Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(4) (2021) 531-534
DOI: 10.22060/mej.2020.17298.6569

Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite skew folded plates using the isogeometric approach

H. Mohammadi, A. R. Setoodeh*

Department of Mechanical and Aerospace Engineering, Shiraz University of Technology, Shiraz, Iran

ABSTRACT: In this research, an approach based on the isogeometric method is developed to study the free vibration behavior of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite skew folded plates. In this method, non-uniform rational B-splines basis functions are used for approximation of the geometry as well as the displacement field. The plates are reinforced by single-walled carbon nanotubes which are assumed to be graded through the thickness direction with different distribution patterns. The effective mechanical properties of composite skew folded plates are captured by the modified rule of mixtures approach. Modeling of the skew folded plate is accomplished by two non-uniform rational B-splines patches which is one of the strengths of the research. The equations of motion of each patch are derived based on classical plate theory and then are discretized using non-uniform rational B-splines basis functions. The final form of the discretized equations is generated after the transformation of the element matrices of each patch and then applying the continuity conditions along the boundary of the patches with the aid of the bending strip method. Afterward, several numerical examples are provided to prove the accuracy and reliability of the proposed formulation. The results exhibit that the present approach can precisely predict the natural frequencies of skew folded plates with a low computational cost. Eventually, a set of new results are presented for different geometrical and material parameters of the skew folded plate.

Review History:

Received: Nov. 01, 2019
Revised: Jan. 31, 2020
Accepted: Mar. 10, 2020
Available Online: Mar. 22, 2020

Keywords:

Isogeometric analysis
Bending strip method
Skew plates
Folded plates
Carbon nanotubes.

1- Introduction

Nowadays, skew plates are widely used as the structural element of many modern structures. Moreover, folded plates are an appropriate candidate for use in different engineering applications. Meanwhile, several studies have been performed on the improvement of reinforced composite materials during recent years. Due to the excellent mechanical, thermal and electrical properties of Carbon NanoTubes (CNTs), they are a suitable choice as a reinforcement phase in a polymer matrix. The distribution of CNTs in a matrix may be uniform or Functionally Graded (FG) in the thickness direction of the plate. The latter case is referred to as Functionally Graded Carbon NanoTube Reinforced Composite (FG-CNTRC) skew folded plates.

Numerous studies have been executed to investigate the free vibration behavior of rectangular folded plates. Most of these studies have been accomplished in the last two decades, along with the development of high-speed computers. In this regard, various numerical techniques have been proposed to study the mechanical behaviors of folded plates. These methods are finite strip method [1], combined boundary element-transfer matrix method [2], mesh-free Galerkin method [3], Finite Element Method (FEM) [4], and isogeometric method [5].

The IsoGeometric Analysis (IGA) is a powerful numerical technique that was firstly proposed by Hughes et al. [6]. In this method, the exact geometric description is used to approximate the solution field. Since the introduction of the IGA, it has been extensively employed to analyze FG-CNTRC structures.

2- Solution Method

In this study, it is assumed that each patch of the skew folded plate is fabricated from a polymer matrix reinforced by Single-Walled Carbon NanoTubes (SWCNTs) with Uniform Distribution (UD) as well as three FG distributions defined as FG-X, FG-O, and FG-V. The effective mechanical properties of FG-CNTRC skew folded plates are estimated via a modified rule of mixture.

To derive the equations of motion of each patch, the local coordinate system is placed in the midplane corner of the patch. The displacement field of each patch is approximated based on the Classical Plate Theory (CPT). The weak form for free vibration analysis is obtained using the principle of virtual work. Then the field equations are discretized using Non-Uniform Rational B-Splines (NURBS) basis functions. Afterward, the element matrices which are evaluated in the local coordinate system of the patch, are transferred to the global coordinate system. Moreover, the bending strip method [7] is used to define the continuity conditions along the intersection of the patches.

*Corresponding author's email: setoodeh@sutech.ac.ir

3- Results and Discussion

As a part of the validation study, the non-dimensional fundamental frequency parameter ($\bar{\omega}_1$) of simply supported FG-CNTRC square plates with $L/h = 50$ are listed in Table 1. The results are prepared for various distributions of CNTs as well as different volume fractions. The presented data are compared with FSDT based solution conducted by Zhu et al. [8]. They employed FEM to extract the results. According to provided data in Table 1, it can be observed that the convergence behavior is very good. Moreover, both sets of results exhibit a very good agreement.

Fig. 1 illustrates the variation of the fundamental frequency ratio ($\beta_1 = \omega_1^{\text{skew}} / \omega_1^{\text{rectangular}}$) with respect to the skew angle (θ) for simply supported and fully clamped FG-X CNTRC skew folded plates. it can be easily deduced that the fundamental frequency ratio is always greater than unity, which means that skew folded plates have greater fundamental frequency compared to the rectangular ones.

4- Conclusions

In this paper, the IGA is employed to study free vibration behavior of FG-CNTRC skew folded plates. The equivalent mechanical properties of the plate are approximated according to the modified rule of mixture. The skew folded plate is modeled by two patches. The governing equations of each patch are derived with the aid of the principle of virtual work based on the CPT. After an appropriate coordinate transformation, the bending strip method is applied to fulfill the continuity conditions. Several numerical examples are presented to show the efficacy of the proposed formulation and to discuss the effect of related parameters. It is observed that, for all distribution patterns, with increasing CNTs volume fraction, the fundamental frequency of skew folded plate increases. Moreover, among all considered distribution patterns, FG-X and FG-O shapes give the highest and lowest frequencies. Furthermore, it is concluded that the skew angle has a pronounced effect on the computed results.

Table 1. Convergence and comparison study of non-dimensional fundamental frequency parameter $\left(\bar{\omega}_1 = \omega_1 \left(L^2/h\right)\sqrt{\rho^m / E^m}\right)$ for various types of simply supported FG-CNTRC square plates with different CNTs volume fractions, $\left(\alpha = 180^\circ,\ \theta = 0^\circ,\ L/h = 50\right)$.

V_{CNT}^*	Method	$N_\xi = N_\eta$	UD	FG-V	FG-O	FG-X
0.11	Present (CPT)	1	19.5826	16.4483	14.4294	23.6461
		3	19.5813	16.4471	14.4284	23.6446
		5	19.5813	16.4471	14.4284	23.6446
		7	19.5813	16.4471	14.4284	23.6446
		9	19.5813	16.4471	14.4284	23.6446
	FEM (FSDT) [8]		19.223	16.252	14.302	22.984
0.14		1	21.8974	18.3017	16.0070	26.5209
		3	21.8959	18.3004	16.0059	26.5192
		5	21.8959	18.3004	16.0059	26.5192
		7	21.8959	18.3004	16.0059	26.5192
		9	21.8959	18.3004	16.0059	26.5192
	FEM (FSDT) [8]		21.354	17.995	15.801	25.555
0.17		1	24.1173	20.2095	17.6958	29.1809
		3	24.1157	20.2080	17.6945	29.1791
		5	24.1157	20.2080	17.6945	29.1791
		7	24.1157	20.2080	17.6945	29.1791
		9	24.1157	20.2080	17.6945	29.1791
	FEM (FSDT) [8]		23.697	19.982	17.544	28.413

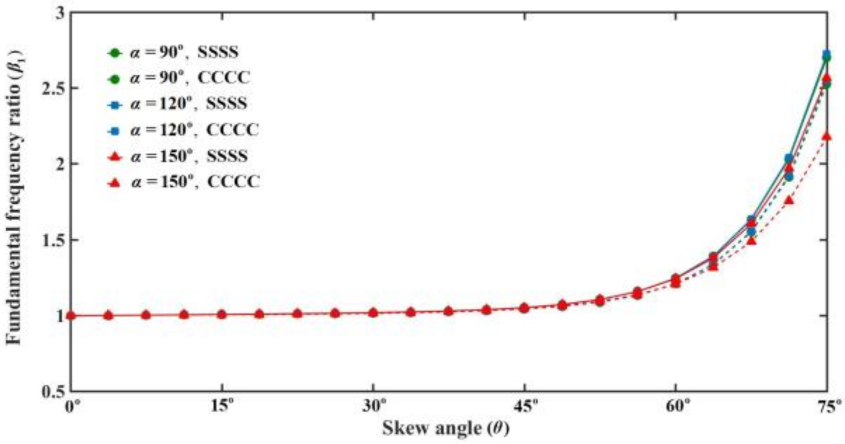


Fig. 1. Variation of fundamental frequency ratio (β_1) with respect to skew angle (θ) for simply supported and fully clamped FG-X CNTRC skew folded plates with three different crank angles, $\left(V^{*}_{CNT}=0.17,\ L/h=50\right)$.

References

[1] R. J. Jiang, F. T. K. Au, A general finite strip for the static and dynamic analyses of folded plates, Thin-Walled Structures, 49 (2011) 1288-1294.

[2] M. Ohga, T. Shigematsu, S. Kohigashi, Analysis of folded plate structures by a combined boundary element-transfer matrix method, Computers and Structures, 41 (1991) 739-744.

[3] L. X. Peng, S. Kitipornchai, K. M. Liew, Free vibration analysis of folded plate structures by the FSDT mesh-free method, Computational Mechanics, 39 (2007) 799-814.

[4] E. Hernández, L. Hervella-Nieto, Finite element approximation of free vibration of folded plates, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 198 (2009) 1360-1367.

[5] H. Mohammadi, A. R. Setoodeh, FSDT-Based Isogeometric Analysis for Free Vibration Behavior of Functionally Graded Skew Folded Plates, Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, (2019) https://doi.org/10.1007/s40997-019-00320-0.

[6] T. J. R. Hughes, J. A. Cottrell, Y. Bazilevs, Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 194 (2005) 4135-4195.

[7] J. Kiendl, Y. Bazilevs, M. C. Hsu, R. Wüchner, K. U. Bletzinger, The bending strip method for isogeometric analysis of Kirchhoff–Love shell structures comprised of multiple patches, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, (2010) 2403-2416.

[8] P. Zhu, Z. X. Lei, K. M. Liew, Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory, Composite Structures, 94 (2012) 1450-1460.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

H. Mohammadi, A.R. Setoodeh, Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite skew folded plates using the isogeometric approach, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(4) (2021) 531-534.

DOI: 10.22060/mej.2020.17298.6569

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳ شماره ۴، سال ۱۴۰۰، صفحات ۲۲۳۹ تا ۲۲۶۰
DOI: 10.22060/mej.2020.17298.6569

تحلیل ارتعاشات آزاد ورق‌های تاخورده مورب مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی به صورت مدرج تابعی با استفاده از رویکرد آیزوژئومتریک

حسن محمدی، علیرضا ستوده*

دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا، دانشگاه صنعتی شیراز، شیراز، ایران

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۸/۰۸/۱۰
بازنگری: ۱۳۹۸/۱۱/۱۱
پذیرش: ۱۳۹۸/۱۲/۲۰
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۱/۰۳

کلمات کلیدی:
تحلیل آیزوژئومتریک
روش نوار خمشی
ورق‌های مورب
ورق‌های تاخورده
نانولوله‌های کربنی

خلاصه: در این پژوهش، یک رویکرد بر مبنای روش آیزوژئومتریک جهت مطالعه رفتار ارتعاشات آزاد ورق‌های تاخورده مورب مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی به صورت مدرج تابعی توسعه داده شده است. در این روش از توابع پایه بی‌اسپیلاین کسری غیریکنواخت به منظور تقریب هندسه و همچنین میدان تغییرمکان استفاده می‌گردد. این ورق‌ها به وسیله نانولوله‌های کربنی تک‌جداره تقویت شده‌اند که فرض می‌شود توزیع این نانولوله‌ها در امتداد ضخامت ورق به صورت مدرج تابعی با الگوهای مختلف است. خواص مکانیکی موثر ورق‌های تاخورده مورب مرکب به کمک قاعده مخلوط‌های اصلاح‌شده محاسبه گردیده است. مدلسازی ورق تاخورده مورب با دو وصله نربز انجام گرفته است که از نقاط قوت پژوهش می‌باشد. معادلات حاکم بر هر وصله بر مبنای تئوری ورق کلاسیک استخراج گردیده و سپس با استفاده از توابع پایه نربز گسسته‌سازی شده‌اند. فرم نهایی معادلات گسسته، پس از انتقال ماتریس‌های المانی هر وصله با استفاده از یک تبدیل مختصاتی مناسب و سپس اعمال شرایط پیوستگی در مرز بین وصله‌ها به کمک روش نوار خمشی ایجاد شده است. سپس، چندین مثال عددی برای اثبات دقت و اعتبار فرمول‌بندی پیشنهادی تهیه شده است. نتایج نشان می‌دهد که رویکرد حاضر می‌تواند با دقت زیادی فرکانس‌های طبیعی ورق تاخورده مورب را با هزینه محاسباتی کم پیش‌بینی نماید. در نهایت یک مجموعه نتایج جدید برای پارامترهای مختلف هندسی و مادی ورق تاخورده مورب ارائه گردیده است.

۱- مقدمه

امروزه ورق‌های مورب به عنوان یک المان سازه‌ای به طور گسترده‌ای در بسیاری از سازه‌های مدرن استفاده می‌شوند. همچنین، ورق‌های تاخورده نیز یک گزینه مناسب برای استفاده در بسیاری از کاربردهای مهندسی هستند. هزینه ساخت ورق‌های تاخورده کم بوده و همچنین قابلیت تحمل نیرو در این سازه‌ها زیاد است. از سوی دیگر، تحقیقات در زمینه بهبود خواص مکانیکی مواد مرکب تقویت‌شده در سال‌های اخیر ادامه داشته است. نانولوله‌های کربنی به دلیل دارابودن خواص خارق‌العاده مکانیکی، حرارتی و الکتریکی، یک انتخاب مناسب جهت استفاده به عنوان فاز تقویت کننده در یک ماتریس پلیمری هستند. توزیع نانولوله‌ها درون ماتریس می‌تواند به صورت یکنواخت یا مطابق با یک تابع مشخص باشد. در واقع، برای اولین بار شن[1] [۱] ایده توزیع نانولوله‌های کربنی را به صورت مدرج تابعی در یک فاز زمینه مطرح نمود. وی ادعا کرد که توزیع هدفمند نانولوله‌ها در مقایسه با توزیع یکنواخت به ایجاد سازه‌هایی با استحکام بالاتر می‌انجامد. در دهه اخیر تحقیقات مفصلی بر روی تیرها، ورق‌ها و پوسته‌های ساخته‌شده از مواد مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی به صورت مدرج تابعی انجام شده است [۲-۴].

مطالعات بسیاری در زمینه ارتعاشات آزاد ورق‌های تاخورده مستطیلی انجام شده است. عمده این مطالعات در دو دهه اخیر و

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: setoodeh@sutech.ac.ir

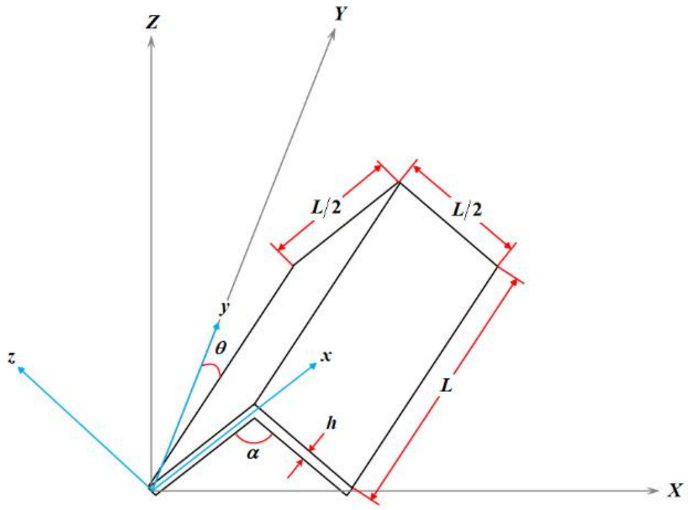
1 . Shen

با گسترش و تکامل کامپیوترهای پرسرعت صورت گرفته است. در این راستا روش‌های عددی کارآمد و متنوعی برای تحلیل ورق‌های تاخورده توسط محققین پیشنهاد شده است. این روش‌ها عبارتند از: روش نوار محدود[1] [۵]، المان مرزی ترکیب شده- ماتریس انتقالی[2] [۶]، روش بدون المان گلرکین[3] [۸ و ۷]، روش المان محدود[4] [۱۴-۹] و روش آیزوژئومتریک [۱۵]. در ادامه، تعدادی از این تحقیقات به اختصار مرور می‌شود. گوها نیوجی[5] و همکاران [۹] با استفاده از روش المان محدود و بر مبنای تئوری مرتبه اول برشی[6]، ارتعاشات آزاد و اجباری ورق‌های تاخورده ساخته‌شده از مواد مرکب لایه‌ای را مطالعه نمودند. ایشان نشان دادند که نتایج ارائه‌شده تطابق خیلی خوبی با نتایج به‌دست‌آمده توسط محققین پیشین دارد. پنگ[7] و همکاران [۷] ارتعاشات آزاد ورق‌های تاخورده را با روش بدون المان گلرکین و بر مبنای تئوری مرتبه اول برشی بررسی نمودند. ایشان نتایج خود را برای ورق‌های تاخورده با یک و دو تا ارائه دادند و نشان دادند که نتایج ارائه‌شده مطابقت خوبی با نتایج به‌دست‌آمده از نرم‌افزار انسیس[8] دارد. هرناندز[9] و هرولا- نیتو[10] [۱۳] روش المان محدود را برای تحلیل ارتعاشی ورق‌های تاخورده به‌کاربردند. آنها چندین مثال عددی برای زوایای تاخوردگی مختلف و شرایط مرزی متفاوت ارائه دادند. بر مبنای تئوری مرتبه اول برشی و با استفاده از روش بدون المان گلرکین، پنگ [۸] ارتعاشات آزاد ورق‌های تاخورده ساخته‌شده از مواد مرکب لایه‌ای را تحقیق نمود. وی نتایج پژوهش خود را برای ورق‌های تاخورده با یک و دو تا با زوایای تاخوردگی مختلف و همچنین لایه‌چینی‌های متفاوت ارائه نمود. نگوین مینه[11] و همکاران [۱۴] با استفاده از یک روش المان محدود هموارشده مبتنی بر سلول[12] رفتار استاتیک و ارتعاشات آزاد ورق‌های تاخورده را تحلیل نمودند. ایشان نشان دادند که فرمول‌بندی پیشنهادی آنها به طور قابل‌توجهی دقت نتایج عددی را افزایش می‌دهد.

تحلیل آیزوژئومتیک یک روش عددی جدید و قدرتمند است که توسط هیوز[13] و همکاران [۱۶] به عنوان یک روش جایگزین به جای روش المان محدود معرفی شد. در روش آیزوژئومتریک، هندسه دقیق مساله با خطای کم پیش‌بینی شده و از همین تخمین برای پیش‌بینی میدان مجهول مساله استفاده می‌شود. از زمان معرفی، این روش به صورت گسترده‌ای برای تحلیل سازه‌های ساخته‌شده از مواد مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی به‌کاررفته است [۱۹-۱۷]. با این وجود، توسعه روش آیزوژئومتریک برای ورق‌های تاخورده بسیار محدود و عمدتاً مربوط به حالت‌های خاص بوده است. در قالب یک مساله کلاسیک، رفتار استاتیکی یک ورق یک سر درگیر به شکل L توسط تعدادی از محققین مورد بررسی قرار گرفت [۲۱ و ۲۰]. عطری و شجاعی [۲۲] مساله ارتعاشات آزاد این ورق را مورد مطالعه قرار دادند. آنها این ورق را با دو وصله مدل نموده و از روش نوار خمشی[14] به منظور تحقق شرایط سازگاری در مرز بین وصله‌ها استفاده نمودند. محمدی و ستوده [۱۵] مساله ارتعاشات آزاد یک ورق تاخورده مورب ساخته‌شده از ترکیب فلز و سرامیک به صورت مدرج تابعی را با استفاده از روش آیزوژئومتریک مطالعه نمودند. ایشان نشان دادند که مقیدنمودن لبه‌های مستقیم ورق‌تاخورده در مقایسه با لبه‌های زاویه‌دار، منجر به افزایش بیشتر سفتی ورق می‌شود.

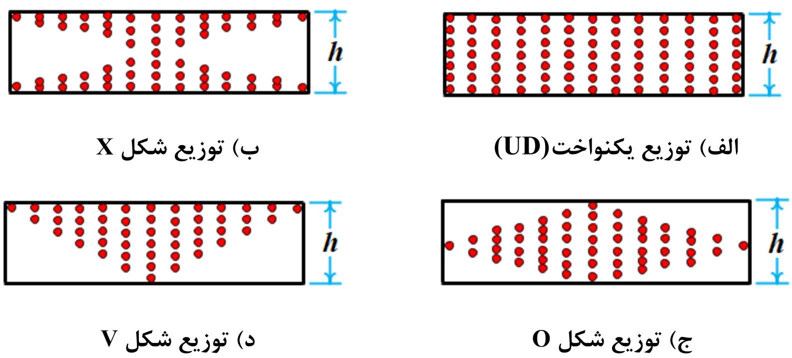
هدف این پژوهش، توسعه روش آیزوژئومتریک مبتنی بر تکنیک نربز برای مطالعه رفتار ارتعاشات آزاد ورق‌های تاخورده مورب مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی است. ورق تاخورده مورب به کمک دو وصله نربز مدل می‌شود. معادلات حاکم بر هر وصله با استفاده از اصل کار مجازی و بر مبنای تئوری ورق کلاسیک به دست می‌آید. ماتریس‌های المانی نیز پس از اسمبل‌شدن در هر وصله به کمک یک تبدیل مختصاتی مناسب به مختصات جهانی منتقل می‌شوند. فرم نهایی معادلات گسسته نیز پس از ایجاد شرایط پیوستگی با استفاده از روش نوار خمشی، حاصل می‌شود. در بخش نتایج، چندین داده عددی به منظور نمایش کارآیی تحلیل حاضر ارائه می‌گردد. نتایج عددی به‌دست‌آمده در حالت‌های حدی و غیرحدی در چندین مرحله با نتایج موجود در منابع یا نتایج تولیدشده توسط نرم‌افزار آباکوس[15] مقایسه می‌شود. در نهایت، یک مجموعه نتایج جدید برای حالات مختلف توزیع نانولوله‌های کربنی، کسرهای حجمی متفاوت و

1 . Finite strip method
2 . Combined boundary element-transfer matrix method
3 . Mesh-free Galerkin method
4 . Finite element method
5 . Guha Niyogi
6 . First Order Shear Deformation Theory (FSDT)
7 . Peng
8 . Ansys
9 . Hern´andez
10 . Hervella-Nieto
11 . Nguyen-Minh
12 . Cell-based smoothed finite element method
13 . Hughes
14 . Bending strip
15 . Abaqus



شکل ۱. هندسه ورق تاخورده مورب

Fig. 1. Geometry of the skew folded plate



شکل ۲. توزیع‌های متداول نانولوله‌های کربنی در امتداد ضخامت ورق تاخورده مورب

Fig. 2. Typical distributions of CNTs along the thickness of the skew folded plate

همچنین زوایای تاخوردگی و مورب گوناگون ارائه می‌شود.

۲-هندسه و خواص مکانیکی

شکل ۱ یک ورق تاخورده که از دو ورق یکسان به طول $L/2$، عمق L و ضخامت h ساخته‌شده را نشان می‌دهد. هندسه این ورق‌ها همچنین با زاویه تاخوردگی α و زاویه مورب θ تعریف می‌شود. هر ورق به عنوان یک وصله در نظر گرفته می‌شود. سیستم مختصات کارتزین جهانی و محلی نیز به ترتیب با (X,Y,Z) و (x,y,z) نشان داده شده‌اند. شایان ذکر است که تنها سیستم مختصات محلی برای وصله اول در شکل ۱ رسم شده است. در این پژوهش فرض بر این است که ورق تاخورده مورب از یک ماتریس پلیمری که با نانولوله‌های کربنی تک‌جداره[1] تقویت‌شده، ساخته شده است. توزیع نانولوله‌ها در امتداد ضخامت ورق می‌تواند به صورت یکنواخت یا مدرج تابعی باشد. از نقطه نظر ریاضی، الگوهای توزیع مختلفی را می‌توان برای نانولوله‌ها در امتداد ضخامت ورق در نظر گرفت. اگرچه، الگوهای خطی به دلیل سازگاری بیشتر با فرآیندهای ساخت بیشتر در تحقیقات مشاهده شده‌اند [۲۳]. چهار توزیع متداول نانولوله‌ها که در این تحقیق مورد استفاده قرار می‌گیرند، در شکل ۲ نشان داده شده است. این چهار توزیع عبارتند از: توزیع یکنواخت (UD)، توزیع شکل X، توزیع شکل O و توزیع شکل V. علاوه بر این چهار توزیع، به توزیع خطی شکل A نیز در منابع پیشین اشاره شده است [۲۴-۲۶]. توزیع شکل A در حقیقت عکس توزیع شکل V است. در حالت حدی ورق صاف، نتایج به‌دست‌آمده برای دو توزیع شکل A و V یکسان هستند، هر چند در مورد ورق‌های تاخورده، نتایج با هم متفاوتند. با این وجود در این حالت نیز، تفاوت نسبی نتایج برای این

1 . Single-Walled Carbon Nanotubes (SWCNTs)

دو توزیع نسبت به بقیه الگوهای توزیع کمتر است. به همین دلیل توزیع شکل A در کار حاضر در نظر گرفته نشده است.

کسر حجمی نانولوله‌ها در الگوهای یادشده از روابط زیر به دست می‌آید [۲۷]:

$$\text{UD:}\qquad V_{CNT}(z)=V_{CNT}^{*} \tag{۱- الف}$$

$$\text{FG-X:}\qquad V_{CNT}(z)=4V_{CNT}^{*}\frac{|z|}{h} \tag{۱- ب}$$

$$\text{FG-O:}\qquad V_{CNT}(z)=2V_{CNT}^{*}\left(1-\frac{2|z|}{h}\right) \tag{۱- ج}$$

$$\text{FG-V:}\qquad V_{CNT}(z)=V_{CNT}^{*}\left(1+\frac{2z}{h}\right) \tag{۱- د}$$

که در آن متغیر z مختصات در امتداد ضخامت ورق است. همچنین V_{CNT}^{*} با رابطه زیر تعریف می‌شود [۲۸]:

$$V_{CNT}^{*}=\frac{w^{CNT}}{w^{CNT}+\frac{\rho^{CNT}}{\rho^{m}}-w^{CNT}\frac{\rho^{CNT}}{\rho^{m}}} \tag{۲}$$

در رابطه فوق w^{CNT} کسر جرمی نانولوله‌های کربنی است. ρ^{CNT} و ρ^{m} نیز به ترتیب دانسیته نانولوله‌های کربنی و ماتریس هستند.

روش‌های مختلفی برای تخمین خواص موثر مواد مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی به صورت مدرج تابعی پیشنهاد شده است. از میان این روش‌ها، روش موری- تاناکا[1] و قانون مخلوط‌ها[2] بیشتر در تحقیقات قبلی دیده شده است. قانون مخلوط‌ها یک روش موثر و کارا برای تعیین خواص مکانیکی مواد مرکب تقویت شده است. بر اساس این قانون، خواص مکانیکی ماده مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی از روابط زیر محاسبه می‌شود [۲۹ و ۲۷]:

$$\begin{aligned}
E_{11}&=\eta_1 V_{CNT}E_{11}^{CNT}+V_m E^m\\
\frac{\eta_2}{E_{22}}&=\frac{V_{CNT}}{E_{22}^{CNT}}+\frac{V_m}{E^m}\\
\frac{\eta_3}{G_{12}}&=\frac{V_{CNT}}{G_{12}^{CNT}}+\frac{V_m}{G^m}
\end{aligned} \tag{۳}$$

1 . Mori-Tanaka
2 . Rule of mixture

که در آن E_{11}^{CNT}، E_{22}^{CNT} و G_{12}^{CNT} به ترتیب مدول‌های یانگ و مدول برشی نانولوله‌های کربنی تک‌جداره هستند. E^m و G^m نیز خواص متناظر ماتریس هستند. همچنین $\eta_j\ (j=۱,۲,۳)$ پارامترهای اصلاحی هستند که به منظور انطباق داده‌های به‌دست‌آمده از قانون مخلوط‌های متداول و آنچه توسط شبیه‌سازی دینامیک مولکولی به دست می‌آید، به قاعده مخلوط‌های متداول اضافه شده‌اند. در رابطه (۳)، V_{CNT} و V_m نیز کسر حجمی نانولوله‌های کربنی و ماتریس هستند که در رابطه زیر صدق می‌کنند:

$$V_{CNT}+V_m=1 \tag{۴}$$

ضریب پوآسون موثر، وابستگی کمتری به موقعیت نانولوله‌ها دارد و از رابطه زیر به دست می‌آید [۴]:

$$\nu_{12}=V_{CNT}^{*}\nu_{12}^{CNT}+V_m\nu^m \tag{۵}$$

و در نهایت، قانون مخلوط‌های متداول را می‌توان برای تخمین دانسیته ماده مرکب تقویت‌شده در امتداد ضخامت ورق به کار برد [۲۹ و ۲۷]:

$$\rho=V_{CNT}\rho^{CNT}+V_m\rho^m \tag{۶}$$

در روابط فوق $\left\{\rho^{CNT},\nu_{12}^{CNT}\right\}$ و $\left\{\rho^m,\nu^m\right\}$ به ترتیب نسبت پوآسون و دانسیته نانولوله‌های کربنی و ماتریس را نشان می‌دهد.

۳- مرور مختصری بر توابع بی‌اسپیلاین و نربز

در این بخش، برخی از مفاهیم پایه توابع بی‌اسپیلاین و شکل تعمیم‌یافته آن، یعنی نربز، به طور مختصر مرور می‌شود. جزییات بیشتر در مراجع [۳۰-۳۱ و ۱۶] آمده است.

۳-۱- بردار گرهی

بردار گرهی، یک مجموعه غیرنزولی از اعداد حقیقی است که به صورت $\Xi=\left\{\xi_1,\xi_2,\ldots,\xi_{n+p+1}\right\}$ تعریف می‌شود که ξ_i گره iام بوده و p نیز درجه چندجمله‌ای است. همچنین n تعداد توابع پایه را نشان می‌دهد.

۳-۲-توابع پایه بی‌اسپیلاین

برای یک بردار گرهی معین Ξ و همچنین درجه چندجمله‌ای p، توابع پایه بی‌اسپیلاین یک‌متغیره $N_{i,p}$، با استفاده از فرمول بازگشتی مشهور کاکس- دی بور[1] تعریف می‌شوند [۱۶]:

$$N_{i,0}(\xi)=\begin{cases}1 & \text{if } \xi_i \le \xi < \xi_{i+1}\\ 0 & \text{otherwise}\end{cases} \qquad (\text{۷- الف})$$

$$N_{i,p}(\xi)=\frac{\xi-\xi_i}{\xi_{i+p}-\xi_i}N_{i,p-1}(\xi)+\frac{\xi_{i+p+1}-\xi}{\xi_{i+p+1}-\xi_{i+1}}N_{i+1,p-1}(\xi) \qquad (\text{۷- ب})$$

لازم به ذکر است در هنگام ایجاد توابع پایه نسبت‌هایی به شکل $\frac{0}{0}$ برابر با صفر فرض می‌شوند.

۳-۳-منحنی‌ها و سطوح بی‌اسپیلاین

یک منحنی بی‌اسپیلاین به صورت ترکیب خطی توابع پایه بی‌اسپیلاین و مجموعه نقاط کنترلی متناظر $\mathbf{P_i}$ به صورت زیر تعریف می‌شود [۱۶]:

$$\mathbf{C}(\xi)=\sum_{i=1}^{n}N_{i,p}(\xi)\mathbf{P_i} \qquad (۸)$$

لازم به توضیح است که یک منحنی بی‌اسپیلاین لزوماً از نقاط کنترلی نمی‌گذرد.

یک سطح بی‌اسپیلاین با ضرب تانسوری دو مجموعه از توابع پایه یک‌متغیره $N_{i,p}$ و $M_{j,q}$ که از درجه p و q بوده و به ترتیب با استفاده از بردارهای گرهی $\Xi=\{\xi_1,\xi_2,...,\xi_{n+p+1}\}$ و $\mathbf{H}=\{\eta_1,\eta_2,...,\eta_{m+q+1}\}$ به وجود آمده‌اند، ساخته می‌شود [۱۶]:

$$\mathbf{S}(\xi,\eta)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}N_{i,p}(\xi)M_{j,q}(\eta)\mathbf{P_{i,j}} \qquad (۹)$$

که در آن $\mathbf{P_{i,j}}$ یک شبکه $n\times m$ از نقاط کنترلی است.

رابطه (۹) را می‌توان به شکل مرسوم در روش المان محدود نوشت [۳۲]:

$$\mathbf{S}(\xi,\eta)=\sum_{I=1}^{n\times m}N_I(\xi,\eta)\mathbf{P_I} \qquad (۱۰)$$

که در آن $N_I(\xi,\eta)=N_{i,p}(\xi)M_{j,q}(\eta)$ تابع شکل متناظر با نقطه کنترلی Iام است.

به منظور پیش‌بینی هندسه دقیق مقاطع مخروطی مانند دایره و بیضی، از توابع نربز استفاده می‌شود. در این راستا، به هر نقطه کنترلی، یک مقدار عددی به نام وزن w_I اختصاص داده می‌شود که می‌تواند مقدار انحناء را در آن نقطه کنترل کند [۳۱]:

$$\mathbf{S}(\xi,\eta)=\sum_{I=1}^{n\times m}R_I(\xi,\eta)\mathbf{P_I} \qquad (۱۱)$$

با:

$$R_I(\xi,\eta)=\frac{N_I(\xi,\eta)w_I}{\sum_{I=1}^{n\times m}N_I(\xi,\eta)w_I} \qquad (۱۲)$$

با یک بررسی ساده می‌توان تشخیص داد که وقتی مقادیر وزن همه نقاط کنترلی با هم برابر باشد، توابع پایه نربز به توابع پایه بی‌اسپیلاین تبدیل می‌شود.

۴- مدل آیزوژئومتریک ورق‌های تاخورده مورب

۴-۱- تئوری ورق کلاسیک

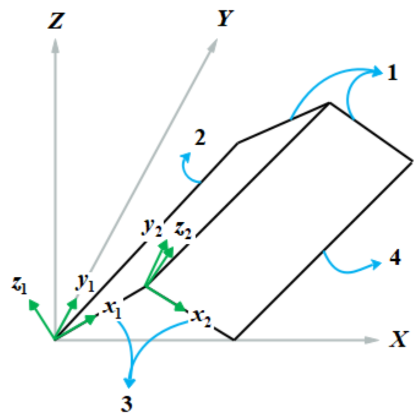
به منظور استخراج معادلات حاکم بر هر وصله، سیستم مختصات محلی در گوشه صفحه میانی هر ورق مطابق با شکل ۳ قرار داده می‌شود.

بر مبنای تئوری ورق کلاسیک، تغییرات مولفه‌های جابجایی (u,v,w) هر نقطه دلخواه از ورق در امتداد ضخامت آن به صورت زیر تقریب زده می‌شود [۳۳]:

$$\begin{aligned}u(x,y,z,t)&=u_0(x,y,t)-z\frac{\partial w}{\partial x}\\ v(x,y,z,t)&=v_0(x,y,t)-z\frac{\partial w}{\partial y}\\ w(x,y,z,t)&=w_0(x,y,t)\end{aligned} \qquad (۱۳)$$

در رابطه فوق (u_0,v_0,w_0) به ترتیب مولفه‌های جابجایی نقطه

1 . Cox-De boor



شکل ۳. نمایش سیستم مختصات جهانی (X,Y,Z) و محلی (x,y,z)

Fig. 3. Demonstration of global (X,Y,Z) and local (x,y,z) coordinate systems

مادی (x,y) روی صفحه میانی را در امتداد جهات x، y و z نشان می‌دهد.

با توجه به میدان جابجایی تعریف‌شده در رابطه (۱۳)، مولفه‌های غیرصفر تانسور کرنش در هر نقطه مادی دلخواه (x,y,z) از ورق به صورت زیر محاسبه می‌شود [۳۴]:

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u_0}{\partial x} - z\frac{\partial^2 w}{\partial x^2};\ \ \varepsilon_y = \frac{\partial v_0}{\partial y} - z\frac{\partial^2 w}{\partial y^2};\\ \gamma_{xy} = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} - 2z\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \tag{۱۴}$$

رابطه (۱۴) را می‌توان به شکل ماتریسی زیر نوشت:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{\varepsilon}_0 - z\boldsymbol{\kappa} \tag{۱۵}$$

که در آن:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x & \varepsilon_y & \gamma_{xy} \end{bmatrix}^T;\\ \boldsymbol{\varepsilon}_0 = \begin{bmatrix} \frac{\partial u_0}{\partial x} & \frac{\partial v_0}{\partial y} & \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} \end{bmatrix}^T;\\ \boldsymbol{\kappa} = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} & 2\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \end{bmatrix}^T \tag{۱۶}$$

تنش‌های متناظر نیز با استفاده از قانون تعمیم‌یافته هوک به صورت زیر محاسبه می‌شوند [۳۵]:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{Q}(z)\left(\boldsymbol{\varepsilon}_0 - z\boldsymbol{\kappa}\right) \tag{۱۷}$$

که در آن:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_x & \sigma_y & \tau_{xy} \end{bmatrix}^T, \tag{۱۸}$$

همچنین:

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} Q_{11}(z) & Q_{12}(z) & 0 \\ Q_{12}(z) & Q_{22}(z) & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66}(z) \end{bmatrix} \tag{۱۹}$$

با [۳]:

$$Q_{11}(z) = \frac{E_{11}(z)}{1-\nu_{12}(z)\nu_{21}(z)};\\ Q_{12}(z) = \frac{\nu_{12}E_{22}(z)}{1-\nu_{12}(z)\nu_{21}(z)};\\ Q_{22}(z) = \frac{E_{22}(z)}{1-\nu_{12}(z)\nu_{21}(z)};\\ Q_{66}(z) = G_{12}(z) \tag{۲۰}$$

۴-۲- شکل گسسته معادلات حاکم

معادلات حاکم با استفاده از توابع پایه نربز به صورت زیر گسسته‌سازی می‌شوند [۱۷]:

$$\mathbf{u}(\xi,\eta) = \sum_{I=1}^{n_{CP}} R_I(\xi,\eta)\mathbf{q}_I \tag{۲۱}$$

که در آن n_{CP} تعداد نقاط کنترلی در هر وصله و $\mathbf{q}_I = \begin{bmatrix} u_{0I} & v_{0I} & w_I \end{bmatrix}^T$ بردار مقادیر گرهی متناظر با نقطه کنترلی Iام است.

با جایگذاری رابطه (۲۱) در رابطه (۱۶) می‌توان نوشت:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_0 = \sum_{I=1}^{n_{CP}} \mathbf{B}_I^m(\xi,\eta)\mathbf{q}_I;\ \ \boldsymbol{\kappa} = \sum_{I=1}^{n_{CP}} \mathbf{B}_I^b(\xi,\eta)\mathbf{q}_I \tag{۲۲}$$

که در آن:

$$\mathbf{B}_I^m = \begin{bmatrix} R_{I,x} & 0 & 0 \\ 0 & R_{I,y} & 0 \\ R_{I,y} & R_{I,x} & 0 \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_I^b = \begin{bmatrix} 0 & 0 & R_{I,xx} \\ 0 & 0 & R_{I,yy} \\ 0 & 0 & 2R_{I,xy} \end{bmatrix} \qquad (۲۳)$$

فرم ضعیف‌شده برای تحلیل ارتعاشات آزاد هر وصله، با استفاده از اصل کار مجازی به صورت زیر به دست می‌آید [۱۵]:

$$\int_{\Omega} \delta\boldsymbol{\varepsilon}_p^T \mathbf{D}_p \boldsymbol{\varepsilon}_p d\Omega = \int_{\Omega} I_0 \delta\mathbf{u}^T \ddot{\mathbf{u}} d\Omega \qquad (۲۴)$$

که در آن:

$$\boldsymbol{\varepsilon}_p^T = \left[\boldsymbol{\varepsilon}_0 \quad \boldsymbol{\kappa}\right]; \quad \mathbf{D}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix}; \quad I_0 = \int_{-h/2}^{h/2} \rho(z) dz \qquad (۲۵)$$

در رابطه (۲۵) ماتریس‌های $\mathbf{A}$، $\mathbf{B}$ و $\mathbf{D}$ به ترتیب ماتریس‌های سفتی کششی، کوپلینگ کشش- خمش و سفتی خمشی نامیده شده و به صورت زیر تعریف می‌شوند [۳]:

$$\mathbf{A} = \int_{-h/2}^{h/2} \mathbf{Q}(z) dz; \quad \mathbf{B} = \int_{-h/2}^{h/2} z\mathbf{Q}(z) dz; \quad \mathbf{D} = \int_{-h/2}^{h/2} z^2\mathbf{Q}(z) dz \qquad (۲۶)$$

همچنین بردار جابجایی $\mathbf{u}$ را می‌توان به صورت زیر نیز نوشت:

$$\mathbf{u}(\xi,\eta) = \sum_{I=1}^{n_{CP}} \hat{\mathbf{N}}_I \mathbf{q}_I \qquad (۲۷)$$

که در آن:

$$\hat{\mathbf{N}}_I = \begin{bmatrix} R_I & 0 & 0 \\ 0 & R_I & 0 \\ 0 & 0 & R_I \end{bmatrix} \qquad (۲۸)$$

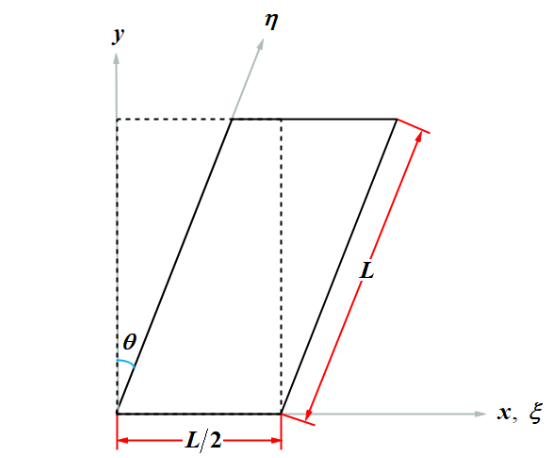
با جایگذاری روابط (۲۵) و (۲۷) در رابطه (۲۴)، سیستم معادلات گسسته برای مساله ارتعاشات آزاد به شکل ماتریسی زیر درمی‌آید:

$$\left(\mathbf{K} - \omega^2\mathbf{M}\right)\mathbf{q} = \mathbf{0} \qquad (۲۹)$$

که در آن $\mathbf{K}$، ماتریس سفتی بوده و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\mathbf{K} = \int_{\Omega} \begin{Bmatrix} \mathbf{B}^m \\ \mathbf{B}^b \end{Bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B} & \mathbf{D} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{B}^m \\ \mathbf{B}^b \end{Bmatrix} d\Omega \qquad (۳۰)$$

همچنین $\mathbf{M}$ ماتریس جرم است که به صورت زیر تعریف می‌شود:



شکل ۴. نمایش المان مورب در مختصات فیزیکی و پارامتریک

Fig. 4. Sketch of skew element in the physical and parametric coordinates

$$\mathbf{M} = \int_{\Omega} I_0 \hat{\mathbf{N}}^T \hat{\mathbf{N}} d\Omega \qquad (۳۱)$$

به منظور محاسبه ماتریس‌های سفتی و جرم که با روابط (۳۰) و (۳۱) داده شده‌اند، می‌بایست متغیرهای مختصاتی در فضای فیزیکی را ابتدا به فضای پارامتریک و سپس به فضای مرجع نگاشت داد. روابط مورد نیاز این دو نگاشت، در پیوست آ ارائه شده‌اند. علاوه براین، با توجه به روابط (۲۳) و (۳۰)، برای محاسبه ماتریس سفتی، می‌بایست مشتقات اول و دوم توابع پایه نربز را یافت. این مشتقات را می‌توان با چندبار استفاده متوالی از قاعده زنجیره‌ای محاسبه نمود. فرمول‌های مورد نیاز در مرجع [۱۵] داده شده‌اند. برای محاسبه این مشتقات نیاز است که رابطه بین مختصات فیزیکی (x,y) و مختصات پارامتری (ξ,η) به دست آید. با توجه به شکل ۴ روابط مورد نیاز به شکل زیر هستند:

$$x = \frac{L}{2}\xi + L\sin\theta\eta \; ; \quad y = L\cos\theta\eta \qquad (۳۲)$$

لازم به توضیح است که ماتریس‌های سفتی و جرم مربوط به هر وصله پیش از اعمال شرایط پیوستگی در مرز بین وصله‌ها می‌بایست از مختصات محلی وصله به مختصات جهانی انتقال یابند. رابطه بین مختصات محلی و جهانی در شکل ۳ نشان داده شده است. همچنین فرمول‌های مورد نیاز در پیوست ب ارائه گردیده است.

۳-۴- روش نوار خمشی

این روش به وسیله کیندل[1] و همکاران [۲۰] در سال ۲۰۱۰ به منظور اعمال شرایط پیوستگی در سازه‌های مدل‌شده با چندین وصله نربز پیشنهاد شد. در این روش نوارهای ساخته‌شده از مواد فرضی بدون جرم که خود به عنوان یک وصله نربز در نظر گرفته می‌شوند، در محل اتصال وصله‌ها قرار داده می‌شوند. شبکه کنترلی نوار خمشی شامل یک ردیف نقطه کنترلی مشترک در محل اتصال و دو ردیف دیگر در دو طرف محل اتصال است. فضای پارامتریک نیز دربرگیرنده یک المان درجه دو در جهت عمود بر نوار و تعدادی المان خطی در امتداد نوار است. بدون ازدست‌دادن کلیت، تعداد المان‌های خطی در امتداد طول نوار را می‌توان به صورتی در نظرگرفت که نقاط کنترلی نوار با نقاط کنترلی متناظر دو وصله مجاور برروی هم واقع شوند. در این روش فرض می‌شود که ماده نوار خمشی سفتی غشایی نداشته و تنها در جهت عمود بر نوار سفتی خمشی دارد. این بدین معنی است که ماتریس سفتی نوار خمشی به شکل زیر است [۱۵]:

$$\mathbf{K}^{(bs)}=\int_{\Omega^{(bs)}}\begin{Bmatrix}\left(\mathbf{B}^{m}\right)^{(bs)}\\ \left(\mathbf{B}^{b}\right)^{(bs)}\end{Bmatrix}^{T}\begin{bmatrix}\mathbf{0} & \mathbf{0}\\ \mathbf{0} & \mathbf{D}^{(bs)}\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}\left(\mathbf{B}^{m}\right)^{(bs)}\\ \left(\mathbf{B}^{b}\right)^{(bs)}\end{Bmatrix}d\Omega^{(bs)} \quad (۳۳)$$

که در آن:

$$\mathbf{D}^{(bs)}=\frac{h^{3}}{12}\begin{bmatrix}E^{(bs)} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0\end{bmatrix} \quad (۳۴)$$

در روابط فوق بالانویس bs به نوار خمشی اشاره می‌کند. $E^{(bs)}$ نیز سفتی خمشی جهتی است. توجه شود که سفتی $E^{(bs)}$ می‌بایست به اندازه کافی بزرگ باشد تا تغییر زاویه بین دو وصله از یک مقدار معین و کوچک، کمتر باشد. اگرچه انتخاب یک مقدار خیلی بزرگ برای $E^{(bs)}$ باعث می‌شود که ماتریس سفتی بدرفتار شده و نتایج واگرا شوند.

۵- نتایج عددی

در این قسمت، نتایج به‌دست‌آمده با استفاده از فرمول‌بندی پیشنهادی در چندین گام ارائه می‌شود. در ابتدا یک مقدار مناسب برای سفتی نوار خمشی به دست می‌آید. سپس همگرایی نتایج برای روش عددی آیزوژئومتریک بررسی شده و نتایج به‌دست‌آمده در حالت‌های حدی با نتایج موجود در مراجع معتبر مقایسه می‌شود. در صورت عدم وجود نتایج در مراجع پیشین به منظور مقایسه، مساله موردنظر به وسیله نرم‌افزار آباکوس حل شده و نتایج حاصل از روش عددی آیزوژئومتریک با نتایج حاصل از نرم‌افزار آباکوس مقایسه می‌شود. بعد از اطمینان از صحت نتایج به‌دست‌آمده، اثر پارامترهای مختلف مادی و هندسی بر روی رفتار ارتعاش آزاد ورق‌های تاخورده مورب مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی به صورت مدرج تابعی بررسی شده و نتایج به‌دست‌آمده در قالب جدول یا نمودار ارائه می‌گردد.

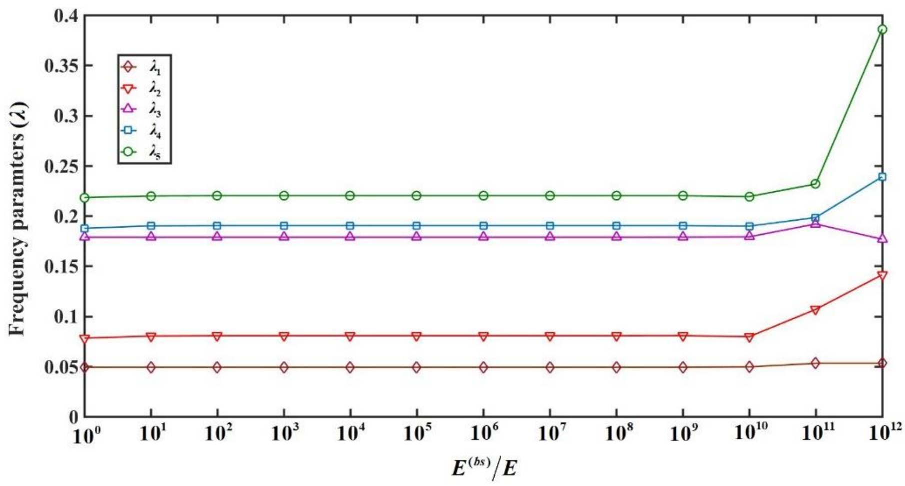
در همه مثال‌های عددی ارائه‌شده در این مقاله، از چندجمله‌ای‌های درجه ۴ در هر دو راستای فضای پارامتریک استفاده می‌شود. همچنین بدون ازدست‌دادن عمومیت، تعداد المان‌ها نیز در هر دو راستا یکسان در نظر گرفته می‌شود. به علاوه به عنوان یک قرارداد برای نام‌گذاری شرایط مرزی به کمک علائم اختصاری، لبه‌های ورق تاخورده مورب مطابق شکل ۳ به ترتیب از ۱ تا ۴ شماره‌گذاری می‌شوند. به عنوان مثال نماد CFCS نشان می‌دهد که لبه‌های ۱، ۲، ۳ و ۴ به ترتیب گیردار (C)، آزاد (F)، گیردار (C) و ساده (S) هستند.

در تحقیقات پیشین، از دو ماتریس پلیمری پلی (پی- فنیلن وینیلن)[2] با نام اختصاری PmPV و پلی (متیل متاکریلات)[3] با نام اختصاری PMMA به عنوان فاز زمینه استفاده شده است [۳۸-۳۶]. در پلیمر PmPV، نانولوله‌های کربنی به عنوان فاز تقویت‌کننده با کسرهای حجمی $V_{CNT}^{*}=۰/۱۱,۰/۱۴,۰/۱۷$ توزیع می‌شوند. این در حالیست که در پلیمر PMMA، نانولوله‌ها با کسرهای حجمی $V_{CNT}^{*}=۰/۱۲,۰/۱۷,۰/۲۸$ قرار می‌گیرند. در مرجع [۳۶] خواص مکانیکی دو سیستم مرکب CNT/PmPV و CNT/PMMA مقایسه شده است. در این مقاله، پلیمر PmPV به عنوان فاز زمینه انتخاب شده است. خواص مکانیکی استفاده‌شده برای فازهای تقویت‌کننده و زمینه به ترتیب، به صورت زیر است [۲۷]: $E_{۱۱}^{CNT}=۵/۶۴۶۶\text{TPa}$، $E_{۲۲}^{CNT}=۷/۰۸۰۰\text{TPa}$، $G_{۱۲}^{CNT}=۱/۹۴۴۵\text{TPa}$، $\rho^{CNT}=۱۴۰۰\text{kg/m}^{۳}$، $\nu_{۱۲}^{CNT}=۰/۱۷۵$ و $E^{m}=۲/۱\text{GPa}$، $\nu^{m}=۰/۳۴$ و $\rho^{m}=۱۱۵۰\text{kg/m}^{۳}$. این خواص

1 . Kiendl

2 . poly{(m-phenylenevinylene)-co-[(2,5-dioctoxy-p-phenylene) vinylene]} (PmPV)

3 . Poly(methyl methacrylate) (PMMA)



شکل ۵. تغییرات پنج فرکانس اول بی‌بعد $\left(\lambda=\omega L\sqrt{\rho\left(1-\nu^2\right)/E}\right)$ برای یک ورق تاخورده مستطیلی همگن با شرط مرزی CFFF بر حسب سفتی نوار خمشی. $\left(\alpha=150^{\circ},\ \theta=0^{\circ},\ L/h=50\right)$

Fig. 5. Variation of first five non-dimensional frequency parameters $\left(\lambda=\omega L\sqrt{\rho\left(1-\nu^2\right)/E}\right)$ for CFFF homogeneous rectangular folded plates with respect to bending strip stiffness $\left(\alpha=150^{\circ},\ \theta=0^{\circ},\ L/h=50\right)$.

در دمای اتاق (۳۰۰ کلوین) ارزیابی شده‌اند. پارامترهای کمکی نانولوله‌های کربنی نیز عبارتند از [۳۹]: $\eta_1=0/149$، $\eta_2=0/934$ و $\eta_3=0/934$ برای حالت $V_{CNT}^*=0/11$، $\eta_1=0/150$، $\eta_2=0/941$ و $\eta_3=0/941$ برای حالت $V_{CNT}^*=0/14$ و $\eta_1=0/149$، $\eta_2=1/381$ و $\eta_3=1/381$ برای حالت $V_{CNT}^*=0/17$.

همچنین فرکانس‌های بی‌بعد مورد استفاده در این بخش به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\lambda=\omega L\sqrt{\rho\left(1-\nu^2\right)/E}$$
$$\bar{\omega}=\omega\left(L^2/h\right)\sqrt{\rho^m/E^m}$$
$$\Omega=\omega\left(L^2/\pi^2\right)\sqrt{\rho h/D_0}$$
$$\hat{\omega}=\omega\left(L^2/\pi^2 h\right)\sqrt{\rho^m/E^m}$$

همان‌طور که گفته شد ابتدا می‌بایست یک مقدار مناسب برای سفتی نوار خمشی به دست آید. بدین منظور یک ورق تاخورده را در نظر بگیرید که از مواد همگن با مدول یانگ E ساخته شده است. سفتی نوار خمشی به صورت $E^{(bs)}=10^{\mu}\times E$ انتخاب می‌شود و محاسبات برای مقادیر مختلف $\mu,\ (\mu=0,1,2,\ldots,12)$ صورت می‌گیرد. پنج فرکانس اول بی‌بعد (λ) برای ورق تاخورده یادشده با مشخصات هندسی $\alpha=150^{\circ},\ \theta=0^{\circ},\ L/h=50$ و شرط مرزی CFFF بر حسب مقادیر مختلف سفتی نوار خمشی در شکل ۵ نشان داده شده است. همان‌طور که از شکل مشخص است، هنگامی که $10^{2}\le E^{(bs)}/E\le 10^{10}$ است، نتایج مطلوب به دست می‌آید. مثال بالا نشان می‌دهد که انتخاب مقادیر کم یا خیلی بالا برای سفتی نوار خمشی منجر به پاسخ اشتباه می‌شود. در همه مثال‌های این بخش که در ادامه می‌آید مقدار میانی بازه فوق، یعنی $E^{(bs)}=10^{6}E^m$ برای سفتی نوار خمشی انتخاب می‌گردد.

بعد از انتخاب یک مقدار مناسب برای سفتی نوار خمشی، می‌بایست همگرایی و دقت فرمول‌بندی پیشنهادی را بررسی نمود. این مطالعه در سه مرحله صورت می‌پذیرد. در مثال اول به عنوان یک حالت حدی، یک ورق صاف مربعی $(\alpha=180^{\circ},\ \theta=0^{\circ})$ را در نظر بگیرید که از مواد مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی به صورت مدرج تابعی ساخته شده است. نتایج این مطالعه برای توزیع‌های متفاوت و کسرهای حجمی مختلف نانولوله‌های کربنی برای نسبت ضخامت به طول $L/h=50$ و شرط مرزی SSSS در جدول ۱ داده شده است. همان‌طور که معلوم است، نرخ همگرایی روش عددی بسیار

جدول ۱. مطالعه همگرایی و مقایسه فرکانس اصلی بی‌بعد $\left(\bar{\omega}_1=\omega_1\left(L^2/h\right)\sqrt{\rho^{\mathrm{m}}/E^{\mathrm{m}}}\right)$ برای ورق مربعی ساخته شده از مواد مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی به صورت مدرج تابعی و با شرط مرزی SSSS برای توزیع‌های متفاوت و کسرهای حجمی مختلف نانولوله‌های کربنی $\left(\alpha=180^{\circ},\ \theta=0^{\circ},\ L/h=50\right)$

Table 1. Convergence and comparison study of non-dimensional fundamental frequency parameter $\left(\bar{\omega}_1=\omega_1\left(L^2/h\right)\sqrt{\rho^{\mathrm{m}}/E^{\mathrm{m}}}\right)$ for various types of simply supported FG-CNTRC square plates with different CNTs volume fractions, $\left(\alpha=180^{\circ},\ \theta=0^{\circ},\ L/h=50\right)$

کسر حجمی	روش	تعداد المان‌ها در هر راستا	توزیع یکنواخت	توزیع شکل V	توزیع شکل O	توزیع شکل X
۰/۱۱	آیزوژئومتریک (تئوری کلاسیک)	۱	۱۹/۵۸۲۶	۱۶/۴۴۸۳	۱۴/۴۲۹۴	۲۳/۶۴۶۱
		۳	۱۹/۵۸۱۳	۱۶/۴۴۷۱	۱۴/۴۲۸۴	۲۳/۶۴۴۶
		۵	۱۹/۵۸۱۳	۱۶/۴۴۷۱	۱۴/۴۲۸۴	۲۳/۶۴۴۶
		۷	۱۹/۵۸۱۳	۱۶/۴۴۷۱	۱۴/۴۲۸۴	۲۳/۶۴۴۶
		۹	۱۹/۵۸۱۳	۱۶/۴۴۷۱	۱۴/۴۲۸۴	۲۳/۶۴۴۶
	المان محدود (تئوری مرتبه اول برشی) [۴۰]		۱۹/۲۲۳	۱۶/۲۵۲	۱۴/۳۰۲	۲۲/۹۸۴
۰/۱۴	آیزوژئومتریک (تئوری کلاسیک)	۱	۲۱/۸۹۷۴	۱۸/۳۰۱۷	۱۶/۰۰۷۰	۲۶/۵۲۰۹
		۳	۲۱/۸۹۵۹	۱۸/۳۰۰۴	۱۶/۰۰۵۹	۲۶/۵۱۹۲
		۵	۲۱/۸۹۵۹	۱۸/۳۰۰۴	۱۶/۰۰۵۹	۲۶/۵۱۹۲
		۷	۲۱/۸۹۵۹	۱۸/۳۰۰۴	۱۶/۰۰۵۹	۲۶/۵۱۹۲
		۹	۲۱/۸۹۵۹	۱۸/۳۰۰۴	۱۶/۰۰۵۹	۲۶/۵۱۹۲
	المان محدود (تئوری مرتبه اول برشی) [۴۰]		۲۱/۳۵۴	۱۷/۹۹۵	۱۵/۸۰۱	۲۵/۵۵۵
۰/۱۷	آیزوژئومتریک (تئوری کلاسیک)	۱	۲۴/۱۱۷۳	۲۰/۲۰۹۵	۱۷/۶۹۵۸	۲۹/۱۸۰۹
		۳	۲۴/۱۱۵۷	۲۰/۲۰۸۰	۱۷/۶۹۴۵	۲۹/۱۷۹۱
		۵	۲۴/۱۱۵۷	۲۰/۲۰۸۰	۱۷/۶۹۴۵	۲۹/۱۷۹۱
		۷	۲۴/۱۱۵۷	۲۰/۲۰۸۰	۱۷/۶۹۴۵	۲۹/۱۷۹۱
		۹	۲۴/۱۱۵۷	۲۰/۲۰۸۰	۱۷/۶۹۴۵	۲۹/۱۷۹۱
	المان محدود (تئوری مرتبه اول برشی) [۴۰]		۲۳/۶۹۷	۱۹/۹۸۲	۱۷/۵۴۴	۲۸/۴۱۳

خوب بوده و تنها ۷ نقطه کنترلی در هر راستا $(N_\xi=N_\eta=۳)$ برای به‌دست‌آوردن نتایج دقیق و همگراشده کافی است. همچنین، مقادیر حاصل با نتایج قبلی به‌دست‌آمده توسط ژو[1] و همکاران [۴۰] به وسیله روش المان محدود بر مبنای تئوری مرتبه اول برشی مقایسه گردیده است. همان‌طور که از داده‌های جدول معلوم است، انطباق خوب و قابل‌قبولی بین نتایج وجود دارد.

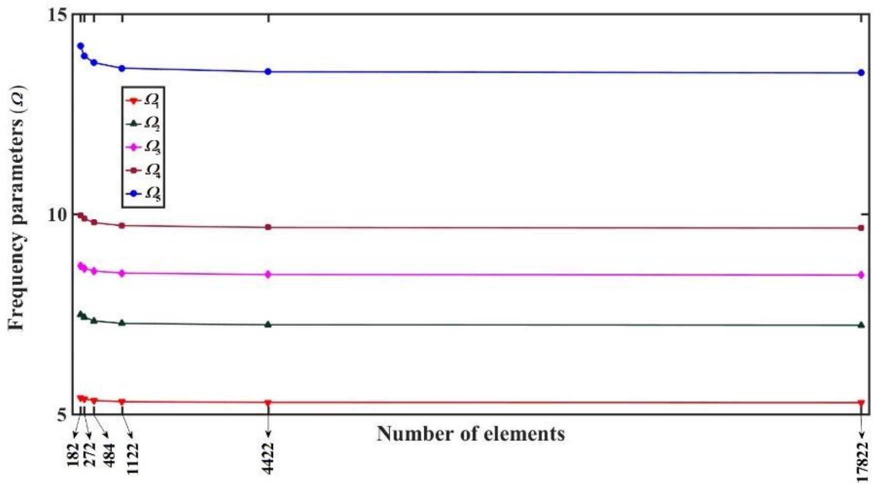
به عنوان مثال دوم یک ورق تاخورده همگن با شرط مرزی CFCF و مشخصات هندسی $\alpha=۱۵۰^{\circ},\ \theta=۰^{\circ},\ L/h=۱۰۰$ را در نظر بگیرید. پنج فرکانس اول بی‌بعد (λ) برای این ورق در جدول ۲ ارائه شده است. علاوه بر نتایج حاضر، نتایج گزارش‌شده توسط هرناندز و هرولا- نیتو [۱۳] که بر مبنای تئوری مرتبه اول برشی به‌دست‌آمده نیز در این جدول نمایش داده شده است. ایشان از روش المان محدود برای استخراج نتایج استفاده کردند. همان‌طور که معلوم است، همگرایی روش عددی حاضر بسیار خوب بوده و همچنین انطباق نزدیکی بین نتایج حاصل از دو روش عددی وجود

1 Zhu

جدول ۲. مطالعه همگرایی و مقایسه پنج فرکانس اول بی‌بعد $\left(\lambda=\omega L\sqrt{\rho\left(1-\nu^2\right)/E}\right)$ برای ورق تاخورده مستطیلی همگن با شرط مرزی CFCF، $\lambda=\omega L\sqrt{\rho\left(1-\nu^2\right)/E}$ for CFCF

Table 2. Convergence and comparison study of non-dimensional first five frequency parameters $\left(\lambda=\omega L\sqrt{\rho\left(1-\nu^2\right)/E}\right)$ for CFCF homogeneous rectangular folded plates, $\lambda=\omega L\sqrt{\rho\left(1-\nu^2\right)/E}$ for CFCF

روش	تعداد المان‌ها در هر راستا	λ_1	λ_2	λ_3	λ_4	λ_5
آیزوژئومتریک (تئوری کلاسیک)	۱	۰/۰۷۶۵	۰/۰۸۹۸	۰/۲۳۴۲	۰/۲۹۴۸	۰/۸۰۴۴
	۳	۰/۰۷۶۴	۰/۰۸۹۵	۰/۱۹۷۴	۰/۲۰۵۴	۰/۲۳۰۸
	۵	۰/۰۷۶۳	۰/۰۸۹۴	۰/۱۹۴۱	۰/۲۰۲۳	۰/۲۳۰۵
	۷	۰/۰۷۶۳	۰/۰۸۹۴	۰/۱۹۴۰	۰/۲۰۲۲	۰/۲۳۰۴
	۹	۰/۰۷۶۳	۰/۰۸۹۴	۰/۱۹۴۰	۰/۲۰۲۱	۰/۲۳۰۴
	۱۱	۰/۰۷۶۳	۰/۰۸۹۴	۰/۱۹۴۰	۰/۲۰۲۱	۰/۲۳۰۴
المان محدود (تئوری مرتبه اول برشی) [۱۳]		۰/۰۷۶۳	۰/۰۸۹۳	۰/۱۹۴۶	۰/۲۰۲۶	۰/۲۳۰۷



شکل ۶. رفتار همگرایی پنج فرکانس اول بی‌بعد $\left(\Omega=\omega\left(L^2/\pi^2\right)\sqrt{\rho h/D_0}\right)$ به‌دست‌آمده توسط نرم‌افزار آباکوس برای یک ورق تاخورده مورب همگن با شرط مرزی SSSS، $\left(\alpha=90^\circ,\ \theta=15^\circ,\ L/h=100\right)$.

Fig. 6. Convergence behavior of non-dimensional first five frequency parameters $\left(\Omega=\omega\left(L^2/\pi^2\right)\sqrt{\rho h/D_0}\right)$ for SSSS homogeneous skew folded plates obtained by ABAQUS, $\left(\alpha=90^\circ,\ \theta=15^\circ,\ L/h=100\right)$

دارد که بازدهی محاسباتی بالای رویکرد آیزوژئومتریک حاضر را نشان می‌دهد.

پس از بررسی دقت و بازدهی روش پیشنهادی برای دو مساله موجود و متداول، نتایج استخراج‌شده از فرمول‌بندی موجود برای ورق‌های تاخورده مورب گسترش می‌یابد. از آنجاییکه نتایجی برای این حالت موجود نیست، ابتدا نتایج حاضر با نتایج حاصل از شبیه‌سازی با نرم‌افزار آباکوس برای یک ورق تاخورده همگن مقایسه گردیده است.

ابتدا مدل هندسی مساله در نرم‌افزار سالیدورکس[۱] رسم گردیده و سپس این مدل وارد نرم‌افزار آباکوس شده است. خواص مکانیکی ورق تاخورده همگن به صورت $E=۱۰/۹۲\text{GPa}$، $\nu=۰/۳$ و دانسیته آن نیز برابر $\rho=۱۰۰۰\text{kg/m}^3$ تعریف شده است. پس از تعیین نوع حل، شرایط مرزی مورد نظر با انتخاب لبه‌های مستقیم و زاویه‌دار ورق تاخورده اعمال گردیده است. در مورد لبه‌های واقع‌شده بر روی

1 . SolidWorks

جدول ۳. پنج فرکانس اول بی‌بعد $\left(\Omega=\omega\left(L^2/\pi^2\right)\sqrt{\rho h/D_0}\right)$ برای ورق تاخورده مورب همگن با شرط مرزی SSSS با سه زاویه تاخوردگی و دو زاویه مورب مختلف، $\left(L/h=100\right)$

Table 3. Non-dimensional first five frequency parameters $\left(\Omega=\omega\left(L^2/\pi^2\right)\sqrt{\rho h/D_0}\right)$ for SSSS homogeneous skew folded plates with three different crank angles and two different skew angles, $\left(L/h=100\right)$

زاویه تاخوردگی (α)	زاویه مورب (θ)	روش	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5
۹۰°	۱۵°	آیزوژئومتریک	۵/۳۵۷۳	۷/۲۷۸۶	۸/۶۳۵۲	۹/۸۰۰۲	۱۳/۸۰۷۸
		آباکوس*	۵/۲۹۴۴	۷/۲۳۳۳	۸/۴۸۸۱	۹/۶۶۵۲	۱۳/۵۵۴۳
			(۱/۱۹)**	(۰/۶۳)	(۱/۷۳)	(۱/۴۰)	(۱/۸۷)
	۴۵°	آیزوژئومتریک	۹/۹۲۸۵	۱۱/۹۰۵۶	۱۴/۳۱۲۴	۱۵/۵۰۷۳	۱۹/۰۵۳۰
		آباکوس*	۹/۷۲۱۲	۱۱/۸۶۲۱	۱۴/۰۴۱۳	۱۵/۲۳۴۳	۱۸/۵۰۷۲
			(۲/۱۳)	(۰/۳۷)	(۱/۹۳)	(۱/۷۹)	(۲/۹۵)
۱۲۰°	۱۵°	آیزوژئومتریک	۵/۳۵۹۳	۷/۲۹۸۱	۸/۶۴۲۰	۹/۸۱۶۱	۱۳/۸۱۴۶
		آباکوس*	۵/۳۰۰۸	۷/۱۸۳۶	۸/۴۸۱۰	۹/۶۰۷۹	۱۳/۵۳۷۱
			(۱/۱۰)	(۱/۵۹)	(۱/۹۰)	(۲/۱۷)	(۲/۰۵)
	۴۵°	آیزوژئومتریک	۹/۹۵۶۵	۱۱/۹۹۵۱	۱۴/۳۷۷۵	۱۵/۶۲۹۷	۱۹/۰۷۵۸
		آباکوس*	۹/۷۱۸۰	۱۱/۷۵۵۲	۱۳/۹۳۷۵	۱۵/۰۱۴۷	۱۸/۴۹۶۴
			(۲/۴۵)	(۲/۰۴)	(۳/۱۶)	(۴/۱۰)	(۳/۱۳)
۱۵۰°	۱۵°	آیزوژئومتریک	۵/۳۵۸۰	۷/۲۳۵۹	۸/۶۱۹۹	۹/۷۴۲۲	۱۳/۷۷۵۵
		آباکوس*	۵/۳۰۰۹	۶/۸۹۰۱	۸/۴۰۷۸	۹/۲۸۴۵	۱۳/۳۹۵۱
			(۱/۰۸)	(۵/۰۲)	(۲/۵۲)	(۴/۹۳)	(۲/۸۴)
	۴۵°	آیزوژئومتریک	۹/۹۲۷۴	۱۱/۸۱۸۷	۱۴/۲۰۹۸	۱۵/۳۳۲۰	۱۸/۹۹۰۱
		آباکوس*	۹/۶۱۴۹	۱۱/۱۶۰۶	۱۳/۴۵۵۰	۱۳/۹۴۶۴	۱۸/۳۵۲۵
			(۳/۲۵)	(۵/۹۰)	(۵/۶۱)	(۹/۹۴)	(۳/۴۷)

نوع المان: S4R، تعداد المان‌ها: ۴۴۲۲

**درصد تفاوت نسبی

تکیه‌گاه ساده، هر سه مولفه جابجایی برابر صفر در نظر گرفته شده است. همچنین در مورد تکیه‌گاه گیردار، علاوه بر مولفه‌های جابجایی، هر سه مولفه چرخش نیز برابر صفر فرض شده است. سپس هندسه مساله با استفاده از المان پوسته S4R مش‌بندی شده است. به منظور اطمینان از همگرایی نتایج استخراج‌شده، هندسه مورد نظر در یکی از حالت‌ها با شش اندازه مختلف مش‌بندی شده و در هر حالت فرکانس‌های طبیعی ورق تاخورده مورب محاسبه گردیده است. شکل ۶ همگرایی پنج فرکانس اول بی‌بعد (Ω) را برای یک ورق تاخورده مورب همگن با شرط مرزی SSSS به ترتیب برای زوایای تاخوردگی و مورب $\alpha=۹۰^\circ$ و $\theta=۱۵^\circ$ نشان می‌دهد. به وضوح، تعداد ۴۴۲۲ المان برای استخراج نتایج همگرا شده کافی است. جداول ۳ و ۴ نیز پنج فرکانس اول بی‌بعد (Ω) ورق‌های تاخورده مورب همگن را به ازای سه زاویه تاخوردگی و دو زاویه مورب مختلف به ترتیب برای دو شرط مرزی SSSS و CCCC نشان می‌دهد. در این جدول، همچنین نتایج تولیدشده به وسیله نرم‌افزار آباکوس که با تعداد ۴۴۲۲ المان به‌دست‌آمده نیز ارائه شده است. علاوه بر این، مقادیر تفاوت نسبی در هر حالت نیز در پرانتز گزارش شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود انطباق بسیار خوب و قابل‌قبولی بین هر دو مجموعه نتایج وجود دارد که نشان‌دهنده دقت و کارآیی بالای روش پیشنهادی است.

پس از اطمینان از همگرایی روش عددی و همچنین صحت

جدول ۴. پنج فرکانس اول بی‌بعد $\left(\Omega=\omega\left(L^2/\pi^2\right)\sqrt{\rho h/D_0}\right)$ برای ورق تاخورده مورب همگن با شرط مرزی CCCC با سه زاویه تاخوردگی و دو زاویه مورب مختلف، $(L/h=100)$

Table 3. Non-dimensional first five frequency parameters $\left(\Omega=\omega\left(L^2/\pi^2\right)\sqrt{\rho h/D_0}\right)$ for CCCC homogeneous skew folded plates with three different crank angles and two different skew angles, $(L/h=100)$

زاویه تاخوردگی (α)	زاویه مورب (θ)	روش	Ω_1	Ω_2	Ω_3	Ω_4	Ω_5
۹۰°	۱۵°	آیزوژئومتریک	۷/۹۶۳۹	۱۰/۳۳۶۷	۱۱/۸۳۸۹	۱۳/۲۵۴۱	۱۷/۷۷۸۲
		آباکوس*	۷/۸۷۹۴	۱۰/۲۵۰۹	۱۱/۶۷۰۵	۱۳/۰۸۸۹	۱۷/۴۵۷۴
			(۱/۰۷)**	(۰/۸۴)	(۱/۴۴)	(۱/۲۶)	(۱/۸۴)
	۴۵°	آیزوژئومتریک	۱۴/۶۸۹۵	۱۷/۱۴۲۱	۱۹/۹۶۱۵	۲۱/۲۹۷۹	۲۵/۵۰۶۵
		آباکوس*	۱۴/۴۵۹۵	۱۶/۹۹۳۳	۱۹/۶۵۳۱	۲۱/۰۶۱۹	۲۴/۸۵۶۸
			(۱/۵۹)	(۰/۸۸)	(۱/۵۷)	(۱/۱۲)	(۲/۶۱)
۱۲۰°	۱۵°	آیزوژئومتریک	۷/۹۶۷۴	۱۰/۳۵۷۴	۱۱/۸۴۷۷	۱۳/۲۷۱۳	۱۷/۷۸۶۱
		آباکوس*	۷/۸۹۰۹	۱۰/۱۵۷۳	۱۱/۶۵۲۷	۱۲/۹۹۳۴	۱۷/۴۳۰۶
			(۰/۹۷)	(۱/۹۷)	(۱/۶۷)	(۲/۱۴)	(۲/۰۴)
	۴۵°	آیزوژئومتریک	۱۴/۷۲۷۲	۱۷/۲۵۰۶	۲۰/۰۵۷۸	۲۱/۴۵۲۲	۲۵/۵۵۱۳
		آباکوس*	۱۴/۴۵۷۶	۱۶/۸۱۰۶	۱۹/۴۹۹۰	۲۰/۶۷۵۵	۲۴/۸۳۵۸
			(۱/۸۶)	(۲/۶۲)	(۲/۸۷)	(۳/۷۶)	(۲/۸۸)
۱۵۰°	۱۵°	آیزوژئومتریک	۷/۹۶۵۹	۱۰/۲۳۶۲	۱۱/۸۰۷۳	۱۳/۱۴۸۵	۱۷/۷۲۹۰
		آباکوس*	۷/۸۹۰۹	۹/۵۸۴۹	۱۱/۵۲۷۹	۱۲/۴۵۷۴	۱۷/۲۱۶۷
			(۰/۹۵)	(۶/۸۰)	(۲/۴۲)	(۵/۵۵)	(۲/۹۸)
	۴۵°	آیزوژئومتریک	۱۴/۶۸۰۰	۱۶/۹۲۳۷	۱۹/۸۱۶۴	۲۰/۹۳۹۴	۲۵/۴۳۵۶
		آباکوس*	۱۴/۲۵۹۶	۱۵/۶۴۲۴	۱۸/۷۳۱۹	۱۸/۹۰۹۵	۲۴/۵۹۱۳
			(۲/۹۵)	(۸/۱۹)	(۵/۷۹)	(۱۰/۷۳)	(۳/۴۳)

*نوع المان: S4R، تعداد المان‌ها: ۴۴۲۲

**درصد تفاوت نسبی

فرمول‌بندی پیشنهادی، مساله ارتعاشات آزاد ورق‌های تاخورده مورب ساخته‌شده از مواد مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی مورد مطالعه قرار می‌گیرد. جدول ۵ فرکانس اصلی بی‌بعد $(\hat{\omega}_1)$ ورق‌های تاخورده مورب را برای الگوهای توزیع مختلف نانولوله‌ها و نیز کسرهای حجمی متفاوت به ازای تغییر زاویه مورب از $\theta=۱۵^\circ$ تا $\theta=۷۵^\circ$ نشان می‌دهد. داده‌های این جدول برای دو زاویه تاخوردگی یعنی $\alpha=۱۲۰^\circ$ و $\alpha=۱۵۰^\circ$ و نیز دو شرط مرزی SSSS و CCCC ارائه شده است. بر طبق داده‌های این دو جدول چندین نتیجه را می‌توان بیان نمود. به ازای یک هندسه و شرط مرزی معین، در تمامی الگوهای توزیع، با افزایش کسر حجمی نانولوله‌ها، سفتی ورق تاخورده مورب و متعاقباً فرکانس اصلی سازه افزایش می‌یابد. علاوه بر این، همان‌گونه که مشاهده می‌شود به ازای یک هندسه و کسر حجمی معین، توزیع شکل X بیشترین و توزیع شکل O کمترین مقدار فرکانس طبیعی را به دست می‌دهد. این امر بدین معنی است که توزیع بیشتر نانولوله‌ها در لبه‌های بالایی و پایینی به جای سطوح میانی ورق، باعث افزایش سفتی خمشی و متعاقباً افزایش فرکانس طبیعی ورق تاخورده مورب می‌شود. در نتیجه می‌توان گفت که انتخاب مناسب نحوه توزیع و کسر حجمی نانولوله‌های کربنی می‌تواند ویژگی‌های ارتعاشی سازه

جدول ۵. فرکانس اصلی بی‌بعد $\left(\hat{\omega}_1 = \omega_1\left(L^2/\pi^2 h\right)\sqrt{\rho^m/E^m}\right)$ برای ورق تاخورده مورب مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی برای الگوهای توزیع و کسرهای حجمی مختلف و نیز زوایای تاخوردگی و مورب متفاوت، $(L/h=50)$

Table 5. Non-dimensional fundamental frequency parameter $\left(\hat{\omega}_1 = \omega_1\left(L^2/\pi^2 h\right)\sqrt{\rho^m/E^m}\right)$ for simply supported and fully clamped FG-CNTRC skew folded plates with different distribution patterns and volume fractions as well as different crank and skew angles, $(L/h=50)$

شرط مرزی	زاویه تاخوردگی (α)	نحوه توزیع	کسر حجمی	زاویه مورب (θ) ۱۵°	۳۰°	۴۵°	۶۰°	۷۵°
SSSS	۱۲۰°	یکنواخت	۰/۱۱	۷/۷۳۸۱	۷/۸۵۴۷	۸/۲۵۴۲	۱۰/۰۴۲۲	۲۳/۳۷۰۴
			۰/۱۴	۸/۶۹۱۱	۸/۷۹۹۱	۹/۱۷۲۸	۱۰/۸۸۹۳	۲۴/۲۸۹۲
			۰/۱۷	۹/۵۲۳۷	۹/۶۷۱۲	۱۰/۱۷۶۲	۱۲/۴۳۱۲	۲۹/۱۳۱۷
		شکل X	۰/۱۱	۹/۴۰۷۳	۹/۵۰۹۷	۹/۸۶۶۸	۱۱/۵۳۳۷	۲۴/۸۱۷۴
			۰/۱۴	۱۰/۵۸۲۲	۱۰/۶۷۸۶	۱۱/۰۱۷۸	۱۲/۶۳۶۱	۲۶/۱۱۸۶
			۰/۱۷	۱۱/۵۹۵۴	۱۱/۷۳۰۳	۱۲/۲۰۰۸	۱۴/۳۸۴۴	۳۱/۴۸۶۶
		شکل O	۰/۱۱	۵/۵۹۰۱	۵/۷۴۱۱	۶/۲۳۸۳	۸/۲۸۲۹	۲۱/۹۴۴۷
			۰/۱۴	۶/۲۵۱۶	۶/۳۹۰۴	۶/۸۵۴۰	۸/۸۱۹۵	۲۲/۵۰۳۶
			۰/۱۷	۶/۸۵۳۵	۷/۰۳۹۸	۷/۶۵۳۵	۱۰/۱۷۴۸	۲۷/۰۰۷۹
		شکل V	۰/۱۱	۶/۳۳۶۲	۶/۴۷۷۹	۶/۹۴۹۲	۸/۹۲۹۰	۲۲/۵۷۴۷
			۰/۱۴	۷/۰۹۰۸	۷/۲۲۳۰	۷/۶۶۸۵	۹/۵۹۱۱	۲۳/۳۷۰۹
			۰/۱۷	۷/۷۷۱۹	۷/۹۵۳۱	۸/۵۵۴۸	۱۱/۰۶۹۲	۲۸/۲۵۴۴
	۱۵۰°	یکنواخت	۰/۱۱	۷/۷۴۰۷	۷/۸۵۶۹	۸/۲۵۳۹	۱۰/۰۱۷۵	۲۲/۲۶۰۶
			۰/۱۴	۸/۶۹۴۱	۸/۸۰۱۷	۹/۱۷۳۲	۱۰/۸۶۷۹	۲۳/۳۲۲۷
			۰/۱۷	۹/۵۲۶۹	۹/۶۷۳۹	۱۰/۱۷۵۷	۱۲/۳۹۹۵	۲۷/۷۰۸۱
		شکل X	۰/۱۱	۹/۴۱۲۱	۹/۵۱۴۲	۹/۸۶۸۹	۱۱/۵۱۱۴	۲۳/۵۹۷۴
			۰/۱۴	۱۰/۵۸۷۶	۱۰/۶۸۳۷	۱۱/۰۲۰۹	۱۲/۶۱۶۹	۲۵/۰۱۷۸
			۰/۱۷	۱۱/۶۰۱۳	۱۱/۷۳۵۸	۱۲/۲۰۳۱	۱۴/۳۵۳۱	۲۹/۷۰۲۰
		شکل O	۰/۱۱	۵/۵۹۱۰	۵/۷۴۱۵	۶/۲۳۵۸	۸/۲۵۵۸	۲۰/۹۰۹۰
			۰/۱۴	۶/۲۵۲۷	۶/۳۹۱۰	۶/۸۵۲۱	۸/۷۹۵۸	۲۱/۶۳۰۸
			۰/۱۷	۶/۸۵۴۶	۷/۰۴۰۳	۷/۶۵۰۴	۱۰/۱۴۱۷	۲۵/۷۵۱۶
		شکل V	۰/۱۱	۶/۳۸۸۱	۶/۵۲۹۸	۶/۹۹۹۳	۸/۹۵۰۴	۲۱/۴۶۳۴
			۰/۱۴	۷/۱۴۹۳	۷/۲۸۱۷	۷/۷۲۵۸	۹/۶۲۳۰	۲۲/۳۹۴۰
			۰/۱۷	۷/۸۳۶۰	۸/۰۱۷۲	۸/۶۱۶۴	۱۱/۰۹۳۹	۲۶/۸۱۹۱
CCCC	۱۲۰°	یکنواخت	۰/۱۱	۱۲/۰۵۶۹	۱۲/۲۰۹۷	۱۲/۷۳۳۸	۱۵/۱۳۹۳	۳۴/۰۸۵۳
			۰/۱۴	۱۳/۵۴۷۸	۱۳/۶۸۸۹	۱۴/۱۷۷۱	۱۶/۴۷۱۲	۳۵/۴۵۳۶
			۰/۱۷	۱۴/۸۳۸۴	۱۵/۰۳۱۶	۱۵/۶۹۴۵	۱۸/۷۳۰۵	۴۲/۴۸۱۴
		شکل X	۰/۱۱	۱۴/۶۶۶۵	۱۴/۸۰۰۰	۱۵/۲۶۵۳	۱۷/۴۸۴۴	۳۶/۲۴۲۳
			۰/۱۴	۱۶/۵۰۲۹	۱۶/۶۲۸۴	۱۷/۰۶۸۸	۱۹/۲۱۱۱	۳۸/۱۸۱۵
			۰/۱۷	۱۸/۰۷۶۱	۱۸/۲۵۲۰	۱۸/۸۶۵۴	۲۱/۷۷۷۹	۴۵/۹۵۹۰
		شکل O	۰/۱۱	۸/۶۹۳۶	۸/۸۹۳۲	۹/۵۵۵۵	۱۲/۳۶۲۳	۳۱/۹۴۵۰
			۰/۱۴	۹/۷۳۰۲	۹/۹۱۳۰	۱۰/۵۲۷۱	۱۳/۲۰۶۰	۳۲/۷۷۱۴
			۰/۱۷	۱۰/۶۵۸۰	۱۰/۹۰۴۴	۱۱/۷۲۲۰	۱۵/۱۸۳۹	۳۹/۳۱۳۸

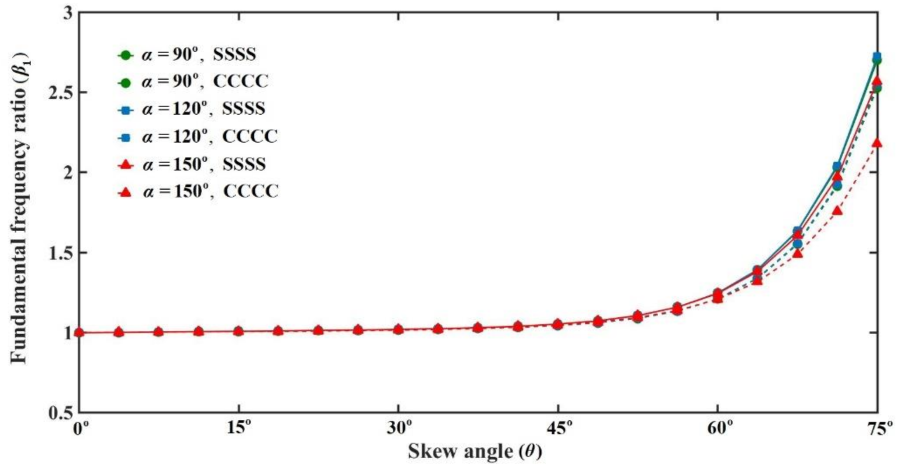
	شکل V	۰/۱۱	۹/۹۸۳۴	۱۰/۱۶۶۹	۱۰/۷۸۹۰	۱۳/۴۹۸۸	۳۳/۱۳۶۳
		۰/۱۴	۱۱/۱۸۳۴	۱۱/۳۵۴۲	۱۱/۹۳۹۱	۱۴/۵۵۳۰	۳۴/۳۴۴۶
		۰/۱۷	۱۲/۲۴۶۲	۱۲/۴۸۱۲	۱۳/۲۷۶۰	۱۶/۷۲۱۳	۴۱/۴۶۳۰
۱۵۰°	یکنواخت	۰/۱۱	۱۲/۰۶۳۱	۱۲/۲۱۵۹	۱۲/۷۳۹۰	۱۵/۱۲۰۳	۳۰/۴۲۰۳
		۰/۱۴	۱۳/۵۵۴۷	۱۳/۶۹۵۸	۱۴/۱۸۳۴	۱۶/۴۵۷۹	۳۲/۶۱۳۳
		۰/۱۷	۱۴/۸۴۵۹	۱۵/۰۳۹۱	۱۵/۷۰۰۸	۱۸/۷۰۵۴	۳۷/۷۳۰۳
	شکل X	۰/۱۱	۱۴/۶۷۷۶	۱۴/۸۱۱۲	۱۵/۲۷۵۸	۱۷/۴۷۱۲	۳۱/۴۰۱۴
		۰/۱۴	۱۶/۵۱۵۵	۱۶/۶۴۱۱	۱۷/۰۸۱۰	۱۹/۲۰۳۶	۳۳/۹۳۲۳
		۰/۱۷	۱۸/۰۸۹۹	۱۸/۲۶۵۹	۱۸/۸۷۸۲	۲۱/۷۵۷۰	۳۹/۲۸۸۹
	شکل O	۰/۱۱	۸/۶۹۵۹	۸/۸۹۵۴	۹/۵۵۶۱	۱۲/۳۳۶۷	۲۹/۲۷۹۰
		۰/۱۴	۹/۷۳۲۷	۹/۹۱۵۵	۱۰/۵۲۸۴	۱۳/۱۸۶۰	۳۱/۰۳۸۸
		۰/۱۷	۱۰/۶۶۰۷	۱۰/۹۰۷۱	۱۱/۷۲۲۶	۱۵/۱۵۲۵	۳۶/۰۸۳۸
	شکل V	۰/۱۱	۱۰/۰۲۸۴	۱۰/۲۱۲۳	۱۰/۸۳۴۷	۱۳/۵۲۳۵	۳۰/۱۲۳۷
		۰/۱۴	۱۱/۲۳۴۱	۱۱/۴۰۵۳	۱۱/۹۹۰۸	۱۴/۵۸۸۴	۳۲/۱۸۳۴
		۰/۱۷	۱۲/۳۰۱۶	۱۲/۵۳۷۳	۱۳/۳۳۲۳	۱۶/۷۵۰۰	۳۷/۴۵۰۸

را بدون تغییر در هندسه بهبود بخشد. این نتایج توسط محققین پیشین نیز گزارش شده است که از آن جمله می‌توان به مراجع [۴۲ و ۴۱] اشاره کرد. استفاده از این نکات می‌تواند در زمینه‌های مرتبط با فرآیندهای طراحی و ساخت بسیار حائز اهمیت باشد. همچنین، همان‌گونه که دیده می‌شود، با ثابت‌بودن زاویه مورب (θ) و نیز پارامترهای مربوط به ماده ورق، فرکانس طبیعی ورق تاخورده مورب با تغییر زاویه تاخوردگی (α) چندان تغییر نمی‌کند. با این وجود، در همه الگوهای توزیع و به ازای یک کسر حجمی معین و نیز با فرض ثابت‌بودن زاویه تاخوردگی (α)، فرکانس اصلی ورق با افزایش زاویه مورب (θ) افزایش می‌یابد. این افزایش به نحوی است که در زوایای مورب بالا، نرخ افزایش فرکانس طبیعی خیلی بیشتر از نرخ افزایش در زوایای مورب پایین است. این امر ناشی از این حقیقت است که با افزایش زاویه مورب، مساحت ورق کاهش یافته و در نتیجه سفتی ورق افزایش می‌یابد. از این رو فرکانس طبیعی ورق تاخورده مورب افزایش پیدا می‌کند.

در نهایت تغییرات نسبت فرکانسی اصلی (β_1) نسبت به زاویه مورب (θ) برای سه الگوی FG-X، FG-O و FG-V در شکل‌های ۷ تا ۹ رسم شده است. این تغییرات برای سه زاویه تاخوردگی مختلف یعنی $\alpha = ۱۵۰^{\circ}$, $\alpha = ۱۲۰^{\circ}$, $\alpha = ۹۰^{\circ}$ و همچنین دو شرط مرزی SSSS و CCCC نمایش داده شده است. نسبت فرکانسی به صورت نسبت فرکانس طبیعی iام ورق تاخورده مورب به فرکانس طبیعی متناظر ورق تاخورده مستطیلی $(\theta = ۰^{\circ})$ تعریف شده و با نماد β $(\beta_i = \omega_i^{\text{skew}} / \omega_i^{\text{rectangular}})$ نشان داده می‌شود. با توجه به این شکل‌ها می‌توان گفت که نسبت فرکانسی اصلی همیشه بزرگتر از یک است. این امر بدین معنی است که فرکانس اصلی ورق تاخورده مورب همواره بزرگتر از ورق تاخورده مستطیلی است. به علاوه همان‌طور که دیده می‌شود، رفتار یکسانی برای تغییرات نسبت فرکانسی اصلی در همه الگوها وجود دارد. در نتیجه می‌توان گفت برای هر سه توزیع یادشده و در همه زوایای تاخوردگی، به ازای زوایای مورب بالا $(\theta \geq ۴۵^{\circ})$ این نسبت به طور قابل‌ملاحظه‌ای افزایش می‌یابد. این نتیجه برای هر دو شرط مرزی بیان‌شده صحیح است. همچنین همان‌طور که دیده می‌شود، در زوایای مورب پایین، اثر زاویه تاخوردگی و همچنین شرط مرزی بر نسبت فرکانسی اصلی بسیار ناچیز است.

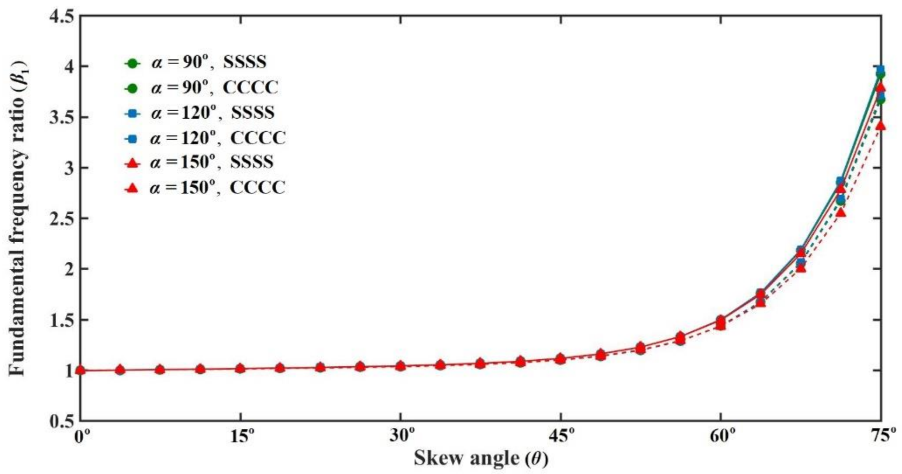
۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله ارتعاشات آزاد ورق‌های تاخورده مورب ساخته‌شده از مواد مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی به صورت مدرج تابعی با استفاده از روش آیزوژئومتریک مورد بررسی قرار گرفت. خواص



شکل ۷. تغییرات نسبت فرکانسی اصلی (β_1) نسبت به زاویه مورب (θ) برای ورق تاخورده مورب مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع شکل X به ازای سه زاویه تاخوردگی مختلف و با شرایط مرزی SSSS و CCCC، $\left(V^*_{CNT}=0.17,\ L/h=50\right)$

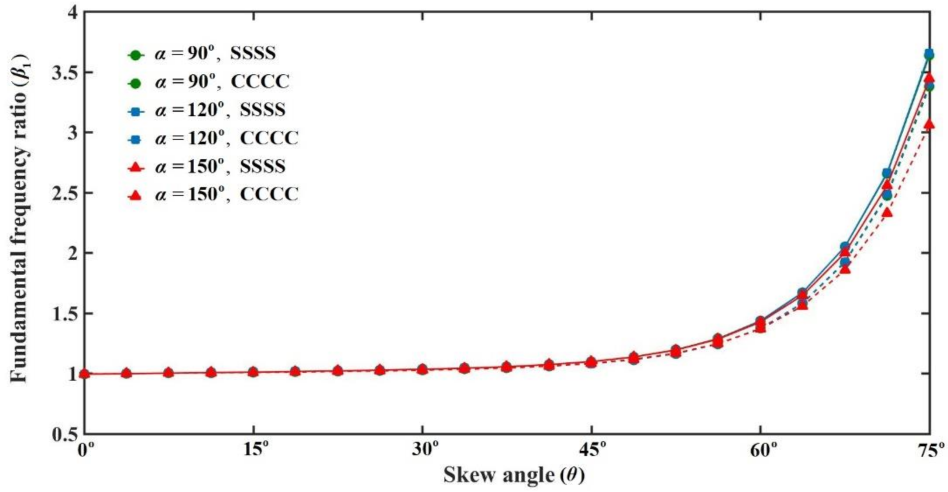
Fig. 7. Variation of fundamental frequency ratio (β_1) with respect to skew angle (θ) for simply supported and fully clamped FG-X CNTRC skew folded plates with three different crank angles, $\left(V^*_{CNT}=0.17,\ L/h=50\right)$



شکل ۸. تغییرات نسبت فرکانسی اصلی (β_1) نسبت به زاویه مورب (θ) برای ورق تاخورده مورب مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع شکل O به ازای سه زاویه تاخوردگی مختلف و با شرایط مرزی SSSS و CCCC، $\left(V^*_{CNT}=0.17,\ L/h=50\right)$

Fig. 8. Variation of fundamental frequency ratio (β_1) with respect to skew angle (θ) for simply supported and fully clamped FG-O CNTRC skew folded plates with three different crank angles, $\left(V^*_{CNT}=0.17,\ L/h=50\right)$

مکانیکی معادل این ورق‌ها با استفاده از قاعده مخلوط‌های توسعه‌یافته ارزیابی شد. مدلسازی این ورق‌ها با استفاده از دو وصله نربز صورت پذیرفت. معادلات حاکم بر هر وصله با استفاده از اصل کار مجازی و بر مبنای تئوری کلاسیک ارائه گردید. به منظور اعمال شرایط پیوستگی نیز، یک وصله بدون جرم به نام نوار خمشی در محل اتصال وصله‌های نربز قرار گرفت. نوار خمشی فاقد سفتی غشایی بوده و تنها در یک جهت دارای سفتی خمشی است. در بخش نتایج، رفتار همگرایی و صحت‌سنجی فرمول‌بندی پیشنهادی به طور همزمان در قالب چند



شکل ۹. تغییرات نسبت فرکانسی اصلی (β_1) نسبت به زاویه مورب (θ) برای ورق تاخورده مورب مرکب تقویت‌شده با نانولوله‌های کربنی با توزیع شکل V به ازای سه زاویه تاخوردگی مختلف و با شرایط مرزی SSSS و CCCC، $\left(V_{CNT}^{*} = 0.17,\ L/h = 50\right)$

Fig. 9. Variation of fundamental frequency ratio (β_1) with respect to skew angle (θ) for simply supported and fully clamped FG-V CNTRC skew folded plates with three different crank angles, $\left(V_{CNT}^{*} = 0.17,\ L/h = 50\right)$

مثال هم برای سازه در حالت‌های حدی و هم برای سازه اصلی بررسی گردید. پس از اطمینان از سرعت، دقت و کارآیی فرمول‌بندی، اثرات تغییر پارامترهای مرتبط با ماده و هندسه ورق تاخورده مورب بر رفتار ارتعاشی آن مورد مطالعه قرار گرفت. با توجه به نتایج ارائه‌شده می‌توان گفت:

به ازای یک هندسه معین، در تمامی الگوهای توزیع، با افزایش کسر حجمی نانولوله‌ها، سفتی ورق تاخورده مورب و متعاقباً فرکانس اصلی آن افزایش می‌یابد.

به ازای یک هندسه و کسر حجمی معین، توزیع شکل X بیشترین و توزیع شکل O کمترین مقدار فرکانس طبیعی را به دست می‌دهد. این امر بدین معنی است که قرار دادن نانولوله‌ها در لبه‌های بالایی و پایینی ورق، نسبت به توزیع نانولوله‌ها در صفحه میانی بسیار موثرتر است.

زاویه مورب اثر قابل‌توجهی بر فرکانس‌های طبیعی دارد که این امر، اهمیت مدلسازی ورق‌های تاخورده مورب را برای اهداف طراحی نشان می‌دهد.

نسبت فرکانسی اصلی همواره بزرگتر از یک است. بدین معنی که فرکانس اصلی ورق تاخورده مورب همیشه بیشتر از ورق تاخورده مستطیلی است.

در یک توزیع معین از نانولوله‌های کربنی و برای همه زوایای تاخوردگی، نسبت فرکانسی اصلی در زوایای مورب بالا به سرعت افزایش می‌یابد.

در یک توزیع معین از نانولوله‌های کربنی و در زوایای مورب کوچک، حساسیت نسبت فرکانسی اصلی نسبت به تغییر زاویه تاخوردگی و شرط مرزی بسیار کم است.

۷- پیوست آ

نگاشت از مختصات فیزیکی به مختصات پارامتریک با رابطه زیر داده می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} x \\ y \end{Bmatrix} = \sum_{I=1}^{n_{CP}} R_I\left(\xi,\eta\right) \begin{Bmatrix} P_{Ix} \\ P_{Iy} \end{Bmatrix} \qquad (\text{آ- ۱})$$

در رابطه (آ- ۱)، $\left(P_{Ix}, P_{Iy}\right)$ مختصات جهانی نقطه کنترلی Iام است. و نگاشت از فضای پارامتریک به فضای مرجع به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\xi\left(\tilde{\xi}\right) = \frac{\left(\xi_{i+1} - \xi_i\right)\tilde{\xi} + \left(\xi_{i+1} + \xi_i\right)}{2}$$
$$\eta\left(\tilde{\eta}\right) = \frac{\left(\eta_{i+1} - \eta_i\right)\tilde{\eta} + \left(\eta_{i+1} + \eta_i\right)}{2} \qquad (\text{آ- ۲})$$

در رابطه (آ- ۲)، $\tilde{\xi}$ و $\tilde{\eta}$ به ترتیب نقاط گوسی در راستاهای ξ و η هستند. همچنین (ξ_i,ξ_{i+1}) و (η_i,η_{i+1}) به ترتیب حدود بالا و پایین دهانه‌های گرهی غیرصفر را در دو راستای یاد شده نشان می‌دهد.

پس از اعمال نگاشت‌های مختصاتی بیان‌شده، از فرمول زیر برای انتگرال عددی تابع دلخواه f استفاده می‌شود:

$$\begin{aligned}\int_A f(x,y)\,dA &= \sum_{e=1}^{N_\xi\times N_\eta}\int_{A^{(e)}} f(x,y)\,dA_e = \\ &\sum_{e=1}^{N_\xi\times N_\eta}\int_{\hat{A}^{(e)}} f(\xi,\eta)\left|\mathbf{J}^{22}_{\xi\eta}\right| d\hat{A}_e \\ &= \sum_{e=1}^{N_\xi\times N_\eta}\int_{\tilde{A}^{(e)}} f(\tilde{\xi},\tilde{\eta})\left|\mathbf{J}^{22}_{\xi\eta}\right|\left|\mathbf{J}_{\tilde{\xi}\tilde{\eta}}\right| d\tilde{A}_e\end{aligned} \quad \text{(آ- ۳)}$$

که در آن $\left|\mathbf{J}^{22}_{\xi\eta}\right| = \frac{\partial x}{\partial \xi}\times\frac{\partial y}{\partial \eta}-\frac{\partial x}{\partial \eta}\times\frac{\partial y}{\partial \xi}$ و $\left|\mathbf{J}_{\tilde{\xi}\tilde{\eta}}\right| = \frac{(\xi_{i+1}-\xi_i)}{2}\times\frac{(\eta_{i+1}-\eta_i)}{2}$. همچنین N_ξ و N_η به ترتیب تعداد المان‌ها را دو راستای ξ و η نشان می‌دهد. علاوه بر این dA_e، $d\hat{A}_e$ و $d\tilde{A}_e$ به ترتیب المان مساحت را در فضاهای فیزیکی، پارامتریک و مرجع نشان می‌دهد. شایان ذکر است که در این تحقیق، انتگرال نهایی با استفاده از تکنیک استاندارد گوس-لژاندر[1] انجام می‌گیرد.

۸- پیوست ب

مطابق با شکل ۳، رابطه بین جابجایی‌های محلی و جهانی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\begin{Bmatrix} u_{0I} \\ v_{0I} \\ w_I \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(X,x_j) & \cos(X,y_j) & \cos(X,z_j) \\ \cos(Y,x_j) & \cos(Y,y_j) & \cos(Y,z_j) \\ \cos(Z,x_j) & \cos(Z,y_j) & \cos(Z,z_j) \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \bar{u}_{0I} \\ \bar{v}_{0I} \\ \bar{w}_I \end{Bmatrix} = [\mathbf{T}] \begin{Bmatrix} \bar{u}_{0I} \\ \bar{v}_{0I} \\ \bar{w}_I \end{Bmatrix} \quad \text{(ب- ۱)}$$

که در آن:

$$[\mathbf{T}] = \begin{bmatrix} \cos(X,x_j) & \cos(X,y_j) & \cos(X,z_j) \\ \cos(Y,x_j) & \cos(Y,y_j) & \cos(Y,z_j) \\ \cos(Z,x_j) & \cos(Z,y_j) & \cos(Z,z_j) \end{bmatrix} \quad \text{(ب- ۲)}$$

همچنین $(\bar{u}_{0I},\bar{v}_{0I},\bar{w}_I)$ و (u_{0I},v_{0I},w_I) به ترتیب مقادیر جابجایی گرهی در مختصات محلی و جهانی هستند. علاوه بر این، $(\mathbf{X_i},\mathbf{x_j})$ کوچکترین زاویه بین محورهای $\mathbf{X_i}$ و $\mathbf{x_j}$ را نشان می‌دهد.

با استفاده از قانون تبدیل، مولفه‌های ماتریس‌های مربوط به هر وصله، که در سیستم مختصات محلی وصله محاسبه شده‌اند را می‌توان به کمک روابط زیر به سیستم مختصات جهانی انتقال داد:

$$\begin{aligned}\mathbf{M} &= \boldsymbol{\Lambda}\bar{\mathbf{M}}\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}} \\ \mathbf{K} &= \boldsymbol{\Lambda}\bar{\mathbf{K}}\boldsymbol{\Lambda}^{\mathrm{T}}\end{aligned} \quad \text{(ب- ۳)}$$

که در آن $(\bar{\mathbf{M}},\bar{\mathbf{K}})$ و $(\mathbf{M},\mathbf{K})$ به ترتیب ماتریس‌های سفتی و جرم را در مختصات محلی و جهانی نشان می‌دهد. همچنین $\boldsymbol{\Lambda}$ یک ماتریس تبدیل مختصات قطری به صورت زیر است:

$$[\boldsymbol{\Lambda}] = \begin{bmatrix} \mathbf{T} & & & \\ & \cdot & & \mathbf{0} \\ & & \cdot & \\ & \mathbf{0} & & \cdot \\ & & & & \mathbf{T} \end{bmatrix}_{3\times m\times n} \quad \text{(ب- ۴)}$$

مراجع

[1] H. Shen, Nonlinear bending of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates in thermal environments, Composite Structures, 91(1) (2009) 9-19.

[2] L. L. Ke, J. Yang, S. Kitipornchai, Nonlinear free vibration of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite beams, Composite Structures, 92 (2010) 676-683.

[3] P. Malekzadeh, A. R. Zarei, Free vibration of quadrilateral laminated plates with carbon nanotube reinforced composite layers, Thin-Walled Structures, 82 (2014) 221-232.

[4] A. Alibeigloo, Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite cylindrical panel embedded in piezoelectric layers by using theory of elasticity, European Journal of Mechanics - A/Solids, 44 (2014) 104-115.

[5] R. J. Jiang, F. T. K. Au, A general finite strip for the

1 . Gauss–Legendre

of Functionally Graded Skew Folded Plates, Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Mechanical Engineering, (2019) https://doi.org/10.1007/s40997-019-00320-0.

[16] T. J. R. Hughes, J. A. Cottrell, Y. Bazilevs, Isogeometric analysis: CAD, finite elements, NURBS, exact geometry and mesh refinement, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 194 (2005) 4135-4195.

[17] P. Phung-Van, M. Abdel-Wahab, K.M. Liew, S.P.A. Bordas, H. Nguyen-Xuan, Isogeometric analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using higher-order shear deformation theory, Composite Structures, 123 (2015) 137–149.

[18] P. Phung-Van, Qui X. Lieu, H. Nguyen-Xuan, M. Abdel Wahab, Size-dependent isogeometric analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite nanoplates, Composite Structures, 166 (2017) 120-135.

[19] M. Memar Ardestani, L.W. Zhang, K.M. Liew, Isogeometric analysis of the effect of CNT orientation on the static and vibration behaviors of CNT-reinforced skew composite plates, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 317 (2017) 341-379.

[20] J. Kiendl, Y. Bazilevs, M. C. Hsu, R. Wüchner, K. U. Bletzinger, The bending strip method for isogeometric analysis of Kirchhoff–Love shell structures comprised of multiple patches, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, (2010) 2403-2416.

[21] D. J. Benson, S. Hartmann, Y. Bazilevs, M. C. Hsu, T. J. R. Hughes, Blended Isogeometric Shells, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 255 (2013) 133-146.

[22] H. R. Atri, S. Shojaee, Free Vibration Analysis of Thin-Shell Structures Using Finite Element Based on Isogeometric Approach, Iranian Journal of Science and Technology, Transactions of Civil Engineering, 40 (2016) 85-96.

[23] H. Kown, C. R. Bradbury, M. Leparoux, Fabrication

static and dynamic analyses of folded plates, Thin-Walled Structures, 49 (2011) 1288-1294.

[6] M. Ohga, T. Shigematsu, S. Kohigashi, Analysis of folded plate structures by a combined boundary element-transfer matrix method, Computers and Structures, 41 (1991) 739-744.

[7] L. X. Peng, S. Kitipornchai, K. M. Liew, Free vibration analysis of folded plate structures by the FSDT mesh-free method, Computational Mechanics, 39 (2007) 799-814.

[8] L. X. Peng, Free Vibration Analysis of Symmetrically Laminated Folded Plate Structures Using an Element-Free Galerkin Method, Mathematical Problems in Engineering, (2014) http://dx.doi.org/10.1155/2015/124296.

[9] A. Guha Niyogi, M. K. Laha, P. K. Sinha, Finite element vibration analysis of laminated composite folded plate structures, Shock and Vibration, 6 (1999) 273-283.

[10] A. Samanta, M. Mukhopadhyay, Finite element static and dynamic analyses of folded plates, Engineering Structures, 21 (1999) 277-287.

[11] S. Y. Lee, S. C. Wooh, S. S. Yhim, Dynamic behavior of folded composite plates analyzed by the third order plate theory, International Journal of Solids and Structures, 41 (2004) 1879-1892.

[12] S. Haldar, A. H. Sheikh, Free vibration analysis of isotropic and composite folded plates using a shear flexible element, Finite Elements in Analysis and Design, 42 (2005) 208-226.

[13] E. Hernández, L. Hervella-Nieto, Finite element approximation of free vibration of folded plates, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 198 (2009) 1360-1367.

[14] N. Nguyen-Minh, T. Nguyen-Thoi, T. Bui-Xuan, T. Vo-Duy, Static and free vibration analyses of stiffened folded plates using a cell-based smoothed discrete shear gap method (CS-FEM-DSG3), Applied Mathematics and Computation, 266 (2015) 212-234.

[15] H. Mohammadi, A. R. Setoodeh, FSDT-Based Isogeometric Analysis for Free Vibration Behavior

John Wiley & Sons, Ltd., West Sussex.

[32] V. P. Nguyen, C. Anitescu, S. P. A. Bordas, T. Rabczuk, Isogeometric analysis: An overview and computer implementation aspects, Mathematics and Computers in Simulation, 117 (2015) 89-116.

[33] J. N. Reddy, An Introduction to Nonlinear Finite Element Analysis, (2004) Oxford University Press.

[34] A. Hasani Baferani, A. R. Saidi, E. Jomehzadeh, An exact solution for free vibration of thin functionally graded rectangular plates, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science, (2010) https://doi.org/10.1243/09544062JMES2171.

[35] S. Yin, J. S. Hale, T. Yu, T. Q. Bui, S. P. A. Bordas, Isogeometric locking-free plate element: a simple frst order shear deformation theory for functionally graded plates, Composite Structures, 118 (2014) 121-138.

[36] Y. Han, J. Elliott, Molecular dynamics simulations of the elastic properties of polymer/carbon nanotube composites, Computational Materials Science, 39 (2007) 315-323.

[37] P. Zhu, Z. X. Lei, K. M. Liew, Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory, Composite Structures, 94 (2012) 1450-1460.

[38] Y. Kiani, Free vibration of FG-CNT reinforced composite skew plates, Aerospace Science and Technology, 58 (2016) 178-188.

[39] M. Mohammadimehr, M. Mehrabi, E. Shaabaninejhad, Buckling and Vibration Analyses of Double-bonded Micro Composite Plates Reinforced by CNTs and BNNTs Based on MSGT, Amirkabir J. Mech. Eng., 51(1) (2018) 79-96. (In Persian)

[40] P. Zhu, Z. X. Lei, K. M. Liew, Static and free vibration analyses of carbon nanotube-reinforced composite plates using finite element method with first order shear deformation plate theory, Composite Structures, 94 (2012) 1450-1460.

of functionally graded carbon nanotube-reinforced aluminum matrix composite, Advanced Engineering Materials, 13 (2013) 325-329.

[24] A. R. Setoodeh, M. Shojaee, P. Malekzadeh, Application of transformed differential quadrature to free vibration analysis of FG-CNTRC quadrilateral spherical panel with piezoelectric layers, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 335 (2018) 510-537.

[25] R. Ansari, J. Torabi, R. Hassani, A comprehensive study on the free vibration of arbitrary shaped thick functionally graded CNT-reinforced composite plates, Engineering Structures, 181 (2019) 653-669.

[26] Q. Wang, F. Pang, B. Qin, Q. Liang, A unified formulation for free vibration of functionally graded carbon nanotube reinforced composite spherical panels and shells of revolution with general elastic restraints by means of the Rayleigh–Ritz method, Polymer Composites, (2017) https://doi.org/10.1002/pc.24339.

[27] M. Shojaee, A. R. Setoodeh, P. Malekzadeh, Vibration of functionally graded CNTs-reinforced skewed cylindrical panels using a transformed differential quadrature method, Acta Mechanica, (2017) DOI 10.1007/s00707-017-1846-z.

[28] F. Ebrahimi and S. Habibi, Nonlinear Dynamic Response Analysis of Carbon Fiber Reinforced Polymer Enhanced with Carbon Nanotubes on Elastic Foundations in Thermal Environments, Amirkabir J. Mech. Eng., 50(1) (2018) 73-90. (In Persian)

[29] S. Razavi and A. Shooshtari, On the Free Vibration Analysis of a CNT-Reinforced Plate Bonded to a Magnetoelectroelastic Layer, Amirkabir J. Mech. Eng., 50(1) (2018) 15-24. (In Persian)

[30] L. Piegl, W. Tiller, The NURBS Book (Monographs in Visual Communication), Second edition, (1997) Springer-Verlag, New York.

[31] T. J. R. Hughes, J. A. Cottrell, Y. Bazilevs, Isogeometric Analysis Towards Unification of CAD and FEA, (2009)

[41] Z. X. Lei, K. M. Liew, J. L. Yu, Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotube-reinforced composite plates using the element-free kp-Ritz method in thermal environment, Composite Structures, 106 (2013) 128-138.

[42] M. Heidari Rarani, S. Alimirzaei, K. Torabi, Analytical solution for free vibration of functionally graded carbon nanotubes (FG-CNT) reinforced double-layered nano-plates resting on elastic medium, Journal of Science and Technology Composite, 2(3) (2015) 55-66. (In Persian)

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

H. Mohammadi, A.R. Setoodeh, Free vibration analysis of functionally graded carbon nanotubes reinforced composite skew folded plates using the isogeometric approach, AmirKabir J. Mech Eng., 53(4) (2021) 2239-2260.

DOI: 10.22060/mej.2020.17298.6569