Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(4) (2021) 507-510
DOI: 10.22060/mej.2020.17815.6668

Nonlinear optimal control of an active transfemoral prosthesis using state dependent Riccati equation approach

A. Bavarsad [1], A. Fakharian [1*], M. B. Menhaj [2]

[1] Faculty of Electrical, Biomedical and Mechatronics Engineering, Qazvin Branch, Islamic Azad University, Qazvin, Iran
[2] Department of Electrical Engineering, Amirkabir University of Technology, Tehran, Iran

ABSTRACT: Nowadays, scientific and technological advances have created the ability to replace prosthetic legs with amputated limbs, which the design of a suitable controller is still being discussed by researchers. Therefore, according to the importance of the subject, in this paper, a combination of a nonlinear optimal control method based on the state-dependent Riccati equation approach with the integral state control technique is proposed for an active prosthetic leg for transfemoral amputees. The main objective of this paper is to optimize the energy consumption of the robot/prosthesis system and desirable tracking of the vertical displacement in hip and thigh and knee angles. Also, due to the robustness properties of the suggested controller is investigated sensitivity analysis against ±30% parametric uncertainty and compared with robust adaptive impedance control. The performance of the controller is assessed for both point-to-point motion and tracking modes by considering the saturation bounds of control signals. Finally, the simulation results show a decrease in control effort, desirable performance in tracking, and relatively good robustness in the presence of parametric uncertainty and constant disturbance. Numerical results indicate a significant reduction in energy consumption and total cost in this method compared to the robust adaptive impedance control.

Review History:

Received: Jan. 27, 2020
Revised: May, 11, 2020
Accepted: Jun. 20, 2020
Available Online: Jul. 04, 2020

Keywords:

Tracking
Nonlinear optimal control
Integral state control
Robot/prosthesis system
Saturation bound

1- Introduction

The innovation of this paper is as follows: using **State-Dependent Riccati Equation** (SDRE) technique for an active transfemoral prosthesis to optimize energy consumption, which is one of the challenges in designing robotic prostheses. Using integral state control to improve tracking and eliminate constant disturbance in the study of prosthesis desirable performance in the track and repetition of healthy individuals walking.

2- Prosthetic Leg

The proposed model for the three-rigid links prosthetic leg with three degrees of freedom is presented in Fig. 1.

The system's state space equation is expressed as Eq. (1):

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \\ \dot{x}_4(t) \\ \dot{x}_5(t) \\ \dot{x}_6(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_4(t) \\ x_5(t) \\ x_6(t) \\ [1 \quad 0 \quad 0]\mathbf{M}^{-1}(.)[\mathbf{u}(t) - \mathbf{T}_{\mathrm{e}} - \mathbf{C}_{\mathrm{p}}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}_{\mathrm{p}} - \mathbf{R}_{\mathrm{p}}] \\ [0 \quad 1 \quad 0]\mathbf{M}^{-1}(.)[\mathbf{u}(t) - \mathbf{T}_{\mathrm{e}} - \mathbf{C}_{\mathrm{p}}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}_{\mathrm{p}} - \mathbf{R}_{\mathrm{p}}] \\ [0 \quad 0 \quad 1]\mathbf{M}^{-1}(.)[\mathbf{u}(t) - \mathbf{T}_{\mathrm{e}} - \mathbf{C}_{\mathrm{p}}\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{G}_{\mathrm{p}} - \mathbf{R}_{\mathrm{p}}] \end{bmatrix} \tag{1}$$

Additional information is provided in reference [1].

3- SDRE controller

Consider the state-dependent parameterized system with the following state-space representation:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{u}(t) \\ \mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{x}(t) \end{cases} \tag{2}$$

The performance index J_0 should be minimized to design optimal system control as equation Eq. (3):

$$J_0 = \frac{1}{2}\int_0^\infty \left\{ \mathbf{x}^T(t)\,\mathbf{C}^T\,\mathbf{Q}^{1/2}\,\mathbf{C}\,x(t) + \mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\,\mathbf{u}(t) \right\} dt \tag{3}$$

In this paper, the state-dependent coefficient matrices are selected as proposed structure in reference [2]:

$$\mathbf{A}_{6\times6}(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I}_{3\times3} \\ \mathbf{0}_{3\times3} & -\mathbf{M}^{-1}_{3\times3}(\mathbf{q}(t))\mathbf{C}_{\mathrm{p}3\times3}(\mathbf{q}(t),\dot{\mathbf{q}}(t)) \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$\mathbf{B}_{3\times6}(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{3\times3} \\ -\mathbf{M}^{-1}_{3\times3}(\mathbf{q}(t)) \end{bmatrix} \tag{5}$$

According to the integral state control, the state-space equation of the augmented system is given by Eq. (6):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_a(t) = \overbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{x}(t)) & \mathbf{0}_{6\times3} \\ \mathbf{-C} & \mathbf{0}_{3\times6} \end{bmatrix}_{9\times9}}^{\mathbf{A}_a} \mathbf{x}_a(t) + \overbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{B}(\mathbf{x}(t)) \\ \mathbf{0}_{3\times3} \end{bmatrix}_{9\times3}}^{\mathbf{B}_a} \mathbf{u}(t)_{3\times1} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T_{9\times9} \mathbf{r}(t)_{9\times1} \\ \mathbf{y}_a(t) = \underbrace{[\mathbf{C} \quad \mathbf{0}_{3\times6}]_{3\times9}}_{\mathbf{C}_a} \mathbf{x}_a(t) \end{cases} \tag{6}$$

*Corresponding author's email: ahmad.fakharian@qiau.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

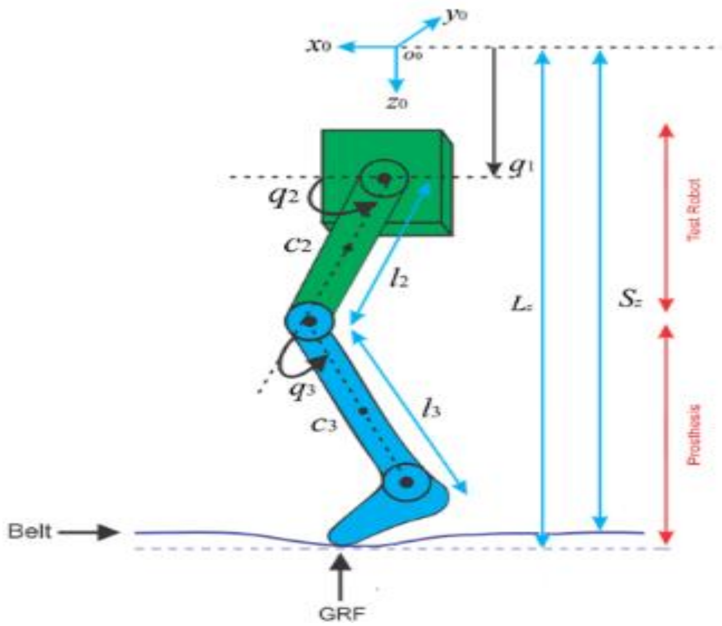


Fig. 1. Prosthetic leg model with rigid ankle

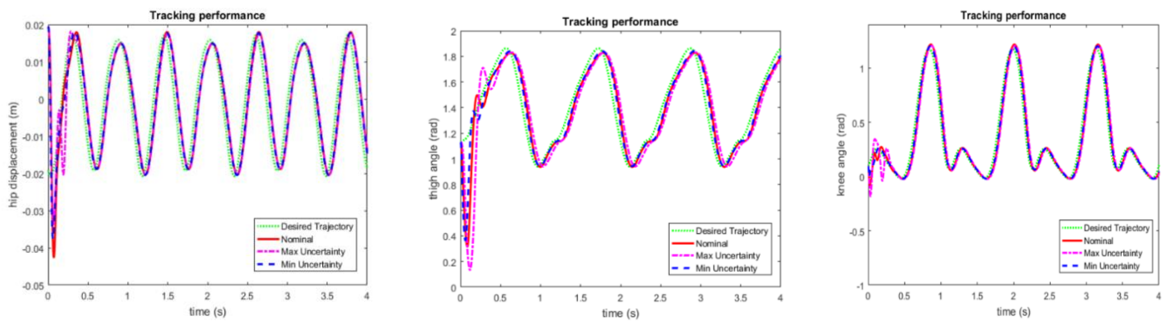


Fig. 2. Tracking performance in nominal mode and with ±30% uncertainty in presence of the saturation bound

Therefore, by applying the SDRE method for Eq. (6) the control law is obtained as follows:

$$\mathbf{u}_{\mathrm{SDRE+ISC}}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_a^{\mathrm{T}}(\mathbf{x}(t))\mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t))\mathbf{x}_a(t) \tag{7}$$

where $\mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t))$ is obtained by solving Eq. (8):

$$\begin{aligned} &\mathbf{A}_a^{T}(\mathbf{x}_a(t))\,\mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t)) + \mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t))\mathbf{A}_a(\mathbf{x}_a(t)) \\ &- \mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t))\mathbf{B}_a(\mathbf{x}_a(t))\ \mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_a^{T}(\mathbf{x}_a(t))\,\mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t)) + \mathbf{C}_a^{T}\mathbf{Q}_a^{1/2}\mathbf{C}_a = 0 \end{aligned} \tag{8}$$

4- Results and Discussion

Actuator saturation is assumed for the amplitude of the control signals:

$$sat(u_i(t)) = \begin{Bmatrix} u_{i,\max}(t) & , & if & u_i(t) > u_{i,\max}(t) \\ u_i(t) & , & if & u_{i,\min}(t) < u_i(t) < u_{i,\max}(t) \\ u_{i,\min}(t) & , & if & u_{i,\min}(t) > u_i(t) \end{Bmatrix}, i = 1,2,3 \tag{9}$$

The permissible bounds for hip displacement force, thigh, and knee torque are [-1200,1200] N, [-900,900] N.m, and [-400,400] N.m respectively. Fig. 2 shows good performance in position tracking. Examination of the Figures shows that after an initial transient peak, which is due to the difference between the initial values of the desired trajectories, tracking in the nominal mode and in presence of uncertainty is similar, this indicates that the proposed controller robust performance is satisfactory. As seen in Fig. 3, at the moment of starting due to the difference between the initial conditions and the desired trajectories, the control signals have reached their saturation values, which is not very effective in this analysis because after almost 0.2s as the error disappears, the values are reduced and remain within the appropriate range. On the other hand, over time, the range of control signals in the nominal mode and in the presence of uncertainties remains almost constant, which indicates the robust performance of the proposed controller in this case. Numerical indicators in Table 1 have also shown a significant reduction in energy consumption and total cost in this method, proper tracking, and good robustness compared to the study of Azimi et al. [3].

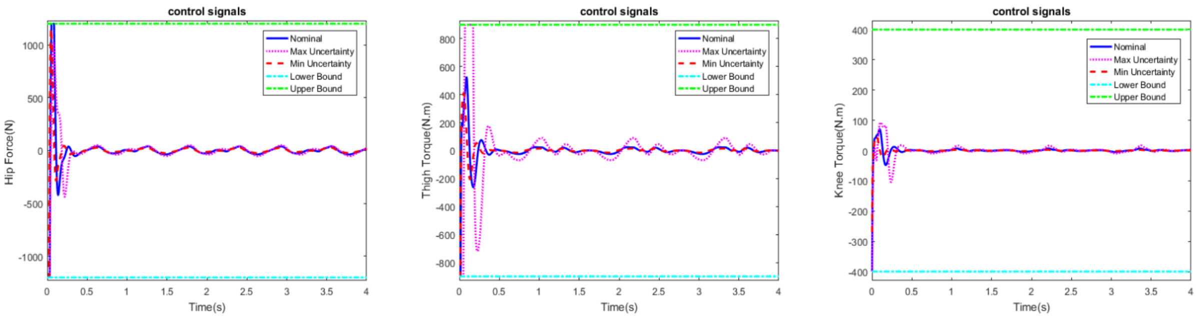


Fig. 3. Control signals in nominal mode and with ±30% uncertainty in presence of the saturation bound

Table 1. $\mathbf{Cost_E}$, $\mathbf{Cost_U}$, **and Cost**

Controller	Nominal	-30% uncertainty	+30% uncertainty
SDRE + Integral state control	Cos t_E = 1.19 $Cost_U$ = 0.29 Cos t = 1.47	Cos t_E = 1.19 $Cost_U$ = 0.22 Cos t = 1.40	Cos t_E = 1.25 $Cost_U$ = 0.43 Cos t = 1.67

5- Conclusions

Examination of the results showed a significant reduction in energy consumption, desirable tracking of positions according to the data from Motion Studied Laboratory of the Cleveland State University, and appropriate robustness to parametric uncertainty.

References

[1] A. Bavarsad, A. Fakharian, MB. Menhaj, Optimal Sliding Mode Controller for an Active Transfemoral Prosthesis Using State-Dependent Riccati Equation Approach, Arabian Journal for Science and Engineering, (2020) 1-14.

[2] MH. Korayem, SR. Nekoo, Finite-time state-dependent Riccati equation for time-varying nonaffine systems: Rigid and flexible joint manipulator control, ISA Transaction, 54 (2015) 125-144.

[3] V. Azimi, D. Simon, H. Richter, Stable robust adaptive impedance control of a prosthetic leg, In Dynamic Systems and Control Conference (Vol. 57243, p. V001T09A003), American Society of Mechanical Engineers, (2015).

HOW TO CITE THIS ARTICLE

A. Bavarsad, A. Fakharian, M.B. Menhaj, Nonlinear optimal control of an active transfemoral prosthesis using state dependent Riccati equation approach, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(4) (2021) 507-510

DOI: 10.22060/mej.2020.17815.6668

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳ شماره ۴، سال ۱۴۰۰، صفحات ۲۱۱۷ تا ۲۱۳۶
DOI: 10.22060/mej.2020.17815.6668

کنترل بهینه غیرخطی برای یک پروتز رباتیکی بالای زانوی فعال با استفاده از رویکرد معادله ریکاتی وابسته به حالت

آنا باورساد[1]، احمد فخاریان[1*]، محمد باقر منهاج[2]

[1]دانشکده مهندسی برق، پزشکی و مکاترونیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین، قزوین، ایران
[2]دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی امیرکبیر، تهران، ایران

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۸/۱۱/۰۷
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۲/۲۲
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۳۱
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۴/۱۴

کلمات کلیدی:
ردیابی
کنترل بهینه غیرخطی
کنترل حالت انتگرالی
سیستم ربات/ پروتز
محدوده اشباع

خلاصه: امروزه پیشرفت‌های علمی و تکنولوژیکی امکان جایگزینی پروتزهای رباتیکی پا را با اندام قطع‌شده ایجادکرده‌است که طراحی کنترل‌کننده‌ی مناسب برای آن‌ها همچنان مورد بحث محققان می‌باشد. از این‌رو با توجه به اهمیت این موضوع در این مقاله ترکیبی از روش کنترل بهینه غیرخطی مبتنی بر رویکرد معادله ریکاتی وابسته به حالت با روش کنترل حالت انتگرالی برای یک پروتز رباتیکی از نوع فعال برای قطع‌عضوهای بالای زانو پیشنهادشده‌است. هدف اصلی در این مقاله بهینه‌سازی مصرف انرژی سیستم ربات/ پروتز و ردیابی مطلوب مسیرهای موردنظر در جابه‌جایی عمودی، لگن زاویه ران و زاویه زانو می‌باشد. همچنین با توجه به خاصیت مقاوم‌بودن کنترل‌کننده‌ی ترکیبی پیشنهادی آنالیز حساسیت نیز در مقابل ۳۰٪ ± تغییر در مقدار پارامترهای سیستم بررسی و نتایج با رویکرد کنترل امپدانس مدل مرجع تطبیقی مقاوم مقایسه می‌گردد. عملکرد کنترل‌کننده در دو حالت حرکت نقطه به نقطه و ردیابی با لحاظ‌کردن محدوده‌های اشباع برروی سیگنال‌های کنترلی سنجیده شده‌است. در نهایت نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده‌ی کاهش تلاش کنترلی عملکرد مطلوب در ردیابی وضعیت‌ها و مقاومت نسبتا خوب در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری سیستم و اغتشاشات ثابت می‌باشد. نتایج عددی نیز بیان‌کننده‌ی کاهش قابل‌ملاحظه‌ی انرژی مصرفی و همچنین مقدار هزینه‌کل روش پیشنهادی در مقایسه با رویکرد کنترل امپدانس مدل مرجع تطبیقی مقاوم می‌باشد.

۱- مقدمه

از جمله حرکات مهم انسان می‌توان به راه‌رفتن اشاره کرد. راه‌رفتن انسان برروی دو پا در نتیجه فرآیند طولانی مدت تکامل اوست که نهایتا منجر به حذف دست‌ها، از سیستم تحمل وزن در چرخه‌های راه‌رفتن شده است. با این حال توانایی فرد در نگهداری الگوی صحیح راه‌رفتن در برخی شرایط، نظیر قطع عضو اندام تحتانی، دچار اختلال می‌گردد[۱] میلیون‌ها انسان در سرتاسر جهان دچار قطع عضو می‌باشند و متاسفانه هر ساله به تعداد آن‌ها افزوده می‌گردد. قطع عضو دارای علل متعددی است از جمله: حوادث، سرطان، دیابت، بیماری‌های عروقی، ناهنجاری‌های مادرزادی، سکته‌های ناقص، عفونت‌ها، جنگ‌ها و غیره. انواع مختلفی از قطع عضو وجود دارد که می‌توان به زیر زانو[1]، بالاتر از زانو[2]، آمپوتاسیون[3]های پا و قطع عضو مفصل لگن و زانو (قطع عضو از طریق مفصل) اشاره کرد. با پیشرفت علم و تکنولوژی، می‌توان برای بازگرداندن توانایی راه‌رفتن عادی این افراد، از پروتزهای رباتیکی پیشرفته پا بهره جست. سه نوع پروتز رباتیکی پا[4] وجود دارد: غیرفعال (بدون کنترل الکترونیکی)، فعال (کنترل موتور) و نیمه‌فعال (کنترل بدون موتور). پروتز[5] فعال در مقایسه با پروتزهای غیرفعال و نیمه‌فعال، راه‌رفتن طبیعی‌تری را

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: ahmad.fakharian@qiau.ac.ir

1 Transtibial
2 Transfemoral
3 Amputation
4 Prosthetic leg
5 Prosthesis

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

برای قطع عضوها به همراه خواهد داشت، در حالی که نیاز به نیرو و انرژی کمتری از کاربر دارد. پروتز مفصل زانو / مچ‌پا که هر دو مفصل فعال هستند، اخیرا در دانشگاه وندربیلت[1] ساخته شده‌است و در حال فرآیند تجاری‌سازی است. بسیاری از محققان اخیرا بر روی طراحی و کنترل این نوع و دیگر پروتزهای فعال تمرکز کرده‌اند[۲] یکی از بزرگترین چالش‌ها برای شخصی که پایش قطع شده‌است، مقدار انرژی بیومکانیکی موردنیاز برای پیاده‌روی او می‌باشد. اشخاصی که قطع عضو بالای زانو دارند بیش از ۶۰٪ انرژی بیشتری را در هنگام قدم‌زدن نسبت به افراد سالم صرف می‌کنند. این نکته نشان می‌دهد که یک قطع عضو، نیازمند یک پای رباتیکی است که برای افزایش کیفیت زندگی او، به خوبی طراحی شده باشد! برای بهبود عملکرد پاهای رباتیکی می‌توان به مواردی همچون: کاهش وزن پروتز با استفاده ازاجزای سبک، قوانین کنترل قابل اعتماد و پایدار برای طراحی و همچنین تکنولوژی رباتیک مبتنی بر تخمین که امکان حذف سلول‌های بارگذاری بزرگ و دیگر سنسورهای سنگین در پروتز را فراهم می‌کند، اشاره کرد. اگر چه این پیشرفت‌ها ممکن است منجر نشود که راه‌رفتن این افراد همانند افراد سالم باشد، اما می‌توانند با تقریب بهتری به راه‌رفتن طبیعی آن‌ها کمک کنند[۳] در سال ۲۰۱۵ ریکتر [2]و همکاران توسعه، مدل‌سازی، تخمین پارامترها و کنترل یک ربات قادر به تولید دو درجه آزادی حرکت لگن در دستگاه سهمی را توصیف کردند[۴] عظیمی و همکاران در سال ۲۰۱۶ برای یک پروتز رباتیکی فعال سه درجه آزادی بالای زانو، یک کنترل امپدانس تطبیقی کامپوزیتی مقاوم را پیشنهاد دادند[۵] در سال ۲۰۱۶، ابیگبی[3] و همکاران از یک کنترل‌کننده هایبرید، ترکیبی از دو روش شناخته‌شده کنترل تطبیقی برای تولید یک کنترل‌کننده استفاده کردند. کنترل‌کننده برای یک سیستم سه درجه آزادی که شامل یک ربات آزمایش یک درجه آزادی و یک پروتز دو درجه آزادی بود، طراحی شد[۶] عظیمی و همکاران در سال ۲۰۱۸ برای این پروتز رباتیکی، دو کنترل‌کننده‌ی امپدانس تطبیقی مقاوم و امپدانس تطبیقی کامپوزیت مقاوم را با هم مقایسه نمودند[۷] آن‌ها در سال بعد در ادامه کار قبلی‌شان کنترل تطبیقی و کنترل تطبیقی مقاوم را برای این سیستم پیاده‌سازی کردند[۸] اخیرا کنترل بهینه مقاوم نیز برای این سیستم طراحی شده است[۹]

طراحی کنترل‌کننده برای سیستم‌های غیرخطی عموما به مراتب پیچیده‌تر از سیستم‌های خطی می‌باشد. گاهی ممکن است منطقی باشد که سیستم کنترل با یک سیستم خطی‌شده تقریب زده شود ، اما اگر محدوده کاری موردنیاز وسیع باشد، یک کنترل‌کننده‌ی خطی بسیار ضعیف عمل کرده و حتی شاید ناپایدار شود. با درنظرگرفتن عوامل غیرخطی سیستم و مقدار تاثیرات آن‌ها بر روی کارایی سیستم و همچنین وجود نامعینی‌های مدل می‌توان بیشتر به اهمیت کنترل‌کننده‌های غیرخطی پی برد. یکی دیگر از دلایل استفاده از تکنیک‌های کنترل غیرخطی بهینه‌بودن هزینه و کارایی است. کنترل خطی ممکن است نیاز به عملگرها و سنسورهایی با کیفیت بالا داشته باشد تا در محدوده‌ی کاری مشخص شده رفتار خطی ایجاد کنند، در حالی که کنترل غیرخطی امکان استفاده از عناصر کم هزینه‌تر با مشخصات غیرخطی را می‌دهد[۱۰]. با این حال، برخی از کنترل‌کننده‌ها فقط براساس مدل‌های خطی طراحی شده‌اند. در نتیجه، نیاز به خطی‌سازی سیستم‌های غیرخطی وجود دارد، که روش‌های مختلفی نیز برای آن پیشنهاد شده است از آن جمله می‌توان به تکنیک‌های تی- اس فازی[4] اشاره کرد. از آن‌جایی که در این روش خطی‌سازی فقط در یک نقطه انجام نمی‌شود، نسبت به سایر روش‌های خطی‌سازی کلاسیک، دقیق‌تر می‌باشد [۱۱-۱۵]. اما در این مقاله از روش کنترل بهینه غیرخطی مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت[5] استفاده می‌گردد، که نیازی به محاسبات ژاکوبین ندارد و با توجه به دقت، انعطاف‌پذیری در طراحی، سیستماتیک‌بودن روش، قابلیت ترکیب با دیگر روش‌های کنترلی و ... امروزه مورد توجه بسیاری از طراحان قرارگرفته‌است. این روش در سال ۱۹۶۲ توسط پیرسون[6] ارائه شده‌است. چیمن[7] بررسی کاملی را در مورد ساختار، قضایای پایداری، بهینگی و پارامتریزه‌کردن وابسته به حالت روش معادله ریکاتی وابسته به حالت ارائه کرده است[۱۶]. بنکس[8] و همکاران روش استخراج معادله ریکاتی از کنترل بهینه و حل عددی آن، مباحث و قضایای پایداری را ارائه کردند[۱۷].

---

1 Vanderbilt
2 Richter
3 Ebeigbe
4 Takagi-Sugeno Fuzzy
5 State-dependent Riccati equation (SDRE)
6 Pearson
7 Çimen
8 Banks

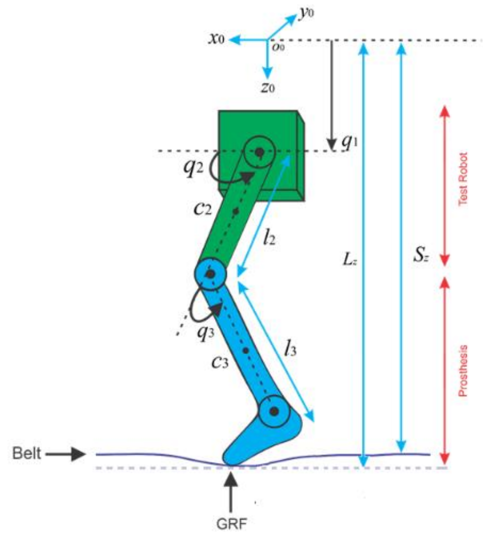
کلوتیر[1] و استنسبری[2] به بررسی قابلیت‌های روش ریکاتی از آن جمله تاثیر مستقیم ماتریس‌های وزنی $\mathbf{R}$ و$\mathbf{Q}$ بر روی سیگنال کنترل و متغیرهای حالت سیستم، درنظرگرفتن جملات غیرخطی و افزایش درجه آزادی سیستم در هنگام طراحی پرداخته‌است[۱۸]. چیمن و بنکس برای حل مسئله کنترل ردیابی بهینه زمان محدود غیرخطی از توالی تقریبی معادله ریکاتی استفاده کردند[۱۹]. فخاریان و همکاران برای حل معادله ریکاتی در رویکرد کنترل بهینه، چند روش عددی را پیشنهاد دادند [۲۰-۲۱]. یونگ[3] و همکاران مسائل رگولاتور[4] و ردیابی برای یک فضاپیما را مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت بررسی کردند و پایداری مجانبی فراگیر کنترل‌کننده را با استفاده از تئوری لیاپانوف و شبیه‌سازی‌های مونت-کارلو[5] انجام دادند[۲۲]. اورنلس-تلز[6] و همکاران کنترل بهینه را برای ردیابی سیستم‌های غیرخطی فاکتورگیری شده‌ی ضرایب وابسته به حالت با حل معادله هامیلتون- ژاکوبی- بلمن و کمینه‌کردن شاخص عملکرد مربعی برای دو سیستم با کاربردهای عملی الگوریتم ون در پل[7]و یک ژنراتور القایی دو بار تغذیه‌شده انجام دادند، که نتایج نشان دهنده‌ی اثربخشی طرح کنترلی بود[۲۳]. قانع و منهاج نیز تجزیه و تحلیل کاملی را در مورد پایداری سیستم‌های خودمختار غیرخطی که به شکل شبه‌خطی بیان شده‌اند، ارائه کرده‌اند[۲۴].

در زمینه روباتیک، بحث تنظیم[8]، ردیابی و پیاده‌سازی کنترل‌کننده مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت ، اثر بخشی آن از لحاظ دقت، عملکرد و بهینه‌سازی در تحقیقات بسیاری بررسی شده‌است، که نشان‌دهنده‌ی موفقیت و عملکرد مطلوب این کنترل‌کننده بوده‌است. اینوسنتی[8] و همکاران کنترل‌کننده مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت را بر روی یک ربات منیپولاتور[9] حرکت آهسته پیاده‌سازی کرده‌اند، که نتایج بدست‌آمده رضایت‌بخش بود، اگر چه به دلیل محدودیت‌های سخت‌افزاری، همه مفاصل منیپولاتور کنترل‌نشدند[۲۵]. کیلیچاسلان[10] مسئله ردیابی را برای ربات‌های موازی با مفاصل الاستیک مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت مورد بررسی قرار داد، که نتایج نشان‌دهنده‌ی عملکرد موفقیت‌آمیز این کنترل‌کننده در بحث ردیابی بود[۲۶]. ژین[11] و همکاران از رهیافت معادله ریکاتی وابسته به حالت برای یافتن حل بازخوردی به طور مجانبی پایدار مسئله کنترل منیپولاتور دو مفصلی استفاده کردند[۲۷]. با فرض معلوم‌بودن پارامترها کوراییم و همکاران کنترل بازوهای مکانیکی صلب و همچنین انعطاف‌پذیر را با استفاده از کنترل مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت مطرح نمودند [۲۸-۳۰]. بیک‌زاده و تقی‌راد در سال ۲۰۰۹ بررسی پایداری روش ریکاتی در سیستم‌های گسسته و طراحی تخمین‌گر ریکاتی را در محیطی همراه با اغتشاش انجام دادند[۳۱]. در سال ۲۰۱۶ حبیب‌نژاد کوراییم و همکاران برای بازوهای مکانیکی با مفاصل انعطاف‌پذیرکنترل‌کننده و تخمین‌گری مبتنی بر روش معادله ریکاتی وابسته به حالت را پیاده‌سازی کردند[۳۲].

از آن‌جایی که در توانبخشی و کاربردهای پزشکی مربوط به حرکت، کنترل بهینه و کاهش انرژی مصرفی همیشه یک دغدغه بوده است، از این‌رو در این مقاله نخست بحث بهینگی انرژی مطرح است و سپس ردیابی مطلوب جابه‌جایی عمودی لگن، زاویه ران و زاویه زانو و در نهایت توانایی مقاومت کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی در برابر عدم قطعیت پارامتری ۳۰٪ ± نیز بررسی می‌گردد. شایان ذکر است که این اولین بار می‌باشد که کنترل بهینه غیرخطی مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت و ترکیب آن با کنترل حالت انتگرالی برای سیستم ربات/پروتز سه درجه آزادی بالای زانو از نوع فعال طراحی می‌گردد. در این مقاله برای نزدیک‌ترشدن نتایج شبیه‌سازی به واقعیت، محدودیت محرک[12]ها نیز بر روی سیگنال‌های کنترل لحاظ گردیده‌است و تمامی اطلاعات و داده‌های مسیر مرجع از داده‌های آزمایشگاه مطالعه حرکت دانشگاه کلیولند[13] امریکا دریافت شده‌است. نهایتا عملکرد کنترل‌کننده در دو حالت حرکت نقطه به نقطه[14] و ردیابی با درنظرگرفتن حد مجاز ورودی‌های کنترلی سنجیده شده است.

ساختار ادامه مقاله بدین شرح می‌باشد. در بخش ۲ به بررسی مدل پروتز رباتیکی پا پرداخته می‌شود، در بخش ۳ کنترل‌کننده‌ی

1 Cloutier
2 Stansbery
3 Jung
4 Regulator
5 Monte-Carlo
6 Ornelas-Tellez
7 Van der pol
8 Regulation
8 Innocenti
9 Manipulator
10 Kiliçaslan
11 Xin
12 Actuators
13 Cleveland
14 Point-to-Point Motion



شکل ۱. مدل پروتز رباتیکی پا با زاویه مچ‌پای صلب

Fig. 1. Prosthetic leg model with rigid ankle

مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت ، فرمولاسیون و پایداری آن مطرح می‌گردد. اعمال روش پیشنهادی بر روی سیستم ربات / پروتز در بخش ۴ ارائه شده‌است. نتایج شبیه‌سازی‌ها در بخش ۵ و در نهایت نتیجه‌گیری در بخش ۶ بیان گردیده‌اند.

۲- مدل پروتز رباتیکی پا [۲]

در این بخش به بررسی مدل پیشنهادشده برای پروتز رباتیکی پا دارای سه لینک و با سه درجه آزادی پرداخته می‌شود. این مدل دارای ساختار چرخشی- چرخشی- کشویی[1] است. همانطور که در شکل ۱ ملاحظه می‌گردد، درجه آزادی عمودی نشان‌دهنده‌ی حرکت لگن شخص، محور چرخشی اول و دوم نیز به ترتیب معرف حرکت زاویه‌ای ران و حرکت زاویه‌ای زانو می‌باشند.

مدل سه درجه آزادی می‌تواند به شکل معادله‌ی (۱) نوشته شود :

$$\mathbf{M}(\mathbf{q}(t))\ddot{\mathbf{q}}(t)+\mathbf{C_p}(\mathbf{q}(t),\dot{\mathbf{q}}(t))\dot{\mathbf{q}}(t)+\mathbf{G_p}(\mathbf{q}(t)) + \mathbf{R_p}(\mathbf{q}(t),\dot{\mathbf{q}}(t))=\mathbf{u}(t)-\mathbf{T_e}(\mathbf{q}(t)) \qquad (۱)$$

که $\mathbf{q}^T=[q_1\ q_2\ q_3]$ بردار جابه‌جایی‌های کلی مفصل (q_1 جابه‌جایی عمودی لگن، q_2 زاویه‌ی ران و q_3 زاویه‌ی زانو) است.

1 Prismatic-Revolute-Revolute (PRR)

$\mathbf{M}(\mathbf{q})$ ماتریس اینرسی معکوس‌پذیر، $\mathbf{C_p}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ ماتریس کوریولیس و جانب مرکز[2]، $\mathbf{G_p}(\mathbf{q})$ بردار گرانشی و $\mathbf{R_p}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$ بردار دمپینگ[3] غیرخطی می‌باشند (اطلاعات تکمیلی در پیوست ذکر شده‌اند). $\mathbf{u}(t)$ سیگنال کنترل است که شامل نیروی کنترل فعال در مفصل ران (لگن) و گشتاورهای کنترل فعال در ران و پروتز رباتیکی زانو است. $\mathbf{T_e}$ اثر ترکیبی مولفه افقی F_x و مولفه عمودی F_z از نیروهای واکنش زمین[4] به روی هر مفصل می‌باشد. یک تردمیل نیز به عنوان سطح راه‌رفتن ربات تست پروتز استفاده می‌شود و تسمه‌ی تردمیل همچون یک سختی مکانیکی مدل‌سازی می‌گردد، بنابراین نیروهای واکنش از تردمیل تابعی از انحنای تسمه هستند. مفهوم $\mathbf{T_e}$ از نیروهای واکنش زمین در زیر با بیان معادلات (۲)، (۳)، (۴) و (۵) توصیف می‌شود:

$$\mathbf{T_e}(\mathbf{q}(t))=\begin{bmatrix} F_z \\ F_z\left(l_2\cos(q_2)+l_3\cos(q_2+q_3)\right)-F_x\left(l_2\sin(q_2)+l_3\sin(q_2+q_3)\right) \\ F_z\left(l_3\cos(q_2+q_3)\right)-F_x\left(l_3\sin(q_2+q_3)\right)\end{bmatrix} \qquad (۲)$$

$$L_z=q_1+l_2\sin(q_2)+l_3\sin(q_2+q_3) \qquad (۳)$$

$$F_z=\begin{cases} 0 & ,L_z<s_z \\ k_b(s_z-L_z) & ,L_z>s_z \end{cases} \qquad (۴)$$

$$F_x=\beta F_z \qquad (۵)$$

که در این معادلات L_z نشان‌دهندی موقعیت عمودی از پایین پا در فریم کلی (x_0,y_0,z_0)، l_2 طول ران و l_3 طول ساق پا می‌باشند. S_z فاصله عمودی بین مبدأ قاب کلی و تسمه، k_b سختی تسمه و β ضریب اصطکاک تسمه هستند (شکل ۱). مقادیر نامی پارامترها در جدول ۱ بیان شده است. مقادیر پارامترهای تردمیل نیز بدین شرح می‌باشند: S_z =۰/۹۰۵ (m)، k_b =۳۷۰۰۰ (N/m) و β =۰/۲.

از آن‌جایی که مبنای کار ما مقایسه با مرجع [۲] می‌باشد، جدول ۱ دقیقا از آن مرجع گرفته شده‌است.

2 Coriolis and Centripetal matrix
3 Damping
4 Ground Reaction Force (GRF)

جدول۱. مقادیر نامی پارامترها در مدل پروتز رباتیکی پا

Table 1. Nominal values of prosthetic leg model parameters

پارامتر	نماد	مقدار	واحد
جرم لینک ۱	m_1	۴۰/۵۹۶۹	kg
جرم لینک ۲	m_2	۸/۵۷۳۱	kg
جرم لینک ۳	m_3	۲/۲۹	kg
طول ران	l_2	۰/۴۲۵	m
طول ساق پا تا کف کفش	l_3	۰/۵۲۷	m
مرکز جرم ران	c_2	۰/۰۹	m
مرکز جرم ساق پا	c_3	۰/۳۲	m
اینرسی دوار لینک ۲	I_{2Z}	۰/۱۳۸	kg-m^2
اینرسی دوار لینک ۳	I_{3z}	۰/۰۶۱۸	kg-m^2
اصطکاک لغزشی در لینک ۱	f	۸۳/۳۳	N
دمپینگ محرک چرخشی	b	۹/۷۵	N-m-s
شتاب گرانش	g	۹/۸۱	m/s^2

و در نهایت حالت‌ها، ورودی‌های کنترلی و مسیرهای مرجع به ترتیب در معادله (۶) به صورت زیر معرفی می‌شوند:

$$\begin{aligned}\mathbf{x}^T(t)&=\begin{bmatrix} q_1 & q_2 & q_3 & \dot{q}_1 & \dot{q}_2 & \dot{q}_3\end{bmatrix}\\ \mathbf{u}^T(t)&=\begin{bmatrix} f_{hip} & \tau_{thigh} & \tau_{knee}\end{bmatrix}\\ \mathbf{r}_d^{\,T}(t)&=\begin{bmatrix} r_{d1} & r_{d2} & r_{d3} & r_{d4} & r_{d5} & r_{d6}\end{bmatrix}\end{aligned} \tag{۶}$$

با توجه به معادله (۱)،معادله فضای حالت سیستم به صورت معادله (۷) بیان می‌شود:

$$\dot{\mathbf{x}}(t)=[\dot{x}_1(t) \quad \dot{x}_2(t) \quad \dot{x}_3(t) \quad \dot{x}_4(t) \quad \dot{x}_5(t) \quad \dot{x}_6(t)]^T=[\dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3 \quad \ddot{q}_1 \quad \ddot{q}_2 \quad \ddot{q}_3]^T$$

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1(t)\\ \dot{x}_2(t)\\ \dot{x}_3(t)\\ \dot{x}_4(t)\\ \dot{x}_5(t)\\ \dot{x}_6(t)\end{bmatrix}=\begin{bmatrix} x_4(t)\\ x_5(t)\\ x_6(t)\\ [1\quad 0\quad 0]\mathbf{M}^{-1}(.)[\mathbf{u}(t)-\mathbf{T}_e-\mathbf{C}_p\dot{\mathbf{q}}-\mathbf{G}_p-\mathbf{R}_p]\\ [0\quad 1\quad 0]\mathbf{M}^{-1}(.)[\mathbf{u}(t)-\mathbf{T}_e-\mathbf{C}_p\dot{\mathbf{q}}-\mathbf{G}_p-\mathbf{R}_p]\\ [0\quad 0\quad 1]\mathbf{M}^{-1}(.)[\mathbf{u}(t)-\mathbf{T}_e-\mathbf{C}_p\dot{\mathbf{q}}-\mathbf{G}_p-\mathbf{R}_p]\end{bmatrix} \tag{۷}$$

در ادامه بدنبال طراحی کنترل‌کننده به گونه ای هستیم که اولا انرژی مصرفی حداقل شود و ثانیا متغیرهای حالت q_1، q_2 و q_3 مسیر ازپیش‌تعیین‌شده را با دقت دنبال کنند.

۳- کنترل‌کننده مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت[1]

یکی از مهم‌ترین کنترل‌کننده‌های مبتنی بر روش پارامتریزه وابسته به حالت، کنترل بهینه غیرخطی مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت است. هدف از این کنترل‌کننده یافتن ورودی کنترلی است که، ضمن پایدارشدن سیستم حلقه بسته و ارضاء قیود تعریف شده برای آن، تابع هزینه مربوطه نیز حداقل گردد و متغیرهای حالت سیستم با کم‌ترین تلاش کنترلی عملکرد مطلوبی در بحث ردیابی داشته باشند[۳۳].

۳-۱- فرمولاسیون کنترل‌کننده مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت

سیستم غیرخطی افاین[2] نسبت به ورودی و نامتغیر با زمان زیر را در نظر بگیرید :

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))+\mathbf{g}(\mathbf{x}(t))\mathbf{u}(t)\\ \mathbf{y}(t)=\mathbf{C}(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t)\end{cases} \tag{۸}$$

که در آن $\mathbf{x}(t)\in R^n$ متغیرهای حالت سیستم و $\mathbf{u}(t)\in R^m$ ورودی‌های سیستم هستند.

حال با درنظرگرفتن $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))=\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t)$ و $\mathbf{g}(\mathbf{x}(t))=\mathbf{B}(\mathbf{x}(t))$

1 SDRE
2 Affine

سیستم غیرخطی (۸) به شکل سیستم پارامتریزه شده وابسته به حالت (۹) در نظر گرفته می‌شود:

$$\begin{cases}\dot{\mathbf{x}}(t)=\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{x}(t)+\mathbf{B}(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{u}(t)\\ \mathbf{y}(t)=\mathbf{C}(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{x}(t)\end{cases} \quad (۹)$$

روش پارامتریزه‌کردن وابسته به حالت به عملیاتی گفته می‌شود که در طی آن با استفاده از فاکتورگیری سیستم غیرخطی به یک سیستم ماتریسی شبه خطی با حفظ ساختار قبلی تبدیل می‌گردد. در معادله (۹)، $\mathbf{A}(\mathbf{x}(t)):R^n\rightarrow R^{n\times n}$ و $\mathbf{B}(\mathbf{x}(t)):R^n\rightarrow R^{n\times m}$ که $\mathbf{B}(\mathbf{x}(t))\neq 0$ است،ماتریس‌های ضرایب وابسته به حالت[1] هستند. در صورتی که سیستم بیش از یک متغیر حالت داشته باشد، می‌توان شبه‌خطی‌سازی را به بی‌نهایت شکل مختلف انجام داد.

تعریف ۱ [۱۶]- فرض کنید که $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))$ دو نمایش شبه خطی $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))=\mathbf{A}_1(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t)$ و $\mathbf{f}(\mathbf{x}(t))=\mathbf{A}_2(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t)$ را داشته باشد، در این صورت مطابق رابطه (۱۰) به ازای هر $\alpha\in R$، بی‌شمار نمایش جدید دیگر برای $\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))$ قابل‌دستیابی می‌باشد.

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}(t),\alpha)=\alpha\mathbf{A}_1(\mathbf{x}(t))+(1-\alpha)\,\mathbf{A}_2(\mathbf{x}(t)) \quad (۱۰)$$

که این قابلیت یکی از مزایای استفاده از روش معادله ریکاتی وابسته به حالت بشمار می‌آید، که منجر به افزایش درجه آزادی در طراحی می‌شود.

در طراحی کنترل بهینه هدف حداقل‌کردن انرژی خروجی و ورودی است در نتیجه می‌بایست که شاخص عملکرد J_0 حداقل گردد:

$$\mathrm{J}_0=\frac{1}{2}\int_0^\infty\left\{\mathbf{x}^T(t)\,\mathbf{C}^T\,\mathbf{Q}^{1/2}\mathbf{C}\,x(t)+\mathbf{u}^T(t)\mathbf{R}\,\mathbf{u}(t)\right\}dt \quad (۱۱)$$

Q و R ماتریس‌های وزنی هستند که $\mathbf{R}>0$، $m\times m$ و $\mathbf{Q}>0$، $n\times n$، $[\mathbf{C}^T\mathbf{Q}^{1/2}\mathbf{C}]\geq 0$ و هر دو متقارن می‌باشند.

فرم همیلتونین[2] مسئله بهینه‌سازی (۱۱) به صورت معادله (۱۲) بیان می‌گردد:

$$\mathrm{H}(\mathbf{x}(t),\mathbf{u}(t),\boldsymbol{\lambda}(t))=\mathrm{J}_0+\boldsymbol{\lambda}^T(t)\,\dot{\mathbf{x}}(t) \quad (۱۲)$$

که در آن $\boldsymbol{\lambda}(t)$ بردار شبه حالت[3] نامیده می‌شود و برابر است با :

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\lambda}(t)&=\mathbf{K}(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t)\\ \dot{\boldsymbol{\lambda}}(t)&=\dot{\mathbf{K}}(\mathbf{x}(t))\mathbf{x}(t)+\mathbf{K}(\mathbf{x}(t))\dot{\mathbf{x}}(t)\end{aligned} \quad (۱۳)$$

برای این که تابع همیلتونین بهینه شود باید شرایط زیر برقرار باشند:

$$\frac{\partial\mathrm{H}(.)}{\partial\boldsymbol{\lambda}(t)}=\dot{\mathbf{x}}(t)\quad,\quad\frac{\partial\mathrm{H}(.)}{\partial\mathbf{x}(t)}=-\dot{\boldsymbol{\lambda}}(t)\quad,\quad\frac{\partial\mathrm{H}(.)}{\partial\mathbf{u}(t)}=0 \quad (۱۴)$$

با حل معادله (۱۴) بردار ورودی کنترلی $\mathbf{u}_{(SDRE)}(t)$ به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{u}_{(SDRE)}(t)=-\mathbf{R}^{-1}\,\mathbf{B}^T(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{K}(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{x}(t) \quad (۱۵)$$

که در آن ماتریس مربعی $n\times n$، $\mathbf{K}(\mathbf{x}(t))$ غیرمنحصربه‌فرد، متقارن و مثبت معین است و مقدار آن با حل معادله جبری ریکاتی[4] وابسته به حالت (۱۶) محاسبه می‌شود[۳۲]:

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}^T(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{K}(\mathbf{x}(t))+\mathbf{K}(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))-\mathbf{K}(\mathbf{x}(t))\\ &\mathbf{B}(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{R}^{-1}\,\mathbf{B}^T(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{K}(\mathbf{x}(t))+\mathbf{C}^T\,\mathbf{Q}^{1/2}\,\mathbf{C}=0\end{aligned} \quad (۱۶)$$

۳-۲- بررسی پایداری روش معادله ریکاتی وابسته به حالت

قبل از بررسی پایداری تعاریف زیر مطابق با مرجع [۱۶] ارائه می‌گردد:

تعریف ۲- نمایش (۸) را یک نمایش پایدارپذیر (کنترل‌پذیر) از سیستم غیرخطی (۷)، در ناحیه $\Omega\in R^n$ می‌گوییم، اگر برای هر $x\in\Omega$ زوج $\{\mathbf{A}(\mathbf{x}(t)),\mathbf{B}(\mathbf{x}(t))\}$ به صورت نقطه‌ای از دیدگاه خطی پایدارپذیر (کنترل‌پذیر) باشد.

تعریف ۳- ماتریس حالت $\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))$ را در ناحیه $\Omega\in R^n$، به صورت نقطه‌ای هرویتز[5] می‌گوییم، اگر برای هر $x\in\Omega$، تمام مقادیر ویژه ماتریس $\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))$ در ناحیه باز $\mathrm{Re}(\lambda_i(\mathbf{A}(\mathbf{x})))<0$ باشند.

تعریف ۴- نمایش (۹) را یک نمایش آشکارپذیر (رویت‌پذیر) از سیستم غیرخطی (۸)، در ناحیه $\Omega\in R^n$ می‌گوییم، اگر برای هر $x\in\Omega$ زوج $\{\mathbf{A}(\mathbf{x}(t)),\mathbf{C}^T\mathbf{Q}^{1/2}\mathbf{C}\}$ به صورت نقطه‌ای از دیدگاه خطی آشکارپذیر (رویت‌پذیر) باشند.

---
1 State Dependent Coefficient (SDC)
2 Hamiltonian
3 Co-state
4 Riccati
5 Hurwitz

باتوجه به تعاریف بالا و با این فرض که ماتریس ضرایب حلقه بسته $(\mathbf{A}_{cl})$ برای تمام مقادیر $\mathbf{x}$ متقارن باشد، آن‌گاه براساس قضیه ۳ مرجع [۱۶] سیستم حلقه‌بسته پایدار مجانبی فراگیر می‌باشد. همچنین براساس قضیه ۲ همان مرجع با اعمال کنترل فیدبک (۱۵) سیستم حلقه‌بسته پایدار مجانبی محلی خواهد بود.

برای اثبات تعاریف ۲ و ۴ اگر مرتبه ماتریس‌های (۱۷) و (۱۸) کامل باشد، به ترتیب کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری سیستم تضمین می‌گردد.

$$\mathbf{M}^{C}=[\mathbf{B}(\mathbf{x}(t)) \quad \mathbf{A}(\mathbf{x}(t))\mathbf{B}(\mathbf{x}(t)) \quad \mathbf{A}^{2}(\mathbf{x}(t))\mathbf{B}(\mathbf{x}(t)) \quad \dots \quad \mathbf{A}^{n-1}(\mathbf{x}(t))\mathbf{B}(\mathbf{x}(t))] \tag{۱۷}$$

$$\mathbf{M}^{O}=[\mathbf{C} \quad \mathbf{CA}(\mathbf{x}(t)) \quad \mathbf{CA}^{2}(\mathbf{x}(t)) \quad \dots \quad \mathbf{CA}^{n-1}(\mathbf{x}(t))] \tag{۱۸}$$

۴- اعمال روش پیشنهادی بر روی سیستم ربات/ پروتز

همان‌گونه که اشاره شد،برای سیستم‌های چند متغیره می‌توان اثبات کرد که بی‌شمار نمایش ماتریس‌های ضرایب وابسته به حالت وجود دارد. این مزیت روش معادله ریکاتی وابسته به حالت انعطاف‌پذیری در طراحی را ایجاد می‌کند، که می‌توان به کمک آن بین معیارهای بهینگی، پایداری و مقاوم‌بودن مصالحه برقرار کرد و عملکرد سیستم را بهبود بخشید. اما برای سیستم‌های پیچیده‌ی رباتیکی با درجه آزادی بالا، فاکتورگیری و محاسبه ماتریس‌های وابسته به حالت کاری دشوار است. از این رو در این مقاله، ماتریس‌های پارامتریزه وابسته به حالت سیستم، با توجه به روش پیشنهادی مراجع [۳۰ و ۲۸] به صورت زیر انتخاب می‌شوند:

$$\mathbf{A}_{6\times6}(\mathbf{x}(t))=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{3\times3} & \mathbf{I}_{3\times3}\\ \mathbf{0}_{3\times3} & -\mathbf{M}_{3\times3}^{-1}(\mathbf{q}(t))\mathbf{C}_{p3\times3}(\mathbf{q}(t),\dot{\mathbf{q}}(t))\end{bmatrix} \tag{۱۹}$$

$$\mathbf{B}_{3\times6}(\mathbf{x}(t))=\begin{bmatrix}\mathbf{0}_{3\times3}\\ -\mathbf{M}_{3\times3}^{-1}(\mathbf{q}(t))\end{bmatrix} \tag{۲۰}$$

۴-۱- حرکت نقطه به نقطه

در این بخش هدف، بررسی اولیه عملکرد کنترل‌کننده در جابه‌جایی از نقطه پیش فرض ابتدایی، به نقطه موردنظر انتهایی برای وضعیت‌ها و سرعت‌ها می‌باشد. مراحل کار به صورت زیر است:

۱- معادله فضای حالت سیستم غیرخطی (۱) در نظر گرفته می‌شود.

۲- معادله (۷) به فرم ماتریس‌های ضرایب وابسته به حالت (۹) تبدیل می‌گردد.

۳- ماتریس‌های وزنی $\mathbf{R}$ و $\mathbf{Q}$، شرایط اولیه و نهایی انتخاب می‌شوند.

۴- معادله جبری ریکاتی (۱۶) برای محاسبه ماتریس مربعی $\mathbf{K}$ حل می‌گردد.

۵- سیگنال کنترل $\mathbf{u}_{(SDRE)}(t)$ (۱۵) بدست می‌آید.

۶- در نهایت قانون کنترلی به معادله فضای حالت سیستم حلقه بسته (۷) اعمال می‌گردد.

۴-۲- طراحی سیستم ردیاب با استفاده از تکنیک کنترل حالت انتگرالی

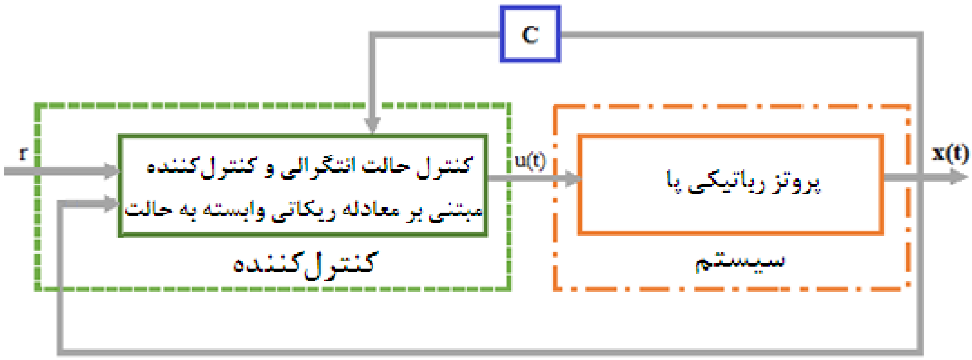
پس از حل مسئله کنترل حرکت نقطه به نقطه، به دنبال طراحی یک کنترل‌کننده ردیاب هستیم، بطوری که متغیرهای حالت q_1، q_2 و q_3 مسیرهای مطلوب ازپیش‌تعیین‌شده را دنبال کنند. برای این منظور از تکنیک کنترل حالت انتگرالی[۱] استفاده می‌شود، که علاوه بر تضمین ردیابی در حالت ماندگار، اثر اغتشاشهای ثابت را نیز برروی پاسخ سیستم حلقه‌بسته از بین می‌برد. در این روش انتگرال خطای ردیابی سه متغیر حالت اول، به عنوان متغیرهای حالت جدید به سیستم افزوده می‌گردد. حالت انتگرالی e به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{e}}(t)&=\mathbf{r}_d(t)-\mathbf{y}(t)=\mathbf{r}_d(t)-\mathbf{C}\mathbf{x}(t)\\ \dot{x}_7(t)&=r_{d1}(t)-x_1(t)\\ \dot{x}_8(t)&=r_{d2}(t)-x_2(t)\\ \dot{x}_9(t)&=r_{d3}(t)-x_3(t)\end{aligned} \tag{۲۱}$$

که در آن $\mathbf{r}_d(t)$ مسیرهای مطلوب (۶)، $y(t)$ خروجی سیستم و $\mathbf{C}=\mathbf{I}_{3\times3}$ ماتریس خروجی سیستم می‌باشند.

در نتیجه:

1 Integral state control



شکل ۲. سیستم کنترل حلقه‌بسته پیشنهادی
Fig. 2. Proposed closed-loop control system

$$\begin{aligned}\mathbf{x}_a &= [x_1 \quad x_2 \quad x_3 \quad x_4 \quad x_5 \quad x_6 \quad x_7 \quad x_8 \quad x_9] \\ &= [q_1 \quad q_2 \quad q_3 \quad \dot{q}_1 \quad \dot{q}_2 \quad \dot{q}_3 \quad \dot{x}_7 \quad \dot{x}_8 \quad \dot{x}_9]\end{aligned} \tag{۲۲}$$

در این صورت ماتریس‌های $\mathbf{A}_a(\mathbf{x}(t))$، $\mathbf{B}_a(\mathbf{x}(t))$ و $\mathbf{C}_a$ به شکل رابطه (۲۳) تنظیم می‌شوند.

$$\mathbf{A}_a(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(\mathbf{x}(t)) & \mathbf{0}_{3\times3} \\ -\mathbf{C} & \mathbf{0}_{3\times6} \end{bmatrix}_{9\times9}, \quad \mathbf{B}_a(\mathbf{x}(t)) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}(\mathbf{x}(t)) \\ \mathbf{0}_{3\times3} \end{bmatrix}_{9\times3}, \quad \mathbf{C}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{C} & \mathbf{0}_{3\times6} \end{bmatrix}_{3\times9} \tag{۲۳}$$

که در آن ماتریس‌های $\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))$ و $\mathbf{B}(\mathbf{x}(t))$ از (۱۹) و (۲۰) بدست می‌آیند. در نهایت معادلات حالت و خروجی سیستم‌افزوده به صورت رابطه (۲۳) تغییر می‌کنند:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_a(t) = \mathbf{A}_a(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{x}_a(t) + \mathbf{B}_a(\mathbf{x}(t))\,\mathbf{u}(t)_{3\times1} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \end{bmatrix}^T_{9\times9} \mathbf{r}(t)_{9\times1} \\ \mathbf{y}_a(t) = \mathbf{C}_a\,\mathbf{x}_a(t) \end{cases} \tag{۲۴}$$

در این صورت سیستم افزوده‌شده[1] کنترل‌پذیر کامل حالت است، اگر و فقط اگر رتبه ماتریس N به ازای همه x ها کامل باشد:

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \mathbf{B}(\mathbf{x}(t)) & \mathbf{A}(\mathbf{x}(t)) \\ \mathbf{0}_{3\times6} & -\mathbf{C} \end{bmatrix} \tag{۲۵}$$

لذا در صورت برقراربودن شرط بالا، می‌توان از کنترل‌کننده فیدبک حالت مبتنی بر روش معادله ریکاتی وابسته به حالت برای این سیستم استفاده‌کرد. بنابراین با اعمال روش معادله ریکاتی وابسته به حالت به سیستم‌افزوده شده (۲۴) و با توجه به معادلات (۱۵) و (۱۶)، قانون‌کنترل به صورت زیر بدست می‌آید.

$$\mathbf{u}_{\text{SDRE+ISC}}(t) = -\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_a^{\text{T}}(\mathbf{x}(t))\mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t))\mathbf{x}_a(t) \tag{۲۶}$$

$$\begin{aligned}&\mathbf{A}_a^T(\mathbf{x}_a(t))\;\mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t)) + \mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t))\;\mathbf{A}_a(\mathbf{x}_a(t)) \\ &- \mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t))\;\mathbf{B}_a(\mathbf{x}_a(t))\;\mathbf{R}^{-1}\mathbf{B}_a^T(\mathbf{x}_a(t))\;\mathbf{K}(\mathbf{x}_a(t)) + \mathbf{C}_a^T\,\mathbf{Q}_a^{1/2}\,\mathbf{C}_a = 0\end{aligned} \tag{۲۷}$$

شایان ذکر است که در این حالت ابعاد ماتریس Q مطابق با $\mathbf{x}_a(t)$ تغییر می‌کند. در نهایت این عملکرد به پایداری مجانبی سیستم حلقه بسته منجر خواهد شد و لذا متغیرهای حالت کراندار خواهندبود و خواهیم‌داشت:

$$\lim_{t\to\infty} \dot{\mathbf{e}}(t) = \lim_{t\to\infty} (\mathbf{r}_d(t) - \mathbf{y}(t)) = 0 \tag{۲۸}$$

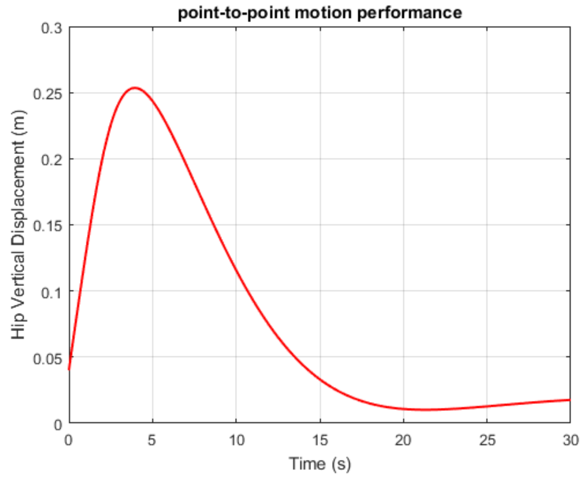
و در نتیجه :

$$\lim_{t\to\infty} \mathbf{y}(t) = \mathbf{r}_d(t) \tag{۲۹}$$

که نشان‌دهنده‌ی ردیابی ایده‌آل در حالت ماندگار می‌باشد. به طور کلی سیستم طراحی‌شده با فیدبک حالت انتگرالی ویژگی‌های خاص کنترل‌کننده‌های انتگرالی را دارد. در واقع این سیستم اثر اغتشاش ثابت در پاسخ سیستم حلقه‌بسته را تضعیف و در حالت ماندگار حذف می‌کند و در برابر تغییرات پارامترها تا حدی مقاوم است[۳۴]. بلوک دیاگرام سیستم کنترلی پیشنهادی مطابق شکل ۲ می‌باشد.

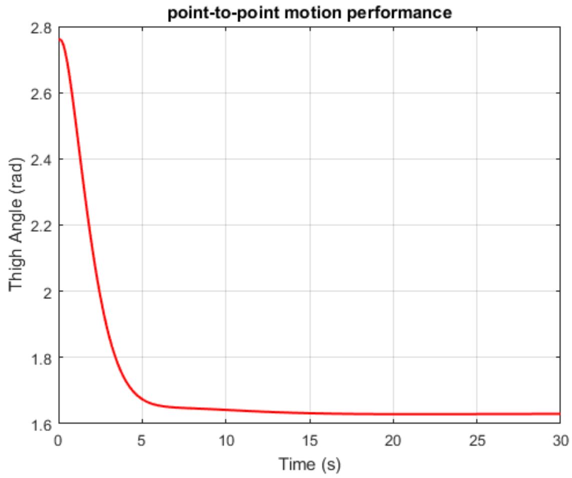
برای بررسی عملکرد سیستم کنترلی پیشنهادی، دو شاخص عملکردی براساس مقدار موثر خطای ردیابی و انرژی به صورت زیر تعریف می‌شود:

1 Augmented



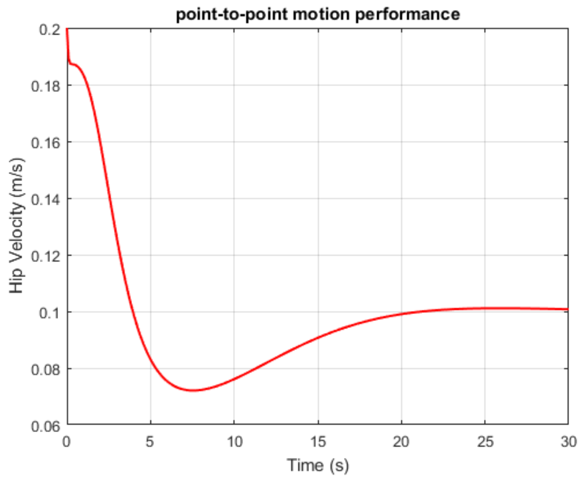
a) Hip vertical displacement

الف) جابه‌جایی عمودی لگن



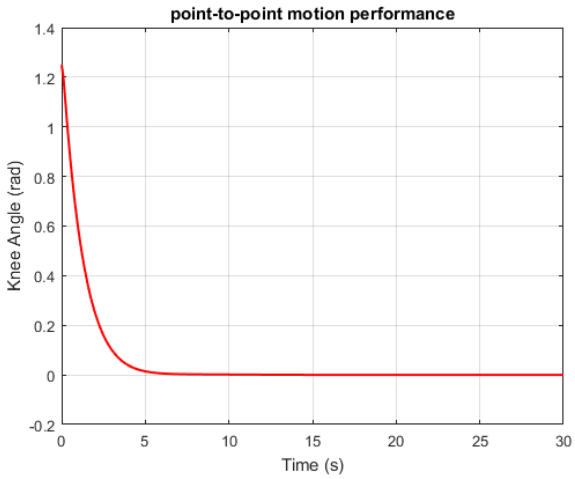
b) Thigh angle

ب) زاویه ران



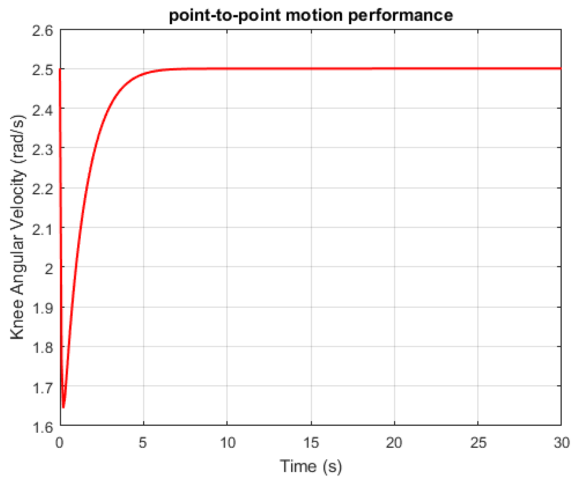
c) Knee angle

ج) زاویه زانو



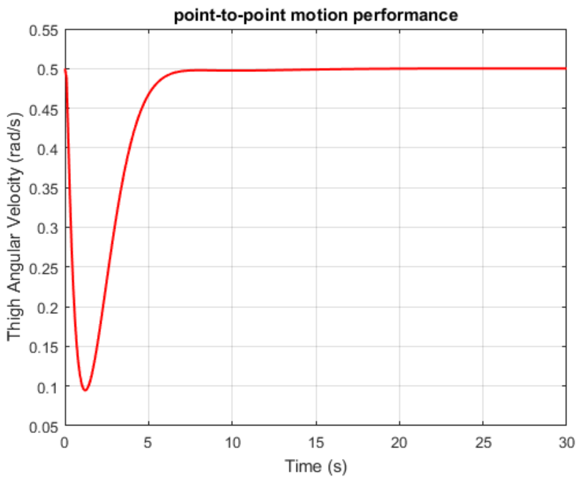
d) Hip velocity

د) سرعت جابه‌جایی لگن



e) Thigh angular velocity

ه) سرعت زاویه‌ای ران

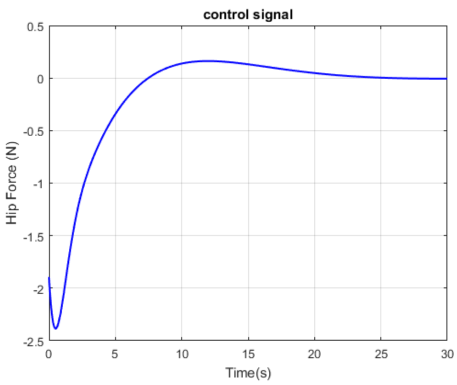


f) Knee angular velocity

و) سرعت زاویه‌ای زانو

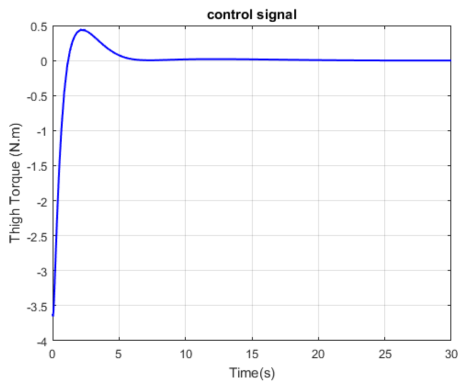
شکل ۳. عملکرد ردیابی در حرکت نقطه به نقطه (الف- و)

Fig. 3. Tracking performance in point-to-point motion (a-f)



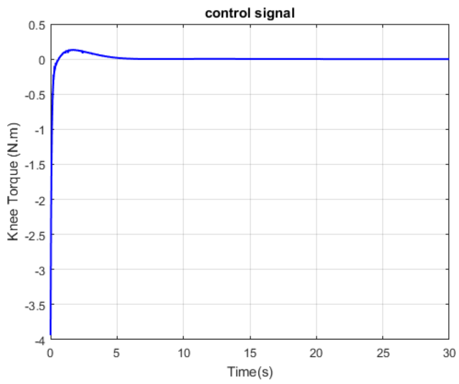
a) Hip force

الف) نیروی لگن



b) Thigh torque

ب) گشتاور ران



c) Knee torque

ج) گشتاور زانو

شکل ۴. سیگنال‌های کنترل در حرکت نقطه به نقطه (الف- ب- ج)

Fig. 4. Control signals in point-to-point motion (a-c)

$$RMSE_i = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(\mathbf{x}_i - \mathbf{r}_{di}\right)^2 dt} \qquad i = 1,\dots,6$$
$$RMSU_j = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T \left(\mathbf{u}_j\right)^2 dt} \qquad j = 1,2,3 \tag{۳۰}$$

که T مدت زمان یک گام محاسباتی است. $\mathbf{x}(t)$ ، $\mathbf{r}_d(t)$ و $\mathbf{u}(t)$ نیز برطبق رابطه (۶) می‌باشند. هزینه نرمالایزشده[1] از رابطه (۳۱) بدست می‌آید.

$$\mathrm{Cos}\,t_{Ei} = \frac{RMSE_i}{\max\limits_{t\in[0,T]}\left|\mathbf{x}_i - \mathbf{r}_{di}\right|} \qquad \mathrm{Cos}\,t_{Uj} = \frac{RMSU_j}{\max\limits_{t\in[0,T]}\left|\mathbf{u}_j\right|} \tag{۳۱}$$

1 Normalized Cost

رابطه (۳۲) نیز نشان‌دهنده هزینه ردیابی کلی، هزینه کنترل کلی و در نهایت هزینه مجموع آن‌ها می‌باشد.

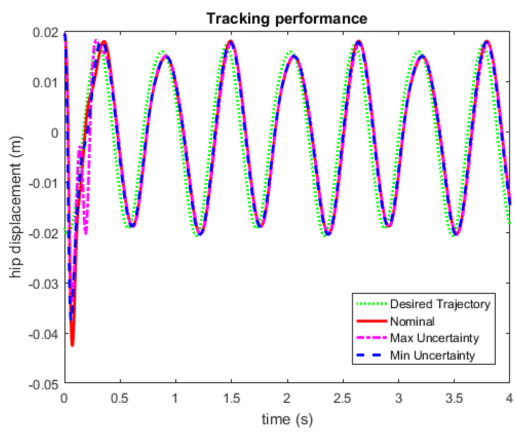
$$\mathrm{Cos}\,t_E = \sum_{i=1}^{6}\mathrm{Cos}\,t_{Ei} \qquad \mathrm{Cos}\,t_U = \sum_{j=1}^{3}\mathrm{Cos}\,t_{Uj}$$
$$\mathrm{Cos}\,t = \mathrm{Cos}\,t_E + \mathrm{Cos}\,t_U \tag{۳۲}$$

۵- نتایج شبیه‌سازی

در این بخش نتایج استفاده از کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی بر روی مدل معرفی‌شده در مرجع [۲] ، نشان‌داده می‌شود.

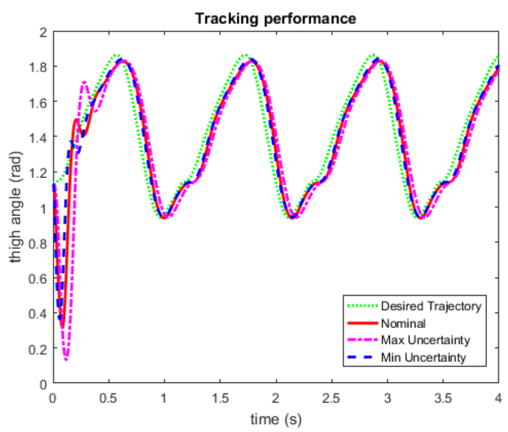
۵-۱- حرکت نقطه به نقطه

مقادیر اولیه $(\mathbf{x}_{initial})$ و مقادیر نهایی $(\mathbf{x}_{desired})$ متغیرهای حالت



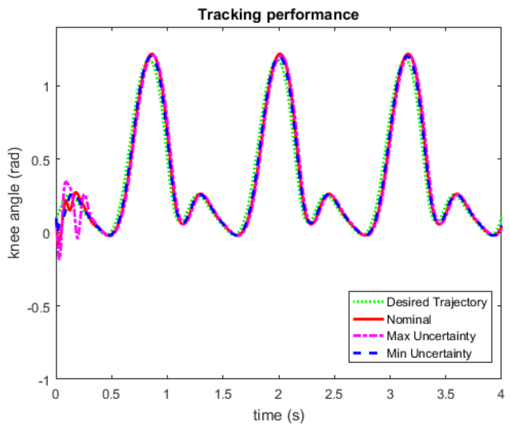
a) Hip vertical displacement (m)

الف) جابه‌جایی عمودی لگن (m)



b) Thigh angle (rad)

ب) زاویه ران (rad)



c) Knee angle (rad)

ج) زاویه زانو (rad)

شکل ۵. عملکرد ردیابی در حالت نامی و با ۳۰٪ عدم‌قطعیت با لحاظ‌کردن محدوده‌ی اشباع (الف- ب- ج)

Fig. 5. Tracking performance in nominal mode and with ٪30± uncertainty in presence of the saturation bound (a-c)

به صورت زیر در نظر گرفته می‌شوند:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{initial} &= [0.04, 2.76, 0.125, 0.2, 0.5, 2.5] \\ \mathbf{x}_{desired} &= [0.02, 1.63, 0, 0.1, 0.5, 2.5] \end{aligned} \quad (۳۳)$$

ماتریس‌های وزنی برای متغیرهای حالت و ورودی‌های کنترلی در تابع هزینه (۱۱)، به صورت $\mathbf{Q} = 10 \times \mathbf{I}_{6\times6}$ و $\mathbf{R} = \mathbf{I}_{3\times3}$ تعیین شده‌اند. در این زیربخش برای رسم وضعیت‌ها و سرعت‌های آن‌ها ماتریس خروجی $\mathbf{C} = \mathbf{I}_{6\times6}$ در نظرگرفته شده‌است. با این انتخاب‌ها، نتایج شبیه‌سازی متغیرهای حالت x_1 تا x_6 در شکل ۳ رسم شده‌است.

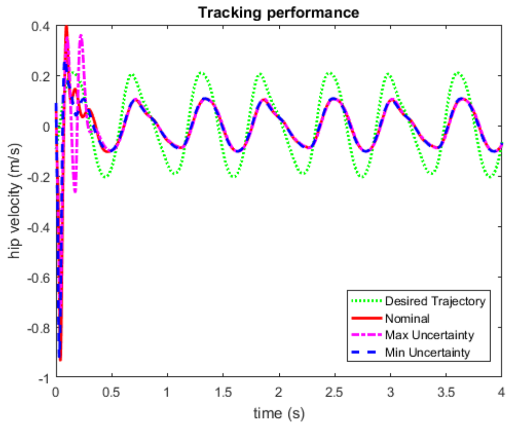
همانطور که مشاهده می‌گردد با انتخاب مناسب ماتریس‌های وزنی در تابع هزینه (۱۱)، مقدار متغیرهای حالت با گذشت زمان به آرامی تغییرکرده و به صورت مجانبی به مقادیر مطلوب میل می‌نمایند.

در شکل ۴ مقدار سیگنال‌های کنترلی نشان‌داده شده‌است. همانطور که ملاحظه می‌گردد، در ابتدای حرکت به دلیل خطایی که در اثر اختلاف بین نقطه شروع با نقطه نهایی وجود دارد مقدار نیرو و گشتاور زیاد می‌باشد، اما با گذشت زمان و رسیدن به نقطه مطلوب مقدار آن‌ها نیز کاهش می‌یابد.

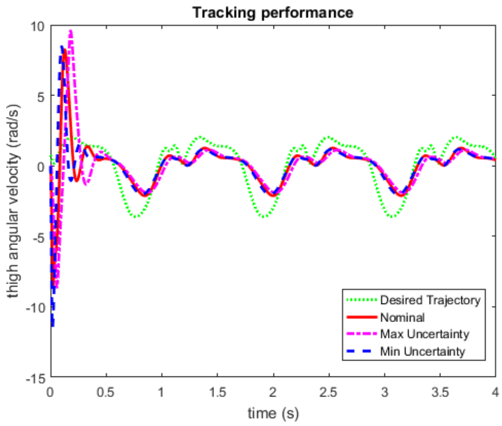
۵-۲- کنترل‌کننده ردیاب

در بخش ردیابی برای مسیر مطلوب از داده‌های مرجع [۲] استفاده شده است که داده‌های پیاده‌روی از آزمایشگاه مطالعه حرکت[1] مرکز

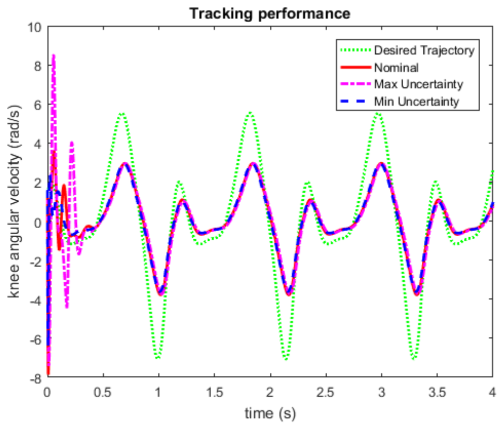
1 Motion Studied Laboratory (MSL)



a) Hip velocity (m/s)
الف) سرعت جابه‌جایی لگن (m/s)



b) Thigh angular velocity (rad/s)
ب) سرعت زاویه‌ای ران (rad/s)



c) Knee angular velocity (rad/s)
ج) سرعت زاویه‌ای زانو (rad/s)

شکل ۶. عملکرد ردیابی سرعت‌ها در حالت نامی و با ۳۰٪ عدم‌قطعیت با لحاظ‌کردن محدوده‌ی اشباع (الف- ب- ج)

Fig. 6. Velocities tracking performance in nominal mode and with ٪۳۰± uncertainty in presence of the saturation bound (a-c)

پزشکی امور جانبازان کلیولند[1] می‌باشند. به منظور مقایسه، شرایط اولیه ($\mathbf{x}_{initial}$) مطابق با مرجع [۲] در نظرگرفته شده‌اند، ماتریس‌های وزنی برای متغیرهای حالت و ورودی‌های کنترلی کنترل‌کننده نیز به صورت زیر تعیین شده‌اند:

$$\mathbf{x}_{initial} = [0.019, 1.13, 0.09, 0.09, 0, 1.6, 0, 0, 0]$$
$$\mathbf{Q} = diag(10^4, 10^4, 10^4, 10^5, 10^5, 10^5, 10^{16}, 10^{13}, 10^{13})_{9\times 9} \quad (۳۴)$$
$$\mathbf{R} = diag(10^4, 10^4, 10^5)_{3\times 3}$$

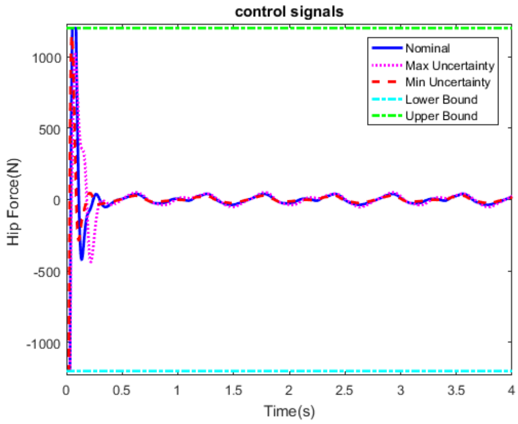
از آن‌جایی که گشتاور لازم برای به‌حرکت‌درآوردن بازوها و انتقال جرم، توسط موتورهای جریان مستقیم[2] صورت می‌گیرد، باید در نظر داشت که این موتورها دارای محدودیت‌های سرعت و گشتاور هستند که باید در شبیه‌سازی‌ها لحاظ‌گردند [۲۹-۳۰]:

$$\mathbf{F}(\mathbf{u}(t)) = \begin{bmatrix} sat(u_1(t)) \\ sat(u_2(t)) \\ sat(u_3(t)) \end{bmatrix}$$
$$sat(u_i(t)) = \begin{cases} u_{i,\max}(t) & , \quad if \quad u_i(t) > u_{i,\max}(t) \\ u_i(t) & , \quad if \quad u_{i,\min}(t) < u_i(t) < u_{i,\max}(t) \\ u_{i,\min}(t) & , \quad if \quad u_{i,\min}(t) > u_i(t) \end{cases} \quad ,i=1,2,3 \quad (۳۵)$$

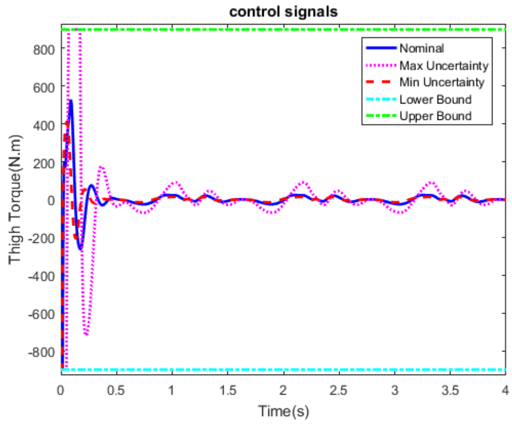
حداقل و حداکثر مقدار ورودی‌های کنترلی که نباید از حد مجاز خارج شوند، مطابق معادله (۳۶) محاسبه می‌شوند.

1 Cleveland Department of Veterans Affairs Medical Center (VAMC)

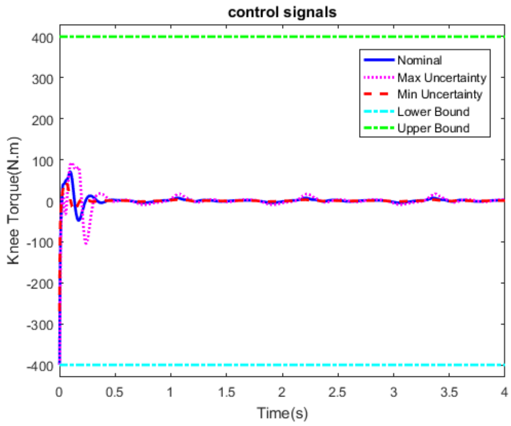
2 Direct Current (DC)



a) Hip force (N)
الف) نیروی لگن (N)



b) Thigh torque (N.m)
ب) گشتاور ران (N.m)



c) Knee torque (N.m)
ج) گشتاور زانو (N.m)

شکل ۷. سیگنال‌های کنترل در حالت نامی و با اعمال عدم‌قطعیت ۳۰٪ و با لحاظ‌کردن محدوده‌ی اشباع (الف– ب– ج)
Fig. 7. Control signals in nominal mode and with ٪۳۰± uncertainty in presence of the saturation bound (a-c)

$$u_{i,min}^{max}(t) = \pm u_{i,stall} - \frac{u_{i,stall}}{w_{i,nl}} w_i(t) \qquad (۳۶)$$

که در آن $u_{i,stall}$ گشتاور حد اشباع موتور، $w_{i,nl}$ سرعت بدون بار و $w_i(t)$ سرعت واقعی موتور iام می‌باشند. در نتیجه در ادامه، برای نیروی جابه‌جایی لگن، گشتاور ران و گشتاور زانو محدوده‌های مجازی به ترتیب برابر N [۱۲۰۰و۱۲۰۰-]، N.m [۹۰۰و۹۰۰-] و N.m [۴۰۰و۴۰۰-] در نظر گرفته می‌شود. از این‌رو با تنظیم صحیح ماتریس‌های وزنی R و Q تلاش شده‌است که سیگنال‌های کنترلی از این حدهای مجاز فراتر نروند.

شکل ۵ عملکرد ردیابی را در حالت نامی و با لحاظ کردن حداکثر و حداقل عدم قطعیت، برای مقایسه حالت‌های سیستم حلقه‌بسته با مسیرهای مطلوب نشان می‌دهد. نتایج شبیه‌سازی نشان‌دهنده‌ی عملکرد خوب در ردیابی موقعیت و زاویه‌ها می‌باشد. همچنین بررسی شکل‌ها نشان می‌دهد که بعد از یک حالت‌گذرای اولیه، که بدلیل اختلاف بین مقادیر اولیه مسیرهای مرجع و حالت‌ها می‌باشد، ردیابی در حالت نامی و در حضور عدم قطعیت و تغییر در مقادیر پارامترها، مشابه است که این امر بیانگر رضایت‌بخش بودن عملکرد مقاوم کنترل‌کننده مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت می‌باشد.

شایان ذکر است که در این مقاله هدف اصلی ردیابی جابه‌جایی عمودی لگن و زوایای ران و زانو می‌باشد، اما بدین منظورکه نشان داده شود سرعت‌های آن‌ها نیز رفتار داده‌های مرجع را دنبال می‌کنند

جدول۲. شاخص‌های عددی مقدار موثر خطای ردیابی همه حالت‌ها، مقدار موثر همه سیگنال‌های کنترل، هزینه ردیابی کلی، هزینه کنترل کلی و هزینه‌کل

Table 2. Numerical indicators of $RMSE_i$, $RMSU_i$, $Cost_E$, $Cost_U$, and Cost

	شاخص‌های عددی این مقاله با اعمال محدوده اشباع			شاخص‌های عددی مرجع [۲]		
	پارامترهای نامی	حداقل تغییر پارامترها (٪۳۰-)	حداکثر تغییر پارامترها (٪۳۰+)	پارامترهای نامی	حداقل تغییر پارامترها (٪۳۰-)	حداکثر تغییر پارامترها (٪۳۰+)
مقدار موثر خطای ردیابی حالت اول (m)	۰/۰۰۶۴	۰/۰۰۵۶	۰/۰۰۶۸	۰/۰۰۱۴	۰/۰۰۱۵	۰/۰۰۵۰
مقدار موثر خطای ردیابی حالت دوم (rad)	۰/۱۴۴۶	۰/۱۱۹۶۶	۰/۲۰۹۸۷	۰/۰۰۷۸	۰/۰۰۹۰	۰/۰۰۷۰
مقدار موثر خطای ردیابی حالت سوم (rad)	۰/۰۸۱۴	۰/۰۶۱۶۰	۰/۱۱۰۵۸	۰/۰۰۴۹	۰/۰۰۵۳	۰/۰۰۴۹
مقدار موثر خطای ردیابی حالت چهارم (m/s)	۰/۱۱۱۴	۰/۱۰۶۳۹	۰/۱۱۴۰۶	۰/۰۰۸۹	۰/۰۱۰۱	۰/۰۱۴۸
مقدار موثر خطای ردیابی حالت پنجم (rad/s)	۱/۵۴۳۴	۱/۵۶۶۵	۱/۷۵۱۱	۰/۰۶۸۳	۰/۰۷۶۰	۰/۰۶۹۵
مقدار موثر خطای ردیابی حالت ششم (rad/s)	۱/۶۱۳۲	۱/۵۴۴۲	۱/۸۶۴۵	۰/۰۳۱۷	۰/۰۳۳۵	۰/۰۴۱۰

جدول۲. شاخص‌های عددی مقدار موثر خطای ردیابی همه حالت‌ها، مقدار موثر همه سیگنال‌های کنترل، هزینه ردیابی کلی، هزینه کنترل کلی و هزینه‌کل

Table 2. Numerical indicators of $\mathbf{RMSE_i}$, $\mathbf{RMSU_i}$, $\mathbf{Cost_E}$, $\mathbf{Cost_U}$, and Cost

	شاخص‌های عددی این مقاله با اعمال محدوده اشباع			شاخص‌های عددی مرجع [۲]		
	پارامترهای نامی	حداقل تغییر پارامترها (-۳۰٪)	حداکثر تغییر پارامترها (+۳۰٪)	پارامترهای نامی	حداقل تغییر پارامترها (-۳۰٪)	حداکثر تغییر پارامترها (+۳۰٪)
مقدار موثر سیگنال کنترل اول (N)	۱۷۵/۹۰۲۹	۱۳۵/۹۳۱۲	۱۶۵/۳۶۴۲	۵۱۴	۵۴۴	۴۶۴
مقدار موثر سیگنال کنترل دوم (N.m)	۸۸/۲۲۶	۷۰/۵۲۳۹	۲۰۹/۸۰۶۱	۱۷۰	۱۸۰	۱۴۶
مقدار موثر سیگنال کنترل سوم (N.m)	۱۶/۳۷۷	۸/۷۳۳	۲۴/۴۶۲۶	۱۰۲	۱۰۹	۸۷
هزینه ردیابی کلی	۱/۱۸۷۶	۱/۱۸۵	۱/۲۴۵۳	۱/۱۲	۱/۲۴	۱/۵۶
هزینه کنترل کلی	۰/۲۸۵۵	۰/۲۲۴۰	۰/۴۳۲۰۸	۱/۴۸	۱/۵۷	۱/۳۰
هزینه کل	۱/۴۷۳۱	۱/۴۰۹	۱/۶۷۷۳	۲/۶۰	۲/۸۰	۲/۸۶

و کراندار باقی می‌مانند، سرعت‌ها نیز در شکل ۶ رسم شده‌اند. در نتیجه برای رسم تمامی حالت‌ها در این بخش ماتریس خروجی $\mathbf{I}_{9\times9}$ در نظرگرفته شده‌است.

شکل ۷ سیگنال‌های کنترل را با درنظرگرفتن پارامترهای نامی و با تغییر **۳۰٪** ± در مقدار آن‌ها و همچنین با اعمال محدوده‌ی اشباع نشان می‌دهد. همانطور که ملاحظه می‌گردد در لحظه شروع بدلیل اختلاف بین شرایط اولیه با مسیرهای مطلوب، سیگنال‌های کنترل به مقدار اشباع خود رسیده‌اند، که در این آنالیز خیلی تاثیرگذار نمی‌باشد چرا که بعد از تقریبا ۰/۲ ثانیه با از بین‌رفتن خطا و قرارگیری در مسیر مطلوب از مقدار آن‌ها کاسته شده و دامنه سیگنال‌های کنترلی در محدوده‌ی بسیار مناسبی قرار می‌گیرند. در مقایسه با مرجع [۲] نیز مشاهده می‌شود که دامنه سیگنال‌های کنترلی روش پیشنهادی در این مقاله بسیار کمتر هستند. از سوی دیگر دیده‌می‌شود که در طول زمان، دامنه سیگنال‌های کنترلی در حالت نامی و با اعمال عدم قطعیت تقریبا ثابت باقی می‌مانند که این امر نیز نشان‌دهنده‌ی عملکرد مقاوم مطلوب کنترل‌کننده‌ی مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت در این مورد می‌باشد. شاخص‌های عددی این بخش در جدول ۲ ارائه شده‌اند.

در جدول ۲ خلاصه‌ای از شاخص‌های عددی براساس معادلات (۳۱) تا (۳۳) آورده شده‌است. این جدول همچنین نتایج مرجع [۲] را برای مقایسه نشان می‌دهد. همان‌طور که دیده‌می‌شود روش پیشنهادی عملکرد بسیار بهتری در بهینه‌سازی انرژی مصرفی دارد، بطوری که در حالت نامی هزینه کلی کنترل[1] ۸۰/۷۱ ٪ کاهش یافته است. عملکرد ردیابی موقعیت‌ها نیز مطلوب می‌باشد اگرچه هزینه کلی ردیابی[2] ۶/۰۴ ٪ کمتر از مرجع [۲] است و هزینه‌کل[3] نیز در رویکرد پیشنهادی ۴۳/۳۴٪ کاهش می‌یابد. بررسی خاصیت مقاومت کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی با اعمال ۳۰٪ ± تغییر در مقدار پارامترهای سیستم در مقایسه با مرجع [۲] برای حداکثر عدم‌قطعیت نشان‌دهنده‌ی کاهش ۴۱/۳۵٪ درهزینه‌کل، ۶۶/۷۶٪ در هزینه کلی کنترل و ۲۰/۱۷ ٪ در هزینه کلی ردیابی می‌باشد. شاخص‌های عددی بعد از اعمال حداقل عدم‌قطعیت در مقدار پارامترهای سیستم نیز بیان‌کننده‌ی کاهش ۴۹/۶۸ ٪ در هزینه‌کل، ۴/۴۴ ٪ در هزینه کلی ردیابی و ۸۵/۷۳ ٪ در هزینه کلی کنترل هستند. که این نتایج نشان‌دهنده‌ی عملکرد مطلوب کنترل‌کننده‌ی پیشنهادی در حضور عدم‌قطعیت‌های پارامتری می‌باشد.

شایان ذکر است که به منظور مقایسه رویکرد پیشنهادی در این مقاله با مرجع [۲]، در محاسبات مربوط به هزینه کلی ردیابی، هزینه هر شش حالت (موقعیت‌ها و سرعت‌ها) لحاظ شده‌است، هر چند که ردیابی سرعت‌ها هدف این تحقیق نبوده و کاملا دقیق هم صورت‌نگرفته‌است، با این وجود همچنان هزینه‌کل و مقدار انرژی مصرفی در این مقاله هم در حالت نامی و هم با اعمال عدم‌قطعیت‌ها کمتر از مرجع [۲] می‌باشد.

۶- نتیجه‌گیری

در این مقاله ترکیبی از رویکرد معادله ریکاتی وابسته به حالت و کنترل حالت انتگرالی به عنوان یک کنترل‌کننده برای یک پروتز رباتیکی بالای زانوی فعال طراحی شده‌است. نوآوری این مقاله بطور خلاصه بدین شرح می‌باشد: استفاده از کنترل بهینه غیرخطی مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت برای کمینه‌کردن انرژی مصرفی این سیستم که یکی از چالش‌های طراحی پروتزهای رباتیکی می‌باشد. استفاده از کنترل حالت انتگرالی برای بهبود ردیابی و حذف اغتشاشات ثابت در بررسی عملکرد مطلوب پروتز پا در تعقیب و تکرار راه‌رفتن افراد سالم. استفاده از کنترلی مبتنی بر بهینگی که خاصیت مقاومت نیز در برابر عدم‌قطعیت‌ها، نویز و اغتشاشات خارجی نیز دارد. هدف اصلی این تحقیق در ابتدا کاهش انرژی مصرفی و سپس ردیابی مطلوب جابه‌جایی عمودی لگن، زاویه ران و زاویه زانو بوده است. بدین منظور ابتدا معادلات حالت سیستم غیرخطی به فرم پارامتریزه وابسته به حالت تبدیل شدند، اصلاحات مربوط به کنترل حالت انتگرالی انجام‌شد و بعد از انتخاب ماتریس‌های وزنی R و Q و با حل یک معادله ریکاتی وابسته به حالت و محاسبه ماتریس K، سیگنال کنترلی محاسبه و به مدل ربات/ پروتز اعمال‌گردید. در نهایت شبیه‌سازی‌ها برای دو حالت نقطه به نقطه و ردیابی در حالت نامی سیستم و همچنین با اعمال عدم‌قطعیت ۳۰٪ ± با لحاظ‌کردن محدوده‌های مجاز محرک‌ها انجام‌شد و تلاش‌گردید که سیگنال‌های کنترلی از آن محدوده‌ها خارج نگردند. در نهایت بررسی نتایج نشان‌دهنده‌ی عملکرد مطلوب در ردیابی وضعیت‌ها حتی با وجود ۳۰٪ ± تغییر در مقدار پارامترهای سیستم بود. نتایج عددی نیز بیان‌کننده‌ی کاهش قابل‌ملاحظه‌ی انرژی مصرفی و همچنین مقدار هزینه‌کل روش پیشنهادی نسبت به کنترل امپدانس تطبیقی مقاوم بوده‌است. در آینده، طراحی کنترل‌کننده ردیاب برای هر شش حالت صورت خواهدگرفت. با فرض در دسترس‌نبودن تمامی حالت‌های سیستم از تخمین‌گر مبتنی بر معادله ریکاتی وابسته به حالت برای تخمین حالت‌های سیستم استفاده‌خواهدشد و همچنین برای افزایش مقاومت سیستم حلقه بسته نسبت به تغییر پارامترهای مدل ساختار کنترل‌کننده پیشنهادی با اضافه‌کردن کنترل مقاوم ارتقاء خواهدیافت.

علائم انگلیسی

$\mathbf{A}(\mathbf{x}(t))$	ماتریس ضرایب حالت سیستم
$\mathbf{A}_a(\mathbf{x}(t))$	ماتریس ضرایب حالت سیستم افزوده‌شده
$\mathbf{A}_{cl}$	ماتریس حلقه بسته سیستم
$\mathbf{B}(\mathbf{x}(t))$	ماتریس ضرایب کنترل سیستم
$\mathbf{B}_a(\mathbf{x}(t))$	ماتریس ضرایب کنترل سیستم افزوده‌شده
b	دمپینگ محرک چرخشی، N-m-s
C	ماتریس ضرایب خروجی سیستم

1 $Cost_U$
2 $Cost_E$
3 Cost

$\mathbf{C}_a$	ماتریس ضرایب خروجی سیستم افزوده‌شده
$\mathbf{C_p}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$	ماتریس کریولیس و جانب مرکز
$\mathrm{Cos}\,t_E, \mathrm{Cos}\,t_U$	هزینه کلی کنترل و ردیابی
Cost	هزینه کل در مجموع
F_x	مولفه افقی از نیروهای واکنش زمین(GRF) به روی هر مفصل
F_z	مولفه عمودی از نیروهای واکنش زمین (GRF) به روی هر مفصل
$\mathbf{G_p}(\mathbf{q})$	بردار گرانشی
J_0	تابع هزینه
k_b	سختی تسمه
$K(x(t))$	ماتریس بهره فیدبک کنترل‌کننده
L_z	موقعیت عمودی از پایین پا در فریم کلی (x_0, y_0, z_0)
l_2	طول ران پا، m
l_3	طول ساق پا، m
$\mathbf{M}(\mathbf{q})$	ماتریس اینرسی
Q	بردار جابه‌جایی‌های کلی مفصل
q_1	جابه‌جایی عمودی لگن، m
q_2	زاویه‌ی ران، rad
q_3	زاویه‌ی زانو،rad
Q	ماتریس وزنی متغیرهای حالت کنترل‌کننده
R	ماتریس وزنی ورودی کنترلی
$\mathbf{R_p}(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}})$	بردار دمپینگ غیرخطی
r_d	مسیرهای مطلوب
$RMSE_i$	مقدار موثرخطاهای ردیابی هر حالت
$RMSU_i$	مقدار موثر سیگنال‌های کنترلی
S_z	فاصله عمودی بین مبدأ قاب کلی و تسمه، m
$\mathbf{T_e}$	اثر ترکیبی مولفه افقی F_x و مولفه عمودی F_z از نیروهای واکنش زمین (GRF) به روی هر مفصل
$\mathbf{u}_{(SDRE+CI)}(t), \mathbf{u}_{(SDRE)}(t), \mathbf{u}(t)$	سیگنال کنترل
$u_{i/stall}$	گشتاور حد اشباع موتور
$u_{i,\min}^{\max}(t)$	حداکثر و حداقل محدوده‌ی گشتاور موتور
$\omega_{i/nl}$	سرعت بدون بار موتور i ام
$\omega_i(t)$	سرعت واقعی موتور i ام
$\mathbf{x}_a(t)$	متغیرهای حالت سیستم افزوده‌شده
$\mathbf{x}_{initial}$	شرایط اولیه متغیرهای حالت
$\mathbf{x}_{desired}$	مقدار نهایی متغیرهای حالت
$y(t)$	خروجی سیستم
	علائم یونانی
$\lambda(t)$	بردار شبه حالت
β	ضریب اصطکاک تسمه

مراجع

[1] SF. Tabatabi Ghomshe, R. Osqueizadehi, SH. Navabi, Trans-Tibial Amputee Gait Correction through Real-Time Visual Feedback, Journal of Sport Biomechanics, 3)1) (2016) 32-25. (in Persian)

[2] V. Azimi, D. Simon, H. Richter, Stable robust adaptive impedance control of a prosthetic leg, In Dynamic Systems and Control Conference (Vol. 57243, p. V001T09A003), American Society of Mechanical Engineers, (2015).

[3] SM. Moosavi, Derivative-free Kalman filter-based control of nonlinear systems with application to transfemoral prostheses, (Doctoral dissertation, Cleveland State University), (2017).

[4] H. Richter, D. Simon, WA. Smith, S. Samorezov, Dynamic modeling, parameter estimation and control of a leg prosthesis test robot, Applied Mathematical Modeling, 2)39) (2015) 73-559.

[5] V. Azimi, D. Simon, H. Richter, SA. Fakoorian, Robust composite adaptive transfemoral prosthesis control with non-scalar boundary layer trajectories, In 2016 American Control Conference (ACC), (2016) 3007-3002. IEEE.

[6] D. Ebeigbe, D. Simon, H. Richter, Hybrid function approximation based control with application to prosthetic legs, In 2016 Annual IEEE Systems Conference (SysCon), (2016) 6-1. IEEE.

[7] V. Azimi, S. Abolfazl Fakoorian, T. Tien Nguyen, D. Simon, Robust adaptive impedance control with application to a transfemoral prosthesis and test robot. Journal of Dynamic

Systems, Measurement, and control, 12)140) (2018).

[8] V. Azimi, T. Shu, H. Zhao, R. Gehlhar, D. Simon, AD. Ames, Model-based adaptive control of transfemoral prostheses: theory, simulation, and experiments. IEEE Transaction on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, (2019).

[9] A. Bavarsad, A. Fakharian, MB. Menhaj, Optimal Sliding Mode Controller for an Active Transfemoral Prosthesis Using State-Dependent Riccati Equation Approach, Arabian Journal for Science and Engineering, (2020) 14-1. https://doi.org/10.1007/s04563-020-13369-x

[10] JJ. Slotine, W. Li, Applied nonlinear control. Englewood Cliffs, NJ: Prentice hall; (1991).

[11] V. Azimi, A. Fakharian, Robust Mixed-Sensitivity Gain-Scheduled H∞ Tracking Control of a Nonlinear Time-Varying IPMSM via a T-S Fuzzy Model, In9 2012th France-Japan & 7th Europe-Asia Congress on Mechatronics (MECATRONICS)/13th Int'l Workshop on Research and Education in Mechatronics (REM), (2012) 352-345. IEEE.

[12] V. Azimi, MB. Menhaj, A. Fakharian, Fuzzy Mixed-Sensitivity Control of Uncertain Nonlinear Induction Motor. Majlesi Journal of Electrical Engineering, 2)8) (2014).

[13] V. Azimi, A. Fakharian, MB. Menhaj, Position and Current Control of an IPMSM by Using Loop-Shaping Methodology: Blending of H_∞ Mixed-Sensitivity Problem and T-S Fuzzy Model Scheme. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 5)135) (2013).

[14] A. Fakharian, V. Azimi, Robust Mixed-Sensitivity H_∞ Control for a Class of MIMO Uncertain Nonlinear IPM Synchronous Motor via T-S Fuzzy Model. In17 2012th International Conference on Methods & Models in Automation & Robotics (MMAR), (2012) 551-546.

[15] V. Azimi, MB. Menhaj, A. Fakharian, Tool Position Tracking Control of a Nonlinear Uncertain Flexible Robot Manipulator by Using Robust H2/H∞ Controller via T-S Fuzzy Model, Sadhana, 2)40) (2015) 333-307.

[16] T. Çimen, State-dependent Riccati equation (SDRE) control: A survey, IFAC Proceedings Volumes, 2)41) (2008) 75-3761.

[17] HT. Banks, BM. Lewis, HT. Tran, Nonlinear feedback controllers and compensators: A state-dependent Riccati equation approach, Computational Optimization and Applications, 2)37) (2007) 218-177.

[18] JR. Cloutier, DT. Stansbery, The capabilities and art of state-dependent Riccati equation-based design, In Proceedings of the 2002 American Control Conference, (IEEE Cat. No. CH37301), Vol. 1 (2002) 91-86.

[19] T. Çimen, SP. Banks, Nonlinear Optimal Tracking Control with Application to Super-tankers for Autopilot Design. Automatica, 11)40) (2004) 1863-1845.

[20] A. Fakharian, MT. Hamidi Beheshti, A. Davari, Solving the Hamilton-Jacobi-Bellman equation using Adomian decomposition method, International Journal of Computer Mathematics, 12)87) (2010) 85-2769.

[21] A. Fakharian, MT. Hamidi Beheshti, Solving Linear and Nonlinear Optimal Problem Using Modified Adomian Decomposition Method. Journal of Computer & Robotics, 1)1) (2010).

[22] J. Jung, SY. Park, SW. Kim, YH. Eun, YK. Chang, Hardware in-the-loop Simulations of Spacecraft Attitude Synchronization using the State-dependent Riccati Equation Technique, Advances in Space Research, 3)51) (2013) 449-434.

[23] F. Ornelas-Tellez, JJ. Rico, R. Ruiz-Cruz, Optimal tracking for state-dependent coefficient factorized nonlinear systems, Asian Journal of Control, 3)16) (2014) 903-890.

[24] H. Ghane, MB. Menhaj, Pseudo linear systems: stability analysis and limit cycle emergence. Journal of Control Engineering and Applied Informatics, 2)16) (2014) 89-78.

[25] M. Innocenti, F. Baralli, F. Salotti, A. Caiti, Manipulator path control using SDRE, InProceeding of the 2000 American Control Conference, ACC (IEEE Cat. No.00CH36334) Vol. 5 (2000) 3352-3348. IEEE.

[26] S. Kiliçaslan, Tracking control of elastic joint parallel robots via state-dependent Riccati equation, Turkish Journal of Electrical Engineering & Computer Sciences, 23 (2) (2015) 538-522.

[27] M. Xin, SN. Balakrishnan, Z. Huang, Robust state dependent Riccati equation based robot manipulator control. InProceeding of the 2001 IEEE International Conference on Control Applications, (2001) 374-369.

[28] MH. Korayem, SR. Nekoo, State-dependent differential Riccati equation to track control of time-varying systems

with state and control nonlinearities, ISA Transactions, 57 (135-117(2015.

[29] MH. Korayem, M. Irani, S. RAFINEKOU, Analysis of manipulators using SDRE: A closed loop nonlinear optimal control approach, (2010).

[30] MH. Korayem, SR. Nekoo, Finite-time state-dependent Riccati equation for time-varying nonaffine systems: Rigid and flexible joint manipulator control, ISA Transaction, 54 (2015) 144-125.

[31] H. Beikzadeh, HD. Taghirad, Stability analysis of the discrete-time difference SDRE state estimator in a noisy environment, In 2009 IEEE International Conference on Control and Automation, (2009) 1756-1751. IEEE.

[32] M. Habibnejad Korayem, S. Rafee Nako, N. Yousefi Lademakhi, The SDRE controller and estimator design for flexible joint manipulators in presence of noise and disturbance, Modares Mechanical Engineering, 8)16) (2016) 12-1. (in Persian)

[33] SS. Moosapour, G. Alizadeh, S. Khanmohammadi, Three-Dimensional Optimal Robust Guidance Law Design for Missile Using Sliding-Mode Control and SDRE Control. Journal of Control, 2)6) (2012) 64-55.

[34] AK. Sedigh, Modern Control Systems, (2003). (in Persian)

پیوست

$$\begin{aligned}
P_1 &= m_1 + m_2 + m_3 \\
P_2 &= m_3 l_2 + m_2 l_2 + m_2 c_2 \\
P_3 &= m_3 c_3 \\
P_4 &= I_{2z} + I_{3z} + m_2 c_2^2 + m_3 c_3^2 + m_2 l_2^2 + m_3 l_2^2 + 2 m_2 c_2 l_2 \\
P_5 &= m_3 c_3 l_2 \\
P_6 &= m_3 c_3^2 + I_{3z} \\
P_7 &= b \\
P_8 &= f
\end{aligned} \tag{پ-۱}$$

$$\begin{aligned}
M(1,1) &= P_1 \\
M(1,2) &= P_3 \cos(q_3+q_2)+P_2 \cos(q_2) \\
M(1,3) &= P_3 \cos(q_3+q_2) \\
M(2,1) &= M(1,2) \\
M(2,2) &= P_4+2P_5 \cos(q_3) \\
M(2,3) &= P_6+P_5 \cos(q_3) \\
M(3,1) &= M(1,3) \\
M(3,2) &= M(2,3) \\
M(3,3) &= P_6
\end{aligned} \tag{پ-۲}$$

$$\begin{aligned}
C_p(1,1) &= 0 \\
C_p(1,2) &= -\dot{q}_2(P_3 \sin(q_2+q_3)+P_2 \sin(q_2))-\dot{q}_3 P_3 \sin(q_2+q_3) \\
C_p(1,3) &= -\dot{q}_2 P_3 \sin(q_3+q_2)-\dot{q}_3 P_3 \sin(q_3+q_2) \\
C_p(2,1) &= 0 \\
C_p(2,2) &= -\dot{q}_3 P_5 \sin(q_3) \\
C_p(2,3) &= -\dot{q}_2 P_5 \sin(q_3)-\dot{q}_3 P_5 \sin(q_3) \\
C_p(3,1) &= 0 \\
C_p(3,2) &= \dot{q}_2 P_5 \sin(q_3) \\
C_p(3,3) &= 0
\end{aligned} \tag{پ-۳}$$

$$\begin{aligned}
G_p(1) &= -gP_1 \\
G_p(2) &= -g(P_2\cos(q_2)+P_3 \cos(q_3+q_2)) \\
G_p(3) &= -gP_3 \cos(q_3+q_2)
\end{aligned} \tag{پ-۴}$$

$$\begin{aligned}
R_p(1) &= P_8 \, sign(\dot{q}_1) \\
R_p(2) &= P_7 \, \dot{q}_2 \\
R_p(3) &= 0
\end{aligned} \tag{پ-۵}$$

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

A. Bavarsad, A. Fakharian, M.B. Menhaj, Nonlinear optimal control of an active transfemoral prosthesis using state dependent Riccati equation approach, AmirKabir J. Mech Eng., 53(4) (2021) 2117-2136.

DOI: 10.22060/mej.2020.17815.6668

این صفحه عمداً خالی است