



## ارائه یک مدل رفتاری ریزمکانیکی کرنش غیرالاستیک-خرابی براساس سازوکار ترک بال و ترک ثانویه تحت بارگذاری دینامیکی

محمدحسین احمدی، حامد ملاداودی\*

دانشکده مهندسی معدن و متالورژی، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۰۹/۱۷  
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۲/۲۰  
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۰۳  
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۳/۰۸

### کلمات کلیدی:

ترک ثانویه  
رشد خرابی  
فاکتور شدت تنش  
کرنش غیرالاستیک  
روش همگن سازی خودسازگار  
معدن مس سونگون

**خلاصه:** در اغلب مواد سنگی تغییرشکل های ناشی از جابه جایی در سطوح ریزترک اولیه و انتشار خرابی به دلیل جوانه زنی و رشد ترک بال و ترک ثانویه به گونه توأمان رخ می دهد. وقتی مواد سنگی تحت بارگذاری دینامیکی قرار می گیرند، اندرکنش بین ریزترک ها نقش مهمی در رفتار مواد ایفا می کند. در این تحقیق روش همگن سازی خودسازگاری برای لحاظ اندرکنش بین ریزترک ها و تعیین پارامترهای مؤثر مواد حاوی ریزترک که تحت تأثیر رشد خرابی زوال یافته اند، بکار گرفته شده است. هدف از ارائه این تحقیق توسعه مدل خرابی ریزمکانیکی با در نظر گرفتن مکانیزم رشد ترک بال و ترک ثانویه در کنار کرنش های غیرالاستیک ناشی از جابه جایی سطوح ریزترک اولیه تحت بارگذاری فشاری دینامیکی می باشد. همچنین، معیار مناسبی برای شروع رشد ترک ثانویه برای ترک های بسته پیشنهاد شده است. نمونه های سنگی برای مطالعات آزمایشگاهی از تیپ سنگی سونگون پورفیری (SP) از مجتمع معدنی مس سونگون تهیه شده اند. پارامترهای چقرمگی برای شکست مد اول برابر با  $0.77 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  و برای چقرمگی شکست مد دوم برابر با  $1/4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$  برای تیپ سنگی SP با استفاده از مطالعات آزمایشگاهی تعیین شدند. پارامترهای ریزساختاری سنگ (میانگین طول اولیه برابر با  $96/5$  میکرومتر و چگالی ریزترک ها برابر با  $5/46 \times 10^8$  در واحد سطح) با استفاده از اسکن میکروسکوپ الکترونی ارزیابی شدند. برای تعیین مقاومت فشاری دینامیکی، آزمایش فشاری هاپکینسون بر روی نمونه های سنگی مکعبی شکل اجرا شد. مطابق با نتایج آزمایش هاپکینسون، افزایش نرخ کرنش تا حد  $\dot{\epsilon} = 2150 \text{ 1/s}$  منجر به افزایش مقاومت فشاری دینامیکی تا مرز  $350$  مگاپاسکال نسبت به مقاومت فشاری استاتیکی  $60$  مگاپاسکالی می شود. برای اعتبارسنجی مدل توسعه داده شده، نتایج حاصل از شبیه سازی های عددی با نتایج آزمایش میله فشاری هاپکینسون مقایسه شده است. نتایج حاصل از شبیه سازی های عددی به ازای نرخ کرنش یکسان تطابق خوبی با نتایج آزمایش میله فشاری هاپکینسون دارد. نتایج حاصل از شبیه سازی های عددی نشان می دهد که مدل ریزمکانیکی توسعه داده شده بسیاری از ویژگی های رفتاری سنگ ها از جمله رفتار نرم شوندگی در ناحیه بعد از مقاومت فشاری، خرابی حاصل از ترک های بال و ترک های ثانویه و تغییرشکل های بازگشت ناپذیر ناشی از جابه جایی سطوح ریزترک ها را پیش بینی می کند. قانون مقیاس برای تیپ سنگی SP با استفاده از نتایج شبیه سازی های عددی و مطالعات آزمایشگاهی مطالعه شد. مطابق با این قانون، نرخ کرنش انتقالی برابر  $1200$  و مقاومت فشاری دینامیکی برابر با  $120$  مگاپاسکال برآورد گردید. همچنین مطابق با نتایج شبیه سازی های عددی افزایش نرخ کرنش از  $\dot{\epsilon} = 2800 \text{ 1/s}$  به  $\dot{\epsilon} = 4800 \text{ 1/s}$  منجر به افزایش طول ترک بال در حدود  $15$  میکرومتر و طول ترک ثانویه در حدود  $4$  میکرومتر می شود که این امر باعث افزایش اندرکنش بین ریزترک ها می شود.

### ۱- مقدمه

ثانویه می باشد. لغزش و رشد ریزترک ها در جریان فرآیندهای بازگشت ناپذیر اتلاف انرژی و رشد ریزساختارها منجر به رشد خرابی در ماده می گردد [۲،۱]. تحت میدان تنش فشاری دینامیکی، تغییرشکل های غیرالاستیک در مقایسه با میدان تنش شبه استاتیکی بالا هستند. بنابراین مکانیزم های مختلفی برای تغییرشکل های

مکانیزم ریزمکانیکی که اغلب رفتارهای غیرالاستیک و خرابی در مواد شبه شکننده را ارزیابی می کند، در ارتباط با لغزش بر روی سطوح ریزترک، گوه ای شدن، رشد ترک های بال و ترک های

\* نویسنده عهده دار مکاتبات: hamedavodi@aut.ac.ir



غیرالاستیک تحت شرایط بارگذاری دینامیکی پیشنهاد می شود. در این مقاله، تغییرشکل های غیرالاستیک ناشی از جابه جایی نسبی در راستای سطوح ریزترک اولیه در کنار مکانیزم های ایجاد ترک بال و ترک ثانویه در قالب فرمول بندی روش همگن سازی خودسازگاری مطالعه شده است.

هاری و نعمت ناصر [۳]، نعمت ناصر و اباتا [۴]، نعمت ناصر و دنق [۵] مدل های خرابی را با شرایط لغزش بر روی صفحات ریزترک ها و استفاده از روش همگن سازی رقیق که قادر به لحاظ اندرکنش بین ریزترک ها نمی باشد، تحت بارگذاری فشاری دینامیکی توسعه دادند. برخی محققین از جمله ژو و همکاران [۷،۶]، ژو و همکاران [۸] و ملاوودی [۹]، روش همگن سازی پونته-کاستاندا و ویلیس یا موری تاناکا را برای مطالعه رفتار مواد حاوی ریزترک های بسته با سطوح اصطکاکی بکار برده اند. این محققین فرمول بندی رفتار لغزش اصطکاکی در راستای سطوح ریزترک ها به همراه رشد خرابی برای مواد سنگی دربرگیرنده ریزترک ها را تحت شرایط بارگذاری فشاری استاتیکی پیشنهاد دادند. تعیین منطقی قانون رشد خرابی یکی از موضوعات چالش انگیز در این نوع مدل های خرابی ریزمکانیکی می باشد [۱۰].

در مطالعه دیگر، پالیوال و رامش [۱۱]، مدل خرابی ریزمکانیکی را براساس روش همگن سازی خودسازگاری توسعه دادند که در آن ریزترک منفرد صفحه ای شکل داخل فضای بیضی شکل تعبیه شده و محیط اطراف فضای مذکور با ماتریکس جامد همگن سازی شده تحت میدان تنش دومحوره بارگذاری شده است. این مدل می تواند پاسخ مواد سنگی را با توجه به توزیع آماری ریزترک های اولیه از نظر اندازه و جهت و نرخ کرنش اعمالی، پیش بینی نماید.

کاتکف و گراهام بردی [۱۲] مدل پالیوال و رامش [۱۱] را به منظور مطالعه شکست مواد شکننده تحت بارگذاری فشاری دینامیکی با لحاظ توامان ریزترک های صفحه ای شکل و منافذ کروی توسعه دادند. هو و همکاران [۱۳] مدل خرابی-پلاستیک براساس روش همگن سازی خودسازگاری توسعه دادند. کرنش پلاستیک ماتریکس لحاظ شده در این مدل به دلیل نابجایی شبکه کریستالی و جریان پلاستیسیته بین دانه ها و کریستال ها تولید می شود که در تنش های جانبی بالا از شدت بیشتری برخوردار است.

لیو و گراهام بردی [۱۴] رفتار مواد شکننده حاوی ریزترک های با

توزیع دوره ای را تحت بار فشاری تک محوری مطالعه کردند. ایابگری و همکاران [۱۵] تانسور نرمی آئیزوتروپیک در فضای سه بعدی را برای جامدهای شکننده پیشنهاد دادند و مکانیزم رشد ترک بال را با استفاده از ترکیب مباحث سینماتیک و انرژی ارزیابی نمودند.

تعیین وضعیت سلامت و یا آسیب دیدگی سازه ها، مخصوصاً سازه های با اهمیت نظیر پل ها، سدها، تونل ها که لازم است بهره برداری آنها متوقف نگردد، همواره حائز اهمیت بوده است. به طور کلی روش های انجام ارزیابی غیرمخرب بیشتر به صورت روش های تست محلی شامل روش های آکوستیک و اولتراسونیک، روش های میدان مغناطیسی، رادیوگرافی، روش های ادی-کورنت و روش های میدان حرارتی می باشد. البته روش های مذکور دچار ضعف و عیب می باشند که از جمله آنها می توان به نکات زیر اشاره نمود [۱۶]:

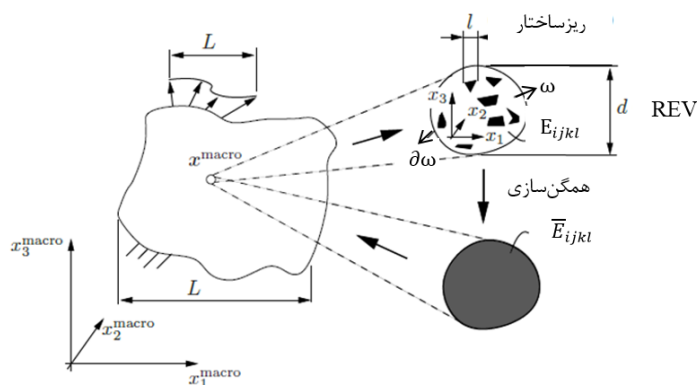
○ برای استفاده از تمام روش های مذکور باید محدوده مکان آسیب از قبل مشخص باشد، چرا که انجام تست موضعی بر روی کل یک سازه عملاً امکان پذیر نمی باشد.

○ محدوده مورد نظر باید حتماً قابل دسترسی باشد. در بسیاری از مواقع دسترسی به بخش های مختلفی از سازه امکان پذیر نمی باشد.

○ در اغلب موارد لازم است که بهره برداری از سازه برای مدتی متوقف گردد تا بررسی ها و تست های لازم انجام گردد. این مسئله در بسیاری از موارد امکان پذیر نمی باشد و یا اینکه ممکن است خسارت های مالی به بار آورد.

○ ارزیابی با این روش ها معمولاً بسیار زمان بر است.

لذا برای غلبه بر نقایص روش های سنتی مذکور، روش های پایش سلامت بر مبنای اطلاعات لرزه ای سازه توسعه داده شده اند که در کنار دقت بالا با هزینه کم از لحاظ مالی و زمانی قابل اجرا می باشد. هر آسیبی در سازه منجر به تغییر در مشخصات فیزیکی سازه (جرم، سختی و میرایی) می گردد؛ این مسأله منجر به تغییر در ویژگی های دینامیکی (فرکانس مودها، بردار شکل مودها، میرایی مودها، توابع انتقال، پاسخ سازه و غیره) سازه خواهد شد. روش های انجام پایش سلامت سازه ها بر اساس اطلاعات لرزه ای را می توان به روش های شامل آسیب یابی بر اساس تغییر در اطلاعات پایه ای مودال و آسیب یابی بر اساس به روز رسانی مدل المان محدود سازه تقسیم بندی



شکل ۱. روند همگن سازی ریزعوارض از مقیاس بزرگ به مقیاس ریز [۱۸].  
**Fig. 1. The micro cracks homogenization scheme from macro scale to micro scale.**

## ۲- تشریح مدل رفتاری توسعه داده شده

### ۲-۱- روش همگن سازی خودسازگاری

مواد شکننده از جمله سنگ حاوی ریزعوارضی هستند که تحت بارگذاری خارجی موجب زوال پارامترهای مکانیکی سنگ می شوند. شکل ۱ المان حجمی معرف<sup>۲</sup> (REV) ماده با توزیع تصادفی ریزترک ها از نظر اندازه و جهت را در حجم  $V$  نشان می دهد که توسط مرز خارجی محدود شده اند. REV برای برقراری ارتباط بین رفتار ماده در مقیاس های ریز و بزرگ بکار برده می شود. فرآیند همگن سازی برای مواد سنگی شکننده حاوی توزیعی از ناهمگنی ها در ماتریکس جامد می باشد.

فرآیند همگن سازی بطور گسترده در مدل های خرابی ریزمکانیکی برای لحاظ تأثیر ریزترک ها بر روی پارامترهای مکانیکی سنگ ها بکار برده می شوند. در شرایطی که ریزترک ها در فاصله نزدیکی نسبت به یک دیگر قرار دارند، روش همگن سازی خودسازگاری برای تعیین پارامترهای مکانیکی مؤثر ماده می تواند بکار برده شود [۱۹]. مطابق با شکل ۲، در روش خودسازگاری فرض می شود که هر عارضه منفرد توسط یک فضای بیضی شکل احاطه شده است که فضای داخل بیضی مفروض به صورت بکر می باشد. محیط دربرگیرنده فضای بیضی شکل، پارامترهای مکانیکی معادل دارد که مقدار کاهش در پارامترهای مکانیکی معادل مرتبط با ریزعوارض توزیع شده در ماتریکس جامد می باشد. اندرکنش بین خانواده های مختلف ریزعوارض (هر خانواده براساس اندازه و جهت ریزعوارض تشکیل می شود) با استفاده از تئوری ترک-ماتریکس-محیط مؤثر صورت

نمود [۱۷]. البته استفاده از روش های پایش سلامت در پروژه های استخراج معادن با روش حفاری و انفجار که پله های معدنی مدام تحت بارگذاری های دینامیکی ناشی از انفجار می باشند، در عمل تاکنون مورد استفاده قرار نگرفته است.

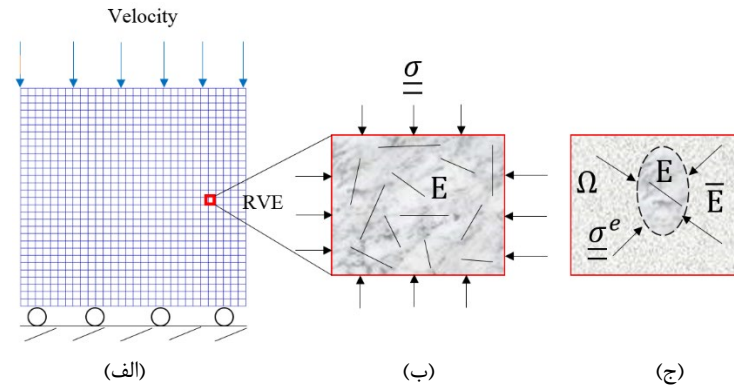
مهم ترین مزیت مدل های ریزمکانیکی، در نظرگرفتن مکانیزم های مختلف تغییرشکل و شکست در قالب مدل های رفتاری است [۱۵]. مشابه با مکانیزم ترک بال، مکانیزم ترک ثانویه نیز یکی از مکانیزم های غالب در مواد شبه شکننده می باشد. از این رو معیار مناسبی برای شروع رشد ترک ثانویه در این مقاله پیشنهاد شده است. به علاوه قانون بروز<sup>۱</sup> برای رشد ترک ثانویه براساس اصول مکانیک شکست دینامیکی تعیین شده است.

هدف از این مطالعه، توسعه مدل خرابی ریزمکانیکی برای در نظر گرفتن خرابی در جریان مکانیزم های رشد ترک بال و ترک ثانویه تحت بارگذاری فشاری دینامیکی می باشد. هم چنین در این مقاله، اندرکنش دو مکانیزم اتلافی از جمله رشد خرابی و تغییرشکل های غیرالاستیک ناشی از جابه جایی نسبی سطوح ریزترک برای ریزترک با شرایط بسته نیز مطالعه شده است.

اندرکنش پیشنهاد شده بین تغییرشکل غیرالاستیک و رشد خرابی در قالب مدل ریزمکانیکی و براساس روش همگن سازی خودسازگاری فرمول بندی و در محیط نرم افزار تجاری کدنویسی شده است. به همین ترتیب مدل پیشنهادی برای شبیه سازی رفتار سنگ های شکننده تحت بارگذاری دینامیکی بکار برده شده است.

2 Representative Elementary Volume

1 Evolution rule



شکل ۲. روش همگن سازی خودسازگاری، الف) REV، ب) شرایط مرزی حاکم بر REV، ج) شرایط مرزی حاکم بر فضای بیضی شکل.

Fig. 2. Self-consistent homogenization scheme. a) REV, b) boundary condition on REV, c) boundary condition on elliptical inclusion.

که لغزش روی سطوح ریزترک بر راستای قطر بزرگ ریزترک اولیه (راستای  $\underline{P}$ ) صورت می گیرد. مطابق با شکل ۳ جهت  $\underline{Q}$  در جهت عرضی صفحه ریزترک در فضای سه بعدی می باشد.

سیستم مختصات موضعی (محلی)  $(P, N, Q)$  با توجه به زاویه قرارگیری ریزترک نسبت به سیستم مختصات کلی  $(e_1, e_2, e_3)$  تعیین می شوند. جهت نرمال ریزترک  $(\underline{N})$ ، جهت لغزش سطوح ریزترک  $(\underline{P})$  و جهت نرمال ترک بال  $(\underline{N}_w)$  در فضای سه بعدی را می توان با استفاده از زوایای  $(\varphi, \theta)$  مطابق با شکل ۳ تعریف نمود. در سیستم مختصات کلی جهت نرمال ریزترک  $(\underline{N})$ ، جهت لغزش سطوح ریزترک  $(\underline{P})$  و جهت نرمال ترک بال  $(\underline{N}_w)$  به صورت ذیل تعیین می شوند [۱۵]:

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} \sin \varphi \cos \theta \\ \cos \varphi \\ \sin \varphi \sin \theta \end{bmatrix}, \quad \underline{P} = \begin{bmatrix} \cos \varphi \cos \theta \\ -\sin \varphi \\ \cos \varphi \sin \theta \end{bmatrix}, \quad \underline{N}_w = \begin{bmatrix} \cos \theta \\ 0 \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

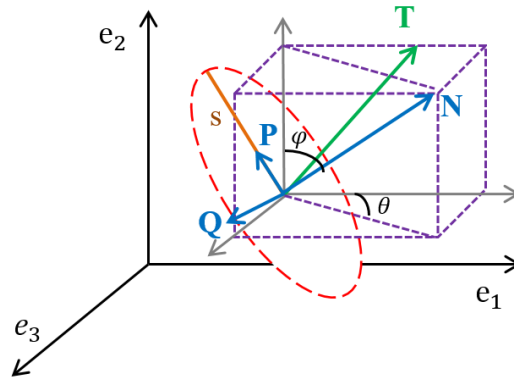
در این مقاله از مدل ساده شده ای با ریزترک بال که هم راستا با جهت بارگذاری اصلی می باشد، استفاده شده است. بنابراین بردار نرمال ترک بال  $(\underline{N}_w)$  هیچ وابستگی به زاویه  $(\varphi)$  ندارد. بردار تنش سطحی  $(\underline{T})$  ناشی از میدان تنش های محلی  $(\sigma_{ij}^e)$  بر روی صفحه ریزترک اولیه  $(\underline{T} = \sigma_{ij}^e \cdot \underline{N})$  می باشد. بردار تنش سطحی  $(\underline{T})$  ناشی از تنش های محلی بر روی صفحه ریزترک اولیه را می توان به دو مولفه نرمال  $(\sigma_{nn} = \underline{N} \cdot \underline{T})$  و برشی  $(\tau^{eff} = \underline{P} \cdot \underline{T})$  نسبت به سطح ریزترک اولیه تجزیه نمود. مولفه برشی  $(\underline{P} \cdot \underline{T})$  نیروی محرکه لغزش در طول ریزترک های اولیه و عامل پدیده گوه ای شدن به منظور جوانه زنی

می گیرد که روش خودسازگاری نقش مهمی در تعیین میدان تنش محلی مؤثر پیرامون عارضه تعبیه شده در داخل فضای بیضی شکل ایفا می کند. فصل مشترک بین فضای بیضی شکل و ماتریکس فرض شده که بطور کامل بهم بسته و پیوسته است که این موضوع دلالت بر پیوستگی نیروها و جابه جایی ها دارد [۱۴].

بودیناسکی و اکونل [۲۰] مدول های مؤثر یانگ و برشی را برای محاسبه ماتریکس خراب شده براساس روش همگن سازی خودسازگاری به صورت ذیل پیشنهاد دادند:

$$\begin{aligned} \bar{E} &= E \cdot f(v, \Omega), \quad \bar{G} = G \cdot g(v, \Omega) \\ f(v, \Omega) &= \left(1 - \frac{\pi^2}{30}(1+v)(5-4v)\Omega\right) \\ g(v, \Omega) &= \left(1 - \frac{\pi^2}{60}(10-7v)\Omega\right) \end{aligned} \quad (1)$$

که  $E$  و  $G$  به ترتیب مدول های یانگ و برشی ماده بکر،  $v$  نسبت پواسون و  $\Omega$  پارامتر خرابی می باشد. شایان ذکر است که نسبت پواسون در جریان وقوع خرابی در ماده ثابت می ماند [۱۱]. روش همگن سازی خودسازگاری نقش مهمی در تعیین میدان تنش مؤثر پیرامون فضای بیضی شکل دارد. میدان تنش موضعی پیرامون فضای بیضی شکل  $(\sigma_{ij}^e)$  تنشی است که به ریزترک منفرد داخل فضای بیضی با پارامترهای مکانیکی بکر وارد می شود. مطابق با شکل ۳ عارضه منفرد تحت میدان تنش موضعی  $(\sigma_{ij}^e)$  در سیستم مختصات کلی  $(e_1, e_2, e_3)$  قرار می گیرد. در این مقاله هندسه ریزترک بصورت بیضی تخت فرض شده است که قطر بزرگ آن  $2s$  و بردار نرمال آن  $\underline{N}$  می باشد. مطابق با ایگری و همکاران [۱۵] فرض بر این است



شکل ۳. نمایش سه بعدی ریزترک [۱۵].

Fig. 3. The 3D representation of microcrack.

پارامتر خرابی ناشی از رشد ترک بال ( $\Omega^w$ ) در مواد سنگی بستگی به خصوصیات ریزترک اولیه از جمله اندازه، جهت فضایی ریزترک ( $\varphi, \theta$ )، چگالی ( $\eta$ ) و طول ترک بال ( $l$ ) دارد. از آنجایی که مواد شکننده هم چون سنگ دارای توزیع مختلفی از ریزترک ها از نظر اندازه و جهت می باشند، پارامتر خرابی ناشی از رشد ترک بال ( $\Omega^w$ ) را می توان با توابع آماری به صورت ذیل بیان نمود:

$$\Omega^w = \int \eta(l^3)g(s)f(\varphi)h(\theta) dsd\varphi d\theta \quad (4)$$

که  $g(s)$  تابع توزیع آماری اندازه و توابع آماری  $f(\varphi)$  و  $h(\theta)$  جهت فضایی ریزترک را بیان می کنند. رابطه مشابهی برای توصیف پارامتر خرابی ناشی از رشد ترک ثانویه، در این مقاله به صورت ذیل پیشنهاد شده است:

$$\Omega^s = \int \eta(\Delta s^3)g(s)f(\varphi)h(\theta) dsd\varphi d\theta \quad (5)$$

که  $\Delta s$  میزان رشد طول ریزترک اولیه در اثر سازوکار ترک ثانویه می باشد.

۳-۲- مروری بر مدل خرابی توسعه داده شده توسط پالیوال و رامش در این بخش مدل خرابی توسعه داده شده توسط پالیوال و رامش [۱۱] براساس روش همگن سازی خودسازگاری به طور مختصر مرور شده و سپس در فضای سه بعدی در این مقاله بسط داده می شود.

ترک های بال از نوک ریزترک اولیه می باشد. در صورتی که تنش نرمال اعمالی بر ریزترک اولیه دارای مقادیر مثبتی باشد ( $\sigma_{nn} \geq 0$ )، آنگاه میدان تنش اعمالی کششی و ریزترک به حالت باز می باشد و اگر دارای مقادیر منفی باشد ( $\sigma_{nn} < 0$ ) آنگاه میدان تنش اعمالی برشی و ریزترک در حالت بسته می باشد.

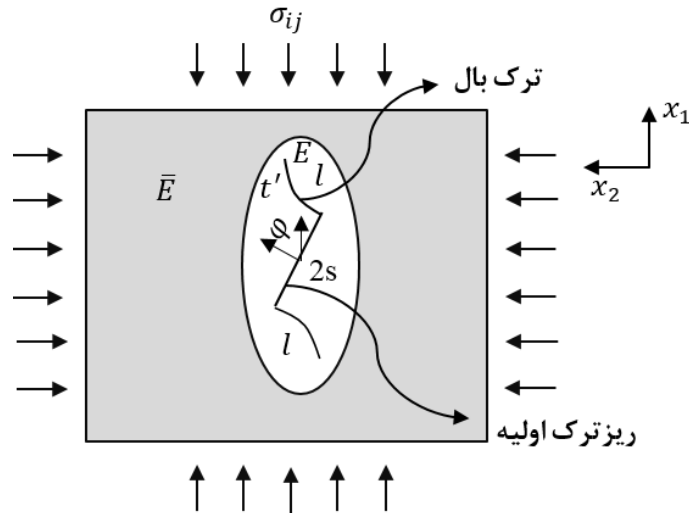
## ۲-۲- پارامتر خرابی

همه مواد سنگی حاوی ریزترک هایی هستند که توزیع متنوعی از نظر اندازه و جهت دارند. مطابق با تئوری ضعیف ترین اتصال<sup>۱</sup> تحت شرایط بارگذاری شبه استاتیکی، برخی از ریزترک های موجود در مواد سنگی که اندازه بزرگ تری دارند، فعال می شوند. به عبارت دیگر، ریزترک های با اندازه کوچک تر در مواد سنگی در فرآیند خرابی مشارکت نمی کنند و شکست ماده توسط ریزترک های با اندازه بزرگ کنترل می شود. بر خلاف شرایط بارگذاری استاتیکی، تحت بارگذاری دینامیکی تئوری ضعیف ترین اتصال کاربرد نداشته و تمامی ریزترک ها با اندازه های مختلف در پاسخ مکانیکی سنگ های شکننده مشارکت می کنند [۲۱].

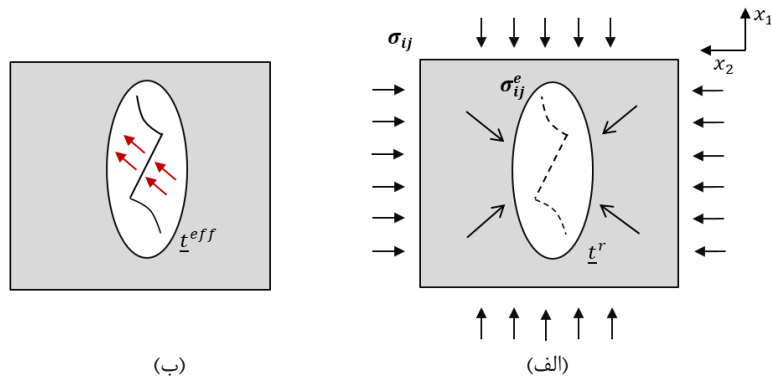
خرابی در مواد سنگی ناشی از مکانیسم های رشد ترک بال و ترک ثانویه می باشد. از این رو پارامتر خرابی کل ( $\Omega$ ) در ماده را می توان به دو جزء خرابی ناشی از ترک بال ( $\Omega^w$ ) و خرابی ناشی از ترک ثانویه ( $\Omega^s$ ) به صورت ذیل تجزیه نمود:

$$\Omega = \Omega^w + \Omega^s \quad (3)$$

1 Weakest link theory



شکل ۴. نمایش شمانیک محیط معادل و نیروهای وارد بر سطوح ریزترک اولیه و ترک بال تحت بارگذاری خارجی دوجوره ( $\sigma_{ij}$ ) [۱۱].  
 Fig. 4. The schematic representation of equalent media and applied forces on microcrack and wing crack under biaxial remote loading ( $\sigma_{ij}$ ).



شکل ۵. تجزیه مسأله مرجع اولیه به دو زیرمسأله براساس اصل جمع آثار، الف) ریزترک مجازی داخل محیط همگن تحت بارگذاری یکسان با مسأله مرجع اولیه. ب) سطوح ریزترک اولیه تحت تأثیر میدان تنش مؤثر با اقناع شرایط مرزی حاکم بر مسأله مرجع اولیه [۱۱].  
 Fig. 5. Decomposition of the main problem into the two sub-problems by using the superposition principle, a) the imaginary microcrack in equalent media under same loading condition with reference problem, b) the microcrack surfaced under effective stress fields.

۵ الف)، فضای حفروی بیضی شکل (ماتریکس و ترک مجازی) در داخل محیط ماتریکس همگن شده تعبیه شده است که تحت تأثیر میدان تنش دور دست ( $\sigma_{ij}$ ) می باشد. نیروی سطحی ( $\underline{t}^r$ ) متناظر با نیروی سطحی بر صفحات ترک مجازی می باشد. نیروهای سطحی ( $\underline{t}^r$ ) به دلیل تأثیر میدان تنش محلی ( $\sigma_{ij}^e$ ) بر سطح مجازی ترک در موقعیت ریزترک اولیه ( $\underline{t}_s^r$ ) و ترک های بال باز ( $\underline{t}_w^r$ ) تجزیه می شوند [۱۱].

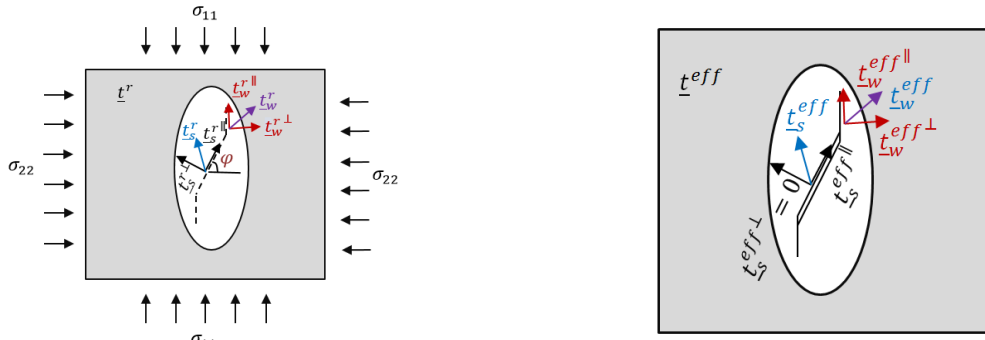
در زیرمسأله دوم مطابق با شکل ۵ ب)، سطوح ترک فقط تحت تأثیر نیروی سطحی  $\underline{t}^{eff}$  قرار دارند که از زیرمسأله اول استنتاج

مطابق با شکل ۴، ایده اصلی این است که ریزترک منفرد داخل فضای بیضی شکل با پارامترهای الاستیک توسط ماتریکس خراب شده<sup>۱</sup> احاطه شده است و هر ریزترک میدان تنش موضعی متفاوت از میدان تنش کلی را تجربه می کند.

مطابق با شکل ۴، مسأله فضای ماتریکس بیضی شکل شامل ترک در محیط درون گیر معادل تحت بارگذاری یکنواخت میدان دور<sup>۲</sup> می تواند به دو زیرمسأله تجزیه شود. در زیرمسأله اول مطابق با شکل

1 Damaged matrix  
 2 Remote uniform loading





شکل ۶. تجزیه بردارهای نیروی سطحی ( $\underline{t}_s^r$  و  $\underline{t}_w^r$ ،  $\underline{t}_s^{eff}$  و  $\underline{t}_w^{eff}$ ) به مولفه های عمودی ( $\perp$ ) و موازی ( $\parallel$ ) بر صفحات متناظر [۱۱].  
**Fig. 6. Decomposition of surface forces vector ( $\underline{t}_s^r$ ,  $\underline{t}_w^r$ ,  $\underline{t}_s^{eff}$ ) in vertical ( $\perp$ ) and horizontal ( $\parallel$ ) direction.**

که  $\underline{t}_s^{eff}$  نیروی سطحی مؤثر عامل لغزش اصطکاکی و  $\underline{t}_w^{eff}$  نیروی سطحی مؤثر عامل بازشدگی ترک بال در زیرمسأله دوم می باشد. با استفاده از روابط (۷) و (۸) برای سطوح ترک لغزشی داریم:

$$\underline{t}_s^{eff} \begin{cases} (\underline{t}_s^{eff})^\perp = (\underline{t}_s')^\perp - (\underline{t}_s^r)^\perp = 0 \\ (\underline{t}_s^{eff})^\parallel = (\underline{t}_s')^\parallel - (\underline{t}_s^r)^\parallel = \tau_c - \mu(\underline{t}_s')^\perp - (\underline{t}_s^r)^\parallel = \tau_s^{eff} \end{cases} \quad (9)$$

برای سطوح ترک بال و بافرض ( $\underline{t}_w' = 0$ )، به دلیل بازبودن ترک های بال داریم [۵]:

$$\underline{t}_w^{eff} \begin{cases} (\underline{t}_w^{eff})^\perp = -(\underline{t}_w^r)^\perp \\ (\underline{t}_w^{eff})^\parallel = -(\underline{t}_w^r)^\parallel \end{cases} \quad (10)$$

در این مقاله، به منظور تعمیم تنش برشی از فضای دوبعدی به فضای سه بعدی، پارامتر  $(\underline{t}_s^r)^\parallel$  را با عبارت  $(\underline{T} \cdot \underline{P})$  و پارامتر  $(\underline{t}_s^r)^\perp$  را با عبارت  $(\sigma_{nn} = \underline{N} \cdot \underline{T})$  جایگزین می کنیم. لذا فرمول بندی تنش برشی بسیج شده روی سطوح ریزترک در فضای سه بعدی به صورت ذیل بازنویسی می شود:

$$\tau_s^{eff} = \tau_c - \mu \sigma_{nn} - (\underline{P} \cdot \underline{T}) \quad (11)$$

بردار تنش سطحی نرمال بر سطح ترک بال در فضای سه بعدی به صورت ذیل نوشته می شود:

$$\sigma_2^P = \underline{N}_w \cdot \underline{\sigma}^e \cdot \underline{N}_w \quad (12)$$

۲-۴- فاکتور شدت تنش و جابه جایی لغزشی در مکانیسم ترک بال از نگاه مکانیک شکست، در شرایطی که ماده تحت بار فشاری

شده است و چنانچه شرایط مرزی مرتبط با نیروهای سطحی را به صورت ذیل اقلع نماید:

$$\underline{t}' = \underline{t}^r + \underline{t}^{eff} \quad (6)$$

$\underline{t}'$  نشان گر کشش روی سطوح عارضه-ترک می باشد. مطابق با شکل ۶، هر یک از بردارهای نیروی سطحی ( $\underline{t}_w^r$ ،  $\underline{t}_s^r$  و  $\underline{t}^{eff}$ ) می توانند به مولفه های عمودی ( $\perp$ ) و موازی ( $\parallel$ ) بر صفحات متناظر تجزیه می شوند.

نیروی سطحی  $\underline{t}$  اعمالی بر سطوح ریزترک اولیه مطابق شکل ۴ می تواند براساس نیروهای سطحی  $\underline{t}^r$  بیان شود. اگر تماس اصطکاکی بر سطوح عوارض بسته لغزشی از نوع موهر-کولمب باشد، نیروی سطحی  $\underline{t}_s'$  اعمالی بر سطوح ریزترک اولیه لغزشی به صورت ذیل نوشته می شود:

$$\underline{t}_s' \begin{cases} (\underline{t}_s')^\perp = (\underline{t}_s^r)^\perp \\ (\underline{t}_s')^\parallel = \tau_c - \mu(\underline{t}_s^r)^\perp \end{cases} \quad (7)$$

$\mu$  ضریب اصطکاک خشک برای ترک های بسته و  $\tau_c$  چسبندگی می باشد.

در زیرمسأله دوم مطابق با شکل ۵ (ب)، نیروی سطحی، کشش  $\underline{t}^{eff}$ ، براساس اقلع شرایط مرزی در رابطه (۶) حل می شود. نیروی سطحی مؤثر بر سطح ریزترک اولیه منجر به تغییرشکل های غیرالاستیک از رابطه ذیل تعیین می شود:

$$\underline{t}^{eff} \begin{cases} \underline{t}_s^{eff} \\ \underline{t}_w^{eff} \end{cases} = \underline{t}' - \underline{t}^r \quad (8)$$

براساس مطالعات انجام شده توسط برخی از محققین از جمله نعمت ناصر و دنق [۵] هم بستگی خوبی بین فاکتور شدت تنش ناشی از نیروی برشی ( $K_I$ ) و فاکتور شدت تنش القا شده توسط جابه‌جایی در سازوکار ترک بال ( $K_I^{disp}$ ) وجود دارد. لذا با معادل قرار دادن فاکتور شدت تنش ناشی از نیروی برشی و فاکتور شدت تنش لغزش اصطکاکی سطوح ریزترک نسبت به هم ( $K_I = K_I^{disp}$ )، بزرگی بردار جابه‌جایی ناشی از لغزش سطوح ریزترک به صورت ذیل تعیین می‌شود [۱۵]:

$$u_p = \frac{1}{G(1+\nu)} \left( -2\sqrt{2} \tau_s^{eff} \sqrt{\frac{l+l^*}{l+l^*}} + \frac{(\sqrt{2}-1)\pi\sigma_2^p \sqrt{l(l+l^*)}}{\cos \varphi} \right) \quad (۱۶)$$

در فرمول بندی مدل رفتاری توسعه داده شده، تحت بارگذاری دینامیکی میدان دور ( $\sigma_{ij}$ ) میدان تنش محلی ( $\sigma_{ij}^e$ ) در مرز ناحیه فضای بیضی شکل ایجاد می‌شود. افزایش تنش برشی بسیج شده ( $\tau_s^{eff}$ ) در سطوح ریزترک اولیه محاط در فضای بیضی شکل منجر به لغزش اصطکاکی سطوح ریزترک و جوانه زنی و رشد ترک های بال (ترک های کششی) از نوک ریزترک های اولیه می‌شود. وقوع لغزش در سطوح ریزترک و در ادامه جوانه زنی ترک های بال از نوک ریزترک منجر به ایجاد شکاف در دو انتهای ریزترک اولیه می‌گردد که به اصطلاح پدیده گوه ای شدن نامیده می‌شود. لذا در فرمول بندی مدل رفتاری توسعه داده شده، کرنش های غیرالاستیک در این فرآیند به صورت توأمان بررسی می‌شوند.

#### ۲-۵- معیار مد شکست برشی برای رشد ترک ثانویه<sup>۲</sup>

چقرمگی مواد سنگی در شکست مد اول ( $K_{IC}$ ) کمتر از چقرمگی ماده در شکست مد دوم ( $K_{IIC}$ ) می‌باشد. نتایج حاصل از مطالعات آزمایشگاهی انجام شده توسط محققین مختلف روی نمونه های ترک دار تهیه شده از مواد شکننده اثبات می‌کند که گسیختگی ماده تحت بارگذاری فشاری به صورت ترکیبی از مد های اول و دوم شکست می‌باشد که این قضیه در شکل ۷ نشان داده شده است (شکست مد اول به صورت بازشدگی (کشش) و شکست مد دوم به صورت لغزش اصطکاکی سطوح روی هم (برش)). ریزترک های ثانویه از نوع برشی هستند و صرفاً از نوک ریزترک های اولیه موجود در

قرار می‌گیرد، لغزش بر سطح ریزترک های اولیه منجر به افزایش ضریب شدت تنش در نوک ریزترک ها می‌شود. در نهایت اگر ضریب شدت تنش در نوک ریزترک ها به پارامتر چقرمگی شکست برسد، جوانه زنی ترک های بال از نوک ریزترک های اولیه آغاز می‌شود [۲۲]. ضریب شدت تنش مد اول در نوک ریزترک های اولیه در حالت دوبعدی توسط نعمت ناصر و هاری [۳] به صورت ذیل ارائه شده است:

$$K_I = (K_I)_1 + (K_I)_2 = \frac{-2s(\underline{t}_s^{eff}) \cos \varphi}{\sqrt{\pi(l+l^*)}} - (\underline{t}_w^{eff})^\perp \sqrt{\pi l} \quad (۱۳)$$

که  $l^* = 0.27s$  در نظر گرفته می‌شود تا از سینگولاریتی<sup>۱</sup> جمله اول ( $(K_I)_1$ ) بازای ( $l = 0$ ) در شرایطی که هنوز شرایط جوانه‌زنی ترک بال از نوک ریزترک اولیه فراهم نشده است، جلوگیری شود. جزء دوم فاکتور شدت تنش ( $(K_I)_2$ ) به دلیل بارگذاری حاصل از میدان تنش محلی  $\sigma_{ij}^e$  بر ترک های بال پدید می‌آید. شایان ذکر است که فاتحی مرجی و همکاران [۲۳] با بکارگیری روش المان مرزی غیرمستقیم ناپیوستگی در جابه‌جایی و استفاده از المان خاص نوک ترک در نوک هر یک از ترک ها برای افزایش میزان دقت جابه‌جایی گسسته در نزدیکی انتهای ترک در جریان سینگولاریتی استفاده نموده اند.

به منظور توسعه ضریب شدت تنش در مد اول به حالت سه بعدی، عبارت  $(\underline{t}_s^{eff})^\parallel$  با تنش برشی مؤثر بسیج شده در شرایط سه بعدی  $\tau_s^{eff}$  از رابطه (۹)، و عبارت  $(\underline{t}_w^{eff})^\perp$  با  $(\sigma_2^p)$  از رابطه (۱۰) جای گذاری می‌شود. بنابراین ضریب شدت تنش در مد اول در نوک ریزترک های اولیه در حالت سه بعدی به صورت ذیل نوشته می‌شود [۱۵]:

$$K_I = \frac{-2s\tau_s^{eff} \cos \varphi}{\sqrt{\pi(l+l^*)}} + \sigma_2^p \sqrt{\pi l} \quad (۱۴)$$

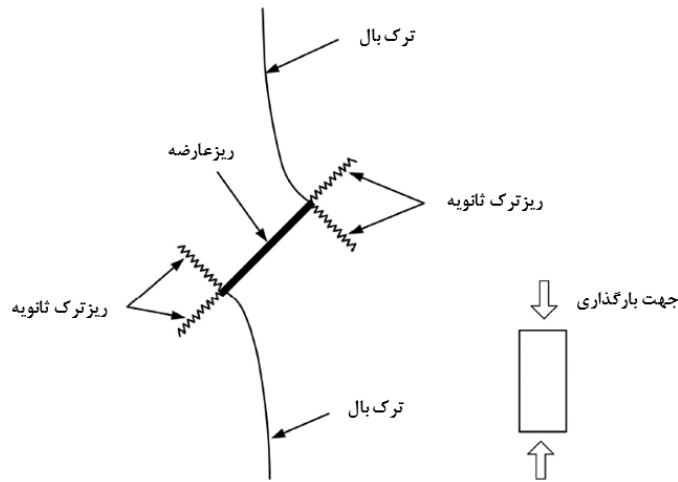
فاکتور شدت تنش ناشی از جابه‌جایی لغزشی در سازوکار ترک بال به صورت ذیل تعیین می‌شود:

$$K_I^{disp} = \frac{G}{(1-\nu)} \frac{u_p \cos \varphi}{\sqrt{2\pi(l+l^*)}} + \sigma_2^p \sqrt{\frac{\pi l}{2}} \quad (۱۵)$$

2 Secondary crack mechanism

1 Singularity





شکل ۷. جوانه زنی ترک بال از نوک ریزترک اولیه و ترک ثانویه از امتداد ریزترک اولی [۲۴].

Fig. 7. The wing crack and secondary crack nucleation from inherent microcrack tips.

تنش برشی متوسط ( $\tau^{ave}$ ) بر سطح ریزترک با کم کردن عامل مقاومت ( $R$ ) از نیروی محرک لغزش  $(t_s^r)^\parallel$  در شرایط لغزش به صورت ذیل محاسبه می شود:

$$\tau^{ave} = (t_s^r)^\parallel - [\tau_c - \mu(t_s^r)^\perp] \quad (18)$$

به منظور توسعه تنش برشی متوسط ( $\tau^{ave}$ ) از شرایط دوبعدی به شرایط سه بعدی، عبارت  $(t_s^r)^\perp$  با  $\underline{T} \cdot \underline{P}$  و عبارت  $(t_s^r)^\parallel$  با  $\underline{T} \cdot \underline{N}$  جایگزین می شوند. بنابراین رابطه (۱۸) در سیستم مختصات سه بعدی به صورت ذیل بازنویسی می شود:

$$\tau^{ave} = \underline{P} \cdot \underline{T} - [\tau_c - \mu \sigma_{nn}] \quad (19)$$

مطابق با تئوری مکانیک شکست الاستیک خطی<sup>۲</sup> ( $LEFM$ )، شرایط ایجاد ترک تحت شرایط شکست مد دوم به صورت ذیل نوشته می شود:

$$\tau^{ave} \sqrt{\pi s} \geq K_{IIc} \quad \text{or} \quad -\tau_s^{eff} \sqrt{\pi s} \geq K_{IIc} \quad (20)$$

$s$  نصف اندازه طول ریزترک اولیه،  $K_{IIc}$  چقرمگی شکست ماده در مد دوم (برش) می باشد. در نهایت معیار مد برشی ( $g$ ) به صورت ذیل بازنویسی می شود:

ماده جوانه زنی و شروع به رشد می کنند. سطوح ریزترک های ثانویه به صورت پودری و دارای سطح خیلی زبری می باشند و اغلب سطوح بین این نوع ریزترک ها محتوی مواد خرد شده می باشند [۲۴]:

لغزش در امتداد سطوح ریزترک اولیه و جوانه زنی ترک بال از نوک ریزترک منجر به پدیده گوه ای شدن و افزایش طول ریزترک اولیه می شود. با افزایش طول ریزترک اولیه میزان تمرکز تنش نیز افزایش می یابد. با ادامه روند بارگذاری میزان فاکتور شدت تنش مد دوم در نوک ریزترک به مقدار چقرمگی شکست ماده در مد دوم ( $K_{IIc}$ ) می رسد که این امر رشد ترک ثانویه را در پی دارد. برای سادگی در این تحقیق تنها سازوکار رشد ترک ثانویه در امتداد ریزترک اولیه در مدل خرابی توسعه یافته در نظر گرفته شده است. در این بخش معیار برشی مناسب در خصوص ایجاد و شکل گیری ترک ثانویه در فضای سه بعدی برای ریزترک های بسته با سطوح اصطکاکی ( $\sigma_{nn} < 0$ ) در مقیاس ریز پیشنهاد می شود.

بر اساس تحلیل های دوبعدی انجام شده در بخش ۲-۳ نیروی محرک<sup>۱</sup> لغزش در امتداد سطوح ریزترک برابر با  $(t_s^r)^\parallel$  می باشد. از سوی دیگر، نیروهای مقاوم در برابر لغزش سطوح ریزترک، نیروی چسبندگی ( $\tau_c$ ) و اصطکاک ( $\mu$ ) می باشد. نیروهای مقاوم در برابر لغزش سطوح ریزترک را می توان در قالب تابع مقاومت ( $R$ ) به صورت ذیل بیان نمود:

$$R = \tau_c - \mu(t_s^r)^\perp \quad (17)$$

چقرمگی ( $K_{ID} = K_{IC}$ )، سرعت رشد ترک بال دار به صورت ذیل محاسبه می شود [۲۶].

$$\dot{l} = c_{max} \left( \frac{K_I - K_{IC}}{K_I - \frac{K_{IC}}{2}} \right)^\gamma, c_{max} = \frac{c_R}{\alpha} \quad (25)$$

در معادله فوق،  $c_{max}$  بیشترین سرعت رشد ترک بال دار،  $c_R$  سرعت موج رایلی، ( $\alpha, \gamma$ ) پارامترهای برازشی هستند و با استفاده از انجام آزمایش روی نمونه تعیین می شوند [۲۷، ۲۸، ۲۹]. مشابه با فرآیند ایجاد ترک در شکست مد اول، فاکتور شدت تنش دینامیکی در مد دوم ( $K_{IID}$ ) برای رشد ترک ثانویه به صورت ذیل در این بخش پیشنهاد می شود:

$$K_{IID} = k(\dot{s}) K_{II} \quad (26)$$

$k(\dot{s})$  تابعی مشابه رابطه (۲۴) ولی تابعی از سرعت رشد ترک ثانویه می باشد و محققین متعددی از جمله فرند [۳۰]، برابرگ [۳۱]، بریدج [۳۲] و رزاکیس و همکاران [۳۳] مطالعاتی در خصوص امکان پذیری مقادیر مختلف سرعت رشد ترک ثانویه برای شکست مد دوم انجام دادند. آن ها رژیم سرعت بین صوتی<sup>۱</sup> در فرآیند ریزترک داری در شکست مد دوم شامل سرعت های کم تر از سرعت موج طولی ( $C_p$ ) و بزرگ تر از سرعت موج عرضی ( $C_s$ ) را مجاز دانسته اند. اگرچه مشاهدات آزمایشگاهی نشان می دهد که سرعت های ترک بزرگ تر از سرعت موج عرضی ( $C_s$ ) در مواد سازه ای تنها به مواردی که بارگذاری به صورت مستقیم در نوک ترک اعمال شود، همانند سیال تحت فشار در نوک ترک محدود می شود ( $C_R < \dot{s} < C_s$ ) که این محدوده از سرعت در حوزه مطالعاتی این تحقیق نمی باشد. در محدوده سرعت موج برشی برای ترک حاصل عبارات سینگولار می شود. در این صورت رها سازی انرژی صفر می شود، بنابراین ترک های ثانویه (برشی) با این محدوده سرعت نمی توانند رشد کنند [۱۸]. در نتیجه سرعت انتشار موج رایلی ( $C_R$ ) به عنوان حداکثر سرعت مجاز ترک در شکست مد دوم انتخاب شد:

$$g = \tau^{ave} - \left( \frac{K_{IIc}}{\sqrt{\pi s}} \right) \geq 0 \quad or \quad g = \tau^{ave} - \left( \frac{K_{IIc}}{\sqrt{\pi s}} \right) \geq 0 \quad (21)$$

با جای گذاری تنش برشی متوسط ( $\tau^{ave}$ ) از رابطه (۱۹)، خواهیم داشت:

$$g = P.T + \mu \sigma_{nn} - \left( \tau_c + \frac{K_{IIc}}{\sqrt{\pi s}} \right) \geq 0 \quad (22)$$

مقاومت معادل ماده پیرامون ریزترک اولیه در برابر رشد ترک ثانویه می باشد و به پارامترهای چقرمگی شکست در مد دوم و نصف طول اولیه ریزترک بستگی دارد.

## ۲-۶- قانون رشد خرابی

فاکتور شدت تنش محاسبه شده از رابطه (۱۴)، فاکتور شدت تنش استاتیکی است. برای مطالعه شرایط جوانه زنی و رشد ترک های بال از نوک ریزترک های اولیه تحت بارگذاری دینامیکی بایستی از فاکتور شدت تنش دینامیکی استفاده نمود. فاکتور شدت تنش دینامیکی در فضای دوبعدی توسط فرند [۲۵] مطالعه شده است. میزان سرعت رشد ترک ها بستگی به مدهای بارگذاری دارد که می تواند در هر یک از مدهای اول، دوم و سوم مقادیر مختلفی داشته باشد. در مد اول سرعت رشد ترک ها به سرعت موج رایلی ( $c_R$ ) محدود می شود. تحت بارگذاری دینامیکی، ترک بال با سرعت غیریکنواخت رشد می کند. مطابق با فرند فاکتور شدت تنش دینامیکی ( $K_{ID}$ ) در مد اول به صورت حاصل ضرب تابع عمومی سرعت رشد نوک ترک بال ( $k(\dot{l})$ ) در فاکتور شدت تنش استاتیکی محاسبه می شود [۱۱]:

$$K_{ID} = k(\dot{l}) K_I \quad (23)$$

تابع ( $k(\dot{l})$ ) تابع عمومی از سرعت رشد ترک بال می باشد که اثرات اینرسی بر رشد ریزترک را لحاظ می نماید. مطابق با فرند [۲۵]، تابع سرعت رشد ترک به صورت ذیل بیان می شود:

$$k(\dot{l}) = \left( 1 - \frac{\dot{l}}{c_R} \right) \left( 1 - \frac{\dot{l}}{c_R} \right)^{-1} = \frac{2(c_R - \dot{l})}{2c_R - \dot{l}} \quad (24)$$

با فرض یکسان بودن میزان فاکتور شدت تنش دینامیکی و

$$\varepsilon^{in} = \frac{1}{2V} \sum_{k=1}^n \int_V (u_{i,j} + u_{j,i}) dV \quad (32)$$

براساس تئوری دیورژانس کرنش غیرالاستیک را می توان به صورت ذیل نوشت:

$$\varepsilon^{in} = \frac{1}{2V} \sum_{k=1}^n \int_{\partial V} (u_i n_j + u_j n_i) dA = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^n \int_{\partial V} (\underline{N} \otimes^s \underline{U})_k dA \quad (33)$$

در رابطه بالا،  $dA$  نشانگر سطح ریزترک  $k$  ام،  $\underline{N}_k$  بردار یکه عمود بر سطح ریزترک  $k$  ام و  $\underline{U}_k$  جابه‌جایی نسبی سطح ریزترک  $k$  ام می باشد. چنانچه میزان متوسط جابه‌جایی نسبی در ریزترک برابر  $\underline{U}$  باشد، آنگاه کرنش غیرالاستیک به صورت ذیل بازنویسی می شود:

$$\varepsilon^{in} = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^n (\underline{N} \otimes^s \underline{U})_k A_k = \frac{1}{V} \sum_{k=1}^n (\underline{N} \otimes^s \beta \underline{b})_k \quad (34)$$

$A_k$  بیانگر سطح ریزترک  $k$  ام،  $\underline{b}_k$  بردار یکه در راستای جابه‌جایی نسبی ترک  $k$  ام و  $\beta$  مقدار جابه‌جایی نسبی ترک است. مطابق با ليو و گراهام بردی [۱۴] و دنگ و نعمت ناصر [۵] رابطه بالا برای مکانیزم ریزترک بال با در نظر گرفتن مدهای مختلف جابه‌جایی می تواند استفاده شود. به علاوه ایگری و همکاران [۱۵] بیان سه بعدی از کرنش غیرالاستیک را با در نظر گرفتن سازوکار ترک بال پیشنهاد نمودند. با لحاظ سازوکار ترک بال، متوسط جابه‌جایی ترک ( $\underline{U}$ ) شامل متوسط جابه‌جایی لغزشی در طول ریزترک اولیه ( $\underline{U}_p$ ) و بازشدگی ریزترک بال در نتیجه لغزش و تنش های محلی است. از آنجایی که لغزش بر ترک صفحه ای بیضی فرض می شود که در راستای محور اصلی ترک بیضی رخ دهد.  $\underline{U}_p$  در سیستم مختصات کلی به صورت ( $\underline{U}_p = u_p \underline{P}$ ) نوشته می شود که  $u_p$  مقدار جابه‌جایی لغزشی متوسط در طول ریزترک است. در حالت خاص که همه ریزترک های موجود در المان حجمی

$$k(\dot{s}) = (1 - \frac{\dot{s}}{c_R}) \left( 1 - \frac{\dot{s}}{2c_R} \right)^{-1} = \frac{2(c_R - \dot{s})}{2c_R - \dot{s}} \quad (27)$$

با جای گذاری رابطه (۲۷) در رابطه (۲۶) خواهیم داشت:

$$K_{IID} = \frac{2(C_R - \dot{s})}{2C_R - \dot{s}} K_{II} \quad (28)$$

معیار خرابی ناشی از رشد ترک ثانویه تحت بارگذاری دینامیکی را می توان به صورت ذیل بیان کرد:

$$F^d = K_{IID} - K_{IC} = 0 \quad (29)$$

در شرایطی که معیار خرابی با تساوی بین چقرمگی شکست مد دوم و فاکتور شدت تنش دینامیکی حاصل شود ( $F^d = 0$ )، نرخ تغییرات طول ریزترک اولیه ( $\dot{s}$ ) را می توان با جای گذاری رابطه (۲۸) در رابطه (۲۹) تعیین کرد:

$$\dot{s} = C_R \left( \frac{K_{II} - K_{IIC}}{K_{II} - \frac{K_{IIC}}{2}} \right) \quad (30)$$

## ۲-۷- کرنش غیرالاستیک

کرنش های پدیدآمده در جریان لغزش اصطکاکی سطوح ریزترک به همراه خرابی ناشی از رشد ریزترک به صورت کلی به دو جزء تانسور کرنش الاستیک ( $\varepsilon_{ij}^e$ ) و تانسور کرنش غیرالاستیک ( $\varepsilon_{ij}^{in}$ ) مطابق با رابطه ذیل تجزیه می شوند:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^{in} \quad (31)$$

کرنش غیرالاستیک ( $\varepsilon_{ij}^{in}$ ) در مواد سنگی اغلب ناشی از جابه‌جایی نسبی ریزترک نسبت به هم می باشند و به دلیل نابجایی در شبکه کریستالی یا زون پلاستیک در نوک ریزترک نمی باشد. کرنش غیرالاستیک در ماده را می توان با استفاده از مجموع جابه‌جایی های حاصل از مشارکت تمام  $n$  ریزترک موجود در المان حجمی معرف تعیین نمود [۱۸]:

ثانویه را می توان به جابه جایی در مکانیزم های ذیل تجزیه نمود:

○ مکانیزم اول: جابه جایی لغزشی در راستای سطوح ریزترک اولیه.

○ مکانیزم دوم: جابه جایی در راستای عمود بر جهت انتشار ترک بال تحت تأثیر لغزش ایجاد شده در مکانیزم اول (ناشی از پدیده گوه ای شدن).

○ مکانیزم سوم: جابه جایی حاصل از بازشدگی در راستای طول ترک بال تحت تأثیر میدان تنش محلی همگن.

○ مکانیزم چهارم: جابه جایی لغزشی در راستای سطوح ریزترک ثانویه.

کرنش غیرالاستیک ناشی از لغزش و رشد ترک بال و ترک ثانویه را می توان در قالب رابطه کلی ذیل بیان نمود [۱۵]:

$$\varepsilon^{in} = \frac{1}{2} \beta(s, \varphi, \theta) [(\underline{b} \otimes \underline{N}) + (\underline{N} \otimes \underline{b})] \quad (37)$$

$\beta(s, \varphi, \theta)$  تابع پیوسته و بیان گر بزرگی میزان جابه جایی نسبی به صورت تابعی از طول و جهت داری ریزترک می باشد. مطابق با جدول ۱ می توان برای مکانیزم های مختلف جابه جایی لغزشی حاصل از سازوکار ترک بال و ترک ثانویه، تابع  $\beta(s, \varphi, \theta)$  و بردارهای  $\underline{N}$  و  $\underline{b}$  را تعریف کرد. کرنش های غیرالاستیک ناشی از سازوکار لغزش اصطکاکی و ترک بال به همراه رشد ترک ثانویه برابر است با:

$$\varepsilon^{in} = \eta S [\varpi_1 u_p (\underline{N} \otimes^s \underline{P}) + \varpi_2 u_p (\underline{N}_w \otimes^s \underline{P}) + \varpi_3 (\underline{N}_w \otimes^s (\underline{\sigma}^e \cdot \underline{N}_w)) + \varpi_4 \Delta s (\underline{N} \otimes^s \underline{P})] \quad (38)$$

در رابطه فوق، عبارت چهارم جابه جایی حاصل از لغزش نامتقارن سطوح ترک ثانویه می باشد. با جای گذاری مقادیر بردارهای  $\underline{N}$ ،  $\underline{P}$  و  $\underline{N}_w$  از رابطه (۲)، کرنش غیرالاستیک در سیستم مختصات عمومی به صورت ذیل بیان می شود:

$$\varepsilon^{in} = \eta S [\varpi_1 u_p \underline{A} + \varpi_2 u_p \underline{B} + \varpi_3 \underline{C} + \varpi_4 \Delta s \underline{A}] \quad (39)$$

رابطه فوق کرنش غیرالاستیک ناشی از سازوکار ترک بال و ترک

معرف دارای توزیع یکنواخت از نظر اندازه ( $2s$ ) و جهت ( $\varphi$ ) باشند، کرنش های غیرالاستیک ناشی از سازوکار لغزش اصطکاکی و ترک بال برابر است با:

$$\varepsilon^{in} = \eta S [\varpi_1 u_p (\underline{N} \otimes^s \underline{P}) + \varpi_2 u_p (\underline{N}_w \otimes^s \underline{P}) + \varpi_3 (\underline{N}_w \otimes^s (\underline{\sigma}^e \cdot \underline{N}_w))] \quad (35)$$

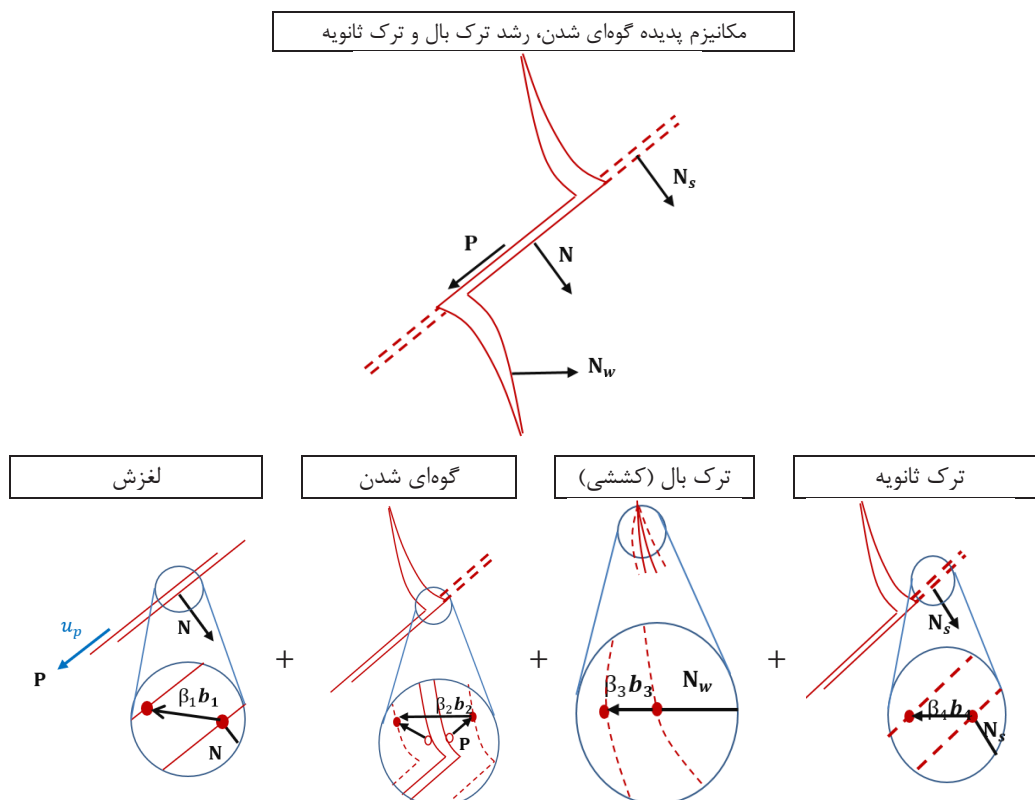
در رابطه بالا  $\varpi_i$  که  $(i = 1, 2, 3)$ ، ضرایبی برای لحاظ کرنش غیرالاستیک به صورت سه بعدی می باشند. ایگرگی و همکاران [۱۵] براساس برابری ضرایب شدت تنش ناشی از نیرو و جابه جایی به صورت ذیل تعیین کرده است:

$$\bar{\omega}_1 = -2s \sqrt{\frac{l+l^{**}}{l+l^*}}, \quad \bar{\omega}_2 = \pi \sqrt{l(l+l^{**})} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right), \quad \bar{\omega}_3 = \frac{(k+1)(1+\nu)}{2E} \pi l^2 \quad (36)$$

رابطه (۳۶) متشکل از سه قسمت مجزا می باشد که هر یک از اجزاء مفهوم خاصی در کرنش غیرالاستیک دارند. عبارت اول کرنش غیرالاستیک حاصل از لغزش اصطکاکی سطوح ریزترک، عبارت دوم جابه جایی حاصل از بازشدگی در عرض ترک بال تحت تأثیر لغزش ( $\underline{U}_p$ ) روی سطوح ریزترک اولیه، عبارت سوم جابه جایی حاصل از بازشدگی ترک بال تحت تأثیر میدان تنش محلی همگن می باشد.

## ۲-۷-۱- تأثیر ترک ثانویه در کرنش غیرالاستیک

یکی از جنبه های نوآوری تحقیق پیش رو لحاظ رشد ترک های ثانویه در کنار سازوکار ترک بال می باشد. وقوع ترک های ثانویه همراه با ایجاد خرابی و کرنش غیرالاستیک به صورت توأمان می باشد. ضمن این که رشد ترک ثانویه باعث افزایش طول ریزترک اولیه می گردد. در ادامه روند توسعه مدل های خرابی ریزمکانیکی در مطالعه پیش رو سعی شده تا رشد ترک های ثانویه در امتداد ریزترک اولیه به همراه کرنش های غیرالاستیک ناشی از رشد ترک ثانویه در مدل خرابی ریزمکانیکی لحاظ شود. چهار مکانیزم مختلف برای جابه جایی حاصل از سازوکار ترک بال و ترک ثانویه در شکل ۸ نشان داده شده است. مطابق با شکل ۸، جابه جایی پدیدآمده در مدل ترک بال و ترک



شکل ۸. چهار مکانیزم مختلف برای جابه‌جایی حاصل از سازوکار ترک بال و ترک ثانویه [۱۵].

Fig. 8. The mechanistic additive components of the inelastic strain based on the wing- and secondary- cracking mechanisms.

جدول ۱. تعریف تابع  $\beta$  و بردارهای  $\underline{b}$  و  $\underline{N}$  متنظر با مکانیزم های جابه‌جایی [۱۵].

Table 1. The definition of  $\beta$  function and vectors ( $\underline{b}$ ,  $\underline{N}$ ) according to displacement mechanisms.

لغزش	گوه‌ای شدن	ترک بال (کششی)	ترک ثانویه
$\beta_1 = \eta s \varpi_1 u_p$	$\beta_2 = \eta s \varpi_2 u_p$	$\beta_3 = \eta s \varpi_3$	$\beta_4 = \eta s \varpi_4$
$\underline{b}_1 = \underline{P}$	$\underline{b}_2 = \underline{N}_w$	$\underline{b}_3 = (\underline{N}_w \cdot \underline{\sigma}^e)$	$\underline{b}_4 = \underline{P}$
Normal = $\underline{N}$	Normal = $\underline{P}$	Normal = $\underline{N}_w$	Normal = $\underline{N}_s$

همکاران [۳۲]. به دلیل وقوع هم زمان نرخ کرنش غیرالاستیک (  $\dot{\epsilon}_{kl}^{in}$  ) و رشد خرابی (  $\dot{E}_{ijkl}(\Omega)$  )، رابطه تغییرات نرخ تنش-کرنش را می توان با مشتق گیری از طرفین رابطه (۴۰) تعیین کرد:

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^e + \dot{E}_{ijkl} \epsilon_{kl}^e = E_{ijkl} \dot{\epsilon}_{kl}^e + \frac{\partial E_{ijkl}}{\partial \Omega} \dot{\Omega} \epsilon_{kl}^e \quad (41)$$

منحنی تغییرات یک بعدی تنش-کرنش با لحاظ افزایش کرنش غیرالاستیک به دلیل جابه‌جایی نسبی در راستای سطوح ریزترک و رشد خرابی به دلیل رشد ترک به صورت شماتیک در شکل ۹ نشان

ثانویه می باشد. تانسورهای  $\underline{A}$ ،  $\underline{B}$ ،  $\underline{C}$  به صورت خلاصه در جدول ۲ بیان شده است.

### ۳- روند محاسباتی و الگوریتم اجرایی مدل توسعه داده شده

مطابق با قانون کلی هوک، رابطه تانسوری تنش-کرنش را می توان

به صورت ذیل نوشت:

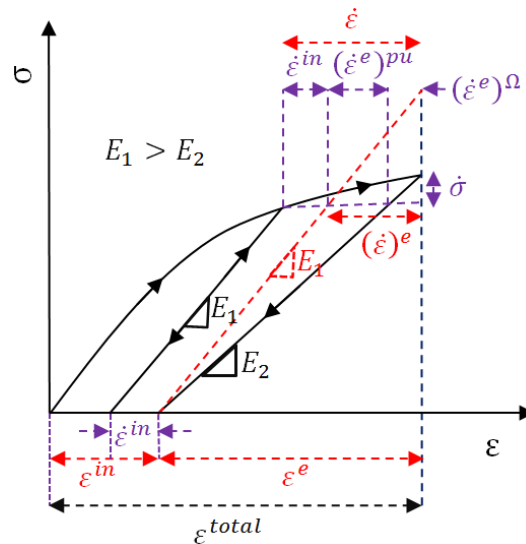
$$\underline{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} \underline{\epsilon}_{kl}^e \quad (40)$$

در رابطه بالا، مؤلفه های تانسور صلبیت سکانتی است که در جریان فرآیند بارگذاری مدام در حال تغییر می باشد (کارول و

جدول ۲. تانسورهای  $\underline{A}$ ،  $\underline{B}$ ،  $\underline{C}$  در محاسبه کرنش غیرالاستیک.

Table 2. The tensors required in inelastic strain definition.

تانسور	عناصر تانسور
$\underline{A} = \underline{N} \otimes^s \underline{P}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} -\sin 2\varphi & \cos \theta \cos 2\varphi & \sin \theta \cos 2\varphi \\ \cos \theta \cos 2\varphi & \cos^2 \theta \sin 2\varphi & \frac{1}{2} \sin 2\varphi \sin 2\theta \\ \sin \theta \cos 2\varphi & \frac{1}{2} \sin 2\varphi \sin 2\theta & \sin^2 \theta \sin 2\varphi \end{bmatrix}$
$\underline{B} = \underline{N}_w \otimes^s \underline{P}$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\sin \varphi \cos \theta & -\sin \varphi \sin \theta \\ -\sin \varphi \cos \theta & 2 \cos \varphi \cos^2 \theta & \cos \varphi \sin 2\theta \\ -\sin \varphi \sin \theta & \cos \varphi \sin 2\theta & 2 \cos \varphi \sin^2 \theta \end{bmatrix}$
$\underline{C} = \underline{N}_w \otimes^s (\underline{\sigma}^e \cdot \underline{N}_w)$	$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & \sigma_{12}^e \cos^2 \theta + \sigma_{13}^e \frac{\sin 2\theta}{2} & \sigma_{12}^e \frac{\sin 2\theta}{2} + \sigma_{13}^e \sin^2 \theta \\ \sigma_{12}^e \cos^2 \theta + \sigma_{13}^e \frac{\sin 2\theta}{2} & 2\sigma_{22}^e \cos^2 \theta + \sigma_{23}^e \sin 2\theta & \sigma_{23}^e + (\sigma_{22}^e + \sigma_{33}^e) \frac{\sin \theta}{2} \\ \sigma_{12}^e \frac{\sin 2\theta}{2} + \sigma_{13}^e \sin^2 \theta & \sigma_{23}^e + (\sigma_{22}^e + \sigma_{33}^e) \frac{\sin 2\theta}{2} & \sigma_{32}^e \sin 2\theta + 2\sigma_{33}^e \sin \theta \end{bmatrix}$



شکل ۹. منحنی تغییرات تنش-کرنش با لحاظ افزایش کرنش غیرالاستیک و رشد خرابی.

Fig. 9. The schematic illustration of the incremental one-dimensional stress-strain diagram by considering the both in-elasticity and damage evolution

داده شده است. بکارگیری عددی مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده نیازمند یکپارچه سازی روابط ساختاری به شکل افزایشی در هر مرحله محاسباتی است. محاسبه عددی براساس مدل توسعه یافته خرابی سنگ با روش تکرار گام به گام انجام شده است. این روش که شامل برآورد الاستیک، اصلاح خرابی و تغییرشکل غیرالاستیک است در محاسبات عددی استفاده شده است. روابط رفتاری به صورت افزایشی نوشته شده و متغیرهایی چون تنش، کرنش غیرالاستیک و

نرخ تغییرات تنش کل و کرنش کل به ترتیب  $(\dot{\sigma})$  و  $(\dot{\epsilon})$  می باشد. نرخ تغییرات کرنش کل را می توان به صورت مجموعی از نرخ کرنش الاستیک و نرخ کرنش غیرالاستیک نوشت:

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^{in} \Rightarrow \dot{\epsilon}_{ij}^e = \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}_{ij}^{in} \quad (42)$$



$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij}^{(n)trial} + \left( \frac{\partial E_{ijkl}}{\partial \Omega} \dot{\Omega} w \right)^{(n)} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{in})^{(n-1)}$$

با توجه به این که جوانه زنی و رشد ترک بال همراه با وقوع پدیده گوه‌ای شدن می باشد، لذا لغزش اصطکاکی سطوح ریزترک منجر به کرنش غیرالاستیک می گردد. بنابراین کرنش های غیرالاستیک ناشی از این مرحله با استفاده از رابطه (۳۹) محاسبه می شوند. تصحیح تانسور تنش با لحاظ کرنش های غیرالاستیک به صورت ذیل می باشد:

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij}^{(n)} + E_{ijkl}^{(n-1)} \varepsilon_{kl}^{in(n)} \quad (47)$$

در صورتی که شرط فوق برقرار نباشد، تانسور آزمون ( $\sigma_{ij}^{(n)trial}$ ) با فرض رفتار الاستیک تا این مرحله درست بوده و الگوریتم برای بررسی سایر شرایط به مرحله بعدی منتقل می شود.

۶- محاسبه فاکتور شدت تنش در مد دوم ( $K_{II}$ ) با استفاده از رابطه (۲۰) و مقایسه با چقرمگی شکست ماده در مد دوم ( $K_{IIC}$ ):

$$K_{II} \geq K_{IIC} \quad (48)$$

در صورتی که شرط فوق برقرار باشد، ترک ثانویه از نوک ریزترک اولیه رشد پیدا می کند. رشد ترک ثانویه منجر به خرابی در ماده می شود. پارامتر خرابی در این مرحله مطابق با رابطه (۵) محاسبه می شود و باید تانسور تنش با لحاظ خرابی حاصل از رشد ترک ثانویه تصحیح گردد:

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij}^{(n)trial} + \left( \frac{\partial E_{ijkl}}{\partial \Omega} \dot{\Omega} s \right)^{(n)} (\varepsilon_{kl} - \varepsilon_{kl}^{in})^{(n-1)} \quad (49)$$

هم چنین میزان کرنش غیرالاستیک ناشی از رشد ترک ثانویه از رابطه (۳۹) محاسبه می شود. تانسور تنش با احتساب کرنش های غیرالاستیک به صورت ذیل تصحیح می گردد:

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij}^{(n)} + E_{ijkl}^{(n-1)} \varepsilon_{kl}^{in(n)} \quad (50)$$

در صورتی که هیچ کدام از شرایط بندهای ۳ و ۴ برقرار نشود،

پارامتر خرابی در هر المان و در هر گام محاسباتی تعیین شده و با مقادیر قبلی آن جمع می شود.

گام ( $n$ ) ام فرآیند محاسباتی عددی به صورت ذیل است:

۱- تانسورهای ( $\sigma_{ij}^{(n-1)}$ )، ( $\varepsilon_{ij}^{(n-1)}$ )، ( $\varepsilon_{ij}^{e(n-1)}$ )، ( $\varepsilon_{ij}^{in(n-1)}$ ) و پارامتر خرابی ( $\Omega^{(n-1)}$ ) در انتهای گام پیشین ( $n-1$ ) ام تعیین شده است.

۲- با اعمال کرنش  $\Delta \varepsilon_{ij}^{(n)}$  تانسور کرنش کل به صورت ذیل محاسبه می شود:

$$\varepsilon_{ij}^{(n)} = \varepsilon_{ij}^{(n-1)} + \Delta \varepsilon_{ij}^{(n)} \quad (43)$$

۳- محاسبه تنش آزمایشی با استفاده از قانون هوک با فرض رفتار الاستیک:

$$\sigma_{ij}^{n(trial)} = \sigma_{ij}^{(n-1)} + E_{ijkl}^{(n-1)} \Delta \varepsilon_{kl}^{(n)} \quad (44)$$

۴- محاسبه میدان تنش محلی پیرامون فضای حفری بیضی شکل ( $\sigma_{ij}^e$ ) بر اساس میدان تنش کلی.

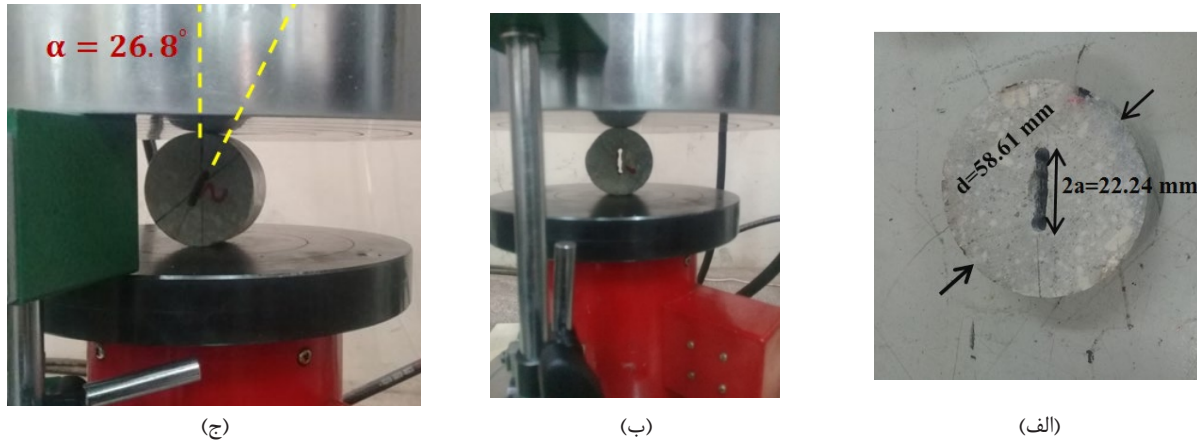
۵- محاسبه فاکتور شدت تنش در مد اول با استفاده از رابطه (۱۴) و مقایسه با چقرمگی شکست مد اول ( $K_{IC}$ ):

$$K_I \geq K_{IC} \quad (45)$$

اگر شرط فوق برقرار باشد، فرض رفتار الاستیک برای ماده صحیح نمی باشد. لذا رشد طول ترک بال از رابطه (۲۵) و افزایش پارامتر خرابی محاسبه می شود. تانسور تنش آزمایشی به علت وقوع خرابی ناشی از رشد ترک بال به صورت ذیل تصحیح گردد:

$$\sigma_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij}^{(n-1)} + \dot{\sigma}_{ij}^{(n)} = \sigma_{ij}^{(n-1)} + \left( \frac{\partial E_{ijkl}}{\partial \Omega} \dot{\Omega} w \right)^{(n)} \varepsilon_{kl}^{e(n-1)} + E_{ijkl}^{(n-1)} \Delta \varepsilon_{kl}^{(n)} \quad (46)$$

$$\varepsilon_{kl}^{(n)} = \varepsilon_{kl}^{e(n)} + \varepsilon_{kl}^{in(n)} \rightarrow \varepsilon_{kl}^{e(n)} = \varepsilon_{kl}^{(n)} - \varepsilon_{kl}^{in(n)}$$



شکل ۱۰. آزمایش تعیین چقرمگی. الف) هندسه نمونه، ب) چقرمگی شکست مد اول، ج) چقرمگی شکست مد دوم.  
**Fig. 10. Evaluation of the modes I and II fracture toughness parameters using the CSTBD specimen.**

چقرمگی ذاتی ماده برای شکست مد اول (کشش) شود. همچنین ترک ثانویه زمانی از نوک ریزترک اولیه جوانه زنی می کند که میزان فاکتور شدت تنش برای شکست مد دوم (برش) بیش تر از چقرمگی ذاتی ماده برای شکست مد دوم (برش) شود. لذا تعیین چقرمگی ذاتی شکست برای مدهای اول و دوم برای تیپ های سنگی که جزء پارامترهای ورودی الگوریتم مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده می باشد از اهمیت خاصی برخوردار است. روش آزمایش دیسک برزلی با ترک مرکزی تحت فشار قطری<sup>۱</sup> (*CSTBD*) برای تعیین چقرمگی شکست مدهای اول و دوم به دلیل آماده سازی سریع نمونه استوانه ای شکل از مغزه های تهیه شده، مناسب تر است. برای تعیین چقرمگی شکست مد اول ( $K_{IC}$ ) نمونه آماده شده در دستگاه آزمایش به صورتی بین فک های بارگذاری قرار داده می شود که ترک ایجاد شده در نمونه هم راستا با محور بارگذاری قرار بگیرد. هم چنین برای تعیین چقرمگی شکست مد دوم ( $K_{IIC}$ ) نمونه آماده شده در دستگاه آزمایش به صورتی بین فک های بارگذاری قرار داده می شود که ترک مرکزی ایجاد شده در نمونه با زاویه نسبت به محور بارگذاری قرار بگیرد [۳۵]. هندسه نمونه و نحوه قرارگیری نمونه بین فک های بارگذاری برای تعیین چقرمگی شکست در مدهای اول و دوم مطابق با شکل ۱۰ می باشد.

نتایج مطالعات آزمایشگاهی برای تعیین پارامترهای مکانیکی و چقرمگی شکست تیپ سنگی *SP* در جدول ۳ خلاصه شده است. در فرمول بندی الگوریتم مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده

تانسور تنش آزمایشی محاسبه شده بر اساس رفتار الاستیک صحیح است و الگوریتم با اضافه کردن یک گام زمانی، یعنی  $n = n + 1$ ، به مرحله بعدی انتقال می یابد.

#### ۴- مطالعات آزمایشگاهی برای تعیین پارامترهای سنگ

معدن مس سونگون یکی از معادن بزرگ روباز در سطح بین المللی می باشد و عملیات استخراج در این معدن با استفاده از روش چال زنی و انفجار صورت می گیرد. به منظور تعیین پارامترهای ورودی مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده و هم چنین اعتبارسنجی خروجی شبیه سازی های عددی، نمونه های سنگی از مجتمع معدن مس سونگون تهیه شده است. نمونه های سنگی از زون های سونگون پورفیری (*SP*) از مقطع شمال پیت معدن مس سونگون نمونه برداری شده اند. در حالت کلی پارامترهای ورودی مدل رفتاری خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده به سه دسته کلی به شرح ذیل تقسیم بندی می شوند:

- پارامترهای مکانیکی (مدول یانگ و نسبت پواسون).
- پارامترهای مربوط به مکانیک شکست (چقرمگی شکست ماده تحت کشش ( $K_{IC}$ ) و برش ( $K_{IIC}$ )).
- پارامترهای ریزمکانیکی (چگالی ریزترک، اندازه طول اولیه ریزترک، تابع توزیع اندازه ریزترک).

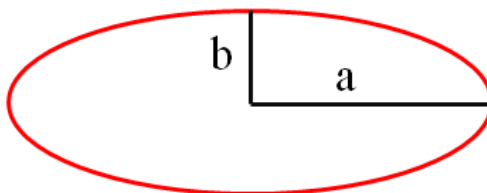
چنانچه در تشریح الگوریتم مدل خرابی ریزمکانیکی اشاره شد، جوانه زنی ترک بال از نوک ریزترک اولیه در ماده زمانی شروع می شود که میزان فاکتور شدت تنش در نوک ریزترک بیش تر از

1 Cracked straight through Brazilian disk specimen

جدول ۳. پارامترهای مکانیکی و چقرمگی شکست تیپ سنگی SP.

Table 3. The mechanical and fracture toughness parameters of the SP.

$K_{IIc}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$K_{Ic}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\nu$	$E$ (GPa)	$\sigma_c$ (MPa)	نوع سنگ
۱/۴	۰/۷۷	۰/۲۳	۹/۵	۳۷	سونگون پورفیری (SP)



شکل ۱۱. ابعاد بیضی در تعریف پارامتر گردشگری [۳۶].

Fig. 11. The elliptical axes in circularity parameter definition

$$4\pi \frac{Area}{(Perimeter)^2} = 4\pi \frac{\pi ab}{\left[2\pi \sqrt{\frac{1}{2}(a^2 + b^2)}\right]^2} \approx \frac{2ab}{a^2 + b^2}$$

مطابق با لیو و استاد حسن [۳۶]، به ازای ( $C < 0.2$ ) ریزترک ها، ( $0.2 \leq C \leq 0.8$ ) منافذ با گردشگری متوسط و ( $C > 0.8$ ) منافذ گردشگری تعیین می شوند. با توجه به این که میزان گردشگری ( $C = 0 - 0.2$ ) بیان گر ریزترک ها می باشد، بعد از تبدیل تصاویر SEM به حالت Binary، ریزترک های موجود در هر یک از تصاویر شناسایی شدند. شکل ۱۲ به صورت شماتیک روند تشخیص ریزترک ها توسط نرم افزار ImageJ را نشان می دهد.

طول اولیه ریزترک ( $2S_0$ ) برابر متوسط اندازه مجموع طول های اندازه گیری شده می باشد و چگالی ریزترک ( $\eta$ ) به صورت نسبت تعداد کل ریزترک ها در واحد سطح و دارای بعد ( $\frac{1}{m^2}$ ) می باشد. نتایج آنالیز تصاویر برای تیپ سنگی SP به اختصار مطابق با جدول ۴ می باشد.

### ۵- آزمایش میله فشاری هاپکینسون<sup>۲</sup>

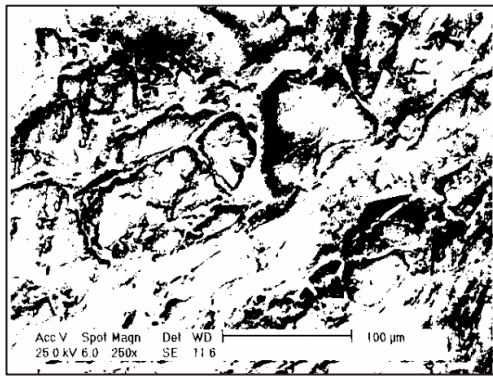
برای انجام آزمایش هاپکینسون بر روی نمونه های سنگی تیپ سنگی SP نمونه های مکعبی شکل به ابعاد تقریبی ۲۵ میلی متر با دستگاه برش آماده شدند. نمونه ها بعد از برش صیقل داده شدند و تا حد ممکن سعی شد که یال های مکعب به صورت موازی با

شده پارامترهای ریزمکانیکی از قبیل اندازه طول اولیه ریزترک، چگالی ریزترک و توزیع اندازه ریزترک ها از پارامترهای ورودی مدل رفتاری می باشند که در تعیین فاکتور شدت تنش و پارامتر خرابی کاربرد دارند. همه مواد سنگی ریزترک هایی دارند که به صورت معمول قابل رویت نیستند، ولی تحت بارگذاری نقش اصلی را در فرآیند شکست دارند. تحت بارگذاری دینامیکی (نرخ کرنش های بالا) ابتدا ریزترک های بزرگ تر تحت تأثیر قرار گرفته و رشد می کنند. در این مطالعه بعد از تهیه مقاطع نازک و صیقل از تیپ های سنگی SP با استفاده از دستگاه میکروسکوپ الکترونی<sup>۱</sup> (SEM) تصاویری با مقیاس خیلی بزرگ تهیه شده که ریزترک های موجود در ماده و هم چنین مرز بین دانه بندی و کریستال ها در ماتریکس ماده قابل رویت و تشخیص باشند. البته برای درک و فهم بهتر موضوع از تصاویر و تحلیل های مقطع نازک تهیه شده از تیپ سنگی مذکور نیز استفاده شده است. تصاویر بدست آمده از آزمایش SEM با استفاده از نرم افزار تحلیل تصویر IMAGEJ تفسیر شده و طول اولیه ریزترک ها، چگالی ریزترک ها و تابع توزیع ریزترک ها تعیین شدند. مطابق با شکل ۱۱، پارامتر گردشگری<sup>۲</sup> ( $C$ ) با توجه به ابعاد شکستگی های ریز در ماده تعریف می شود [۳۶]:

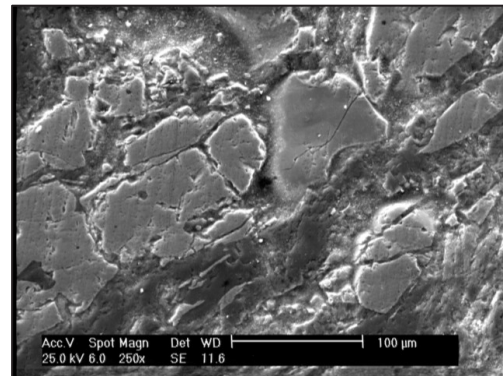
$$Circularity = \quad (51)$$

1 Scanning Electron Microscope

2 Circularity



(ب)



(الف)



(ج)

شکل ۱۲. الف) تصویر خروجی از دستگاه SEM (ب) تصویر Binary با استفاده از نرم افزار ImageJ (ج) ریز ترک های موجود در تصویر اصلی.  
**Fig. 12. The SEM photomicrographs of SP, (a) the original gray scale image, (b) the converted binary format, (c) the distinguished microcracks**

جدول ۴. نتایج آنالیز تصویری تیپ سنگی SP.

**Table 4. The micromechanical rock parameters.**

$\eta \left( \frac{1}{m^2} \right)$	$2s_0 (\mu m)$	نوع سنگ
$5/46 \times 10^{-8}$	۹۶/۵	سونگون پورفیری (SP)

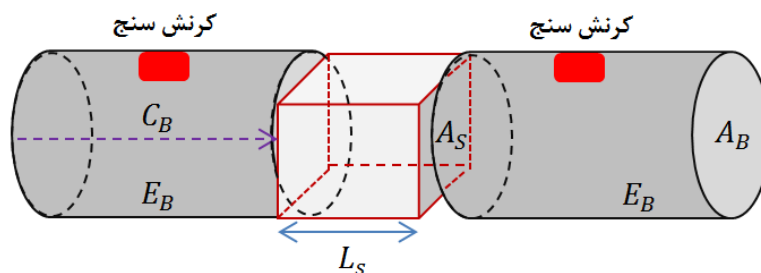
منحنی های تنش- کرنش نمونه های تیپ سنگی SP با استفاده از دستگاه آزمایش هاپکینسون بازای هر یک از نرخ های کرنش در شکل ۱۵ نشان داده شده است.

#### ۶- نتایج شبیه سازی عددی

برای استفاده از مدل رفتاری توسعه داده شده در شبیه سازی عددی مسایل مهندسی ضروری است که فرمول بندی و الگوریتم محاسباتی توسعه داده شده در محیط یک نرم افزار عددی کدنویسی شود. الگوریتم مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده در این

یکدیگر باشند. بطور کلی حدود ۱۵ آزمایش میله فشاری هاپکینسون بر روی نمونه های تیپ سنگی SP انجام شد. آزمایش هاپکینسون بر روی نمونه های تیپ سنگی SP در آزمایشگاه مقاومت مصالح دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه بوعلی همدان انجام شد. شکل ۱۳ شماتیک قرارگیری نمونه بین میله های فشاری هاپکینسون و محل نصب کرنش سنج ها را نشان می دهد. جدول ۵ مشخصات اجزای دستگاه آزمایش هاپکینسون استفاده شده را نشان می دهد.

شکل ۱۴ نمایی از سیستم دستگاه هاپکینسون بکار گرفته شده را نشان می دهد.



شکل ۱۳. شماتیک قرارگیری نمونه بین میله های فشاری هاپکینسون.

Fig. 13. The schematic representation of SP sample between Hopkinson test bars.

جدول ۵. مشخصات دستگاه آزمایش هاپکینسون استفاده شده

Table 5. The SHPB test specifications.

قطر میله	طول میله ضربه زن (Striker)	طول میله ورودی Incident ) (bar	طول میله خروجی Transmissio) (n bar	سطح مقطع میله	طول محوری نمونه	سرعت موج	مدول صلبیت میله
$d_B(\text{mm})$	$L_{S1}(\text{mm})$	$L_{S2}(\text{mm})$	$L_{S3}(\text{mm})$	$A_B(\text{mm}^2)$	$L_S(\text{mm})$	$C_B(\text{m/s})$	$E_B(\text{GPa})$
۲۵	۲۰۰	۱۵۳۰	۱۲۰۰	۴۹۰/۸۷	۲۴	۵۱۰۰	۲۰۰



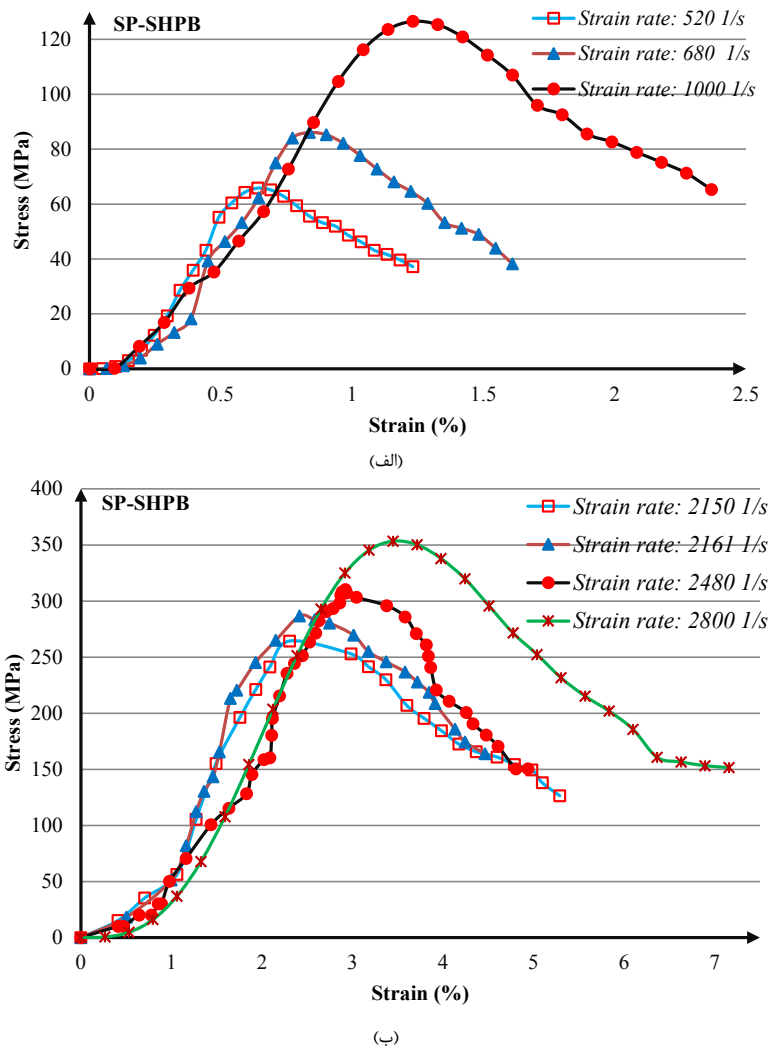
شکل ۱۴. دستگاه آزمایش هاپکینسون.

Fig. 14. The SHPB of the Bu-Ali Sina University used in this study.

با توجه به این که در بین نرم افزارهای مورد استفاده در مهندسی سنگ، نرم افزار دوبعدی FLAC قابلیت خوبی در شبیه سازی مسایل دینامیکی دارد، لذا فرمول بندی مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده در محیط نرم افزار FLAC با استفاده از دستورات فیش کدنویسی شده است.

ژوو و هاو [۳۷] رفتار مواد بتنی تحت بارگذاری فشاری با نرخ کرنش بالا را تحت آزمایش فشاری هاپکینسون به صورت عددی شبیه سازی کردند. مطابق با ژوو و هاو، برای کاهش زمان

تحقیق به صورت سه بعدی فرمول بندی شده است. به دلیل وجود برخی محدودیت های عملی در تعیین پارامترهای ریزمکانیکی به صورت سه بعدی از جمله پارامتر چگالی ریزترک ها ( $\eta$ ) به ناچار شبیه سازی از شرایط سه بعدی به دوبعدی تقلیل یافته است. شایان ذکر است در حال حاضر امکانات و تجهیزات آزمایشگاهی قادر به اندازه گیری پارامتر چگالی ریزترک ( $\eta$ ) به صورت حجمی (سه بعدی) نمی باشد. دستگاه SEM برای اندازه گیری توزیع و چگالی ریزترک ها تنها قابلیت تهیه تصویر سطحی از نمونه ها را دارد.



شکل ۱۵. منحنی تنش-کرنش برای تیپ سنگی *SP* با استفاده از آزمایش *SHPB* (الف) نرخ کرنش های شبه دینامیکی (ب) نرخ کرنش های دینامیکی.  
**Fig. 15. The experimental stress-strain curves of the Sungun Porphyry (SP) conducted by the SHPB; a) the quasi dynamic strain rate, b) the dynamic strain rate.**

حالت تنش و سرعت توسط ما و همکاران [۳۸] و گرگین و رینورد [۳۹] ارائه شده است. مطالعات انجام شده توسط ما و همکاران [۳۸] و گرگین و رینورد [۳۹] منجر به نتایج یکسان برای شرایط مرزی اعمال بار به صورت سرعت و تنش شده است. لذا در این مقاله، هندسه مدل یک بلوک مربعی شکل به ابعاد ۲۵ میلی متر و بار وارده به مدل در قالب میدان سرعت به مرز بالایی مدل شبیه سازی شده آزمایش میله فشاری هاپکینسون اعمال شده است. میدان سرعت اعمالی در مرز بالایی به مدل اثر می کند و کف مدل در راستای قائم و افق ثابت شده است. برای دست یابی به نتایج معقول و هم چنین تفسیر روند توزیع خرابی در مدل شبیه سازی شده تعداد مش در راستای  $x$  و  $y$  به تعداد کافی و برابر ۳۰ انتخاب شده است. در این تحقیق برای

محاسبات می توان از شبیه سازی میله های فشار صرف نظر نمود و فقط خود نمونه با شرایط مرزی حاکم مدل می شود. شایان ذکر است محققین مختلف نشان دادند که ساده سازی هندسه آزمایش فشاری هاپکینسون نتیجه شبیه سازی های عددی را تحت تأثیر قرار نمی دهد و نتایج آن کاملاً معادل شرایطی است که میله های فشار را در نظر می گیریم. لازم به ذکر است که در شبیه سازی واقعی آزمایش فشاری هاپکینسون اعمال بار به صورت سرعت بر مرز بالایی هندسه متفاوت از اعمال بار به صورت تنش می باشد. با وجود این وضعیت تنش در نمونه در هر دو حالت یکسان می باشد. به این صورت که تنش در نمونه به تدریج تا حد مقاومت نهایی افزایش پیدا کرده و سپس تقریباً به مقدار صفر می رسد. نتایج آزمایشگاهی برای هر دو



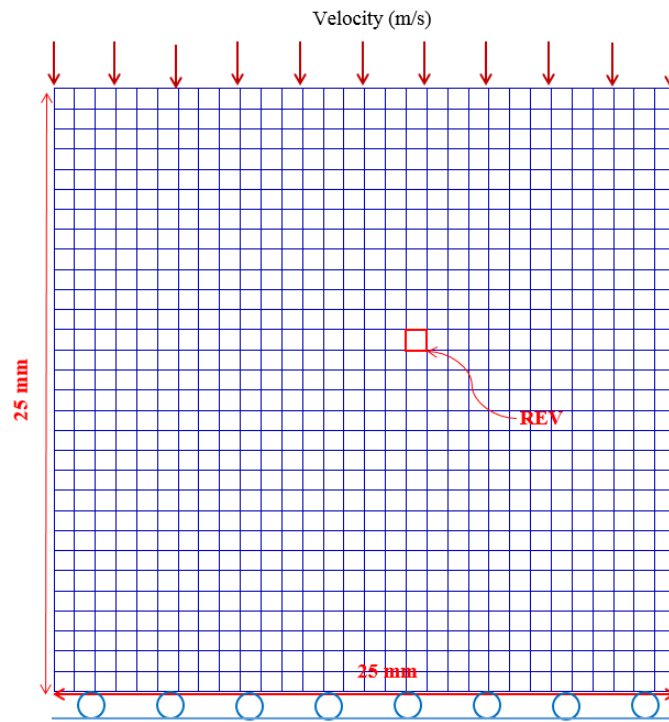
رفتار دینامیکی سنگ پارامترهای واقعی ریزمکانیکی برای تیپ سنگی *SP* با استفاده از مطالعات آزمایشگاهی تعیین و به عنوان پارامترهای ورودی در شبیه سازی عددی استفاده شدند. در مقیاس ریز، چسبندگی بین سطوح ریزترک ناچیز است و از آن صرف نظر شده است. پارامترهای ورودی ریزمکانیکی برای تیپ های سنگی *SP* در جدول ۶ خلاصه شده است.

با توجه به این که نرخ های کرنش اعمالی در شبیه سازی عددی مطابق با نرخ کرنش اعمالی در آزمایش فشاری هاپکینسون انتخاب شده است. لذا منحنی های تنش-کرنش حاصل از نتایج شبیه سازی عددی با منحنی های تنش-کرنش حاصل از آزمایش هاپکینسون به صورت یک جا برای نرخ کرنش یکسان ترسیم شده است تا امکان مقایسه نتایج شبیه سازی عددی با آزمایشگاهی میسر گردد. شکل

تعیین میزان بار اعمالی در قالب میدان سرعت به مرز بالایی مدل شبیه سازی شده در محیط نرم افزار *FLAC* از رابطه ذیل استفاده می کنیم:

$$V \left( \frac{m}{s} \right) = 0.025 (\dot{\epsilon}) \quad (52)$$

$V$  سرعت اعمالی بر مرز بالایی مدل و  $\dot{\epsilon}$  نرخ کرنش مورد انتظار می باشد. به عنوان مثال سرعت اعمال شده به مرز بالایی مدل متناظر با نرخ کرنش ( $\dot{\epsilon} = 28001/s$ ) برابر با  $70 m/s$  می باشد. شکل ۱۶ هندسه شبیه سازی شده و شرایط مرزی حاکم بر مسأله را نشان می دهد. برای صحت سنجی مدل خرابی توسعه داده شده در پیش بینی



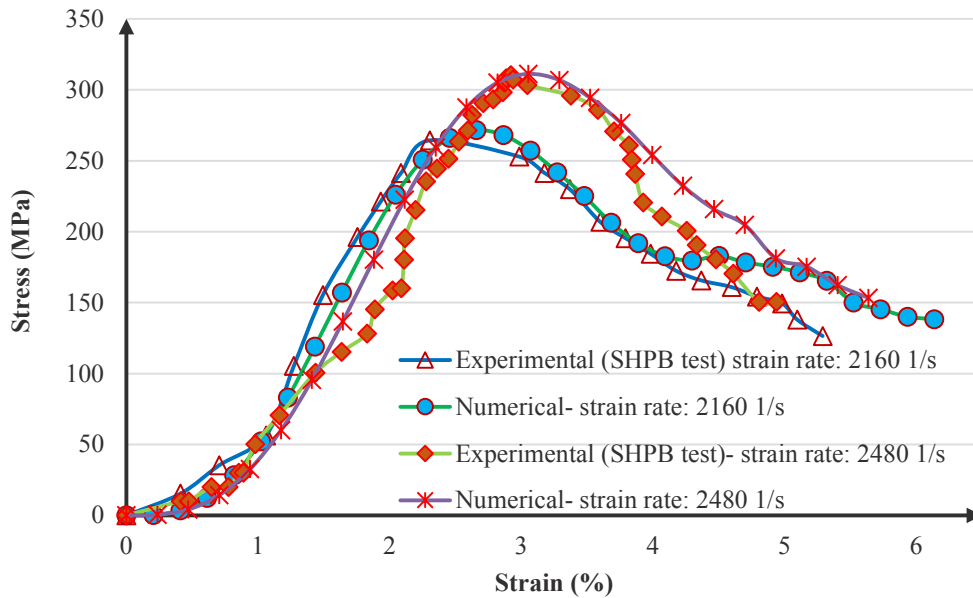
شکل ۱۶. هندسه شبیه سازی شده نمونه برای مطالعه عددی.

Fig. 16. Schematic illustration of the numerical model under applied velocity Field.

جدول ۶. پارامترهای ارزیابی شده تیپ سنگی *SP* به عنوان ورودی مدل رفتاری.

Table 6. The input characteristic parameters of the flaws and mechanical properties for the *SP* used in the numerical simulation.

$E$ (GPa)	$\mu$	$\nu$	$K_{IC}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$K_{IIC}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$2s_0$ ( $\mu m$ )	$\eta$ (m $^{-2}$ )	$\phi$
۹/۵	۰/۴	۰/۲۲	۰/۷۷	۱/۴	۹۶/۵	$۵/۴۶ \times 10^{-8}$	$۵۰/۱۷^\circ$



شکل ۱۷. نتایج شبیه سازی عددی و آزمایشگاهی برای تیپ سنگی *SP*. بازای نرخ های کرنش دینامیکی ( $\dot{\epsilon} = 2160 \frac{1}{s}$ ) و ( $\dot{\epsilon} = 2480 \frac{1}{s}$ ).

Fig. 17. The comparison between the numerical and experimental results

محدوده نرخ های کرنش دینامیکی را نشان می دهد. مطابق با جدول ۷، محققین نرخ های کرنش را در محدوده های مختلف تقسیم بندی کرده اند [۴۰].

شایان ذکر است که مقاومت فشاری ماده به ازای محدوده نرخ کرنش استاتیکی ( $\dot{\epsilon} = (10^{-5} - 10^{-1}) \frac{1}{s}$ ) همان مقاومت فشاری استاتیکی ماده و مقاومت فشاری ماده متناظر با محدوده نرخ های کرنش دینامیکی ( $\dot{\epsilon} = (10^1 - 10^4) \frac{1}{s}$ ) بیانگر مقاومت فشاری دینامیکی می باشد. بسته به کاربری و هدف از پروژه می تواند مقاومت فشاری دینامیکی یا مقاومت فشاری استاتیکی مدنظر باشد. به عنوان مثال در استخراج معادن به روش حفاری و انفجار، برای ارزیابی خرج مصرفی در چال ها و رسیدن به خردایش مناسب سنگ همواره تعیین مقاومت فشاری دینامیکی سنگ اهمیت دارد.

برای مطالعه تغییرات مقاومت ماده به ازای نرخ های مختلف کرنش دینامیکی اعمالی، نمونه های شبیه سازی شده تیپ سنگی *SP* به ازای نرخ های مختلف کرنش دینامیکی تحت بارگذاری قرار گرفتند. نتایج شبیه سازی های عددی به صورت منحنی های تنش-زمان برای تیپ سنگی *SP* در شکل ۱۸ نشان داده شده است.

مطابق با شکل ۱۸، میزان مقاومت فشاری دینامیکی وابسته به نرخ کرنش اعمالی می باشد. افزایش نرخ کرنش اعمالی به نمونه منجر به افزایش مقاومت فشاری دینامیکی ماده می شود. در شرایط دینامیکی

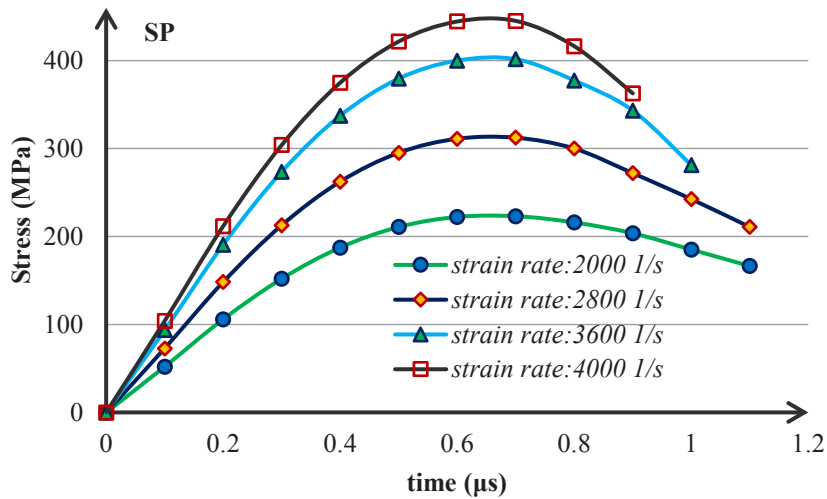
۱۷، نتایج شبیه سازی عددی برای تیپ سنگی *SP* در المان پایش شده به همراه نتایج آزمایش فشاری هاپکینسون را بازای نرخ های کرنش دینامیکی ( $\dot{\epsilon} = 2160 \frac{1}{s}$ ) و ( $\dot{\epsilon} = 2480 \frac{1}{s}$ ) نشان می دهند. مطابق با منحنی های تنش-کرنش شبیه سازی شده تیپ سنگی *SP* و نتایج آزمایش *SHPB*، تطابق خوبی بین منحنی های تنش-کرنش شبیه سازی شده عددی براساس مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده و نتایج حاصل از آزمایش هاپکینسون برای تیپ سنگی *SP* وجود دارد.

#### ۶-۱- وابستگی مقاومت فشاری دینامیکی به نرخ کرنش

مقاومت فشاری مواد سنگی تحت بارگذاری استاتیکی معمولاً به سرعت بارگذاری وابسته نیست و مقدار ثابتی دارد. برخلاف بارگذاری های استاتیکی، رفتار دینامیکی مواد به میزان نرخ کرنش اعمالی وابسته است. مقاومت فشاری ماده در نرخ های کرنش های دینامیکی، بیش تر از مقاومت فشاری استاتیکی می باشد. نرخ های کرنش اعمالی محدوده های مختلفی دارند و برای اعمال هر یک از محدوده های نرخ کرنش نیاز به تجهیزات آزمایشگاهی خاصی می باشد. برای مثال  $\dot{\epsilon} = (10^{-5} - 10^{-1}) \frac{1}{s}$  بیانگر محدوده نرخ های کرنش برای بارگذاری استاتیکی و شبه استاتیکی،  $\dot{\epsilon} = (10^{-1} - 10^1) \frac{1}{s}$  بیانگر محدوده نرخ های کرنش شبه دینامیکی و  $\dot{\epsilon} = (10^1 - 10^4) \frac{1}{s}$

جدول ۷. محدوده نرخ های کرنشی برای بارگذاری های مختلف [۴۰]  
**Table 7. The strain rates ranges for different loading conditions**

محدوده نرخ کرنش	نوع نرخ کرنش
$\dot{\epsilon} = (10^{-8} - 10^{-5}) \frac{1}{s}$	کرنش خزشی
$\dot{\epsilon} = (10^{-5} - 10^{-1}) \frac{1}{s}$	کرنش استاتیکی و شبه استاتیکی
$\dot{\epsilon} = (10^{-1} - 10^1) \frac{1}{s}$	کرنش شبه دینامیکی
$\dot{\epsilon} = (10^1 - 10^4) \frac{1}{s}$	کرنش دینامیکی
$\dot{\epsilon} = (10^4 - 10^6) \frac{1}{s}$	کرنش فوق دینامیکی



شکل ۱۸. منحنی های تنش-کرنش به ازای نرخ های مختلف کرنش دینامیکی برای SP.

**Fig. 18. The stress-time curves simulated with the developed micromechanical damage model under various applied strain rates.**

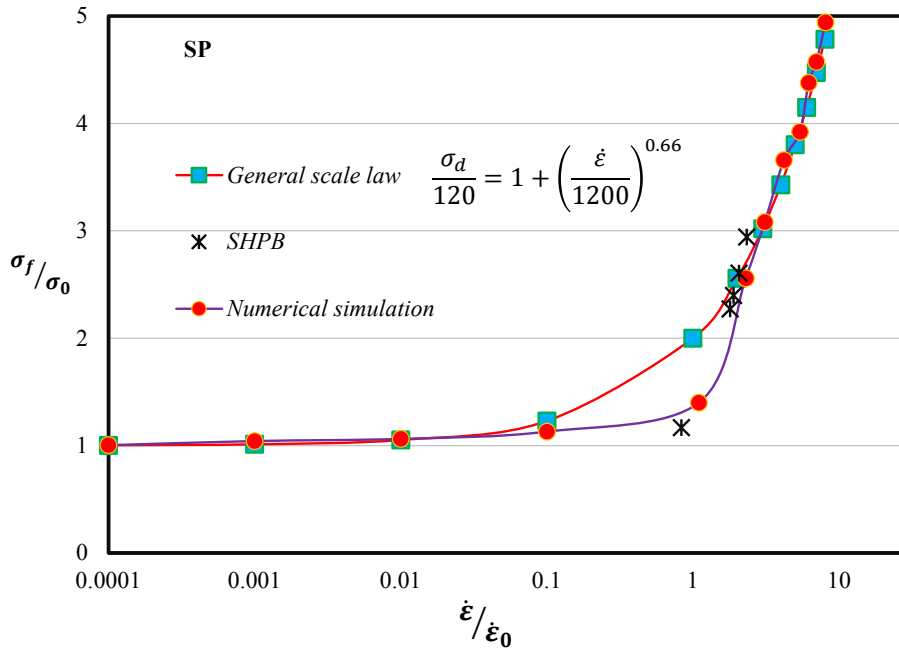
می شود. البته در قسمت اول منحنی، تغییرات مقاومت فشاری با نرخ کرنش اعمالی ناچیز می باشد، یعنی افزایش نرخ کرنش تأثیر چندانی بر افزایش مقاومت فشاری ندارد. بعد از یک نرخ کرنش خاص، افزایش جزئی در میزان نرخ کرنش، منجر به افزایش چشمگیر در میزان مقاومت فشاری دینامیکی می گردد که این نرخ کرنش خاص، نرخ کرنش انتقالی نامیده می شود.

برای تعیین قانون مقیاس ابتدا مقادیر مقاومت فشاری دینامیکی ( $\sigma_f$ ) نسبت به مقاومت فشاری در محدوده مقاومت فشاری شبه استاتیکی ( $\sigma_0$ ) نرمالیزه می شود. از آنجائی که تغییرات مقاومت فشاری در نرخ های کرنش کم تر از نرخ کرنش انتقالی تقریباً خطی با

ریزترک ها در ماده فرصت کافی برای رشد ندارند، لذا ماده می تواند کرنش های بیش تری را تا رسیدن به مقاومت حداکثر تحمل کند. البته به ازای نرخ های کرنش بالا تعداد بیش تری از ریزترک ها در ماده فعال می شوند و به همین دلیل با افزایش نرخ کرنش اعمالی رفتار تنش-کرنش سنگ به رفتار شکننده مطابق با شکل ۱۸ نزدیک می شود.

## ۶-۲- قانون مقیاس

قانون مقیاس با برازش منحنی به نمودار مقاومت فشاری ماده نسبت به نرخ های مختلف کرنش اعمالی در مقیاس لگاریتمی تعیین



شکل ۱۹. برازش قانون مقیاس کلی به نتایج حاصل از آزمایش فشاری هاپکینسون برای SP. **Fig. 19. Variation of the simulated compressive strength with the applied strain rate in scale law.**

ازمایش هاپکینسون، تابع عمومی قانون مقیاس بازای ( $\chi = 0.66$ )،  
( $\varepsilon_0 = 1200 \frac{1}{s}$ ) و مقاومت فشاری شبه‌دینامیکی ( $\sigma_0 = 120 \text{ MPa}$ )  
برای تیپ سنگی SP، به صورت ذیل تعیین می‌شود:

$$\frac{\sigma_f}{120} = 1 + \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{1200} \right)^{\frac{2}{3}} \quad (54)$$

شکل ۱۹، منحنی نرمالیزه شده مقاومت فشاری نسبت به نرخ کرنش را برای تیپ سنگی SP نشان می‌دهد.

از آنجائی که روند افزایش مقاومت فشاری دینامیکی با افزایش نرخ کرنش اعمالی در شبیه سازی عددی و مطالعات آزمایشگاهی با یک دیگر تطابق خوبی دارند. لذا از قانون مقیاس بدست آمده از رابطه (۵۳) برای مطالعات آزمایشگاهی و عددی نیز استفاده می‌شود.

### ۳-۶- تغییرات پارامتر خرابی و کرنش غیرالاستیک

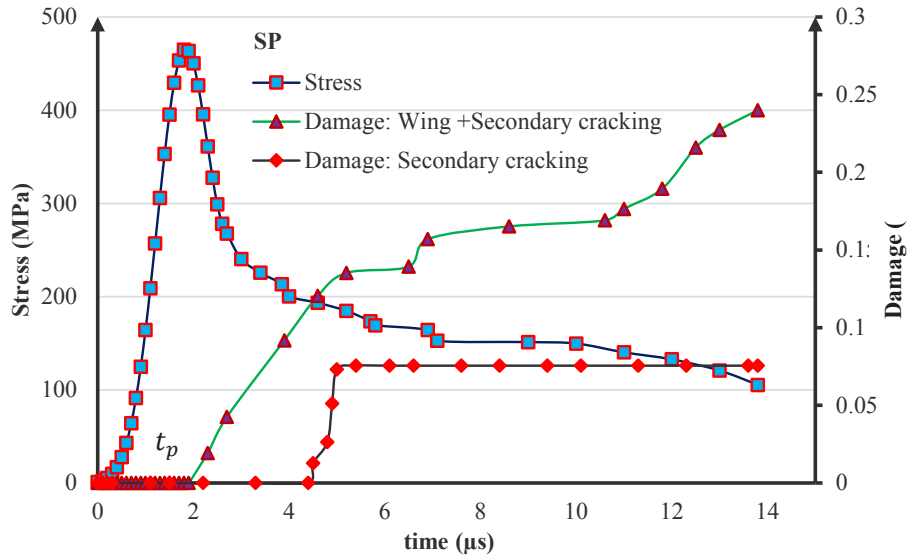
پارامتر خرابی کل در ماده تحت بارگذاری دینامیکی براساس مدل خرابی توسعه داده شده به صورت مجموع خرابی حاصل از رشد ترک بال از نوک ریزترک اولیه و رشد ترک ثانویه در امتداد ریزترک اولیه است. برای مطالعه روند تغییرات پارامتر خرابی و تنش نسبت به زمان دینامیکی، المان‌های پایش شده در شبیه سازی عددی رفتارنگاری

شیب خیلی کم می‌باشد، لذا با تقسیم نرخ‌های کرنش اعمالی ( $\dot{\varepsilon}$ ) بر مقدار نرخ کرنش مقیاس ( $\dot{\varepsilon}_0$ )، مقادیر نرخ کرنش نرمالیزه شده تعیین می‌شود. با ترسیم منحنی مقاومت فشاری نرمالیزه شده به نرخ کرنش نرمالیزه شده قانون مقیاس تعیین می‌شود. فرم کلی قانون مقیاس را می‌توان در قالب رابطه ذیل بیان نمود [۴۱]:

$$\frac{\sigma_f}{\sigma_0} = 1 + \left( \frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0} \right)^{\chi} \quad (53)$$

مقدار عددی توان  $\chi$  بیان‌گر هم‌بستگی معقول بین تنش و نرخ کرنش نرمالیزه شده می‌باشد. برای مواد سنگی مقدار عددی  $\chi$  کم‌تر از یک پیشنهاد شده است. با توجه به این که مقدار مقاومت فشاری دینامیکی ( $\sigma_f$ ) بازای مقادیر نرخ کرنش دینامیکی اعمالی به ماده مقادیر متفاوتی دارد، لذا بازای مقادیر تنش نرمالیزه شده ( $\frac{\sigma_f}{\sigma_0}$ ) با محاسبه مقادیر متناظر ( $\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0}$ ) می‌توان پارامتر ( $\chi$ ) و قانون مقیاس را تعیین کرد. در مباحث مهندسی سنگ نسبت ( $\frac{\sigma_f}{\sigma_0}$ ) را اصطلاحاً فاکتور افزایش دینامیکی<sup>۱</sup> ( $DIF$ ) می‌نامند [۴۲]. با برازش منحنی قانون مقیاس بر نتایج شبیه سازی عددی و آزمایشگاهی بدست آمده از نتایج شبیه سازی عددی، به مقادیر مقاومت فشاری حاصل از نتایج

1 Dynamic increasing factor



شکل ۲۰. منحنی تنش، خرابی حاصل از ترک بال و ترک ثانویه برشی برای تیپ سنگی SP.  
**Fig. 20. Variation of stress and damage parameters with time.**

منحنی های خرابی ناشی از سازوکار ترک بال ( $\Omega^w$ )، خرابی ناشی از ترک ثانویه ( $\Omega^s$ ) و کرنش های غیرالاستیک ( $\epsilon_{11}^{in}$ ,  $\epsilon_{22}^{in}$ ,  $\epsilon_{12}^{in}$ ) نسبت به زمان دینامیکی بازای نرخ کرنش  $\dot{\epsilon} = 3600 \frac{1}{s}$  برای تیپ سنگی SP در شکل ۲۱ رسم شده است.

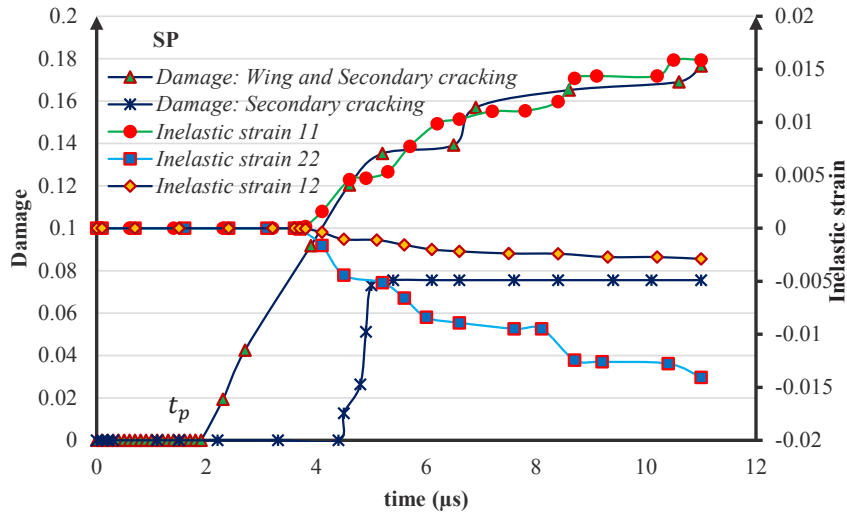
مطابق با شکل ۲۱، بعد از اقناع شرط ( $K_I = K_{IC}$ ) خرابی در ماده شروع می شود. در ابتدا خرابی تنها ناشی از رشد ترک بال می باشد. از آنجایی که پدیده گوه‌ای شدن ناشی از لغزش اصطکاکی سطوح ریزترک همراه با جوانه زنی و رشد ترک بال اتفاق می افتد، لذا بعد از وقوع خرابی اولیه، کرنش های غیرالاستیک نیز در ماده ایجاد می شوند. سازوکارهای مذکور باعث افزایش تمرکز تنش و ایجاد ترک های ثانویه می شوند که رشد خرابی ناشی از این فرآیند نیز به میزان خرابی ناشی از ترک بال اضافه می شود. شایان ذکر است میزان خرابی ناشی از رشد ترک ثانویه در ماده نسبت به خرابی کل قابل توجه است که خود نشانگر اهمیت در نظر گرفتن آن در این تحقیق است. رشد ترک های ثانویه رفتار ماده بعد از مقاومت فشاری حداکثر تا رسیدن به مقاومت باقیمانده و گسیختگی را تحت تأثیر قرار می دهند.

#### ۶-۴- تأثیر نرخ کرنش اعمالی بر ریزساختار ماده

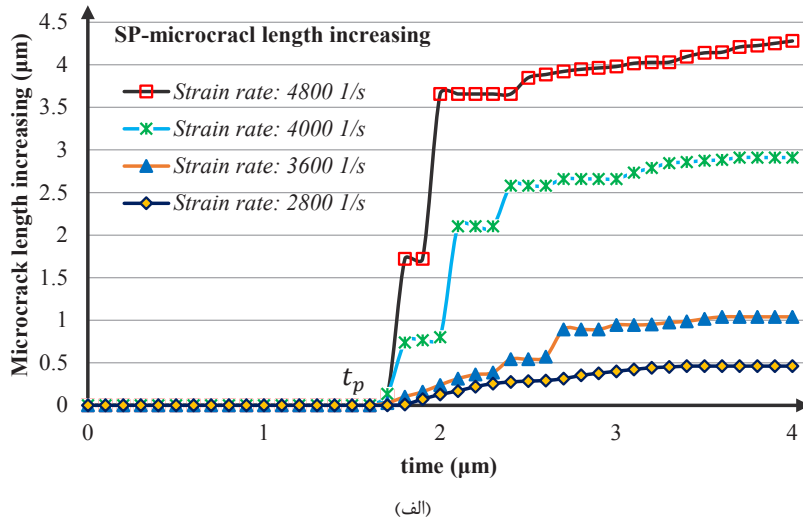
مواد شکننده ذاتاً دارای ریزترک های اولیه هستند که اندرکرنش ریزترک ها تحت بارگذاری با نرخ های کرنش مختلف رفتار کلی

شده اند. شکل ۲۰ منحنی تنش، خرابی حاصل از سازوکار ترک بال و خرابی حاصل از رشد ترک ثانویه را نسبت به زمان دینامیکی برای تیپ های سنگی SP بازای نرخ کرنش  $\dot{\epsilon} = 36001/s$  نشان می دهد. در منحنی های خروجی حاصل از شبیه سازی های عددی نشان گر زمان بر مقاومت فشاری دینامیکی می باشد.

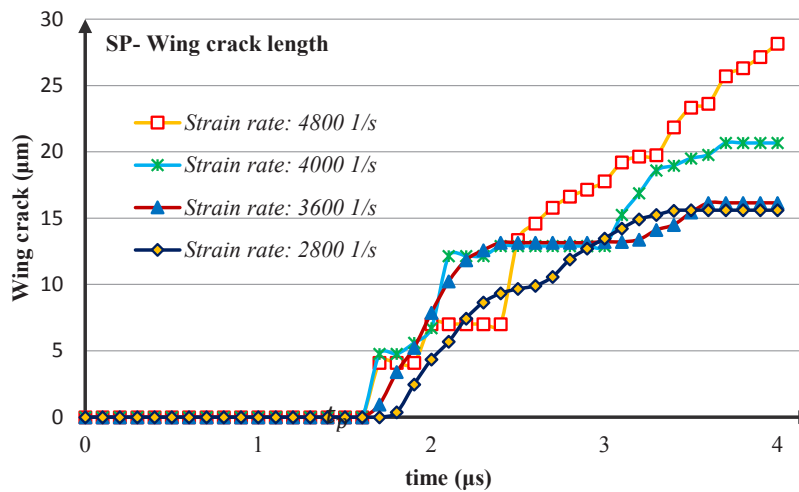
چنانچه در شکل ۲۰ مشاهده می شود، تا زمان رسیدن به مقاومت فشاری حداکثر که بازای ( $K_I = K_{IC}$ ) رخ می دهد، هیچ خرابی در ماده ایجاد نمی شود و پارامتر خرابی کل برابر با صفر می باشد ( $\Omega = 0$ ). بازای تنش معادل مقاومت فشاری حداکثر خرابی در ماده آغاز می شود. شایان ذکر است خرابی ایجاد شده در ابتدا صرفاً ناشی از رشد ترک بال از نوک ریزترک اولیه می باشد. وقوع خرابی اولیه همراه با ایجاد کرنش های غیرالاستیک ناشی از لغزش اصطکاکی سطوح ریزترک اولیه نیز می باشد. بعد از اقناع شرایط ( $K_{II} = K_{IIC}$ )، رشد ترک ثانویه در امتداد ریزترک اولیه صورت می گیرد و از این مرحله به بعد میزان خرابی ناشی از رشد ترک ثانویه نیز به خرابی حاصل از رشد ترک بال اضافه می شود. این موضوع در شکل ۲۰ توسط منحنی خرابی ناشی از ترک ثانویه مشاهده می شود که خرابی ناشی از ترک ثانویه چند میکروثانیه بعد از رشد خرابی ترک بال آغاز می شود. البته برای اثبات تقدم وقوع فرآیندهای خرابی ناشی از جوانه زنی و رشد ترک بال نسبت به کرنش های غیرالاستیک ناشی از لغزش اصطکاکی و خرابی ناشی از رشد ترک ثانویه توسط مدل خرابی توسعه یافته،



شکل ۲۱. منحنی خرابی و کرنش های غیرالاستیک نسبت به زمان دینامیکی برای *SP*.  
 Fig. 21. Variation of the damage parameter and inelastic strain with time.



(الف)

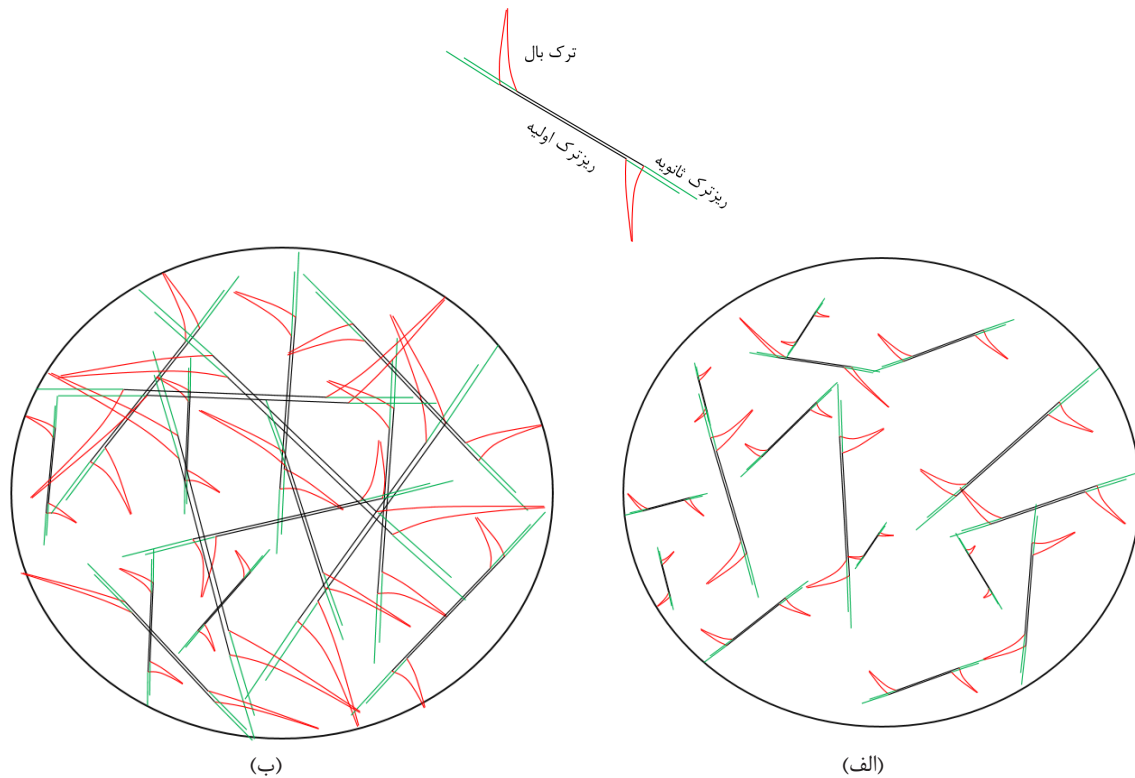


(ب)

شکل ۲۲. منحنی تأثیر افزایش نرخ کرنش اعمالی بر روی نمونه *SP* (الف) طول ریز ترک اولیه، (ب) طول ترک بال.

Fig. 22. a) Variation of microcrack length increasing with time under different imposed strain rates, b) Variation of wing crack length with time under different imposed strain rates.





شکل ۲۳. تصویر شماتیک روند تأثیر نرخ کرنش بر میزان خردایش ماده (الف) نرخ کرنش کم (ب) نرخ کرنش بالا (بارگذاری دینامیکی).

Fig. 23. The schematic illustration of dynamic strain rates on fragmentation, a) low strain rates, b) high strain rates.

مطابق با شکل ۲۲ با افزایش نرخ کرنش دینامیکی میزان افزایش طول ریزترک اولیه طی فرآیندهای افزایش سطوح ریزترک و گوه‌ای شدن ناشی از لغزش بیش تر می شود. البته این افزایش طول به صورت تصاعدی است و افزایش اندک در میزان نرخ کرنش منجر به افزایش چشم گیر در طول ریزترک اولیه می شود. شایان ذکر است طول ترک بال نیز با افزایش نرخ کرنش اعمالی افزایش می یابد. افزایش طول اولیه ریزترک و طول ترک های بال با افزایش نرخ کرنش اعمالی موجب افزایش اندرکنش و اتصال بین ریزترک ها می شود و ترکیب های مختلفی از اندرکنش و اتصال بین ریزترک ها شکل می گیرد. شکل ۲۳ به صورت شماتیک روند اندرکنش و اندازه قطعات خرد شده به ازای نرخ های کرنش کم و زیاد را نشان می دهد.

در نرخ های کرنش بالا، هریک از ریزترک ها به دلیل افزایش طول ترک بال و ترک ثانویه با ریزترک های بیش تری اندرکنش و اتصال می یابند. اتصال و انقطاع بیش تر ریزترک ها با یک دیگر به دلیل طول بیش تر بازای نرخ های کرنش بالاتر موجب خردشدگی<sup>۱</sup> بیش تر در ماده می شوند و ماده به قطعات با ابعاد کوچک تری

ماده را تحت تأثیر قرار می دهد. در بارگذاری های استاتیکی فقط ریزترک هایی فعال می شوند که اندازه بزرگ تری دارند و ضریب شدت تنش در نوک ریزترک ها زودتر به مقدار چقرمگی شکست می رسد. البته با تداوم بارگذاری امکان دارد برخی ریزترک های کوچک تر نیز فعال شوند. برخلاف بارگذاری در محدوده نرخ های کرنش شبه استاتیکی ( $\dot{\epsilon} \leq 10^{-1} \frac{1}{s}$ )، تحت بارگذاری دینامیکی در مدت زمان خیلی کوچک (در حد میکروثانیه) تقریباً اکثر ریزترک های اولیه موجود در ماده فعال می شوند. چنانچه پیش تر اشاره شده است، در مطالعات انجام شده توسط پالیوال و رامش [۱۱] و ایگری و همکاران [۱۵] تنها اندرکنش ترک های بال لحاظ شده است. با توجه به آن که در مدل خرابی توسعه یافته ترک های ثانویه نیز در امتداد ریزترک های اولیه رشد می کنند، لذا اندرکنش بین ریزترک ها به صورت تصاعدی افزایش پیدا می کند. برای بررسی تأثیر نرخ کرنش اعمالی بر ریزساختار ماده، افزایش طول اولیه ریزترک و طول ترک بال به ازای نرخ های کرنش  $\dot{\epsilon} = (2800, 3600, 4000, 4800) \frac{1}{s}$  برای تیپ سنگی SP مطالعه شده است. نتایج شبیه سازی عددی برای تیپ سنگی SP در شکل ۲۲ نشان داده شده است.

1 Fragmentation

طی فرآیندهای افزایش سطوح ریزترک و گوه‌ای شدن ناشی از لغزش بیش تر می شود. البته این افزایش طول به صورت تصاعدی است و افزایش اندک در میزان نرخ کرنش منجر به افزایش چشم گیر در طول ریزترک اولیه می شود. شایان ذکر است طول ترک بال نیز با افزایش نرخ کرنش اعمالی افزایش می یابد. افزایش طول اولیه ریزترک و طول ترک های بال با افزایش نرخ کرنش اعمالی موجب افزایش اندرکرنش و اتصال بیش تر بین ریزترک ها می شود و خردشدگی را افزایش می دهد.

### تقدیر و تشکر

در پایان این پژوهش لازم می دانیم از زحمات واحد تحقیق و توسعه شرکت ملی صنایع مس ایران مستقر در مجتمع معدن مس سرچشمه (مهندس اسلامی و مهندس خسروجردی) و همچنین مدیریت بهره برداری مجتمع معدن مس سونگون (مهندس رضایی) و مشاور صنعتی پروژه (مهندس گلچین) تقدیر و تشکر کنیم.

### مراجع

- [1] Wong, T.F. Micromechanics of faulting in Westerly granite. Int. J. Rock Mech. Min. Sci. 1982: 19, 49-62.
- [2] Fredrich, J.T., Evans, B., Wong, T.F. Micromechanics of the brittle to plastic transition in Carraramarbe. J. Geophys. Res. 1989: 94, 4129-4145.
- [3] Horri, H., Nemat-Nasser, S. Brittle failure in compression: splitting, faulting and brittle-ductile transition. J. Phil. Trans. R. Soc. A. 1986. 337-374.
- [4] Nemat-Nasser, S., Obata, M. A microcrack model of dilatancy in brittle materials, J. Appl. Mech. 1998: 55, 24-35.
- [5] Nemat-Nasser, S., Deng, H. Strain-rate effect on brittle failure in compression. Acta Metall. Mater. 1994: 42, 1013-1024.
- [6] Zhu Q.Z., Kondo D., Shao J.F. Micromechanical analysis of coupling between anisotropic damage and friction in quasi brittle materials: Role of homogenization scheme. Int. J. Solids. Struct. 2008: 45, 1358-1405.
- [7] Zhu Q.Z., Shao J.F., Kondo D. A micromechanics-based thermodynamic formulation of isotropic damage with

تبدیل می شود. وقتی ماده ای شکننده از قبیل سنگ تحت بارگذاری دینامیکی قرار می گیرد، اتصال و انقطاع ریزترک ها با یک دیگر هندسه قطعات خرد شده سنگ را مشخص می کنند. از این رو با افزایش نرخ کرنش اعمالی یک ریزترک با چندین ریزترک مجاور خود به دلیل طول بزرگ تر ترک بال و ترک ثانویه ارتباط و اتصال برقرار می کند و قطعات با ابعاد کوچک تر تولید می شوند.

### ۷- نتیجه گیری

به منظور اعتبارسنجی نتایج مدل خرابی ریزمکانیکی، آزمایش فشاری بر روی نمونه های مکعبی شکل از تیپ سنگی *SP* به ازای نرخ های مختلف کرنش دینامیکی انجام شد. نتایج شبیه سازی های عددی به همراه نتایج آزمایش فشاری هاپکینسون به ازای هر نرخ کرنش اعمالی با یک دیگر مقایسه شده است. بررسی منحنی های تنش-کرنش نشان می دهد که منحنی های حاصل از شبیه سازی عددی و آزمایش هاپکینسون تطابق خوبی با یکدیگر، بخصوص در مرحله بعد از مقاومت فشاری دینامیکی دارند. لذا می توان ادعا نمود که مدل خرابی ریزمکانیکی توسعه داده شده توانمندی بالایی در جهت شبیه سازی فیزیک واقعی مسائل مهندسی سنگ تحت بارگذاری های دینامیکی دارد. افزایش نرخ کرنش اعمالی به مدل منجر به افزایش مقاومت فشاری دینامیکی و رفتار شکل پذیر می شود. لذا مقاومت فشاری دینامیکی نمونه های سنگی شبیه سازی شده مشابه با نتایج آزمایش فشاری هاپکینسون به نرخ کرنش اعمالی حساس است. در نظر گرفتن سازوکار ترک ثانویه در امتداد ریزترک اولیه منجر به بروز رفتار شکننده تر در مقایسه با مدل پیشنهاد شده توسط ایگری و همکاران می شود.

به ازای تنش معادل مقاومت فشاری حداکثر، خرابی در ماده آغاز می شود. شایان ذکر است خرابی ایجاد شده در ابتدا صرفاً ناشی از رشد ترک بال از نوک ریزترک اولیه می باشد. وقوع خرابی اولیه همراه با ایجاد کرنش های غیرالاستیک ناشی از لغزش اصطکاکی سطوح ریزترک اولیه نیز می باشد. بعد از اقناع شرایط ( $K_{II} = K_{IIC}$ ) رشد ترک ثانویه در امتداد ریزترک اولیه صورت می گیرد و از این مرحله به بعد میزان خرابی ناشی از رشد ترک ثانویه نیز به خرابی حاصل از رشد ترک بال اضافه می شود.

با افزایش نرخ کرنش دینامیکی میزان افزایش طول ریزترک اولیه

- compliance relationships for wing-cracked brittle materials under compression” *Int. J. Solids Struct.* 100-101, 151–168. 2016.
- [20] B.Budiansky, R-J.O’Connell; “Elastic moduli of a cracked solid” *Int. J. Solids Struct.* 12, 81–97, 1976.
- [21] Daphalapurkar, N., Ramesh, K.T., Graham-Brady, L., Molinari, J-F. Predicting variability in the dynamic failure strength of brittle materials considering pre-existing flaws. *J.MechPhys solids.* 2011: 59, 297–319.
- [22] G.Hu, J.Liu, L.Graham-Brady, K.T.Ramesh; “A 3D mechanistic model for brittle materials containing evolving flaw distributions under dynamic multiaxial loading” *J. Mech. Phys. Solids.* 78, 269-297, 2015.
- [23] Hosseini-Nasab, H., Marji, M.F., 2007. “A semi-infinite higher-order displacement discontinuity method and its application to the quasistatic analysis of radial cracks produced by blasting”. *Journal of mechanics of materials and structures*, vol. 2, pp. 439-458.
- [24] A.Bobet, H.H.Einstein; “Fracture coalescence in rock-type materials under uniaxial and biaxial compression” *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 35, 863-888. 1998.
- [25] L.B.Freund; “Crack propagation in an elastic solid Subjected to general loading-II. Non-uniform rate of extension” *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* 20, pp. 141-152, 1972.
- [26] M.H.ahmadi, H.Molladavoodi; “A micromechanical damage model under uniaxial compressive with high strain rates for brittle materials”, *Journal of Mineral Resources Engineering (JMRE)*, 2018, Vol. 3, No. 2, pp. 1-16.
- [27] A.Sayes, H.Dahy’Gaber, Hassib; “Spectral discrimination between quarry blasts and microearthquakes in Southern Eqypt”, *Researchjournal of earth sciences* 2, 2010.
- [28] M.R.Saharan, H.S.Mitri; “Numerical procedure for dynamic simulation of discrete fractures due to blasting”, *Rock Mech. Rock Eng*, 2008.
- [29] Y.Zhou, J.Zhao; “Advances in rock dynamics and applications” first Edition, CRC Press/Balkema, 2011.
- [30] L.B. Freund; “Dynamic fracture mechanics” Cambridge University Press. New York, NY, 1990.
- [31] K. B. J.Broberg; “Applied Mechanics” 31, 546, 1964.
- unilateral and friction effects. *Euro. J. Mech. Solids.* 2011: 30, 316-325.
- [8] Xie N., Zhu Q.Z., Xu L.H., Shao J.F., A micromechanics-based elastoplastic damage model for quasi-brittle rocks. *Computers and Geotechnics* 2011: 38, 970–977.
- [9] Molladavoodi H., Sliding and damage criteria investigation of a micromechanical damage model for closed frictional microcracks. *Computers and Geotechnics* 2015: 67, 135–141.
- [10] Qi, M., Shao, J.F., Giraud, A., Zhu, Q.Z., Colliat, J.B. Damage and plastic friction in initially anisotropic quasi brittle materials. *Int. J. Plast;* 2016: 82, 260-282.
- [11] Paliwal, B., Ramesh, K. An interacting micro-crack damage model for failure of brittle materials under compression. *J. Mech. Phys. Solids.* 2008: 56, 896-923.
- [12] Katcoff, C., Graham-Brady, L. Modeling dynamic brittle behavior of materials with circular flaws or pores. *Int. J. Solids. Struct.* 2014: 51, 754-766.
- [13] Hu, G., Liu, J., Graham-Brady, L., Ramesh, K.T. A 3D mechanistic model for brittle materials containing evolving flaw distributions under dynamic multiaxial loading. *J. Mech. Phys. Solids.* 2015:78, 269-297.
- [14] Liu, J., Graham-Brady, L. Effective anisotropic compliance relationships for wing-cracked brittle materials under compression. *Int. J. Solids Struct.* 2016, 100-101, 151–168.
- [15] Ayyagari, R.S., Daphalapurkar, N.P., Ramesh, K.T. The effective compliance of spatially evolving planar wing-cracks. *J.MechPhys Solids.* 2018: 111, 503–529.
- [16] Part sazeh structural engineering, *Structural Health Monitoring – SHM*, 2015.
- [17] Mohammad Bahmani, Seyed Mehdi Zahrai; “Developing a procedure for simultaneous vibration control and health monitoring of structures using semiactive viscous dampers” *Amirkabir Journal of Civil Engineering*, 2019, DOI: 10.22060/CEEJ.2019.16737.6324.
- [18] Gross, G., Seelig, T. *Fracture mechanics with an introduction to micromechanics*, 2 Springer Science, 2011. Business Media, New York, NY.
- [19] J.Liu, L.Graham-Brady; “Effective anisotropic

- June 26–27, 2008.
- [38] G.W.Ma, A.Dong, J.Li; “Modeling strain rate effect for heterogeneous brittle materials” In First International Conference on Analysis and Design of Structures against Explosive and Impact Loads, September 15–17, 2006, Tianjin, China. Transaction of Tianjin University, 12 (Suppl.), pp. 79–82, 2006.
- [39] J.F.Georgin, J.M.Reynouard; “Modeling of structures subjected to impact: concrete behaviour under high strain rate” Cement and Concrete Composites 25, 131–143, 2003.
- [40] S.Sharma, V.M. Chavan, R.G. Agrawal, R.J. Patel; “Split-hopkinson pressure bar: An experimental technique for high strain rate tests” Bhabha atomic research centre mumbai, India, 2011.
- [41] J.Kimberley, K.T.Ramesh, N.P.Daphalapurkar; “A scaling law for the dynamic strength of brittle solids” J. Acta Mater. 61, 3509–3521, 2013.
- [42] Z. Zhang; “Rock Fracture and Blasting: Theory and Applications” University Centre in Svalbard, Longyearbyen, Svalbard, NORWAY, 2016.
- [32] R.Burridge, G.Conn, Freund L. B., J. Geophys. Res. 84, 2210, 1979.
- [33] A.J.Rosakis, O.Samudrala, D.Coker; “Cracks faster than the shear wave speed” Graduate aeronautical laboratories California institute of technology, Pasadena, ca 91125, 1998.
- [34] I.Carol, E.Rizzi, K.Willam; “On the formulation of anisotropic elastic degradation. I. Theory based on a pseudo-logarithmic damage tensor rate” Int. J. Solids Struct. 38, 491-518, 2001.
- [35] M.R.M. Aliha, M.R. Ayatollahi; “Rock fracture toughness study using cracked chevron notched Brazilian disc specimen under pure modes I and II loading – A statistical approach” Theoretical and Applied Fracture Mechanics 69, 17–25, 2014.
- [36] K.Liu, M.Ostadhassan; “Multi-scale fractal analysis of pores in shale rocks” Journal of Applied Geophysics 140, 1–10, 2017.
- [37] X.Q.Zhou, H.Hao; “Mesoscale modelling of compressive behaviour of concrete at high strain rate” In: Proceedings of the Australian Structural Engineering Conference,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

M.H. Ahmadi, H. Molladavoodi, A Micromechanical Inelastic Strain-Damage Constitutive Model Based on Wing- and Secondary- Cracking Mechanisms under Dynamic Loading, Amirkabir J. Civil Eng., 53(7) (2021) 2735-2764.

DOI: [10.22060/ceej.2020.17456.6568](https://doi.org/10.22060/ceej.2020.17456.6568)

