



دانشگاه صنعتی امیرکبیر  
(پلی تکنیک تهران)

دوره ۴۸، شماره ۲، تابستان ۱۳۹۵، صفحه ۱۱۵ تا ۱۲۴

Vol. 48, No. 2, Summer 2016, pp. 115-124



نشریه علمی پژوهشی امیرکبیر - مهندسی مکانیک

AmirKabir Journal of Science & Research  
Mechanical Engineering  
ASJR-ME

## طراحی کنترل کننده تحمل پذیر خطا برای ماهواره با در نظر گرفتن محدودیت دامنه ورودی و عدم قطعیت در آسیب

دانیال بوستان<sup>۱\*</sup>، سید کمال حسینی ثانی<sup>۲</sup>، ناصر پریز<sup>۳</sup>

۱- استادیار، دانشکده برق، دانشگاه مهندسی فناوریهای نوین قوچان

۲- استادیار، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

۳- استاد، دانشکده مهندسی، دانشگاه فردوسی مشهد

(دریافت: ۱۳۹۲/۳/۷ پذیرش: ۱۳۹۴/۴/۸)

### چکیده

هدف این مقاله، طراحی کنترل کننده ردیاب تحمل پذیر خطا برای زیرسیستم کنترل وضعیت یک ماهواره با معادلات دینامیک غیرخطی است. وظیفه این کنترل کننده، حفظ پایداری و عملکرد مناسب سیستم حلقه بسته در هنگام بروز آسیب ناشناخته در عملگر، در حضور اغتشاش خارجی کراندار و محدودیت دامنه ورودی است. مبنای این کنترل کننده بر پایه کنترل ساختار متغیر بوده و با استفاده از روش مستقیم لیاپانوف، کراندارای غایبی سیگنال های خطای حالت اثبات شده است. کنترل کننده پیشنهادی، بر خلاف سایر روش های موجود، به اطلاعات دقیق آسیب وابسته نبوده و در روند طراحی آن، فقط از کران کمینه و بیشینه آسیب استفاده شده است. همچنین به دلیل خواص جبری مناسب و نبود تکینگی در نمایش وضعیت به کمک کواترنیون ها، استفاده از این پارامترها در دستور کار قرار گرفته است. نتایج شبیه سازی، نشان از عملکرد مناسب کنترل کننده پیشنهادی در حضور اغتشاش خارجی و آسیب ناشناخته موجود در عملگر است.

### کلمات کلیدی:

کنترل تحمل پذیر خطا، کنترل وضعیت، خطای ضرب شونده عملگر، ردیابی، کنترل ساختار متغیر.

## ۱- مقدمه

یکی از مهمترین مسائل پیش رو در طراحی کنترل کننده در زیرسیستم کنترل وضعیت، حفظ پایداری و در عین حال عملکرد مطلوب سیستم حلقه بسته در هنگام بروز آسیب در عملگرهاست. این مساله هنگامی نمود بیشتری می یابد که عوامل محیطی مانند اغتشاشات خارجی و قیودی مانند محدودیت دامنه سیگنال ورودی نیز به صورت مساله اضافه شود. با توجه به عملکرد نامناسب روش های سنتی کنترل در مواجهه با این مساله، روش جدیدی با عنوان کنترل تحمل پذیر خطا برای این منظور پیشنهاد شده است. بطور کلی کنترل تحمل پذیر خطا به دو دسته فعال و غیر فعال تقسیم می گردد [۲، ۳]. در روش غیر فعال که با نام مقاوم نیز نامیده می شود، کنترل کننده ثابت بوده و به گونه ای طراحی می شود که سیستم حلقه بسته در مقابل آسیب های از پیش تعیین شده، مقاوم باشد. در این روش، نیازی به اطلاع از نوع و شدت آسیب نیست. در طرف مقابل، در روش فعال، با توجه به نوع و شدت آسیب، تغییراتی در کنترل کننده صورت گرفته تا بتوان عملکرد مطلوب سیستم را تا حد ممکن حفظ نمود. واضح است که این روش با توجه به وجود زیرسیستم تشخیص و جداسازی آسیب، محاسبات بیشتری نسبت به روش غیر فعال نیاز دارد. با توجه به محدودیت در حجم محاسبات برخط در پردازنده زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره، روش غیر فعال مطلوب تر بوده و در سال های اخیر نیز حجم قابل توجهی از مقالات به این روش اختصاص یافته است. در دو مرجع [۲، ۳]، به مرور فعالیت های صورت گرفته در زمینه کنترل تحمل پذیر خطا و مقایسه دو روش فعال و غیر فعال پرداخته شده است. با توجه به مزیت گفته شده در روش غیر فعال، در این مقاله از این روش استفاده شده است. در ادامه به مرور مقالات موجود در زمینه کنترل تحمل پذیر خطا به روش غیر فعال پرداخته خواهد شد.

در پژوهش های [۴، ۵]، از نامساوی خطی ماتریسی در طراحی کنترل کننده تحمل پذیر خطا استفاده شده است. در مطالعات [۶، ۷]، از کنترل کننده تطبیقی غیر مستقیم و مطالعه ژین و یانگ [۸] از کنترل کننده تطبیقی مستقیم برای این منظور استفاده شده است. در مقالات گفته شده از معادلات دینامیکی خطی استفاده شده و اشاره ای به معادلات غیرخطی نشده است. در مطالعه بن عثمان و لوم [۹]، از تئوری پایداری مطلق و در مطالعه دیگری از بن عثمان و لوم [۱۰] از نظریه انفعالی<sup>۱</sup> استفاده شده است اما در این مقالات تاثیر اغتشاش خارجی در نظر گرفته نشده است. در مطالعه زیانو و همکاران [۱۱]، از روش بازگشت به عقب تطبیقی، در مطالعه بوستان و همکاران [۱] از روش معکوس دینامیک غیر خطی<sup>۲</sup> و در پژوهش بوستان و همکاران [۱۲] از روش غوطه ور شدن و تغییرناپذیری<sup>۳</sup> برای معادلات غیرخطی استفاده شده، اما محدودیت دامنه ورودی در این مقالات در نظر گرفته نشده است. کنترل کننده پیشنهادی در مطالعه هو و همکاران [۱۳] اگرچه محدودیت های پیش گفته را ندارد، اما محدود به

حالت رگولاتوری است.

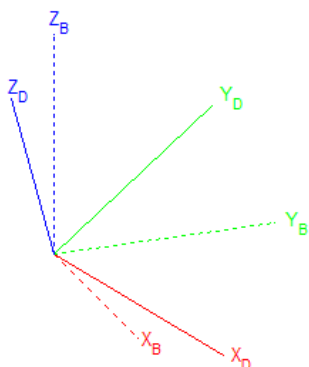
در این مقاله، هدف طراحی یک کنترل کننده ردیاب تحمل پذیر خطا برای زیرسیستم کنترل وضعیت یک ماهواره است که هنگام بروز آسیب، پایداری و عملکرد مناسب سیستم حلقه بسته را تضمین نماید. در طراحی این کنترل کننده، اغتشاش خارجی کراندار، آسیب ناشناخته ضرب شونده در عملگر و محدودیت دامنه ورودی در نظر گرفته شده است. دینامیک و سینماتیک مورد استفاده در این مقاله غیرخطی بوده و با استفاده از خواص کوانترنئون ها نشان داده شده است که کنترل کننده پیشنهادی، پایداری کراندار غایی یکنواخت<sup>۴</sup> سیستم حلقه بسته را تضمین می نماید. آنچه باعث تمایز روش پیشنهادی با روش های موجود شده است را می توان در موارد زیر خلاصه کرد:

- این روش به اطلاعات دقیق آسیب نیازی نداشته و فقط کران بالا و پایین آسیب در کنترل کننده استفاده شده است.
- محدودیت دامنه ورودی، به طور مستقیم در روند طراحی کنترل کننده لحاظ شده است.
- در اثبات پایداری، کراندارگی انتهایی یکنواخت خطای متغیرهای حالت مدنظر قرار گرفته است. بنابراین کنترل کننده پیشنهادی امکان ردیابی مسیر مورد نظر را دارد.

در ادامه، در بخش ۲، به معرفی معادلات غیرخطی مورد استفاده پرداخته خواهد شد، کنترل کننده مقاوم تحمل پذیر خطای پیشنهادی در بخش ۳ معرفی شده، سپس نتایج شبیه سازی در بخش ۴ ارائه خواهد شد. در انتها نیز به اثبات پایداری حلقه بسته کنترل کننده پیشنهادی پرداخته خواهد شد.

## ۲- دینامیک و سینماتیک خطا در ماهواره

در این مقاله، ماهواره یک جسم صلب فرض شده که تغییر در وضعیت آن توسط اعمال گشتاور حول محورهای دویه دو عمود بر هم صورت می پذیرد. این محورها، محورهای مختصات بدنه (B) را تشکیل می دهند. وضعیت مطلوب سیستم نیز با دستگاه مختصات (D) نشان داده می شود. هدف زیرسیستم کنترل وضعیت، همراستا نمودن محورهای مختصات (B) با (D) است.



شکل ۱: دستگاه مختصات بدنه (B) و مطلوب (D)

4 Uniformly Ultimately Bounded (UUB)

1 Passivity Theorem

2 Nonlinear Dynamics Inversion (NDI)

3 Immersion and Invariance (I&I)

همچنین در روند طراحی کنترل کننده پیشنهادی، فرضیات زیر مورد استفاده قرار می گیرند:

فرض ۱: دامنه سیگنال ورودی محدود به کران معلوم  $u_{max}$  بوده که به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$|u_i| \leq u_{max} \quad \forall t > 0 \quad i=1,2,3 \quad (7)$$

فرض ۲: دامنه اغتشاش خارجی محدود به کران معلوم  $\bar{d}$  بوده که به صورت زیر نمایش داده می شود:

$$|d_i| \leq \bar{d} \quad \forall t > 0 \quad i=1,2,3 \quad (8)$$

فرض ۳: برای مسیر موردنظر برای ردیابی ثوابت  $\bar{\omega}_d \geq 0$  و  $\bar{\omega}_d \geq 0$  وجود دارند به گونه ای که در تمام زمان ها،  $i=1,2,3$  و  $|\omega_{di}| \leq \bar{\omega}_d$  و  $|\dot{\omega}_{di}| \leq \bar{\omega}_d$ .

فرض ۴:  $\Gamma_i$  یک مقدار نامشخص اما محدود به بازه  $\Gamma_{min} \leq \Gamma_i \leq \Gamma_{max}$  است که در آن  $\Gamma_{min}$  و  $\Gamma_{max}$  دو عدد مثبت معلوم می باشند. این فرض نشان دهنده عدم قطعیت در میزان آسیب موجود در عملگر است.

فرض ۵: مقدار کران دامنه ورودی،  $u_{max}$  در نامساوی  $\Gamma_{min} u_{max} > \bar{d} + \bar{g}$  صدق می کند که در آن  $\bar{g} = \mathbf{J}_M \bar{\omega}_d^2 + \mathbf{J}_M \bar{\omega}_d$  فرض فوق بدان معناست که توان باقیمانده عملگرها باید به اندازه ای باشد که زیرسیستم کنترل وضعیت بتواند مسیر مدنظر را دنبال کند و به طور هم زمان اغتشاش خارجی را دفع نماید.

در طراحی زیرسیستم کنترل وضعیت ماهواره و در مواجه با آسیب در عملگر، اغتشاش خارجی و محدودیت دامنه ورودی، می توان اهداف کنترلی را به صورت زیر بیان نمود:

- تمام سیگنال های داخلی در سیستم حلقه بسته کراندار بوده و پیوسته باشند.

- پارامترهای خطای وضعیت،  $\mathbf{q}_e$  و خطای سرعت زاویه ای،  $\omega_e$  به صورت کراندار غایی یکنواخت پایدار باشند.

- معیار عملکرد  $\int_0^t (\|\mathbf{S}\|^2) dt$  کراندار باشد. در این عبارت، پارامتر  $\mathbf{S} = (s_1, s_2, s_3)^T$  به صورت رابطه (۹) تعریف می شود.

$$\mathbf{S} = \omega_e + (k^2 + 1) \mathbf{q}_e \quad (9)$$

در عبارت فوق،  $k$ ، تابعی متغیر با زمان بوده که در ادامه به معرفی آن پرداخته خواهد شد.

### ۳- طراحی کنترل کننده تحمل پذیر خطا

تئوری ۱: قانون کنترل ارائه شده در رابطه (۱۰)، سیستم بیان شده با معادلات دینامیکی موجود در روابط (۱) تا (۳) را به صورت کراندار غایی یکنواخت پایدار می کند. همچنین فرضیات ۵-۱ ارضا و نیز اهداف کنترلی

برای دستیابی به هدف گفته شده از معادلات دینامیکی خطای وضعیت که با فرض وجود آسیب ضرب شوند در عملگر نوشته شده است، استفاده می شود [۱۴-۱۶]:

$$\dot{q}_{0_e} = -\frac{1}{2} \mathbf{q}_e^T \omega_e = -\frac{1}{2} \omega_e^T \mathbf{q}_e \quad (1)$$

$$\dot{\mathbf{q}}_e = \frac{1}{2} (\mathbf{q}_e^* + q_{0_e} \mathbf{I}_3) \omega_e = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} \mathbf{q}_e \\ q_{0_e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\omega_e^* & \omega_e \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{J} \dot{\omega}_e &= -\omega_e^* \mathbf{J} \omega_e + \Gamma \mathbf{u} + \mathbf{d} \\ &+ \mathbf{J} (\omega_e^* \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \omega_d - \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \dot{\omega}_d) \\ &= -(\omega_e + \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \omega_d)^* \mathbf{J} (\omega_e + \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \omega_d) \\ &+ \Gamma \mathbf{u} + \mathbf{d} + \mathbf{J} (\omega_e^* \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \omega_d - \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) \dot{\omega}_d) \end{aligned} \quad (3)$$

در معادلات فوق،  $\mathbf{Q}_e = (q_{0_e}, \mathbf{q}_e^T)^T$  کوآرنیون خطای ردیابی وضعیت بوده که وضعیت نسبی دو سیستم مختصات (B) و (D) را بیان می کند،  $\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)$ ، ماتریس دوران لازم برای انطباق دو سیستم مختصات (B) و (D) بر یکدیگر است و با رابطه (۴) نشان داده می شود:

$$\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e) = (q_{0_e}^2 - \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e) \mathbf{I}_3 + 2 \mathbf{q}_e \mathbf{q}_e^T - 2 q_{0_e} \mathbf{q}_e^* \quad (4)$$

بیان سرعت زاویه ای نسبی دستگاه مختصات (B) نسبت به (D) و  $\omega = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)^T$ ، بیان سرعت زاویه ای دستگاه مختصات (B) نسبت به دستگاه مختصات مرجع (I) است که هر دو در دستگاه (B) بیان شده اند.  $\omega_d = (\omega_{d1}, \omega_{d2}, \omega_{d3})^T$ ، سرعت زاویه ای دستگاه مختصات (D) نسبت به دستگاه مختصات مرجع (I) است که در دستگاه (D) بیان شده است،  $\mathbf{I}_3$ ، ماتریس همانی  $3 \times 3$  در  $3 \times 3$ ، متقارن و مثبت معین و معرف ماتریس ممان اینرسی ماهواره بوده که در نامساوی

$$J_m \|\mathbf{x}\|^2 \leq \mathbf{x}^T \mathbf{J} \mathbf{x} \leq J_M \|\mathbf{x}\|^2, \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^3, J_{m,M} \in \mathbb{R}^+$$

صدق می کند.  $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)^T \in \mathbb{R}^3$  گشتاور کنترلی ایجاد شده توسط عملگرها و  $\mathbf{d} = (d_1, d_2, d_3)^T \in \mathbb{R}^3$  معرف گشتاور اغتشاشی خارجی است.

در روابط فوق،  $\Gamma = \text{diag}\{\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_3\}$  ماتریس سلامت عملگر بوده و المان های آن در شرط  $0 < \Gamma_i \leq 1$  صدق می نمایند.  $\Gamma_i = 1$  معرف سلامت عملگر نام است. برای بردار  $\xi = (\xi_1, \xi_2, \xi_3)^T$ ، نماد  $\xi^*$  معرف ماتریس پاد متقارن (۵) است که خواص ارائه شده در رابطه (۶) را داراست.

$$\xi^* = \begin{pmatrix} 0 & -\xi_3 & \xi_2 \\ \xi_3 & 0 & -\xi_1 \\ -\xi_2 & \xi_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \xi^* &= -\xi^{*T} \\ \xi^T \xi^* \mathbf{a} &= 0 \\ \xi^* \mathbf{a} &= -\mathbf{a}^* \xi \\ \mathbf{a}^T \xi^* \mathbf{a} &= 0 \end{aligned} \quad (6)$$

فوق توسط این کنترل کننده برآورده می شود.

$$u_i = -u_{\max} \left( \frac{s_i}{|s_i| + (k^2 + 1)\delta} \right), \quad i = 1, 2, 3 \quad (10)$$

در عبارت فوق،  $\delta$  یک ثابت مثبت بوده و  $k(t)$  با استفاده از رابطه (11) محاسبه می گردد.

$$\dot{k} = \begin{cases} \frac{-\gamma\chi}{k(\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e + 2\gamma(1-q_{0e}))} & \text{if } \omega_e \neq 0 \\ 0 & \text{if } \omega_e = 0 \end{cases} \quad (11)$$

که در آن  $\gamma$  یک ثابت مثبت بوده و  $\chi$  عبارت است از:

$$\chi = \sum_{i=1}^3 \left( \frac{k^2 \Gamma_{\min} u_{\max} |\omega_{ie}| (k^2 + 1)(\delta + 1)}{\gamma |\omega_{ie}| + (k^2 + 1)(\delta + 1)} \right) + \sum_{i=1}^3 \frac{\Gamma_{\max} k^2 u_{\max} (k^2 + 1) |\omega_{ie}| |q_{ie}|}{\gamma |s_i| + (k^2 + 1)\delta} + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{S} \quad (12)$$

اثبات: از تابع لیاپانوف زیر استفاده می شود:

$$V = \frac{k^2}{2\gamma} \omega_e^T \mathbf{J}\omega_e + \frac{k^2}{2} [\mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e + (1 - q_{0e})^2] \quad (15)$$

در تابع فوق،  $\gamma$ ، یک ثابت مثبت است.

با محاسبه مشتق رابطه (15) و پس از ساده سازی روابط و استفاده از خواص کواترینیون ها می توان نشان داد که:

$$\begin{aligned} &= \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \mathbf{J}\dot{\omega}_e + \frac{k^2}{2} [2\mathbf{q}_e^T \dot{\mathbf{q}}_e - 2(1 - q_{0e})\dot{q}_{0e}] \\ &+ k\dot{k} \left[ \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e + (1 - q_{0e})^2 \right] \\ &= \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \mathbf{J}\dot{\omega}_e + \frac{k^2}{2} [\mathbf{q}_e^T (\mathbf{q}_e^\times + q_{0e} \mathbf{I}_3) \omega_e] \\ &+ \frac{k^2}{2} (1 - q_{0e}) \mathbf{q}_e^T \omega_e \\ &+ k\dot{k} \left[ \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + 1 - q_{0e}^2 + (1 - q_{0e})^2 \right] \\ &= \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \mathbf{J}\dot{\omega}_e + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \omega_e + k\dot{k} \left( \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \\ &= \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( -(\omega_e + \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J}(\omega_e + \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d) \right) \\ &+ \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( \Gamma \mathbf{u} + \mathbf{d} + \mathbf{J}(\omega_e^\times \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d - \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\dot{\omega}_d) \right) \\ &+ \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \omega_e + k\dot{k} \left( \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \\ &= \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( -\omega_e^\times \mathbf{J}(\omega_e - \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d) \right) \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T (\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J}\omega_e \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( (\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J}\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d \right) \\ & + \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( \Gamma \mathbf{u} + \mathbf{d} + \mathbf{J}(\omega_e^\times \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d - \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\dot{\omega}_d) \right) \\ & + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \omega_e + k\dot{k} \left( \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( -(\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J}\omega_e \right) \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( (\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J}\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d \right) \\ & + \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( \Gamma \mathbf{u} + \mathbf{d} - \mathbf{J}(\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \omega_e - \mathbf{J}\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\dot{\omega}_d \right) \\ & + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \omega_e + k\dot{k} \left( \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( -((\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J} + \mathbf{J}(\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times) \omega_e \right) \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( -(\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J}\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d - \mathbf{J}\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\dot{\omega}_d \right) \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T (\Gamma \mathbf{u} + \mathbf{d}) \\ & + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \omega_e + k\dot{k} \left( \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( (\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J} + \mathbf{J}(\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \right) \omega_e \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \left( (\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J}\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d + \mathbf{J}\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\dot{\omega}_d \right) \\ & + \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T (\Gamma \mathbf{u} + \mathbf{d}) + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \omega_e \\ & + k\dot{k} \left( \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \mathbf{H}\omega_e - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T \mathbf{g} + \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T (\Gamma \mathbf{u} + \mathbf{d}) \\ & + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \omega_e + k\dot{k} \left( \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \\ & - \frac{k^2}{\gamma} \omega_e^T (\Gamma \mathbf{u} + \mathbf{d} - \mathbf{g}) + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \omega_e \\ & + k\dot{k} \left( \frac{\omega_e^T \mathbf{J}\omega_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \end{aligned}$$

در عبارت فوق،  $\mathbf{H} = (\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J} + \mathbf{J}(\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times$ ،  
 $\mathbf{H} = -\mathbf{H}^T$ ، از آنجا که  $\mathbf{g} = (\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d)^\times \mathbf{J} \mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\omega_d + \mathbf{J}\mathbf{C}(\mathbf{Q}_e)\dot{\omega}_d$   
 لذا ماتریس پاد متقارن  $\mathbf{H}$  بوده و بنا بر رابطه (6) نتیجه می شود که  
 $\omega_e^T \mathbf{H}\omega_e = 0$  . همچنین:

$$-\Gamma_{i_{\max}} u_{\max} \frac{\omega_{ie}^2}{|s_i| + k^2 \delta} \leq -\Gamma_{\min} u_{\max} \frac{\omega_{ie}^2}{|s_i| + (k^2 + 1)\delta} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \chi &= \sum_{i=1}^3 \left( \frac{k^2 \Gamma_{\min} u_{\max} |\omega_{ie}| (k^2 + 1)(\delta + 1)}{\gamma |\omega_{ie}| + (k^2 + 1)(\delta + 1)} \right) \\ &+ \sum_{i=1}^3 \frac{\Gamma_{\max} k^2 u_{\max} (k^2 + 1) |\omega_{ie}| |q_{ie}|}{\gamma |s_i| + (k^2 + 1)\delta} + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{S} \\ &\leq -\Gamma_{\min} u_{\max} \frac{\omega_{ie}^2}{|\omega_{ie}| + (k^2 + 1)(\delta + 1)} \\ &= -\Gamma_{\min} u_{\max} |\omega_{ie}| \left( 1 - \frac{(k^2 + 1)(\delta + 1)}{|\omega_{ie}| + (k^2 + 1)(\delta + 1)} \right) \end{aligned}$$

با استفاده از رابطه (۱۷) داریم:

شکل زیر ساده می‌گردد:

$$\dot{V} \leq -\sum_{i=1}^3 \frac{k^2}{\gamma} |\omega_{ie}| (\Gamma_{\min} u_{\max} - \bar{d} - \bar{g}) - \frac{k^2}{2} (k^2 + 1) \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e \quad (۲۰)$$

با توجه به فرض ۵،  $V \leq 0$ ، نتیجه می‌شود.

با تعریف بردار حالت  $\mathbf{x} = [1 - q_{e0} \quad \mathbf{q}_e \quad \boldsymbol{\omega}_e]$ ، می‌توان نشان داد که تابع لیپانوف معرفی شده در رابطه (۱۵) به صورت زیر کراندار است:

$$\lambda_{\min}(\mathbf{R}) \|\mathbf{x}\|^2 \leq V = \mathbf{x}^T \mathbf{R} \mathbf{x} \leq \lambda_{\max}(\mathbf{R}) \|\mathbf{x}\|^2 \quad (۲۱)$$

در عبارت فوق،  $\mathbf{R} = \text{diag} \left( \frac{k^2}{2}, \frac{k^2}{2}, \frac{k^2}{2\gamma} \right)$ ، بوده و  $\lambda_{\min}(\cdot)$  و

$\lambda_{\max}(\cdot)$  نیز به ترتیب حداقل و حداکثر مقادیر ویژه ماتریس هستند. با استفاده از نامساوی

$$\begin{aligned} \|\mathbf{x}\|^2 &\leq (1 - q_{e0})^2 + \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e + \boldsymbol{\omega}_e^T \boldsymbol{\omega}_e \\ &\leq (1 - q_{e0}) + \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e + \boldsymbol{\omega}_e^T \boldsymbol{\omega}_e \end{aligned} \quad (۲۲)$$

داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\psi \|\mathbf{x}\|^2 + \psi (1 - q_{e0}) \\ &+ \|\boldsymbol{\omega}_e\|_{\max} \sup \left( \sum_{i=1}^3 \frac{k^2}{\gamma} |\omega_{ie}| (\Gamma_{\min} u_{\max} - \bar{d} - \bar{g}) \right) \\ &\leq -\psi \|\mathbf{x}\|^2 \\ &+ \|\mathbf{x}\|^2 \left( 2\psi + \sup \left( \sum_{i=1}^3 \frac{k^2}{\gamma} |\omega_{ie}| (\Gamma_{\min} u_{\max} - \bar{d} - \bar{g}) \right) \right) \end{aligned} \quad (۲۳)$$

که در عبارت فوق،  $\psi = \frac{k^2}{2} (k^2 + 1)$  است. با انتخاب  $0 < \theta < 1$ ، می‌توان عبارت موجود در رابطه (۲۳) را به شکل زیر بازنویسی نمود:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\psi \theta \|\mathbf{x}\|^2 + \|\mathbf{x}\|^2 \left( -(1 - \theta) \psi \right) \\ &+ \|\mathbf{x}\|^2 \left( 2\psi + \sup \left( \frac{k^2}{\gamma} (\Gamma_{\min} u_{\max} - \bar{d} - \bar{g}) \right) \right) \end{aligned} \quad (۲۴)$$

در صورتیکه

$$\|\mathbf{x}\| > \frac{\psi + \sup \left( \frac{k^2}{\gamma} (\Gamma_{\min} u_{\max} - \bar{d} - \bar{g}) \right)}{(1 - \theta) \psi}$$

داریم:

$$\begin{aligned} \dot{V} &= -\sum_{i=1}^3 \Gamma_i \frac{k^2 u_{\max}}{\gamma} \frac{\omega_{ie} s_i}{|s_i| + (k^2 + 1)\delta} \\ &+ \frac{k^2}{\gamma} \boldsymbol{\omega}_e^T (\mathbf{d}(t) - \mathbf{g}) + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{S} \\ &- \frac{k^2}{2} (k^2 + 1) \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e + k\dot{k} \left( \frac{\boldsymbol{\omega}_e^T \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \\ &= -\sum_{i=1}^3 \Gamma_i \frac{k^2 u_{\max}}{\gamma} \frac{\omega_{ie} (\omega_{ie} + (k^2 + 1) q_{ie})}{|s_i| + (k^2 + 1)\delta} \\ &+ \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{S} + k\dot{k} \left( \frac{\boldsymbol{\omega}_e^T \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) \\ &- \frac{k^2}{2} (k^2 + 1) \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e + \frac{k^2}{\gamma} \boldsymbol{\omega}_e^T (\mathbf{d}(t) - \mathbf{g}) \\ &\leq -\sum_{i=1}^3 \frac{k^2}{\gamma} |\omega_{ie}| (\Gamma_{\min} u_{\max} - \bar{d} - \bar{g}) \\ &+ \sum_{i=1}^3 \left( \frac{k^2 \Gamma_{\min} u_{\max}}{\gamma} \frac{|\omega_{ie}| (k^2 + 1)(\delta + 1)}{|\omega_{ie}| + (k^2 + 1)(\delta + 1)} \right) \\ &- \sum_{i=1}^3 \Gamma_i \frac{k^2 u_{\max}}{\gamma} \frac{(k^2 + 1) \omega_{ie} q_{ie}}{|s_i| + (k^2 + 1)\delta} + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{S} \\ &+ k\dot{k} \left( \frac{\boldsymbol{\omega}_e^T \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) - \frac{k^2}{2} (k^2 + 1) \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e \\ &\leq -\sum_{i=1}^3 \frac{k^2}{\gamma} |\omega_{ie}| (\Gamma_{\min} u_{\max} - \bar{d} - \bar{g}) \\ &+ \sum_{i=1}^3 \left( \frac{k^2 \Gamma_{\min} u_{\max}}{\gamma} \frac{|\omega_{ie}| (k^2 + 1)(\delta + 1)}{|\omega_{ie}| + (k^2 + 1)(\delta + 1)} \right) \\ &+ \sum_{i=1}^3 \Gamma_{\max} \frac{k^2 u_{\max}}{\gamma} \frac{(k^2 + 1) |\omega_{ie}| |q_{ie}|}{|s_i| + (k^2 + 1)\delta} + \frac{k^2}{2} \mathbf{q}_e^T \mathbf{S} \\ &+ k\dot{k} \left( \frac{\boldsymbol{\omega}_e^T \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_e}{\gamma} + 2(1 - q_{0e}) \right) - \frac{k^2}{2} (k^2 + 1) \mathbf{q}_e^T \mathbf{q}_e \end{aligned} \quad (۱۸)$$

در عبارت فوق  $\bar{g} = \mathbf{J}_M \bar{\boldsymbol{\omega}}_d^2 + \mathbf{J}_M \bar{\boldsymbol{\omega}}_d$ ، با توجه به رابطه (۱۸)،

قانون بروزرسانی  $k$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\dot{k} = \begin{cases} \frac{-\gamma \chi}{k (\boldsymbol{\omega}_e^T \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}_e + 2\gamma(1 - q_{0e}))} & \text{if } \boldsymbol{\omega}_e \neq \mathbf{0} \\ 0 & \text{if } \boldsymbol{\omega}_e = \mathbf{0} \end{cases} \quad (۱۹)$$

که در آن

#### ۴- شبیه سازی

در این قسمت نتایج شبیه سازی کنترل کننده پیشنهادی بر روی یک ماهواره نمونه ارائه شده است. همچنین فرض می شود که عملگرها قادر به تولید گشتاور پیوسته با مقدار بیشینه ۵ نیوتن متر می باشند. ماتریس ممان اینرسی به کاررفته در این مقاله، مانند مرجع [۱۳]، ۱۶-۱۵] بوده و برابر با رابطه (۱۳) است.

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 20 & 0 & 0.9 \\ 0 & 17 & 0 \\ 0.9 & 0 & 15 \end{bmatrix} \text{kgm}^2 \quad (13)$$

اغتشاش خارجی نیز به صورت

$$e_i = 0.3 + 0.1(\text{rand4sec}() + \sin(0.5t + i\pi/3)), \quad i = 1, 2, 3$$

فرض شده است. آسیب فرضی عملگرها نیز تا  $t=75$  برابر ۱ بوده و پس از آن به صورت رابطه زیر است (شکل ۲):

$$\Gamma_i = \begin{cases} 1 & e_i > 1 \\ e_i & \text{otherwise} \\ 0.1 & e_i < 0.1 \end{cases} \quad (14)$$

که در عبارت فوق:

$$e_i = 0.3 + 0.1(\text{rand4sec}() + \sin(0.5t + i\pi/3)), \quad i = 1, 2, 3$$

تابع  $\text{rand4sec}()$  به کاررفته در تعریف متغیر  $e_i$  در هر ۴ ثانیه یک عدد تصادفی با توزیع نرمال در بازه  $[0, 1]$  ایجاد می کند. خطای سرعت زاویه ای به میزان ۱۰ درصد مقدار اندازه گیری شده به عنوان خطای تعیین وضعیت به شبیه سازی اضافه شده است. همچنین پارامترهای به کار رفته در شبیه سازی به صورت زیر است:

$$\lambda_{\max} = 1, \delta = 0.02, \gamma = 0.002, \rho = 1, u_{\max} = 5, J_M = 20.1571, \lambda_{\max} = 0.1, k(0) = 2.5$$

در شبیه سازی، هدف، ردیابی مسیری با رابطه

$$\mathbf{q}_d = \frac{1}{2} \begin{cases} \begin{bmatrix} 0, \cos(0.15t), -\sqrt{3}, \sin(0.15t) \end{bmatrix}^T & t < 50 \\ \begin{bmatrix} \sin(0.15t), 0, \cos(0.15t), -\sqrt{3} \end{bmatrix}^T & 50 \leq t < 100 \\ \begin{bmatrix} -\sqrt{3}, \sin(0.15t), 0, \cos(0.15t) \end{bmatrix}^T & 100 \leq t < 150 \\ \begin{bmatrix} \cos(0.15t), -\sqrt{3}, \sin(0.15t), 0 \end{bmatrix}^T & 150 \leq t < 200 \end{cases}$$

بوده است. شرایط اولیه نیز برای کوآرنیون ها به صورت  $q_0 = 0.9653$ ،  $q_1 = -0.1$ ،  $q_2 = 0.18$ ،  $q_3 = -0.2$  و برای سرعت زاویه ای، صفر انتخاب شده است.

شکل های ۴ تا ۶ نتایج شبیه سازی کنترل کننده پیشنهادی در ردیابی مسیر فوق را نشان می دهد. همچنین به منظور مقایسه کارایی روش پیشنهادی، نتایج کنترل کننده PD نیز با پارامترهای  $k_p = 4$  و  $k_d = 5$  به شبیه سازی ها افزوده شده است. انتخاب ضرایب فوق به گونه ای بوده

$$\dot{V} < -\psi \theta \|\mathbf{x}\|^2 \leq -\frac{\psi \theta}{\lambda_{\max}(\mathbf{R})} V \quad (25)$$

بنابراین کران متغیرهای حالت سیستم به صورت رابطه زیر خواهد بود:

$$\|\mathbf{x}\| \leq \sqrt{\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{R})}{\lambda_{\min}(\mathbf{R})} \max\{A, B\}} \quad (26)$$

که در آن:

$$A = \|\mathbf{x}(0)\| e^{\frac{\psi \theta t}{\lambda_{\max}(\mathbf{R})}}, B = \frac{2\psi + \sup\left(\frac{k^2}{\gamma} (\Gamma_{\min} u_{\max} - \bar{d} - \bar{g})\right)}{(1-\theta)\psi}$$

بازه فوق، مجموعه بسته کوچکی است که شامل مبدا می باشد. از روابط (۲۶) و (۱۵) و با استفاده از تئوری کرانمندی [۱۷]، می توان به این نتیجه رسید که  $1 - q_{e0}$ ،  $\mathbf{q}_e$  و کراندار نهایی یکنواخت هستند که این مساله کراندار بودن  $k(t)$  را نتیجه می دهد. همچنین با توجه به محدود بودن  $\mathbf{Q}_d$  (بنا بر فرض ۳)، کراندار بودن  $V$  نیز نتیجه می شود. ویژگی های قانون کنترلی معرفی شده در رابطه (۱۰):

۱. کران بالای دامنه سیگنال ورودی به طور مستقیم در رابطه

کنترل کننده مدنظر قرار گرفته است. بنابراین با استفاده از این کنترل کننده، نیازی به استفاده از المان های محدودکننده دامنه مانند عملگر اشباع نبوده و مشکلات استفاده از عملگر اشباع خصوصا در اثبات پایداری مرتفع شده است.

۲. کنترل کننده فوق در دو حالت بدون آسیب و آسیب دیده

سیستم یکسان بوده و نیازی به مکانیزمی برای تغییر از یک کنترل کننده به کنترل کننده دیگر پس از وقوع آسیب، نیست.

۳. کنترل کننده فوق به مقدار واقعی آسیب وابسته نبوده و فقط

تخمینی از حداقل و حداکثر آسیب در آن استفاده شده است. به همین دلیل، وابستگی این روش به دقت زیرسیستم شناسایی آسیب به حداقل رسیده است.

۴. در صورتیکه بتوان دو کران کمینه و بیشینه برای آسیب در

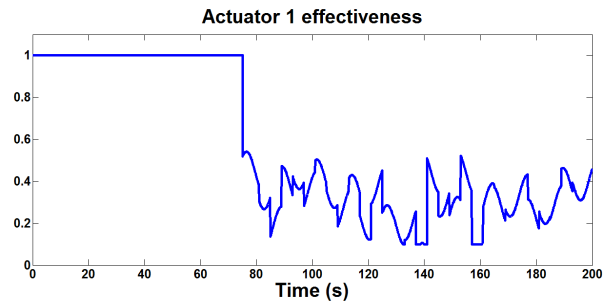
نظر گرفت، می توان زیرسیستم شناسایی آسیب را حذف نمود، هر چند که این مسئله اندکی در کاهش عملکرد سیستم موثر خواهد بود. گفتنی است که عامل  $k$ ، پس از مدت کوتاهی به صفر میل می کند. بنابراین دقت تعیین کران بیشینه و کمینه فقط در این زمان محدود موثر است. در قسمت شبیه سازی، از این رویکرد استفاده شده است.

در ادامه نتایج شبیه سازی روش پیشنهادی ارائه خواهد شد.

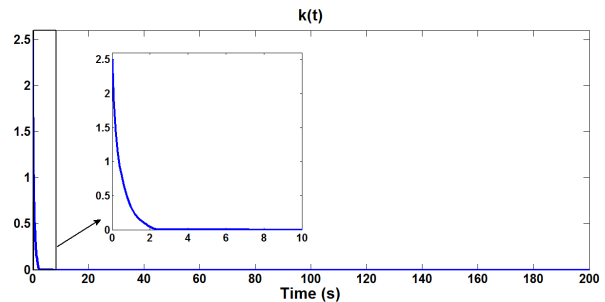
### ۵- نتیجه گیری

در این مقاله، با استفاده از روش تغییر ساختار متغیر، به طراحی کنترل کننده تحمل پذیر خطا برای مواجهه با آسیب ضرب شونده در عملگر پرداخته شد. در روش پیشنهادی، پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از یک پارامتر که به صورت تطبیقی بروزرسانی می شود و به کمک روش مستقیم لیاپانوف، تضمین شده است. اثبات پایداری در این روش با دیدگاه کران داری غایی یکنواخت بوده است. آنچه باعث تمایز روش پیشنهادی این مقاله با روش های موجود شده است، عدم نیاز روش پیشنهادی به اطلاع دقیق از شدت آسیب و امکان ردیابی مسیر است. همچنین محدودیت دامنه ورودی، در طراحی کنترل کننده به صورت مستقیم لحاظ شده است. لازم به ذکر است در این مقاله، فرض بر آن بوده که توان کنترلی کافی برای ردیابی و دفع اغتشاش خارجی وجود دارد به عبارت دیگر سیستم پس از وقوع آسیب همچنان کنترل پذیر باقی بماند. بنابراین حالت زیر تحریک شده<sup>۶</sup> در این مقاله مورد بررسی واقع نشده است. نتایج شبیه سازی نشان از عملکرد مطلوب روش پیشنهادی در ردیابی مسیر مورد نظر با وجود اغتشاش خارجی، محدودیت دامنه ورودی و آسیب ضرب شونده موجود در عملگر دارد.

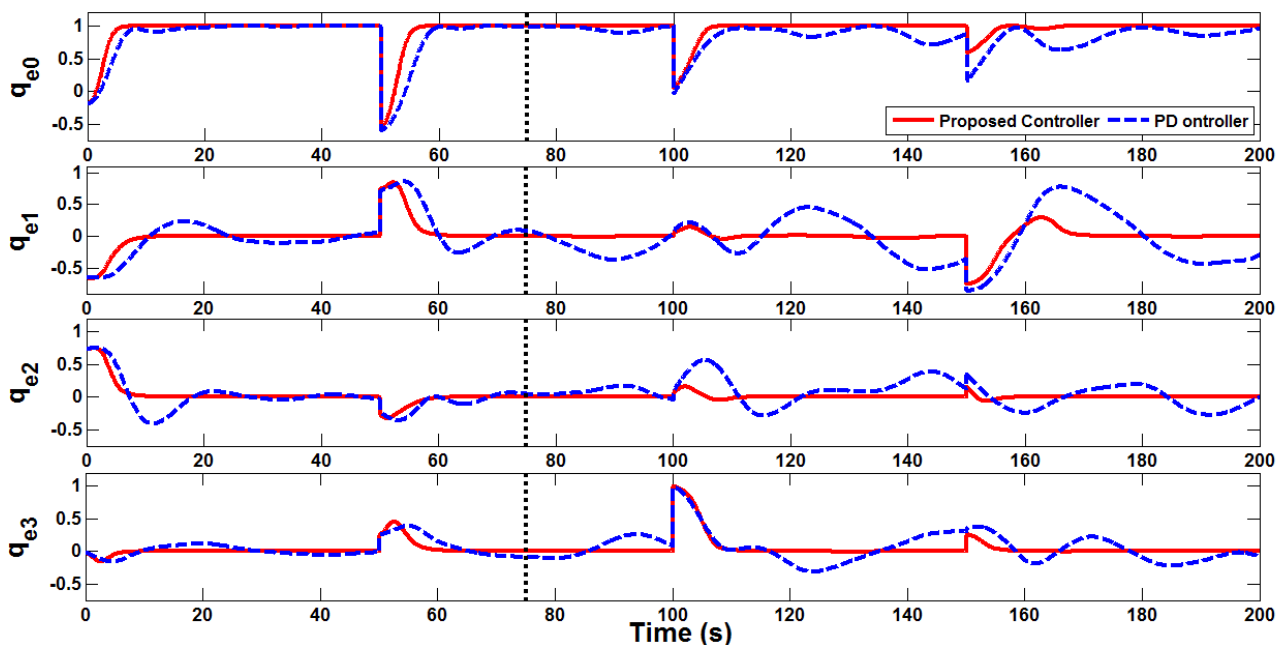
است که کنترل کننده PD عملکرد مناسبی در حالت بدون آسیب سیستم داشته و دامنه سیگنال کنترلی محدود به بازه  $\pm 5$  باشد. مشاهده می شود که کنترل کننده پیشنهادی عملکرد به مراتب بهتری نسبت به کنترل کننده PD دارد.



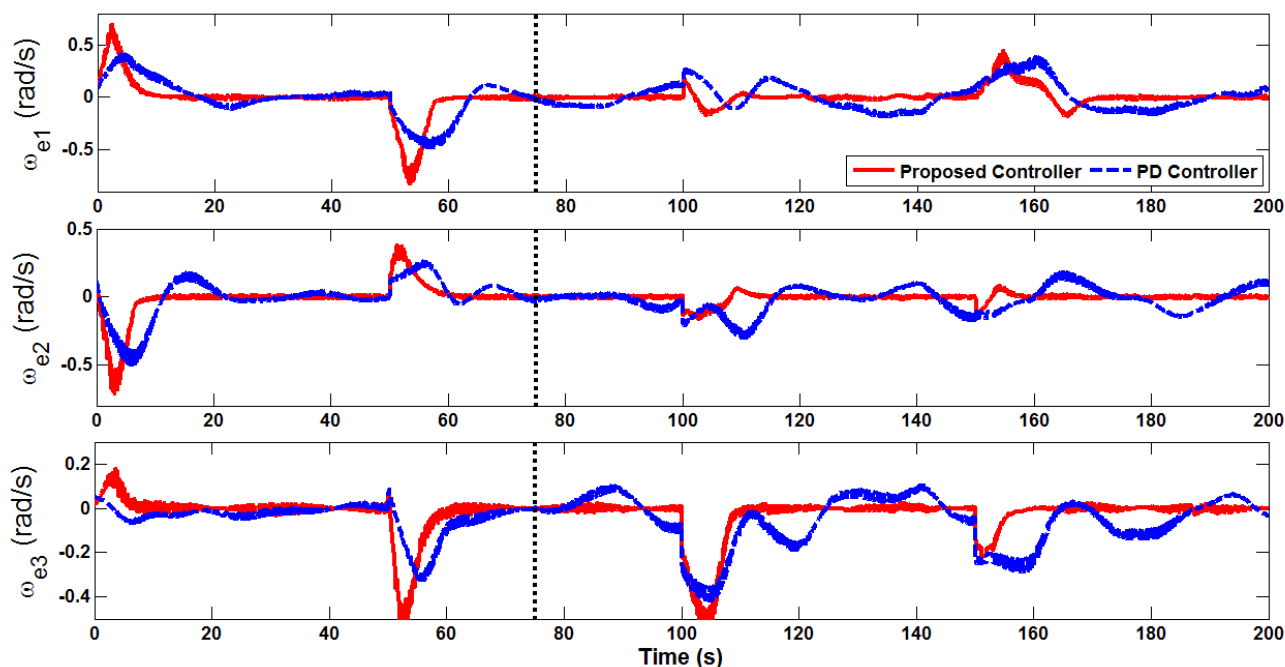
شکل ۲: آسیب فرضی عملگرها



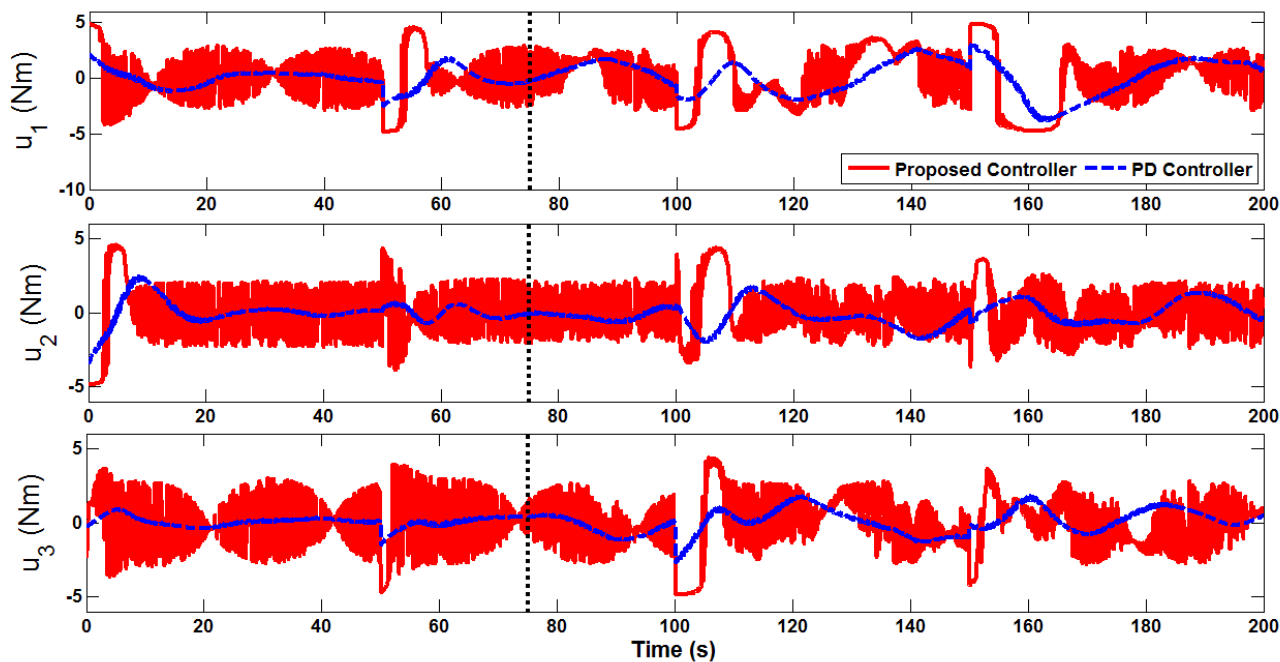
شکل ۳: پارامتر  $k(t)$



شکل ۴: کواترنیون خطا، خط عمود: زمان سوییچ از حالت نرمال به حالت آسیب دیده



شکل ۵: خطای سرعت‌های زاویه‌ای، خط عمود: زمان سوییچ از حالت نرمال به حالت آسیب دیده



شکل ۶: سیگنال کنترلی، خط عمود: زمان سوییچ از حالت نرمال به حالت آسیب دیده

[3] Jiang, J., Yu, X., 2012. "Fault-tolerant control systems: A comparative study between active and passive approaches", *Annual Reviews in Control*, 36, pp. 60-72.

[4] Yingchun, Z., Yu, G., Yu, J., Xueqin, C., 2010. "LMI-based design of robust fault-tolerant controller", *3rd International Symposium on Systems and Control in*

## ۶- مراجع

[۱] بوستان، دانیال؛ حسینی ثانی، سید کمال؛ پریز، ناصر؛ "کنترل تحمل پذیر خطا برای ماهواره به روش معکوس دینامیک غیرخطی"، دوازدهمین کنفرانس انجمن هوافضای ایران، ۱۳۹۱.

[2] Zhang, Y., Jiang, J., 2008. "Bibliographical review on reconfigurable fault-tolerant control systems", *Annual Reviews in Control*, 32, pp. 229- 252.



- under actuator faults and bounded disturbance”, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 133, pp. 051006- 8.
- [12] Bustan D., Hosseini Sani S.K., Pariz N., 2014. “Immersion and invariance based fault tolerant adaptive spacecraft attitude control”, *International Journal of Control, Automation and Systems*, 12, no 2, pp. 333- 339.
- [13] Hu, Q., Xiao, B., Friswell, M. I., 2011. “Robust fault-tolerant control for spacecraft attitude stabilisation subject to input saturation”, *IET Control Theory & Applications*, 5, pp. 271- 282.
- [14] Zou, A.-M., Kumar, K. D., 2011. “Adaptive fuzzy fault-tolerant attitude control of spacecraft”, *Control Engineering Practice*, 19, pp. 10- 21.
- [15] Bustan D., Hosseini Sani S.K., Pariz N., 2014. “adaptive fault-tolerant spacecraft attitude control design with transient response control”, *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 19, no. 4, pp. 1404- 1411.
- [16] Bustan D., Pariz N., Hosseini Sani S.K., 2014. “Robust fault tolerant tracking control design for spacecraft under control input saturation”, *ISA Transactions*, 53, no. 4, pp. 1073- 1080.
- [17] Khalil, H. K., 2002. “*Nonlinear systems*”, Prentice Hall ; London : Pearson Education, 3rd ed., Upper Saddle River, N.J.
- Aeronautics and Astronautics* , pp. 353- 356.
- [5] Fang, L., Jian Liang, W., Guang-Hong, Y., 2002. “Reliable robust flight tracking control: an LMI approach”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10, pp. 76- 89
- [6] Jin, X., Yang, G., Li, Y., 2010. “Robust fault-tolerant controller design for linear time-invariant systems with actuator failures: an indirect adaptive method”, *Journal of Control Theory and Applications*, 8, pp. 471- 478.
- [7] Cai, W., Liao, X., Song, D. Y., 2008. “Indirect robust adaptive fault -tolerant control for attitude tracking of spacecraft”, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, 31, pp. 1456- 1463
- [8] Jin, X.-Z., Yang, G.-H., 2009. “Robust adaptive fault-tolerant compensation control with actuator failures and bounded disturbances”, *Acta Automatica Sinica*, 35, pp. 305- 309.
- [9] Benosman, M., Lum, K. Y., 2009. “Application of absolute stability theory to robust control against loss of actuator effectiveness”, *IET Control Theory and Applications*, 3, pp. 772- 788.
- [10] Benosman, M., Lum, K. Y., 2010. “Passive actuators' fault-tolerant control for affine nonlinear Systems”, *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 18, pp. 152- 163.
- [11] Xiao, B., Hu, Q., Friswell, M. I., 2011. “Robust fault tolerant control for spacecraft attitude stabilization