



مطالعه وقوع پدیده کاویتاسیون با استفاده از روش شبکه بولتزمن چندفازی و با اعمال معادلات حالت مختلف

اسلام عزت‌نشان^{*}، حامد واثق‌نیا

گروه مهندسی هوافضا، دانشکده مهندسی فناوری‌های نوین، دانشگاه شهید بهشتی، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۰۶
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۲/۲۵
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۳/۳۱
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۴/۲۴

کلمات کلیدی:

وقوع پدیده کاویتاسیون
روش شبکه بولتزمن چندفازی
معادلات حالت
روش اختلاف دقیق

خلاصه: در مطالعه حاضر، یک روش شبکه بولتزمن چندفازی برای شبیه‌سازی عددی جریان‌های کاویتاسیونی توسعه داده شده است. برهم‌کنش و جدایش فازهای مایع و بخار با اعمال روش اختلاف دقیق صورت گرفته و جهت دستیابی به پایداری عددی با حداقل جریان‌های غیرفیزیکی و انطباق ترمودینامیکی بهتر نتایج عددی، از معادله‌های حالت مناسب استفاده شده است. در این راستا، معادلات حالت مکعبی شان-چن و کارناهان-استارلینگ و معادله حالت غیرمکعبی پنگ-رابینسون اعمال شده‌اند. دقت و کارایی الگوریتم با شبیه‌سازی وقوع کاویتاسیون همگن و غیرهمگن مطالعه شده و نتایج بدست‌آمده با نتایج دیگران مقایسه شده است. الگوریتم توسعه‌یافته برای بررسی وقوع و رشد حباب‌های کاویتاسیونی و دینامیک آن به کار گرفته شده و با استفاده از هر یک از معادلات حالت، تاثیر آب‌دوستی و آب‌گریزی سطوح دیواره بر پایداری عددی و نحوه برهم‌کنش بین جامد و سیال و اثرگذاری آن در چگونگی وقوع پدیده کاویتاسیون در گلوگاه یک نازل همگرا-واگرا مورد مطالعه قرار گرفته است. ارزیابی نتایج حاصل از روش حاضر با نتایج موجود در مراجع نشان می‌دهد که روش شبکه بولتزمن چندفازی با استفاده از یک معادله حالت مناسب، قابلیت و توانمندی بسیار خوبی برای شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی در هندسه‌های کاربردی را دارا بوده و دینامیک پیچیده حباب‌های کاویتاسیونی را به خوبی تسخیر می‌کند.

۱- مقدمه

مختلفی در شبیه‌سازی جریان‌های چندفازی به روش شبکه بولتزمن ارائه شده است. از جمله این روش‌ها می‌توان به مدل گرادیان رنگ^۱ [۳، ۴]، مدل شبه‌پتانسیل^۲ [۵-۹]، مدل انرژی آزاد^۳ [۱۰-۱۳] و مدل تئوری جنبشی^۴ [۱۴-۱۷] اشاره کرد. در میان این روش‌ها، روش شبه‌پتانسیل ارائه‌شده توسط شان و چن [۵] به علت سادگی در به‌کارگیری، برنامه‌نویسی و تسهیل شرایط اعمال معادلات حالت برای شبیه‌سازی فیزیکی و واقعی سیالات، از محبوبیت زیادی برخوردار است.

در سال‌های اخیر تلاش‌های متعددی در راستای افزایش پایداری و دقت عددی روش شبکه بولتزمن چندفازی بر اساس مدل شان-چن شده است [۸، ۱۸-۲۱]. اسبرگالیا [۲۲] و فالکوچی [۲۳] با ارائه همسانگرد^۵ مرتبه بالاتر به کاهش جریان‌های غیرفیزیکی در

پدیده کاویتاسیون به علت افت فشار موضعی و کاهش فشار تا مقداری کمتر از فشار بخار اشباع یک مایع در شرایط تقریباً هم‌دما اتفاق می‌افتد که نتیجه آن، تشکیل سریع حباب‌های بخار در جریان مایع است [۱، ۲]. با این تعریف، امکان وقوع پدیده کاویتاسیون در کاربردهای صنعتی مرتبط با مهندسی هوافضا و مکانیک از جمله توربین‌های هیدرولیکی، نازل‌ها، پروانه‌ها، توربوپمپ‌ها، مولدهای افشانه و ... وجود دارد. به همین علت، مطالعه وقوع این پدیده به روش‌های مختلف تجربی و عددی و ارائه مدل‌های ریاضی آن از اهمیت بسزایی برخوردار است. در بین روش‌های عددی، روش شبکه بولتزمن به‌عنوان یک روش مزوسکوپیک و ابزاری توانمند برای مطالعه جریان‌های چندفازی شناخته می‌شود. این روش جایگزین خوبی برای روش‌های عددی مرسوم بر مبنای حل عددی معادلات ناویر-استوکس در شبیه‌سازی جریان‌های پیچیده چندفازی، میکروسیال‌ها و هندسه‌های متخلخل است. روش‌ها و تکنیک‌های

^{*} نویسنده عهده‌دار مکاتبات: e_ezzatneshan@sbu.ac.ir



تخریب حباب‌های کاویتاسیونی نیز به روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن توسط میسرا و همکاران [۳۲] انجام شد که در این مطالعه، تخریب حباب کاویتاسیونی در حضور واکنش‌های شیمیایی بررسی شده‌است. یانگ و همکاران [۳۳] با استفاده از روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن و معادله حالت کارناهان-استارلینگ به بررسی تخریب حباب کاویتاسیونی در مجاورت سطح پرداختند. شان و همکاران [۳۴] با استفاده از روش زمان آرامش چندگانه^۳ و معادله حالت کارناهان-استارلینگ به کاهش جریان‌های غیرفیزیکی و افزایش نسبت چگالی در شبیه‌سازی تخریب حباب‌های کاویتاسیونی کمک کردند. آنها همچنین توزیع میدان فشاری حاصل از تخریب حباب کاویتاسیونی را با استفاده از این روش مطالعه کرده‌اند [۳۵]. مائو و همکاران نیز [۳۶] با استفاده از این مدل و معادله حالت کارناهان-استارلینگ تحقیقاتی در زمینه دینامیک تخریب حباب‌ها در نزدیکی سطوح جامد داشته‌اند. پنگ و همکاران [۳۷] با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ و روش شبه‌پتانسیل به بررسی فرآیند هسته‌زایی غیرهمگن حباب‌های کاویتاسیونی پرداخته‌اند که با استفاده از روش اعمال نیروی اختلاف دقیق^۴ به عنوان روشی برای ارتقای عملکرد روش شبه‌پتانسیل انجام شده‌است. اخیراً، سوکوپ و همکاران [۳۸] رشد و تخریب حباب کاویتاسیونی را با استفاده از اعمال روش شبکه بولتزمن و معادله حالت کارناهان-استارلینگ و با در نظر گرفتن اثرات انتقال حرارت مطالعه کرده‌اند. در تمامی مطالعات مربوط به فرآیند جدایش فاز و آغاز رشد حباب‌های کاویتاسیونی، به دلیل استفاده از معادله حالت استاندارد، فرآیند رشد حباب‌های کاویتاسیونی صرفاً برای یک سیال خاص در نسبت چگالی پایین انجام شده و از اثرات ترمودینامیکی سیالات مختلف که تاثیر زیادی بر روند و دینامیک رشد حباب دارد صرف نظر شده‌است. همچنین در تمامی مطالعات صورت گرفته در زمینه تخریب حباب‌های کاویتاسیونی، تنها از یک معادله حالت فیزیکی استفاده شده و از تاثیر و نحوه رفتار ترمودینامیکی معادلات حالت مختلف و همچنین پایداری عددی هر یک از آنها در شبیه‌سازی وقوع، رشد و تخریب حباب‌های کاویتاسیونی چشم‌پوشی شده‌است. بنابراین، مطالعه دینامیک رشد حباب‌های کاویتاسیونی به روش شبکه بولتزمن چندفازی با استفاده از معادلات حالت مختلف فیزیکی و تاثیر بکارگیری هریک از این معادلات حالت در مطالعه این

مجاورت فصل مشترک بین دو فاز پرداخته‌اند. همچنین، جریان‌های غیرفیزیکی و مقادیر آنها می‌توانند تحت تاثیر نحوه اعمال نیروی برهم‌کنش نیز قرار بگیرد. لی و همکارانش [۲۴] با استفاده از آنالیز تحلیلی و عددی نشان دادند که نیروهای برهم‌کنش میان دو فاز به شدت در پایداری ترمودینامیکی و جریان‌های غیرفیزیکی تاثیرگذارند و می‌توان با استفاده از این روش‌ها پایداری حل عددی را در روش شبکه بولتزمن کنترل کرد. همچنین پنگ و تیان [۲۵]، به منظور کاهش جریان‌های غیرفیزیکی و شبیه‌سازی نسبت‌های چگالی بالا در جریان‌های چندفازی، از روش‌های اعمال نیروی برهم‌کنش در فصل مشترک بین دو فاز استفاده کرده‌اند. یکی دیگر از راه‌های افزایش پایداری عددی و انطباق ترمودینامیکی و کاهش جریان‌های غیرفیزیکی در حل جریان‌های چندفازی با استفاده از روش شبکه بولتزمن، استفاده از معادلات حالت فیزیکی است. یوان و شفر [۸] نشان داده‌اند که استفاده از معادلات حالتی همچون پنگ-رابینسون^۱، و کارناهان-استارلینگ^۲ به کاهش هرچه بیشتر جریان‌های غیرفیزیکی و دسترسی به نسبت‌های چگالی بالا کمک می‌کند که با مسائل جریان‌های چندفازی موجود در شرایط واقعی انطباق بیشتری دارد.

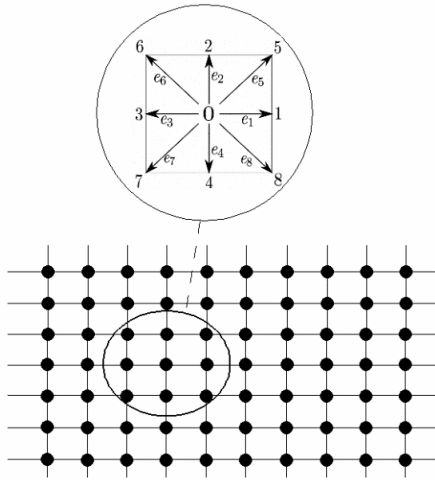
مطالعات برای استفاده از توانمندی و قابلیت روش شبکه بولتزمن چندفازی برای مطالعه پدیده کاویتاسیون شروع شده‌است. اولین مطالعات توسط سوکوپ و اور [۲۶] برای وقوع و رشد حباب‌های کاویتاسیونی به روش شبکه بولتزمن انجام شده‌است. در مطالعه آنها از یک دامنه محاسباتی ساده و معادله حالت شان-چن استفاده شده که اعمال شرایط مرزی خلاف جهت باعث ایجاد افت فشار موضعی در مرکز میدان شده و به همین دلیل جدایش فاز و رشد حباب کاویتاسیونی رخ می‌دهد. عزت‌نشان [۲۷] نیز با استفاده از مدل شبه‌پتانسیل و معادله حالت شان-چن با در نظر گرفتن اثرات زاویه تماس، به بررسی وقوع و رشد حباب کاویتاسیونی پرداخته است. فالكوچی و همکاران [۲۸-۳۰] با استفاده از معادله حالت شان-چن در روش شبکه بولتزمن به تخمین ناحیه وقوع کاویتاسیون در یک انژکتور پرداخته و در این زمینه به موفقیت‌هایی دست یافتند. کاهلر [۳۱] نیز با استفاده از روش انرژی آزاد، پدیده کاویتاسیون بر روی یک مانع را شبیه‌سازی کرده‌است. اولین مطالعات در زمینه دینامیک

3 Multi-relaxation time

4 Exact Difference Method

1 Peng-Robinson (P-R)

2 Carnahan-Starling (C-S)



شکل ۱. شبکه بولتزمن دوبعدی با ۹ جهت سرعت D2Q9

Fig. 1. Two-dimensional lattice Boltzmann with nine discrete velocities

$$e_{\alpha} = \begin{cases} (0,0) & \alpha = 0 \\ (\pm 1,0)c, (0,\pm 1)c & \alpha = 1,2,3,4 \\ (\pm 1,\pm 1) & \alpha = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (3)$$

$$w_{\alpha} = \begin{cases} \frac{4}{9} & \alpha = 0 \\ \frac{1}{9} & \alpha = 1,2,3,4 \\ \frac{1}{36} & \alpha = 5,6,7,8 \end{cases} \quad (4)$$

در معادله (۳)، $c = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ برابر سرعت شبکه و Δx فاصله شبکه است که در این مطالعه برابر واحد در نظر گرفته شده است. مقادیر چگالی ماکروسکوپی ρ و سرعت ماکروسکوپی u که بر اساس تابع توزیع ذرات به دست آمده اند به شکل زیر قابل تعریف هستند:

$$\rho = \sum_{\alpha} f_{\alpha} \quad (5)$$

$$\rho u = \sum_{\alpha} e_{\alpha} f_{\alpha} \quad (6)$$

همچنین لزجت سینماتیکی ν که بر اساس سرعت صوت

و زمان آرامش τ تعریف می شود از رابطه زیر بدست می آید:

$$\nu = \left(\tau - \frac{1}{2}\right)c_s^2 \delta t \quad (7)$$

پدیده، یک نوآوری موثری تلقی می شود که در مطالعه حاضر مورد توجه قرار گرفته است.

در این مقاله، الگوریتم عددی توسعه داده شده به روش شبکه بولتزمن چندفازی با استفاده از مدل شان-چن و اعمال معادلات حالت مختلف جهت شبیه سازی رشد و تخریب حباب های کاپیتاسیونی، همچنین مطالعه دینامیک وقوع پدیده کاپیتاسیون در یک نازل همگرا-واگرا به کار گرفته شده است. برای حفظ پایداری الگوریتم عددی جهت تسخیر فصل مشترک بین دو فاز مایع و بخار آن، از روش اختلاف دقیق برای اعمال عملگر برخورد روش شبکه بولتزمن استفاده شده است. اثرات آبدوستی و آبگریزی دیواره های نازل بر ساختار جریان کاپیتاسیونی مطالعه شده و نتایج حاصل از این شبیه سازی ها از دیدگاه فیزیکی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است.

۲- معادلات حاکم بر روش شبکه بولتزمن چند فازی

معادله شبکه بولتزمن با زمان آرامش و ترم استاندارد برخورد به صورت زیر قابل بیان است:

$$f_{\alpha}(x + e_{\alpha} \Delta t, t + \Delta t) - f_{\alpha}(x, t) = -\frac{\Delta t}{\tau} [f_{\alpha}(x, t) - f_{\alpha}^{eq}(x, t)] \quad (1)$$

که در آن f_{α} تابع توزیع ذرات در راستای جهت α است. t زمان و Δt گام زمانی هستند. همچنین تابع توزیع تعادلی f_{α}^{eq} که بیانگر آرامش ذرات سیال پس از برخورد است به صورت زیر بیان می شود:

$$f_{\alpha}^{eq} = \rho \omega_{\alpha} \left(1 + 3 \frac{e_{\alpha} \cdot u}{c^2} + \frac{9}{2} \frac{(e_{\alpha} \cdot u)^2}{c^4} - \frac{3}{2} \frac{|u|^2}{c^2}\right) \quad (2)$$

که در آن ω_{α} تابع وزن و u و ρ به ترتیب مقادیر ماکروسکوپی بردار سرعت و چگالی هستند. لازم به یادآوری است که معادله روش شبکه بولتزمن با استفاده از بسط چپمن-انسکوگ معادلات ناویر-استوکس تراکم پذیر را در رژیم تراکم پذیری خفیف بازیابی می کند [۳۹].

در این مطالعه از روش شبکه بولتزمن دوبعدی با ۹ جهت سرعت D2Q9 استفاده شده است (شکل ۱). در این حالت تابع وزن ω_{α} و سرعت مجزای ذرات e_{α} به شکل زیر قابل بیان هستند.

صورت گرفته که نیروی F تنها تابع توزیع f_α را جابجا می‌کند. بنابراین، تابع توزیع تعادلی در صورت اعمال نیرو، به صورت مستقل از مقدار زمان آرامش τ در تعادل باقی می‌ماند. در روش شبه پتانسیل شبکه بولتزمن، معادله حالت ایده آل ($p = \rho c_s^2$) به یک معادله حالت غیرایده آل تحت عنوان معادله حالت مدل شان-چن تبدیل می‌شود که با توجه به نیروهای اندرکنش بین مولکولی، تابع فشار به صورت زیر بیان می‌شود:

$$p = \rho c_s^2 + \frac{c_0 G}{2} [\psi(\rho)]^2 \quad (14)$$

که مقدار C_0 با توجه به مدل شبکه بولتزمن تعریف می‌شود. در این مطالعه با توجه به مدل توسعه داده شده مقدار C_0 برابر ۶ در نظر گرفته شده است. تابع ψ به مقدار چگالی محلی بستگی دارد و بیانگر رابطه میان قدرت برهم‌کنش و جرم ذرات است که به منظور اعمال معادلات حالت مختلف، تابع $\psi(\rho)$ به شکل زیر بازنویسی می‌شود:

$$\psi(\rho) = \sqrt{\frac{2(p - c_s^2 \rho)}{C_0 G}} \quad (15)$$

که مقدار p از معادلات حالت موردنظر به دست می‌آید. به منظور اعمال معادله حالت پنگ-رابینسون از معادله فشار به صورت زیر استفاده می‌شود:

$$p = \frac{\rho RT}{1 - b\rho} - \frac{a\rho^2 a(T)}{1 + b\rho} \quad (16)$$

که در آن $a = 0.45724 \frac{R^2 T_c^2}{P_c}$ و $b = 0.0778 \frac{RT_c}{P_c}$ است و مقدار a به مقدار دما و ضریب بی مرکزی ω بستگی دارد و به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$a(T) = (1 + (0.37464 + 1.54226\omega - 0.26992\omega^2) \times (1 - \sqrt{T/T_c}))^2 \quad (17)$$

ضریب بی مرکزی پارامتری برای اندازه‌گیری مرکزیت مولکول‌های سیال است که وجود آن در این معادله حالت انعطاف بیشتری به این

مدل توسعه یافته شان-چن به منظور محاسبه اندرکنش بین مولکولی با اضافه کردن یک عبارت مومنوم به تابع توزیع تعادلی f_α^{eq} صورت می‌گیرد که به شکل زیر است:

$$u^{eq} = u + \frac{\tau F_\alpha}{\rho} \quad (8)$$

که عبارت نیروی F_α برابر با مجموع نیروی برهم‌کنش F_α^{int} و نیروی چسبندگی F_α^{ads} است. هرکدام از این نیروها به ترتیب به شکل زیر محاسبه می‌شوند:

$$F_\alpha^{int}(x, t) = -G\psi(x, t) \sum_\alpha \omega_\alpha \psi(x + e_\alpha \Delta t, t) e_\alpha \quad (9)$$

$$F_\alpha^{ads}(x, t) = -G\psi(x, t) \sum_\alpha \omega_\alpha \psi(\rho_w) s(x + e_\alpha \Delta t, t) e_\alpha \quad (10)$$

که G بیانگر پتانسیل اندرکنش درون مولکولی است و مقادیر منفی یا مثبت آن به ترتیب بیانگر قابلیت جاذبه یا دافعه نیرو است. به منظور محاسبه نیروهای اندرکنش بین مولکولی میان دو فاز مایع و بخار از روش اختلاف دقیق استفاده شده که به طور مستقیم از گسسته‌سازی معادله بولتزمن در فضای مومنوم استخراج می‌شود [۴۰].

$$s_\alpha = f_\alpha^{eq}(\rho, u^* + \Delta u) - f_\alpha^{eq}(\rho, u^*) \quad (11)$$

در این رابطه، $u^* = \sum_\alpha f_\alpha e_\alpha / \rho$ و $\Delta u = F \Delta T / \rho$ است. مقدار سرعت واقعی جریان در میدان حل نیز از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho u = \sum_{\alpha=0}^N c_\alpha f_\alpha + F \frac{\Delta t}{2} \quad (12)$$

در نهایت، معادله روش شبکه بولتزمن چندفازی با اعمال عملگر برخورد با استفاده از روش اختلاف دقیق به صورت زیر بازنویسی می‌شود.

$$f_\alpha(x + e_\alpha \Delta t, t + \Delta t) - f_\alpha(x, t) = -\frac{\Delta t}{\tau} [f_\alpha(x, t) - f_\alpha^{eq}(\rho, u)] + f_\alpha^{eq}(\rho, u + \Delta u) - f_\alpha^{eq}(\rho, u) \quad (13)$$

اعمال نیروی‌های برهم‌کنش در روش اختلاف دقیق به شکلی

صورت زیر اعمال می‌شود:

شرط مرزی سرعت بیانگر شرایط ورودی جریان بر اساس سرعت آن است و می‌توان با استفاده از پیوستگی جریان به‌عنوان قید، مقادیر ماکروسکوپیکی روی مرزها را محاسبه کرد. شرایط مرزی فشار، بیانگر شرایط ورود و یا خروج جریان بر اساس فشار آن است. بر اساس روش ژو و هی، این شرط مرزی شبیه به شرایط مرزی سرعت است، با این تفاوت که با استفاده از یک مقدار ثابت فشار یا چگالی به محاسبه سرعت ماکروسکوپیکی پرداخته شده و سپس با استفاده از مقادیر مشخص در داخل میدان، مقادیر نامعلوم تابع توزیع در مرزها محاسبه می‌شود. بنابراین شرط مرزی فشار در مرز سمت راست شکل ۲ و بر اساس مقدار چگالی در مرز به صورت زیر اعمال شده و سپس با استفاده از روابط معادلات حالت، مقدار فشار در نقاط مرزی محاسبه می‌شود:

۳- نتایج عددی

$$\rho = \frac{1}{1+u_x} [f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_1 + f_5 + f_8)] \quad (23)$$

$$f_3 = f_1 - \frac{2}{3} \rho u_x \quad (24)$$

$$f_7 = f_5 + \frac{1}{2} (f_2 - f_4) - \frac{1}{6} \rho u_x + \frac{1}{2} \rho u_y \quad (25)$$

$$f_6 = f_8 - \frac{1}{2} (f_2 - f_4) - \frac{1}{6} \rho u_x - \frac{1}{2} \rho u_y \quad (26)$$

در این بخش ابتدا با استفاده از شبیه‌سازی پدیده کاویتاسیون همگن و غیرهمگن به ارزیابی صحت عملکرد الگوریتم توسعه‌یافته پرداخته شده‌است. سپس، شبیه‌سازی وقوع کاویتاسیون در یک نازل همگرا-واگرا مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج به‌دست‌آمده تحلیل می‌شوند.

۳-۱- کاویتاسیون همگن

پدیده کاویتاسیون همگن شامل جدایش فازها با توجه به تنش‌های کششی موضعی شدید است که فقط در مایعات خالص اتفاق می‌افتد. به منظور اطمینان از صحت و دقت الگوریتم توسعه‌داده‌شده در تسخیر دینامیک جدایش فازها در جریان‌های کاویتاسیونی، نتایج حاصل از کاویتاسیون همگن در تحقیق حاضر با نتایج ارائه‌شده در مرجع [۲۶] مقایسه شده‌است. برای این منظور، یک دامنه مربعی در

مدل جهت شبیه‌سازی سیالات واقعی می‌دهد. رابطه میان خواص ترمودینامیکی سیستم براساس معادله حالت کارناهان-استارلینگ نیز به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$p = \rho RT \frac{1 + \frac{b\rho}{4} + (\frac{b\rho}{4})^2 - (\frac{b\rho}{4})^3}{(1 - \frac{b\rho}{4})^3} - a\rho^2 \quad (18)$$

در این معادله، حالت $a = 0.4963 \frac{R^2 T_c^2}{p_c}$ و $b = 0.1827 \frac{RT_c}{p_c}$ است. به‌منظور اعمال شرایط مرزی سرعت در روش شبکه بولتزمن، ژو

و هی [۴۱] با تعیین بردار سرعت $u = \begin{bmatrix} u_0 \\ v_0 \end{bmatrix}$ در دو راستای x و y ، چگالی روی مرز را بر اساس مقادیر داخل میدان محاسبه کرده‌اند.

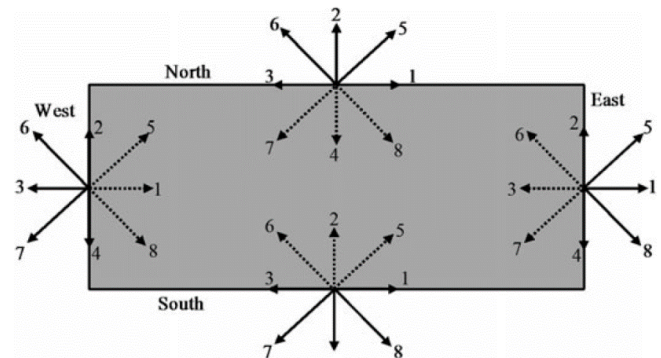
سپس مقادیر تابع توزیع مجهول در مرز، بر اساس مقادیر معلوم و بر مبنای معادله حاکم روش شبکه بولتزمن محاسبه می‌شود. بنابراین شرایط مرزی سرعت در سمت چپ دامنه محاسباتی (شکل ۲) به

$$\rho = \frac{1}{1-u_x} [f_0 + f_1 + f_3 + 2(f_3 + f_6 + f_7)] \quad (19)$$

$$f_1 = f_3 + \frac{2}{3} \rho u_x \quad (20)$$

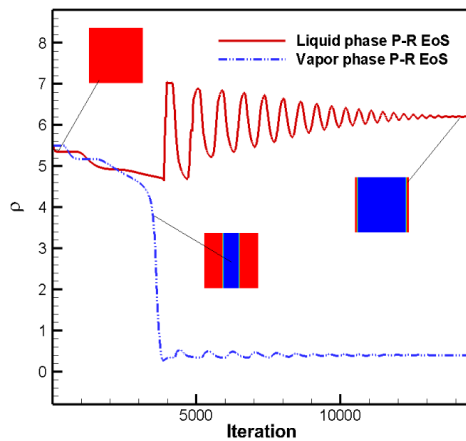
$$f_5 = f_7 - \frac{1}{2} (f_2 - f_4) + \frac{1}{6} \rho u_x + \frac{1}{2} \rho u_y \quad (21)$$

$$f_8 = f_6 - \frac{1}{2} (f_2 - f_4) + \frac{1}{6} \rho u_x - \frac{1}{2} \rho u_y \quad (22)$$



شکل ۲. شماتیک توابع توزیع مجهول بر روی مرزها [۲۹]

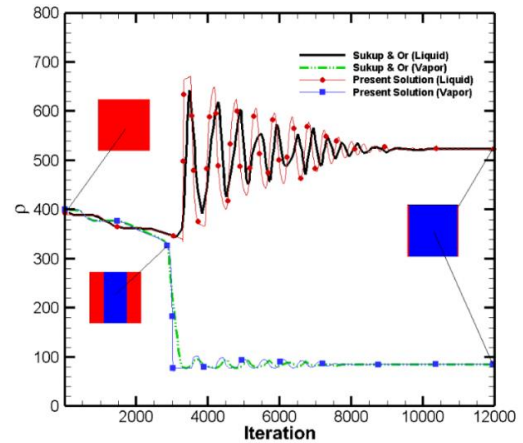
Fig. 2. Schematic of unknown distribution functions on boundaries



شکل ۴. تغییرات زمانی چگالی مایع (قرمز) و بخار (آبی) در فرآیند جدایش فاز در کاویتاسیون همگن با معادله حالت پنگ-رابینسون.

Fig. 4. Temporal changes in liquid (red) and vapor (blue) density in the phase separation process in homogeneous cavitation resulting from the present numerical solution with the P-R equation of state

بخار در مقداردهی اولیه است. بنابراین، در فرآیند حل در یک دمای مشخص، مقادیر چگالی اولیه تا زمان رسیدن به مقدار چگالی واقعی در آن دما و رسیدن به حالت تعادل تغییر می‌کنند. به منظور اطمینان از صحت عملکرد الگوریتم توسعه داده شده در تسخیر دینامیک پدیده کاویتاسیون همگن با استفاده از معادلات حالت، معادله حالت پنگ-رابینسون به عنوان نمونه اعمال شده و مورد بررسی قرار گرفته است. برای این منظور یک دامنه محاسباتی مربعی در ابعاد 200×200 در نظر گرفته شده است. مقدار اولیه چگالی در دامنه حل $\rho_l = 5/5$ و جهت قرارگیری این دامنه در شرایط دمایی زیربحرانی، $T_R = 0/8$ در نظر گرفته شده است. شرایط مرزی متناوب در مرزهای بالا و پایین و شرط مرزی سرعت خلاف جهت $u = 0/0.05$ در مرزهای چپ و راست این دامنه اعمال شده است. نتایج حاصل از شبیه‌سازی عددی با استفاده از معادله حالت پنگ-رابینسون در شکل ۴ نشان می‌دهد که این معادله حالت، رفتار نوسانی وقوع و رشد کاویتاسیون همگن را در شروع حل به خوبی تسخیر می‌کند و با گذشت زمان، نوسانات ناشی از فشار ضربه‌ای وقوع کاویتاسیون کاهش یافته و به تدریج دامنه دوفازی مایع-بخار به شرایط تعادل می‌رسد. نتایج حاصل از این بخش، دقت و کارایی مناسب الگوریتم توسعه داده شده بر مبنای روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن جهت شبیه‌سازی دینامیک پدیده کاویتاسیون همگن و جدایش فازها را با استفاده از معادلات حالت نشان می‌دهد.



شکل ۳. فرآیند جدایش فاز در وقوع کاویتاسیون همگن، حاصل از حل حاضر و مقایسه چگالی برای فاز مایع (قرمز) و بخار (آبی) بر اساس زمان.

Fig. 3. The phase separation process in the homogeneous cavitation resulting from the present numerical solution and comparing the density for the liquid (red) and vapor (blue) phases based on time

ابعاد 200×200 گره شبکه در نظر گرفته شده است. مقدار اولیه چگالی در دامنه حل $\rho_l = 400$ و با استفاده از پارامتر قدرت برهم‌کنش $G = -144$ ، دامنه حل در شرایط زیربحرانی قرار گرفته است. شرایط مرزی در مرزهای بالا و پایین به صورت متناوب و در مرزهای چپ و راست به صورت شرایط مرزی سرعت با اندازه $u = 0/0.05$ در نظر گرفته شده که در خلاف جهت هم به میدان اعمال می‌شوند. اعمال شرایط مرزی سرعت در خلاف جهت، باعث کشیدگی میدان و افت فشار موضعی تا مقدار فشار بخار اشباع سیال شده و جدایش فاز بخار از فاز مایع خالص در ناحیه مرکزی میدان آغاز می‌شود. در شکل ۳ وقوع کاویتاسیون همگن و مقایسه مقادیر چگالی در زمان رشد کاویتاسیون همگن نشان داده شده که با نتایج سوکوپ و اور نیز مقایسه شده است. برای این مقایسه، یک نقطه در مرکز میدان حل و دیگری در سمت راست، در نزدیک مرز قرار دارد.

نتایج حاصل از الگوریتم حاضر برای مقادیر چگالی در این نقاط، تطابق خوبی با نتایج مرجع ذکر شده را نشان می‌دهد. این نتایج نشان می‌دهند که روش عددی توسعه داده شده، نوسانات چگالی را در شروع فرآیند جدایش فاز با دقت مناسبی تسخیر کرده است. این نوسانات به علت فشار ضربه‌ای حاصل از شروع جدایش فازها است که با گذر زمان و جدایش کامل فاز بخار از فاز مایع از بین رفته و سیستم دوفازی مایع-بخار به شرایط پایدار می‌رسد. بخشی از این نوسانات نیز به حل عددی برمی‌گردد که علت آن واقعی نبودن مقدار اولیه چگالی مایع و

۳-۲- کاویتاسیون غیرهمگن

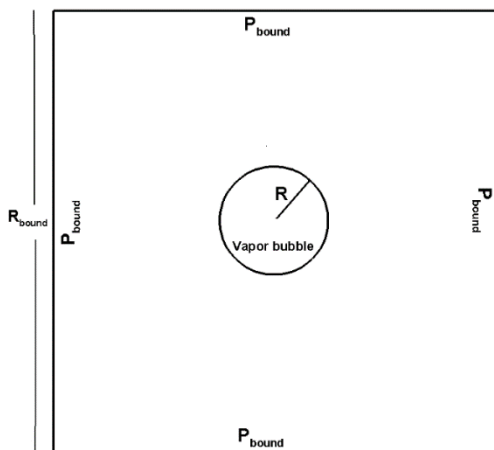
معادله حالت کارناهان-استارلینگ مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج حاصل از حل حاضر با حل تحلیلی معادله ریلی-پلست مقایسه شده تا از صحت و دقت حل عددی اطمینان حاصل شود. برای این مقایسه، معادله ریلی-پلست به شکل زیر بازنویسی شده است [۴۵، ۴۶]:

$$\ln\left(\frac{R_{bound}}{R}\right)(\dot{R}^2 + R\ddot{R}) - \frac{1 - \left(\frac{R_{bound}}{R}\right)^2}{2} \dot{R}^2 \quad (30)$$

$$-\frac{2\nu}{\rho_{liquid}R} \dot{R} + \frac{\sigma}{\rho_{liquid}R} = \frac{P_{vapor} - P_{bound}}{\rho_{liquid}}$$

در این معادله، R_{bound} بیانگر اندازه دامنه مربعی و R شعاع حباب دوبعدی است. P_{bound} و P_{vapor} به ترتیب نماینده فشار بخار و فشار تعریف شده در مرزها هستند. (مطابق شکل ۵).

شبه‌سازی رشد و تخریب حباب کاویتاسیونی غیرهمگن با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ، در یک دامنه 400×400 گره شبکه و دمای بی‌بعد $T_R = 0.6$ صورت گرفته است. در زمان رشد و تخریب حباب‌های کاویتاسیونی، رفتار چگالی فاز بخار نوسانی بوده و حداکثر نسبت چگالی قابل دستیابی در این دمای بی‌بعد $\rho_l / \rho_v \approx 650$ است. به منظور تطابق با شرایط فیزیکی و حفظ شکل دایروی حباب در فضای دوبعدی در حین فرآیند رشد یا تخریب، شرط مرزی فشار برای تمامی مرزهای دامنه محاسباتی در



شکل ۵. دامنه محاسباتی برای مطالعه فرآیند رشد و تخریب حباب در کاویتاسیون غیرهمگن

Fig. 5. Computational domain for studying the process of growth and collapse of bubbles in heterogeneous cavitation

کاویتاسیون غیرهمگن زمانی در یک مایع رخ می‌دهد که حباب بخار یا هوا به‌عنوان یک هسته در داخل میدان تحت تاثیر تنش‌های کششی شدید، رشد یافته و یا تخریب شود. برای شکل‌گیری حباب، باید بر انرژی ΔE غلبه شود که برابر با مجموع انرژی فصل مشترک بر روی سطح حباب و کار انجام‌شده توسط اختلاف فشار میان فاز مایع و فاز بخار بر حجم آن است [۴۲]:

$$\Delta E = 2\pi R\sigma + \pi R^2 \Delta P \quad (27)$$

ΔP برابر با اختلاف فشار میان فاز مایع و فاز بخار است. حداکثر

مقدار انرژی ΔE در شرایطی حاصل می‌شود که $\partial \Delta E / \partial R = 0$ باشد. بنابراین شعاع متناظر با این میزان انرژی، تحت عنوان شعاع بحرانی R_c شناخته می‌شود:

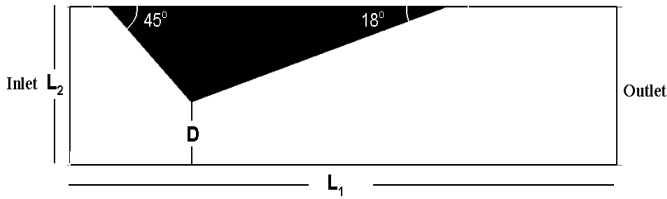
$$R_c = -\frac{\sigma}{\Delta P} \quad (28)$$

معادله (۲۷) بیان می‌کند که در یک اختلاف فشار مشخص، در صورتی که شعاع حباب، دارای شعاع کمتر از مقدار بحرانی باشد، به علت کاهش انرژی سیستم، به تدریج فاز بخار به فاز مایع تبدیل شده و از بین می‌رود. در مقابل اگر شعاع حباب بیشتر از این مقدار باشد، فاز مایع در اطراف حباب بدون محدودیت به بخار تبدیل شده و حباب موجود رشد می‌یابد. تغییرات زمانی و اندازه حباب‌های کاویتاسیونی در فرآیند رشد و تخریب، با استفاده از معادله کلاسیک ریلی-پلست قابل بیان است که به‌منظور بررسی تغییرات شکل یک حباب کروی در یک دامنه مایع نامتناهی ارائه شده است [۴۳، ۴۴]:

$$R\ddot{R} + \frac{3}{2} \dot{R}^2 + \frac{4\nu}{\rho_l} \dot{R} + \frac{2\sigma}{\rho_l R} = \frac{P_b - P_\infty}{\rho_l} \quad (29)$$

در این رابطه، P_b برابر فشار داخل حباب و P_∞ بیانگر فشار مایع در فاصله بی‌نهایت است.

در این بخش، رشد و تخریب حباب کاویتاسیونی غیرهمگن با استفاده از روش شبکه بولتزمن چندفازی توسعه‌داده‌شده با اعمال



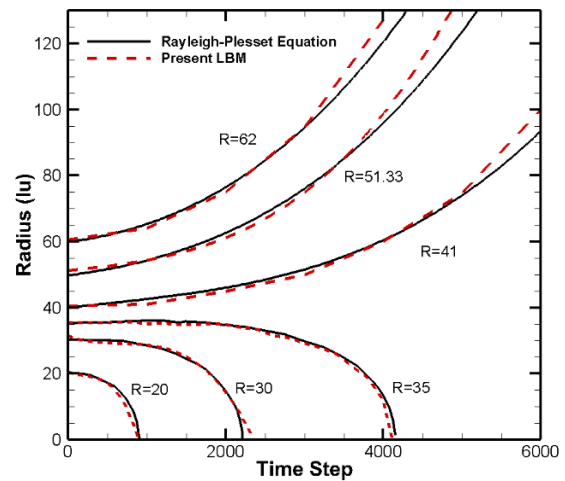
شکل ۷. هندسه نازل همگرا-واگرا جهت مدل سازی وقوع پدیده کاویتاسیون

Fig. 7. Convergent-divergent nozzle geometry to model the inception of cavitation phenomenon

با توجه به قابلیت و توانمندی روش شبکه بولتزن چندفازی در شبیه سازی جریان های کاویتاسیونی به مدل سازی عددی این جریان ها در یک نازل همگرا-واگرا پرداخته می شود. جریان مایع در نازل همگرا-واگرا، یکی از مسائل مهم و کاربردی در مولدهای پاشش سوخت سامانه های پیشرفته است. وقوع کاویتاسیون در چنین سامانه های سیالاتی منجر به تغییر عملکرد و راندمان و یا آسیب به اجزای هیدرولیکی آنها می شود. بنابراین مطالعه جریان های کاویتاسیونی در نازل های همگرا-واگرا و بررسی ساختار و الگوی آن از جمله مسائل مورد توجه محققین است. در این بخش، الگوریتم عددی توسعه داده شده به روش شبکه بولتزن و معادلات حالت مختلف جهت شبیه سازی وقوع پدیده کاویتاسیون در یک نازل همگرا-واگرا به کار گرفته شده است. اثرات آبدوستی و آب گریزی دیواره های نازل بر ساختار جریان کاویتاسیونی مطالعه شده و نتایج حاصل از این شبیه سازی ها از دیدگاه فیزیکی و عددی مورد بررسی قرار گرفته است. در این بخش مطالعه وقوع کاویتاسیون و جدایش اولیه فاز، با در نظر گرفتن معادلات حالت شان-چن، پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ و اعداد کاویتاسیون مختلف مطالعه و بررسی شده است. شکل ۷، هندسه نازل همگرا-واگرا و شرایط مرزی اعمال شده را نشان می دهد. یک نازل مثلثی شکل با زوایای همگرا و واگرا 18° و 45° در بخشی از یک کانال با ابعاد L_1 و L_2 قرار داده شده و ارتفاع گلوگاه نازل برابر D است. در این مطالعه، $L_1 = 200$ ، $L_2 = 500$ و $D = 150$ انتخاب شده اند. به منظور ایجاد شرایط جریان یکنواخت در تمامی معادلات حالت، مقدار دمای بی بعد 0.8 $T_r =$ قرار داده شده و یک پروفیل سرعت یکنواخت به عنوان شرایط مرزی سرعت در ورودی نازل و شرط مرزی فشار در مرز خروجی مورد استفاده قرار گرفته است. در این مطالعه، به بررسی اثرات آبدوستی و آب گریزی سطح در زاویه های تماس 60° ، 90° ، 120° با استفاده از معادلات حالت مختلف پرداخته شده است. در جدول ۱

نظر گرفته شده است. به منظور اعتبار سنجی نتایج به دست آمده، معادله باز نویسی شده ریلی-پلست توسط روش رانگ-کوتا مرتبه چهار حل شده است. با در نظر گرفتن مقدار اختلاف فشار میان فاز مایع و بخار برابر $\Delta P = -0.059$ و با توجه به معادله ۲۸، مقدار شعاع بحرانی حباب $R_c = 37/2$ بدست می آید. بنابراین، حباب هایی با شعاع اولیه کوچکتر از شعاع بحرانی، قابلیت غلبه بر انرژی ΔE را نداشته و در میدان حل عددی به فاز مایع تبدیل می شوند. از سوی دیگر، حباب کاویتاسیونی با شعاع بزرگتر از شعاع بحرانی به علت غلبه بر انرژی ΔE در اختلاف فشار ذکر شده، فاز مایع را در اطراف خود به فاز بخار تبدیل کرده و به صورت پیوسته رشد می کند. شکل ۶، انطباق حل عددی روش شبکه بولتزن و حل تحلیلی معادله ریلی-پلست را برای فرآیند رشد و تخریب حباب های کاویتاسیونی غیر همگن نشان می دهد. مقایسه نتایج بدست آمده از حل عددی و تحلیلی در این مطالعه، دقت و عملکرد خوب روش شبکه بولتزن چندفازی را برای شبیه سازی دینامیک رشد و تخریب حباب ها در کاویتاسیون غیر همگن نشان می دهد.

۳-۳- مطالعه وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا



شکل ۶. مقایسه نتایج بدست آمده از حل عددی حاضر با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ و معادله باز نویسی شده ریلی-پلست برای تغییر تدریجی اندازه حباب های کاویتاسیونی غیر همگن در $\Delta P = -0.0595$ و $R_c = 37/2$

Fig. 6. Comparison of the results obtained from the present numerical solution using the C-S equation of state and the revised Rayleigh-Plesset equation for the gradual change in the size of non-homogeneous cavitation bubbles at $\Delta P = -0.0595$ and $R_c = 37.2$

جدول ۱. مشخصات جریان در نظر گرفته شده برای شبیه سازی وقوع کاویتاسیون با استفاده از معادلات حالت مختلف

Table 1 Flow characteristics used to simulate the occurrence of cavitation using different equations of state

پارامتر	کارناهان-استارلینگ	پنگ-رابینسون	شان-چن
T_r	۰/۸	۰/۸	۰/۸
ρ_l	۰/۳۱۹	۷/۳۰۶	۱/۹
ρ_v	۰/۰۱۹	۰/۳۷۱۹	۰/۱۵
σ	۰/۰۰۸۸	۰/۱۲۲	۰/۰۶۵
Reynolds	۲۸/۴۸-۵۱/۷۵	۲۸/۴۸-۵۱/۷۵	۲۸/۴۸-۵۱/۷۵
Weber	۰/۳۸-۱/۶	۰/۳۸-۱/۶	۰/۳۸-۱/۶
D_ρ	۰/۸	۰/۸	۰/۸

افزایش سرعت ورودی، برآیند سرعت در گلوگاه نازل افزایش یافته و منجر به افت فشار استاتیکی تا مقدار فشار بخار اشباع مایع می شود. در نهایت، اولین حباب بخار در ناحیه پشت گلوگاه، پدید آمده و شروع به رشد می کند. لازم به ذکر است در صورت اعمال شرایط سرعت ورودی بسیار پایین (در حدود $C_n = 1/71$ و $Re = 51/75$ ، $T_r = 0/8$)، در طول هندسه نازل پدیده کاویتاسیون رخ نمی دهد.

شکل ۸، حداکثر اندازه حباب های رشد یافته در طی وقوع کاویتاسیون توسط معادله حالت شان-چن را در $C_n = 1/71$ و $Re = 51/75$ ، $T_r = 0/8$ نشان می دهد. با توجه به این شکل مشاهده می شود که در اعداد کاویتاسیون بالا، حباب ها پس از طی مدت زمانی طولانی تر به حداکثر اندازه خود می رسند. از سوی دیگر، با کاهش این پارامتر، فرآیند رشد حباب سریع تر بوده و حداکثر حجم حباب رشد یافته نیز نسبت به جریان هایی با عدد کاویتاسیون بالاتر افزایش می یابد. علاوه بر تاثیر عدد کاویتاسیون، مشاهده می شود که خاصیت آب دوستی و آب گریزی سطوح نیز در این روند تاثیر مستقیم دارد. با افزایش تمایل سطح به جذب فاز مایع ($\theta_w = 60^\circ$)، وقوع اولیه کاویتاسیون به تاخیر افتاده و حداکثر

پارامترهای عددی و مشخصات جریان های کاویتاسیونی مورد استفاده در حل عددی حاضر در معادلات حالت و در ابعاد شبکه مختلف ارائه شده است.

برای مطالعه وقوع پدیده کاویتاسیون، از تعریف عدد بی بعد کاویتاسیون به صورت زیر استفاده شده است:

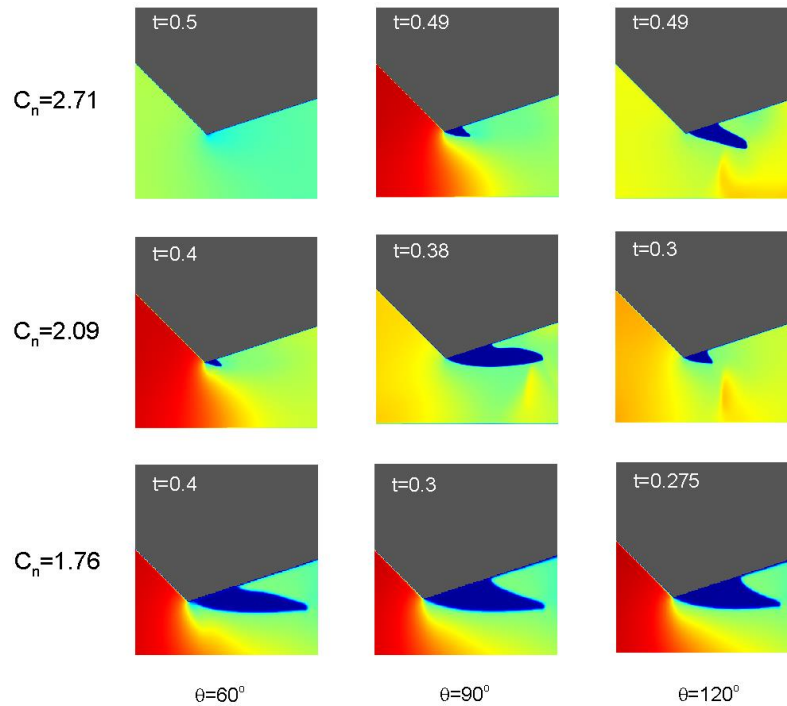
$$C_n = \frac{p_{in} + 0.5\rho_{in}u_{in}^2 - p_v}{0.5\rho_{in}u_{in}^2} \quad (31)$$

که در آن، زیرنویس in بیانگر مشخصات جریان در ورودی نازل و P_v فشار بخار در ناحیه کاویتی است. در این مطالعه، زمان وقوع کاویتاسیون و اولین لحظه جدایش فاز با استفاده از زمان بی بعد t_{inc} اندازه گیری شده که در مطالعه کاویتاسیون اهمیت دارد. نتایج به دست آمده برای اولین زمان جدایش فاز و وقوع کاویتاسیون t_{inc} برای معادله حالت شان-چن در جدول ۲ نشان داده شده است. این مطالعه نشان می دهد که با افزایش سرعت ورودی u_{in} که متناظر با کاهش عدد کاویتاسیون است، زمان جدایش فاز در جریان های کاویتاسیونی عبوری از گلوگاه یک نازل همگرا-واگرا کاهش می یابد. با

جدول ۲. زمان اولیه جدایش فاز حاصل از حل عددی حاضر برای وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا با استفاده از معادله حالت شان-چن

Table 2 The initial phase separation of the present numerical solution for cavitation in convergent-divergent nozzles using S-C equation of state

$\theta_w \approx 60^\circ$	$\theta_w \approx 90^\circ$	$\theta_w \approx 120^\circ$	عدد رینولدز	عدد کاویتاسیونی
t_{inc}	t_{inc}	t_{inc}	Re	C_n
۰/۲۵۵	۰/۱۳۵	۰/۱۰۰	۵۱/۷۵	۱/۷۶
۰/۳۷۱	۰/۲۲۰	۰/۱۱۳	۴۳/۱۲	۲/۰۹
-----	۰/۲۶۵	۰/۲۰۰	۳۴/۵	۲/۷۱



شکل ۸. مقایسه ناحیه کاویتاسیونی شکل گرفته در گلوگاه نازل همگرا-واگرا، حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت شان-چن در اعداد کاویتاسیونی و زوایای تماس مختلف.

Fig. 8. Comparison of cavitation zone formed in convergent-divergent nozzle throat, obtained from present numerical solution with S-C equation of state in cavitation numbers and different contact angles

حجم حباب رشد یافته در این اعداد کاویتاسیون، کوچکتر خواهد بود. از طرفی با افزایش تمایل سطوح به دفع فاز مایع ($\theta_w = 120^\circ$)، مشاهده می‌شود که نرخ رشد حباب کاویتاسیونی و حداکثر حجم حباب نیز افزایش یافته و به عبارتی سطح مقطع بیشتری از دیواره گلوگاه نازل، توسط فاز بخار اشغال می‌شود.

به منظور بررسی حداقل سرعت مورد نیاز برای وقوع کاویتاسیون، از معیار نایبربری جوزف استفاده شده است [۴۷]. نایبربری جوزف برخلاف روش‌های استاتیکی، به بررسی افت فشار در ناحیه وقوع کاویتاسیون نمی‌پردازد، بلکه غالب بودن تنش‌های سطحی بر فشار

$$p_c = p_v - \frac{\sigma}{R} \quad (34)$$

از رابطه زیر به دست می‌آید: در این معادله، پارامتر R حداقل شعاع تشکیل حباب بدون جذب مجدد در فاز مایع است. به منظور بیان تطابق معیار نایبربری جوزف با نتایج حل عددی شبکه بولترمن چند فاز، شبیه‌سازی جریان کاویتاسیونی در داخل نازل همگرا-واگرا مورد مطالعه قرار گرفته است. مقادیر محاسبه شده آرایه‌های قطری تانسور تنش در ناحیه وقوع کاویتاسیون در جدول ۳ آورده شده است.

این مطالعه نشان می‌دهد که حداقل شعاع ناحیه بخار $R \sim 5$ به دست آمده و با توجه به کشش سطحی محاسبه شده،

به منظور بررسی حداقل سرعت مورد نیاز برای وقوع کاویتاسیون، از معیار نایبربری جوزف استفاده شده است [۴۷]. نایبربری جوزف برخلاف روش‌های استاتیکی، به بررسی افت فشار در ناحیه وقوع کاویتاسیون نمی‌پردازد، بلکه غالب بودن تنش‌های سطحی بر فشار

$$T_{ij} = -p\delta_{ij} + \tau_{ij}, \quad i, j = x, y \quad (32)$$

را معیاری برای بروز اولین حباب در جریان‌های کاویتاسیونی مدنظر قرار می‌دهد. برای یک سیال، مجموع تانسورهای تنش به شکل زیر تعریف می‌شوند:

$$T_{11} + p_c > 0 \quad (33)$$

جدول ۳. بررسی معیار جوزف برای وقوع پدیده کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا به ازای سرعت‌های ورودی مختلف

Table 3. Joseph's criterion for the occurrence of cavitation phenomenon in convergent-divergent nozzles with different inlet velocities

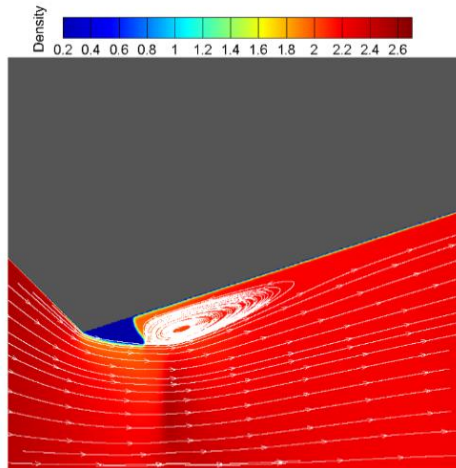
$\tau_{xx} \times 10^3$	$\tau_{yy} \times 10^3$	T_{11}	T_{22}	$T_{11} + p_c$	u_{in}
-۰/۰۰۰۳۷۸۴	-۰/۰۰۰۳۵۹	-۰/۰۳۶۷	-۰/۰۳۷۴	-۰/۰۰۱۷۹۹۸۸	۰/۰۱۵
-۰/۰۰۳۵۴۹۴	-۰/۰۰۱۶۵۵۱	-۰/۰۳۲۳	-۰/۰۳۷۵	۰/۰۰۳۵۵۰۷۷	۰/۰۲
۰/۰۰۰۵۹۳۹۶	-۰/۰۰۰۱۴۸	-۰/۰۳۴۱۵	-۰/۰۳۳۴۱	۰/۰۰۳۴۵۰۶۱۲	۰/۰۳۸۴

سرعت جریان در گلوگاه، امکان کاهش فشار به مقداری کمتر از فشار بخار اشباع افزایش می‌یابد.

ساختار ناحیه حباب کاویتاسیونی و انحنای آن در جهت خطوط جریان، تحت تأثیر یک جت بازگشتی قرار دارد که به علت حرکت خلاف جهت جریان در پشت گلوگاه نازل رخ می‌دهد. ساختار این جت بازگشتی از مهم‌ترین دلایل رفتار ناپایا جریان کاویتاسیونی است. در شکل ۱۰، تشکیل جت بازگشتی در ناحیه پایین دست کاویتی و پشت گلوگاه نازل نشان داده شده است. این شکل بیان می‌کند که روش شبه پتانسیل شبکه بولتزمن قابلیت تسخیر دینامیک جریان‌های کاویتاسیونی و جریان‌های چرخشی ناشی از تغییر مسیر ناگهانی سیال را داشته و با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های عددی و آزمایشگاهی تطابق مناسبی دارد [۲۹، ۳۱]. به علت افزایش سرعت در حین عبور از گلوگاه نازل و وجود جت‌های بازگشتی و انبساط

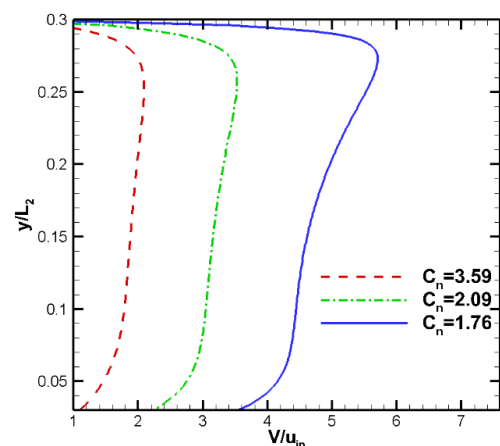
بنابراین آستانه فشار $p_v = ۰/۰۳۵$ و $\sigma = ۰/۰۶۵۳۳$ است. بحرانی $p_c = ۰/۰۲۱۹۳۴$ است. با در نظر گرفتن معیار نابرابری جوزف بر اساس مقادیر گزارش شده در جدول ۳، مشاهده می‌شود که وقوع پدیده کاویتاسیون و جدایش فاز بخار از فاز مایع در یک نازل همگرا-واگرا با شرایط جریانی $u_{in} \geq ۰/۰۲$ رخ می‌دهد. این نتیجه‌گیری تطابق نتایج به دست آمده از حل عددی حاضر با معیار جوزف را نشان داده و توانایی این روش را به منظور تشریح ماهیت فیزیکی و میکروسکوپی وقوع کاویتاسیون بیان می‌کند.

در شکل ۹ پروفیل اندازه سرعت‌های بی بعد V/u_{in} در مقطع گلوگاه نازل، به ازای اعداد بی بعد مختلف نشان داده شده است. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، مقادیر پایین تر سرعت در گلوگاه نازل مرتبط با اعداد کاویتاسیون بالا است؛ و از سوی دیگر، در مقادیر پایین عدد کاویتاسیون، اندازه سرعت در مقطع گلوگاه بالا بوده و در نتیجه احتمال وقوع کاویتاسیون بیشتر است. زیرا با افزایش



شکل ۱۰. خطوط جریان جت بازگشتی شکل گرفته در پشت حباب کاویتاسیونی حاصل از حل عددی حاضر در ناحیه گلوگاه نازل با استفاده از معادله حالت S-C در $T_R = ۰/۸$ ، $Re = ۵۱/۷۵$ و $C_n = ۱/۷۱$

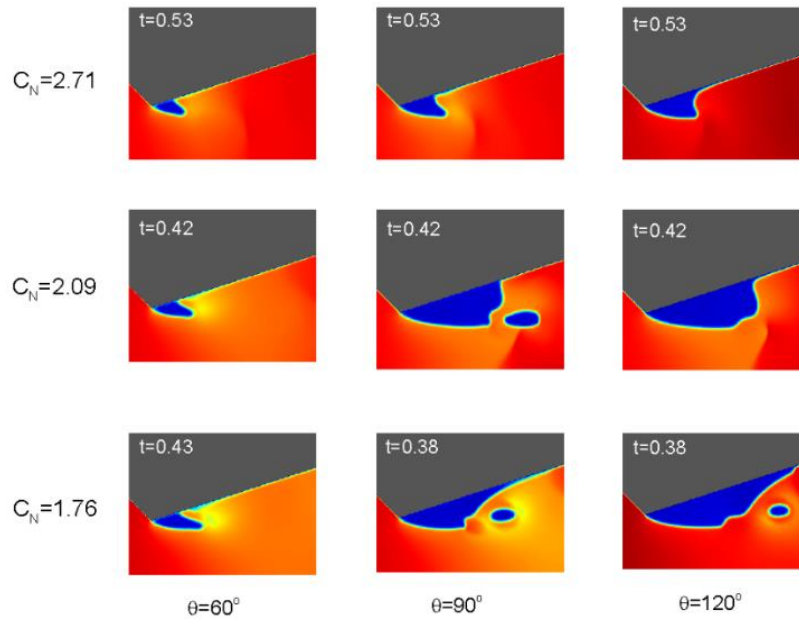
Fig. 10 The re-entrant jet streamlines formed at aft section of the cavitation bubble resulting from the present numerical solution in the nozzle throat area using the S-C equation of state on $T_R = 0.8$, $Re = 51.75$ and $C_n = 1.71$



شکل ۹. مقایسه سرعت بی بعد در مقطع ورودی گلوگاه نازل همگرا-واگرا

در اعداد کاویتاسیون مختلف در $T_R = ۰/۸$

Fig. 9 Comparison of dimensionless velocity at the inlet section of convergent-divergent nozzle throat in different cavitation numbers at $T_R = 0.8$

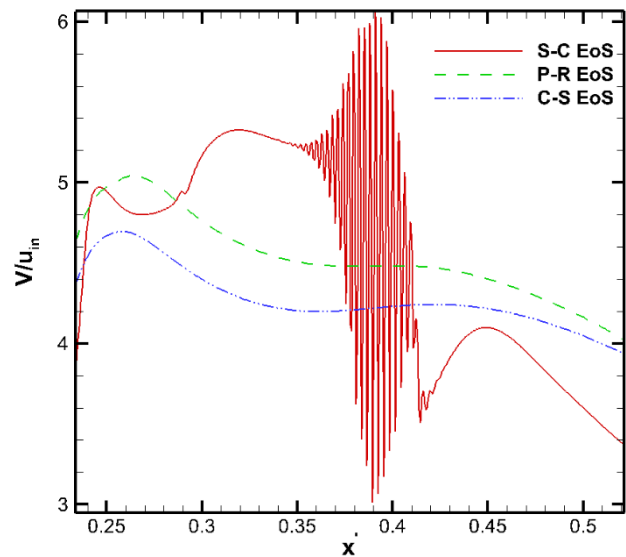


شکل ۱۲ مقایسه ناحیه کاویتاسیونی شکل گرفته در گلوگاه نازل همگرا-واگرا، حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت پنگ-رابینسون در اعداد کاویتاسیونی و زوایای تماس مختلف و $T_R = 0.8$

Fig. 12. Comparison of cavitation area formed in convergent-divergent nozzle throat, obtained from present numerical solution with P-R equation of state at different cavitation numbers and contact angles and $T_R = 0.8$

جریان، یک سری ناپایداری‌های عددی در دامنه حل و میدان سرعت به وجود می‌آید. رشد این ناپایداری‌ها می‌تواند سبب واگرا شدن حل عددی شده و از رشد کامل حباب‌های کاویتاسیونی جلوگیری کند. جهت بررسی ریشه این ناپایداری‌ها، نتایج پروفیل سرعت بر روی خط مرکزی نازل همگرا-واگرا ($\frac{L_2}{D} = 3/34$) در شرایط جریانی $Re = 51/75$ ، $T_R = 0.8$ و $C_n = 1/71$ برای معادله حالت شان-چن، پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ در شکل ۱۱ نشان داده شده‌است.

همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، در شرایط جریانی یکسان، پس از عبور کامل جریان مایع از مقطع گلوگاه و با کاهش ناگهانی سرعت جریان، ناپایداری‌های عددی در معادله حالت شان-چن پدیدار می‌شوند. در صورتی‌که در این شرایط جریانی، معادلات حالت پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ در این ناحیه از کانال از پایداری عددی مناسبی برخوردارند. در نتیجه، امکان شبیه‌سازی فرآیند وقوع تا رشد کامل حباب‌های کاویتاسیونی، توسط این دو معادله حالت وجود دارد. در شکل ۱۲ حداکثر میزان رشد حباب‌های کاویتاسیونی توسط معادله حالت پنگ-رابینسون و شرایط جریانی



شکل ۱۱. مقایسه پروفیل سرعت در خط مرکزی نازل همگرا-واگرا در شرایط جریانی $Re = 51/75$ ، $T_R = 0.8$ و $C_n = 1/71$ برای بررسی پایداری معادلات حالت شان-چن، پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ جهت شبیه‌سازی کاویتاسیون

Fig. 11. Comparison of velocity profile in the central line of convergent-divergent nozzle in flow conditions of $T_R = 0.8$, $Re = 51.75$ and $C_n = 1.71$ to investigate the stability of S-C, P-R and C-S equations of state

جدول ۴. زمان اولیه جدایش فاز حاصل از حل حاضر برای وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا با استفاده از معادله حالت پنگ-رابینسون

Table 4. The cavitation inception time obtained based on the present numerical solution for convergent-divergent nozzles using P-R equation of state

$\theta_w \approx 60^\circ$	$\theta_w \approx 90^\circ$	$\theta_w \approx 120^\circ$	عدد رینولدز	عدد کاویتاسیونی
t_{inc}	t_{inc}	t_{inc}	Re	C_n
۰/۲۵۳	۰/۱۵۲	۰/۱۲۰	۵۱/۷۵	۱/۷۶
۰/۳۰۰	۰/۲۷۵	۰/۱۴۴	۴۳/۱۲	۲/۰۹
۰/۴۷۱	۰/۳۰۲	۰/۲۰۰	۳۴/۵	۲/۷۱

حاضر با معادله حالت پنگ-رابینسون در جدول ۴ نشان می‌دهد، با افزایش میزان آب‌دوستی سطح نازل ($\theta_w \approx 60^\circ$)، وقوع کاویتاسیون به تعویق افتاده و مدت زمان بیشتری جهت مشاهده اولین کاویتی در ناحیه گلوگاه نازل نیاز است. همچنین با استفاده از مفهوم اعداد بی بعد در این مسئله مشاهده می‌شود که زمان اولین جدایش فاز با معادله حالت شان-چن تقریباً یکسان است.

پروفیل‌های چگالی بر روی دیواره نازل در زوایای تماس و اعداد کاویتاسیونی مختلف در شکل ۱۳ نشان داده شده‌است. از نمودار شکل ۱۳-راست، مشخص است که با افت فشار استاتیک در ناحیه گلوگاه (در $x' = 0/25$) تا مقدار فشار بخار اشباع، جدایش فاز انجام می‌شود. واضح است که در عدد کاویتاسیون ثابت ($C_n = 1/76$) و زمان مشخص، با افزایش آب‌گریزی و تمایل سطح به دفع فاز مایع، حجم کاویتی ایجاد شده افزایش یافته و سطح مقطع بیشتری از سطح نازل توسط حباب کاویتاسیونی اشغال می‌شود. همچنین، با افزایش عدد کاویتاسیون، اندازه ناحیه حبابی کاهش یافته و متعاقباً سطح مقطع کوچک‌تری از فضای روی دیواره نازل همگرا-واگرا را اشغال می‌کند. نکته قابل توجه در این شکل ثابت بودن مقدار چگالی در ناحیه حبابی است. این امر نشان می‌دهد که با وقوع کاویتاسیون، مقدار فشار در ناحیه حبابی برابر با فشار اشباع شده و چگالی آن تقریباً برابر چگالی بخار است.

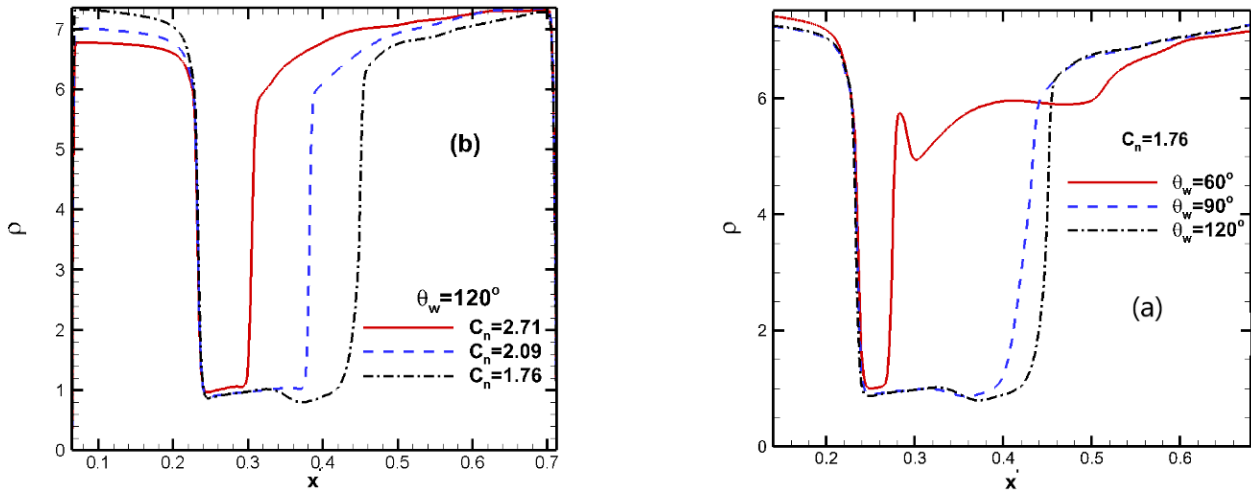
تشکیل جت‌های بازگشتی در ناحیه پایین دست محل وقوع کاویتاسیون و جدا شدن حباب‌ها از ناحیه کاویتاسیون در گلوگاه نازل با استفاده از معادله حالت پنگ-رابینسون در شکل ۱۴ نشان داده شده‌است. این شکل الگوی جریان کاویتاسیون در هندسه نازل را در $C_n = 1/71$ ، $\theta_w \approx 120^\circ$ و زمان بی‌بعد $t_r = 0/39$ نشان می‌دهد. وجود این جت‌های بازگشتی عامل رفتار گذرا و ناپایایی حباب‌های کاویتاسیونی است که در این شکل، جدایش قسمتی

$C_n = 1/71$ و $Re = 51/75$ ، $T_R = 0/18$ نشان داده شده‌است.

همان‌طور که در این شکل مشهود است، امکان شبیه‌سازی رشد و دینامیک حباب‌های کاویتاسیونی توسط معادله حالت پنگ-رابینسون وجود دارد. به جهت برقراری شرایط جریانی یکسان در

اعداد ویر ($1/6 < We = \frac{\rho_v u_m^2 D}{\sigma} < 0/38$) با معادله حالت شان-چن، ابعاد دامنه حل در این معادله حالت به $L_1 = 1150$ ، $L_2 = 288$ و $D = 115$ تغییر داده شده‌است. مقادیر ثبت شده برای لحظه اولین جدایش فاز و وقوع کاویتاسیون با زمان t_{inc} در جدول ۴ گزارش شده‌اند. با توجه به شکل ۱۲، مشاهده می‌شود که با افزایش عدد کاویتاسیونی، مدت زمان لازم برای جدایش فاز بخار از فاز مایع افزایش پیدا می‌کند و فرآیند رشد حباب کاویتاسیونی کندتر می‌شود. از سوی دیگر، با کاهش عدد کاویتاسیون، سرعت جریان عبوری از گلوگاه نازل افزایش یافته و افت فشار موضعی در این ناحیه سریع‌تر است. در نتیجه با کاهش سریع فشار تا مقدار کمتر از فشار بخار اشباع سیال، اولین حباب‌های کاویتاسیونی در مدت زمان کمتری به وجود می‌آیند. همچنین مشاهده می‌شود که آغاز پدیده کاویتاسیون و رشد حباب‌های کاویتاسیونی تحت تاثیر اثرات آب‌دوستی و آب‌گریزی سطح نازل قرار دارد و افزایش تمایل سطح به جذب فاز مایع ($\theta_w \approx 60^\circ$) حتی در اعداد کاویتاسیون پایین نیز منجر به کاهش رشد حباب‌ها می‌شود. از طرفی، عبور جریان مایع از روی سطوح آب‌گریز ($\theta_w \approx 180^\circ$)، شرایط رشد حداکثری را برای حباب‌های کاویتاسیونی فراهم می‌کند. نتایج حاصل از حل عددی جریان کاویتاسیونی با استفاده از معادله حالت پنگ-رابینسون برای زمان اولین جدایش فاز بر اساس زوایای تماس مختلف در جدول ۴ ارائه شده‌است.

همان‌طور که داده‌های بدست آمده برای t_{inc} حاصل از حل عددی



شکل ۱۳. پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با زوایای تماس $\theta_w \approx 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ در $C_n = 1/76$ (a) پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با اعداد کاویتاسیون $C_n = 1/76, 2/09, 2/71$ در $\theta_w \approx 120^\circ$ (b) با اعمال معادله حالت پنگ-رایبسنون و $T_R = 0.8$

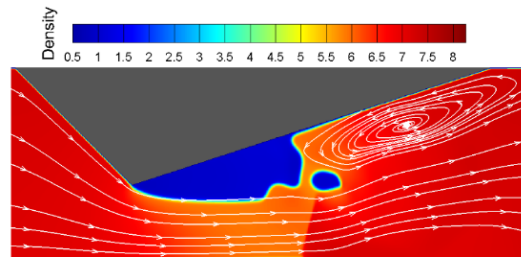
Fig.13 Density profiles on the nozzle wall with contact angles $\theta_w \approx 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ at 1.76 (a) and density profiles on the nozzle wall with cavitation numbers $C_n = 1.76, 2.09, 2.71$ at $\theta_w \approx 120^\circ$ (b) by the P-R equation of state and $T_R = 0.8$

حالت، استفاده از روش اعمال نیروی اختلاف دقیق، به علت استقلال نسبت چگالی از مقدار زمان آرامش، مناسب خواهد بود. از این رو در شبیه‌سازی‌های این مطالعه در وقوع پدیده کاویتاسیون، از روش اعمال نیروی اختلاف دقیق استفاده شده‌است.

این مطالعه نشان می‌دهد که معادله حالت کارناهان-استارلینگ نیز در کنار معادله حالت پنگ-رایبسنون از پایداری عددی مناسبی برخوردار است و امکان شبیه‌سازی فرآیند وقوع تا رشد کامل حباب‌های کاویتاسیونی توسط این معادله حالت نیز وجود دارد. به‌منظور یکسان‌سازی شرایط جریانی این معادله حالت در اعداد وبر

رایبسنون، ابعاد دامنه حل در این معادله حالت به $L_1 = 1500$ ، $L_2 = 350$ و $D = 130$ تغییر می‌کند. همچنین مقدار زمان آرامش (لزجت سینماتیک) نیز برابر $\tau = 0.89$ انتخاب شده است. در شکل ۱۵، حداکثر میزان رشد حباب‌های کاویتاسیونی حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت کارناهان-استارلینگ و شرایط جریانی $C_n = 1/71$ و $Re = 51/75$ ، $T_R = 0.8$ و زوایای تماس $\theta_w \approx 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ نشان داده شده‌است.

همانطور که در این شکل مشخص است، در شبیه‌سازی عددی جریان‌های کاویتاسیونی با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ



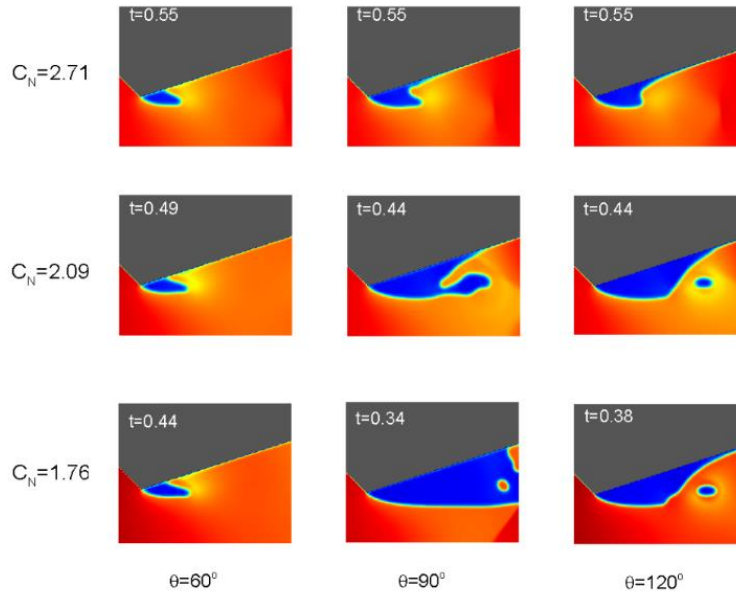
شکل ۱۴. جت بازگشتی تشکیل‌شده در پشت گلوگاه نازل و جدایش قسمتی از کاویتی توسط جت بازگشتی حاصل از حل عددی حاضر با

معادله حالت پنگ-رایبسنون در $C_n = 2/9$ و $T_R = 0.8$

Fig. 14. The re-entrant jet formed in the nozzle throat and the separation of the cavitation bubble obtained by the present numerical solution with P-R mode equation

on $C_n = 2.9$ and $T_R = 0.8$

از کاویتی توسط این جت بازگشتی نشان داده شده‌است. لازم به یادآوری است که، به‌منظور یکسان‌سازی شرایط جریان با استفاده از اعداد بی‌بعد ذکرشده به‌خصوص در اعداد رینولدز یکسان، لزجت سینماتیکی معادله حالت پنگ-رایبسنون متفاوت است. در این حالت به‌منظور برابری شرایط جریان این معادله حالت با معادله حالت شان-چن در اعداد $C_n = 1/71, 2/09, 2/71$ ، مقدار زمان آرامش باید برابر $\tau = 0.9$ مقداردهی شود. بنابراین مقادیر نسبت‌های چگالی هر معادله حالت به دلیل وابستگی به زمان آرامش در روش اعمال نیروی شان-چن متغیر خواهد بود. می‌توان نتیجه گرفت که در این



شکل ۱۵. مقایسه ناحیه کاویتاسیونی شکل گرفته در گلوگاه نازل همگرا-واگرا، حاصل از حل عددی حاضر با معادله حالت کارناهان-استارلینگ در اعداد کاویتاسیونی و زوایای تماس مختلف در $T_R = 0.8$.

Fig. 15. Comparison of cavitation region formed in convergent-divergent nozzle throat, obtained from the present numerical solution with C-S equation in different cavitation numbers and contact angles at $T_R = 0.8$

جدول ۵. زمان اولیه جدایش فاز حاصل از حل حاضر برای وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ

Table 5. The cavitation inception time obtained based on the present numerical solution for convergent-divergent nozzles using C-S equation of state

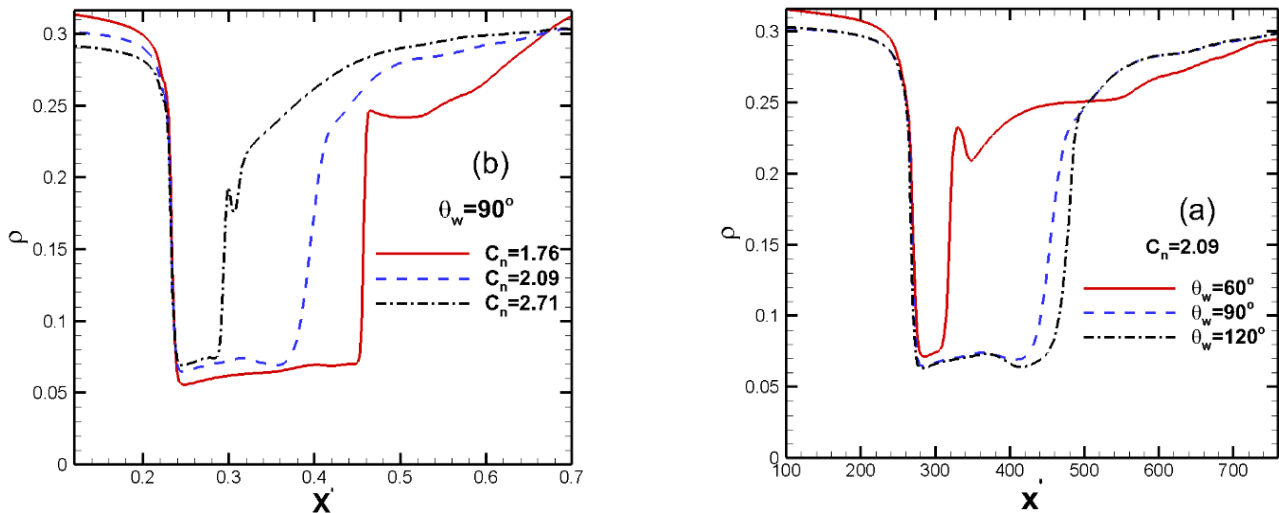
$\theta_w \approx 60^\circ$	$\theta_w \approx 90^\circ$	$\theta_w \approx 120^\circ$	عدد رینولدز	عدد کاویتاسیونی
t_{inc}	t_{inc}	t_{inc}	Re	C_n
۰/۲۷۶	۰/۱۶۵	۰/۱۳۲	۵۱/۷۵	۱/۷۶
۰/۳۲۰	۰/۲۸۱	۰/۱۵۵	۴۳/۱۲	۲/۰۹
۰/۴۸۶	۰/۳۰۲	۰/۲۲۸	۳۴/۵	۲/۷۱

بیشتری جهت مشاهده اولین کاویتی در ناحیه گلوگاه نازل نیاز است. همچنین با استفاده از مفهوم اعداد بی‌بعد، شرایط جریانی یکسان و ابعاد دامنه محاسباتی در معادلات حالت مختلف مشاهده می‌شود که زمان اولین جدایش فاز این معادله حالت با معادلات حالت شان-چن و پنگ-رابینسون تقریباً یکسان است.

مطالعه مشابهی برای پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با استفاده از معادله حالت کارناهان-استارلینگ در شرایط جریانی مختلف در شکل ۱۶ آورده شده است. در این شکل مشهود است که مقدار چگالی در ناحیه وقوع کاویتاسیون با مقدار چگالی بخار برابری می‌کند و فشار آن تا مقدار فشار بخار اشباع سیال کاهش یافته است. در عدد کاویتاسیون ثابت $C_n = 1/76$ و زمان مشخص، با افزایش آب‌گریزی و تمایل سطح به دفع فاز مایع، حجم کاویتی

نیز افزایش سرعت جریان ورودی به نازل و در نتیجه کاهش عدد کاویتاسیون، منجر به کاهش مدت زمان رسیدن به لحظه جدایش فاز مایع از بخار می‌شود. با افزایش عدد کاویتاسیون فرآیند کاهش فشار موضعی سیال در گلوگاه نازل در مدت زمان بیشتری صورت می‌گیرد و در نتیجه وقوع و رشد حباب‌های کاویتاسیونی کندتر انجام می‌شود. همچنین مشهود است که نازل با سطوح آب‌دوست برخلاف سطوح آب‌گریز، فرآیند رشد حباب‌های کاویتاسیونی را محدود کرده و علاوه بر تعویق زمان وقوع، از رشد زیاد آنها نیز جلوگیری می‌کند.

زمان وقوع کاویتاسیون در نازل همگرا-واگرا بر اساس معادله حالت کارناهان-استارلینگ در شرایط جریانی مختلف در جدول ۵ آورده شده است. می‌توان دریافت که با کاهش زاویه تماس ($\theta_w \approx 60^\circ$)، وقوع کاویتاسیون به تعویق افتاده و مدت زمان



شکل ۱۶. پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با زوایای تماس $\theta_w \approx 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ در $C_n = 2.09$ (a) و پروفیل‌های چگالی روی دیواره نازل با اعداد کاویتاسیون $C_n = 1.76, 2.09, 2.71$ در $\theta_w \approx 90^\circ$ (b) با اعمال معادله حالت کارناهان-استارلینگ

Fig. 16. Density profiles on the nozzle wall with contact angles $\theta_w \approx 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ$ at $C_n = 2.09$ (a) and density profiles on the nozzle wall with cavitation numbers $C_n = 1.76, 2.09, 2.71$ at $\theta_w \approx 90^\circ$ (b) by the C-S equation of state

نداشته و تنها جهت تسخیر لحظه شروع جدایش فاز مناسب است. از دیدگاه فیزیکی، نتایج حاصل از این مطالعه نشان می‌دهند که خاصیت آبدوستی و آب‌گریزی سطوح، زمان وقوع کاویتاسیون و جدایش فاز را با توجه به سرعت جریان و زاویه تماس سطح تحت تاثیر قرار می‌دهد. در یک نازل همگرا-واگرا با سطوح آب‌گریز، احتمال وقوع جدایش فاز و رشد کاویتا حتی در اعداد کاویتاسیون بالا نیز وجود دارد. از سوی دیگر، در سطوح آبدوست این احتمال کاهش یافته و نرخ رشد حباب‌ها در اعداد کاویتاسیون پایین نیز کاهش می‌یابد. وجود یک جت بازگشتی در حین شکل‌گیری حباب‌های کاویتاسیونی، عامل رفتار گذار و ناپایدار این حباب‌ها است که منجر به جدایش حباب‌ها از ناحیه کاویتا رشد یافته اصلی و یا جدایش کامل حباب‌ها از سطح می‌شود. مطالعات در این مقاله، دقت و کارایی روش شبه‌پتانسیل شبکه بولتزمن چندفازی توسعه داده شده را برای شبیه‌سازی جریان‌های کاویتاسیونی و برهم‌کنش بین دو فاز نشان می‌دهد. با توجه به قابلیت‌های این روش در ادغام معادلات حالت فیزیکی مختلف برای مدل‌سازی جدایش فاز بخار از فاز مایع، امکان شبیه‌سازی دینامیک فصل مشترک در جریان‌های دوفازی از جمله فرآیندهای وقوع کاویتاسیون و رشد حباب‌ها در جریان‌های کاویتاسیونی با دقت مناسبی وجود دارد.

ایجاد شده افزایش یافته و سطح مقطع بیشتری از سطح نازل توسط حباب کاویتاسیونی اشغال می‌شود. همچنین در سمت چپ شکل ۱۶ نشان داده شده که با افزایش عدد کاویتاسیون، افت فشار موضعی تا مقدار فشار بخار اشباع صورت پذیرفته، اما انرژی لازم برای تبدیل سریع فاز مایع به بخار و بیشتر مایع اطراف حباب را فراهم نمی‌کند. بنابراین، در ناحیه وقوع کاویتاسیون اندازه حباب‌ها کاهش یافته و متعاقباً سطح مقطع کوچک‌تری از فضای روی دیواره نازل همگرا-واگرا را اشغال می‌کند.

۴- نتیجه‌گیری

در مقاله حاضر، مطالعه عددی دینامیک وقوع پدیده کاویتاسیون، رشد و تخریب حباب‌های کاویتاسیونی و مشخصات جریان کاویتاسیونی در یک نازل همگرا-واگرا با استفاده از روش شبکه بولتزمن چندفازی و با اعمال معادلات حالت مختلف انجام شد. از دیدگاه عددی، نتایج حاضر نشان می‌دهند که معادلات حالت پنگ-رابینسون و کارناهان-استارلینگ نسبت به معادله حالت شان-چن از دقت و پایداری مناسب‌تری برای مطالعه فرآیند رشد حباب‌های کاویتاسیونی برخوردار هستند. به علت ناپایداری‌های ایجاد شده در معادله حالت شان-چن و امواج فشاری برگشتی به میدان حل، قابلیت شبیه‌سازی ادامه روند رشد حباب‌ها توسط این معادله حالت وجود

تشکر و قدردانی

نویسندگان مقاله از دانشگاه شهید بهشتی بخاطر حمایت معنوی از این تحقیق تشکر و قدردانی می‌نمایند.

مراجع

- E, 54(5041) (1996).
- [13] L.-S. Luo, Unified Theory of Lattice Boltzmann Models for Nonideal Gases, *Physical Review Letters*, 81(8) (1998) 1618-1621.
- [14] X.S.a.G.D.D. Xiaoyi He, Discrete Boltzmann equation model for nonideal gases, *PHYSICAL REVIEW E*, 57(1).
- [15] S.C. Xiaoyi He, and Raoyang Zhang, A Lattice Boltzmann Scheme for Incompressible Multiphase Flow and Its Application in Simulation of Rayleigh–Taylor Instability¹, *Journal of Computational Physics*, 152 (1999) 642–663.
- [16] R. Zhang, X. He, S. Chen, Interface and surface tension in incompressible lattice Boltzmann multiphase model, *Computer Physics Communications*, 129(1-3) (2000) 121-130.
- [17] R. Zhang, X. He, G. Doolen, S. Chen, Surface tension effects on two-dimensional two-phase Kelvin–Helmholtz instabilities, *Advances in Water Resources*, 24(3-4) (2001) 461-478.
- [18] Z. Guo, B. Shi, C. Zheng, Checkerboard effects on spurious currents in the lattice Boltzmann equation for two-phase flows, *Philos Trans A Math Phys Eng Sci*, 369(1944) (2011) 2283-2291.
- [19] X. Shan, Analysis and reduction of the spurious current in a class of multiphase lattice Boltzmann models, *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 73(4 Pt 2) (2006) 047701.
- [20] A. Kuzmin, A.A. Mohamad, S. Succi, Multi-Relaxation Time Lattice Boltzmann Model for Multiphase Flows, *International Journal of Modern Physics C*, 19(06) (2008) 875-902.
- [21] D. Lycett-Brown, K.H. Luo, Multiphase cascaded lattice Boltzmann method, *Computers & Mathematics with Applications*, 67(2) (2014) 350-362.
- [22] M. Sbragaglia, R. Benzi, L. Biferale, S. Succi, K. Sugiyama, F. Toschi, Generalized lattice Boltzmann method with multirange pseudopotential, *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 75(2 Pt 2) (2007) 026702.
- [23] G.B. G. Falcucci, G. Chiatti, S. Chibbaro, M. Sbragaglia, and S. Succi, , *Lattice Boltzmann*
- [1] C.E. Brennen, *Cavitation and Bubble Dynamics*, Oxford University Press, (1995).
- [2] W.A.S. S. Dabiri, D. D. Joseph, Cavitation in an orifice flow, *Phys. Fluids*, 19(072112) (2007).
- [3] A.K. Gunstensen, D.H. Rothman, S. Zaleski, G. Zanetti, Lattice Boltzmann model of immiscible fluids, *Physical Review A*, 43(8) (1991) 4320-4327.
- [4] D. H. Rothman and J. M. Keller, Immiscible Cellular-Automaton Fluids, *Journal of Statistical Physics*, 52(1119) (1988).
- [5] X. Shan, H. Chen, Lattice Boltzmann model for simulating flows with multiple phases and components, *Physical Review E*, 47 (1993) 1815-1819.
- [6] X. Shan, H. Chen, Simulation of nonideal gases and liquid-gas phase transitions by the lattice Boltzmann equation, *Physical Review E*, 49(4) (1994) 2941-2948.
- [7] a.G.D. Xiaowen Shan, Multicomponent Lattice-Boltzmann Model with Interparticle Interaction, *Journal of Statistical Physics*, 81 (1995).
- [8] P. Yuan, L. Schaefer, Equations of state in a lattice Boltzmann model, *Physics of Fluids*, 18(4) (2006) 042101.
- [9] L.-S. Luo, Theory of the lattice Boltzmann method: Lattice Boltzmann models for nonideal gases, *PHYSICAL REVIEW E*, 62(4) (2000).
- [10] W.R. Osborn, E. Orlandini, M.R. Swift, J.M. Yeomans, J.R. Banavar, Lattice Boltzmann Study of Hydrodynamic Spinodal Decomposition, *Physical Review Letters*, 75 (1995) 4031-4034.
- [11] M.R. Swift, W.R. Osborn, J.M. Yeomans, Lattice Boltzmann simulation of nonideal fluids, *Phys Rev Lett*, 75(5) (1995) 830-833.
- [12] E.O. Michael R. Swift, W. R. Osborn, and J. M. Yeomans, Lattice Boltzmann simulations of liquid-gas and binary fluid systems, *PHYSICAL REVIEW*

- Pseudopotential multi-relaxation-time lattice Boltzmann model for cavitation bubble collapse with high density ratio, *Chinese Physics B*, 25(10) (2016) 104701.
- [35] M.-l. Shan, C.-p. Zhu, X. Zhou, C. Yin, Q.-b. Han, Investigation of cavitation bubble collapse near rigid boundary by lattice Boltzmann method, *Journal of Hydrodynamics*, 28(3) (2016) 442-450.
- [36] Y. Mao, Y. Peng, J. Zhang, Study of Cavitation Bubble Collapse near a Wall by the Modified Lattice Boltzmann Method, *Water*, 10(10) (2018) 1439.
- [37] Y. Peng, B. Wang, Y. Mao, Study on Force Schemes in Pseudopotential Lattice Boltzmann Model for Two-Phase Flows, *Mathematical Problems in Engineering*, 2018 (2018) 1-9.
- [38] C. Peng, S. Tian, G. Li, M.C. Sukop, Simulation of laser-produced single cavitation bubbles with hybrid thermal Lattice Boltzmann method, *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 149 (2020) 119136.
- [39] Timm Krüger, Halim Kusumaatmaja, Alexandr Kuzmin, Orest Shardt, Goncalo Silva, E.M. Vigen, *The Lattice Boltzmann Method*, 1 ed., Springer International Publishing, Switzerland, 2017.
- [40] A.L. Kupershtokh, D.A. Medvedev, Lattice Boltzmann equation method in electrohydrodynamic problems, *Journal of Electrostatics*, 64(7-9) (2006) 581-585.
- [41] Q. Zou, X. He, On pressure and velocity boundary conditions for the lattice Boltzmann BGK model, *Physics of Fluids*, 9(6) (1997) 1591-1598.
- [42] D. Or, M. Tuller, Cavitation during desaturation of porous media under tension, *Water Resources Research*, 38(5) (2002) 19-11-19-14.
- [43] M.S. Plesset, A. Prosperetti, Bubble Dynamics and Cavitation, *Annual Review of Fluid Mechanics*, 9(1) (1977) 145-185.
- [44] L. Rayleigh, VIII. On the pressure developed in a liquid during the collapse of a spherical cavity, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 34(200) (2009) 94-98.
- Models with Mid-range Interactions, *Commun. Comput. Phys*, 1071(2) (2007).
- [24] Q. Li, K.H. Luo, X.J. Li, Forcing scheme in pseudopotential lattice Boltzmann model for multiphase flows, *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 86(1 Pt 2) (2012) 016709.
- [25] C. Peng, S. Tian, G. Li, M.C. Sukop, Single-component multiphase lattice Boltzmann simulation of free bubble and crevice heterogeneous cavitation nucleation, *Phys Rev E*, 98(2-1) (2018) 023305.
- [26] M.C. Sukop, D. Or, Lattice Boltzmann method for homogeneous and heterogeneous cavitation, *Phys Rev E Stat Nonlin Soft Matter Phys*, 71 (2005) 046703.
- [27] E. Ezzatneshan, Study of surface wettability effect on cavitation inception by implementation of the lattice Boltzmann method, *Physics of Fluids*, 29(11) (2017) 113304.
- [28] S.U. G. Falcucci, G. Bella, S. Palpacelli, and A. D. Maio, Lattice Boltzmann simulation of a cavitating diesel injector nozzle, *SAE Technical Paper*, (2011).
- [29] G. Falcucci, E. Jannelli, S. Ubertini, S. Succi, Direct numerical evidence of stress-induced cavitation, *Journal of Fluid Mechanics*, 728 (2013) 362-375.
- [30] G. Falcucci, S. Ubertini, G. Bella, S. Succi, Lattice Boltzmann Simulation of Cavitating Flows, *Communications in Computational Physics*, 13(03) (2015) 685-695.
- [31] G. Kähler, F. Bonelli, G. Gonnella, A. Lamura, Cavitation inception of a van der Waals fluid at a sack-wall obstacle, *Physics of Fluids*, 27(12) (2015) 123307.
- [32] S.K. Mishra, P.A. Deymier, K. Muralidharan, G. Frantziskonis, S. Pannala, S. Simunovic, Modeling the coupling of reaction kinetics and hydrodynamics in a collapsing cavity, *Ultrason Sonochem*, 17(1) (2010) 258-265.
- [33] J. Yang, Z. Shen, X. Zheng, L. Li, Simulation on Cavitation Bubble Collapsing with Lattice Boltzmann Method, *Journal of Applied Mathematics and Physics*, 03(08) (2015) 947-955.
- [34] M.-L. Shan, C.-P. Zhu, C. Yao, C. Yin, X.-Y. Jiang,

- (2011) 949-967.
- [47] D.D. Joseph, Cavitation in a flowing liquid, *Physical Review E*, 51(3) (1995) R1649-R1650.
- [45] V. Sofonea, T. Biciuşcă, S. Busuioc, V.E. Ambruş, G. Gonnella, A. Lamura, Corner-transport-upwind lattice Boltzmann model for bubble cavitation, *Physical Review E*, 97(2) (2018).
- [46] J.J. Miau, H.W. Tsai, Y.J. Lin, J.K. Tu, C.H. Fang, M.C. Chen, Experiment on smooth, circular cylinders in cross-flow in the critical Reynolds number regime, *Experiments in Fluids*, 51(4)

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

E. Ezzatneshan, H. Vaseghnia, Study of cavitation inception using multiphase lattice Boltzmann method with incorporating equations of state, *Amirkabir J. Mech. Eng.*, 53(Special Issue 5)(2021) 3151-3170.

DOI: [10.22060/mej.2020.17997.6705](https://doi.org/10.22060/mej.2020.17997.6705)



