اما صحت این روش برای تمامی حالات ربات در فضای کاری^۱ خود، هنوز مشخص نشده است [۲۴]. در سال ۲۰۱۸، گونگ و همکارانش، طول عملگرهای نرم را با دانستن مختصات کارترین مجری نهایی^۲ ربات به‌دست آوردند اما با فرض اینکه حتما همواره یکی از عملگرهای ربات در طول اولیه‌ی خود باقی می‌ماند [۲۵]. با اینکه حل مساله‌ی معکوس برای کنترل ساده‌تر ربات ضروری است، اما مقالاتی مانند [۲۶]، به جای حل سینماتیک معکوس، از کنترل دینامیکی استفاده می‌کنند.

تحقیقات اشاره‌شده در مورد مدل‌سازی سینماتیکی ربات‌های نرم، صرف نظر از میزان دقت، معمولاً از روش‌های ریاضی مستقل از فیزیک سیستم، ابتکاری و پیچیده با درجات آزادی بیش از حد لازم، جهت بیان سینماتیک ربات استفاده نموده است. هدف از این پژوهش، ارائه یک روش مدل‌سازی سینماتیکی تحلیلی بهبود یافته بر اساس مدل‌های سینماتیکی ربات‌های صلب سری می‌باشد. برای این منظور، با ایده‌گرفتن از رفتار عملگرهای نرم، مدل‌هایی مبتنی بر ربات‌های سری پیشنهاد می‌گردد، که بتواند رفتار سینماتیکی عملگرهای نرم را شبیه‌سازی نماید. در نتیجه با اعمال پاره‌ای تغییرات، می‌توان از اصول حاکم بر ربات‌های سری برای تحلیل رفتار سینماتیکی ربات‌های نرم استفاده کرد. در این مقاله در بخش دوم، طراحی ربات فضایی مورد نظر بیان می‌شود، سپس در بخش ۳، مدل‌سازی سینماتیکی آن به صورت

3 Velocity Jacobian

4 Silicon Rubber

1 Work Space

2 End Effector

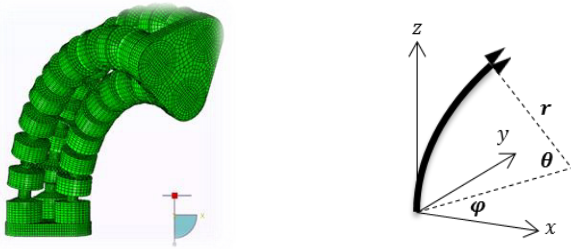


Fig. 2. Simplification of bending and determination of shape parameters of the robot in space.

شکل ۲: ساده‌سازی خم‌سازی ربات و تعیین پارامترهای شکل ربات در فضا

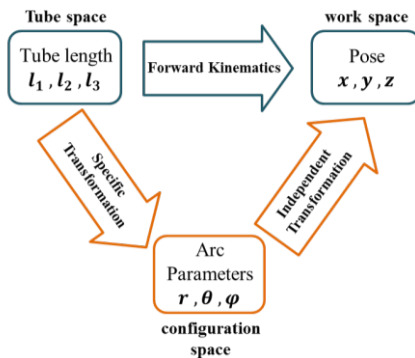


Fig. 3. Steps to obtain forward kinematics of the soft robot.

شکل ۳: مراحل به‌دست‌آوردن سینماتیک مستقیم ربات نرم

محاسبه شود. در این صورت، شعاع انحنای هر عملگر از رابطه زیر مشخص می‌شود [۱۱]:

$$r_i = r - d \cos \varphi_i \quad (1)$$

در رابطه (۱)، d بیانگر فاصله‌ی هر عملگر از محور میانی ربات، شعاع انحنای ربات و r_i شعاع انحنای هر عملگر را نشان می‌دهد. همچنین زاویه هر عملگر با امتداد تصویر بازوی خم‌شده بر صفحه $x - y$ است و $\cos \varphi_i$ به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \cos \varphi_1 &= \sin \varphi \\ \cos \varphi_2 &= \cos(\pi + 30^\circ - \varphi) = -\cos(30^\circ - \varphi) = -\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi \\ \cos \varphi_3 &= \cos(2\pi - 30^\circ + \varphi) = \cos(30^\circ + \varphi) = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi - \frac{1}{2} \sin \varphi \end{aligned} \quad (2)$$

از طرفی، طبق شکل ۴ طول محور میانی هر عملگر از رابطه زیر تعیین می‌شود:

$$l = r\theta \Rightarrow l_i = r_i\theta \quad (3)$$

این پژوهش نیز، این فرض مبنای مدل‌سازی است، بنابراین خم‌ساز ربات نرم مورد نظر در فضا، مانند شکل ۲ ساده‌سازی می‌شود. روش مدل‌سازی سینماتیک ارائه‌شده، استفاده از روش دقیق هندسی است و شامل دو بخش سینماتیک مستقیم و معکوس است و توجه اصلی این مقاله بر روی ارائه‌ی روشی جدید در حل مساله سینماتیک عملگر با استفاده از ربات‌های صلب سری است که در ادامه بررسی می‌گردد.

۳-۱- سینماتیک مستقیم

در ربات نرم که مفاصل ربات، مانند مفاصل ربات‌های صلب، مشخص نیست، برای یافتن جهت و موقعیت انتهایی ربات از روش‌های معمول در رباتیک صلب استفاده نمی‌شود. برای این منظور از فضای شکل^۱ و فضای عملگرها^۲ به جای فضای مفصلی، برای دستیابی به موقعیت و جهت انتهایی ربات استفاده می‌گردد. این روش در مقالاتی مانند [۱۰، ۱۱]، برای حل هندسی مساله‌ی سینماتیک مستقیم استفاده شده‌است و به‌طور خلاصه در شکل ۳ نمایش داده شده‌است. طبق شکل ۳، برای حل مساله‌ی مستقیم با فضای شکل و فضای عملگر، دو مرحله وجود دارد؛ مرحله اول، یافتن پارامترهای شکل (r, θ, φ) بر اساس طول عملگرها (l_1, l_2, l_3) و مرحله دوم، یافتن موقعیت انتهایی ربات (x, y, z) بر اساس پارامترهای شکل (r, θ, φ) است؛ یعنی سینماتیک مستقیم در ربات نرم، موقعیت انتهایی ربات را بر اساس ورودی‌های آن که همان طول عملگرها هستند، به‌دست می‌آورد. در ادامه، روابط هر کدام از مراحل، بیان خواهد شد. تمامی این روابط در تعیین فضای کاری ربات استفاده می‌شوند.

۳-۳-۱- یافتن فضای شکل با استفاده از فضای عملگری

برای یافتن این تبدیل، باید از طریق روابط هندسی، رابطه‌ی بین طول عملگرها و متغیرهای اصلی فضای شکلی یعنی r ، θ و φ مشخص شود. شکل ۴ نمایی از عملگر تغییر شکل یافته به همراه سطح مقطع آن و نحوه قرارگیری عملگرها را نشان می‌دهد.

همانطور که در شکل ۴ مشخص است، هر سه عملگر ربات با یک زاویه خم گردیده و بنابراین، مرکز انحنای آن‌ها در امتداد یکدیگر است. پس شعاع انحنای همه‌ی عملگرها می‌تواند نسبت به این خط

1 Configuration Space
2 Actuator Space

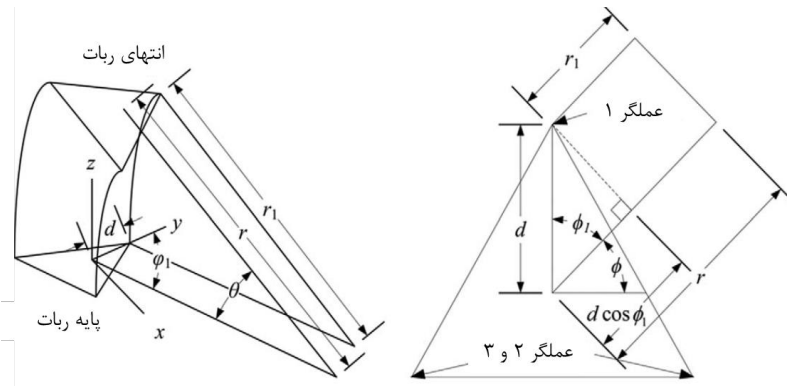


Fig. 4. Arrangement of actuators in the soft arm and determination of coordinate axes and shape parameters therein.

شکل ۴: چیدمان عملگرها در بازوی نرم و تعیین محوره‌های مختصات و پارامترهای شکل در آن [۱۱]

با استفاده از رابطه (۹)، در نهایت زاویه φ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}(l_2 + l_3 - 2l_1)}{3(l_2 - l_3)} \quad (10)$$

مرحله‌ی آخر، به دست آوردن شعاع انحنا (r) یا انحنا (κ) است. برای این کار، ابتدا از رابطه (۳) استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned} r\theta &= l \\ \theta &= l\kappa \end{aligned} \quad (11)$$

از ترکیب روابط (۴) و (۱۱) نتیجه می‌شود:

$$\kappa = \frac{l - l_i}{ld \cos \varphi_i} \quad (12)$$

اکنون رابطه (۶) در رابطه (۱۱) قرار داده می‌شود:

$$\kappa = \frac{l - l_i}{ld \cos \varphi_i} = \frac{\frac{l_1 + l_2 + l_3}{3} - l_i}{\frac{l_1 + l_2 + l_3}{3} d \sin \varphi} \quad (13)$$

$$\frac{l_2 + l_3 - 2l_1}{(l_1 + l_2 + l_3) d \sin \varphi}$$

در رابطه (۱۳)، مقدار $\sin \varphi$ مجهول است. با استفاده از هندسه ساده و روابط بین نسبت‌های مثلثاتی، مشخص است که:

$$\sin \left(\tan^{-1} \frac{y}{x} \right) = \frac{y}{\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (14)$$

با ترکیب روابط (۲) و (۳)، طول محور میانی ربات به صورت زیر به دست می‌آید:

$$l = l_i + \theta d \cos \varphi_i \quad (4)$$

از رابطه (۴) نتیجه می‌شود:

$$\begin{aligned} l &= l_1 + \theta d \cos \varphi_1 \\ l &= l_2 + \theta d \cos \varphi_2 \\ l &= l_3 + \theta d \cos \varphi_3 \end{aligned} \quad (5)$$

با جمع کردن دو طرف روابط (۵) و ترکیب روابط (۲) و (۵)، طول محور میانی بازوی نرم یا به اختصار طول بازو، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$l = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{3} \quad (6)$$

حال باید زاویه φ مشخص شود. از رابطه (۵) نتیجه می‌شود:

$$l_1 - l_2 = \theta d (\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1) \quad (7)$$

بنابراین، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\theta d = \frac{l_1 - l_2}{\cos \varphi_2 - \cos \varphi_1} = \frac{l_2 - l_3}{\cos \varphi_3 - \cos \varphi_2} \quad (8)$$

با قراردادن روابط (۲) در رابطه (۸)، رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{l_1 - l_2}{l_2 - l_3} = \frac{-\frac{\sqrt{3}}{2} \cos \varphi - \frac{3}{2} \sin \varphi}{\sqrt{3} \cos \varphi} = -\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} \tan \varphi \quad (9)$$

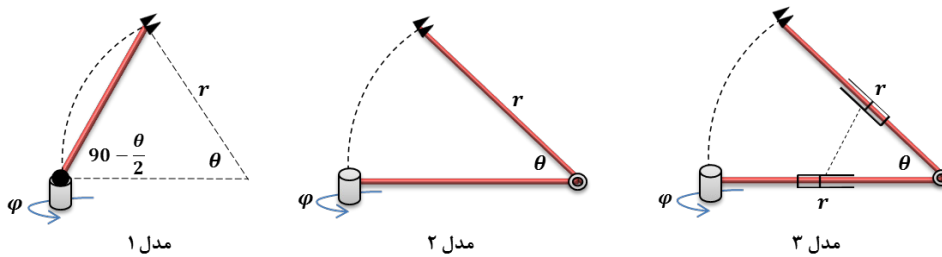


Fig. 5. Modeling of the soft robot for solving forward kinematics.

شکل ۵: مدل سازی ربات نرم برای حل سینماتیک مستقیم

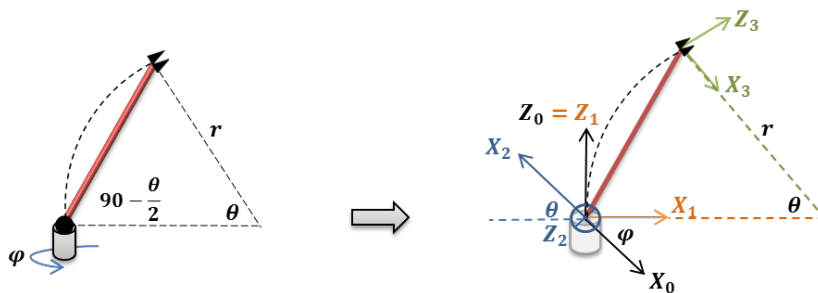


Fig. 6. D-H Frames for the first 2-DOF model of the soft arm

شکل ۶: چارچوب‌های روش دناویت-هارتنبِrg^۱ برای مدل دو درجه آزادی اول برای بازوی نرم

1-D-H Parameters

از بین این سه مدل، دو مدل ۲ درجه آزادی بوده که تنها برای تحلیل موقعیت مجری نهایی ربات قابل استفاده هستند و یک مدل ۴ درجه آزادی است که علاوه بر یافتن موقعیت، برای تحلیل ژاکوبین‌های سرعت نیز استفاده می‌شود. این مدل‌ها به‌طور خلاصه در شکل ۵ نمایش داده شده‌اند.

مدل ۱: ربات سریال فضایی دورانی - دورانی اول:

این مدل در شکل ۶ نمایش داده شده است. اساس آن، مدل کردن ربات نرم تحریک شده، به صورت رباتی سری با یک لینک صلب است که زاویه‌ی آن قابل تغییر است و همچنین می‌تواند از صفحه خارج شود تا حرکت فضایی محقق گردد. موقعیت نهایی این لینک مطابق با موقعیت انتهایی بازوی نرم است. در این مدل، هر دو درجه آزادی ربات یعنی زوایای θ و φ بر روی همدیگر قرار دارند. نحوه چارچوب گذاری برای این مدل مطابق قراردادهای و مانند شکل ۶ می‌باشد.

این مدل توجیهی فیزیکی برای شکل و حرکت ربات نرم ارائه نمی‌دهد اما موقعیت مجری نهایی آن را به درستی و به سادگی با استفاده از سه چارچوب و مانند رابطه (۱۷) به دست می‌آورد. جدول پارامترهای دناویت-هارتنبِrg نیز مطابق با جدول ۱ است.

با قرار دادن رابطه (۱۰) در رابطه (۱۴)، $\sin \varphi$ به دست می‌آید:

$$\sin \varphi = \frac{l_2 + l_3 - 2l_1}{2\sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_1l_2 - l_1l_3 - l_2l_3}} \quad (15)$$

اگر رابطه (۱۳) در رابطه (۱۵) گذارده شود، مقدار κ به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$\kappa = \frac{2\sqrt{l_1^2 + l_2^2 + l_3^2 - l_1l_2 - l_1l_3 - l_2l_3}}{d(l_1 + l_2 + l_3)} \quad (16)$$

بنابراین طبق رابطه (۶)، (۱۰) و (۱۴)، r ، θ و φ بر حسب طول عملگرها محاسبه شدند.

۳-۱-۲- یافتن موقعیت انتهای بازوی نرم بر اساس فضای شکل

در این بخش، تبدیل فضای شکل به فضای کارترین با استفاده از سه مدل پیشنهادی به دست می‌آید. این مدل‌ها، موقعیت انتهایی ربات نرم را با مطابقت شکل و حرکت آن، با شکل و حرکت یک ربات سری صلب، به دست می‌آورند. استفاده از ربات سری این امکان را ایجاد می‌کند که از قوانین مربوط به ربات‌های سری برای تحلیل و بررسی سینماتیک ربات استفاده شود.

جدول ۱: جدول پارامترهای دناویت-هارتنبرگ برای مدل دو درجه آزادی اول برای بازوی نرم

Table 1. D-H Parameters table for the first 2-DOF model of the soft arm

α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	I
۰	۰	۰	φ	۱
-۹۰	۰	۰	$-(\pi - \theta)$	۲
-۹۰	$r(1 - \cos\theta)$	$r\sin\theta$	π	۳

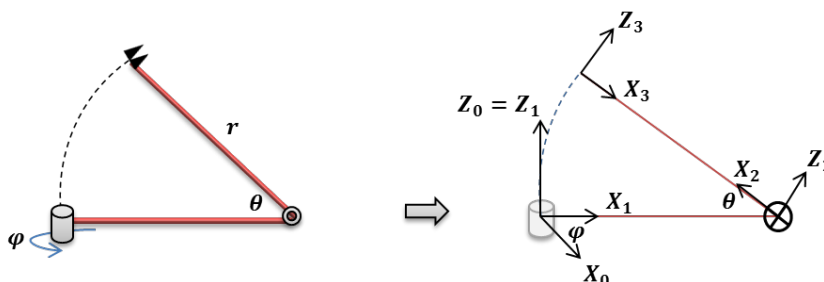


Fig. 7. D-H Frames for the second 2-DOF model of the soft arm

شکل ۷: چارچوب‌های روش دناویت-هارتنبرگ برای مدل دو درجه آزادی دوم برای بازوی نرم

جدول ۲: جدول پارامترهای دناویت-هارتنبرگ برای مدل دو درجه آزادی دوم برای بازوی نرم

Table 2. D-H Parameters table for the second 2-DOF model of the soft arm

α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	I
۰	۰	۰	φ	۱
-۹۰	r	۰	$-(\pi - \theta)$	۲
-۹۰	r	۰	π	۳

زاویه‌ی بین آن‌ها θ می‌تواند تغییر کند و کل این مجموعه می‌تواند از صفحه به اندازه φ خارج شود تا ربات در فضا حرکت کند. طول لینک‌ها دارای مقدار r بوده که بصورت مجازی متغیر فرض می‌گردد. شکلی که از حرکت این لینک‌ها به دست می‌آید، مطابق با شکل بازوی نرم است و همان موقعیت را ایجاد خواهد کرد که در شکل ۷ مشخص شده‌است. این ربات دو درجه آزادی در فضا دارد که مربوط به زوایای θ و φ در شکل ۷ است. همچنین نحوه‌ی چارچوب‌گذاری برای این مدل طبق قراردادها و مانند شکل ۷ می‌باشد.

پارامترهای دناویت-هارتنبرگ ربات پیشنهادی مطابق با جدول

۲ است.

بطور مشابه، با استفاده از جدول ۲، ماتریس تبدیل همگن نهایی

با استفاده از جدول ۱، ماتریس تبدیل همگن نهایی به صورت زیر

به دست آمد:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta & -\sin \varphi & \cos \varphi \sin \theta & r \cos \varphi (1 - \cos \theta) \\ \sin \varphi \cos \theta & \cos \varphi & \sin \varphi \sin \theta & r \sin \varphi (1 - \cos \theta) \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & r \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (17)$$

طبق رابطه (۱۷)، مختصات مجری نهایی ربات در فضای کارترین،

به صورت روابط زیر است:

$$x = r \cos \varphi (1 - \cos \theta) \quad (18)$$

$$y = r \sin \varphi (1 - \cos \theta) \quad (19)$$

$$z = r \sin \theta \quad (20)$$

بنابر روابط (۱۸)، (۱۹) و (۲۰)، موقعیت مجری نهایی ربات تابع

سه متغیر r ، θ و φ است که همان خواسته محاسبه‌ی موقعیت مجری نهایی ربات بر اساس فضای شکل است.

مدل ۲: ربات سریال فضایی دورانی- دورانی دوم:

در مدل دوم، ربات نرم تحریک شده با فرض انحنا ثابت، به صورت

یک ربات سری با دو لینک صلب با طول مساوی مدل شده‌است که

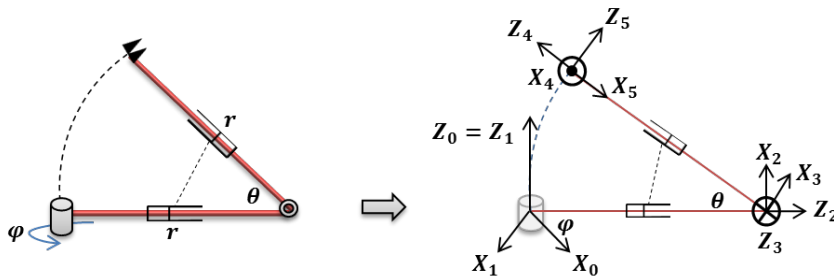


Fig. 8. D-H Frames for the 4-DOF model of the soft arm

شکل ۸: چارچوب‌های روش دناویت-هارتنبرگ برای مدل چهار درجه آزادی بازوی نرم

جدول ۳: جدول پارامترهای دناویت-هارتنبرگ برای مدل چهار درجه آزادی بازوی نرم

Table 3. D-H Parameters table for the 4-DOF model of the soft arm

α_{i-1}	a_{i-1}	d_i	θ_i	i
۰	۰	۰	$\varphi-90$	۱
-۹۰	۰	r	-۹۰	۲
۹۰	۰	۰	θ	۳
۹۰	۰	r	-۹۰	۴
-۹۰	۰	۰	۹۰	۵

چهار درجه آزادی است. اما استفاده از فرض انحنا ثابت باعث می‌شود که دو مفصل کشویی از یک پارامتر استفاده کنند و با یکدیگر کوپل باشند. ماتریس تبدیل در این مدل با توجه به جدول ۳ نوشته می‌شود و مانند دو مدل قبلی، مطابق با ماتریس (۱۷) به دست می‌آید. مزیت این مدل، استفاده از قوانین ربات‌های سری و ساده‌سازی حرکت نرم با حرکت آشنای یک ربات صلب است. همچنین مطابقت فیزیکی با ربات اصلی و امکان استفاده از آن برای یافتن ژاکوبین‌های سرعت، باعث برتری آن بر سایر مدل‌ها می‌باشد که در ادامه مقاله، این ژاکوبین به دست خواهد آمد.

۳-۲- سینماتیک معکوس

مانند مساله‌ی مستقیم، حل مساله‌ی معکوس برای ربات نرم نیز در دو مرحله انجام می‌شود؛ مرحله‌ی اول، متغیرهای فضای شکلی یعنی r ، θ و φ را بر حسب متغیرهای فضای کارترین به دست

به صورت زیر به دست آمد:

$$T = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta & -\sin \varphi & \cos \varphi \sin \theta & r \cos \varphi (1 - \cos \theta) \\ \sin \varphi \cos \theta & \cos \varphi & \sin \varphi \sin \theta & r \sin \varphi (1 - \cos \theta) \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta & r \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (21)$$

مشاهده می‌گردد که ماتریس تبدیل در رابطه (۲۱) همانند ماتریس روش قبل خواهد بود. مزیت این مدل، مطابقت آن با ربات نرم در شکل و فیزیک ربات و استفاده از دو لینک به صورت سری است که باعث ساده‌سازی تحلیل‌ها در بررسی حرکت نرم می‌شود. همچنین این مدل برخلاف مدل‌های ارائه‌شده‌ی پیشین، موقعیت مجری نهایی ربات را تنها با سه چارچوب و به سادگی به دست می‌آورد.

مدل ۳: ربات سریال فضایی دورانی - کشویی - دورانی - کشویی وابسته:

مدل سوم چهار درجه آزادی دارد و از چهار لینک صلب که به‌طور سری به یکدیگر متصل شده‌اند، استفاده می‌کند که شکل ناشی از حرکت آن‌ها، شکل ربات نرم تحریک‌شده با فرض انحنا ثابت را ایجاد می‌کند؛ در حقیقت طول لینک‌ها متغیر است و درجه آزادی محسوب می‌شود. زاویه‌ی بین دو لینک هم می‌تواند تغییر کند. همچنین کل مجموعه می‌تواند از صفحه خارج شود تا در فضای سه‌بعدی قرار گیرد. این مدل و نحوه‌ی چارچوب‌گذاری آن در شکل ۸ نمایش داده شده‌است.

جدول ۳ پارامترهای دناویت-هارتنبرگ را در این حالت نشان می‌دهد.

به دلیل داشتن دو مفصل دورانی^۱ و دو مفصل کشویی^۲، این مدل

1 Revolute
2 Prismatic

قرار گیرد، مقدار θ باید مطابق با رابطه (۲۸)، اصلاح شود تا محل انتهایی ربات را به طور دقیق مشخص کند.

۳-۲-۲ یافتن فضای عملگری بر حسب فضای شکل

با قراردادن رابطه (۲) و (۳) در رابطه (۴) و (۵)، طول هر کدام از عملگرها به طور جداگانه بر حسب r ، θ و φ مشخص می‌شود:

$$\begin{aligned} l_1 &= \theta(r - d \sin \varphi) \\ l_2 &= \theta \left(r + d \cos \left(\varphi - \frac{\pi}{6} \right) \right) \\ l_3 &= \theta \left(r - d \cos \left(\varphi + \frac{\pi}{6} \right) \right) \end{aligned} \quad (29)$$

در رابطه (۲۹)، طول هر یک از عملگرها که مطابق با شکل ۴ نامگذاری شده‌اند، بر حسب پارامترهای اصلی شکل مشخص شده‌است و d بیانگر فاصله‌ی هر عملگر از محور میانی ربات است که برای هر سه عملگر یکسان است.

۴- سینماتیک سرعت

منظور از سینماتیک سرعت، یافتن ماتریس ژاکوبین است که سرعت مفاصل ربات را به سرعت مجری نهایی در فضای کارترین مربوط می‌کند. به علت نبودن مفاصل مشخص و تبدیل فضای مفصلی به دو فضای شکلی و فضای عملگری در ربات نرم، در اینجا هم برای یافتن ژاکوبین باید دو مرحله طی شود؛ یک ژاکوبین برای ارتباط سرعت‌های طول عملگرها به سرعت تغییر متغیرهای فضای شکلی و ژاکوبین دیگر برای ارتباط سرعت تغییر متغیرهای فضای شکلی به سرعت‌های کارترین مجری نهایی ربات.

نکته حائز اهمیت آن است که با توجه به مدل‌های تحلیلی ارائه شده، می‌توان از روش‌های متداول ربات‌های سری، البته با اعمال تغییراتی ناشی از قیود حرکتی ربات‌های نرم، ژاکوبین ربات را محاسبه نمود. در این پژوهش، تنها ژاکوبین دوم ربات نرم به روش‌های انتشار سرعت^۱ و یک راهبرد جایگزین^۲ محاسبه می‌شود. طبق روش انتشار سرعت در ربات‌های سری متداول، ماتریس ژاکوبین ربات نرم به صورت رابطه (۳۰) به دست آمد.

می‌آورد و مرحله دوم، ورودی‌های ربات را بر اساس متغیرهای فضای شکلی تعیین می‌کند.

۳-۲-۱ یافتن فضای شکل بر حسب فضای کارترین

متغیرهای فضای شکل با استفاده از روابط (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) بر حسب متغیرهای فضای کارترین استخراج می‌شوند؛ برای محاسبه زوایه φ ، از تقسیم رابطه (۱۹) بر رابطه (۱۸) استفاده می‌شود، بنابراین:

$$\varphi = \tan^{-1} \frac{y}{x} \quad (22)$$

برای محاسبه r ، از هر سه رابطه (۱۸)، (۱۹) و (۲۰) استفاده می‌شود:

$$x^2 + y^2 = r^2 (1 - \cos \theta)^2 \quad (23)$$

رابطه (۲۳) نتیجه می‌دهد:

$$1 - \cos \theta = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{r} \quad (24)$$

همچنین

$$x^2 + y^2 + z^2 = r^2 (1 - \cos \theta) + r^2 \sin^2 \theta = 2r^2 (1 - \cos \theta) \quad (25)$$

برای محاسبه r ، رابطه (۲۴) در رابطه (۲۵) قرار داده می‌شود:

$$r = \frac{1}{\kappa} = \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2\sqrt{x^2 + y^2}} \quad (26)$$

حال برای محاسبه θ ، ابتدا از رابطه (۲۵) استفاده می‌شود:

$$\cos \theta = 1 - \frac{x^2 + y^2 + z^2}{2r^2} \quad (27)$$

و با جایگذاری r از رابطه (۲۶) در رابطه (۲۷)، θ به دست می‌آید:

$$\theta = \begin{cases} \cos^{-1} \left(1 - \kappa \sqrt{x^2 + y^2} \right), & z > 0 \\ 2\pi - \cos^{-1} \left(1 - \kappa \sqrt{x^2 + y^2} \right), & z \leq 0 \end{cases} \quad (28)$$

مشخص است که اگر انتهایی بازوی نرم، در قسمت Z های منفی

1 Velocity Propagation
2 Alternative Approach

(۳۳) و صحت ژاکوبین‌های (۳۰) و (۳۲) را نشان می‌دهد.

$$J_v^0 = \begin{bmatrix} -rs\varphi(1-c\theta) & rc\varphi s\theta & c\varphi(1-c\theta) \\ rc\varphi(1-c\theta) & rs\varphi s\theta & s\varphi(1-c\theta) \\ 0 & rc\theta & s\theta \end{bmatrix} \quad (33)$$

ژاکوبین حاصل‌شده که به روشی نو و براساس روش‌های اصلاح شده مبتنی بر ربات‌های سری بدست آمده‌است، با مراجع موجود همانند مقاله [۱۰] که با روش‌های گذشته بدست آورده‌اند، صحه‌گذاری گردیده‌است. نتایج نشان می‌دهد که مدل تحلیلی ارائه‌شده، به‌سادگی و به روش تعمیم مدل‌های استاندارد ربات‌های سری، می‌تواند ژاکوبین ربات‌های نرم یک تکه‌ای و چند تکه‌ای را در یک مرحله استخراج نماید؛ در صورتی که در مقاله [۱۰]، این کار طی دو مرحله انجام شده و حجم محاسبات را افزایش داده‌است؛ بنابراین مزیت این روش جدید، سادگی و کاهش قابل ملاحظه حجم محاسبات است.

۵- فضای کاری و شکل ربات در آن

هدف این بخش یافتن نقاطی از صفحه است که مجری نهایی عملگر می‌تواند به آن‌ها برسد. با توجه به فرضیات حرکت ربات که در قسمت‌های قبل ذکر شد و با توجه به شکل ۲، برای داشتن فضای کاری در سه بعد، کافی است فضای کاری در دو بعد به‌دست آید و سپس شکل حاصل از این فضا حول محور Z دوران یابد.

هر ربات نرم، با توجه به جنس ماده‌ی سازنده و ساختمان فیزیکی خود، تنها تا مقدار مشخصی می‌تواند افزایش یا کاهش طول بدهد. مشخص است که برای ترسیم فضای کاری نیاز به دانستن محدوده افزایش یا کاهش طول می‌باشد. برای ترسیم فضای کاری در این پژوهش، طول اولیه ربات ۲۰۰ میلی‌متر فرض شده و این حداکثر مقدار به‌طور فرضی برابر با نصف طول اولیه‌ی ربات، برای افزایش و نیز کاهش طول، در نظر گرفته شده‌است. بنابراین بازه‌ی مجاز برای طول عملگرها عبارت است از:

$$l_{\text{allowable}} \in \left(l_0 - \frac{l_0}{2}, l_0 + \frac{l_0}{2} \right) = \left(\frac{l_0}{2}, \frac{3l_0}{2} \right) \quad (34)$$

تفاوت اساسی این ربات‌ها با ربات‌های صلب آن است که طول سه عملگر وابسته به هم هستند و هر سه مقدار دلخواه برای آنها، از

$$v = \begin{bmatrix} -rs\varphi(1-c\theta) & rc\varphi s\theta & c\varphi(1-c\theta) \\ rc\varphi(1-c\theta) & rs\varphi s\theta & s\varphi(1-c\theta) \\ 0 & rc\theta & s\theta \\ 0 & -s\varphi & 0 \\ 0 & c\varphi & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \dot{r} \end{bmatrix} \quad (30)$$

در استفاده از روش جایگزین، برای مدل چهار درجه آزادی وابسته‌ی ارائه‌شده، به‌دلیل وجود قید مجازی بین درجه آزادی دو و چهار برای حرکت هماهنگ و یکسان، باید روش متداول ربات‌های سری اصلاح شده و اثر این دو درجه آزادی به‌صورت همزمان در سرعت مجری نهایی در ژاکوبین اعمال گردد؛ به‌صورت رابطه (۳۱):

$$J^0 = \begin{bmatrix} z_1 \times (o_3 - o_1) & z_3 \times (o_5 - o_3) & z_2 + z_4 \\ z_1 & z_3 & 0 \end{bmatrix} \quad (31)$$

در رابطه (۳۱)، ستون اول، نرخ تغییر زاویه φ ، ستون دوم نرخ تغییر زاویه θ و ستون سوم، نرخ تغییر طول لینک r است. علت جمع‌شدن z_4 و z_2 در این ستون، کوپل بودن متغیر دو مفصل کشویی به دلیل استفاده از فرض انحنا ثابت است؛ یعنی نرخ تغییر r از هر دوی z_4 و z_2 تاثیر مستقل می‌پذیرد، بنابراین باید این دو ستون با یکدیگر جمع شوند. با استفاده از رابطه (۳۱) و روش بیان‌شده، ماتریس ژاکوبین به‌صورت رابطه (۳۲) حاصل شد.

$$J^0 = \begin{bmatrix} -rs\varphi(1-c\theta) & rc\varphi s\theta & c\varphi(1-c\theta) \\ rc\varphi(1-c\theta) & rs\varphi s\theta & s\varphi(1-c\theta) \\ 0 & rc\theta & s\theta \\ 0 & -s\varphi & 0 \\ 0 & c\varphi & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (32)$$

در این حالت هم ماتریس ژاکوبین در رابطه (۳۲)، با ژاکوبین حاصل از روش انتشار سرعت در رابطه (۳۰)، برابر است. برای صحت‌سنجی ژاکوبین سرعت‌های خطی که سه سطر اول ژاکوبین‌های سرعت را تشکیل می‌دهند، کافی است با روش مشتق‌گیری مستقیم، از مقادیر حاصل برای متغیرهای فضای کارترین (سه سطر اول از ستون چهارم ماتریس رابطه (۱۷))، نسبت به متغیرهای r ، θ و φ مشتق گرفته شود. نتیجه‌ی این کار، ژاکوبین سرعت‌های خطی را به صورت رابطه

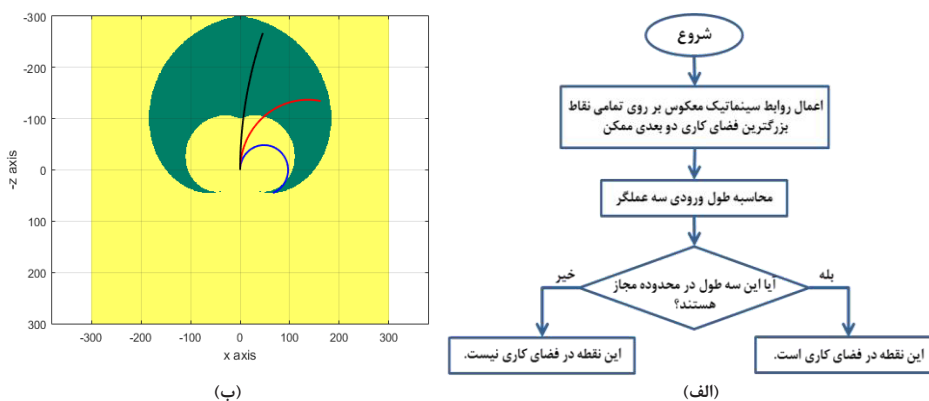


Fig. 9. a) The algorithm of drawing the workspace. b) Actuator workspace and robot configuration in it

شکل ۹: الف) الگوریتم ترسیم فضای کاری ربات. ب) فضای کاری عملگر نرم و شکل ربات در آن

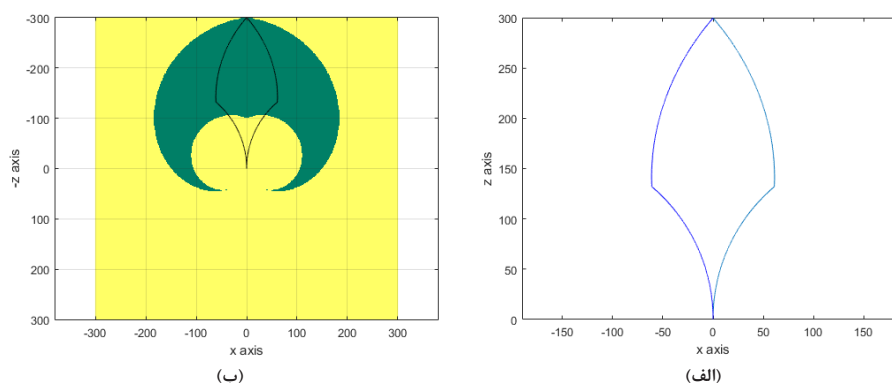


Fig. 10. Workspace of the robot with (a) $d/l=1$ (b) compared with $d/l=0.12$

شکل ۱۰: فضای کاری برای ربات با (الف) نسبت $d/l=1$ (ب) مقایسه آن با حالت $d/l=0.12$

در شکل ۴ نمایش داده شده است، هم می‌باشد. هرچه نسبت این فاصله به طول اولیه‌ی عملگر (d/l) کمتر باشد، فضای کاری بزرگتر خواهد شد؛ به طوری که برای رباتی که این نسبت در آن نزدیک به ۱ است، ناحیه‌ی فضای کاری بسیار کوچک است؛ مانند شکل ۱۰ (الف) که در آن، این نسبت برابر با یک است. این در حالی است که در شکل ۹ (ب)، این نسبت برابر با 0.12 است و در آن، ربات حتی می‌تواند از خط $z=0$ ، پایین‌تر هم برود. تفاوت این دو حالت در شکل ۱۰ (ب) مشخص شده است.

۶- صحت‌سنجی مدل سینماتیک

برای ارزیابی مدل، هم از روش نرم‌افزاری و هم از روش تجربی استفاده شد که روش و نتایج هر کدام در ادامه مقاله بررسی می‌گردد.

۶-۱- صحت‌گذاری توسط شبیه‌سازی نرم‌افزاری

نظر فیزیکی امکان‌پذیر نیست؛ بنابراین، ترسیم فضای کاری این ربات با استفاده از بازوی مجاز در رابطه (۳۴) باید به همراه ارضای قیود هندسی بین عملگرها با کمک روابط سینماتیک معکوس و مطابق با الگوریتم شکل ۹ (الف) محاسبه گردد. شکل ۹ (ب) نتیجه‌ی فضای کاری ممکن را نمایش می‌دهد.

با در دست داشتن فضای کاری، نقاط انتهایی بازو هم در دسترس می‌باشد. هر کدام از این نقاط، اگر در کد سینماتیک معکوس قرار داده شوند، متغیرهای فضای شکل ربات یعنی r ، θ و φ به دست می‌آیند. با استفاده از این پارامترها و فرض انحنا ثابت تکه‌ای، در هر نقطه از فضای کاری می‌توان شکل بازوی نرم را مانند شکل ۹ (ب) ترسیم کرد. در این شکل، خطوط آبی، قرمز و مشکی، کمان مربوط به شکل ربات را در نقاطی دلخواه از فضای کاری نشان می‌دهند.

این فضای کاری، علاوه بر طول اولیه و حداکثر مقدار افزایش کاهش طول، وابسته به فاصله‌ی عملگرها از مرکز بازوی نرم (d) که

جدول ۴: نتایج شبیه‌سازی نرم‌افزاری برای حالات مختلف تحریک عملگرها و موقعیت‌گیری ربات در فضا

Table 4. Software simulation results for different kinds of actuation and robot configuration

$(mm)l_1$	$(mm)l_2$	$(mm)l_3$	$\theta(^{\circ})$	$\varphi(^{\circ})$	پارامترها
					درصد خطا
۱/۶	۱/۶	۱/۱	۰/۲	۰	حالت ۱
۱/۳	۱/۳	۱/۲	۰/۰۶	۰	حالت ۲
۰/۲	۰/۲	۰/۰۱	۰/۶	۰/۰۱	حالت ۳
۰	۰	۰/۰۸	۰/۰۹	۰	حالت ۴
۰/۴	۰/۳	۰/۶	۰/۶	۱/۹	حالت ۵
۰	۰	۰	۰	-	حالت ۶

صحه‌گذاری نرم‌افزاری، برای هر ۶ حالت ممکن انجام شد و نتیجه آن در جدول ۴ گزارش شده‌است. محاسبات مربوط به این بررسی، در مرجع [۲۷] به‌طور کامل ذکر شده‌است. با وجود مراکز خطایی که در ترسیم با نرم‌افزار و محاسبه‌ی پارامترها در آن وجود دارد، بیشترین خطا در بخش شبیه‌سازی، ۱/۶ درصد بوده است که مربوط به تحریک تنها یک عملگر با فشار ۱ بار است و در محاسبه‌ی طول عملگر سه بوده است که مقدار ناچیزی می‌باشد و در جدول ۴ مشخص شده‌است.

۲-۶- صحه‌گذاری توسط نتایج تجربی

آزمون تجربی برای صحت‌سنجی مدل‌های سینماتیک با استفاده از ربات نرم شکل ۱۱ صورت پذیرفت. دوربین ریل‌سنس^۳ محصول شرکت اینتل^۴ برای استخراج مختصات مجری نهایی عملگر توسط پردازش تصویر مورد استفاده قرار گرفت. ربات مجهز به سنسورهای کابلی برای اندازه‌گیری طول در کنار هر عملگر می‌باشد. طول اولیه‌ی عملگرها ۱۶۹/۹ میلی‌متر و فاصله‌ی هر عملگر از مرکز ربات، ۵۰/۷۵ میلی‌متر می‌باشد. در این بررسی، ۲ حالت تحریک یعنی تحریک سه عملگر با فشار یکسان برای ایجاد حرکت خطی و تحریک دو عملگر با فشار یکسان جهت ایجاد حرکت صفحه‌ای-فضایی آزمایش گردید. این ارزیابی برای هر کدام از حالات ذکرشده، در سه فشار ۰/۴ بار، ۰/۶ بار و ۰/۸ بار انجام شد.

در شکل ۱، ربات نرم شبیه‌سازی‌شده در نرم‌افزار آباکوس^۱ نمایش داده شده‌است. این ربات با اعمال فشارهای مختلف درون آن، تحریک می‌شود تا در فضا جابه‌جا شود. تنها بارگذاری بر روی ربات، همان فشارهای درون عملگرها است یعنی ربات در محیطی بدون جاذبه شبیه‌سازی شده‌است.

برای صحه‌گذاری نرم‌افزاری، ابتدا ربات تحریک‌شده در آباکوس، وارد کتیا^۲ شد و پارامترهای l_1, l_2, l_3, r, θ و φ برای آن محاسبه گردید. سپس موقعیت مجری نهایی ربات در آباکوس به‌دست آمد، وارد کد سینماتیک معکوس شد و نتایج تحلیلی با مقادیر حاصل از محاسبات در کتیا، مقایسه گردید.

برای ربات شامل سه عملگر نرم، ۶ حالت مختلف تحریک توسط فشار عملگرها (P_1, P_2, P_3) باید بررسی شود:

- ۱- تحریک تنها یک عملگر (۰، ۰ و ۱ بار)
- ۲- تحریک فقط دو عملگر با دو فشار مساوی (۰، ۱ و ۱ بار)
- ۳- تحریک فقط دو عملگر با دو فشار نامساوی (۰، ۰/۲ و ۰/۵ بار)
- ۴- تحریک هر سه عملگر با دو فشار مساوی و یکی متفاوت (۰/۵، ۰/۳ و ۰/۵ بار)
- ۵- تحریک هر سه عملگر با سه فشار نامساوی (۰/۳ و ۰/۵ و ۰/۸ بار)
- ۶- تحریک هر سه عملگر با سه فشار مساوی (۱ بار)

3 RealSense-SR300
4 Intel

1 Abaqus 2018
2 Catia-V5R21

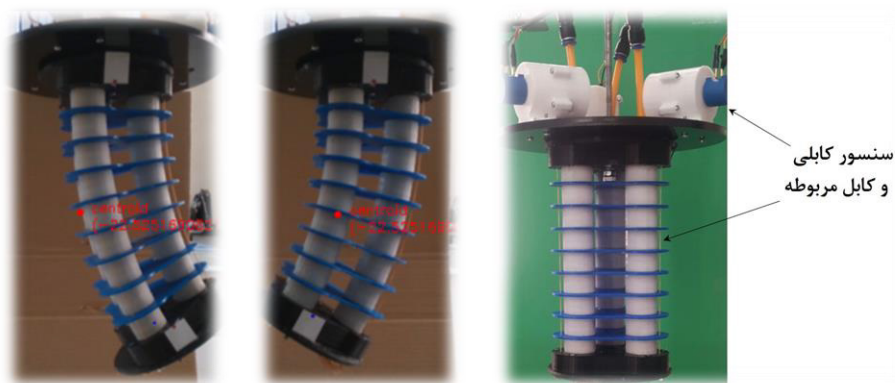


Fig. 11. The robot used in experiments

شکل ۱۱: ربات استفاده شده برای آزمون تجربی

جدول ۵: نتایج آزمایش تجربی حالت اول (تحریک مساوی سه عملگر)

Table 5. The results of experimenting the first condition (actuation of three actuators equally)

درصد خطا در جهت Z	z_{CC} (mm)	y_{CC} (mm)	$z_{Meas.}$ (mm)	$y_{Meas.}$ (mm)	فشار (بار)
۰/۹	۱۸۵/۹	۰	۱۸۴/۲	۳	۰/۴
۱/۶	۱۹۴/۹	۰	۱۹۱/۷	۳	۰/۶
۱/۵	۲۰۴/۹	۰	۲۰۱/۸	۳	۰/۸

جدول ۶: نتایج آزمایش تجربی حالت سوم (تحریک فقط دو عملگر)

Table 6. The results of experimenting the second condition (actuation of only two actuators)

درصد خطا در جهت Y	درصد خطا در جهت Z	z_{CC} (mm)	y_{CC} (mm)	$z_{Meas.}$ (mm)	$y_{Meas.}$ (mm)	فشار (بار)
۹	۰/۶	۱۷۹/۴	۲۳/۲	۱۷۸/۲	۲۰/۹	۰/۴
۹/۶	۱/۲	۱۸۲/۲	۳۷/۲	۱۷۹/۹	۳۳/۶	۰/۶
۱۲/۸	۰/۵	۱۸۳	۵۳/۹	۱۸۴	۴۷	۰/۸

مختصات با پردازش تصویر، ایجاد اغتشاشات و عدم نمایش دقیق تغییر طول عملگرها، خطای صفرکردن مکان‌های اولیه به دلیل محدودیت‌های نصب دوربین و ... می‌باشد؛ البته علت اصلی خطا در تست تجربی، لحاظ نکردن اثر جاذبه در مدل انحنا ثابت است و این خطا در تمامی روش‌های انحنا ثابت که جاذبه را در نظر نگرفته‌اند، نسبت به حالت تجربی وجود دارد.

۷- نتیجه‌گیری

در این مقاله، برای ساده‌سازی نگاه به مساله‌ی حرکت ربات‌های نرم، فیزیک حرکت ربات در فضا مورد توجه قرار گرفت. بر این اساس،

برای تحریک مساوی سه عملگر، نتیجه آزمایش به صورت جدول ۵ است و در همین جدول، مقادیر به دست آمده از کد سینماتیک مستقیم و آزمون تجربی با هم مقایسه شده‌اند. در این جدول، y_{CC} نشان‌دهنده نتیجه مدل انحنا ثابت و y_{Meas} نشان‌دهنده مقدار اندازه‌گیری شده است.

جدول ۶، بیانگر نتایج آزمایش تجربی و مقایسه آن با مدل سینماتیک انحنا ثابت برای تحریک فقط دو عملگر است.

خطاهای این مدل انحنا ثابت نسبت به آزمون تجربی شامل تکرارپذیر نبودن سائز عملگرهای ربات در اثر خطاهای ساخت، افقی نبودن کامل پایه زیرین ربات، خطای زیاد در هنگام تعیین

- R.J. Wood, K. Bertoldi, C.J. Walsh, Modeling of soft fiber-reinforced bending actuators, *IEEE Transactions on Robotics*, 31(3) (2015) 778-789.
- [6] J. Zhang, H. Wang, J. Tang, H. Guo, J. Hong, Modeling and design of a soft pneumatic finger for hand rehabilitation, in: 2015 IEEE International Conference on Information and Automation, IEEE, 2015, pp. 2460-2465.
- [7] V. Falkenhahn, A. Hildebrandt, R. Neumann, O. Sawodny, Dynamic control of the bionic handling assistant, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 22(1) (2016) 6-17.
- [8] A. Melingui, J.J.-B.M. Ahanda, O. Lakhal, J.B. Mbede, R. Merzouki, Adaptive algorithms for performance improvement of a class of continuum manipulators, *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems*, 48(9) (2017) 1531-1541.
- [9] W. Felt, Sensing Methods for Soft Robotics, PH.D. Thesis, University of Michigan, 2017.
- [10] B.A. Jones, I.D. Walker, Kinematics for multisection continuum robots, *IEEE Transactions on Robotics*, 22(1) (2006) 43-55.
- [11] R.J. Webster III, B.A. Jones, Design and kinematic modeling of constant curvature continuum robots: A review, *The International Journal of Robotics Research*, 29(13) (2010) 1661-1683.
- [12] C. Escande, T. Chettibi, R. Merzouki, V. Coelen, P.M. Pathak, Kinematic calibration of a multisection bionic manipulator, *IEEE/ASME transactions on mechatronics*, 20(2) (2014) 663-674.
- [13] C. Escande, P.M. Pathak, R. Merzouki, V. Coelen, Modelling of multisection bionic manipulator: Application to robotinoxt, in: 2011 IEEE International Conference on Robotics and Biomimetics, IEEE, 2011, pp. 92-97.
- [14] M. Rolf, J.J. Steil, Constant curvature continuum kinematics as fast approximate model for the Bionic Handling Assistant, in: 2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IEEE, 2012, pp. 3440-3446.
- [15] I.S. Godage, D.T. Branson, E. Guglielmino, G.A. Medrano-Cerda, D.G. Caldwell, Shape function-based kinematics and dynamics for variable length continuum ربات نرم سه درجه آزادی فضایی، با ربات سریالی صلبی جایگزین گردید که شکل و موقعیت حاصل از حرکتش، معادل با شکل و موقعیت نهایی ربات نرم تحریک شده باشد. مزیت این شیوه، سادگی و بهره بردن از قوانین مربوط به ربات‌های صلب و مطابقت با فیزیک ربات است که این تطابق فیزیکی، در بیشتر مدل‌های قبلی مورد توجه نبوده است. در این مدل‌سازی با فرض انحنا ثابت، سینماتیک مستقیم، معکوس و ژاکوبین سرعت ربات استخراج گردید. همچنین با توجه به معادلات سینماتیک مستقیم و معکوس ربات، فضای کاری و شکل ربات در آن تعیین گردید. وجه تمایز کار در این حوزه، اعمال قیود سینماتیکی سیستم جهت تعیین فضای کاری واقعی ربات می‌باشد. نتایج مدل‌سازی ریاضی، با شبیه‌سازی المان محدود صحت سنجی شد. نتایج نشان‌دهنده ۱/۶ درصد خطا برای مدل سینماتیک معکوس نسبت به نتایج شبیه‌سازی است که معادل با خطای ۳ میلی‌متر در ۱۸۹ میلی‌متر برای طول عملگرها می‌باشد. همچنین، ارزیابی صحت مدل نسبت به نتایج حرکت ربات آزمایشگاهی در یک تحریک فضایی، بیانگر خطای مدل سینماتیک به میزان حداکثر ۱۳ درصد، در تشخیص موقعیت مجری نهایی ربات در جهت λ است. بنابراین، با توجه به ذکر منابع خطا در اندازه‌گیری‌های مربوط به شبیه‌سازی و آزمون تجربی، مدل ارائه‌شده دارای دقت مناسبی می‌باشد.

منابع

- [1] D. Rus, M.T. Tolley, Design, fabrication and control of soft robots, *Nature*, 521(7553) (2015) 467-475.
- [2] D. Trivedi, C.D. Rahn, W.M. Kier, I.D. Walker, Soft robotics: Biological inspiration, state of the art, and future research, *Applied bionics and biomechanics*, 5(3) (2008) 99-117.
- [3] F. Connolly, C.J. Walsh, K. Bertoldi, Automatic design of fiber-reinforced soft actuators for trajectory matching, *Proceedings of the National Academy of Sciences*, 114(1) (2017) 51-56.
- [4] K.C. Galloway, P. Polygerinos, C.J. Walsh, R.J. Wood, Mechanically programmable bend radius for fiber-reinforced soft actuators, in: 2013 16th International Conference on Advanced Robotics (ICAR), IEEE, 2013, pp. 1-6.
- [5] P. Polygerinos, Z. Wang, J.T. Overvelde, K.C. Galloway,

- [22] O. Lakhali, A. Melingui, A. Chibani, C. Escande, R. Merzouki, Inverse kinematic modeling of a class of continuum bionic handling arm, in: 2014 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, IEEE, 2014, pp. 1337-1342.
- [23] O. Lakhali, A. Melingui, R. Merzouki, Hybrid approach for modeling and solving of kinematics of a compact bionic handling assistant manipulator, IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 21(3) (2015) 1326-1335.
- [24] A. Amouri, C. Mahfoudi, A. Zaatari, O. Lakhali, R. Merzouki, A metaheuristic approach to solve inverse kinematics of continuum manipulators, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, 231(5) (2017) 380-394.
- [25] Z. Gong, J. Cheng, K. Hu, T. Wang, L. Wen, An inverse kinematics method of a soft robotic arm with three-dimensional locomotion for underwater manipulation, in: 2018 IEEE International Conference on Soft Robotics (RoboSoft), IEEE, 2018, pp. 516-521.
- [26] C. Della Santina, R.K. Katzschmann, A. Biechi, D. Rus, Dynamic control of soft robots interacting with the environment, in: 2018 IEEE International Conference on Soft Robotics (RoboSoft), IEEE, 2018, pp. 46-53.
- [27] S. Akbari, Kinematic Modeling of a Spatial Soft Robot by an Improved Analytical Method Based on Serial Robots, B. Sc. Project, Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic), 2019. (in Persian)
- robotic arms, in: 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, IEEE, 2011, pp. 452-457.
- [16] I.S. Godage, E. Guglielmino, D.T. Branson, G.A. Medrano-Cerda, D.G. Caldwell, Novel modal approach for kinematics of multisection continuum arms, in: 2011 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, IEEE, 2011, pp. 1093-1098.
- [17] T. Mahl, A. Hildebrandt, O. Sawodny, A variable curvature continuum kinematics for kinematic control of the bionic handling assistant, IEEE transactions on robotics, 30(4) (2014) 935-949.
- [18] W. Felt, M.J. Telleria, T.F. Allen, G. Hein, J.B. Pompa, K. Albert, C.D. Remy, An inductance-based sensing system for bellows-driven continuum joints in soft robots, Autonomous robots, 43(2) (2019) 435-448.
- [19] Z. Gong, J. Cheng, X. Chen, W. Sun, X. Fang, K. Hu, Z. Xie, T. Wang, L. Wen, A Bio-inspired Soft Robotic Arm: Kinematic Modeling and Hydrodynamic Experiments, Journal of Bionic Engineering, 15(2) (2018) 204-219.
- [20] A. Chawla, C. Frazelle, I. Walker, A Comparison of Constant Curvature Forward Kinematics for Multisection Continuum Manipulators, in: 2018 Second IEEE International Conference on Robotic Computing (IRC), IEEE, 2018, pp. 217-223.
- [21] S. Neppalli, M.A. Csencsits, B.A. Jones, I.D. Walker, Closed-form inverse kinematics for continuum manipulators, Advanced Robotics, 23(15) (2009) 2077-2091.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Akbari, H. Ghafarirad, M. Zareinejad, Kinematic Modeling of a Spatial Soft Robot by an Improved Analytical Method Based on Serial Robots. AmirKabir J. Mech Eng., 53(special issue 2) (2021) 1065-1080.

.DOI: 10.22060/mej.2020.17233.6543



