Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 5) (2021) 741-744
DOI: 10.22060/mej.2020.17997.6705

Study of cavitation inception using multiphase lattice Boltzmann method with incorporating equations of state

E. Ezzatneshan* , H. Vaseghnia

Aerospace Engineering Group, Department of New Technologies Engineering, Shahid Beheshti University, Tehran, Iran

ABSTRACT: In the present study, a multiphase lattice Boltzmann method is implemented for simulation of the cavitation bubbles dynamics and characteristics of cavitating flows. The effect of employing various equations of state is investigated on the computing of interaction forces and the phase separation between the liquid and its vapor in the cavitating flows. Herein, the cubic equations of state of Shan-Chen and Carnahan-Starling and the non-cubic equation of state of Peng-Robinson are applied and the exact difference method is imposed to improve the numerical stability. The efficiency of the present method is examined by comparison of the results obtained for the homogeneous and heterogeneous cavitation with those reported in the literature. Then, the implemented multiphase lattice Boltzmann method is used for studying the inception and growth of the cavitation bubbles in the throat of a venturi. The effect of hydrophobicity and hydrophobicity of the nozzle wall on the cavitation dynamics is investigated and a detailed discussion is made for the results from the physical point of view. Evaluation of the present results shows that the multiphase lattice Boltzmann method with incorporating an appropriate equation of state has an excellent capability for prediction of the bubble dynamics and cavitating flow characteristics in applied geometries.

Review History:

Received:Feb. 25, 2020
Revised: May. 14, 2020
Accepted: Jun. 20, 2020
Available Online: Jul. 14, 2020

Keywords:

Cavitation inception
Multiphase lattice Boltzmann method
Equations of state
Exact difference method

1. Introduction

The cavitation phenomenon occurs due to a decrease in local pressure to a degree less than the saturated vapor pressure of a liquid under almost isotherm conditions, which results in the rapid formation of vapor bubbles in the liquid stream [1, 2]. With this definition, cavitation can occur in industrial applications related to aerospace engineering and mechanics, including hydraulic turbines, nozzles, impellers, turbopumps, spray generators, etc. For this reason, it is important to study the occurrence of this phenomenon in different experimental and numerical methods. Among the numerical methods, the Lattice Boltzmann Method (LMB) is known as a mesoscopic scheme and a powerful tool for studying multiphase flows. This method is a good alternative to conventional numerical methods based on the numerical solution of Navier-Stokes equations in simulating complex multiphase flows, microfluidics, and porous media.

In this paper, the numerical algorithm developed using the multiphase lattice Boltzmann method using the Shan-Chen model and applying different Equations of State (EOS) to simulate the growth and collapse of cavitation bubbles, as well as the dynamic study of cavitation phenomenon in a convergent-divergent nozzle. To maintain the stability of the numerical algorithm for capturing the interactions between the two phases of the liquid and its vapor, the exact difference method is used in the collision operator of the lattice Boltzmann method. The effects of hydrophilicity and hydrophobicity of the nozzle walls on the structure of cavitation flow have been studied and the results of these simulations have been studied from a physical and numerical point of view. Various methods and techniques for simulating multiphase flows have been proposed by the lattice Boltzmann method. These methods include the color gradient model [3], the pseudo-potential model [4], the free energy model [5], and the kinetic theory model [6]. Among these methods, the pseudo-potential method proposed by Shan and Chen [4] is very popular due to its simplicity in programming and facilitating the application of equations of state for physical simulation of fluids flows.

2. Governing Equations

The LBM equation can be defined in the discretized form as follows:

$$f_\alpha(\boldsymbol{x}+\boldsymbol{e}_\alpha\Delta t, t+\Delta t)-f_\alpha(\boldsymbol{x},t)= -\frac{\Delta t}{\tau}[f_\alpha(\boldsymbol{x},t)-f_\alpha^{eq}(\boldsymbol{x},t)] \quad (1)$$

where f_α is the distribution function, $\boldsymbol{e}_\alpha$ is the particle velocity, τ is the relaxation time. The equilibrium distribution function f_α^{eq} is given by

$$f_\alpha^{eq}=\rho\omega_\alpha(1+3\frac{\boldsymbol{e}_\alpha\boldsymbol{u}}{c^2}+\frac{9}{2}\frac{(\boldsymbol{e}_\alpha\boldsymbol{u})^2}{c^4}-\frac{3}{2}\frac{|\boldsymbol{u}|^2}{c^2}) \quad (2)$$

*Corresponding author's email: e_ezzatneshan@sbu.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

and the density ρ , and velocity $\boldsymbol{u}$ can be obtained by

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \tag{3}$$

$$\boldsymbol{u} = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \boldsymbol{e}_{\alpha} \tag{4}$$

To model the phase separation and interaction, the Shan-Chen model with the Shan-Chen (SC), Carnahan-Starling (CS) and Peng-Robinson (PR) equations of state are used [7,8].

3. Results and Discussions

The homogeneous cavitation phenomenon involves phase separation due to extreme local tensile stresses that occur only in pure liquids. To ensure the accuracy and precision of the developed algorithm in capturing the dynamics of phase separation during cavitation flows, the results of homogeneous cavitation in the present study have been compared with the results presented in [7]. Density values in these points show good compliance with the mentioned reference results.

The growth and collapse of the heterogeneous cavitation bubble using the multiphase lattice Boltzmann method are investigated by applying the CS equation. The results of the present solution are compared with the analytical solution of the Rayleigh-Plesset equation to ensure the accuracy and precision of the numerical solution (Fig. 1). A comparison of the results obtained from numerical and analytical solutions in this study shows the accuracy and good performance of the multiphase lattice Boltzmann method for simulating the dynamics of growth and destruction of bubbles in heterogeneous cavitation.

In the next section, the numerical algorithm developed using the lattice Boltzmann method and different equations

Fig. 1. Comparison of the results obtained by C-S EOS and revised Rayleigh-Plesset equation for the gradual change in the size of non-homogeneous cavitation bubbles at $\Delta P =$ -0.0595 and R_c = 37.2

of state is used to simulate the occurrence of the cavitation phenomenon in a convergent-divergent nozzle (Fig. 2). The effects of wettability of the walls on the structure of cavitation flow have been studied and the results of these simulations have been investigated from the physical and numerical point of view. The values recorded for the moment of the first phase separation and the occurrence of cavitation over time are reported. It is observed that as the dimensionless number of cavitation increases, the time

Fig. 2. Comparison of cavitation zone formed in convergent-divergent nozzle throat, obtained from present numerical solution with SC equation of state in cavitation numbers and different contact angles

required to separate the vapor phase from the liquid phase increases, and the process of cavitation bubble growth slows down. On the other hand, as the cavitation number decreases, the velocity of the flow passing through the nozzle throat increases and the local pressure drop in this area is faster. It is also observed that the onset of cavitation phenomenon and the growth of cavitation bubbles are affected by the effects of hydrophilicity and hydrophobicity of the nozzle surface, and an increase in the surface tends to absorb liquid phase (60º) even in low cavitation numbers leads to growth reduction. On the other hand, the passage of liquid flow over hydrophobic surfaces (180 º) provides the maximum growth conditions for cavitation bubbles.

4. Conclusions

In the present paper, the numerical study of the dynamics of cavitation phenomenon, growth, and collapse of cavitation bubbles and cavitation flow characteristics in a convergent-divergent nozzle were performed using multi-phase lattice Boltzmann method and by applying different equations of state. From the numerical point of view, the present results show that the PR and CS state equations have better accuracy and stability than the SC equation for studying the growth process of cavitation bubbles. Due to the instabilities created in the SC model and the pressure waves returned to the solution field, the simulation capability of the bubble growth process by this model is not available and is only suitable for capturing the moment of phase separation. From the physical point of view, the results of this study show that the hydrophilicity and hydrophobicity properties of surfaces affect the time of cavitation and phase separation according to the flow rate and contact angle of the surface. In a convergent-divergent nozzle with hydrophobic surfaces, there is a possibility of phase separation and cavitation growth even at high cavitation numbers. Studies in this paper show the accuracy and efficiency of the multiphase-phase lattice Boltzmann method used to simulate cavitation currents and the interaction between the two phases.

References

[1] C. E. Brennen, Cavitation and Bubble Dynamics, Oxford University Press, (1995).

[2] W. A. S. S. Dabiri, D. D. Joseph, Cavitation in an orifice flow, Phys. Fluids, 19 (2007).

[3] A. K. Gunstensen, D. H. Rothman, S. Zaleski, G. Zanetti, Lattice Boltzmann model of immiscible fluids, Physical Review A, 43 (1991) 4320-4327.

[4] X. Shan and H. Chen, “Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components,” Physical Review E, 47 (1993) 1815-1819.

[5] M. R. Swift, W. R. Osborn, J. M. Yeomans, Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids, Phys Rev Lett, 75 (1995) 830-833.

[6] R. Zhang, X. He, G. Doolen, S. Chen, Surface tension effects on two-dimensional two-phase Kelvin–Helmholtz instabilities, Advances in Water Resources, 24 (2001) 461-478.

[7] M.C. Sukop, D. Or, Lattice Boltzmann method for homogeneous and heterogeneous cavitation, Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys, 71 (2005) 046703.

[8] E. Ezzatneshan, H. Vaseghnia, Evaluation of equations of state in multiphase lattice Boltzmann method with considering surface wettability effects, Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 541 (2020) 123258.

HOW TO CITE THIS ARTICLE

E. Ezzatneshan, H. Vaseghnia, Study of cavitation inception using multiphase lattice Boltzmann method with incorporating equations of state, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 5) (2021) 741-744

DOI: 10.22060/mej.2020.17997.6705

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳، شماره ویژه ۵، سال ۱۴۰۰، صفحات ۳۱۵۱ تا ۳۱۷۰
DOI: 10.22060/mej.2020.17997.6705

مطالعه وقوع پدیده کاویتاسیون با استفاده از روش شبکه بولتزمن چندفازی و با اعمال معادلات حالت مختلف

اسلام عزت‌نشان*، حامد واثق‌نیا

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

خلاصه: در مطالعه حاضر، یک روش شبکه بولتزمن چندفازی برای شبیه‌سازی عددی جریان‌های کاویتاسیونی توسعه داده شده‌است. برهم‌کنش و جدایش فازهای مایع و بخار با اعمال روش اختلاف دقیق صورت گرفته و جهت دستیابی به پایداری عددی با حداقل جریان‌های غیرفیزیکی و انطباق ترمودینامیکی بهتر نتایج عددی، از معادله‌های حالت مناسب استفاده شده‌است. در این راستا، معادلات حالت مکعبی شان-چن و کارناهان-استارلینگ و معادله حالت غیرمکعبی پنگ-رابینسون اعمال شده‌اند. دقت و کارآیی الگوریتم با شبیه‌سازی وقوع کاویتاسیون همگن و غیرهمگن مطالعه شده و نتایج بدست‌آمده با نتایج دیگران مقایسه شده‌است. الگوریتم توسعه‌یافته برای بررسی وقوع و رشد حباب‌های کاویتاسیونی و دینامیک آن به کار گرفته شده و با استفاده از هر یک از معادلات حالت، تاثیر آب‌دوستی و آب‌گریزی سطوح دیواره بر پایداری عددی و نحوه برهم‌کنش بین جامد و سیال و اثرگذاری آن در چگونگی وقوع پدیده کاویتاسیون در گلوگاه یک نازل همگرا-واگرا مورد مطالعه قرارگرفته‌است. ارزیابی نتایج حاصل از روش حاضر با نتایج موجود در مراجع نشان می‌دهد که روش شبکه بولتزمن چندفازی با استفاده از یک معادله حالت مناسب، قابلیت و توانمندی بسیار خوبی برای شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی در هندسه‌های کاربردی را دارا بوده و دینامیک پیچیده حباب‌های کاویتاسیونی را به‌خوبی تسخیر می‌کند.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۰۱۳۹۸/۱۲/۰۶
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۲/۲۵
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۳۱
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۴/۲۴

کلمات کلیدی:
وقوع پدیده کاویتاسیون
روش شبکه بولتزمن چندفازی
معادلات حالت
روش اختلاف دقیق

۱- مقدمه

پدیده کاویتاسیون به علت افت فشار موضعی و کاهش فشار تا مقداری کمتر از فشار بخار اشباع یک مایع در شرایط تقریبا هم‌دما اتفاق می‌افتد که نتیجه آن، تشکیل سریع حباب‌های بخار در جریان مایع است [۱, ۲]. با این تعریف، امکان وقوع پدیده کاویتاسیون در کاربردهای صنعتی مرتبط با مهندسی هوافضا و مکانیک ازجمله توربین‌های هیدرولیکی، نازل‌ها، پروانه‌ها، توربوپمپ‌ها، مولدهای افشانه و ... وجود دارد. به همین علت، مطالعه وقوع این پدیده به روش‌های مختلف تجربی و عددی و ارائه مدل‌های ریاضی آن از اهمیت بسزایی برخوردار است. در بین روش‌های عددی، روش شبکه بولتزمن به‌عنوان یک روش مزوسکوپیک و ابزاری توانمند برای مطالعه جریان‌های چندفازی شناخته می‌شود. این روش جایگزین خوبی برای روش‌های عددی مرسوم بر مبنای حل عددی معادلات ناویر-استوکس در شبیه‌سازی جریان‌های پیچیده چندفازی، میکروسیال‌ها و هندسه‌های متخلخل است. روش‌ها و تکنیک‌های مختلفی در شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی به روش شبکه بولتزمن ارائه شده‌است. ازجمله این روش‌ها می‌توان به مدل گرادیان رنگ[1] [۳, ۴]، مدل شبه‌پتانسیل[2] [۵-۹]، مدل انرژی آزاد[3] [۱۰-۱۳] و مدل تئوری جنبشی[4] [۱۴-۱۷] اشاره کرد. در میان این روش‌ها، روش شبه‌پتانسیل ارائه‌شده توسط شان و چن [۵] به علت سادگی در به‌کارگیری، برنامه‌نویسی و تسهیل شرایط اعمال معادلات حالت برای شبیه‌سازی فیزیکی و واقعی سیالات، از محبوبیت زیادی برخوردار است.

در سال‌های اخیر تلاش‌های متعددی در راستای افزایش پایداری و دقت عددی روش شبکه بولتزمن چندفازی بر اساس مدل شان-چن شده‌است [۸, ۱۸-۲۱]. اسبراگابلیا [۲۲] و فالکوچی [۲۳] با ارائه همسانگرد[5] مرتبه بالاتر به کاهش جریان‌های غیرفیزیکی در

1 Color gradient
2 Pseudo potential
3 Free energy
4 Kinetic Theory
5 Isotropy

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: e_ezzatneshan@sbu.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

مجاورت فصل مشترک بین دو فاز پرداخته‌اند. همچنین، جریان‌های غیرفیزیکی و مقادیر آنها می‌توانند تحت تاثیر نحوه اعمال نیروی برهم‌کنش نیز قرار بگیرد. لی و همکارانش [۲۴] با استفاده از آنالیز تحلیلی و عددی نشان‌دادند که نیروهای برهم‌کنش میان دو فاز به شدت در پایداری ترمودینامیکی و جریان‌های غیرفیزیکی تاثیرگذارند و می‌توان با استفاده از این روش‌ها پایداری حل عددی را در روش شبکه بولتزمن کنترل کرد. همچنین پنگ و تیان [۲۵]، به منظور کاهش جریان‌های غیرفیزیکی و شبیه‌سازی نسبت‌های چگالی بالا در جریان‌های چندفازی، از روش‌های اعمال نیروی برهم‌کنش در فصل مشترک بین دو فاز استفاده کرده‌اند. یکی دیگر از راه‌های افزایش پایداری عددی و انطباق ترمودینامیکی و کاهش جریان‌های غیرفیزیکی در حل جریان‌های چندفازی با استفاده از روش شبکه بولتزمن، استفاده از معادلات حالت فیزیکی است. یوان و شفر [۸] نشان داده‌اند که استفاده از معادلات حالتی همچون پنگ-رابینسون[1] ، و کارناهان-استارلینگ[2] به کاهش هرچه بیشتر جریان‌های غیرفیزیکی و دسترسی به نسبت‌های چگالی بالا کمک می‌کند که با مسائل جریان‌های چندفازی موجود در شرایط واقعی انطباق بیشتری دارد.

مطالعات برای استفاده از توانمندی و قابلیت روش شبکه بولتزمن چندفازی برای مطالعه پدیده کاویتاسیون شروع شده‌است. اولین مطالعات توسط سوکوپ و اور [۲۶] برای وقوع و رشد حباب‌های کاویتاسیونی به روش شبکه بولتزمن انجام شده‌است. در مطالعه آنها از یک دامنه محاسباتی ساده و معادله حالت شان-چن استفاده شده که اعمال شرایط مرزی خلاف جهت باعث ایجاد افت فشار موضعی در مرکز میدان شده و به همین دلیل جدایش فاز و رشد حباب کاویتاسیونی رخ می‌دهد. عزت‌نشان [۲۷] نیز با استفاده از مدل شبه‌پتانسیل و معادله حالت شان-چن با درنظرگرفتن اثرات زاویه تماس، به بررسی وقوع و رشد حباب کاویتاسیونی پرداخته است. فالکوچی و همکاران [۲۸-۳۰] با استفاده از معادله حالت شان-چن در روش شبکه بولتزمن به تخمین ناحیه وقوع کاویتاسیون در یک انژکتور پرداخته و در این زمینه به موفقیت‌هایی دست‌یافتند. کاهلر [۳۱] نیز با استفاده از روش انرژی آزاد، پدیده کاویتاسیون بر روی یک مانع را شبیه‌سازی کرده‌است. اولین مطالعات در زمینه دینامیک تخریب حباب‌های کاویتاسیونی نیز به روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن توسط میشرا و همکاران [۳۲] انجام شد که در این مطالعه، تخریب حباب کاویتاسیونی در حضور واکنش‌های شیمیایی بررسی شده‌است. یانگ و همکاران [۳۳] با استفاده از روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن و معادله حالت کارناهان-استارلینگ به بررسی تخریب حباب کاویتاسونی در مجاورت سطح پرداختند. شان و همکاران [۳۴] با استفاده از روش زمان آرامش چندگانه[3] و معادله حالت کارناهان-استارلینگ به کاهش جریان‌های غیرفیزیکی و افزایش نسبت چگالی در شبیه‌سازی تخریب حباب‌های کاویتاسیونی کمک کردند. آنها همچنین توزیع میدان فشاری حاصل از تخریب حباب کاویتاسیونی را با استفاده از این روش مطالعه کرده‌اند [۳۵]. مائو و همکاران نیز [۳۶] با استفاده از این مدل و معادله حالت کارناهان-استارلینگ تحقیقاتی در زمینه دینامیک تخریب حباب‌ها در نزدیکی سطوح جامد داشته‌اند. پنگ و همکاران [۳۷] با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ و روش شبه‌پتانسیل به بررسی فرآیند هسته‌زایی غیرهمگن حباب‌های کاویتاسیونی پرداخته‌اند که با استفاده از روش اعمال نیروی اختلاف دقیق[4] به عنوان روشی برای ارتقای عملکرد روش شبه‌پتانسیل انجام شده‌است. اخیرا، سوکوپ و همکاران [۳۸] رشد و تخریب حباب کاویتاسیونی را با استفاده از اعمال روش شبکه بولتزمن و معادله حالت کارناهان-استارلینگ و با درنظرگرفتن اثرات انتقال حرارت مطالعه کرده‌اند. در تمامی مطالعات مربوط به فرآیند جدایش فاز و آغاز رشد حباب‌های کاویتاسیونی، به دلیل استفاده از معادله حالت استاندارد، فرآیند رشد حباب‌های کاویتاسیونی صرفا برای یک سیال خاص در نسبت چگالی پایین انجام شده و از اثرات ترمودینامیکی سیالات مختلف که تاثیر زیادی بر روند و دینامیک رشد حباب دارد صرف‌نظر شده‌است. همچنین در تمامی مطالعات صورت‌گرفته در زمینه تخریب حباب‌های کاویتاسیونی، تنها از یک معادله حالت فیزیکی استفاده شده و از تاثیر و نحوه رفتار ترمودینامیکی معادلات حالت مختلف و همچنین پایداری عددی هر یک از آنها در شبیه‌سازی وقوع، رشد و تخریب حباب‌های کاویتاسیونی چشم‌پوشی شده‌است. بنابراین، مطالعه دینامیک رشد حباب‌های کاویتاسیونی به روش شبکه بولتزمن چندفازی با استفاده از معادلات حالت مختلف فیزیکی و تاثیر بکارگیری هریک از این معادلات حالت در مطالعه این

1 Peng-Robinson (P-R)
2 Carnahan-Starling (C-S)
3 Multi-relaxation time
4 Exact Difference Method

پدیده، یک نوآوری موثری تلقی می‌شود که در مطالعه حاضر مورد توجه قرار گرفته‌است.

در این مقاله، الگوریتم عددی توسعه‌داده‌شده به روش شبکه بولتزمن چندفازی با استفاده از مدل شان-چن و اعمال معادلات حالت مختلف جهت شبیه‌سازی رشد و تخریب حباب‌های کاویتاسیونی، همچنین مطالعه دینامیک وقوع پدیده کاویتاسیون در یک نازل همگرا-واگرا به‌کار گرفته شده‌است. برای حفظ پایداری الگوریتم عددی جهت تسخیر فصل مشترک بین دو فاز مایع و بخار آن، از روش اختلاف دقیق برای اعمال عملگر برخورد روش شبکه بولتزمن استفاده شده‌است. اثرات آب‌دوستی و آب‌گریزی دیواره‌های نازل بر ساختار جریان کاویتاسیونی مطالعه شده و نتایج حاصل از این شبیه‌سازی‌ها از دیدگاه فیزیکی و عددی مورد بررسی قرار گرفته‌است.

۲- معادلات حاکم بر روش شبکه بولتزمن چند فازی

معادله شبکه بولتزمن با زمان آرامش و ترم استاندارد برخورد به‌صورت زیر قابل بیان است:

$$f_\alpha(x+e_\alpha\Delta t,t+\Delta t)-f_\alpha(x,t)=-\frac{\Delta t}{\tau}[f_\alpha(x,t)-f_\alpha^{eq}(x,t)] \qquad (۱)$$

که در آن f_α تابع توزیع ذرات در راستای جهت α است. t زمان و Δt گام زمانی هستند. همچنین تابع توزیع تعادلی f_α^{eq} که بیانگر آرامش ذرات سیال پس از برخورد است به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$f_\alpha^{eq}=\rho\omega_\alpha(1+3\frac{e_\alpha.u}{c^2}+\frac{9}{2}\frac{(e_\alpha.u)^2}{c^4}-\frac{3}{2}\frac{|u|^2}{c^2}) \qquad (۲)$$

که در آن ω_α تابع وزن و u و ρ به ترتیب مقادیر ماکروسکوپیک بردار سرعت و چگالی هستند. لازم به یادآوری است که معادله روش شبکه بولتزمن با استفاده از بسط چپمن-انسکوگ معادلات ناویر-استوکس تراکم‌پذیر را در رژیم تراکم‌پذیری خفیف بازیابی می‌کند [۳۹].

در این مطالعه از روش شبکه بولتزمن دوبعدی با ۹ جهت سرعت D۲Q۹ استفاده شده‌است (شکل ۱). در این حالت تابع وزن ω_α و سرعت مجزای ذرات e_α به شکل زیر قابل بیان هستند.

شکل ۱. شبکه بولتزمن دوبعدی با ۹ جهت سرعت D2Q9

Fig. 1. Two-dimensional lattice Boltzmann with nine discrete velocities

$$e_\alpha=\begin{cases}(0,0) & \alpha=0\\ (\pm1,0)c,(0,\pm1)c & \alpha=1,2,3,4\\ (\pm1,\pm1) & \alpha=5,6,7,8\end{cases} \qquad (۳)$$

$$w_\alpha=\begin{cases}\frac{4}{9} & \alpha=0\\ \frac{1}{9} & \alpha=1,2,3,4\\ \frac{1}{36} & \alpha=5,6,7,8\end{cases} \qquad (۴)$$

در معادله (۳)، $c=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ برابر سرعت شبکه و Δx فاصله شبکه است که در این مطالعه برابر واحد در نظر گرفته شده‌است. مقادیر چگالی ماکروسکوپیک ρ و سرعت ماکروسکوپیک u که بر اساس تابع توزیع ذرات به‌دست آمده‌اند به شکل زیر قابل تعریف هستند:

$$\rho=\sum_\alpha f_\alpha \qquad (۵)$$

$$\rho u=\sum_\alpha e_\alpha f_\alpha \qquad (۶)$$

همچنین لزجت سینماتیکی ν که بر اساس سرعت صوت $c_s=\frac{c}{\sqrt{3}}$ و زمان آرامش τ تعریف می‌شود از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\nu=(\tau-\frac{1}{2})c_s^2\delta t \qquad (۷)$$

مدل توسعه‌یافته شان-چن به‌منظور محاسبه اندرکنش بین‌مولکولی با اضافه‌کردن یک عبارت مومنتوم به تابع توزیع تعادلی f_α^{eq} صورت می‌گیرد که به شکل زیر است:

$$u^{eq} = u + \frac{\tau F_\alpha}{\rho} \tag{۸}$$

که عبارت نیروی F_α برابر با مجموع نیروی برهم‌کنش F_α^{int} و نیروی چسبندگی F_α^{ads} است. هرکدام از این نیروها به‌ترتیب به‌شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$F_\alpha^{\text{int}}(x,t) = -G\psi(x,t)\sum_\alpha \omega_\alpha \psi(x+e_\alpha \Delta t,t)e_\alpha \tag{۹}$$

$$F_\alpha^{ads}(x,t) = -G\psi(x,t)\sum_\alpha \omega_\alpha \psi(\rho_w)s(x+e_\alpha \Delta t,t)e_\alpha \tag{۱۰}$$

که G بیانگر پتانسیل اندرکنش درون‌مولکولی است و مقادیر منفی یا مثبت آن به ترتیب بیانگر قابلیت جاذبه یا دافعه نیرو است. به منظور محاسبه نیروهای اندرکنش بین‌مولکولی میان دو فاز مایع و بخار از روش اختلاف دقیق استفاده شده که به‌طور مستقیم از گسسته‌سازی معادله بولتزمن در فضای مومنتم استخراج می‌شود [۴۰].

$$s_\alpha = f_\alpha^{eq}(\rho,u^* + \Delta u) - f_\alpha^{eq}(\rho,u^*) \tag{۱۱}$$

در این رابطه، $u^* = \sum_\alpha f_\alpha e_\alpha/\rho$ و $\Delta u = F\Delta T/\rho$ است. مقدار سرعت واقعی جریان در میدان حل نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho u = \sum_{\alpha=0}^{N} c_\alpha f_\alpha + F\frac{\Delta t}{2} \tag{۱۲}$$

در نهایت، معادله روش شبکه بولتزمن چندفازی با اعمال عملگر برخورد با استفاده از روش اختلاف دقیق به‌صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$\begin{aligned} f_\alpha(x+e_\alpha\Delta t,t+\Delta t) - f_\alpha(x,t) = \\ -\frac{\Delta t}{\tau}\left[f_\alpha(x,t) - f_\alpha^{eq}(\rho,u)\right] \\ + f_\alpha^{eq}(\rho,u+\Delta u) - f_\alpha^{eq}(\rho,u) \end{aligned} \tag{۱۳}$$

اعمال نیروی‌های برهم‌کنش در روش اختلاف دقیق به شکلی صورت گرفته که نیروی F تنها تابع توزیع f_α را جابجا می‌کند. بنابراین، تابع توزیع تعادلی در صورت اعمال نیرو، به‌صورت مستقل از مقدار زمان آرامش τ در تعادل باقی می‌ماند. در روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن، معادله حالت ایده‌آل ($p = \rho c_s^2$) به یک معادله حالت غیرایده‌آل تحت عنوان معادله حالت مدل شان-چن تبدیل می‌شود که با توجه به نیروهای اندرکنش بین‌مولکولی، تابع فشار به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$p = \rho c_s^2 + \frac{c_0 G}{2}\left[\psi(\rho)\right]^2 \tag{۱۴}$$

که مقدار C_0 با توجه به مدل شبکه بولتزمن تعریف می‌شود. در این مطالعه با توجه به مدل توسعه داده‌شده مقدار C_0 برابر ۶ در نظر گرفته شده‌است. تابع ψ به مقدار چگالی محلی بستگی دارد و بیانگر رابطه میان قدرت برهم‌کنش و جرم ذرات است که به‌منظور اعمال معادلات حالت مختلف، تابع $\psi(\rho)$ به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\psi(\rho) = \sqrt{\frac{2(p - c_s^2\rho)}{C_0 G}} \tag{۱۵}$$

که مقدار p از معادلات حالت موردنظر به دست می‌آید. به‌منظور اعمال معادله حالت پنگ-رابینسون از معادله فشار به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$p = \frac{\rho RT}{1-b\rho} - \frac{a\rho^2 a(T)}{1+b\rho} \tag{۱۶}$$

که در آن $a = 0.45724\frac{R^2T_c^2}{p_c}$ و $b = 0.0778\frac{RT_c}{p_c}$ است و مقدار α به مقدار دما و ضریب بی مرکزی ω بستگی دارد و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\begin{aligned} a(T) = (1 + (0.37464 + 1.54226\omega \\ -0.26992\omega^2)\times(1-\sqrt{T/T_c}))^2 \end{aligned} \tag{۱۷}$$

ضریب بی‌مرکزی پارامتری برای اندازه‌گیری مرکزیت مولکول‌های سیال است که وجود آن در این معادله حالت انعطاف بیشتری به این

مدل جهت شبیه‌سازی سیالات واقعی می‌دهد. رابطه میان خواص ترمودینامیکی سیستم براساس معادله حالت کارناهان-استارلینگ نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p=\rho RT\frac{1+b\rho/4+(b\rho/4)^2-(b\rho/4)^3}{(1-b\rho/4)^3}-a\rho^2 \quad (۱۸)$$

در این معادله، حالت $a=0.4963\frac{R^2T_c^2}{p_c}$ و $b=0.1827\frac{RT_c}{p_c}$ است.

به‌منظور اعمال شرایط مرزی سرعت در روش شبکه بولتزمن، ژو و هی [۴۱] با تعیین بردار سرعت $u=\begin{bmatrix}u_0\\v_0\end{bmatrix}$ در دو راستای x و y، چگالی روی مرز را بر اساس مقادیر داخل میدان محاسبه کرده‌اند. سپس مقادیر تابع توزیع مجهول در مرز، بر اساس مقادیر معلوم و بر مبنای معادله حاکم روش شبکه بولتزمن محاسبه می‌شود. بنابراین شرایط مرزی سرعت در سمت چپ دامنه محاسباتی (شکل ۲) به صورت زیر اعمال می‌شود:

$$\rho=\frac{1}{1-u_x}[f_0+f_1+f_3+2(f_3+f_6+f_7)] \quad (۱۹)$$

$$f_1=f_3+\frac{2}{3}\rho u_x \quad (۲۰)$$

$$f_5=f_7-\frac{1}{2}(f_2-f_4)+\frac{1}{6}\rho u_x+\frac{1}{2}\rho u_y \quad (۲۱)$$

$$f_8=f_6-\frac{1}{2}(f_2-f_4)+\frac{1}{6}\rho u_x-\frac{1}{2}\rho u_y \quad (۲۲)$$

شکل ۲. شماتیک توابع توزیع مجهول بر روی مرزها [۳۹]

Fig. 2. Schematic of unknown distribution functions on boundaries

شرط مرزی سرعت بیانگر شرایط ورودی جریان بر اساس سرعت آن است و می‌توان با استفاده از پیوستگی جریان به‌عنوان قید، مقادیر ماکروسکوپیک روی مرزها را محاسبه کرد. شرایط مرزی فشار، بیانگر شرایط ورود و یا خروج جریان بر اساس فشار آن است. بر اساس روش ژو و هی، این شرط مرزی شبیه به شرایط مرزی سرعت است، با این تفاوت که با استفاده از یک مقدار ثابت فشار یا چگالی به محاسبه سرعت ماکروسکوپیک پرداخته شده و سپس با استفاده از مقادیر مشخص در داخل میدان، مقادیر نامعلوم تابع توزیع در مرزها محاسبه می‌شود. بنابراین شرط مرزی فشار در مرز سمت راست شکل ۲ و بر اساس مقدار چگالی در مرز به صورت زیر اعمال شده و سپس با استفاده از روابط معادلات حالت، مقدار فشار در نقاط مرزی محاسبه می‌شود:

۳- نتایج عددی

$$\rho=\frac{1}{1+u_x}[f_0+f_1+f_3+2(f_1+f_5+f_8)] \quad (۲۳)$$

$$f_3=f_1-\frac{2}{3}\rho u_x \quad (۲۴)$$

$$f_7=f_5+\frac{1}{2}(f_2-f_4)-\frac{1}{6}\rho u_x+\frac{1}{2}\rho u_y \quad (۲۵)$$

$$f_6=f_8-\frac{1}{2}(f_2-f_4)-\frac{1}{6}\rho u_x-\frac{1}{2}\rho u_y \quad (۲۶)$$

در این بخش ابتدا با استفاده از شبیه‌سازی پدیده کاویتاسیون همگن و غیرهمگن به ارزیابی صحت عملکرد الگوریتم توسعه‌یافته پرداخته شده‌است. سپس، شبیه‌سازی وقوع کاویتاسیون در یک نازل همگرا-واگرا مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج به‌دست‌آمده تحلیل می‌شوند.

۳-۱- کاویتاسیون همگن

پدیده کاویتاسیون همگن شامل جدایش فازها با توجه به تنش‌های کششی موضعی شدید است که فقط در مایعات خالص اتفاق می‌افتد. به منظور اطمینان از صحت و دقت الگوریتم توسعه‌داده‌شده در تسخیر دینامیک جدایش فازها در جریان‌های کاویتاسیونی، نتایج حاصل از کاویتاسیون همگن در تحقیق حاضر با نتایج ارائه‌شده در مرجع [۲۶] مقایسه شده‌است. برای این منظور، یک دامنه مربعی در

شکل ۳. فرآیند جدایش فاز در وقوع کاویتاسیون همگن، حاصل از حل حاضر و مقایسه چگالی برای فاز مایع (قرمز) و بخار (آبی) بر اساس زمان.

Fig. 3. The phase separation process in the homogeneous cavitation resulting from the present numerical solution and comparing the density for the liquid (red) and vapor (blue) phases based on time

شکل ۴. تغییرات زمانی چگالی مایع (قرمز) و بخار (آبی) در فرآیند جدایش فاز در کاویتاسیون همگن با معادله حالت پنگ-رابینسون.

Fig. 4. Temporal changes in liquid (red) and vapor (blue) density in the phase separation process in homogeneous cavitation resulting from the present numerical solution with the P-R equation of state

ابعاد ۲۰۰×۲۰۰ گره شبکه در نظر گرفته شده‌است. مقدار اولیه چگالی در دامنه حل $\rho_l = ۴۰۰$ و با استفاده از پارامتر قدرت برهم‌کنش $G = -۱۴۴$، دامنه حل در شرایط زیربحرانی قرار گرفته‌است. شرایط مرزی در مرزهای بالا و پایین به‌صورت متناوب و در مرزهای چپ و راست به‌صورت شرایط مرزی سرعت با اندازه $u = ۰/۰۰۵$ در نظر گرفته شده که در خلاف جهت هم به میدان اعمال می‌شوند. اعمال شرایط مرزی سرعت در خلاف جهت، باعث کشیدگی میدان و افت فشار موضعی تا مقدار فشار بخار اشباع سیال شده و جدایش فاز بخار از فاز مایع خالص در ناحیه مرکزی میدان آغاز می‌شود. در شکل ۳ وقوع کاویتاسیون همگن و مقایسه مقادیر چگالی در زمان رشد کاویتاسیون همگن نشان داده‌شده که با نتایج سوکوپ و اور نیز مقایسه شده‌است. برای این مقایسه، یک نقطه در مرکز میدان حل و دیگری در سمت راست، در نزدیک مرز قرار دارد.

نتایج حاصل از الگوریتم حاضر برای مقادیر چگالی در این نقاط، تطابق خوبی با نتایج مرجع ذکرشده را نشان می‌دهد. این نتایج نشان می‌دهند که روش عددی توسعه‌داده‌شده، نوسانات چگالی را در شروع فرآیند جدایش فاز با دقت مناسبی تسخیر کرده‌است. این نوسانات به علت فشار ضربه‌ای حاصل از شروع جدایش فازها است که با گذر زمان و جدایش کامل فاز بخار از فاز مایع از بین رفته و سیستم دوفازی مایع-بخار به شرایط پایدار می‌رسد. بخشی از این نوسان‌ها نیز به حل عددی برمی‌گردد که علت آن واقعی‌نبودن مقدار اولیه چگالی مایع و بخار در مقداردهی اولیه است. بنابراین، در فرآیند حل در یک دمای مشخص، مقادیر چگالی اولیه تا زمان رسیدن به مقدار چگالی واقعی در آن دما و رسیدن به حالت تعادل تغییر می‌کنند. به منظور اطمینان از صحت عملکرد الگوریتم توسعه‌داده‌شده در تسخیر دینامیک پدیده کاویتاسیون همگن با استفاده از معادلات حالت، معادله حالت پنگ-رابینسون به عنوان نمونه اعمال شده و مورد بررسی قرار گرفته‌است. برای این منظور یک دامنه محاسباتی مربعی در ابعاد ۲۰۰×۲۰۰ در نظر گرفته شده‌است. مقدار اولیه چگالی در دامنه حل $\rho_l = ۵/۵$ و جهت قرارگیری این دامنه در شرایط دمایی زیربحرانی، $T_R = ۰/۸$ در نظر گرفته شده‌است. شرایط مرزی متناوب در مرزهای بالا و پایین و شرط مرزی سرعت خلاف جهت $u = ۰/۰۰۵$ در مرزهای چپ و راست این دامنه اعمال شده‌است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی با استفاده از معادله حالت پنگ-رابینسون در شکل ۴ نشان می‌دهد که این معادله حالت، رفتار نوسانی وقوع و رشد کاویتاسیون همگن را در شروع حل به‌خوبی تسخیر می‌کند و با گذشت زمان، نوسانات ناشی از فشار ضربه‌ای وقوع کاویتاسیون کاهش یافته و به تدریج دامنه دوفازی مایع-بخار به شرایط تعادل می‌رسد. نتایج حاصل از این بخش، دقت و کارآیی مناسب الگوریتم توسعه‌داده‌شده بر مبنای روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن جهت شبیه‌سازی دینامیک پدیده کاویتاسیون همگن و جدایش فازها را با استفاده از معادلات حالت نشان می‌دهد.

۳-۲- کاویتاسیون غیرهمگن

کاویتاسیون غیرهمگن زمانی در یک مایع رخ می‌دهد که حباب بخار یا هوا به‌عنوان یک هسته در داخل میدان تحت تاثیر تنش‌های کششی شدید، رشد یافته و یا تخریب شود. برای شکل‌گیری حباب، باید بر انرژی ΔE غلبه شود که برابر با مجموع انرژی فصل مشترک بر روی سطح حباب و کار انجام‌شده توسط اختلاف فشار میان فاز مایع و فاز بخار بر حجم آن است [۴۲]:

$$\Delta E = 2\pi R\sigma + \pi R^2 \Delta P \qquad (۲۷)$$

ΔP برابر با اختلاف فشار میان فاز مایع و فاز بخار است. حداکثر مقدار انرژی ΔE در شرایطی حاصل می‌شود که $\partial \Delta E / \partial R = 0$ باشد. بنابراین شعاع متناظر با این میزان انرژی، تحت عنوان شعاع بحرانی R_c شناخته می‌شود:

$$R_c = -\frac{\sigma}{\Delta P} \qquad (۲۸)$$

معادله (۲۷) بیان می‌کند که در یک اختلاف فشار مشخص، درصورتی‌که شعاع حباب، دارای شعاع کمتر از مقدار بحرانی باشد، به علت کاهش انرژی سیستم، به‌تدریج فاز بخار به فاز مایع تبدیل شده و از بین می‌رود. در مقابل اگر شعاع حباب بیشتر از این مقدار باشد، فاز مایع در اطراف حباب بدون محدودیت به بخار تبدیل‌شده و حباب موجود رشد می‌یابد. تغییرات زمانی و اندازه حباب‌های کاویتاسیونی در فرآیند رشد و تخریب، با استفاده از معادله کلاسیک ریلی-پلست[1] قابل بیان است که به‌منظور بررسی تغییرات شکل یک حباب کروی در یک دامنه مایع نامتناهی ارائه شده‌است [۴۳, ۴۴]:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2}\dot{R}^2 + \frac{4\nu}{\rho_l}\dot{R} + \frac{2\sigma}{\rho_l R} = \frac{P_b - P_\infty}{\rho_l} \qquad (۲۹)$$

در این رابطه، P_b برابر فشار داخل حباب و P_∞ بیانگر فشار مایع در فاصله بی‌نهایت است.

در این بخش، رشد و تخریب حباب کاویتاسیونی غیرهمگن با استفاده از روش شبکه بولتزمن چندفازی توسعه‌داده‌شده با اعمال معادله حالت کارناهان-استارلینگ مورد بررسی قرار گرفته‌است. نتایج حاصل از حل حاضر با حل تحلیلی معادله ریلی-پلست مقایسه شده تا از صحت و دقت حل عددی اطمینان حاصل شود. برای این مقایسه، معادله ریلی-پلست به شکل زیر بازنویسی شده‌است [۴۵, ۴۶]:

$$\ln\left(\frac{R_{bound}}{R}\right)(\dot{R}^2 + R\ddot{R}) - \frac{1-\left(\frac{R_{bound}}{R}\right)^2}{2}\dot{R}^2 - \frac{2\nu}{\rho_{liquid}R}\dot{R} + \frac{\sigma}{\rho_{liquid}R} = \frac{P_{vapor} - P_{bound}}{\rho_{liquid}} \qquad (۳۰)$$

در این معادله، R_{bound} بیانگر اندازه دامنه مربعی و R شعاع حباب دوبعدی است. P_{vapor} و P_{bound} به ترتیب نماینده فشار بخار و فشار تعریف شده در مرزها هستند. (مطابق شکل ۵).

شبیه‌سازی رشد و تخریب حباب کاویتاسیونی غیرهمگن با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ ، در یک دامنه ۴۰۰×۴۰۰ گره شبکه و دمای بی‌بعد T_R = ۰/۶ صورت گرفته‌است. در زمان رشد و تخریب حباب‌های کاویتاسیونی، رفتار چگالی فاز بخار نوسانی بوده و حداکثر نسبت چگالی قابل دستیابی در این دمای بی‌بعد $\rho_l / \rho_v \approx$ ۶۵۰ است. به منظور تطابق با شرایط فیزیکی و حفظ شکل دایروی حباب در فضای دوبعدی در حین فرآیند رشد یا تخریب، شرط مرزی فشار برای تمامی مرزهای دامنه محاسباتی در

شکل ۵. دامنه محاسباتی برای مطالعه فرآیند رشد و تخریب حباب در کاویتاسیون غیرهمگن

Fig. 5. Computational domain for studying the process of growth and collapse of bubbles in heterogeneous cavitation

1 Rayleigh-Plesset

نظر گرفته شده‌است. به‌منظور اعتبارسنجی نتایج به‌دست‌آمده، معادله بازنویسی‌شده ریلی-پلست توسط روش رانگ-کوتا مرتبه-چهار حل شده‌است. با درنظرگرفتن مقدار اختلاف فشار میان فاز مایع و بخار برابر $\Delta P = -۰/۰۰۰۵۹$ و با توجه به معادله ۲۸، مقدار شعاع بحرانی حباب $R_c = ۳۷/۲$ بدست می‌آید. بنابراین، حباب‌هایی با شعاع اولیه کوچکتر از شعاع بحرانی، قابلیت غلبه بر انرژی ΔE را نداشته و در میدان حل عددی به فاز مایع تبدیل می‌شوند. از سوی دیگر، حباب کاویتاسیونی با شعاع بزرگتر از شعاع بحرانی به علت غلبه بر انرژی ΔE در اختلاف فشار ذکرشده، فاز مایع را در اطراف خود به فاز بخار تبدیل کرده و به صورت پیوسته رشد می‌کند. شکل ۶، انطباق حل عددی روش شبکه بولتزمن و حل تحلیلی معادله ریلی-پلست را برای فرآیند رشد و تخریب حباب‌های کاویتاسیونی غیرهمگن نشان می‌دهد. مقایسه نتایج بدست‌آمده از حل عددی و تحلیلی در این مطالعه، دقت و عملکرد خوب روش شبکه بولتزمن چندفازی را برای شبیه‌سازی دینامیک رشد و تخریب حباب‌ها در کاویتاسیون غیرهمگن نشان می‌دهد.

۳-۳- مطالعه وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا

شکل ۶. مقایسه نتایج بدست‌آمده از حل عددی حاضر با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ و معادله بازنویسی شده ریلی-پلست برای تغییر تدریجی اندازه حباب‌های کاویتاسیونی غیرهمگن در $\Delta P = -۰/۰۵۹۵$ و $R_c = ۳۷/۲$

Fig. 6. Comparison of the results obtained from the present numerical solution using the C-S equation of state and the revised Rayleigh-Plesset equation for the gradual change in the size of non-homogeneous cavitation bubbles at $\Delta P =$ -0.0595 and $R_c = 37.2$

شکل ۷. هندسه نازل همگرا-واگرا جهت مدل‌سازی وقوع پدیده کاویتاسیون

Fig. 7. Convergent-divergent nozzle geometry to model the inception of cavitation phenomenon

با توجه به قابلیت و توانمندی روش شبکه بولتزمن چندفازی در شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی به مدل‌سازی عددی این جریان‌ها در یک نازل همگرا-واگرا پرداخته می‌شود. جریان مایع در نازل همگرا-واگرا، یکی از مسائل مهم و کاربردی در مولدهای پاشش سوخت سامانه‌های پیشرانشی است. وقوع کاویتاسیون در چنین سامانه‌های سیالاتی منجر به تغییر عملکرد و راندمان و یا آسیب به اجزای هیدرولیکی آنها می‌شود. بنابراین مطالعه جریان‌های کاویتاسیونی در نازل‌های همگرا-واگرا و بررسی ساختار و الگوی آن از جمله مسائل مورد توجه محققین است. در این بخش، الگوریتم عددی توسعه‌داده‌شده به روش شبکه بولتزمن و معادلات حالت مختلف جهت شبیه‌سازی وقوع پدیده کاویتاسیون در یک نازل همگرا-واگرا به کار گرفته شده‌است. اثرات آبدوستی و آب‌گریزی دیواره‌های نازل بر ساختار جریان کاویتاسیونی مطالعه شده و نتایج حاصل از این شبیه‌سازی‌ها از دیدگاه فیزیکی و عددی مورد بررسی قرار گرفته‌است. در این بخش مطالعه وقوع کاویتاسیون و جدایش اولیه فاز، با درنظرگرفتن معادلات حالت شان-چن، پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ و اعداد کاویتاسیون مختلف مطالعه و بررسی شده‌است. شکل ۷، هندسه نازل همگرا-واگرا و شرایط مرزی اعمال‌شده را نشان می‌دهد. یک نازل مثلثی شکل با زوایای همگرا و واگرا ۱۸ °، ۴۵ $\varphi = °$ در بخشی از یک کانال با ابعاد L_1 و L_2 قرار داده‌شده و ارتفاع گلوگاه نازل برابر D است. در این مطالعه، $L_1 = ۲۰۰$ ، $L_2 = ۵۰۰$ و $D = ۱۵۰$ ا انتخاب شده‌اند. به‌منظور ایجاد شرایط جریانی یکسان در تمامی معادلات حالت، مقدار دمای بی‌بعد ۰/۸ $T_r =$ قرار داده‌شده و یک پروفیل سرعت یکنواخت به‌عنوان شرایط مرزی سرعت در ورودی نازل و شرط مرزی فشار در مرز خروجی مورد استفاده قرار گرفته‌است. در این مطالعه، به بررسی اثرات آب‌دوستی و آب‌گریزی سطح در زاویه‌های تماس ۶۰ °، ۹۰ °، ۱۲۰ ° $\theta_w =$ با استفاده از معادلات حالت مختلف پرداخته شده‌است. در جدول ۱

جدول ۱. مشخصات جریان درنظرگرفته‌شده برای شبیه‌سازی وقوع کاویتاسیون با استفاده از معادلات حالت مختلف

Table 1 Flow characteristics used to simulate the occurrence of cavitation using different equations of state

پارامتر	کارناهان-استارلینگ	پنگ-رابینسون	شان-چن
T_r	۰/۸	۰/۸	۰/۸
ρ_l	۰/۳۱۹	۷/۳۰۶	۱/۹
ρ_v	۰/۰۱۹	۰/۳۷۱۹	۰/۱۵
σ	۰/۰۰۸۸	۰/۱۲۲	۰/۰۶۵
$Reynolds$	۲۸/۴۸-۵۱/۷۵	۲۸/۴۸-۵۱/۷۵	۲۸/۴۸-۵۱/۷۵
$Weber$	۰/۳۸-۱/۶	۰/۳۸-۱/۶	۰/۳۸-۱/۶
D_ρ	۰/۸	۰/۸	۰/۸

پارامترهای عددی و مشخصات جریان‌های کاویتاسیونی مورد استفاده در حل عددی حاضر در معادلات حالت و در ابعاد شبکه مختلف ارائه شده‌است.

برای مطالعه وقوع پدیده کاویتاسیون، از تعریف عدد بی‌بعد کاویتاسیون به‌صورت زیر استفاده شده‌است:

$$C_n = \frac{p_{in} + 0.5\rho_{in}u_{in}^2 - p_v}{0.5\rho_{in}u_{in}^2} \quad (۳۱)$$

که در آن، زیرنویس in بیانگر مشخصات جریان در ورودی نازل و P_v فشار بخار در ناحیه کاویتی است. در این مطالعه، زمان وقوع کاویتاسیون و اولین لحظه جدایش فاز با استفاده از زمان بی‌بعد t_{inc} اندازه‌گیری شده که در مطالعه کاویتاسیون اهمیت دارد. نتایج به‌دست‌آمده برای اولین زمان جدایش فاز و وقوع کاویتاسیون t_{inc} برای معادله حالت شان-چن در جدول ۲ نشان داده شده‌است. این مطالعه نشان می‌دهد که با افزایش سرعت ورودی u_{in} که متناظر با کاهش عدد کاویتاسیون است، زمان جدایش فاز در جریان‌های کاویتاسیونی عبوری از گلوگاه یک نازل همگرا-واگرا کاهش می‌یابد. با افزایش سرعت ورودی، برآیند سرعت در گلوگاه نازل افزایش یافته و منجر به افت فشار استاتیکی تا مقدار فشار بخار اشباع مایع می‌شود. در نهایت، اولین حباب بخار در ناحیه پشت گلوگاه، پدید آمده و شروع به رشد می‌کند. لازم به ذکر است در صورت اعمال شرایط سرعت ورودی بسیار پایین (در حدود $T_R =$ ۰/۸، $Re =$ ۵۱/۷۵ و $C_n =$ ۱/۷۱)، در طول هندسه نازل پدیده کاویتاسیون رخ نمی‌دهد.

شکل ۸، حداکثر اندازه حباب‌های رشدیافته در طی وقوع کاویتاسیون توسط معادله حالت شان-چن را در $T_R =$ ۰/۸، $Re =$ ۵۱/۷۵ و $C_n =$ ۱/۷۱ و $T_R =$ ۰/۸، $Re =$ ۵۱/۷۵ و $C_n =$ ۱/۷۱ نشان می‌دهد. با توجه به این شکل مشاهده می‌شود که در اعداد کاویتاسیون بالا، حباب‌ها پس از طی مدت‌زمانی طولانی‌تر به حداکثر اندازه خود می‌رسند. از سوی دیگر، با کاهش این پارامتر، فرآیند رشد حباب سریع‌تر بوده و حداکثر حجم حباب رشدیافته نیز نسبت به جریان‌هایی با عدد کاویتاسیون بالاتر افزایش می‌یابد. علاوه بر تاثیر عدد کاویتاسیون، مشاهده می‌شود که خاصیت آب‌دوستی و آب‌گریزی سطوح نیز در این روند تاثیر مستقیم دارد. با افزایش تمایل سطح به جذب فاز مایع ($\theta_w =$ ۶۰°)، وقوع اولیه کاویتاسیون به تاخیر افتاده و حداکثر

جدول ۲. زمان اولیه جدایش فاز حاصل از حل عددی حاضر برای وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا با استفاده از معادله حالت شان-چن

Table 2 The initial phase separation of the present numerical solution for cavitation in convergent-divergent nozzles using S-C equation of state

عدد کاویتاسیونی	عدد رینولدز	$\theta_w \approx$ ۱۲۰°	$\theta_w \approx$ ۹۰°	$\theta_w \approx$ ۶۰°
C_n	Re	t_{inc}	t_{inc}	t_{inc}
۱/۷۶	۵۱/۷۵	۰/۱۰۰	۰/۱۳۵	۰/۲۵۵
۲/۰۹	۴۳/۱۲	۰/۱۱۳	۰/۲۲۰	۰/۳۷۱
۲/۷۱	۳۴/۵	۰/۲۰۰	۰/۲۶۵	-------

شکل ۸. مقایسه ناحیه کاویتاسیونی شکل‌گرفته در گلوگاه نازل همگرا-واگرا، حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت شان-چن در اعداد کاویتاسیونی و زوایای تماس مختلف.

Fig. 8. Comparison of cavitation zone formed in convergent-divergent nozzle throat, obtained from present numerical solution with S-C equation of state in cavitation numbers and different contact angles.

حجم حباب رشدیافته در این اعداد کاویتاسیون، کوچک‌تر خواهد بود. از طرفی با افزایش تمایل سطوح به دفع فاز مایع ($\theta_w = ۱۲۰^o$)، مشاهده می‌شود که نرخ رشد حباب کاویتاسیونی و حداکثر حجم حباب نیز افزایش یافته و به عبارتی سطح مقطع بیشتری از دیواره گلوگاه نازل، توسط فاز بخار اشغال می‌شود.

به‌منظور بررسی حداقل سرعت موردنیاز برای وقوع کاویتاسیون، از معیار نابرابری جوزف استفاده شده‌است [۴۷]. نابرابری جوزف برخلاف روش‌های استاتیکی، به بررسی افت فشار در ناحیه وقوع کاویتاسیون نمی‌پردازد، بلکه غالب‌بودن تنش‌های سطحی بر فشار

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}, \qquad i,j = x,y \tag{۳۲}$$

را معیاری برای بروز اولین حباب در جریان‌های کاویتاسیونی مدنظر قرار می‌دهد. برای یک سیال، مجموع تانسورهای تنش به شکل زیر تعریف می‌شوند:

که در آن، δ_{ij} و τ_{ij} به ترتیب تانسورهای واحد و تنش‌های برشی هستند. آرایه قطری T_{11} بزرگ‌ترین مقدار ویژه تانسور مجموع

$$T_{11} + p_c > 0 \tag{۳۳}$$

T_{ij} است که با آستانه فشار p_c قابل مقایسه است. بنابراین، معیار جوزف برای وقوع کاویتاسیون و شروع جدایش فاز به شکل زیر تعریف می‌شود:

فشار آستانه p_c با توجه به مقادیر فشار بخار p_v و فشار لاپلاس

$$p_c = p_v - \frac{\sigma}{R} \tag{۳۴}$$

$\frac{\sigma}{R}$ از رابطه زیر به‌دست می‌آید:

در این معادله، پارامتر R حداقل شعاع تشکیل حباب بدون جذب مجدد در فاز مایع است. به‌منظور بیان تطابق معیار نابرابری جوزف با نتایج حل عددی شبکه بولتزمن چند فازی، شبیه‌سازی جریان کاویتاسیونی در داخل نازل همگرا-واگرا مورد مطالعه قرار گرفته‌است. مقادیر محاسبه‌شده آرایه‌های قطری تانسور تنش در ناحیه وقوع کاویتاسیون در جدول ۳ آورده شده‌است.

این مطالعه نشان می‌دهد که حداقل شعاع ناحیه بخار $R \sim 5$ به‌دست‌آمده و با توجه به کشش سطحی محاسبه‌شده،

جدول ۳. بررسی معیار جوزف برای وقوع پدیده کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا به‌ازای سرعت‌های ورودی مختلف

Table 3. Joseph's criterion for the occurrence of cavitation phenomenon in convergent-divergent nozzles with different inlet velocities

$\tau_{xx} \times 10^3$	$\tau_{yy} \times 10^3$	T_{11}	T_{22}	$T_{11} + p_c$	u_{in}
-۰/۰۰۰۳۷۸۴	-۰/۰۰۰۳۵۹	-۰/۰۳۶۷	-۰/۰۳۷۴	-۰/۰۰۱۷۹۹۸۸	۰/۰۱۵
-۰/۰۰۳۵۴۹۴	-۰/۰۰۱۶۵۵۱	-۰/۰۳۲۳	-۰/۰۳۷۵	۰/۰۰۳۵۵۰۷۷	۰/۰۲
۰/۰۰۰۵۹۳۹۶	-۰/۰۰۰۱۴۸	-۰/۰۳۴۱۵	-۰/۰۳۳۴۱	۰/۰۰۳۴۵۰۶۱۲	۰/۰۳۸۴

$\sigma =$ ۰/۰۶۵۳۳ و $p_v =$ ۰/۰۳۵ است. بنابراین آستانه فشار بحرانی $p_c =$ ۰/۰۲۱۹۳۴ است. با درنظرگرفتن معیار نابرابری جوزف بر اساس مقادیر گزارش‌شده در جدول ۳، مشاهده می‌شود که وقوع پدیده کاویتاسیون و جدایش فاز بخار از فاز مایع در یک نازل همگرا-واگرا با شرایط جریانی $u_{in} \geq$ ۰/۰۲ رخ می‌دهد. این نتیجه‌گیری تطابق نتایج به‌دست‌آمده از حل عددی حاضر با معیار جوزف را نشان داده و توانایی این روش را به‌منظور تشریح ماهیت فیزیکی و میکروسکوپی وقوع کاویتاسیون بیان می‌کند.

در شکل ۹ پروفیل اندازه سرعت‌های بی‌بعد V/u_{in} در مقطع گلوگاه نازل، به‌ازای اعداد بی‌بعد مختلف نشان داده شده‌است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، مقادیر پایین‌تر سرعت در گلوگاه نازل مرتبط با اعداد کاویتاسیون بالا است؛ و از سوی دیگر، در مقادیر پایین عدد کاویتاسیون، اندازه سرعت در مقطع گلوگاه بالا بوده و درنتیجه احتمال وقوع کاویتاسیون بیشتر است. زیرا با افزایش سرعت جریان در گلوگاه، امکان کاهش فشار به مقداری کمتر از فشار بخار اشباع افزایش می‌یابد.

شکل ۹. مقایسه سرعت بی‌بعد در مقطع ورودی گلوگاه نازل همگرا-واگرا در اعداد کاویتاسیون مختلف در $T_R =$ ۰/۸

Fig. 9 Comparison of dimensionless velocity at the inlet section of convergent-divergent nozzle throat in different cavitation numbers at $T_R =$ 0.8

ساختار ناحیه حباب کاویتاسیونی و انحنای آن در جهت خطوط جریان، تحت تأثیر یک جت بازگشتی قرار دارد که به علت حرکت خلاف جهت جریان در پشت گلوگاه نازل رخ می‌دهد. ساختار این جت بازگشتی از مهم‌ترین دلایل رفتار ناپایا جریان کاویتاسیونی است. در شکل ۱۰، تشکیل جت بازگشتی در ناحیه پایین‌دست کاویتی و پشت گلوگاه نازل نشان داده شده‌است. این شکل بیان می‌کند که روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن قابلیت تسخیر دینامیک جریان‌های کاویتاسیونی و جریان‌های چرخشی ناشی از تغییر مسیر ناگهانی سیال را داشته و با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی و آزمایشگاهی تطابق مناسبی دارد [۲۹, ۳۱]. به علت افزایش سرعت در حین عبور از گلوگاه نازل و وجود جت‌های بازگشتی و انبساط

شکل ۱۰. خطوط جریان جت بازگشتی شکل‌گرفته در پشت حباب کاویتاسیونی حاصل از حل عددی حاضر در ناحیه گلوگاه نازل با استفاده از معادله حالت S-C در $T_R =$ ۰/۸، Re = ۵۱/۷۵ و $C_n =$ ۱/۷۱

Fig. 10 The re-entrant jet streamlines formed at aft section of the cavitation bubble resulting from the present numerical solution the present numerical solution in the nozzle throat area using the S-C equation of state on $T_R = 0.8$, Re = 51.75 and $C_n = 1.71$

شکل ۱۲ مقایسه ناحیه کاویتاسیونی شکل‌گرفته در گلوگاه نازل همگرا-واگرا، حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت پنگ-رابینسون در اعداد کاویتاسیونی و زوایای تماس مختلف و $T_R =$ ۰/۸

Fig. 12. Comparison of cavitation area formed in convergent-divergent nozzle throat, obtained from present numerical solution with P-R equation of state at different cavitation numbers and contact angles and $T_R = 0.8$

جریان، یک سری ناپایداری‌های عددی در دامنه حل و میدان سرعت به وجود می‌آید. رشد این ناپایداری‌ها می‌تواند سبب واگراشدن حل عددی شده و از رشد کامل حباب‌های کاویتاسیونی جلوگیری کند. جهت بررسی ریشه این ناپایداری‌ها، نتایج پروفیل سرعت بر روی خط مرکزی نازل همگرا-واگرا ($\frac{L_2}{D} =$ ۳/۳۴) در شرایط جریانی $T_R =$ ۰/۸، Re = ۵۱/۷۵ و $C_n =$ ۱/۷۱ برای معادله حالت شان-چن، پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ در شکل ۱۱ نشان داده شده‌است.

همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، در شرایط جریانی یکسان، پس از عبور کامل جریان مایع از مقطع گلوگاه و با کاهش ناگهانی سرعت جریان، ناپایداری‌های عددی در معادله حالت شان-چن پدیدار می‌شوند. درصورتی‌که در این شرایط جریانی، معادلات حالت پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ در این ناحیه از کانال از پایداری عددی مناسبی برخوردارند. درنتیجه، امکان شبیه‌سازی فرآیند وقوع تا رشد کامل حباب‌های کاویتاسیونی، توسط این دو معادله حالت وجود دارد. در شکل ۱۲ حداکثر میزان رشد حباب‌های کاویتاسیونی توسط معادله حالت پنگ-رابینسون و شرایط جریانی

شکل ۱۱. مقایسه پروفیل سرعت در خط مرکزی نازل همگرا-واگرا در شرایط جریانی $T_R =$ ۰/۸، Re = ۵۱/۷۵ و $C_n =$ ۱/۷۱ برای بررسی پایداری معادلات حالت شان-چن، پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ جهت شبیه‌سازی کاویتاسیون

Fig. 11. Comparison of velocity profile in the central line of convergent-divergent nozzle in flow conditions of $T_R = 0.8$, Re = 51.75 and $C_n = 1.71$ to investigate the stability of S-C, P-R and C-S equations of state

جدول ۴. زمان اولیه جدایش فاز حاصل از حل حاضر برای وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا با استفاده از معادله حالت پنگ-رابینسون

Table 4. The cavitation inception time obtained based on the present numerical solution for convergent-divergent nozzles using P-R equation of state

عدد کاویتاسیونی	عدد رینولدز	$\theta_w \approx$ ۱۲۰°	$\theta_w \approx$ ۹۰°	$\theta_w \approx$ ۶۰°
C_n	Re	t_{inc}	t_{inc}	t_{inc}
۱/۷۶	۵۱/۷۵	۰/۱۲۰	۰/۱۵۲	۰/۲۵۳
۲/۰۹	۴۳/۱۲	۰/۱۴۴	۰/۲۷۵	۰/۳۰۰
۲/۷۱	۳۴/۵	۰/۲۰۰	۰/۳۰۲	۰/۴۷۱

$T_R =$ ۰/۸، Re = ۵۱/۷۵ و $C_n =$ ۱/۷۱ نشان داده شده‌است.

همان‌طور که در این شکل مشهود است، امکان شبیه‌سازی رشد و دینامیک حباب‌های کاویتاسیونی توسط معادله حالت پنگ-رابینسون وجود دارد. به جهت برقراری شرایط جریانی یکسان در اعداد وبر (۰/۳۸ $< We = \frac{\rho_v u_{in}^2 D}{\sigma} <$ ۱/۶) با معادله حالت شان-چن، ابعاد دامنه حل در این معادله حالت به $L_1 =$ ۱۱۵۰ ، ۲۸۸ $= L_2$ و $D =$ ۱۱۵ تغییر داده شده‌است. مقادیر ثبت‌شده برای لحظه اولین جدایش فاز و وقوع کاویتاسیون با زمان t_{inc} در جدول ۴ گزارش شده‌اند. با توجه به شکل ۱۲، مشاهده می‌شود که با افزایش عدد کاویتاسیونی، مدت زمان لازم برای جدایش فاز بخار از فاز مایع افزایش پیدا می‌کند و فرآیند رشد حباب کاویتاسیونی کندتر می‌شود. از سوی دیگر، با کاهش عدد کاویتاسیون، سرعت جریان عبوری از گلوگاه نازل افزایش یافته و افت فشار موضعی در این ناحیه سریع‌تر است. درنتیجه با کاهش سریع فشار تا مقدار کمتر از فشار بخار اشباع سیال، اولین حباب‌های کاویتاسیونی در مدت زمان کمتری به وجود می‌آیند. همچنین مشاهده می‌شود که آغاز پدیده کاویتاسیون و رشد حباب‌های کاویتاسیونی تحت تاثیر اثرات آب‌دوستی و آب‌گریزی سطح نازل قرار دارد و افزایش تمایل سطح به جذب فاز مایع ($\theta_w \approx$ ۶۰°) حتی در اعداد کاویتاسیون پایین نیز منجر به کاهش رشد حباب‌ها می‌شود. از طرفی، عبور جریان مایع از روی سطوح آب‌گریز ($\theta_w \approx$ ۱۸۰°)، شرایط رشد حداکثری را برای حباب‌های کاویتاسیونی فراهم می‌کند. نتایج حاصل از حل عددی جریان کاویتاسیونی با استفاده از معادله حالت پنگ-رابینسون برای زمان اولین جدایش فاز بر اساس زوایای تماس مختلف در جدول ۴ ارائه شده‌است.

همان‌طور که داده‌های بدست‌آمده برای t_{inc} حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت پنگ-رابینسون در جدول ۴ نشان می‌دهد، با افزایش میزان آب‌دوستی سطح نازل ($\theta_w \approx$ ۶۰°)، وقوع کاویتاسیون به تعویق افتاده و مدت‌زمان بیشتری جهت مشاهده اولین کاویتی در ناحیه گلوگاه نازل نیاز است. همچنین با استفاده از مفهوم اعداد بی‌بعد در این مسئله مشاهده می‌شود که زمان اولین جدایش فاز با معادله حالت شان-چن تقریبا یکسان است.

پروفیل‌های چگالی بر روی دیواره نازل در زوایای تماس و اعداد کاویتاسیونی مختلف در شکل ۱۳ نشان داده شده‌است. از نمودار شکل ۱۳-راست، مشخص است که با افت فشار استاتیک در ناحیه گلوگاه (در $x' =$ ۰/۲۵) تا مقدار فشار بخار اشباع، جدایش فاز انجام می‌شود. واضح است که در عدد کاویتاسیون ثابت ($C_n =$ ۱/۷۶) و زمان مشخص، با افزایش آب‌گریزی و تمایل سطح به دفع فاز مایع، حجم کاویتی ایجادشده افزایش یافته و سطح مقطع بیشتری از سطح نازل توسط حباب کاویتاسیونی اشغال می‌شود. همچنین، با افزایش عدد کاویتاسیون، اندازه ناحیه حبابی کاهش یافته و متعاقبا سطح مقطع کوچک‌تری از فضای روی دیواره نازل همگرا-واگرا را اشغال می‌کند. نکته قابل توجه در این شکل ثابت‌بودن مقدار چگالی در ناحیه حبابی است. این امر نشان می‌دهد که با وقوع کاویتاسیون، مقدار فشار در ناحیه حبابی برابر با فشار اشباع‌شده و چگالی آن تقریبا برابر چگالی بخار است.

تشکیل جت‌های بازگشتی در ناحیه پایین‌دست محل وقوع کاویتاسیون و جدا شدن حباب‌ها از ناحیه کاویتاسیون در گلوگاه نازل با استفاده از معادله حالت پنگ-رابینسون در شکل ۱۴ نشان داده شده‌است. این شکل الگوی جریان کاویتاسیون در هندسه نازل را در $C_n =$ ۱/۷۱ ، $\theta_w \approx$ ۱۲۰° و زمان بی‌بعد $t_r =$ ۰/۳۹ نشان می‌دهد. وجود این جت‌های بازگشتی عامل رفتار گذرا و ناپایای حباب‌های کاویتاسیونی است که در این شکل، جدایش قسمتی

شکل ۱۳. پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با زوایای تماس $\theta_w \approx$ ۶۰°، ۹۰°، ۱۲۰° در $C_n =$ ۱/۷۶ (a) پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با اعداد کاویتاسیون ۱/۷۶، ۲/۰۹، ۲/۷۱ = C_n در ۱۲۰° ≈ θ_w (b) با اعمال معادله حالت پنگ-رابینسون و ۰/۸ = T_R

Fig.13 Density profiles on the nozzle wall with contact angles $\theta_w \approx 60°, 90°, 120°$ at 1.76 (a) and density profiles on the nozzle wall with cavitation numbers $C_n = 1.76, 2.09, 2.71$ at $\theta_w \approx 120°$ (b) by the P-R equation of state and $T_R = 0.8$

شکل ۱۴. جت بازگشتی تشکیل‌شده در پشت گلوگاه نازل و جدایش قسمتی از کاویتی توسط جت بازگشتی حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت پنگ-رابینسون در ۲/۹ = C_n و ۰/۸ = T_R

Fig. 14. The re-entrant jet formed in the nozzle throat and the separation of the cavitation bubble obtained by the present numerical solution with P-R mode equation on $C_n = 2.9$ and $T_R = 0.8$

از کاویتی توسط این جت بازگشتی نشان داده شده‌است. لازم به یادآوری است که، به‌منظور یکسان‌سازی شرایط جریان با استفاده از اعداد بی‌بعد ذکرشده به‌خصوص در اعداد رینولدز یکسان، لزجت سینماتیکی معادله حالت پنگ-رابینسون متفاوت است. در این حالت به‌منظور برابری شرایط جریان این معادله حالت با معادله حالت شان-چن در اعداد ۱/۷۱، ۲/۰۹، ۲/۷۱ = C_n، مقدار زمان آرامش باید برابر ۰/۹ = τ مقداردهی شود. بنابراین مقادیر نسبت‌های چگالی هر معادله حالت به دلیل وابستگی به زمان آرامش در روش اعمال نیروی شان-چن متغیر خواهد بود. می‌توان نتیجه گرفت که در این حالت، استفاده از روش اعمال نیروی اختلاف دقیق، به علت استقلال نسبت چگالی از مقدار زمان آرامش، مناسب خواهد بود. از این رو در شبیه‌سازی‌های این مطالعه در وقوع پدیده کاویتاسیون، از روش اعمال نیروی اختلاف دقیق استفاده شده‌است.

این مطالعه نشان می‌دهد که معادله حالت کارناهان-استارلینگ نیز در کنار معادله حالت پنگ-رابینسون از پایداری عددی مناسبی برخوردار است و امکان شبیه‌سازی فرآیند وقوع تا رشد کامل حباب‌های کاویتاسیونی توسط این معادله حالت نیز وجود دارد. به‌منظور یکسان‌سازی شرایط جریانی این معادله حالت در اعداد وبر ($۰/۳۸ < We = \frac{\rho_v u_{in}^2 D}{\sigma} < ۱/۶$) با معادله حالت شان-چن و پنگ-رابینسون، ابعاد دامنه حل در این معادله حالت به $L_1 =$ ۱۵۰۰، $L_2 =$ ۳۵۰ و $D =$ ۱۳۰ تغییر می‌کند. همچنین مقدار زمان آرامش (لزجت سینماتیک) نیز برابر ۰/۸۹ = τ انتخاب شده است. در شکل ۱۵، حداکثر میزان رشد حباب‌های کاویتاسیونی حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت کارناهان-استارلینگ و شرایط جریانی $T_R =$ ۰/۸، Re = ۵۱/۷۵ و $C_n =$ ۱/۷۱ و زوایای تماس $\theta_w \approx$ ۶۰°، ۹۰°، ۱۲۰° نشان داده شده‌است.

همانطور که در این شکل مشخص است، در شبیه‌سازی عددی جریان‌های کاویتاسیونی با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ

شکل ۱۵. مقایسه ناحیه کاویتاسیونی شکل‌گرفته در گلوگاه نازل همگرا-واگرا، حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت کارناهان-استارلینگ در اعداد کاویتاسیونی و زوایای تماس مختلف در $T_R = ۰/۸$.

Fig. 15. Comparison of cavitation region formed in convergent-divergent nozzle throat, obtained from the present numerical solution with C-S equation in different cavitation numbers and contact angles at $T_R = 0.8$

جدول ۵. زمان اولیه جدایش فاز حاصل از حل حاضر برای وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ

Table 5. The cavitation inception time obtained based on the present numerical solution for convergent-divergent nozzles using C-S equation of state

عدد کاویتاسیونی	عدد رینولدز	$\theta_w \approx ۱۲۰^{\circ}$	$\theta_w \approx ۹۰^{\circ}$	$\theta_w \approx ۶۰^{\circ}$
C_n	Re	t_{inc}	t_{inc}	t_{inc}
۱/۷۶	۵۱/۷۵	۰/۱۳۲	۰/۱۶۵	۰/۲۷۶
۲/۰۹	۴۳/۱۲	۰/۱۵۵	۰/۲۸۱	۰/۳۲۰
۲/۷۱	۳۴/۵	۰/۲۲۸	۰/۳۰۲	۰/۴۸۶

نیز افزایش سرعت جریان ورودی به نازل و در نتیجه کاهش عدد کاویتاسیون، منجر به کاهش مدت زمان رسیدن به لحظه جدایش فاز مایع از بخار می‌شود. با افزایش عدد کاویتاسیون فرآیند کاهش فشار موضعی سیال در گلوگاه نازل در مدت زمان بیشتری صورت می‌گیرد و در نتیجه وقوع و رشد حباب‌های کاویتاسیونی کندتر انجام می‌شود. همچنین مشهود است که نازل با سطوح آب‌دوست برخلاف سطوح آب‌گریز، فرآیند رشد حباب‌های کاویتاسیونی را محدود کرده و علاوه بر تعویق زمان وقوع، از رشد زیاد آنها نیز جلوگیری می‌کند.

زمان وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا بر اساس معادله حالت کارناهان-استارلینگ در شرایط جریانی مختلف در جدول ۵ آورده شده‌است. می‌توان دریافت که با کاهش زاویه تماس ($\theta_w \approx ۶۰^{\circ}$)، وقوع کاویتاسیون به تعویق افتاده و مدت زمان بیشتری جهت مشاهده اولین کاویتی در ناحیه گلوگاه نازل نیاز است. همچنین با استفاده از مفهوم اعداد بی‌بعد، شرایط جریانی یکسان و ابعاد دامنه محاسباتی در معادلات حالت مختلف مشاهده می‌شود که زمان اولین جدایش فاز این معادله حالت با معادلات حالت شان-چن و پنگ-رابینسون تقریبا یکسان است.

مطالعه مشابهی برای پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ در شرایط جریانی مختلف در شکل ۱۶ آورده شده‌است. در این شکل مشهود است که مقدار چگالی در ناحیه وقوع کاویتاسیون با مقدار چگالی بخار برابری می‌کند و فشار آن تا مقدار فشار بخار اشباع سیال کاهش یافته است. در عدد کاویتاسیون ثابت $C_n = ۱/۷۶$ و زمان مشخص، با افزایش آب‌گریزی و تمایل سطح به دفع فاز مایع ، حجم کاویتی

شکل ۱۶. پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با زوایای تماس $\theta_w \approx$ ۶۰°، ۹۰°، ۱۲۰° در $C_n =$ ۲/۰۹ (a) و پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با اعداد کاویتاسیون ۱/۷۶، ۲/۰۹، ۲/۷۱ در $C_n =$ $\theta_w \approx$ ۹۰° (b) با اعمال معادله حالت کارناهان-استارلینگ

Fig. 16. Density profiles on the nozzle wall with contact angles $\theta_w \approx 60°, 90°, 120°$ at $C_n = 2.09$ (a) and density profiles on the nozzle wall with cavitation numbers $C_n = 1.76, 2.09, 2.71$ at $\theta_w \approx 90°$ (b) by the C-S equation of state

ایجادشده افزایش‌یافته و سطح مقطع بیشتری از سطح نازل توسط حباب کاویتاسیونی اشغال می‌شود. همچنین در سمت چپ شکل ۱۶ نشان داده شده که با افزایش عدد کاویتاسیون، افت فشار موضعی تا مقدار فشار بخار اشباع صورت پذیرفته، اما انرژی لازم برای تبدیل سریع فاز مایع به بخار و بیشتر مایع اطراف حباب را فراهم نمی‌کند. بنابراین، در ناحیه وقوع کاویتاسیون اندازه حباب‌ها کاهش یافته و متعاقبا سطح مقطع کوچک‌تری از فضای روی دیواره نازل همگرا-واگرا را اشغال می‌کند.

۴- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، مطالعه عددی دینامیک وقوع پدیده کاویتاسیون، رشد و تخریب حباب‌های کاویتاسیونی و مشخصات جریان کاویتاسیونی در یک نازل همگرا-واگرا با استفاده از روش شبکه بولتزمن چندفازی و با اعمال معادلات حالت مختلف انجام شد. از دیدگاه عددی، نتایج حاضر نشان می‌دهند که معادلات حالت پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ نسبت به معادله حالت شان-چن از دقت و پایداری مناسب‌تری برای مطالعه فرآیند رشد حباب‌های کاویتاسیونی برخوردار هستند. به علت ناپایداری‌های ایجادشده در معادله حالت شان-چن و امواج فشاری برگشتی به میدان حل، قابلیت شبیه‌سازی ادامه روند رشد حباب‌ها توسط این معادله حالت وجود نداشته و تنها جهت تسخیر لحظه شروع جدایش فاز مناسب است. از دیدگاه فیزیکی، نتایج حاصل از این مطالعه نشان می‌دهند که خاصیت آب‌دوستی و آب‌گریزی سطوح، زمان وقوع کاویتاسیون و جدایش فاز را با توجه به سرعت جریان و زاویه تماس سطح تحت تاثیر قرار می‌دهد. در یک نازل همگرا-واگرا با سطوح آب‌گریز، احتمال وقوع جدایش فاز و رشد کاویتی حتی در اعداد کاویتاسیون بالا نیز وجود دارد. از سوی دیگر، در سطوح آب‌دوست این احتمال کاهش یافته و نرخ رشد حباب‌ها در اعداد کاویتاسیون پایین نیز کاهش می‌یابد. وجود یک جت بازگشتی در حین شکل‌گیری حباب‌های کاویتاسیونی، عامل رفتار گذار و ناپایدار این حباب‌ها است که منجر به جدایش حباب‌ها از ناحیه کاویتی رشد یافته اصلی و یا جدایش کامل حباب‌ها از سطح می‌شود. مطالعات در این مقاله، دقت و کارآیی روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن چندفازی توسعه‌داده‌شده را برای شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی و برهم‌کنش بین دو فاز نشان می‌دهد. با توجه به قابلیت‌های این روش در ادغام معادلات حالت فیزیکی مختلف برای مدل‌سازی جدایش فاز بخار از فاز مایع، امکان شبیه‌سازی دینامیک فصل مشترک در جریان‌های دوفازی ازجمله فرآیندهای وقوع کاویتاسیون و رشد حباب‌ها در جریان‌های کاویتاسیونی با دقت مناسبی وجود دارد.

تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله از دانشگاه شهید بهشتی بخاطر حمایت معنوی از این تحقیق تشکر و قدردانی می‌نمایند.

مراجع

[1] C.E. Brennen, Cavitation and Bubble Dynamics, Oxford University Press, (1995).

[2] W.A.S. S. Dabiri, D. D. Joseph, Cavitation in an orifice flow, Phys. Fluids, 19(072112) (2007).

[3] A.K. Gunstensen, D.H. Rothman, S. Zaleski, G. Zanetti, Lattice Boltzmann model of immiscible fluids, Physical Review A, 43(8) (1991) 4320-4327.

[4] D. H. Rothman and J. M. Keller, Immiscible Cellular-Automaton Fluids, Journal of Statistical Physics, 52(1119) (1988).

[5] X. Shan, H. Chen, Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components, Physical Review E, 47 (1993) 1815-1819.

[6] X. Shan, H. Chen, Simulation of nonideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice Boltzmann equation, Physical Review E, 49(4) (1994) 2941-2948.

[7] a.G.D. Xiaowen Shan, Multicomponent Lattice-Boltzmann Model with Interparticle Interaction, Journal of Statistical Physics,, 81 (1995).

[8] P. Yuan, L. Schaefer, Equations of state in a lattice Boltzmann model, Physics of Fluids, 18(4) (2006) 042101.

[9] L.-S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: Lattice Boltzmann models for nonideal gases, PHYSICAL REVIEW E, 62(4) (2000).

[10] W.R. Osborn, E. Orlandini, M.R. Swift, J.M. Yeomans, J.R. Banavar, Lattice Boltzmann Study of Hydrodynamic Spinodal Decomposition, Physical Review Letters, 75 (1995) 4031-4034.

[11] M.R. Swift, W.R. Osborn, J.M. Yeomans, Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids, Phys Rev Lett, 75(5) (1995) 830-833.

[12] E.O. Michael R. Swift, W. R. Osborn, and J. M. Yeomans, Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems, PHYSICAL REVIEW E, 54(5041) (1996).

[13] L.-S. Luo, Unified Theory of Lattice Boltzmann Models for Nonideal Gases, Physical Review Letters, 81(8) (1998) 1618-1621.

[14] X.S.a.G.D.D. Xiaoyi He, Discrete Boltzmann equation model for nonideal gases, PHYSICAL REVIEW E, 57(1).

[15] S.C. Xiaoyi He, and Raoyang Zhang, A Lattice Boltzmann Scheme for Incompressible Multiphase Flow and Its Application in Simulation of Rayleigh–Taylor Instability1, Journal of Computational Physics, 152 (1999) 642–663.

[16] R. Zhang, X. He, S. Chen, Interface and surface tension in incompressible lattice Boltzmann multiphase model, Computer Physics Communications, 129(1-3) (2000) 121-130.

[17] R. Zhang, X. He, G. Doolen, S. Chen, Surface tension effects on two-dimensional two-phase Kelvin–Helmholtz instabilities, Advances in Water Resources, 24(3-4) (2001) 461-478.

[18] Z. Guo, B. Shi, C. Zheng, Chequerboard effects on spurious currents in the lattice Boltzmann equation for two-phase flows, Philos Trans A Math Phys Eng Sci, 369(1944) (2011) 2283-2291.

[19] X. Shan, Analysis and reduction of the spurious current in a class of multiphase lattice Boltzmann models, Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys, 73(4 Pt 2) (2006) 047701.

[20] A. Kuzmin, A.A. Mohamad, S. Succi, Multi-Relaxation Time Lattice Boltzmann Model for Multiphase Flows, International Journal of Modern Physics C, 19(06) (2008) 875-902.

[21] D. Lycett-Brown, K.H. Luo, Multiphase cascaded lattice Boltzmann method, Computers & Mathematics with Applications, 67(2) (2014) 350-362.

[22] M. Sbragaglia, R. Benzi, L. Biferale, S. Succi, K. Sugiyama, F. Toschi, Generalized lattice Boltzmann method with multirange pseudopotential, Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys, 75(2 Pt 2) (2007) 026702.

[23] G.B. G. Falcucci, G. Chiatti, S. Chibbaro, M. Sbragaglia, and S. Succi, , Lattice Boltzmann

Models with Mid-range Interactions, Commun. Comput. Phys, 1071(2) (2007).

[24] Q. Li, K.H. Luo, X.J. Li, Forcing scheme in pseudopotential lattice Boltzmann model for multiphase flows, Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys, 86(1 Pt 2) (2012) 016709.

[25] C. Peng, S. Tian, G. Li, M.C. Sukop, Single-component multiphase lattice Boltzmann simulation of free bubble and crevice heterogeneous cavitation nucleation, Phys Rev E, 98(2-1) (2018) 023305.

[26] M.C. Sukop, D. Or, Lattice Boltzmann method for homogeneous and heterogeneous cavitation, Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys, 71 (2005) 046703.

[27] E. Ezzatneshan, Study of surface wettability effect on cavitation inception by implementation of the lattice Boltzmann method, Physics of Fluids, 29(11) (2017) 113304.

[28] S.U. G. Falcucci, G. Bella, S. Palpacelli, and A. D. Maio, Lattice Boltzmann simulation of a cavitating diesel injector nozzle, SAE Technical Paper, (2011).

[29] G. Falcucci, E. Jannelli, S. Ubertini, S. Succi, Direct numerical evidence of stress-induced cavitation, Journal of Fluid Mechanics, 728 (2013) 362-375.

[30] G. Falcucci, S. Ubertini, G. Bella, S. Succi, Lattice Boltzmann Simulation of Cavitating Flows, Communications in Computational Physics, 13(03) (2015) 685-695.

[31] G. Kähler, F. Bonelli, G. Gonnella, A. Lamura, Cavitation inception of a van der Waals fluid at a sack-wall obstacle, Physics of Fluids, 27(12) (2015) 123307.

[32] S.K. Mishra, P.A. Deymier, K. Muralidharan, G. Frantziskonis, S. Pannala, S. Simunovic, Modeling the coupling of reaction kinetics and hydrodynamics in a collapsing cavity, Ultrason Sonochem, 17(1) (2010) 258-265.

[33] J. Yang, Z. Shen, X. Zheng, L. Li, Simulation on Cavitation Bubble Collapsing with Lattice Boltzmann Method, Journal of Applied Mathematics and Physics, 03(08) (2015) 947-955.

[34] M.-L. Shan, C.-P. Zhu, C. Yao, C. Yin, X.-Y. Jiang, Pseudopotential multi-relaxation-time lattice Boltzmann model for cavitation bubble collapse with high density ratio, Chinese Physics B, 25(10) (2016) 104701.

[35] M.-l. Shan, C.-p. Zhu, X. Zhou, C. Yin, Q.-b. Han, Investigation of cavitation bubble collapse near rigid boundary by lattice Boltzmann method, Journal of Hydrodynamics, 28(3) (2016) 442-450.

[36] Y. Mao, Y. Peng, J. Zhang, Study of Cavitation Bubble Collapse near a Wall by the Modified Lattice Boltzmann Method, Water, 10(10) (2018) 1439.

[37] Y. Peng, B. Wang, Y. Mao, Study on Force Schemes in Pseudopotential Lattice Boltzmann Model for Two-Phase Flows, Mathematical Problems in Engineering, 2018 (2018) 1-9.

[38] C. Peng, S. Tian, G. Li, M.C. Sukop, Simulation of laser-produced single cavitation bubbles with hybrid thermal Lattice Boltzmann method, International Journal of Heat and Mass Transfer, 149 (2020) 119136.

[39] Timm Krüger, Halim Kusumaatmaja, Alexandr Kuzmin, Orest Shardt, Goncalo Silva, E.M. Viggen, The Lattice Boltzmann Method, 1 ed., Springer International Publishing, Switzerland, 2017.

[40] A.L. Kupershtokh, D.A. Medvedev, Lattice Boltzmann equation method in electrohydrodynamic problems, Journal of Electrostatics, 64(7-9) (2006) 581-585.

[41] Q. Zou, X. He, On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, Physics of Fluids, 9(6) (1997) 1591-1598.

[42] D. Or, M. Tuller, Cavitation during desaturation of porous media under tension, Water Resources Research, 38(5) (2002) 19-11-19-14.

[43] M.S. Plesset, A. Prosperetti, Bubble Dynamics and Cavitation, Annual Review of Fluid Mechanics, 9(1) (1977) 145-185.

[44] L. Rayleigh, VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity, The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science, 34(200) (2009) 94-98.

[45] V. Sofonea, T. Biciuşcă, S. Busuioc, V.E. Ambruş, G. Gonnella, A. Lamura, Corner-transport-upwind lattice Boltzmann model for bubble cavitation, Physical Review E, 97(2) (2018).

[46] J.J. Miau, H.W. Tsai, Y.J. Lin, J.K. Tu, C.H. Fang, M.C. Chen, Experiment on smooth, circular cylinders in cross-flow in the critical Reynolds number regime, Experiments in Fluids, 51(4) (2011) 949-967.

[47] D.D. Joseph, Cavitation in a flowing liquid, Physical Review E, 51(3) (1995) R1649-R1650.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

E. Ezzatneshan, H. Vaseghnia, Study of cavitation inception using multiphase lattice Boltzmann method with incorporating equations of state, *Amirkabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 5)(2021) 3151-3170.*

DOI: 10.22060/mej.2020.17997.6705

این صفحه عمداً خالی است