



## کنترل کوادروتور با الگوریتم بهینه غیرخطی وابسته به حالت و تحلیل عملکرد دینامیکی آن تحت اثر میدان باد

علی پورمرادی، مهدی سبزه‌پرور<sup>\*</sup>، علی اشرفی

مهندسی هوافضا، صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۰۱

بازنگری: ۱۳۹۹/۰۳/۰۴

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۳۱

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۴/۱۲

### کلمات کلیدی:

کوادروتور

کنترل وضعیت

کنترل ارتفاع

الگوریتم غیرخطی و میدان باد

**خلاصه:** کوادروتورها در دهه‌های اخیر به دلیل مأموریت‌های ویژه و کاهش هزینه‌های عملیات پروازی مورد توجه قرار گرفتند. در این مقاله برای این پهباد سه سناریو پروازی برای فیلم‌برداری از یک منطقه تعریف شده است که در آن‌ها وضعیت کوادروتور بر پایه روش کنترل بهینه غیرخطی وابسته به حالت تحلیل شده است. در سناریو اول یک نمونه آزمایشگاهی به جهت یافتن زوایای اوپلر مورد نیاز برای اجرای مانور، تست گرفته شده است؛ این نمونه، یک کوادروتور است که بر اساس روش تناسبی-مشتق‌گیر بنا شده است؛ بدین منظور در شبیه‌سازی نتایج بدست‌آمده از این روش آورده شده است تا با نتایج روش غیرخطی وابسته به حالت صحت‌سنجی شود. در سناریو دوم و سوم کوادروتور برای پوشش دادن سطح بیشتری از منطقه در مسیرهای پیچیده‌تر مربعی و دایره‌ای مانور می‌دهد. از پارامترهای مهم برای انجام مأموریت‌های ذکر شده، در نظر گرفتن عامل خارجی باد می‌باشد؛ بنابراین انجام این مأموریت‌ها مستلزم پایداری کوادروتور تحت اثر میدان باد برای تضمین امنیت آن است؛ برای این منظور اثر نیرویی و گشتاوری میدان باد نمونه بر معادلات حرکت پهباد اعمال می‌گردد. عملکرد دینامیکی کوادروتور برای روش‌های کنترلی تناسبی-مشتق‌گیر، خودتنظیم خطی مرتبه دوم و غیرخطی وابسته به حالت در تقابل با میدان باد مورد بررسی قرار می‌گیرد.

### ۱- مقدمه

یک مکان ثابت به خاطر نداشتن محدودیت برای حداقل سرعت و عدم نیاز به باند و فضای بزرگ، برای نشست و برخاست است. این دو خاصیت باعث استفاده و کاربرد مخصوص این نوع اجسام پرنده برای اکتشاف‌های هوایی، عملیات نجات، نظارت، نقشه‌برداری، استفاده در بلایا مانند آتش، زمین‌لرزه، سیل و ... شده است. هواپیماهای عمودپرواز شامل هلیکوپترهای مرسوم و مولتی روتورها اعم از محور موتور چرخان (تیلت روتور<sup>۵</sup>) و محور ثابت با تراست مستقیم<sup>۶</sup> است [۳].

پهبادها<sup>۱</sup> در دهه‌های اخیر به خاطر مأموریت‌های غیرممکن و کاهش هزینه‌های عملیات پروازی مورد توجه قرار گرفته‌اند [۱] و به دو کلاس کلی، هواپیماهای بدون سرنشین<sup>۲</sup> و عمودپروازهای<sup>۳</sup> بدون سرنشین تقسیم می‌شوند. هواپیماهای بدون سرنشین خود دارای بخش‌های گوناگونی می‌باشند که در این مقاله هدف، پرداختن به آن‌ها نمی‌باشد [۲]. عمودپروازها، در مقایسه با هواپیمای بدون سرنشین توانایی‌های بیشتری دارند مهم‌ترین این توانایی‌ها شناوربودن<sup>۴</sup> در

نیروی تراست هر یک از موتورها به طور مستقل از دیگر موتورها، قابل کنترل است و دور موتورها بر اساس برنامه هدایت و کنترل تعیین

- 1 UAV
- 2 CTOL
- 3 VTOL
- 4 Hover

5 Tilt rotor  
6 Fixed-wing aircraft

\* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: sabzeh@aut.ac.ir



ردیابی یک کوادروتور نامعلوم در حضور اختلالات پیچیده پرداختند. آن‌ها برای افزایش مقاوم‌بودن کنترل در برابر اختلالات خارجی و مدل نامعلوم از روش کسری عدد غیر صحیح مود لغزش<sup>۲</sup> برای کنترل وضعیت کوادروتور استفاده کردند [۸]. بوزید و همکاران مدل هم ارزی کنترل داخلی- تناسبی انتگرال‌گیر<sup>۳</sup> را ارایه کردند که یک تعادل بین یک مدل کنترلی داخلی و یک کنترل تناسبی انتگرال‌گیر بدون در نظر گرفتن مرتبه مدل است. برای این منظور از یک فیلتر خاص که از فیلترهای کلاسیک برتری دارد استفاده کردند. اساس این روش تنظیم کردن ضرایب کنترلی با دنبال کردن دینامیک خطا است. برای ارزیابی کارایی این مدل از کنترل خودگردان کوادروتور تحت اثر باد استفاده کردند. سناریو پروازی فقط در حالت هاور بوده و نتایج شبیه‌سازی با نتایج تجربی که با استفاده از فن تولیدکننده باد در آزمایشگاه صورت گرفت صحه‌سنجی شد. در طی شبیه‌سازی کوادروتور در راستای محور X تحت تلورانس ۰/۱ متر و در راستای Y تحت تلورانس ۰/۳ متر جابجایی دارد [۹]. تانگ ون و همکاران عملکرد کوادروتور را تحت اثر باد و بارش سنگین بررسی کردند. به منظور اعمال اثر آب و هوا، در مرحله اول یک معادله باد با پارامترهای کمی پیاده‌سازی شده است؛ سپس عملکرد کوادروتور تحت شرایط اتمسفری متفاوت به صورت عددی شبیه‌سازی و مقایسه شد و بر مبنای آن نشان داده شد که در شرایط گوناگون چقدر دور موتور باید افزایش یابد تا به عملکرد موتور در شرایط آرام جوی رسیده شود. این مقاله اثر باد را در بررسی رفتار موتور محدود کرده است که کاری ارزشمند برای بهینه‌سازی در طراحی‌های آینده در این صنعت است اما دینامیک حرکت کلی کوادروتور را تحت سناریو خاص بررسی نکرده است [۱۰]. لی و همکاران یک الگوریتم کنترل مود لغزش یکپارچه چند متغیره با زمان محدود<sup>۴</sup> به همراه مشاهده‌گر اختلال برای یک کوادروتور در حضور اختلالات سازگار و ناسازگار بررسی کردند. آن‌ها از این روش برای کنترل مسیر و وضعیت استفاده کردند. نتایج شبیه‌سازی عددی آن‌ها نشان داد که دقت کار آن‌ها برابر سایر روش‌های کنترلی است [۱۱]. جراردو فلورس و همکاران برای کنترل کوادروتور تحت باد نا آشنا که متغیر با زمان است از روش‌های کنترلی

می‌شود. نیروی تراست مورد نیاز از طریق انتقال نیروی موتور به ملخ‌ها تولید می‌شود [۴]. کوادروتور یک جایگزین مؤثر برای روتورکرفت‌های استاندارد با پیچیدگی و هزینه‌های بالا، در نظر گرفته می‌شود. این پرنده به عنوان یک بسته پروازی کامل طراحی شده است. بخش کنترلی که در وسط پرنده قرار دارد، در واقع مغز و سیستم پردازش و کنترل کوادروتور است. سیستم کنترل از راه دور، سیستم پایدارسازی و سیستم نیرومحرکه در این صفحه قرار داده شده‌اند، سه بخش مهم کوادروتور هستند [۴].

تاکنون روش‌های کنترلی خطی و غیرخطی مختلفی به منظور کارایی بهتر این وسیله پرنده و انجام ماموریت‌های خاص استفاده شده‌اند. در نظر گرفتن باد خارجی، توربولانس‌ها، اختلالات و همچنین مطمئن‌نبودن از دقیق بودن مدل دینامیکی، دامنه این تحقیق را گسترانده است. از آنجا که هدف از این تحقیق فیلم‌برداری از یک منطقه می‌باشد و احتمال حضور باد فراوان است؛ بنابراین ضروری است که در زمینه کنترل کوادروتور در حضور میدان باد روشی با کارایی بالا ارایه گردد.

فهمی‌زال و همکاران از کنترل تناسبی- مشتق‌گیر- انتگرال‌گیر خود تنظیم فازی برای کنترل ارتفاع کوادروتور استفاده کردند. آن‌ها اظهار داشتند که در روش کنترلی تناسبی- مشتق‌گیر- انتگرال‌گیر یک محدودیت در تنظیم کردن ضرایب موجود، وجود دارد و با استفاده از روش خود تنظیم فازی ادعا کردند که می‌توانند ضرایب مناسب را برای مساله کشف کنند. برای اثبات ادعای خود مقایسه‌ای مابین این دو روش برای کنترل ارتفاع کوادروتور ارائه دادند. در این مقایسه، در مسیر حرکت در راستای عمودی، کوادروتور از رفتار نوسانی در حالت گذرا و پایا خارج شد [۵]. سیدنی و همکاران از روش کنترل غیرخطی برای بررسی عملکرد کوادروتور در حضور میدان باد توربولانسی استفاده کردند. در این پژوهش آن‌ها از روش پس‌خور خطی برای هاور کردن کوادروتور تحت اثر باد که فقط به موتورها اعمال می‌گردد استفاده کردند [۶]. رودریگز و همکاران با استفاده از روش مشاهده‌گر فیدبک خروجی با ضریب بهره بالا به کنترل ارتفاع کوادروتور در حضور اختلالات و خطای مدل‌سازی پرداختند. مشاهده‌گر با ضریب بهره بالا<sup>۱</sup> یک تخمین مناسب از موقعیت و تغییرات جهت کوادروتور و مولفه‌های اختلالات باد انجام داده است [۷]. لابادی و همکاران به بررسی مساله

2 Fractional non-integer sliding mode  
3 Internal Model Control- proportional integrator (IMC-PI) equivalence  
4 Multivariable finite time composite integral sliding mode control

1 high gain observer-based output feedback high gain regulator

انتخابی گاست گسسته معرفی می‌گردد و نحوه اعمال اثر نیرویی و گشتاوری آن به کوادروتور بررسی می‌شود؛ در مرحله بعد الگوریتم بهینه غیرخطی وابسته به حالت به معادلات حرکت اعمال می‌گردد که ماتریس‌های حالت و کنترل تعریف می‌گردند و نحوه عملکرد آن برای پایداری در حضور باد بررسی می‌گردد. در مرحله بعد به شبیه‌سازی و اعتبارسنجی پرداخته می‌شود و در پایان نتیجه‌گیری از تحقیق آورده می‌شود.

## ۲- مدل‌سازی دینامیکی و سینماتیکی کوادروتور

در این بخش یک مدل ریاضی از کوادروتور ارائه می‌گردد. ابتدا کلیه نیروها و گشتاورهای داخلی و خارجی وارد بر کوادروتور مدل‌سازی می‌گردد و در نهایت سه دسته از معادلات دینامیک دورانی، دینامیک انتقالی و سینماتیکی دورانی استخراج می‌گردد. فرضیات ساده‌کننده‌ای که در این مدل‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرند به شرح زیر هستند [۷]:

۱- بدنه کوادروتور و ملخ‌ها صلب در نظر گرفته می‌شود.

۲- ساختار کوادروتور متقارن است

۳- نقطه مرکز جرم و مبدا مختصات دستگاه بدنی در یک نقطه واقع شده است.

### ۲-۱- نیروها و گشتاورهای دستگاه متصل به روتور

همان‌طور که در فصل قبل گفته شد، هر روتور دارای یک نیروی تراست در راستای عمود بر صفحه چرخش روتورها و یک ممان القایی در خلاف جهت چرخش روتورها است. نیروی تراست هر یک از روتورها طبق زیر تعریف می‌شود:

$$T_i = b \cdot \Omega_i^2, i = 1, 2, 3, 4 \quad (1)$$

که در آن  $b$  ضریب ثابت تراست و  $\Omega_i$  سرعت زاویه‌ای هر روتور است [۷]. ممان آیرودینامیکی ناشی از روتورها نیز به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_i = d \cdot \Omega_i^2, i = 1, 2, 3, 4 \quad (2)$$

که در آن  $d$  ضریب ثابت درگ ملخ است [۷].

غیرخطی فیدبک خروجی<sup>۱</sup> و بازگشت به عقب<sup>۲</sup> در کنار یکدیگر استفاده کردند. در این پژوهش از یک مشاهده‌گر تطبیقی نیز برای تخمین اغتشاش کمک گرفته شد که در نهایت مسیر مطلوب مسأله به خوبی ردیابی شد [۱۲]. عبدالسلام مجد و همکاران مدل غیر خطی شش درجه آزادی کوادروتور را در نظر گرفتند. نحوه کار بدین صورت بود که چهار واحد کنترل رد کردن اختلال فعال بهبودیافته<sup>۳</sup> را برای پایداری وضعیت و موقعیت کوادروتور طراحی کردند. در این پژوهش سناریوهای مختلف ردیابی برای کوادروتور با در نظر گرفتن اغتشاش در آزمایشگاه تست گرفته شد. در نهایت عملکرد آن با کنترلر تناسبی-انترگرال‌گیر-مشتق‌گیر مقایسه گشت که نتایج بهتری را نسبت به آن ارائه داد [۱۳]. ویلیام گریک و همکاران با استفاده از روش فیدبک جریان<sup>۴</sup> که بر پایه مدل‌های آیرودینامیکی و سینماتیکی کوادروتور است موقعیت و وضعیت یک کوادروتور را در میدان باد خارجی کنترل کردند. لازم به ذکر است که این کنترلر با استفاده از الگوریتم بهره متغیر<sup>۵</sup> مانع از اشباع تراست می‌شود. نتایج بدست‌آمده حاکی از آن است که کوادروتور با استفاده از روش فیدبک جریان بهتر قادر به حفظ موقعیت و وضعیت مطلوب در میدان باد نسبت به کنترلر تناسبی-انترگرال‌گیر-مشتق‌گیر است [۱۴].

از الزامات انجام این تحقیق به‌کارگیری از روشی که بتوان در شرایط حضور باد، سناریوهای پروازی مختلف و پیچیده را اجرا کند اما همان‌طور که در تحقیقات انجام‌شده مشاهده شد عموم آن‌ها اثر باد را به عملکرد پره‌های موتور و یا حالت هاور در حضور عامل خارجی بررسی کرده‌اند. از آنجا که الگوریتم بهینه غیرخطی وابسته به حالت با بروز کردن درایه‌های ماتریس حالت و کنترل امکان دنبال کردن مسیر مطلوب را به خوبی فراهم می‌آورد؛ می‌تواند سناریوهای پیچیده پروازی را اجرا کند. در انجام این تحقیق خطای حالت ماندگار اشکال زیادی در فرایند فیلم‌برداری ایجاد نمی‌کند اما خطاهای نوسانی باید در حد امکان رفع گردد که الگوریتم بهینه غیرخطی وابسته به حالت بسیار کارآمدتر از سایر روش‌ها است.

در تحقیق پیش رو، ابتدا به مدل‌سازی کوادروتور پرداخته می‌شود؛ سپس اثر باد به معادلات حرکت اضافه می‌گردد. یک مدل

- 1 Output-feedback control
- 2 Back-stepping
- 3 Improved Active Disturbance Rejection Control (IADRC)
- 4 Flow-feedback
- 5 Variable-gain algorithm

### ۲-۲- نیروها و گشتاورهای خارجی

نیروها و گشتاورهای خارجی اعمال شده به کوادروتور مطابق روابط (۳) می باشد.

$$F_B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$M_B = \begin{pmatrix} lb(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) \\ lb(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \\ d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) \end{pmatrix}, \quad w_E = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -mg \end{pmatrix}$$

### ۳-۲- دینامیک انتقالی

معادلات دینامیک انتقالی مطابق روابط (۴) استخراج می گردد

[۱۵].

$$\ddot{x} = (\cos \varphi \sin \theta \cos \psi + \sin \varphi \sin \psi) \frac{1}{m} u_1$$

$$\ddot{y} = (\cos \varphi \sin \theta \sin \psi - \sin \varphi \cos \psi) \frac{1}{m} u_1 \quad (4)$$

$$\ddot{z} = g - (\cos \varphi \cos \theta) \frac{1}{m} u_1$$

$u_1$  در روابط (۴) نیروی تراست است که مطابق رابطه (۱) بدست می آید.  $x$  و  $z$  موقعیت کوادروتور را نشان می دهد. زوایای اوایلر  $\varphi$ ،  $\theta$  و  $\psi$  به ترتیب زوایای غلت<sup>۱</sup>، پیچ و یاو می باشند.

### ۴-۲- دینامیک دورانی

معادلات دینامیک دورانی مطابق روابط (۱۲) استخراج می گردند

[۱۵].

$$\ddot{\varphi} = \dot{\theta} \dot{\psi} \frac{I_y - I_z}{I_x} - \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} \Omega + \frac{l}{I_x} u_2$$

$$\ddot{\theta} = \dot{\varphi} \dot{\psi} \frac{I_z - I_x}{I_y} + \frac{J_r}{I_y} \dot{\varphi} \Omega + \frac{l}{I_y} u_3 \quad (5)$$

$$\ddot{\psi} = \dot{\varphi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{l}{I_z} u_4$$

1 Roll

با توجه به معادلات (۵) عبارت  $J_r \dot{\theta} \Omega$  مقدار گشتاور ژيروسکوپیی ملخ پرنده را نشان می دهد که در آن  $\Omega$  از رابطه (۶) بدست می آید.  $u_2$ ،  $u_3$  و  $u_4$  به ترتیب مقدار گشتاور غلت، پیچ و یاو را نشان می دهند و مطابق روابط (۷) بدست می آیند [۱۶]. عبارت  $\dot{\varphi} \dot{\theta} (I_x - I_y)$  نشان دهنده گشتاور ژيروسکوپیی در دستگاه بدنی است.

$$\Omega = \Omega_1 + \Omega_3 - \Omega_2 - \Omega_4 \quad (6)$$

$$u_2 = b(\Omega_4^2 - \Omega_2^2)$$

$$u_3 = b(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) \quad (7)$$

$$u_4 = d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2)$$

### ۳- بررسی رفتار دینامیکی کوادروتور با اعمال اثر باد

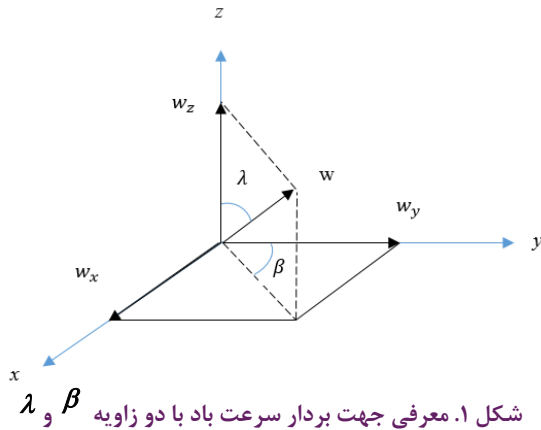
زمانی که کوادروتور با باد مواجه می شود ممکن است باعث شود که سقوط کامل کند؛ بنابراین اثر آیرودینامیکی و عملکرد آن باید تحت شرایط آب و هوایی بررسی گردد. در این شرایط جوی نیروی لیفت و درگ ایجاد می گردد که ممکن است باعث مشکلات جدی گردد؛ بنابراین باید عملکرد کوادروتور در میدان باد مطالعه گردد و با حالت بدون میدان باد مقایسه گردد تا نتایج کاربردی حاصل گردد [۱۱]. در این قسمت اثر میدان باد در همه جهات به کوادروتور اعمال می گردد و رفتار دینامیکی آن بررسی می گردد. برای اعمال باد به کوادروتور باید اثر نیرویی و گشتاوری ناشی از باد به عنوان یک عامل تحریک خارجی به کوادروتور اعمال شود. در این پژوهش، از مدل گاست گسسته به عنوان مدل باد استفاده شده است؛ سپس نحوه اعمال باد به کوادروتور و چگونگی وارد شدن آن به معادلات حرکت بررسی می گردد و در نهایت نتیجه حاصل از اعمال اثر باد بر روی کوادروتور تحلیل می گردد [۱۷].

#### ۱-۳- مدل گاست گسسته

مدل گاست گسسته استاندارد به فرم  $1 - \cos$  می باشد که خروجی آن سرعت باد است. معادله (۸) یک رابطه ریاضی از این باد را پیاده سازی می کند که در آن  $w_m$  دامنه باد،  $d_m$  طول گاست،  $x$  فاصله طی شده و  $w$  بردار برآیند سرعت باد اعمال شده به کوادروتور

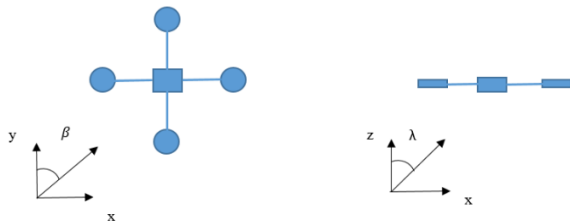
می‌باشد [۱۸]:

$$w = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \frac{w_m}{2} (1 - \cos(\frac{\pi x}{d_m})) & 0 < x < d_m \\ w_m & x > d_m \end{cases} \quad (۸)$$



شکل ۱. معرفی جهت بردار سرعت باد با دو زاویه  $\lambda$  و  $\beta$   
**Fig. 1. Interducing of the wind speed vector direction with  $\lambda$  and  $\beta$  angles**

۳-۲- نحوه تجزیه شدن بردار سرعت باد در دستگاه بدنی کوادروتور  
 سرعت باد یک بردار است و برای معرفی یک بردار در فضا لازم است اندازه آن بردار و همچنین دو زاویه برای مشخص شدن جهت آن داده شود؛ بنابراین برای اعمال باد به کوادروتور باید علاوه بر داشتن مقدار بردار سرعت، جهت برخورد آن به کوادروتور مشخص شود. همانطور که در شکل ۱ مشاهده می‌شود جهت بردار سرعت باد با دو زاویه  $\beta$  و  $\lambda$  مشخص می‌گردد. شکل ۲ جهت اعمال باد به کوادروتور را در دو تصویر مجزا در صفحات دوبعدی افقی و قائم نشان می‌دهد. بنابراین معادلات باد در دستگاه بدنی کوادروتور مطابق روابط (۹) تجزیه می‌گردد.



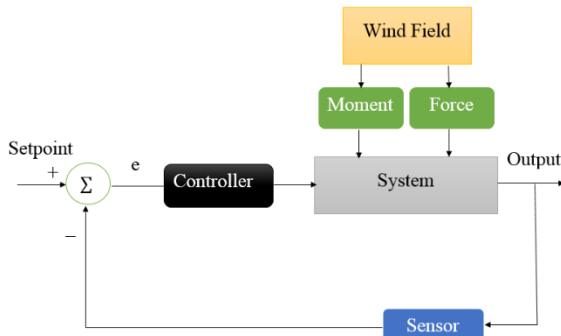
شکل ۲. جهت اعمال باد به کوادروتور در دو تصویر مجزا دوبعدی افقی و قائم

**Fig. 2. The applied wind direction to quadrotor in two horizontal and vertical separat plates**

$$\begin{aligned} w_x &= w \sin \lambda \sin \beta \\ w_y &= w \sin \lambda \cos \beta \\ w_z &= w \cos \lambda \end{aligned} \quad (۹)$$

۳-۳- اعمال اثر نیرویی و گشتاوری باد به کوادروتور

ماهیت باد از نظر فیزیکی همان فشار هوا است که برای اعمال اثر آن به کوادروتور مطابق دیاگرام شکل ۳ ابتدا باید سرعت آن را به فشار دینامیکی و سپس به نیرو تبدیل کرد. فشار دینامیکی ناشی از باد و به دنبال آن نیروهای اعمالی به کوادروتور مطابق روابط زیر بدست می‌آیند:



شکل ۳. دیاگرام نحوه اعمال باد به سیستم

**Fig. 3. Diagram of the applied wind to the system**

که در آن  $p_w$  فشار دینامیکی،  $\rho$  چگالی هوا،  $w$  بردار سرعت باد می‌باشند.  $F_{w_x}$ ،  $F_{w_y}$  و  $F_{w_z}$  به ترتیب نیروهای ناشی از باد در راستای X، Y و Z می‌باشند.  $w_x$ ،  $w_y$  و  $w_z$  به ترتیب مولفه‌های باد در راستاهای مربوطه می‌باشند. ضریب لیفت‌های مربوط به بدنه کوادروتور که مقادیر آنها به صورت  $c_{L_1} = 0.08$ ،  $c_{L_2} = 0.08$ ،  $c_{L_3} = 0.08$

$$p_w = \frac{1}{2} \rho w^2 \quad (۱۰)$$

$$\begin{aligned} F_{w_x} &= \frac{1}{2} \rho w_x^2 c_{L_1} A_1 \\ F_{w_y} &= \frac{1}{2} \rho w_y^2 c_{L_2} A_2 \\ F_{w_z} &= \frac{1}{2} \rho w_z^2 c_{L_3} A_3 \end{aligned} \quad (۱۱)$$

$$\begin{aligned}\ddot{\varphi} &= \dot{\theta}\dot{\psi}\frac{I_y - I_z}{I_x} - \frac{J_r}{I_x}\dot{\theta}\dot{\Omega} + \frac{(F_{w_{z2}} - F_{w_{z4}})}{I_x}l + \frac{l}{I_x}u_2 \\ \ddot{\theta} &= \dot{\varphi}\dot{\psi}\frac{I_z - I_x}{I_y} + \frac{J_r}{I_y}\dot{\varphi}\dot{\Omega} + \frac{(F_{w_{z1}} - F_{w_{z3}})}{I_y}l + \frac{l}{I_y}u_3 \\ \ddot{\psi} &= \dot{\varphi}\dot{\theta}\frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{(F_{w_{x2}} - F_{w_{x4}})}{I_z}l + \frac{(F_{w_{y1}} - F_{w_{y3}})}{I_z}l + \frac{l}{I_z}u_4\end{aligned}\quad (15)$$

در معادلات بالا  $F_w$  مولفه باد می‌باشد که زیرنویس‌های  $x$ ،  $y$  و  $z$  راستای باد و اعداد ۱، ۲، ۳ و ۴ شماره موتورها در انتهای هر بازو می‌باشد که باد به آن اعمال می‌شود.

#### ۴- کنترل وضعیت و موقعیت کوادروتور

در این قسمت ابتدا کنترل وضعیت<sup>۱</sup> کوادروتور و سپس کنترل موقعیت<sup>۲</sup> و ارتفاع<sup>۳</sup> آن بررسی می‌گردد؛ روش مورد استفاده در این مقاله برای کنترل وضعیت الگوریتم غیرخطی کنترل بهینه به نام روش غیر خطی وابسته به حالت<sup>۴</sup> می‌باشد. برای کنترل موقعیت کوادروتور از روش تناسبی- مشتق‌گیر<sup>۵</sup> استفاده می‌شود و در نهایت برای کنترل ارتفاع از روش خطی پس‌خور<sup>۶</sup> استفاده می‌گردد.

#### ۴-۱- الگوریتم غیرخطی وابسته به حالت

در این پژوهش لازم است یک سیستم کنترلی خودگردان<sup>۷</sup> برای غلبه به اثرات باد ارایه گردد. روش ریکاتی وابسته به حالت یک استراتژی شناخته‌شده و بسیار کاربردی در دهه‌های اخیر در زمینه کنترلی به شمار می‌آید. بر اساس این تئوری، هر سیستم غیرخطی می‌تواند به شکلی پارامترسازی شود که ساختاری مشابه با ساختار یک سیستم خطی در فضای حالت داشته باشد [۱۹]. در روش ریکاتی وابسته به حالت، لازم است که معادله ریکاتی وابسته به حالت در هر بازه یا گام زمانی حل شود، بنابراین، حجم محاسبات در مسائل پیچیده بسیار بالا بوده و غیرقابل چشم‌پوشی است. در این روش ابتدا معادلات باید به فرم فضای حالت نوشته شوند به این صورت که درایه‌های ماتریس‌های  $A$  و  $B$  می‌توانند تابعی از حالت‌های مساله باشند. برای این منظور ابتدا معادلات مطابق رابطه (۱۶) نوشته می‌شود.

،  $c_{I_x} = 0/15$  می‌باشد.  $A_i$  مساحت‌های سطوحی از کوادروتور که در تماس مستقیم با باد قرار می‌گیرند، می‌باشند. برای محاسبه گشتاور اعمالی ناشی از باد به کوادروتور باید باد را به صورت نقطه‌ای به چهار موتور اعمال کرد و با حاصلضرب آن در بازوی کوادروتور میزان گشتاور اعمالی را بدست آورد.

#### ۳-۴- معادلات دینامیکی کوادروتور در میدان باد

نیروهای خارجی اعمال شده به کوادروتور در حالت اعمال باد به آن مطابق رابطه (۱۲) می‌باشد.

$$F_B = \begin{pmatrix} F_{w_x} \\ F_{w_y} \\ b(\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2 + \Omega_4^2) + F_{w_z} \end{pmatrix}\quad (12)$$

در نهایت با در نظر گرفتن اثر باد معادلات دینامیک انتقالی کوادروتور به صورت روابط (۱۳) تغییر می‌کنند.

$$\begin{aligned}\ddot{x} &= (\cos\psi \cos\theta)\frac{F_{w_x}}{m} + (-\sin\psi \cos\varphi + \cos\psi \sin\theta \sin\varphi)\frac{F_{w_y}}{m} \\ &+ (\cos\varphi \sin\theta \cos\psi + \sin\varphi \sin\psi)\frac{1}{m}(u_1 + F_{w_z}) \\ \ddot{y} &= (\sin\psi \cos\theta)\frac{F_{w_x}}{m} + (-\cos\psi \cos\varphi + \sin\psi \sin\theta \sin\varphi)\frac{F_{w_y}}{m} \\ &+ (\cos\varphi \sin\theta \sin\psi - \sin\varphi \cos\psi)\frac{1}{m}(u_1 + F_{w_z}) \\ \ddot{z} &= g - \frac{F_{w_x}}{m}\sin\theta + \frac{F_{w_y}}{m}\cos\theta \sin\varphi + \frac{1}{m}(u_1 + F_{w_z})\cos\varphi \cos\theta\end{aligned}\quad (13)$$

گشتاورهای خارجی اعمال شده به کوادروتور در حالت اعمال باد به آن مطابق رابطه (۱۴) می‌باشد.

$$M_B = \begin{pmatrix} lb(\Omega_4^2 - \Omega_2^2) + \frac{(F_{w_{z2}} - F_{w_{z4}})}{I_x}l \\ lb(\Omega_3^2 - \Omega_1^2) + \frac{(F_{w_{z1}} - F_{w_{z3}})}{I_y}l \\ d(\Omega_2^2 + \Omega_4^2 - \Omega_1^2 - \Omega_3^2) + \frac{(F_{w_{x2}} - F_{w_{x4}})}{I_z}l + \frac{(F_{w_{y1}} - F_{w_{y3}})}{I_z}l \end{pmatrix}\quad (14)$$

در نهایت با در نظر گرفتن اثر باد معادلات دینامیک دورانی کوادروتور به صورت روابط (۱۵) تغییر می‌کنند.

- 1 Attitude control
- 2 Position control
- 3 Altitude control
- 4 SDRE (State Dependent Riccati Equation)
- 5 PD (proportional-derivative)
- 6 Feedback linearization
- 7 Autonomous

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (18)$$

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0$$

$$k(x) = R^{-1}B^T P$$

درایه‌های ماتریس بهره کنترلی در این روش متغیر است؛ یعنی در طی انجام مسئله مقادیر آن‌ها تغییر می‌کند. با بدست آمدن این ماتریس باید ورودی کنترلی بدست آید؛ اما به دلیل اینکه معادلات به فرم معمول نیستند و همچنین ردیابی  $x_d$  که از حلقه خارجی به دست می‌آید، رابطه ورودی کنترلی دچار تغییرات می‌شود [۲۱]. برای اینکه معادلات به فرم معمول درآیند، باید از وارون دینامیک استفاده کرد تا هنگامی که در داخل معادله قرار می‌گیرد باعث حذف عبارت  $F(x)$  شود. از آنجایی که ماتریس  $B$  در این معادله، یک ماتریس غیرمربعی هست، لذا برای محاسبه معکوس آن باید از تابع شبه‌معکوس<sup>۱</sup> غیرمربعی مطابق رابطه زیر استفاده کرد [۲۲]:

$$B^* = (B^T B)^{-1} B^T \quad (19)$$

در نتیجه [۲۲]:

$$u_2 = -(B^T B)^{-1} B^T F(x) \quad (20)$$

با تعریف این ورودی، عبارت غیرخطی موجود حذف می‌شود و می‌توان مسئله را به صورت رگولاتور در نظر گرفت و باید پاسخ‌ها را به سمت صفر میل داد. معادلات حالت به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{x}_t &= A(x - x_d) - BK(x - x_d) \\ &= Ax - BKx + M(x) \end{aligned} \quad (21)$$

که عبارت  $M(x)$  برابر است با:

$$M(x) = -Ax_d + BKx_d = (BK - A)x_d \quad (22)$$

پس برای تحقق یافتن امر ردیابی، باید علاوه بر عبارت‌های گفته شده از تابع شبه معکوس جهت محاسبه معکوس ماتریس  $B$  استفاده می‌شود:

$$u_3 = B^T (BB^T)^{-1} (BK - A)x_d \quad (23)$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi} &= \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} &= \dot{\theta} \dot{\psi} \frac{I_y - I_z}{I_x} - \frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} \Omega + \frac{l}{I_x} u_2 \\ \dot{\theta} &= \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} &= \dot{\phi} \dot{\psi} \frac{I_z - I_x}{I_y} + \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} \Omega + \frac{l}{I_y} u_3 \\ \dot{\psi} &= \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} &= \dot{\phi} \dot{\theta} \frac{I_x - I_y}{I_z} + \frac{l}{I_z} u_4 \end{aligned} \quad (16)$$

سپس معادلات فضای حالت به فرم ماتریسی مطابق رابطه (۱۷)

نوشته می‌شود.

$$\dot{x} = Ax + Bu + F(x)$$

$$x = [\phi, \dot{\phi}, \theta, \dot{\theta}, \psi, \dot{\psi}]^T$$

$$u^T = (u_2, u_3, u_4)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\phi} \\ \ddot{\phi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{\psi} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\psi} I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{\phi} I_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi \\ \dot{\phi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ \frac{l}{I_x} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{l}{I_y} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_2 \\ u_3 \\ u_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} \\ 0 \\ \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Omega$$

$$I_1 = \frac{I_y - I_z}{I_x}, I_2 = \frac{I_z - I_x}{I_y}, I_3 = \frac{I_x - I_y}{I_z}, F(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{J_r}{I_x} \dot{\theta} \\ 0 \\ \frac{J_r}{I_y} \dot{\phi} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Omega \quad (17)$$

در این روش باید تابع هزینه لبه حداقل برسد و معادلات ریکاتی حل

شود تا در نهایت ماتریس بهره کنترلی  $k(x)$  مطابق زیر بدست آید [۲۰].

1 Pseudo-inverse



برای اینکه معادلات به فرم معمول درآیند، به کمک وارون دینامیکی، باید از یک ورودی کنترلی مطابق رابطه (۲۶) استفاده کرد تا هنگامی که به معادلات اعمال می‌گردد باعث حذف عبارت (عامل باد) شود [۱۸]:

$$u_4 = -(B^T B)^{-1} B^T F_w = -(B^T B)^{-1} B^T \cdot \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{(F_{w_{z2}} - F_{w_{z4}})}{I_x} \\ 0 \\ \frac{(F_{w_{y1}} - F_{w_{y3}})}{I_y} \\ 0 \\ \frac{(F_{w_{xz2}} - F_{w_{xz4}})}{I_z} + \frac{(F_{w_{y1}} - F_{w_{y3}})}{I_z} \end{bmatrix} \cdot l \quad (26)$$

#### ۳-۴- کنترل ارتفاع

در این مقاله برای کنترل ارتفاع از روش خطی‌سازی پس‌خور و برای کنترل موقعیت از کنترلر تناسبی- مشتق‌گیر استفاده شده است. خطی‌سازی پس‌خور یک روش کنترلر غیرخطی است که اساس این روش در تبدیل دینامیک سیستم غیرخطی به دینامیک خطی و استفاده از روش‌های قدرتمند کنترل خطی است که از تبدیل کامل حالت‌های سیستم و فیدبک آن برای خطی‌سازی استفاده می‌شود [۲۳]. معادله دینامیکی غیرخطی ارتفاع به صورت زیر است [۲۴]:

$$\ddot{z} = g - (\cos \varphi \cos \theta) \frac{1}{m} u_1 \quad (27)$$

که برای طراحی به روش خطی‌سازی پس‌خور، ورودی سیستم به شکل زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$u = \frac{m}{\cos \varphi \cos \theta} [v - g] \quad (28)$$

که به منظور ردیابی  $z_d \rightarrow z$ ، با تعریف  $e = z - z_d$ ،  $v$ ، به صورت کنترلر خطی تناسبی- مشتق‌گیر- انتگرال‌گیر انتخاب می‌شود:

حال ورودی کنترلی نهایی که حاصل جمع ورودی‌های کنترلی گفته شده است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$U = -K(x_t)x_t + u_2 + u_3 \quad (24)$$

مبحثی که تاکنون مورد بررسی قرار گرفت، کنترل وضعیت کوادروتور بود که حلقه داخلی ساختار کنترلی را تشکیل می‌دهد، این حلقه داخلی مقادیر مطلوب خود را از حلقه خارجی می‌گیرد و باید در حلقه خارجی (در بخش کنترل موقعیت توضیح داده شده است) سازوکاری تعریف شود که خروجی آن ورودی‌های مطلوبی باشد که به حلقه داخلی وارد می‌شود و در مجموع باعث کنترل موقعیت و وضعیت کوادروتور می‌شود.

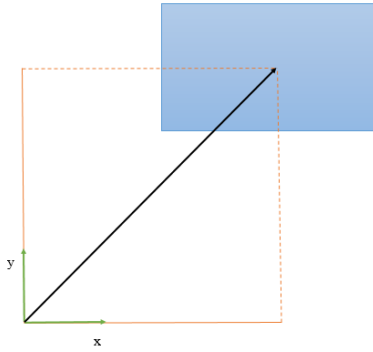
#### ۲-۴- نحوه عملکرد روش غیرخطی وابسته به حالت برای پایداری در حضور باد

برای پایداری کوادروتور در حضور باد باید یک ورودی کنترلی  $u_4$  را طوری تعریف کرد که با اعمال آن به سیستم دینامیکی موجب حذف عامل باد در معادلات حرکت دینامیک دورانی شود. ابتدا مطابق رابطه (۲۵) اثر گشتاوری باد به معادلات وارد می‌گردد. همانطور که مشاهده می‌شود معادلات غیرخطی حالت به فرم استاندارد نیستند و باید برای استانداردسازی آن تدبیر اندیشید. حاصلضرب اختلاف نیروی اعمالی وارد بر دو نقطه و طول بازو باعث اعمال گشتاور می‌شود که معادلات حرکت کوادروتور را از حالت استاندارد خارج می‌کند.

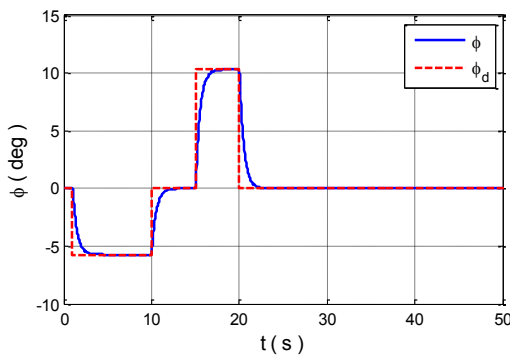
$$\dot{x} = Ax + Bu + F_w \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi} \\ \ddot{\varphi} \\ \dot{\theta} \\ \ddot{\theta} \\ \dot{\psi} \\ \ddot{\psi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{\psi} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & \dot{\psi} I_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dot{\varphi} I_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi \\ \dot{\varphi} \\ \theta \\ \dot{\theta} \\ \psi \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{(F_{w_{z2}} - F_{w_{z4}})}{I_x} \\ 0 \\ \frac{(F_{w_{y1}} - F_{w_{y3}})}{I_y} \\ 0 \\ \frac{(F_{w_{xz2}} - F_{w_{xz4}})}{I_z} + \frac{(F_{w_{y1}} - F_{w_{y3}})}{I_z} \end{bmatrix} \cdot l$$

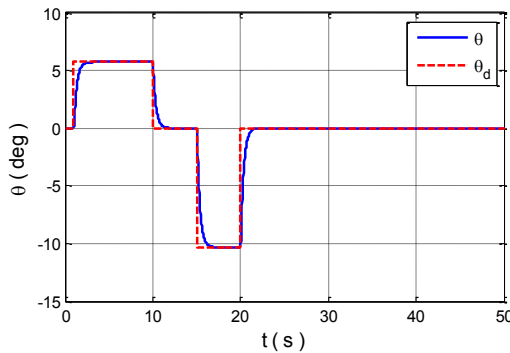




شکل ۴. مسیر حرکت پرواز در راستای طولی و عرضی در صفحه افقی  
**Fig. 4. Flight path in horizontal plate in longitudinal and transverse direction**



شکل ۵. زاویه غلت در روش تناسبی- مشتق گیر  
**Fig. 5. Roll angle in PD controller method**



شکل ۶. زاویه پیچ در روش تناسبی- مشتق گیر  
**Fig. 6. Pitch angle in PD controller method**

#### ۵-۱-۱- نمونه آزمایشگاهی

طبق معادلات حرکت کوادروتور، معادلات دینامیک انتقالی تابعی از معادلات دینامیک دورانی هستند، بنابراین با اعمال زوایای اویلر مناسب می‌توان کوادروتور را به موقعیت مورد نظر فرستاد. موضوع مطروحه در سناریو اول این است که چگونه می‌توان کوادروتور را بر

$$v = k_{pz}e + k_{dz}\dot{e} + k_{iz}\int edt \quad (29)$$

در صورتی که ضرایب مناسب انتخاب شود ارتفاع به سادگی کنترل می‌شود.

#### ۴-۴- کنترل ارتفاع کنترل موقعیت افقی

برای طراحی کنترلر موقعیت کوادروتور استفاده از یک کنترلر تناسبی- مشتق گیر پیشنهاد می‌شود که در واقع وظیفه تبدیل خطای مکان به مقادیر مطلوب زاویه‌ها را دارد. کنترلر بدین صورت تعریف می‌شود:

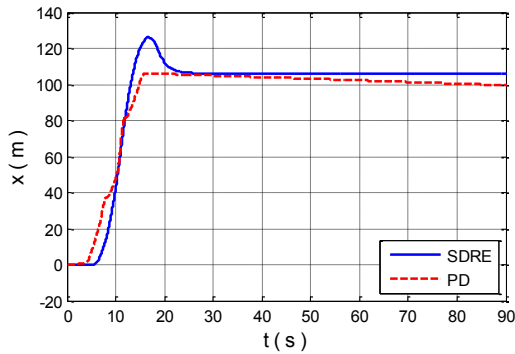
$$\begin{aligned} \varphi_d &= k_p(x - x_d) + k_d(\dot{x} - \dot{x}_d) \\ \theta_d &= k_p(y - y_d) + k_d(\dot{y} - \dot{y}_d) \\ \psi_d &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

#### ۵- شبیه‌سازی و اعتبارسنجی

در این قسمت برای کوادروتور سه سناریو تعریف می‌شود که با روش غیرخطی وابسته به حالت بررسی می‌گردد. برای نحوه انجام‌شدن سناریو اول یک تست آزمایشگاهی انجام شد که نتیجه آن با نتیجه حاصل از شبیه‌سازی با روش غیرخطی وابسته به حالت مورد اعتبارسنجی قرار می‌گیرد؛ سپس سناریو دوم و سوم که مسیر حرکت به حالت مانور مربعی و دایروی است؛ ارائه می‌گردد. در پایان شبیه‌سازی در حضور عامل باد صورت می‌پذیرد و نتیجه حاصل از آن ارائه می‌گردد.

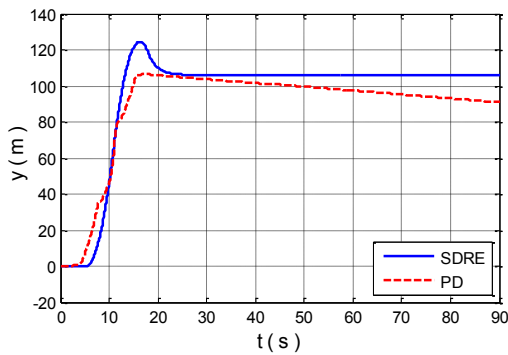
#### ۵-۱- سناریو اول

سناریو اول به این گونه است که پهباد از یک نقطه مشخص شروع به پرواز می‌کند و در راستای طولی و عرضی مسیر مشخصی را مطابق شکل ۴ طی می‌کند تا به نقطه‌ای مشخص برسد سپس خود را به یک ارتفاع مورد نظر می‌رساند تا از منطقه موردنظر شروع به فیلم‌برداری کند. در ابتدا فرض می‌شود که کوادروتور بر روی سطح زمین قرار دارد بنابراین شرایط اولیه پرواز کوادروتور برای تمامی حالت‌ها صفر می‌باشد. به محض شروع پرواز، کوادروتور به ارتفاع ۱/۵ متری سطح زمین خواهد رفت و شروع به حرکت در راستای طولی و عرضی می‌کند و در نهایت برای تصویربرداری به ارتفاع ۶ متری خواهد رفت.



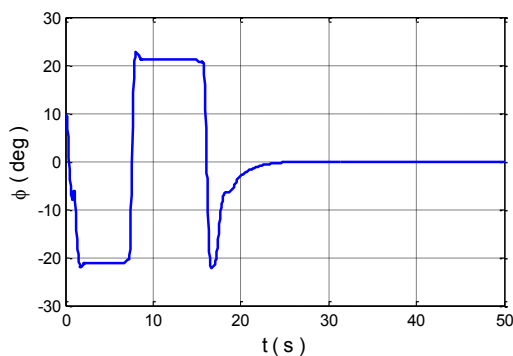
شکل ۷. مسیر حرکت پرواز کوادروتور در راستای  $x$  در دو روش غیرخطی وابسته به حالت و تناسبی- مشتق گیر

Fig. 7. Quadrotor flight path in  $x$  direction in SDRE algorithm and PD controller method



شکل ۸. مسیر حرکت کوادروتور در راستای  $y$  در دو روش غیرخطی وابسته به حالت و تناسبی- مشتق گیر

Fig. 8. Quadrotor flight path in  $y$  direction in SDRE algorithm and PD controller method



شکل ۹. زاویه غلت در روش غیرخطی وابسته به حالت

Fig. 9. Roll angle in SDRE algorithm

#### ۲-۵- سناریو دوم و سوم

در این دو سناریو از پهباد خواسته شده است که از نقطه‌ای مشخص شروع به پرواز کند و در ارتفاع ۶ متری از سطح زمین، مسیر

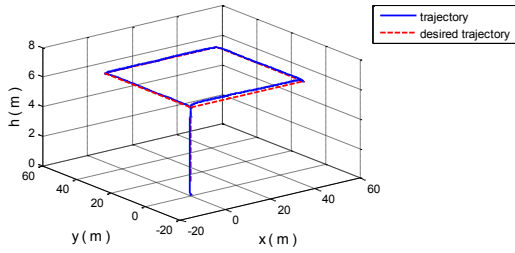
روی قطر یک مربع هدایت کرد. برای این منظور از یک کوادروتور که بر اساس روش تناسبی- مشتق گیر پیاده‌سازی شده بود به عنوان نمونه تجربی استفاده شد. هدف از این آزمایش یافتن زوایای اوپلر مناسب برای کوادروتور جهت حرکت روی مسیر مذکور بود. زوایای غلت و پیچ بدست‌آمده از آزمایش مطابق شکل‌های ۵ و ۶ می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود این دو زاویه باید قرینه هم باشند تا در دستگاه دکارتی تعیین‌شده در راستای محورها حرکت کنند. نمودار خطوط ممتد برای مقادیر زوایای آزمایشگاهی و نمودار خطوط خط‌چین برای مقادیر زوایای مطلوب قابل استفاده در شبیه‌سازی می‌باشد.

#### ۵-۱-۲- شبیه‌سازی و اعتبارسنجی سناریو اول

در این بخش مدل کوادروتور با استفاده از روش غیرخطی وابسته به حالت شبیه‌سازی می‌گردد. مدل آزمایشگاهی ذکرشده نیز بر مبنای روش تناسبی- مشتق گیر شبیه‌سازی می‌گردد تا نتایج آن با روش غیرخطی وابسته به حالت مقایسه گردد. بعد از اعمال زوایای اوپلر بدست‌آمده از آزمایش، مسیر حرکت کوادروتور در صفحات افقی  $x$  و  $y$  مطابق نمودار خط‌چین شکل‌های ۷ و ۸ می‌شود. نمودار ممتد شکل‌های ۷ و ۸ مسیر حرکت کوادروتور در روش غیرخطی وابسته به حالت می‌باشد.

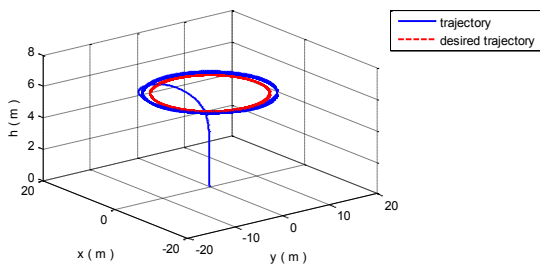
در روش غیرخطی وابسته به حالت اپراتور مقادیر  $x$  و  $y$  مورد نظر خود را به عنوان ورودی به کوادروتور می‌دهد و کوادروتور در حلقه بیرونی خود مقادیر مطلوب زوایای غلت<sup>۱</sup> و پیچ را محاسبه می‌کند. به دلیل اینکه محاسبه زوایای مطلوب بر عهده کنترلر است در نهایت کوادروتور به حالت خودگردان دقیقاً روی نقطه مورد نظر قرار می‌گیرد اما در روش تناسبی- مشتق گیر بدلیل اینکه ورودی مساله، مقدار زوایای اوپلر می‌باشد در رسیدن به نقطه خاص امکان خطا وجود دارد و این خود برتری روش غیرخطی وابسته به حالت نسبت به روش تناسبی- مشتق گیر را نشان می‌دهد. زوایای غلت و پیچ مطلوب که از حلقه بیرونی در روش غیرخطی وابسته به حالت محاسبه می‌شود مطابق شکل‌های ۹ و ۱۰ می‌باشد. همانطور که مشاهده می‌شود این مقادیر با نتایج آزمایشگاهی مطابقت دارد.

مسیر حرکت در صفحه قائم در روش غیرخطی وابسته به حالت مطابق شکل ۱۱ می‌باشد و همچنین در شکل ۱۲ مسیر حرکت سه بعدی کوادروتور را در این روش نشان می‌دهد.



شکل ۱۳. مسیر حرکت پرواز سه بعدی کوادروتور در روش غیرخطی وابسته به حالت

Fig. 13. Three-dimensional quadrotor flight path in SDRE algorithm



شکل ۱۴. مسیر حرکت پرواز سه بعدی کوادروتور در روش غیرخطی وابسته به حالت

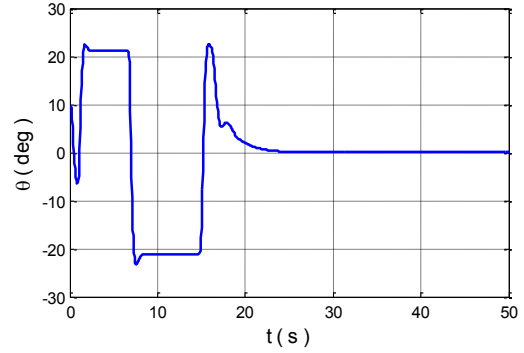
Fig. 14. Three-dimensional quadrotor flight path in SDRE algorithm

را ردیابی می‌کند در حالی که روش‌های خودتنظیم خطی مرتبه دوم و تناسبی- مشتق‌گیر به دلیل خطی‌بودن در انجام این مانور عاجز هستند. شکل ۱۳ و ۱۴ به ترتیب مسیر حرکت سه بعدی آن را در دو سناریو دوم و سوم نشان می‌دهد.

شکل ۱۵ و ۱۶ به ترتیب مقدار خطا ردیابی در دو راستای X و Y را نشان می‌دهند:

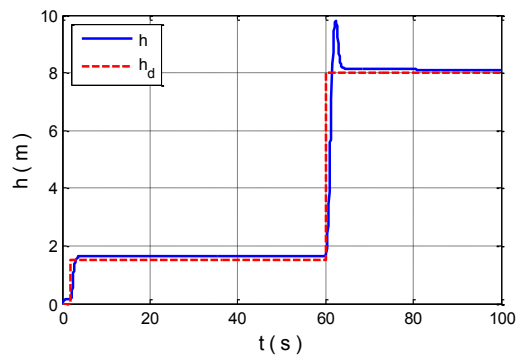
### ۵-۳- سناریو شبیه‌سازی در حضور باد

در این قسمت رفتار دینامیکی کوادروتور تحت اثر بردار نیرویی و گشتاوری میدان باد بررسی می‌گردد. این باد خارجی تحت زوایای  $\beta = 45 \text{ deg}$  و  $\lambda = 30 \text{ deg}$  جریان دارد که در سه مولفه به کوادروتور اعمال می‌شود. سیستم مورد نظر همان کوادروتوری که بر اساس روش تناسبی- مشتق‌گیر بنا شده است انتخاب می‌گردد که معادلات آن در کتابخانه سیمولینک نرم‌افزار متلب شبیه‌سازی شده است و زوایای اوپلر مطابق شکل‌های ۵ و ۶ به کوادروتور اعمال می‌گردد. با



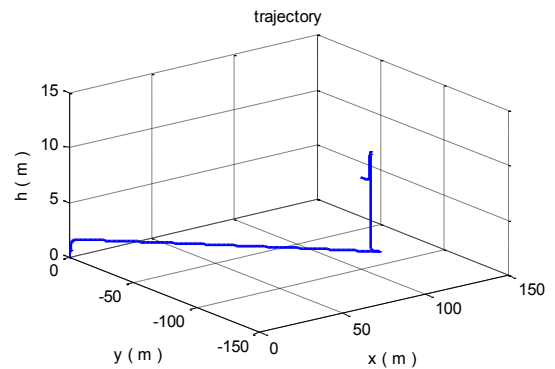
شکل ۱۰. زاویه پیچ در روش غیرخطی وابسته به حالت

Fig. 10. Pitch angle in SDRE algorithm



شکل ۱۱. مسیر حرکت پرواز مطلوب و واقعی کوادروتور در راستای قائم در دو حالت در روش غیرخطی وابسته به حالت

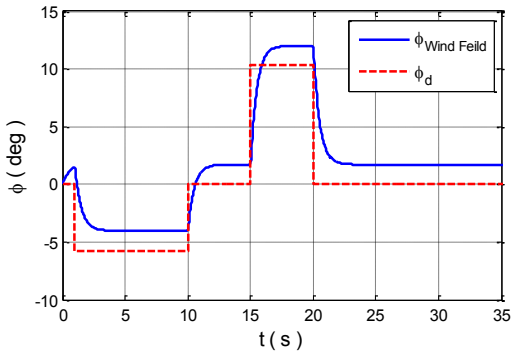
Fig. 11. Desired and actual quadrotor flight path in vertical direction in SDRE algorithm



شکل ۱۲. مسیر حرکت پرواز سه بعدی کوادروتور در روش غیرخطی وابسته به حالت

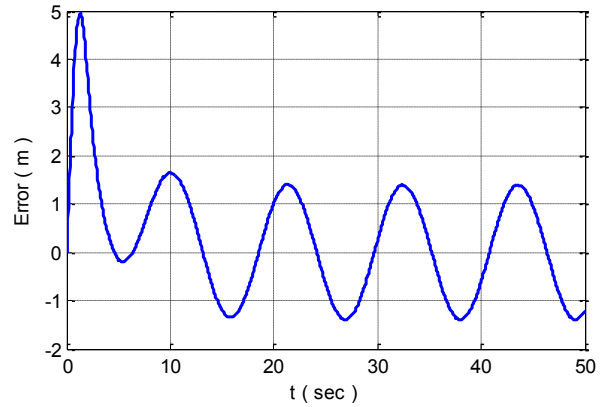
Fig. 12. Three-dimensional quadrotor flight path in SDRE algorithm

مربعی و دایروی را طی کند. دلیل انتخاب این مسیر پوشش‌دادن سطح بیشتری برای فیلم‌برداری است. در این ماموریت کوادروتور با الگوریتم غیرخطی وابسته به حالت کنترل می‌شود و مسیر مورد نظر



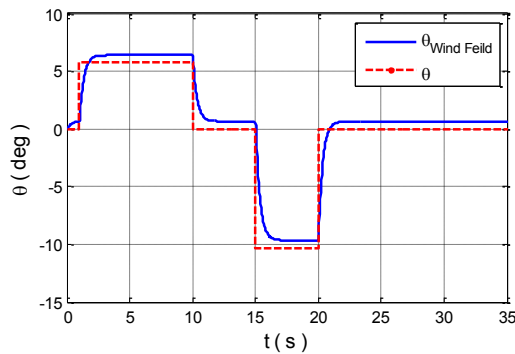
شکل ۱۷. زاویه پیچ کوادروتور در حضور باد

Fig. 17. Quadrotor pitch angle in the wind field



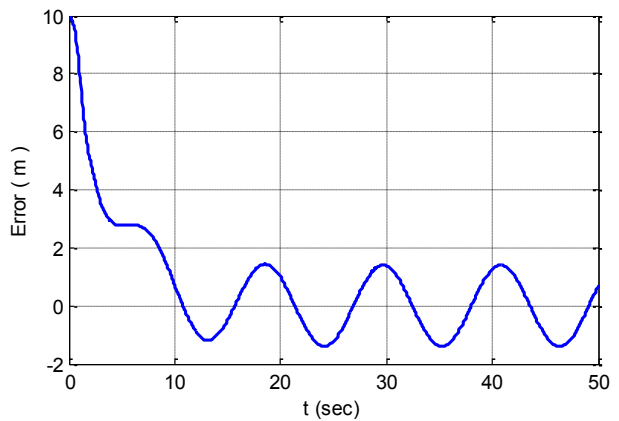
شکل ۱۵. خطای ردیابی در راستای محور X

Fig. 15. Tracking error in x axis direction



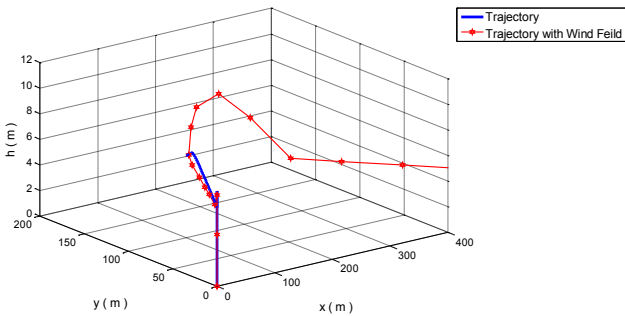
شکل ۱۸. زاویه غلت کوادروتور در حضور باد

Fig. 18. Quadrotor roll angle in the wind field



شکل ۱۶. خطای ردیابی در راستای محور Y

Fig. 16. Tracking error in y axis direction



شکل ۱۹. مسیر حرکت پرواز سه بعدی کوادروتور زمانی که با باد رو به رو می‌شود

Fig. 19. Three-dimensional quadrotor flight path when encountered wind field

اعمال اثر باد به کوادروتور زوایای اوایلر پیچ و غلت مطابق شکل‌های ۱۷ و ۱۸ تغییر می‌کند. همانطور که مشاهده می‌شود اثرات گشتاوری باد باعث برهم‌زدن تعادل کوادروتور می‌شود و بین مقادیر واقعی زوایای اوایلر و مقدار مطلوب آن فاصله ایجاد می‌کند؛ همچنین اثرات نیرویی آن همانند گراف سه بعدی نشان داده شده در شکل ۱۹ باعث انحراف کوادروتور از مسیر تعیین شده آن می‌گردد. با اعمال اثر حذف عامل باد در روش غیرخطی وابسته به حالت، اثرات گشتاوری باد کاملاً از بین می‌رود و همچنین با خاصیت دنبال کردن در این روش اثرات نیرویی باد حذف می‌گردد و باعث می‌شود که پهباد در مسیر تعیین شده قرار گیرد و منحرف نگردد.

شکل‌های ۲۰ و ۲۱ نمودارهای موقعیت افقی X و Y را تحت اثر اعمال باد نشان می‌دهند. در هر گراف، کوادروتور به طور مجزا با سه روش تناسبی - مشتق‌گیر، خودتنظیم خطی مرتبه دوم و غیرخطی

وابسته به حالت عمل می‌کند. همانطور که در شکل‌های مذکور مشاهده می‌گردد؛ روش غیرخطی وابسته به حالت بهترین روش از میان سه روش کنترلی مذکور می‌باشد؛ چراکه با اعمال باد به کوادروتور کاملاً مقاوم بوده و با موفقیت به نقطه‌ای که برای آن تعیین شده، می‌رود. دو روش کنترلی تناسبی - مشتق‌گیر، خودتنظیم خطی

دو روش، باز روش خودتنظیم خطی مرتبه دوم بهتر می‌باشد و انحراف آن نسبتاً کمتر است اما روش تناسبی - مشتق‌گیر واقعا ضعیف عمل کرده و از همان ابتدا انحراف شدیدی دارد. نتیجه کلی بدین صورت است که از مزیت‌های روش غیرخطی وابسته به حالت امکان کنترل کوادروتور در حضور میدان باد می‌باشد.

شکل ۲۲ نمودار مسیر حرکت عمودی کوادروتور را تحت اثر باد نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، مشابه حالت قبل روش غیرخطی وابسته به حالت مناسب‌ترین روش است و دو روش دیگر با مقادیری فراجهش به ارتفاع مورد نظر می‌رسند.

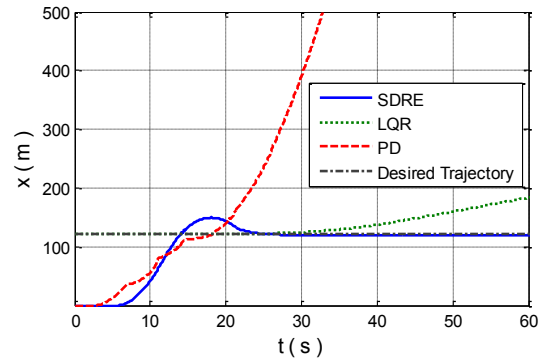
### ۶- نتیجه‌گیری

در این پروژه سه سناریو پروازی مطرح شده و کنترل با الگوریتم غیرخطی وابسته به حالت صورت پذیرفته است. مزیت این روش نسبت به روش‌های خطی این است که امکان هدایت کوادروتور به نقطه‌ای مشخص، بدون دخالت اپراتور در تغییر سرعت زاویه‌ای موتورها (زوایای اویلر) برای کنترل آن امکان‌پذیر است؛ چرا که سیستم کنترلی به صورت حلقه بسته صورت می‌پذیرد و به دنبال آن امکان کنترل در میدان باد نیز فراهم می‌گردد؛ زیرا اگرچه کوادروتور در راستای عمودی به دلیل وجود چهار موتور از پایداری برخوردار است اما در راستای افق با ضعف شدیدی مواجه است و این روش کنترلی قابلیت حفظ پایداری آن را دارد. اما اگر سیستم حلقه باز باشد و انسان در آن دخیل باشد؛ نمی‌تواند جهت نیرو و گشتاورهای لحظه‌ای حاصل از باد را پیشبینی کند و تعادل کوادروتور را حفظ نماید. از مزیت‌های دیگر روش غیرخطی وابسته به حالت امکان مانور مسیرهای پیچیده به دلیل غیرخطی بودن می‌باشد و می‌توان هرگونه بلوک هدایت با مسیر از پیش تعیین شده برای آن در نظر گرفت.

### فهرست علائم

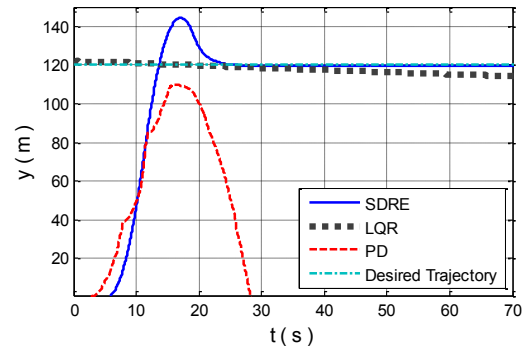
#### علائم انگلیسی

$A_i$	سطح مقطع، $m^2$
$A$	ماتریس حالت
$B$	ماتریس کنترل
$b$	ضریب ثابت نیرو
$b_3$	ماتریس واحد در دستگاه بدنی



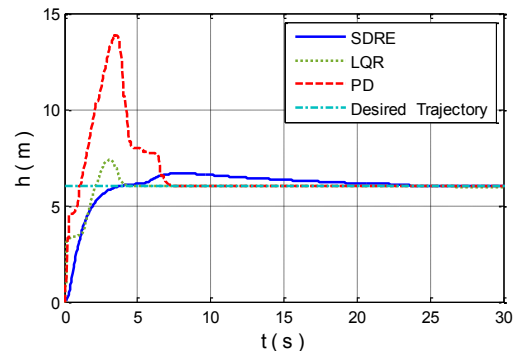
شکل ۲۰. مسیر حرکت پرواز افقی  $x$  کوادروتور تحت اثر باد برای سه روش کنترلی

Fig. 20. Quadrotor horizontal ( $x$ ) flight path under wind effect for three control method



شکل ۲۱. مسیر حرکت پرواز افقی  $y$  کوادروتور تحت اثر باد برای سه روش کنترلی

Fig. 21. Quadrotor horizontal ( $y$ ) flight path under wind effect for three control methods



شکل ۲۲. مسیر حرکت پرواز عمودی کوادروتور تحت اثر باد برای سه روش کنترلی

Fig. 22. Quadrotor vertical flight path under wind effect for three control methods

مرتبه دوم، هر دو در برابر باد از مسیر درخواستی منحرف می‌شوند و نمی‌توانند ماموریت خود را به درستی اجرا کنند. در مقایسه میان این

$z$	موقعیت ارتفاع، m	$C_{L_i}$	ضریب لیفت، $N.s^2/kg$
$z_d$	موقعیت ارتفاع مطلوب، m	$d$	ضریب ثابت گشتاور
<b>علائم یونانی</b>			
$\beta$	جهت بردار باد با محور $y$ ، rad	$d_m$	طول گاست، m
$\theta$	زاویه اویلر غلت، rad	$e$	خطا
$\theta_d$	زاویه اویلر غلت مطلوب، rad	$F_B$	نیروی خارجی اعمالی به کوادروتور، N
$\lambda$	جهت بردار باد با محور $z$ ، rad	$F_{w_x}$	نیروی اعمالی باد به کوادروتور از جانب $x$ ، N
$\rho$	چگالی، $kg/m^3$	$F_{w_y}$	نیروی اعمالی باد به کوادروتور از جانب $y$ ، N
$\tau$	گشتاور، N.m	$F_{w_z}$	نیروی اعمالی باد به کوادروتور از جانب $z$ ، N
$\phi$	زاویه اویلر پیچ، rad	$g$	نیروی گرانش، $m/s^2$
$\phi_d$	زاویه اویلر پیچ مطلوب، rad	$I_x$	ممان اینرسی در راستای $x$ ، $m^4$
$\psi$	زاویه اویلر یاو، rad	$I_x$	ممان اینرسی در راستای $y$ ، $m^4$
$\psi_d$	زاویه اویلر یاو مطلوب، rad	$I_x$	ممان اینرسی در راستای $z$ ، $m^4$
$\omega_B$	سرعت دورانی، rad/s	$J_r$	ممان ژيروسکوپ، $m^4$
$\Omega$	دور، rpm	$k$	ماتریس بهره کنترل
		$l$	طول بازو، m
		$m$	جرم، kg
		$M_B$	گشتاور خارجی اعمالی به کوادروتور، N.m
		$M_G$	گشتاور ژيروسکوپ، N.m
		$T$	نیروی ناشی از موتور، N
		$u_1$	تلاش کنترلی (نیروی تراست ورودی)، N
		$u_1$	تلاش کنترلی (گشتاور غلت)، N.m
		$u_1$	تلاش کنترلی (گشتاور پیچ)، N.m
		$u_1$	تلاش کنترلی (گشتاور یاو)، N.m
		$W$	بردار برابند
		$w_m$	دامنه باد، m/s
		$w_x$	مولفه باد در راستای محور $x$ ، m/s
		$w_y$	مولفه باد در راستای محور $y$ ، m/s
		$w_z$	مولفه باد در راستای محور $z$ ، m/s
		$x$	موقعیت طولی، m
		$x_d$	موقعیت طولی مطلوب، m
		$y$	موقعیت عرضی، m
		$y_d$	موقعیت عرضی مطلوب، m

### مراجع

- [1] E. Cetinsoy, S. Dikyar, C. Hançer, K. Oner, E. Sirimoglu, M. Unel, M. Aksit, Design and construction of a novel quad tilt-wing UAV, *Mechatronics*, 22(6) (2012) 723-745.
- [2] H. Mirhajia, design of controller for quadrotor using dynamic inversion method, Amirkabir, Iran, 2011.
- [3] M.D. Schmidt, Simulation and control of a quadrotor unmanned aerial vehicle, (2011).
- [4] N. Manafi, 6-DOF quadrotor modeling with controllable frame rotors, Amirkabir, Iran, 2014.
- [5] A. Surriani, M. Arrofiq, Altitude control of quadrotor using fuzzy self tuning PID controller, in: 2017 5th International Conference on Instrumentation, Control, and Automation (ICA), IEEE, 2017, pp. 67-72.
- [6] N. Sydney, B. Smyth, D.A. Paley, Dynamic control of autonomous quadrotor flight in an estimated wind field, in: 52nd IEEE Conference on Decision and Control, IEEE, 2013, pp. 3609-3616.
- [7] A. Rodriguez-Mata, M. Farza, M. M'Saad, Altitude control of quadrotor UAVs using high gain observer-based output feedback high gain regulator, in: 2019 8th International

- [15] S. Bouabdallah, Design and control of quadrotors with application to autonomous flying, Epfl, 2007.
- [16] U. Ansari, A.H. Bajodah, M.T. Hamayun, Quadrotor control via robust generalized dynamic inversion and adaptive non-singular terminal sliding mode, Asian Journal of Control, 21(3) (2019) 1237-1249.
- [17] N.K. Tran, Modeling and Control of a Quadrotor in a Wind Field, McGill University, (2015).
- [18] F.B. Leahy, Discrete gust model for launch vehicle assessments, (2008).
- [19] T. Çimen, State-dependent Riccati equation (SDRE) control: A survey, IFAC Proceedings Volumes, 41(2) (2008) 3761-3775.
- [20] H. Jafari, M. Zareh, J. Roshanian, A. Nikkhah, An optimal guidance law applied to quadrotor using LQR method, Transactions of the Japan Society for Aeronautical and Space Sciences, 53(179) (2010) 32-39.
- [21] E. Elbeltagi, T. Hegazy, D. Grierson, Comparison among five evolutionary-based optimization algorithms, Advanced engineering informatics, 19(1) (2005) 43-53.
- [22] H. Voos, Nonlinear state-dependent Riccati equation control of a quadrotor UAV, in: 2006 IEEE Conference on Computer Aided Control System Design, 2006 IEEE International Conference on Control Applications, 2006 IEEE International Symposium on Intelligent Control, IEEE, 2006, pp. 2547-2552.
- [23] H.K. Khalil, J.W. Grizzle, Nonlinear systems, Prentice hall Upper Saddle River, NJ, 2002.
- [24] J. Rascón-Enríquez, L.A. García-Delgado, J.R. Noriega, A. García-Juárez, E.S. Espinoza, Tracking Control for Quad-Rotor Using Velocity Field and Obstacle Avoidance Based on Hydrodynamics, Electronics, 9(2) (2020) 233.
- Conference on Systems and Control (ICSC), IEEE, 2019, pp. 147-152.
- [8] M. Labbadi, S. Nassiri, L. Bousselamti, M. Bahij, M. Cherkaoui, Fractional-order Fast Terminal Sliding Mode Control of Uncertain Quadrotor UAV with Time-varying Disturbances, in: 2019 8th International Conference on Systems and Control (ICSC), IEEE, 2019, pp. 417-422.
- [9] Y. Bouzid, H. Siguerdidjane, E. Zareb, Improved IMC-filter design and IMC-PI equivalence: Application to quadrotor under gust of wind, Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part I: Journal of Systems and Control Engineering, (2020) 0959651819894188.
- [10] X. Li, H. Zhang, W. Fan, J. Zhao, C. Wang, Multivariable finite-time composite control strategy based on immersion and invariance for quadrotor under mismatched disturbances, Aerospace Science and Technology, 99 (2020) 105763.
- [11] T. Wan, An Investigation of Quad-rotor Aircraft Performance under Gust Wind and Heavy Rain Impacts, in: AIAA Scitech 2020 Forum, 2020, pp. 1735.
- [12] G. Flores, V. González-Huitron, A. Rodríguez-Mata, Output Feedback Control for a Quadrotor Aircraft Using an Adaptive High Gain Observer, International Journal of Control, Automation and Systems, 1-13.
- [13] A.A. Najm, I.K. Ibraheem, Altitude and Attitude Stabilization of UAV Quadrotor System using Improved Active Disturbance Rejection Control, Arabian Journal for Science and Engineering, 1-15.
- [14] W. Craig, D. Yeo, D.A. Paley, Geometric Attitude and Position Control of a Quadrotor in Wind, Journal of Guidance, Control, and Dynamics, (2020) 1-14.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Pourmoradi, M. Sabzehparvar, A. Ashrafi, Control of quadrotor by using state-dependent Riccati equation method and analyzing its dynamic performance under wind field, AmirKabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 4) (2021) 2417-2438.

DOI: 10.22060/mej.2020.17950.6697





