نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳، شماره ۶، سال ۱۴۰۰، صفحات ۳۶۴۵ تا ۳۶۵۶

DOI: 10.22060/mej.2020.18375.6804

ارزیابی قابلیت اطمینان صفحه مستطیلی تحت بار کششی درون صفحه‌ای با استفاده از تئوری مکانیک آسیب پیوسته

پیمان غلامی*، محمدعلی فارسی

پژوهشگاه هوافضا، وزارت علوم تحقیقات و فناوری، تهران، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت:۱۳۹۹/۰۲/۱۷

بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۱۰

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۶/۰۱

کلمات کلیدی:

مکانیک آسیب پیوسته

آسیب همسانگرد

روش مرتبه اول قابلیت اطمینان

روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان.

خلاصه: در این مطالعه قابلیت اطمینان صفحات مستطیلی بدون سوراخ و حاوی یک سوراخ دایره‌ای مرکزی تحت بار کششی استاتیکی بررسی شده است. برای بررسی شروع و پیش‌روی آسیب از مفاهیم مکانیک آسیب پیوسته با استفاده از تحلیل اجزاء محدود استفاده شده است. معادلات سازگاری برای حالت آسیب همسانگرد تک‌جهته برای نمونه مستطیلی استخراج شده است و با کدی در نرم‌افزار المان محدود آباکوس اجرا می‌شود. برای بررسی احتمال خرابی نیز از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان استفاده شده و تابع حالت حدی و متغیرهای تصادفی طبق مدل مکانیک آسیب به دست آمده است. برای نشان‌دادن آسیب، کانتورهای پیشرفت آسیب، نموار نیرو-جابجایی برای قطرهای مختلف رسم شده است. با اضافه‌شدن سوراخ مرکزی در صفحه مستطیلی به قطر ۲ تا ۱۰ میلی‌متر مقدار بار تخریب تقریباً ۶۰ تا ۸۰ درصد کاهش می‌یابد، که این نتایج با توجه به مفاهیم تمرکز تنش هم‌خوانی دارد. نتایج شبیه‌سازی‌شده با آزمایش‌های تجربی مقایسه شده و نشان داده می‌شود که نتایج شبیه‌سازی‌شده توسط منحنی نیرو-جابجایی تجربی تأیید می‌شود. در انتها احتمال خرابی هریک از صفحات با قطرهای مختلف تقریب زده و نیز تحلیل حساسیت بر روی پارامتر ضریب تغییرات انجام شده است. قابلیت اطمینان نمونه مذکور با قطر ۱۰ میلی‌متر کمترین مقدار را دارد، در حالی که صفحه بدون سوراخ بالاترین میزان را دارد و در بین متغیرهای تصادفی، آسیب بحرانی بیشترین اثر را روی قابلیت اطمینان دارد.

۱- مقدمه

مکانیک آسیب پیوسته متکی به آثار کاچانف [۱] و روبوتنوف [۲] است که آن را براساس گسیختگی خزش فلزات تحت بارگذاری تک‌محوره درنظر گرفتند. آن‌ها دریافتند که ترک و حفره‌های ریز با بارگذاری افزایش می‌یابد و توانایی تحمل بار را کاهش می‌دهد و برای توصیف رفتار تخریب مواد از یک پارامتر اسکالر استفاده کردند. ایده اصلی این تئوری یک چالش برای مفهوم قدیمی مکانیک مواد در حالت "کامل" و "شکست" است و اشاره می‌کند که یک مرحله میانی بین حالت کامل و شکست نهایی وجود دارد. این آثار بعداً در چارچوب ترمودینامیک برگشت‌ناپذیر به منظور توصیف روند کلی بارگذاری سه‌بعدی [۳] گسترش یافته است. سه مفهوم برای مدل‌سازی اثرات آسیب در روش مکانیک آسیب پیوسته وجود دارد. مورد اول، مفهوم تنش مؤثر همراه با فرضیه هم‌ارزی کرنش است که به لیمیتره و چابوچه نسبت داده می‌شود [۴, ۵]. مورد دوم، مفهوم کرنش مؤثر همراه با فرضیه هم‌ارزی تنش است که توسط سیمو و جو معرفی شده است [۶, ۷]. مفهوم آخر، که نخستین بار توسط کوردبویس و سیدوروف [۸] معرفی شده است، از مفاهیم کرنش و تنش مؤثر استفاده می‌کند و به اصل تعادل انرژی نیاز دارد. به طور کلی، مدل‌های مکانیک آسیب پیوسته از این فرضیه استفاده می‌کنند که توابع پاسخ ناشناخته برای ماده آسیب‌دیده واقعی، از توابع ساخته‌شده برای موادی که فرض می‌شود بدون آسیب است به‌دست می‌آید. در مرحله بعد، توابع پاسخ از نظر متغیرهای تنش و کرنش مؤثر بیان می‌شوند و فرض می‌شود که معلوم هستند.

بونورا و همکارانش [۹] تأثیر تنش سه‌محوری بر تکامل آسیب نرم را در فلزات از دیدگاه تجربی و نظری بررسی کردند. در این مطالعه تکامل تنش سه‌محوری با کرنش پلاستیک از طریق المان محدود تعیین شده است. نشان داده شده است که تنش سه‌محوری در تکامل آسیب نقش عمده‌ای دارد و پیش‌بینی‌های مدل مکانیک آسیب پیوسته با داده‌ها و نتایج تجربی تطابق خوبی دارد. برونیگ و همکارانش [۱۰] یک روش کلی برای تعیین کمی معیارهای آسیب برای هر نوع مواد نرم تدوین کردند. برای به‌دست‌آوردن اعتبار روابط سازگاری و همچنین پارامترهای مجهول در معیارهای آسیب،

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: p.gholami@ae.sharif.ir

مجموعه‌ای از آزمایشات از جمله آزمایش بر روی نمونه‌های تنشی صاف و از پیش شکاف‌دار انجام شده است. مالچر و مامیا [۱۱] با اصلاح یک پارامتر مدل آسیب، که به عنوان ثابت ماده، تابعی از تنش سه‌محوری و زاویه بارگذاری است، مدل آسیب لیمیتره [۴] را بهبود دادند. وونگ نگوین [۱۲] تکامل آسیب و شروع شکست در نمونه‌های ناچدار را با استفاده از آنالیز المان محدود و مکانیک آسیب پیوسته بررسی کرد و نتایج شبیه‌سازی‌های انجام‌شده را با نتایج عددی و تجربی سایر مقالات مقایسه کرده است و توافق خوبی بین آن‌ها برقرار بوده است. مجزوبی و همکارانش [۱۳] با استفاده از مفاهیم مکانیک آسیب پیوسته به بررسی میزان کرنش پلاستیک معادل در شکست نمونه‌های آلومینیومی ناچدار و معرفی رابطه‌ای برای بیان اثر ضریب تنش سه‌محوری در محدوده تنش متوسط پرداختند. در این مطالعه یک مدل آسیب غیرخطی استفاده و پارامترهای آن با استفاده از روش تجربی/عددی/بهینه‌سازی با استفاده از آزمون کشش در نمونه‌های ساده تعیین می‌شود. در ادامه گسترش مدل‌های شکست برای مواد نرم براساس مکانیک آسیب پیوسته، رازانیکا و همکارانش [۱۴] رویکردی را برای مدل‌سازی خرابی براساس انرژی جدید محرک آسیب که شامل انرژی ذخیره شده و اتلاف است، ارائه کردند. این انرژی محرک آسیب با آستانه آسیب همراه است که شروع اتلاف آسیب غیرالاستیک را کنترل می‌کند. برای نشان‌دادن کارایی مدل ارائه‌شده از داده‌های تجربی استفاده شده است. بونورا و همکارانش [۱۵] با مدل‌سازی میکرومکانیکی جوانه‌زنی در فلزات نرم نشان داده‌اند که کرنش مورد نیاز برای شروع آسیب با افزایش تنش سه محوری به صورت نمایی کاهش می‌یابد. در نتیجه آن‌ها این ویژگی را با مفاهیم مکانیک آسیب پیوسته ترکیب، و یک رابطه پدیدارشناختی را برای وابستگی کرنش آستانه آسیب با تنش سه محوری فراهم کردند. فرمولاسیون مدل آسیب ارائه‌شده برای پیش‌بینی شکست نرم میله‌های بدون ناچ و ناچدار تحت کشش استفاده شده و قابلیت آن به اثبات رسیده است. گنجیانی [۱۶] نیز با استفاده از مکانیک آسیب پیوسته یک مدل شکست تعمیم‌یافته برای مواد نرم با توجه به پارامترهای تنش سه محوری و زاویه بارگذاری پیشنهاد داد. به منظور اعتبارسنجی قابلیت مدل، مدل پیشنهادی با استفاده از سابروتین در در برنامه المان آباکوس اجرا شده و نتایج آن با داده‌های تجربی در طیف گسترده‌ای از محاسبات تنش مقایسه شده است.

از جمله هدف اصلی این مطالعه، ترکیب تئوری مکانیک آسیب پیوسته با قابلیت اطمینان برای تحلیل شکست نرم با آسیب همسانگرد است. به همین منظور در ابتدا روابط مربوط به آسیب همسانگرد با استفاده از تئوری مکانیک آسیب پیوسته استخراج می‌شود و سپس معادله سازگاری حالت الاستیک-پلاستیک مواد نرم به دست خواهد آمد. در ادامه برای پیش‌بینی رابطه نیرو-جابجایی و شکست نهایی یک صفحه مستطیلی تحت بار کششی درون صفحه‌ای، از سابروتین در نرم‌افزار المان محدود استفاده شده است. برای بررسی قابلیت اطمینان نیز روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان و تابع حالت حدی و متغیرهای تصادفی طبق مدل مکانیک آسیب پیوسته استفاده شده است.

۲- تئوری مکانیک آسیب پیوسته

۲-۱- فیزیک و متغیرهای آسیب

آسیب، از نظر مکانیکی در مواد جامد، ایجاد و رشد حفره‌ها یا ریزحفره‌هاست که باعث ایجاد ناپیوستگی در یک محیط پیوسته می‌شود. از دیدگاه فیزیکی، آسیب همیشه مربوط به کرنش‌های پلاستیکی یا برگشت‌ناپذیر و به طور کلی اتلاف کرنش است. در مهندسی مکانیک آسیب پیوسته، یک المان حجمی معرف، تعریف می‌شود که در آن تمام خواص با متغیرهای همگن نشان داده می‌شوند. متغیر آسیب از نظر فیزیکی توسط چگالی سطحی حفره‌ها با تقسیم مجموع سطح حفره‌ها δS_D بر سطح صفحه بریده‌شده از المان حجمی معرف δS مشخص می‌شود. بنابراین برای صفحه با بردار نرمال $\vec{n}$ که دارای چگالی حداکثر است، آسیب اسکالر را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$D_{(\vec{n})} = \frac{\delta S_D}{\delta S} \qquad (۱)$$

که اگر آسیب همسانگرد باشد و خواص آن به جهت وابسته نباشد متغیر اسکالر $D_{(\vec{n})}$ وابسته به بردار نرمال نخواهد بود که در این صورت متغیر آسیب به صورت زیر نوشته خواهد شد:

$$D = \frac{\delta S_D}{\delta S} \qquad (۲)$$

که می‌تواند برای مسائل یک‌بعدی و همچنین تقریب تکامل آسیب سه‌بعدی نیز استفاده شود.

جدول ۱. متغیرهای حالت و مزدوج

Table 1. State and associated variables

مکانیسم	نوع	متغیرهای حالت: قابل مشاهده	متغیرهای حالت: داخلی	متغیرهای مزدوج
الاستیسیته	تانسور	ε_{ij}	-	σ_{ij}
آنتروپی	اسکالر	T	-	s
پلاستیسیته	تانسور	-	ε_{ij}^{p}	$-\sigma_{ij}$
سخت‌شوندگی ایزوتروپیک	اسکالر	-	r	R
آسیب	اسکالر (همسانگرد)	-	D	$-Y$

۲-۲- مفهوم تنش موثر

طبق مفهوم تنش موثر به همراه اصل هم‌ارزی کرنش[1] هر معادله سازگاری ماده آسیب‌دیده ممکن است به همان روشی که برای یک ماده بدون آسیب به‌دست می‌آید حاصل شود، به جز اینکه تنش معمول با تنش مؤثر جایگزین می‌شود. بنابراین معادله سازگاری طبق کرنش و آسیب براساس تنش اعمالی بر صفحه معادل المان حجمی معرف بدون حضور مساحت حفره‌ها و ریزحفره‌ها $(\delta\tilde{S}=\delta S-\delta S_D)$ به دست می‌آید. در این صورت برای حالت تک‌محوری آسیب همسانگرد، تنش موثر به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{\sigma}=\frac{\sigma}{1-D} \tag{۳}$$

براساس این اصل، متغیر آسیب D براساس تغییرات مدول الاستیسیته به صورت $D=E_0-E(D)/E_0$ تعریف می‌شود، که $E(D)$ سفتی ماده آسیب‌دیده و E_0 سفتی ماده بدون آسیب است. پارامتر اسکالر D بین ۰ و ۱ متغیر است، یعنی $0\le D\le 1$ که $D=0$ بیانگر حالت کامل و $D=1$ نشان‌دهنده شکست نهایی است.

۲-۳- چارچوب ترمودینامیکی برای پاسخ مواد

درمان نظری پاسخ الاستیک جامدات، کلاسیک است، ولی با درنظرگرفتن آسیب، دیگر یک بسط ساده از تئوری کلاسیک الاستیسیته نخواهد بود. رویکرد مکانیک آسیب پیوسته که در ادامه توضیح داده می‌شود مبتنی بر ترمودینامیک می‌باشد و طبیعتاً برای پاسخ ترمومکانیکی مناسب است. همچنین می‌توان آن را گسترش داد تا اثرات غیرمکانیکی مانند الکتریکی و مغناطیسی و همچنین شیمیایی را در خود گنجاد. تئوری ترمودینامیک برگشت‌ناپذیر به عنوان یک چارچوب منطقی برای تدوین یکپارچه معادلات سازگاری و تکامل مواد الاستیک-پلاستیک و آسیب استفاده شده است [۱۷]. در ابتدا باید انرژی آزاد[2] که رابطه متغیرهای حالت داخلی و نیروهای مزدوج آن‌ها را مشخص می‌کند، و همچنین تابع اتلاف[3] که تکامل متغیرهای حالت داخلی را توصیف، و سطح بارگذاری که محدودیت منطقه الاستیک را تجویز می‌کند تعریف شوند.

متغیرهای حالت داخلی، قابل مشاهده و داخلی، براساس مکانیسم فیزیکی تغییر شکل و تخریب ماده همانند جدول ۱ انتخاب می‌شوند.

۲-۴- آنرژی آزاد گیبس برای آسیب همسانگرد

طبق اصل هم‌ارزی کرنش معادل، انرژی آزاد گیبس برای حالت آسیب همسانگرد را می‌توان به صورت زیر نوشت [۱۸]:

$$\rho\Gamma=\frac{1+\nu}{2E}\frac{\sigma_{ij}\sigma_{ij}}{1-D}-\frac{\nu}{2E}\frac{\sigma_{kk}^2}{1-D} \tag{۴}$$

که E مدول الاستیسیته و ν نسبت پواسون است. کرنش الاستیک برابر است با [۱۸]:

$$\varepsilon_{ij}^{e}=\rho\frac{\partial\Gamma_e}{\partial\sigma_{ij}}=\frac{1+\nu}{E}\tilde{\sigma}_{ij}-\frac{\nu}{E}\tilde{\sigma}_{kk}\delta_{ij} \tag{۵}$$

و نرخ آزادسازی انرژی Y، متغیر مزدوج آسیب برابر خواهد بود با [۱۸]:

$$Y=\rho\frac{\partial\Gamma}{\partial D}=\frac{\tilde{\sigma}_{eq}^2 R_v}{2E} \tag{۶- الف}$$

$$R_v=\frac{2}{3}(1+\nu)+3(1-2\nu)(\frac{\sigma_H}{\sigma_{eq}}) \tag{۶- ب}$$

1 Principle of strain equivalence

2 Free energy

3 Dissipation function

که در آن $\sigma_H = \sigma_{kk}/3$ تنش هیدرواستاتیکی، $\sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\sigma_{ij}^D\sigma_{ij}^D}$ تنش معادل فون میسز و $\sigma_{ij}^D = \sigma_{ij} - \sigma_H\delta_{ij}$ است.

۲-۵- تابع اتلاف برای آسیب همسانگرد

در حالت آسیب همسانگرد، تابع معیار پلاستیک f با استفاده از معیار فون میسز به صورت مجموعی از تنش معادل فون میسز موثر، تنش سخت‌شوندگی ایزوتروپیک R و تنش تسلیم σ_y نوشته می‌شود:

$$f = \tilde{\sigma}_{eq} - R - \sigma_Y \tag{۷}$$

که

$$\tilde{\sigma}_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2}\tilde{\sigma}_{ij}^D\tilde{\sigma}_{ij}^D} \tag{۸}$$

و نرخ متغیرداخلی سخت‌شوندگی ایزوتروپیک نیز به صورت زیر بیان می‌شود [۱۸]:

$$\dot{r} = -\dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial R} = -\dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial R} = \dot{\lambda} \tag{۹}$$

که $\dot{\lambda}$ ضریب پلاستیسیته[۱] است. در نتیجه کرنش پلاستیک را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda}\frac{\partial F}{\partial \sigma_{ij}} = \dot{\lambda}\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2}\frac{\tilde{\sigma}_{ij}^D}{\tilde{\sigma}_{eq}}\frac{\dot{r}}{1-D} \tag{۱۰}$$

از طرفی نرخ کرنش پلاستیک تجمعی هم برابر می‌شود با [۱۸]:

$$\dot{p} = \sqrt{\frac{2}{3}\dot{\varepsilon}_{ij}^p\dot{\varepsilon}_{ij}^p}\ \frac{\dot{r}}{1-D} \tag{۱۱}$$

سخت‌شوندگی ایزوتروپیک R به تراکم جابجایی‌ها یا انسدادهای ناشی از آن مربوط می‌شود و نشان‌دهنده رشد اندازه آن در سطح تسلیم است. مدل‌های زیادی برای سخت‌شوندگی ایزوتروپیک درنظر می‌گیرند که مدل نمایی یکی از آن‌هاست که شبه‌اشباع‌شدن سخت‌شوندگی کرنش در هنگام آسیب را تضمین می‌کند، و به صورت زیر بیان می‌شود:

$$R = R(r) = R_\infty[1 - \exp(-br)] \tag{۱۲}$$

که در آن b و R_∞ پارامترهای ماده و وابسته به دما هستند. متغیر r برابر است با کرنش پلاستیک انباشته شده p تا زمانی که هیچ آسیبی وجود ندارد ($D = 0$).

۳- مکانیزم آسیب

۳-۱- شروع تخریب

اندازه‌گیری آسیب در طول بارگذاری پلاستیک، نشان می‌دهد که هیچ‌گونه آسیب مکانیکی قبل از رسیدن به کرنش پلاستیک برگشت‌ناپذیر یا انباشته‌شده p_D، در مقیاس مزو یا میکرو ایجاد نمی‌شود. این آستانه p_D تا حدودی به مواد بستگی دارد اما با نوع بارگذاری نیز تفاوت‌های زیادی را نشان می‌دهد. این بدان دلیل است که شروع آسیب در حقیقت به مقدار انرژی لازم برای نهفتگی نقص، به عنوان آستانه انرژی ذخیره‌شده w_D ماده مربوط می‌شود. به عبارتی می‌توان گفت که هنگامی که انرژی ذخیره‌شده به مقدار آستانه w_D برسد آسیب ایجاد می‌شود که نشان می‌دهد بارگذاری آستانه آسیب به کرنش پلاستیک انباشته‌شده p_D وابسته است.

۳-۲- رشد آسیب

طبق چارچوب ترمودینامیک، قانون تکامل آسیب، ناشی از پتانسیل اتلاف و به ویژه تابع آسیب F_D است. روش ترمودینامیکی تضمین می‌کند که متغیر اصلی حاکم بر تکامل آسیب $\dot{D}$، متغیر مزدوج آن Y، میزان آزادسازی چگالی انرژی است. بنابراین می‌توان گفت تابع پتانسیل آسیب اتلاف F_D در درجه اول تابعی از Y است. بسیاری از مشاهدات و آزمایشات نشان می‌دهد که این آسیب توسط کرنش پلاستیک که از طریق $\dot{\lambda}$ اداره می‌شود [۱۸]:

$$\dot{D} = \dot{\lambda}\frac{\partial F_D}{\partial Y}; \qquad \max w_s > w_D \tag{۱۳}$$

بسته به آگاهی از نتایج تجربی، هدف استفاده و توانایی سازنده مدل، برای شکل تحلیلی تابع F_D گزینه‌های بسیاری وجود دارد. یکی از این ساده‌ترین مدل‌ها طبق داده‌های تجربی برابر است با [۱۸]:

$$F_D = \frac{S}{(s+1)(1-D)}\left(\frac{Y}{S}\right)^{s+1} \tag{۱۴}$$

1 Plastic multiplier

که طبق معادلات (۹)، (۱۱) و (۱۳):

$$\dot{D} = \left(\frac{Y}{S}\right)^s \dot{p} \qquad (۱۵)$$

که s و S ثابت ماده و تابع دما هستند. در انتهای رشد آسیب، هنگامی که چگالی نقایص به مقداری می‌رسد که فرایند موضعی‌شدن و بی‌ثباتی توسعه می‌یابد، ترک در مقیاس مزو شروع به جوانه‌زنی می‌کند و این بدان معناست که در صفحه‌ای که $D_{(\vec{n})}$ بیشترین مقدار است $D = D_c$ است که آسیب بحرانی D_c با توجه به خواص ماده تعریف می‌شود.

از دیدگاه انرژی الاستیک، با توجه به رابطه سازگاری و با توجه به این که انرژی الاستیک w_e به صورت $dw_e = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^e$ تعریف می‌شود، نرخ آزادسازی چگالی انرژی به صورت زیر تعریف خواهد شد:

$$Y = \frac{w_e}{1-D} \qquad (۱۶)$$

رابطه فوق بیان می‌کند که نرخ آزادسازی چگالی انرژی به دلیل توسعه آسیب است و به عبارتی نرخ آزادسازی چگالی انرژی مشابه نرخ آزادسازی انرژی کرنشی G در مکانیک شکست است. همان‌طور که گفته شده است یک ماده زمانی شروع به شکست می‌کند که مقدار آسیب D به مقدار بحرانی D_c برسد. مطابق تفسیر گفته‌شده در بالا از متغیر مزدوج آسیب Y، می‌توان گفت معیار شکست به صورت زیر بیان می‌شود:

$$Y = Y_c \qquad (۱۷)$$

۴- آنالیز قابلیت اطمینان

قابلیت اطمینان، توانایی یک سیستم برای انجام درست وظایف خود در شرایط عملیاتی ازپیش‌تعریف‌شده در یک بازه زمانی مورد انتظار است. به عبارت دیگر، قابلیت اطمینان نوعی احتمال است که روابط بین عملکرد یک سیستم و آنچه را که مورد انتظار است، برقرار می‌کند. تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان، احتمال خرابی یک ساختار یا یک سیستم را بر اساس تابع حالت حدی یا تابع خرابی آن ساختار/ سیستم اندازه‌گیری می‌کند.

در این مطالعه از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان برای احتمال گسیختگی و خرابی صفحه مستطیلی تحت بار کششی درون صفحه‌ای با استفاده از معیارهای مکانیک آسیب پیوسته پرداخته می‌شود.

۴-۱- مرتبه اول قابلیت اطمینان

نام روش مرتبه اول قابلیت اطمینان از این واقعیت ناشی می‌شود که تابع عملکرد $g(x)$ با مرتبه اول بسط تیلور تقریب زده می‌شود [۱۹]. معمولا تابع چگالی احتمال $f_X(X)$; به صورت غیرخطی و حدود انتگرال‌گیری، $g(x)$، چندبعدی و غیرخطی می‌باشد. بنابراین در این روش از بسط تیلور برای ساده‌سازی تابع زیر انتگرال و تقریب خطی حدود انتگرال استفاده می‌شود. برای انجام تحلیل قابلیت اطمینان با این روش در مرحله اول متغیرهای تصادفی $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$ به یک فضای نرمال استاندارد $U = (U_1, U_2, \ldots, U_n)$ تبدیل می‌شود که از توزیع نرمال استاندارد پیروی می‌کنند. پس از تبدیل، تابع عملکرد به صورت رابطه زیر بیان می‌شود:

$$Y = g(U) \qquad (۱۸)$$

سپس از بسط مرتبه اول تیلور استفاده می‌شود تا تابع $g(U)$ به صورت زیر نوشته شود:

$$g(U) \approx L(U) = g(u^*) + \nabla g(u^*)(U - u^*)^T \qquad (۱۹)$$

که $L(U)$ تابع عملکرد خطی‌شده، $u^* = (u_1^*, u_2^*, \ldots, u_n^*)$ نقاط بسط‌داده‌شده و $\nabla g(u^*)$ گرادیان $g(U)$ در u^* است. برای داشتن بالاترین دقت، تابع عملکرد $g(U)$، باید در نقطه‌ای بسط داده شود که بیشترین سهم را در انتگرال‌گیری داشته باشد. به عبارت دیگر تابع چگالی احتمال دارای بالاترین مقدار باشد. بنابراین نقطه‌ای که بالاترین مقدار تابع چگالی احتمال را در $g(U) = 0$ تولید می‌کند، به عنوان محتمل‌ترین نقطه[1] نامیده می‌شود. با حداکثررساندن تابع چگالی احتمال مشترک $f_U(u)$ در حالت حدی $g(U) = 0$ محل محتمل‌ترین نقطه مشخص خواهد شد. بیشینه‌کردن تابع چگالی احتمال مشترک $f_U(u)$، معادل با کمینه‌کردن $\|u\| = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \cdots + u_n^2} = \sum_{i=1}^{n} u_i^2$ است. محتمل‌ترین نقطه، کوتاه‌ترین فاصله از حالت حدی $g(U) = 0$

1 Most Probable Point (MPP)

تا مبدا در فضای U است. به حداقل فاصله $\beta=\|u\|$ ، شاخص قابلیت اطمینان می‌گویند. درنتیجه قابلیت اطمینان توسط رابطه زیر بیان می‌شود [۱۹]:

$$\boldsymbol{R}=1-\Phi(-\beta)=\Phi(\beta) \tag{۲۰}$$

که در آن Φ، تابع توزیع تجمعی توزیع نرمال استاندارد است.

۱-۱- روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان

همان‌طور که از نام آن پیداست، روش قابلیت اطمینان مرتبه دوم، از مرتبه دوم بسط تیلور برای تقریب تابع عملکرد در محتمل‌ترین نقطه، u^* استفاده می‌کند. این تقریب توسط رابطه زیر بیان می‌شود [۱۹]:

$$g(U)\approx q(U)=g(u^*)+\nabla g(u^*)(U-u^*)^T+\frac{1}{2}(U-u^*)H(u^*)(U-u^*)^T \tag{۲۱}$$

که $H'(u^*)$ ماتریس هسین[1] در محتمل‌ترین نقطه است. بنابراین قابلیت اطمینان را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\boldsymbol{R}=1-\Phi(-\beta)\prod_{i=1}^{n-1}(1+\beta k_i)^{1/2} \tag{۲۲}$$

که در آن k_i بیانگر iامین انحنای[2] اصلی تابع عملکرد $g(U)$ در محتمل‌ترین نقطه است.

۵- چارچوب مدل‌سازی

در تغییر شکل الاستیک-پلاستیک تحت بارگذاری تک محوره، سخت شوندگی مواد را می‌توان معمولاً با تئوری سخت شوندگی همسانگرد پلاستیک توصیف کرد. بنابراین معادله سازگاری الاستیک-پلاستیک مواد با سخت‌شوندگی همسانگرد با آسیب همسانگرد که در قسمت ۳ به دست آمده است برای حالت تک محوری به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\varepsilon_{ij}=\varepsilon_{ij}^e+\varepsilon_{ij}^p \tag{۲۳- الف}$$

$$\varepsilon_{ij}^e=\frac{1+\nu}{E}\tilde{\sigma}_{ij}-\frac{\nu}{E}\tilde{\sigma}_{kk}\delta_{ij} \tag{۲۳- ب}$$

$$f=(\tilde{\sigma})_{eq}-R-\sigma_Y \tag{۲۳- ج}$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p=\frac{3}{2}\frac{\tilde{\sigma}_{ij}^D}{(\tilde{\sigma})_{eq}}\dot{p} \tag{۲۳- د}$$

$$\dot{R}=R_\infty\exp(-br)(1-D)\dot{p} \tag{۲۳-هـ}$$

$$\dot{p}=|\dot{\varepsilon}_p| \tag{۲۳-و}$$

$$Y=\frac{(\sigma^*)^2}{2E(1-D)^2} \tag{۲۳-ز}$$

که σ^* تنش ثابتی است که از بارگذاری تک محوری کششی درون صفحه‌ای به وجود آمده است. همچنین در حالت بارگذاری یکنواخت در مقدار آستانه w_D، $p=p_D=\varepsilon_{pD}$ می‌باشد که ε_{pD} آستانه آسیب در تنش خالص است.

از نظر فیزیکی، آسیب نرم اساساً تجزیه اتمی به دنبال جابجایی در فلزات یا رشد و انعقاد حفره‌های ناشی از تغییر شکل‌های بزرگ در مجاورت اجزاء در فلزات و پلیمرها است. با توجه به تغییر شکل‌های بزرگ که مربوط به سخت‌شدن کرنش اشباع در تنش نهایی σ_u است، تابع معیار پلاستیک f در تنش یکنواخت تک محوره برای آسیب نرم برابر است با:

$$f=\frac{\sigma}{1-D}-\sigma_u=0 \tag{۲۴}$$

نرخ آزادسازی چگالی انرژی تقریباً ثابت است:

$$R_v=1,\ Y\approx\frac{\sigma_u^2}{2E} \tag{۲۵}$$

و طبق قانون آسیب (۱۵) و با توجه به معادله (۲۳-ز) خواهیم داشت:

$$\dot{D}=(\frac{Y}{S})^s\dot{p}=(\frac{\sigma_u^2}{2ES})|\dot{\varepsilon}_p|;\qquad \varepsilon_p>\varepsilon_{pD} \tag{۲۶}$$

که ε_{pD} آستانه آسیب در تنش خالص است. با انتگرال‌گیری ساده از معادله (۲۶)، رابطه‌ی بین مقدار بحرانی آسیب D_c در شروع مزوترک و کرنش پلاستیک گسیختگی ε_{pR} به صورت زیر بیان می‌شود:

$$D_c=(\frac{\sigma_u^2}{2ES})^s(\varepsilon_{pR}-\varepsilon_{pD}) \tag{۲۷}$$

با جایگزینی معادله (۲۷) در (۲۶) خواهیم داشت:

1 Hessian
2 Curvature

$$\dot{D}=\frac{D_c}{\varepsilon_{pR}-\varepsilon_{pD}}\left|\dot{\varepsilon}_p\right|; \qquad \varepsilon_p>\varepsilon_{pD} \tag{۲۸}$$

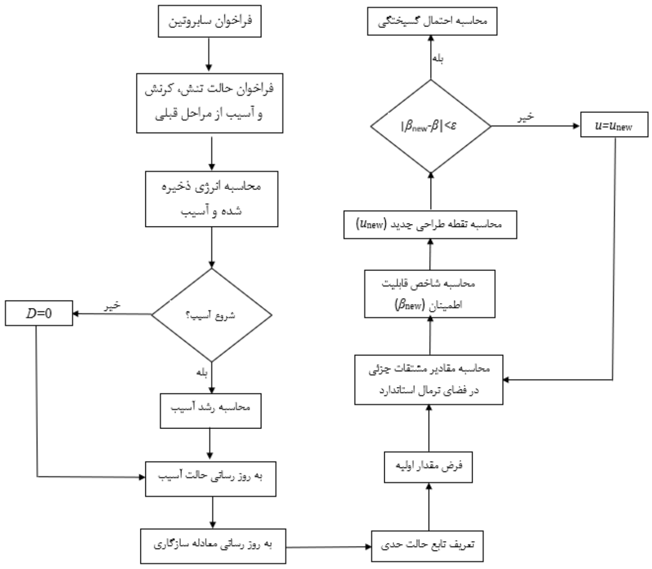
و با انتگرال‌گیری از رابطه (۲۸) در بارگذاری یکنواخت خواهیم داشت:

$$D=D_c\left\langle\frac{\varepsilon_p-\varepsilon_{pD}}{\varepsilon_{pR}-\varepsilon_{pD}}\right\rangle \tag{۲۹}$$

با درنظرگرفتن تنش شکست تک محوری σ_R و با توجه به رابطه انرژی الاستیک انرژی، نرخ آزادسازی چگالی انرژی بحرانی نیز به صورت زیر نوشته خواهد شد:

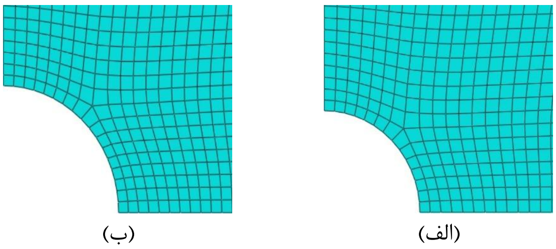
$$Y_c=\frac{w_e}{1-D}=\frac{(\sigma_R)^2}{2E(1-D_c)^2} \tag{۳۰}$$

معادله سازگاری مواد و معادله رشد آسیب به صورت کد، نوشته شده و با استفاده از سابروتین در نرم‌افزار المان محدود تجاری آباکوس پیاده‌سازی شده است. سابروتین نوشته‌شده برای توصیف آسیب با استفاده از انحطاط مدول الاستیسیته E_0 مورد استفاده قرار گرفت. شکل ۱ استفاده از این سابروتین را نشان می‌دهد. در سابروتین مذکور مقدار نرخ آزادسازی چگالی انرژی و در انتها مقدار رشد آسیب را محاسبه می‌کند و بررسی می‌کند که آیا به سطح آستانه بحرانی تعیین‌شده رسیده است یا خیر. در صورت بروز هرگونه آسیب، متغیرهای آسیب مطابق معادلات به‌روز می‌شوند و رفتار ماده بر اساس



شکل ۱. فلوچارت سابروتین

Fig. 1. Flowchart of subroutine



شکل ۲. مش‌بندی نمونه‌های سوراخ‌دار (الف) قطر ۵ میلی‌متر، (ب) قطر ۱۰ میلی‌متر

Fig. 2. Mesh design of notched specimens (a) 5 mm, (b) 10 mm

وضعیت آسیب به‌روزشده تحت تأثیر قرار می‌گیرد.

در این مطالعه همان‌طور که گفته شده نمونه مورد تحلیل، صفحه مستطیلی بدون سوراخ و سوراخدار با قطرهای های مختلف ۲، ۳، ۵، ۸، ۱۰ میلی‌متر از جنس آلومینیوم ۲۰۲۴ است. نمونه‌های بدون سوراخ و سوراخ‌دار در نرم‌افزار آباکوس مدل‌سازی و با استفاده از المان پوسته‌ای ۴ نقطه‌ای S4R مش‌بندی شده‌اند و مش‌ها در اطراف سوراخ‌ها برای تمامی نمونه‌های سوراخ‌دار همانند شکل ۲ بهبود داده شده است.

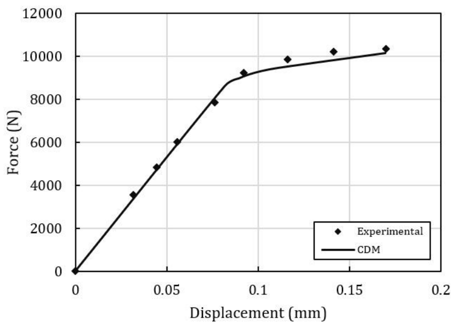
برای انجام تجزیه و تحلیل قابلیت اطمینان، تابع حالت حدی متناسب با ساختار سیستم، مورد نیاز است. به منظور پیش‌بینی آسیب در مواد نرم بر اساس مکانیک آسیب پیوسته، معیار آسیب همسانگرد معرفی‌شده در این تئوری مورد استفاده قرار می‌گیرد. بنابراین وقتی نرخ آزادسازی چگالی انرژی Y بیش از نرخ آزادسازی چگالی انرژی آستانه Y_c شود، آسیب در این حالت اتفاق خواهد افتاد. با دانستن این موضوع، تابع حالت حد برای این حالت می‌تواند به شرح زیر تنظیم شود:

$$g(\mathrm{X})=Y_c-Y \tag{۳۱}$$

با توجه به بخش‌های قبل، نرخ آزادسازی چگالی انرژی در حالت بارگذاری تک‌محوری کششی درون صفحه‌ای که تحت تنش ثابت $\sigma=\sigma^*$ قرار دارد با استفاده از رابطه (۲۳-ز)، به دست آمده است. نرخ آزادسازی چگالی انرژی بحرانی نیز توسط رابطه (۳۰) به‌دست می‌آید. در نتیجه معادله فوق را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$g(\mathrm{X})=\frac{(\sigma_R)^2}{2E(1-D_c)^2}-\frac{(\sigma^*)^2}{2E(1-D)^2} \tag{۳۲}$$

(الف)



(ب)

شکل ۳. (الف) نمونه واقعی آزمایش، (ب) مقایسه رابطه تنش-کرنش تجربی و تئوری مکانیک آسیب پیوسته

Fig. 3. (a) Experimental specimen, (b) Comparisons of stress-strain response between experiment and continuum damage mechanics

جدول ۲. ویژگی آماری خواص آلیاژ آلومینیوم

Table 2. Statistical characteristic of material properties of aluminum alloy

متغیر تصادفی	میانگین	ضریب تغییرات	نوع توزیع
آسیب بحرانی D_c	۰/۲۰۹	۰/۰۸	نرمال
مدول الاستیسیته E	۷۵	۰/۰۵	نرمال
کرنش گیسختگی ε_{pR}	۰/۳۳	۰/۰۵	نرمال
کرنش پلاستیک ε_{pD}	۰/۰۳۱۵	۰/۰۵	نرمال

با توجه به معادلات (۲۹) و (۳۲) در تابع حالت حد فوق، چهار منبع عدم قطعیت وجود دارد و بردار متغیرهای تصادفی برابر است با $X=\left(D_c,E,\varepsilon_{pR},\varepsilon_{pD}\right)$. عدم قطعیت‌های مربوط به خواص مواد باید با انجام تعداد مناسب آزمایش و مدل‌سازی احتمالی نتایج به‌دست‌آید. برای صفحه مورد نظر متغیرهای تصادفی به همراه مقدار میانگین و ضریب تغییرات آن‌ها در جدول ۲ ارائه شده است.

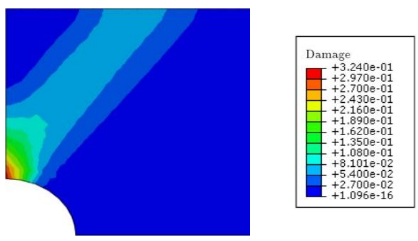
شاخص حساسیت نیز پارامتر دیگری است که برای ارزیابی متغیرهای تصادفی روی احتمال شکست استفاده می‌شود که از رابطه (۲۰) به دست می‌آید و در آن SI_{X_i} شاخص حساسیت متغیر تصادفی X_i و مشتق تصادفی $\partial g(X)/\partial X_i$ می‌باشد [۲۰]:

$$SI_{X_i}=\frac{\left(\dfrac{\partial g(X)}{\partial X_i}\right)}{\left(\sqrt{\sum\left(\dfrac{\partial g(X)}{\partial X_i}\right)}\right)} \tag{۳۳}$$

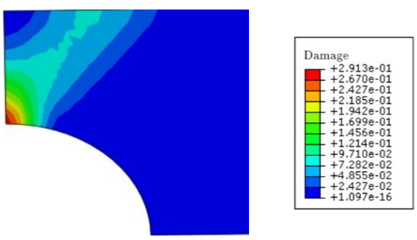
۶- نتایج عددی

روش اشاره‌شده در بالا براساس مکانیک آسیب پیوسته برای صفحه مستطیلی تحت بار کششی درون صفحه‌ای، در نرم‌افزار آباکوس به کار گرفته شده‌اند و در این بخش نتایج عددی مدل‌سازی انجام‌شده بیان می‌گردد. برای اعتبارسنجی روش مذکور، داده‌های شبیه‌سازی‌شده با استفاده از روش تئوری مکانیک آسیب با داده‌های تجربی نویسندگان در مراجع [۲۱, ۲۲] برای نمونه سوراخ‌دار با قطر ۱۰ میلی‌متر مقایسه می‌شود و همان‌طور که در شکل ۳ قابل مشاهده است داده‌های شبیه‌سازی تقریباً با داده‌های تجربی مطابقت دارد.

پیشرفت آسیب شبیه‌سازی‌شده با استفاده از کانتورهای آسیب برای صفحات مستطیلی با سوراخ برای دو قطر ۵ و ۱۰ میلی‌متر در شکل ۴ نشان داده شده است. همان‌طور که قابل مشاهده است محل بیشترین



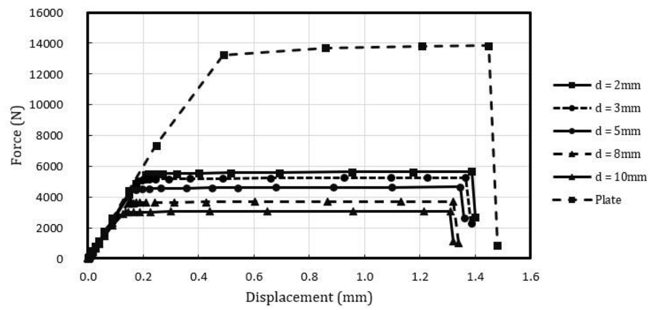
(الف)



(ب)

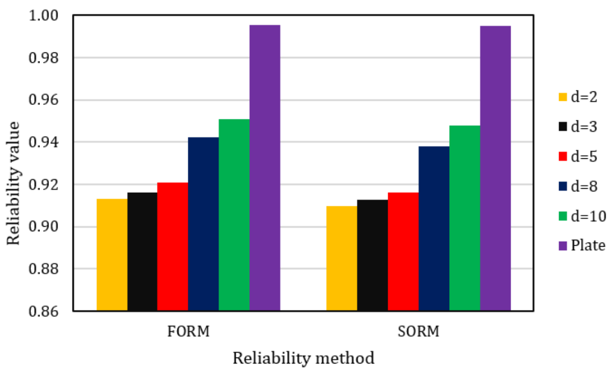
شکل ۴. کانتورهای پیشرفت آسیب (الف) قطر ۵ میلی‌متر، (ب) قطر ۱۰ میلی‌متر

Fig. 4. Damage contour plots, (a) 5 mm, (b) 10 mm



شکل ۵. رابطه نیرو-جابجایی صفحه مستطیلی تحت بار کشش درون صفحه‌ای

Fig. 5. Force-displacement curve of the rectangular plate under in-plane tension loading



شکل ۶. مقایسه قابلیت اطمینان صفحه مستطیلی با قطرهای مختلف

Fig. 6. Comparison of the reliability of the rectangular plate between different diameters

جدول ۳. مقایسه بار تخریب صفحات

Table 3. Comparison of rupture load between plates

صفحه	بدون سوراخ	۲ میلی‌متر	۳ میلی‌متر	۵ میلی‌متر	۸ میلی‌متر	۱۰ میلی‌متر
بار تخریب	۱۳۸۴۱/۲۰	۵۶۶۱/۷۵	۵۲۷۳/۶۴	۴۶۵۲/۳۰	۳۷۱۰/۱۰	۳۰۹۳/۸
(٪)	-	۵۹/۰۹	۶۱/۸۹	۶۶/۳۸	۷۳/۱۹	۷۷/۶۴

مقدار آسیب در لبه سوراخ است و با گذشت زمان تا لبه آزاد افزایش می‌یابد.

برای نشان‌دادن مدل آسیب، منحنی بار-جابجایی به‌دست‌آمده از المان محدود برای صفحه مستطیلی بدون سوراخ و سوراخ‌دار تحت بارگذاری معین در شکل۵ ترسیم شده است. بیشترین مقدار بار تخریب مربوط به صفحه مستطیلی بدون سوراخ است که مقدار آن ۱۳۸۴۱/۲۰ نیوتن می‌باشد و با اضافه‌شدن سوراخ، بار تخریب کاهش می‌یابد. در جدول ۳ نیز مقادیر دقیق بار نهایی برای هر صفحه مستطیلی با توجه به قطرهای سوراخ آورده شده و مقدار تغییر آن نسبت به صفحه بدون سوراخ بیان شده است. همان‌طور که در جدول نشان داده شده است با اضافه‌شدن سوراخ با قطر ۲ میلی‌متر، مقدار بار تخریب تقریبا ۶۰ درصد نسبت به مقدار بار تخریب صفحه بدون سوراخ کاهش می‌یابد و با افزایش قطر تا ۱۰ میلی‌متر این مقدار تا ۸۰ درصد کاهش می‌یابد. اگر روابط تمرکز تنش مانند روش نیوبر در روابط آسیب پیوسته درنظرگرفته‌شود این نتایج می‌تواند دقیق‌تر شود.

برای بررسی قابلیت اطمینان صفحه مستطیلی در این مسئله، تنش‌های مورد نیاز با استفاده تئوری مکانیک آسیب با استفاده از المان محدود استخراج شده است. پس از تحلیل تنش، مقادیر تنش مورد نیاز برای محاسبه شاخص قابلیت اطمینان طبق معیارهای آسیب، از نرم‌افزار آباکوس گرفته و از روی آن، احتمال شکست محاسبه می‌شود. جدول ۴ احتمال شکست هر یک از مدل‌های مذکور در این مطالعه را نشان می‌دهد و قابل مشاهده است که با افزایش قطر سوراخ احتمال خرابی افزایش می‌یابد و این صحت روش به‌کاربرده‌شده را نیز به نوعی تایید می‌کند و این افزایش برای روش قابلیت مرتبه دوم بیشتر است و مقدار این افزایش نسبت به روش مرتبه اول قابلیت اطمینان تقریبا کمتر از ۷ درصد می‌باشد. با توجه به شکل ۶ می‌توان گفت با افزایش قطر سوراخ از ۲ تا ۱۰ میلی‌متر مقدار قابلیت اطمینان در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان نسبت به صفحه بدون سوراخ تقریبا از ۴/۴ تا ۸/۳ درصد کاهش می‌یابد.

در ادامه بر روی پارامتر ضریب تغییرات تحلیل حساسیت انجام شده است. در ابتدا باید بیان شود که ضریب تغییرات بزرگ‌تر به معنای این است که توزیع متغیرها از مقدار متوسط دورتر و پراکندگی داده‌ها بیش‌تر شده است. بنابراین همان‌طور که از شکل ۷ مشخص است بیشترین اثر حساسیت ضریب تغییرات روی شاخص قابلیت اطمینان مربوط به متغیرهای تصادفی E و ε_{pR} می‌باشد که با افزایش ضریب تغییرات در این دو متغیر، احتمال خرابی کاهش می‌یابد و کمترین حساسیت به پراکندگی داده‌ها در متغیرهای تصادفی D_c و ε_{pD} مشاهده شده است. در نتیجه، دو متغیر تصادفی E و ε_{pR} نسبت

جدول ۴. مقایسه احتمال خرابی در روش‌های مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان

Table 4. Comparison of the probability of failure between first-order reliability method and second-order reliability

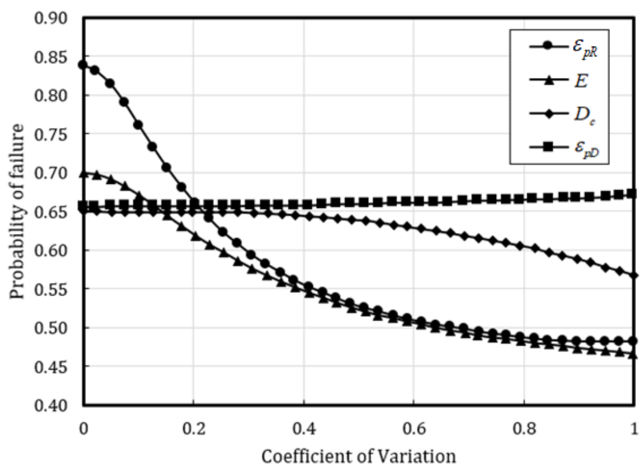
صفحه	روش مرتبه اول قابلیت اطمینان	روش مرتبه دوم قابلیت اطمینان
بدون سوراخ	۴/۶۹۴۱ x ۱۰^{-۳}	۴/۹۹۷۲ x ۱۰^{-۳}
سوراخ‌دار با قطر ۲ میلی‌متر	۴/۸۹۵۱ x ۱۰^{-۲}	۵/۱۹۹۴ x ۱۰^{-۲}
سوراخ‌دار با قطر ۳ میلی‌متر	۵/۷۹۳۸ x ۱۰^{-۲}	۶/۱۹۹۴ x ۱۰^{-۲}
سوراخ‌دار با قطر ۵ میلی‌متر	۷/۹۲۷۹ x ۱۰^{-۲}	۸/۳۶۷۲ x ۱۰^{-۲}
سوراخ‌دار با قطر ۸ میلی‌متر	۸/۳۸۹۸ x ۱۰^{-۲}	۸/۷۲۶۸ x ۱۰^{-۲}
سوراخ‌دار با قطر ۱۰ میلی‌متر	۸/۶۹۰۸ x ۱۰^{-۲}	۹/۰۳۱۵ x ۱۰^{-۲}

به دو متغیر تصادفی دیگر حساسیت بیشتری روی انحراف از معیار نسبت به مقدار متوسط خود دارد و پراکندگی داده‌ها در آن دو متغیر، سبب تغییر قابل توجه در اندازه قابلیت اطمینان خواهد شد. بنابراین در محاسبات قابلیت اطمینان صفحات مستطیلی تحت بار کششی درون صفحه‌ای بر مبنای مکانیک آسیب پیوسته، در محاسبه دقیق E و ε_{pR} و پارامترهای اثرگذار روی آن‌ها برای حفظ مطلوب قابلیت اطمینان باید به حد کافی دقت کرد.

در انتها، عملیات حساسیت‌سنجی با توجه به رابطه (۳۳) انجام شده است و شاخص مربوط به هر پارامتر به دست آمده است. با توجه به شکل ۸ مشخص است که از بین متغیرهای تصادفی تعیین‌شده در مسئله، پارامتر D_c بیشترین شاخص حساسیت را دارد و از آن‌جایی که شاخص حساسیت بالا به معنای اثرگذاری بیشتر روی تابع حالت حدی و آنالیز قابلیت اطمینان است می‌توان گفت آسیب بحرانی بیشترین اثر را روی قابلیت اطمینان صفحات مستطیلی تحت بار کششی درون صفحه‌ای دارد. بعد از آن کرنش گسیختگی ε_{pR} و مدول الاستیسیته E نیز داری شاخص قابلیت اطمینان نسبتاً قابل توجهی دارند. از طرفی دیگر در متغیر تصادفی کرنش پلاستیک ε_{pD} نسبت به سایر پارامترهای دیگر کمترین شاخص حساسیت و به عبارتی کمترین اثر را روی مسئله قابلیت اطمینان دارد.

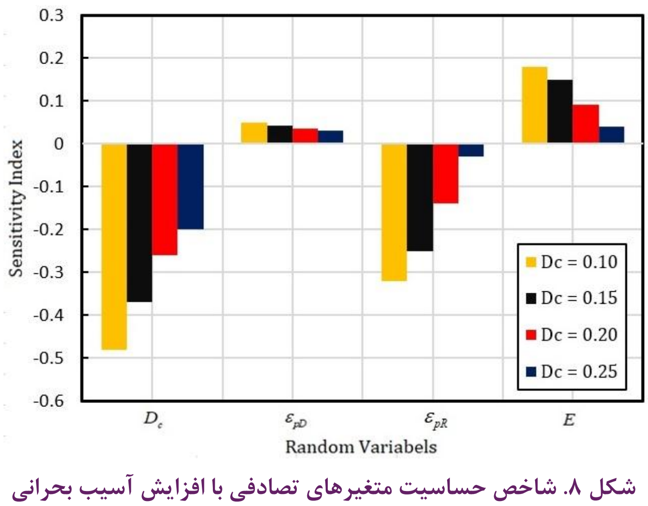
۷- نتیجه‌گیری

هدف اصلی این مطالعه استفاده از تئوری‌های مکانیک آسیب پیوسته با ترکیب آنالیز قابلیت اطمینان در تحلیل خرابی المان‌های سازه‌ای بوده است. به همین خاطر در این مطالعه تحلیل المان محدود تخریب صفحه مستطیلی سوراخ‌دار و بدون سوراخ تحت بار کششی درون صفحه‌ای با ترکیب تئوری مکانیک آسیب پیوسته مورد توجه قرار گرفته است. بعد از به‌دست‌آوردن روابط آسیب همسانگرد و معادله سازگاری در حالت الاستیک-پلاستیک مواد نرم، این روابط با استفاده



شکل ۷. رابطه بین احتمال خرابی با ضریب تغییرات برای متغیرهای ورودی مسئله

Fig. 7. Relationship between the probability of failure and coefficient of variation of random variables



شکل ۸. شاخص حساسیت متغیرهای تصادفی با افزایش آسیب بحرانی

Fig. 8. Sensitivity index of random variables by increasing critical

از سابروتین در برنامه المان محدود برای پیش‌بینی رابطه تنش-کرنش و شروع آسیب و شکست نهایی پیاده‌سازی شده است. برای نشان‌دادن آسیب، نموار نیرو-جابجایی برای حالت‌های مختلف بدون سوراخ و سوراخ‌دار رسم شده است و با اضافه‌شدن سوراخ با قطر ۲ تا ۱۰ میلی‌متر به صفحه مستطیلی مقدار بار تخریب نهایی حدود ۶۰ تا ۸۰ درصد کاهش می‌یابد و نشان داده شده است که محل بیشترین مقدار آسیب در لبه سوراخ است و با گذشت زمان تا لبه آزاد افزایش می‌یابد. در ادامه برای بررسی احتمال خرابی و قابلیت اطمینان صفحه مستطیلی تحت بار استاتیکی کششی از روش مرتبه اول/دوم قابلیت اطمینان و تابع حالت حدی و متغیرهای تصادفی طبق مدل مکانیک آسیب پیوسته استفاده شده و در نتیجه احتمال خرابی هر یک از حالت‌های مختلف به دست آمده است. نتایج حاکی از آن است با اضافه‌شدن سوراخ، قابلیت اطمینان کاهش می‌یابد و با افزایش قطر از ۲ تا ۱۰ میلی‌متر مقدار قابلیت اطمینان در روش مرتبه اول قابلیت اطمینان نسبت به صفحه بدون سوراخ تقریبا از ۴/۴ تا ۸/۳ درصد کاهش می‌یابد. از بین متغیرهای موجود در مسئله پارامتر آسیب بحرانی دارای بیشترین اثر روی قابلیت اطمینان دارد. برای بررسی‌های بیشتر در این زمینه می‌توان از انواع مدل‌های آسیب مکانیک پیوسته و تابع اتلاف مختلف به همراه انواع بارگذاری مختلف استفاده کرد.

۸- فهرست علائم

علائم انگلیسی

B	ثابت سخت‌شوندگی همسانگرد
D	متغیر آسیب اسکالر
D_c	آسیب بحرانی
E	مدول الاستیسیته
F	تابع تسلیم
F	تابع پتانسیل اتلاف
G	تابع خرابی (عملکرد)
K	انحنای تابع خرابی
p	کرنش پلاستیک انباشته‌شده
P	احتمال خرابی
R	سخت‌شوندگی همسانگرد
$\boldsymbol{R}$	قابلیت اطمینان
X	متغیر تصادفی
Y	نرخ آزادسازی چگالی انرژی

علائم یونانی

Γ	انرژی آزاد گیبس
ε	کرنش کل
Φ	تابع توزیع تجمعی توزیع نرمال استاندارد
λ	ضریب پلاستیسته
ν	نسبت پواسون
ρ	چگالی
σ	تنش

زیرنویس

c	بحرانی
D	آسیب
e	الاستیک
p	پلاستیک
pD	آستانه آسیب پلاستیک
PR	گسیختگی
Y	تسلیم

۹- مراجع

1]] L. Kachanov, Time of the rupture process under creep conditions, Izy Akad, Nank SSR Otd Tech Nauk, 8 (1958) 26-31.

[2] Y.N. Robotnov, Creep problems in structural members, North-HoUand Publishing Co., Amsterdam, (1969) 358.

[3] J.-L. Chaboche, Thermodynamically founded CDM models for creep and other conditions, in: Creep and Damage in Materials and structures, Springer, 1999, pp. 209-283.

[4] J. Lemaitre, A course on damage mechanics, Springer Science & Business Media, 2012.

[5] J.-L. Chaboche, Continuum damage mechanics: Part I—General concepts, (1988).

[6] J. Simo, J. Ju, Strain-and stress-based continuum damage models—II. Computational aspects, International journal of solids and structures, 23(7) (1987) 841-869.

[7] J.C. Simo, J. Ju, Strain-and stress-based continuum damage models—I. Formulation, International journal of solids and structures, 23(7) (1987) 821-840.

[8] J. Cordebois, F. Sidoroff, Damage induced elastic anisotropy, in: Mechanical Behavior of Anisotropic Solids/Comportment Méchanique des Solides Anisotropes, Springer, 1982, pp. 761-774.

[9] N. Bonora, D. Gentile, A. Pirondi, G. Newaz, Ductile damage evolution under triaxial state of stress: theory and experiments, International Journal of Plasticity, 21(5) (2005) 981-1007.

[10] M. Brünig, O. Chyra, D. Albrecht, L. Driemeier, M.

Alves, A ductile damage criterion at various stress triaxialities, International journal of plasticity, 24(10) (2008) 1731-1755.

[11] L. Malcher, E. Mamiya, An improved damage evolution law based on continuum damage mechanics and its dependence on both stress triaxiality and the third invariant, International Journal of Plasticity, 56 (2014) 232-261.

[12] V.N. Van Do, The behavior of ductile damage model on steel structure failure, Procedia engineering, 142 (2016) 26-33.

[13] G. Majzoobi, M. Kashfi, N. Bonora, G. Iannitti, A. Ruggiero, E. Khademi, Damage characterization of aluminum 2024 thin sheet for different stress triaxialities, Archives of Civil and Mechanical Engineering, 18 (2018) 702-712.

[14] S. Razanica, R. Larsson, B. Josefson, A ductile fracture model based on continuum thermodynamics and damage, Mechanics of Materials, 139 (2019) 103197.

[15] N. Bonora, G. Testa, A. Ruggiero, G. Iannitti, D. Gentile, Continuum damage mechanics modelling incorporating stress triaxiality effect on ductile damage initiation, Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, (2020).

[16] M. Ganjiani, A damage model for predicting ductile fracture with considering the dependency on stress triaxiality and Lode angle, European Journal of Mechanics-A/Solids, (2020) 104048.

[17] K. Hayakawa, S. Murakami, Y. Liu, An irreversible thermodynamics theory for elastic-plastic-damage materials, European Journal of Mechanics-A/Solids, 17(1) (1998) 13-32.

[18] J. Lemaitre, R. Desmorat, Engineering damage mechanics: ductile, creep, fatigue and brittle failures, Springer Science & Business Media, 2005.

[19] M. Lemaire, Structural reliability, John Wiley & Sons, 2013.

[20] A. Haldar, S. Mahadevan, Reliability assessment using stochastic finite element analysis, John Wiley & Sons, 2000.

[21] M.A. Farsi, A.R. Sehat, Experimental and Numerical Study on Aluminum Damage Using a Nonlinear Model of Continuum Damage Mechanics, Journal of Applied and Computational Sciences in Mechanics, 27(2) (2016) 41-54, (in Persian).

[22] M.A. Farsi, A.R. Sehat, Comparison of Nonlinear Models for Prediction of Continuum Damage in Aluminum under Different Loading, Joural of Mechanical Engineering, 46(4) (2017) 211-220, (in Persian).

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

P. Gholami , M. A. Farsi. Reliability analysis of rectangular plate under in-plane tensile loading using continuum damage mechanics theory ,Amirkabir J. Mech. Eng., 53(6) (2021) 3645- 3656.

DOI: 10.22060/mej.2020.18375.6804