



شبیه‌سازی چندمقیاسی جریان در محیط متخلخل شکافدار با استفاده از شبکه‌های بی‌سازمان

زهرا مهردوست*

گروه مهندسی مکانیک، واحد اهواز، دانشگاه آزاد اسلامی، اهواز، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۲/۲۱

بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۰۶

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۶/۰۳

کلمات کلیدی:

روش حجم محدود چند مقیاسی

محیط متخلخل شکافدار

شبکه‌های بی‌سازمان

مدل شکاف‌های گسسته

خلاصه: در این مقاله برای شبیه‌سازی جریان در محیط متخلخل شکافدار، روش حجم محدود چند مقیاسی در شبکه‌های بی‌سازمان توسعه داده شده است. بدین منظور، الگوریتم‌هایی برای تولید شبکه‌های درشت مقیاس بی‌سازمان برای دامنه ماتریس و شبکه شکاف‌ها به صورت مستقل از یکدیگر ارائه شده است. الگوریتم‌های ارائه شده برای تولید شبکه‌های بی‌سازمان درشت مقیاس، قابلیت تطبیق بر اساس تغییرات محلی میدان نفوذپذیری را دارند. تطبیق شبکه‌های بی‌سازمان بر اساس میدان نفوذپذیری، تأثیر قابل توجهی بر بهبود نتایج حل چند مقیاسی در میدان‌های نفوذپذیری به شدت ناهمگن دارد. به کارگیری شبکه‌های بی‌سازمان تطبیقی در محیط متخلخل شکافدار برای نخستین بار در این پژوهش صورت گرفته است. سلول‌های شبکه درشت مقیاس به گونه‌ای تولید می‌شوند که از تغییرات شدید مقادیر نفوذپذیری در امتداد مرزهای آن و همچنین از قرار گرفتن گره‌های شبکه درشت مقیاس در نواحی با نفوذپذیری پایین جلوگیری شود. برای کاهش هزینه‌های محاسباتی، کوپل شکاف-ماتریس فقط برای محاسبه توابع پایه در دامنه ماتریس در نظر گرفته شده است. به منظور ارزیابی الگوریتم‌های ارائه شده، مسئله‌های مختلف در حالت دوبعدی طراحی و حل شده‌اند. در پایان نشان داده شده است که روش حجم محدود چندمقیاسی با الگوریتم‌های ارائه شده یک روش عددی کارآمد برای شبیه‌سازی جریان در محیط متخلخل شکافدار ناهمگن است.

۱- مقدمه

شبیه‌سازی جریان در این نوع از مخازن می‌شود. روش‌های عددی مختلفی برای بررسی رفتار مخازن شکافدار ارائه شده است. یکی از روش‌های عددی که مورد توجه قرار گرفته است، روش مدل‌سازی شکاف‌های گسسته می‌باشد که در آن شکاف‌ها به عنوان المان‌هایی با یک بعد کمتر نسبت به ماتریس در نظر گرفته می‌شوند [۱]. برای تولید شبکه‌های محاسباتی مستقل در دامنه ماتریس و شکاف، روش مدل‌سازی شکاف‌های گسسته تعبیه شده ارائه شده است [۲-۵]. در روش مدل‌سازی شکاف‌های گسسته با استفاده از شبکه‌های بی‌سازمان، شکاف‌ها در وجه مشترک بین سلول‌های ماتریس قرار می‌گیرند [۶-۹]. در این روش به دلیل استفاده از شبکه‌های بی‌سازمان، مدل‌سازی هندسه پیچیده مخزن و شبکه شکاف‌ها امکان‌پذیر می‌باشد. از طرفی انعطاف‌پذیری و دقت

مدل‌سازی جریان در مخازن شکافدار از مسائل مهم و چالش برانگیز در صنعت نفت و گاز است. بخش عمده‌ای از ذخایر نفت و گاز جهان درون این نوع از مخازن انباشته شده است. در مخازن شکافدار طبیعی، محیط متخلخل مخزن در اثر عوامل مختلف طبیعی مانند حرکت پوسته زمین یا چین‌خوردگی دچار شکست می‌شود. برای مدل‌سازی این مخازن فرض می‌شود که فضای سنگ مخزن متشکل از سیستمی به هم پیوسته از حفره‌ها و کانال‌ها است که در آن حفره‌ها نمایانگر سیستم ماتریس و کانال‌ها نمایانگر سیستم شکاف می‌باشند و سیال قادر است بین ماتریس و شکاف جابجا شود. طبیعت نامنظم شبکه شکاف‌ها با مقیاس‌های طولی مختلف باعث ایجاد چالش در

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: z.mehrdoust@iauahvaz.ac.ir



روش مدل سازی شکاف های گسسته در مخازن با مقیاس واقعی منجر به تولید دستگاه معادلات بسیار بزرگ می شود که حل آن با روش های کلاسیک موجود امکان پذیر نیست. برای حل این مشکل و کاهش هزینه های محاسباتی، روش های چند مقیاسی برای شبیه سازی جریان در محیط های متخلخل ارائه شده اند [۱۱ و ۱۰].

روش های چندمقیاسی به دلیل توانایی در حل مسائل با استفاده از جزئیات مخزن در مقیاس ریز و بدون حل مستقیم مسأله عمومی در این مقیاس بسیار مورد توجه قرار گرفته اند. این روش ها با در نظر گرفتن جزئیات ریز مقیاس پاسخ هایی ارائه می دهند که از نظر دقت با نتایج حل در مقیاس ریز برابری می کنند و در مقابل هزینه محاسباتی کمتری دارند. روش های چندمقیاسی به سه گروه روش المان محدود چندمقیاسی [۱۰]، روش المان محدود ترکیبی چندمقیاسی [۱۲] و روش حجم محدود چندمقیاسی [۱۱] دسته بندی می شوند. تفاوت اصلی میان روش های چندمقیاسی مختلف، روش تعریف مسائل محلی برای محاسبه توابع پایه است. از میان روش های چندمقیاسی ارائه شده، روش حجم محدود چندمقیاسی با توجه به اینکه بر اساس حل معادلات بقای جرم می باشد، میدان سرعت پایستار تولید می کند که برای شبیه سازی جریان های چندفازی ضروری است. همچنین، توسعه این روش برای شبیه سازی جریان هایی با مکانیزم های فیزیکی پیچیده تر، آسان تر است [۱۳].

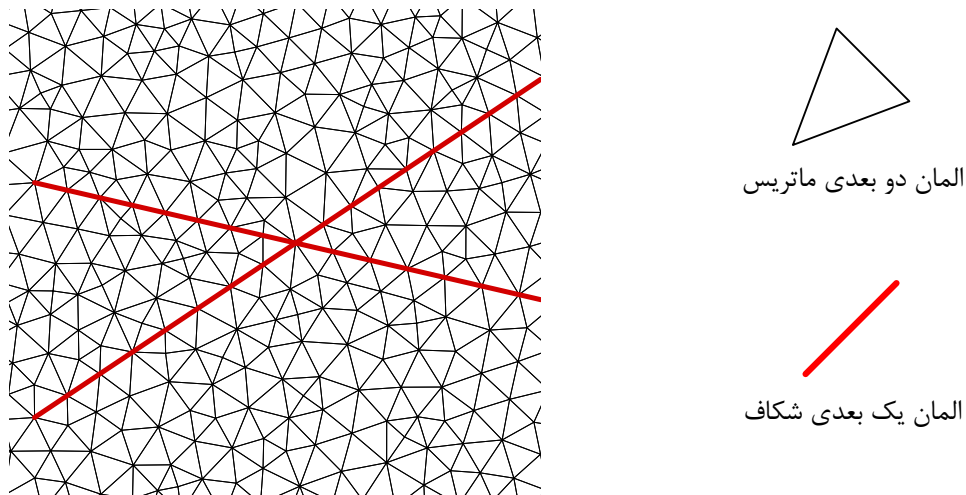
تاکنون پیشرفت های بسیاری در جهت کاربردی شدن روش حجم محدود چندمقیاسی برای شبیه سازی مسائل واقعی صورت گرفته است. از جمله می توان به توسعه این روش برای حل جریان های تراکم پذیر چندفازی [۱۴ و ۱۵]، با در نظر گرفتن اثر گرانش و فشار موئینگی [۱۶-۱۹]، مدل سازی چاه ها [۲۰ و ۲۱]، روش های حجم محدود چندمقیاسی تکراری برای کنترل خطا و بهبود کیفیت حل [۲۲ و ۲۳] و فرمولاسیون جبری این روش [۲۴ و ۲۵] اشاره نمود.

با وجود تحقیقات گسترده ای که در جهت توسعه روش حجم محدود چندمقیاسی صورت گرفته است، بیشتر این مطالعات بر شبکه های با سازمان بوده و تعداد بسیار محدودی از آن ها به کارگیری این روش را در شبکه های بی سازمان مورد بررسی قرار داده اند [۲۶-۲۸].

روش حجم محدود چندمقیاسی در محیط متخلخل شکاف دار، نخستین بار بر شبکه های با سازمان دوبعدی به کار گرفته شد [۳]. روش

ارائه شده برای شبکه شکاف هایی با نفوذپذیری بالا و مقیاس های طولی نسبتاً کوچک نتایج قابل قبولی گزارش داده است. در حالی که برای مسائلی با تغییرات قابل توجه در توزیع فشار در شبکه شکاف ها همگرایی حل حاصل نشده است. سپس یک روش دو بعدی دیگر ارائه شد که در آن شبکه شکاف ها به عنوان شبکه درشت دوگانه در روش حجم محدود چند مقیاسی در نظر گرفته شدند [۲۹]. گرچه این روش برای شبکه شکاف ها با تراکم و نفوذپذیری بالا کارآمد بود، تولید شبکه های درشت مقیاس برای دامنه ماتریس و شکاف به طور مستقل امکان پذیر نبود. پس از آن، روش مدل سازی شکاف های گسسته تعبیه شده بر شبکه های با سازمان [۳۰] و بی سازمان [۳۱] توسعه داده شد. در این روش شبکه های درشت دوگانه در روش حجم محدود چندمقیاسی تولید نمی شود و توابع پایه با استفاده از روش های تکرار محاسبه می شوند. آخرین پژوهش صورت گرفته در این زمینه، توسعه روش حجم محدود چندمقیاسی با روش مدل سازی شکاف های گسسته در شبکه های بی سازمان می باشد [۲۸]. در این پژوهش برای کاهش خطای محاسباتی و بهبود نتایج حل، از یک الگوریتم تکراری استفاده شده است که در آن روش حجم محدود چند مقیاسی به همراه یک هموارساز ریز مقیاس برای حذف خطاها با فرکانس های بالا و پایین به کار گرفته شده است.

اگرچه پیشرفت هایی در این زمینه حاصل شده است، چالش تولید شبکه های بی سازمان چندمقیاسی انعطاف پذیر در میدان های نفوذپذیری به شدت ناهمگن به همراه مدل سازی شکاف های گسسته هنوز برطرف نشده است. در این پژوهش، روش حجم محدود چندمقیاسی برای مدل سازی شکاف های گسسته در شبکه های بی سازمان توسعه داده شده است. بدین منظور، الگوریتم هایی برای تولید شبکه های درشت مقیاس بی سازمان تطبیقی ارائه شده است. تولید شبکه های درشت مقیاس بی سازمان بر اساس تغییرات محلی میدان نفوذپذیری صورت می گیرد. سلول های شبکه درشت دوگانه به گونه ای تولید می شوند که از تغییرات شدید مقادیر نفوذپذیری در امتداد مرزهای آن و همچنین از قرار گرفتن گره های شبکه درشت مقیاس در نواحی با نفوذپذیری پایین جلوگیری شود. الگوریتم ارائه شده تأثیر قابل توجهی در بهبود نتایج روش حجم محدود چندمقیاسی در میدان های نفوذپذیری بسیار ناهمگن دارد. نتایج شبیه سازی نشان می دهد روش حجم محدود چندمقیاسی با استفاده



شکل ۱. سلول‌های ماتریس و شکاف در مدل شکاف‌های گسسته
 Fig. 1. Matrix and fracture cells in discrete fracture model

گسسته برای یک ناحیه دوبعدی نشان داده شده است که در آن دامنه ماتریس سنگ مخزن با سلول‌های مثلثی و دامنه شکاف‌ها با سلول‌های خطی گسسته‌سازی شده‌اند. در مدل شکاف‌های گسسته از ضخامت شکاف‌ها برای ایجاد حجم کنترل در دامنه شکاف‌ها استفاده می‌شود.

به منظور گسسته‌سازی معادله فشار بر اساس روش حجم محدود، از معادله فشار بر روی هر یک از سلول‌های محاسباتی (ماتریس و شکاف) انتگرال‌گیری می‌شود. اگر هر سلول محاسباتی Ω_i به عنوان یک حجم کنترل با حجم V و مساحت سطح A در نظر گرفته شود، می‌توان نوشت:

$$\int_{\Omega_i} -\nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla p) dV = \int_{\partial\Omega_i} -\lambda \cdot \nabla p \cdot \mathbf{n} dA = \int_{\Omega_i} q dV \quad (2)$$

در رابطه فوق، \mathbf{n} بردار یکه عمود بر وجوه سلول Ω_i است که به سمت خارج از سلول در نظر گرفته می‌شود. به منظور تخمین شار $\int_{\partial\Omega_i} -\lambda \cdot \nabla p \cdot \mathbf{n} dA$ بر روی وجه سلول Ω_{ij} مشترک بین دو سلول همسایه i و j ، از روش تخمین شار دو نقطه‌ای (TPFA) استفاده می‌شود.

در شکل ۲ دو حجم کنترل همسایه از یک شبکه بی‌سازمان نمایش داده شده است. مراکز سلول‌های i و j به ترتیب با C_i و C_j

از شبکه‌های بی‌سازمان تولید شده و بدون استفاده از روش‌های تکرار برای کاهش خطا، حل ریز مقیاس را با دقت بالایی پیش بینی می‌کند. پژوهش صورت گرفته گامی مهم در جهت کاربردی شدن روش‌های چندمقیاسی برای شبیه‌سازی جریان در مخازن با مقیاس واقعی و همچنین به کارگیری آن‌ها در شبیه‌سازهای تجاری است.

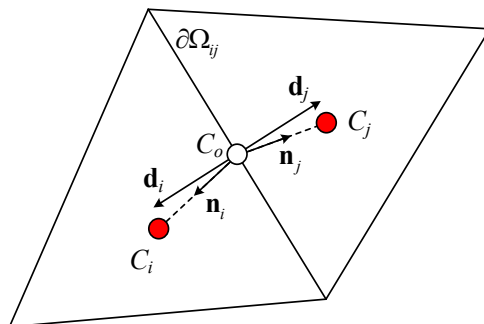
۲- مدل‌سازی شکاف‌های گسسته

برای جریان سیال تراکم‌ناپذیر در محیط متخلخل با شکاف‌های گسسته، معادله فشار با استفاده از قانون دارسی به صورت زیر بیان می‌شود:

$$-\nabla \cdot (\lambda \cdot \nabla p) = q \quad (1)$$

که در آن، λ ضریب تحرک سیال، p فشار و q بیانگر جمله‌های چشمه یا چاه است. معادله (۱) برای بدست آوردن میدان فشار در محیط متخلخل شکاف‌دار با استفاده از مدل شکاف‌های گسسته حل می‌شود که در این مدل، شکاف‌ها یک بعد کمتر از ابعاد هندسه مخزن در نظر گرفته می‌شوند (یک خط در مخازن دو بعدی و یک سطح در مخازن سه بعدی) [۶].

در شکل ۱ نمونه‌ای از شبکه تولیدشده در مدل شکاف‌های



شکل ۲. نمایش هندسی دو حجم کنترل همسایه در شبکه بی‌سازمان به همراه بردارهای یکه مورد استفاده در محاسبه ضریب انتقال پذیری
Fig. 2. Geometrical representation of two adjacent control volumes in unstructured grid along with unit vectors used in transmissibility calculation

که در آن، $A_i A_i$ ضخامت شکاف و سایر پارامترها مانند معادله (۳) تعریف می‌شوند. توجه شود که در معادله فوق $\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{d}_i = 1$

دستگاه معادلات خطی برای ماتریس و شکاف در نهایت به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\begin{bmatrix} A_{mm} & A_{mf} \\ A_{fm} & A_{ff} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_m \\ p_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_m \\ q_f \end{bmatrix} \quad (۶)$$

که در آن زیرنویس m و f به ترتیب برای ماتریس و شکاف در نظر گرفته شده‌است. ماتریس‌های A_{mm} و A_{ff} به ترتیب بیانگر ضرایب انتقال ماتریس-ماتریس و شکاف-شکاف می‌باشند و ماتریس‌های A_{fm} و A_{mf} برای انتقال‌پذیری بین سلول‌های ماتریس و شکاف در نظر گرفته می‌شوند.

حل دستگاه معادلات (۶) برای میدان‌های واقعی با ابعاد بزرگ هزینه محاسباتی زیادی خواهد داشت. برای حل این مشکل، روش‌های چندمقیاسی معرفی شده‌اند. در این مقاله از روش حجم محدود چندمقیاسی برای حل دستگاه معادلات فوق با ارائه الگوریتم‌های کارآمد استفاده می‌شود.

۳- روش حجم محدود چندمقیاسی در شبکه‌های بی‌سازمان با مدل شکاف‌های گسسته

روش حجم محدود چندمقیاسی برای حل دستگاه معادلات

مرکز وجه مشترک بین آن‌ها با C_o مشخص شده‌است. تخمین شار دو نقطه‌ای در وجه $\delta\Omega_{ij}$ به صورت زیر بیان می‌شود [۶]:

$$Q_{ij} = T_{ij} \lambda_{ij} (p_i - p_j) \quad (۳)$$

در رابطه فوق، $\mathbf{P}_i \mathbf{P}_i$ و $\mathbf{P}_j \mathbf{P}_j$ به ترتیب مقدار فشار در سلول‌های i و j می‌باشد. T_{ij} انتقال‌پذیری هندسی و λ_{ij} ضریب تحرک در وجه مشترک بین دو سلول را نشان می‌دهد. ضریب تحرک بر حسب اطلاعات بالادست جریان محاسبه می‌شود. بخش هندسی انتقال‌پذیری به صورت زیر بیان می‌شود:

$$T_{ij} = \frac{\alpha_i \alpha_j}{\alpha_i + \alpha_j}, \quad \alpha_i = \frac{A_i K_i}{D_i} \mathbf{n}_i \cdot \mathbf{d}_i \quad (۴)$$

در رابطه فوق، $A_i A_i$ مساحت وجه مشترک بین دو سلول، K_i مقدار نفوذپذیری مطلق در سلول i ، $D_i D_i$ فاصله بین مرکز سلول و مرکز وجه $(C_i C_o)$ بردار \mathbf{n}_i بردار یکه عمود بر وجه مشترک \mathbf{d}_i و \mathbf{d}_i بردار یکه در امتداد خطی است که مرکز حجم کنترل را به مرکز وجه متصل می‌کند.

به منظور جلوگیری از ایجاد حجم کنترل‌های کوچک در محل تقاطع شکاف‌ها، روش ستاره-دلتا [۶] اعمال می‌شود. در این روش، انتقال‌پذیری در تقاطع n شکاف از معادله (۴) محاسبه می‌شود:

$$T_{ij} = \frac{\alpha_i \alpha_j}{\sum_{k=1}^n \alpha_k}, \quad \alpha_i = \frac{A_i K_i}{D_i} \quad (۵)$$

شده‌است که در ستون‌های آن قرار می‌گیرند:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}^m \\ \mathbf{P}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{mm} & \mathbf{P}^{mf} \\ \mathbf{P}^{fm} & \mathbf{P}^{ff} \end{bmatrix} \quad (11)$$

که در آن

$$\mathbf{P}^m = \begin{bmatrix} \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \Phi_1^{mm} & \dots & \Phi_{N_{cm}}^{mm} & \Phi_1^{mf} & \dots & \Phi_{N_{cf}}^{mf} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \quad (12)$$

و

$$\mathbf{P}^f = \begin{bmatrix} \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ \Phi_1^{fm} & \dots & \Phi_{N_{cm}}^{fm} & \Phi_1^{ff} & \dots & \Phi_{N_{cf}}^{ff} \\ \vdots & \dots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix} \quad (13)$$

در معادله (۱۱) اثر شکاف‌ها بر توابع پایه ماتریس $\mathbf{P}^{mf}\mathbf{P}^{mf}$ و اثر ماتریس بر توابع پایه شکاف‌ها $\mathbf{P}^{fm}\mathbf{P}^{fm}$ در نظر گرفته شده‌است که باعث چگالتر شدن عملگر \mathbf{P} می‌شود. برای رفع این مشکل، توابع پایه در دامنه شکاف‌ها مستقل از دامنه ماتریس و با در نظر گرفتن شرط مرزی بدون جریان در محل ارتباط با ماتریس حل می‌شوند $\mathbf{P}^{fm}\mathbf{P}^{fm}$

بر خلاف توابع پایه شکاف‌ها که مستقل از دامنه ماتریس حل می‌شوند، در محاسبه توابع پایه دامنه ماتریس، اثر شکاف‌ها در نظر گرفته می‌شود. بنابراین، توابع پایه دامنه ماتریس شامل توابع پایه ناشی از اثر ماتریس، Φ^{mm} ، و توابع پایه ناشی از اثر شکاف‌ها، Φ^{mf} است. به عبارت دیگر، کوپل شکاف-ماتریس فقط از شکاف به ماتریس صورت می‌گیرد [۳۰]. برای محاسبه توابع پایه شکاف در دامنه ماتریس، توابع پایه در دامنه شکاف $\Phi^f\Phi^f$ به عنوان شرط مرزی دریکله برای توابع پایه $\Phi^{mf}\Phi^{mf}$ در نظر گرفته می‌شوند.

روش حجم محدود چند مقیاسی برای محاسبه عملگرهای \mathbf{P}

(۶) از یک عملگر گسترش‌دهنده \mathbf{P} استفاده می‌کند. این عملگر فضای درشت مقیاس (فضای حل جریان) را به فضای ریزمقیاس (توصیف‌کننده محیط متخلخل شکاف‌دار) نگاشت می‌کند. به عبارت دیگر، اگر p^c و \mathbf{p}^{ms} به ترتیب میدان فشار در مقیاس درشت و مقیاس ریز باشند [۲۵]:

$$p^{ms} = \mathbf{P}p^c \quad (7)$$

در معادله فوق $\mathbf{p}^{ms}\mathbf{p}^{ms}$ میدان فشار چند مقیاسی برای ماتریس و شکاف در شبکه ریز مقیاس است، $p^{ms} = [p_m^{ms} \ p_f^{ms}]^T$ و $\mathbf{p}^c\mathbf{p}^c$ میدان فشار درشت مقیاس برای ماتریس و شکاف است، $p^c = [p_m^c \ p_f^c]^T$ این بردارها شامل $N_f = N_f^m + N_f^f$ و $N_c = N_c^m + N_c^f$ آراییه هستند که $\mathbf{N}_c\mathbf{N}_c$ و $\mathbf{N}_f\mathbf{N}_f$ به ترتیب تعداد سلول‌ها در مقیاس ریز و درشت شامل ماتریس و شکاف‌ها می‌باشند. برای حل دستگاه درشت مقیاس و محاسبه $\mathbf{p}^c\mathbf{p}^c$ عملگر محدودکننده \mathcal{R} تعریف می‌شود که فضای ریزمقیاس را به فضای درشت مقیاس نگاشت می‌کند [۲۸]:

$$\underbrace{(\mathcal{R}AP)}_{A^c} p^c = \underbrace{\mathcal{R}q}_{q^c} \quad (8)$$

از ترکیب معادلات (۷) و (۸) میدان فشار چندمقیاسی به صورت زیر محاسبه می‌شود:

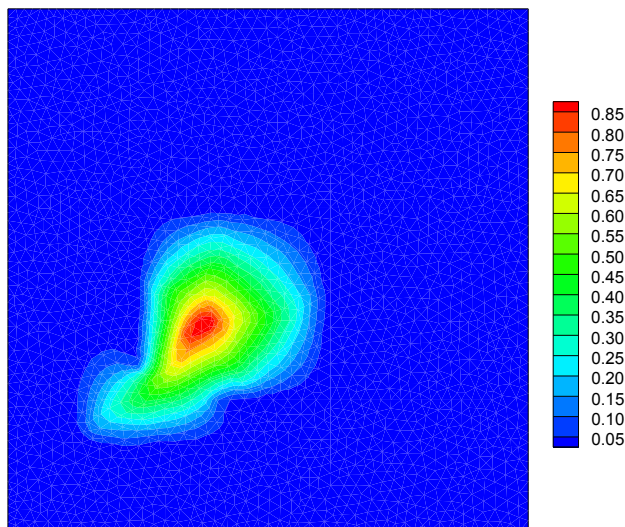
$$p_f \approx p^{ms} = \underbrace{\mathbf{P}(\mathcal{R}AP)^{-1}\mathcal{R}q}_{M_{ms}^{-1}} \quad (9)$$

عملگر \mathcal{R} با ابعاد $\mathbf{N}_c\mathbf{N}_c$ یک عملگر انتگرال‌گیری روی سلول‌ها در مقیاس درشت است و به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۵]:

$$\mathcal{R}_{i,j} = \begin{cases} 1 & \text{if fine-cell } j \text{ belongs to coarse cell } i \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (10)$$

عملگر $\mathbf{P}\mathbf{P}$ با ابعاد $\mathbf{N}_f \times \mathbf{N}_c \mathbf{N}_f \times \mathbf{N}_c$ از توابع پایه، Φ ، تشکیل

1 Prolongation operator
2 Restriction operator



شکل ۳. توزیع تابع پایه یک گره در شبکه درشت دامنه ماتریس
Fig. 3. Basis function distribution of a vertex in the matrix coarse grid

یک مسئله تقسیم‌بندی گراف در نظر گرفته می‌شود. بدین ترتیب که سلول‌های شبکه متناظر با گره‌های گراف و اتصال بین سلول‌ها متناظر با اضلاع گراف می‌باشند. مسئله تقسیم‌بندی گراف یک نوع مسئله بهینه‌سازی می‌باشد. هدف تقسیم‌کردن گره‌های گراف به زیرمجموعه‌هایی مستقل از گره‌ها می‌باشد. در این تقسیم‌بندی دو شرط در نظر گرفته می‌شود: ۱- تعداد گره‌ها در زیرمجموعه‌ها متوازن باشند، ۲- تعداد اضلاع مشترک بین زیر مجموعه‌ها حداقل مقدار ممکن را داشته باشد.

الگوریتم‌های ابتکاری مختلفی برای تقسیم‌بندی گراف ارائه شده‌است [۳۲-۳۴]. در این مقاله از الگوریتم جستجوی ممنوع چند سطحی برای تولید شبکه درشت اولیه استفاده شده‌است [۳۵]. شبکه درشت اولیه در دامنه ماتریس و شکاف به صورت مستقل از یکدیگر تولید می‌شوند. از طرفی با توجه با اینکه در گراف معادل شبکه فقط اطلاعات مربوط به اتصالات شبکه در نظر گرفته می‌شود، نوع المان‌های شبکه و ابعاد آن در تقسیم‌بندی فاقد اهمیت می‌باشد. بنابراین برای تولید شبکه درشت اولیه در ماتریس و شکاف از الگوریتم یکسان اما به صورت مستقل از هم استفاده می‌شود.

الگوریتم جستجوی ممنوع یک الگوریتم بهینه‌سازی فراابتکاری بر اساس جستجوی حافظه‌ای می‌باشد [۳۵]. این الگوریتم مانند الگوریتم‌های جستجوی محلی کار می‌کند، با این تفاوت که برای

و \mathcal{R} ، از دو نوع شبکه درشت اولیه^۱ و دوگانه^۲ استفاده می‌کند. شبکه درشت اولیه از تقسیم‌بندی شبکه ریزمقیاس به سلول‌های درشت بدست می‌آید و شبکه درشت دوگانه از اتصال مراکز هندسی سلول‌های شبکه درشت اولیه تولید می‌شوند. در بخش بعد، تولید شبکه‌های درشت اولیه و دوگانه تشریح شده‌است.

توابع پایه از حل محلی قسمت همگن معادله حاکم (۱) درون هریک از سلول‌های درشت دوگانه بدست می‌آیند. بدین منظور، ابتدا شرط مرزی کاهش‌یافته بر مرزهای سلول‌های درشت دوگانه اعمال می‌شود. بدین ترتیب که فرض می‌شود هیچ جریانی در راستای عمود بر مرزهای سلول‌های دوگانه وجود ندارد و با اختصاص دادن مقادیر یک و صفر به گره‌های شبکه درشت، حل معادله جریان در این مرزها بدست آمده و به عنوان شرط مرزی دریکله برای سلول‌های ریز مقیاس درون سلول‌های دوگانه در نظر گرفته می‌شوند. شکل ۳ توزیع تابع پایه در اطراف یکی از گره‌های شبکه درشت در دامنه ماتریس را نشان می‌دهد.

۳-۱- تولید شبکه درشت اولیه در محیط متخلخل شکاف‌دار

شبکه درشت اولیه از تقسیم‌بندی سلول‌های ریزمقیاس ایجاد می‌شود. در شبکه‌های بی‌سازمان، تقسیم‌بندی شبکه به صورت

1 Primal
 2 Dual

همچنین، $ID[v]$ مجموع وزن اضلاع مشترک بین گره v و گره‌های همسایه‌اش در همان زیرمجموعه می‌باشد:

$$ID[v] = \sum_{(v,u) \in E \wedge P[v]=P[u]} w(v,u) \quad (16)$$

$ED[v]_n$ و $ID[v]$ درجه خارجی گره v نسبت به زیرمجموعه S_n و $ID[v]$ درجه داخلی گره v نامیده می‌شود. اگر مقدار بهره g مثبت باشد، با انتقال گره v به زیرمجموعه مجاور، مجموع وزن اضلاع برش کاهش می‌یابد. درحالی‌که اگر مقدار بهره g منفی باشد، مجموع وزن اضلاع برش افزایش می‌یابد.

پس از جابجایی هر گره، بهره آن و گره‌های همسایه‌اش به روز می‌شود. همچنین، گره‌های همسایه‌ای که با انتقال گره مورد نظر در مرز زیرمجموعه مبدأ قرار می‌گیرند، به لیست گره‌های کاندید برای انتقال اضافه می‌شوند. از طرفی، گره‌های همسایه‌ای که پیش از این در مرز زیرمجموعه مقصد قرار داشته و با انتقال گره مورد نظر به گره داخلی تبدیل می‌شوند، از لیست گره‌های کاندید برای انتقال حذف می‌شوند. فلوجارت الگوریتم تولید شبکه درشت اولیه در شکل ۴ نمایش داده شده است.

شکل ۵ شبکه‌های درشت اولیه تولیدشده با استفاده از این الگوریتم را در دامنه ماتریس و شکاف نشان می‌دهد. دامنه ماتریس از ۵۱۷۴ سلول ریزمقیاس تشکیل شده و به ۱۰ سلول درشت اولیه تقسیم شده است. دامنه شکاف از ۱۲۴ سلول ریزمقیاس تشکیل شده و به ۳ سلول درشت اولیه تقسیم شده است.

۳-۲- تولید شبکه درشت دوگانه در محیط متخلخل شکاف‌دار

توابع پایه در عملگر \mathcal{P} از حل معادله جریان در سلول‌های شبکه درشت دوگانه به صورت محلی محاسبه می‌شوند. شبکه درشت دوگانه از اتصال گره‌های درشت مقیاس ساخته می‌شود. گره‌های درشت مقیاس متناظر با هر یک از سلول‌های شبکه درشت اولیه تعریف می‌شوند. بدین ترتیب که برای هر سلول درشت اولیه، سلول گره یکی از سلول‌های ریزمقیاس درون آن می‌باشد که مرکز هندسی آن به میانگین مرکز هندسی سلول‌های ریز مقیاس درون سلول درشت

جلوگیری از دور و افتادن در دام جواب‌های بهینه محلی، از مفهومی به نام لیست ممنوع استفاده می‌کند. حرکت از جواب جاری به جواب همسایه زمانی امکان‌پذیر است که در لیست ممنوع قرار نداشته باشد. الگوریتم جستجوی ممنوع ابتدا از یک جواب اولیه شروع به حرکت می‌کند. سپس بهترین جواب همسایه را از میان همسایه‌های جواب فعلی انتخاب می‌کند. در صورتی که این جواب در لیست ممنوع قرار نداشته باشد، به جواب همسایه حرکت می‌کند. پس از حرکت به جواب همسایه، لیست ممنوع به‌روزرسانی می‌شود و آخرین حرکت در لیست ممنوع قرار داده می‌شود تا از بازگشت مجدد به آن جواب و ایجاد سیکل جلوگیری شود. طرح کلی الگوریتم جستجوی ممنوع ارائه شده برای تولید شبکه درشت اولیه در الگوریتم زیر نشان داده شده است. هدف بهینه‌سازی مسئله تقسیم‌بندی گراف، به حداقل رساندن مجموع وزن اضلاع برش می‌باشد.

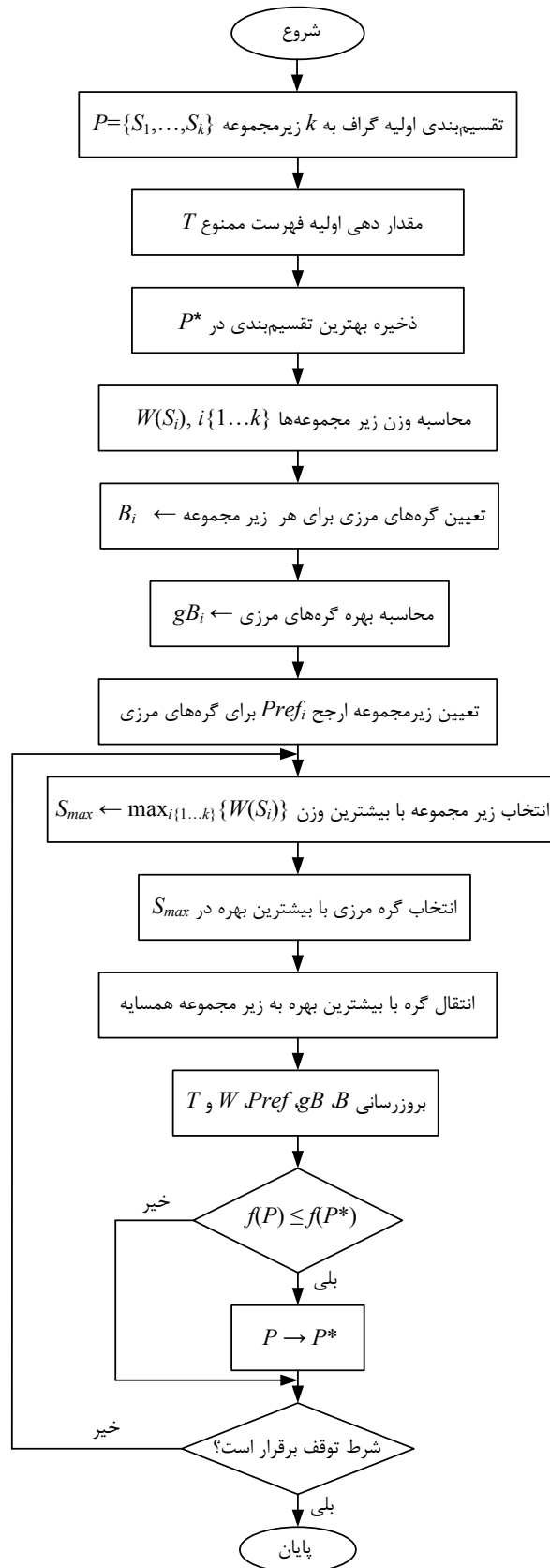
در هر تکرار از الگوریتم، زیرمجموعه‌ای که بیشترین وزن را دارد، $S_{max} = \max_{i \in \{1, \dots, k\}} \{W(S_i)\}$ انتخاب می‌شود. سپس، گره مرزی $v_m \in S_{max}$ که بیشترین بهره را در آن زیرمجموعه دارد، برای انتقال به زیرمجموعه ارجح $Pref(v_m)$ انتخاب می‌شود. از میان زیرمجموعه‌های همسایه گره v_m ، زیرمجموعه‌ای که بهره v_m ناشی از انتقال به آن بیشترین مقدار را دارد، به عنوان $Pref(v_m)$ تعریف می‌شود. اگر بیش از یک زیرمجموعه با بیشترین بهره وجود داشته باشد، به منظور بهبود توازن زیرمجموعه‌ها، زیرمجموعه‌ای انتخاب می‌شود که کمترین وزن را داشته باشد.

بهره $g(v,n)$ برای انتقال به زیرمجموعه همسایه S_n به صورت زیر تعریف می‌شود:

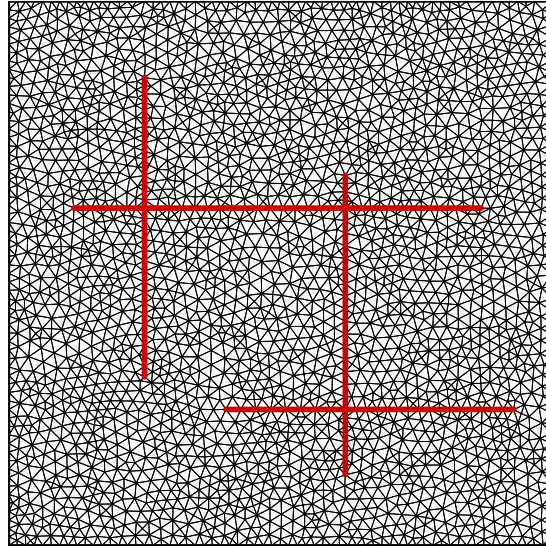
$$g(v,n) = ED[v]_n - ID[v] \quad (14)$$

در رابطه فوق $ED[v]_n$ مجموع وزن اضلاع مشترک بین گره v و گره‌های همسایه‌اش که در زیرمجموعه S_n قرار گرفته‌اند، می‌باشد:

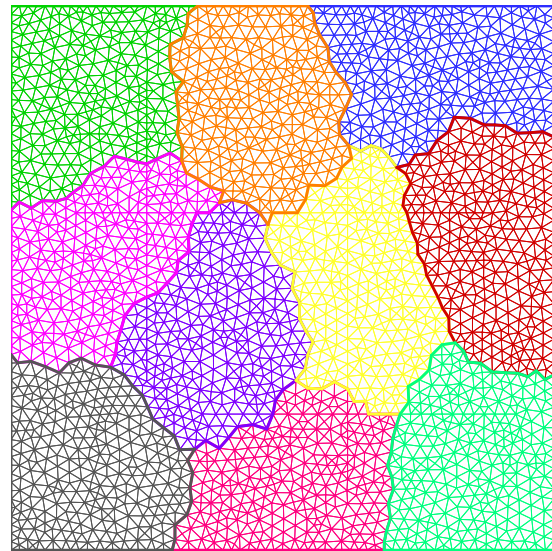
$$ED[v]_n = \sum_{(v,u) \in E \wedge P[v] \neq P[u]} w(v,u) \quad (15)$$



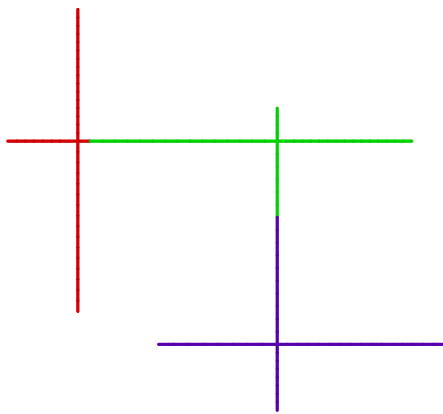
شکل ۴. فلوچارت الگوریتم تولید شبکه درشت اولیه
 Fig. 4. Flowchart of primal coarse grid generation



(الف)



(ب)



(ج)

شکل ۵. (الف) شبکه ریزمقیاس، (ب) شبکه درشت اولیه در دامنه ماتریس، (ج) شبکه درشت اولیه در شبکه شکافها

Fig. 5. (a) Fine-scale grid, (b) primal coarse grid in the matrix domain, (c) primal coarse grid in the fracture networks

می‌شوند.

با توجه به اینکه در روش مدل‌سازی شکاف‌های گسسته، شکافها یک بعد کمتر از ماتریس در نظر گرفته می‌شوند، سلول‌های درشت دوگانه در دامنه شکاف دارای سلول‌های داخلی نبوده و سلول‌های ریزمقیاس در دو گروه سلول‌های گره و سلول‌های ضلع دسته‌بندی می‌شوند.

الگوریتم‌های ارائه شده برای تولید شبکه درشت دوگانه، بر اساس

اولیه نزدیک‌تر است. از اتصال سلول‌های گره متعلق به سلول‌های درشت اولیه مجاور به هم، سلول‌های درشت دوگانه تولید می‌شوند. به این نوع سلول‌ها که مرزهای سلول‌های درشت دوگانه را تشکیل می‌دهند، سلول نوع ضلع گفته می‌شود. سلول‌های ریزمقیاسی که درون سلول‌های درشت دوگانه قرار می‌گیرند، به عنوان سلول داخلی در نظر گرفته می‌شوند. بدین ترتیب سلول‌های ریزمقیاس در سه گروه سلول‌های گره، سلول‌های ضلع و سلول‌های داخلی طبقه‌بندی

ماتریس اتصالات شبکه ریز مقیاس و اطلاعات هندسی بوده و قابلیت تغییر شبکه و کاهش خطا و بهبود حل روش حجم محدود چندمقیاسی در آن‌ها وجود ندارد. در این مقاله برای تولید شبکه درشت دوگانه در دامنه ماتریس و شکاف‌ها، الگوریتمی ارائه می‌شود که قابلیت کنترل خطا و افزایش دقت روش حجم محدود چندمقیاسی را خواهد داشت. در ادامه این الگوریتم تشریح شده است.

الگوریتم ارائه شده برای تولید شبکه درشت دوگانه مشابه الگوریتم تولید شبکه درشت اولیه، از گراف معادل شبکه بی‌سازمان استفاده می‌کند. بنابراین، این الگوریتم برای سایر المان‌ها (غیر مثلثی) و همچنین شبکه‌های سه بعدی قابل اجرا است. اولین مرحله در تولید شبکه درشت دوگانه تعیین سلول‌های نوع گره در هریک از سلول‌های شبکه درشت اولیه است. در روش استاندارد، نزدیک‌ترین سلول ریزمقیاس به مرکز هندسی سلول درشت اولیه به عنوان سلول گره انتخاب می‌شود. بر اساس تحقیقات صورت گرفته، قرار گرفتن سلول گره در ناحیه‌ای با نفوذپذیری پایین باعث تولید نوسان‌های غیر فیزیکی می‌شود. بنابراین باید از قرار گیری سلول گره در نواحی با نفوذپذیری پایین تا حد امکان جلوگیری شود. در الگوریتم ارائه شده ابتدا میانگین مرکز هندسی تمام سلول‌های درون سلول درشت اولیه محاسبه می‌شود. سپس، سلول ریز مقیاسی که به این نقطه نزدیک‌تر است انتخاب و مقدار نفوذپذیری آن بررسی می‌شود. اگر این سلول در ناحیه‌ای با نفوذپذیری پایین قرار گرفته باشد، از لیست سلول‌های کاندید حذف و سلول ریزمقیاسی که پس از آن به مرکز هندسی نزدیک‌تر است بررسی می‌شود. این فرآیند ادامه می‌یابد تا نزدیک‌ترین سلول به مرکز هندسی که دارای نفوذپذیری قابل قبول است، انتخاب شود.

پس از تعیین سلول‌های گره، گام بعد تعیین سلول‌های نوع ضلع بین هر دو سلول درشت اولیه همسایه می‌باشد. برای کاهش خطای محلی‌سازی باید از تغییرات شدید نفوذپذیری در امتداد مسیر سلول‌های ضلع جلوگیری شود. بنابراین در این مرحله هدف، پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر بین دو سلول گره می‌باشد به طوری که تغییرات شدید نفوذپذیری در امتداد مسیر به حداقل برسد. در این الگوریتم یک آستانه بالا و یک آستانه پایین برای نفوذپذیری در نظر گرفته می‌شود. سپس سلول‌های ریزمقیاسی که مقدار نفوذپذیری درون آن‌ها در محدوده حد بالا و حد پایین قرار نمی‌گیرد از گراف

معادل شبکه حذف می‌شوند. به عبارت دیگر، این سلول‌ها در لیست سلول‌های کاندید برای تعیین سلول‌های ضلع قرار نمی‌گیرند. سپس، کوتاه‌ترین مسیر بین دو سلول گره از میان سلول‌های باقیمانده در گراف تعیین می‌شود. برای تشریح بهتر الگوریتم، در شکل ۶ (الف) دو سلول درشت اولیه همسایه نشان داده شده است. شکل ۶ (ب) گراف معادل سلول‌های ریز مقیاس درون سلول‌های درشت را نمایش می‌دهد. برای هر یک از گره‌های گراف، مقدار نفوذپذیری متناظر با سلول ریزمقیاس آن گره تعریف می‌شود. گره‌هایی که مقدار نفوذپذیری آن‌ها در محدوده آستانه بالا و پایین قرار ندارد، از گراف حذف می‌شوند (شکل ۶ (پ)).

برای تعیین کوتاه‌ترین مسیر بین هر دو سلول درشت اولیه، یکی از سلول‌های گره به عنوان مبدأ و دیگری به عنوان مقصد در نظر گرفته می‌شود. فرآیند اجرای الگوریتم به صورت زیر ادامه می‌یابد:

۱- فاصله بین هر دو گره در گراف محاسبه می‌شود $t(i,j)$.

۲- فاصله هر یک از گره‌های گراف تا گره مبدأ در برچسب آن ذخیره می‌شود $D(i)$. در مقاردهای اولیه، همه مقادیر فاصله‌ها بی‌نهایت در نظر گرفته می‌شود.

۳- برای جلوگیری از بررسی مجدد گره‌ها، برچسب دیگری در نظر گرفته می‌شود که در ابتدا برای همه گره‌ها $Processed(i)=false$ اختصاص داده می‌شود.

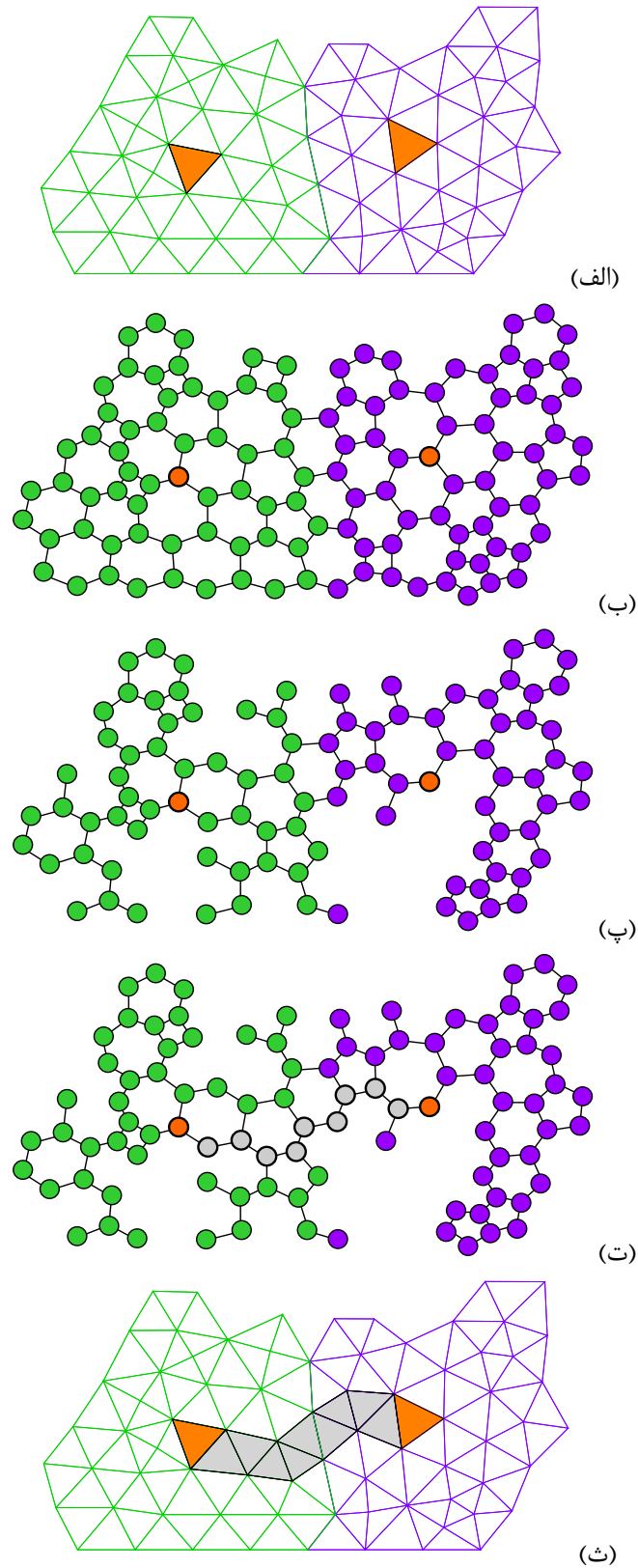
۴- به برچسب گره مبدأ مقدار صفر اختصاص داده می‌شود که به موجب آن این گره در ابتدا انتخاب شود.

۵- فاصله گره مبدأ تا گره‌های همسایه‌اش محاسبه شده و در $D(i)$ ذخیره می‌شود.

۶- گره مبدأ به عنوان گره پدر برای گره‌های همسایه آن ثبت می‌شود $Parent(i)$.

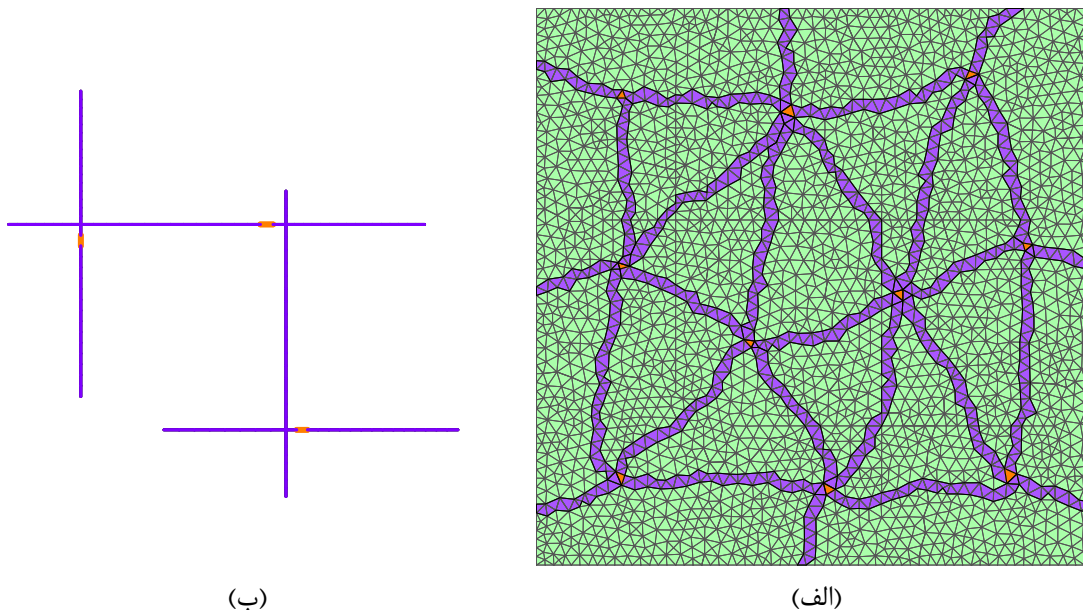
۷- از میان گره‌هایی که مورد بررسی قرار نگرفته‌اند، گره‌ای انتخاب می‌شود که D کمتری دارد. فرض می‌شود نزدیک‌ترین گره n باشد. برای جلوگیری از بررسی مجدد گره n ، $Processed(n)=true$ ثبت می‌شود.

۸- برای هر همسایه j از گره n که پیش از این مورد بررسی قرار نگرفته است ($Processed(j)=false$)، در صورتی که کوتاه‌ترین فاصله تا گره j ($D(j)$) از مجموع کوتاه‌ترین فاصله تا گره n ($D(n)$) و فاصله گره n تا j ($t(n,j)$) بیشتر باشد، مقدار برچسب گره j با آن



شکل ۶. مراحل تعیین کوتاهترین مسیر با کمترین تغییرات نفوذپذیری بین دو سلول درشت همسایه

Fig. 6. Determination of the shortest path with the least permeability changes between two neighboring coarse cells



شکل ۷. شبکه درشت دوگانه در (الف) دامنه ماتریس، (ب) دامنه شکافها
 Fig.7. Dual coarse grid in (a) matrix domain, (b) fractures domain

بیشتر است، انطباق مسیره‌ها در اطراف سلول گره اجتناب‌ناپذیر است. بنابراین، سلول‌های اطراف سلول گره همواره در لیست سلول‌های کاندید برای تعیین مسیره‌ها قرار می‌گیرند. شکل ۷ شبکه درشت دوگانه تولیدشده در دامنه ماتریس و شکاف که بر اساس شبکه درشت اولیه در شکل ۵ تولید شده‌است، نشان می‌دهد.

۴- نتایج شبیه‌سازی عددی

در این بخش نتایج شبیه‌سازی چندمقیاسی جریان در محیط‌های متخلخل شکاف‌دار با استفاده از الگوریتم‌های ارائه‌شده برای تولید شبکه‌های بی‌سازمان چندمقیاسی ارائه شده و با نتایج بدست‌آمده از حل در مقیاس ریز مقایسه می‌شوند. جریان سیال به صورت تراکم‌ناپذیر دو فازی در نظر گرفته شده‌است. فرض می‌شود که ناحیه حل در ابتدا کاملاً از نفت پر شده‌است و آب از چاه تزریق به درون آن تزریق می‌گردد. به منظور بررسی میزان خطا در نتایج بدست‌آمده از روش حجم محدود چندمقیاسی در مقایسه با روش ریزمقیاس، خطای نسبی میدان فشار e_p به صورت زیر تعریف می‌شود:

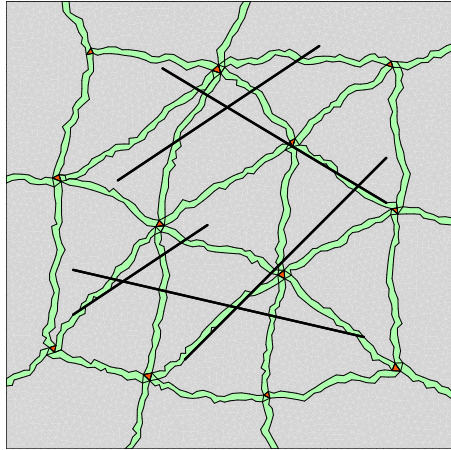
$$e_p = \frac{\|p_{ms} - p_f\|_2}{\|p_f\|_2} \quad (17)$$

مجموع جایگزین می‌شود $D(j)=D(n)+t(n,j)$. همچنین گره n به عنوان پدر برای گره j ثبت می‌شود $Parent(j)=n$.
 ۹- بازگشت به مرحله ۷ و تکرار فرآیند تا زمانی که گره n برابر با گره مقصد باشد.

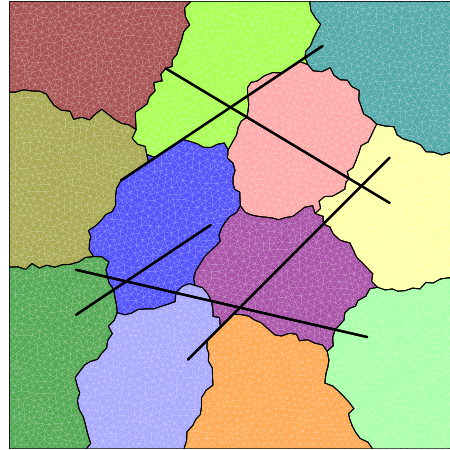
۱۰- در آخرین مرحله از الگوریتم برای مشخص کردن کوتاهترین مسیر، از گره مقصد شروع به حرکت کرده و گره قبل از آن $Parent(i)$ در کوتاهترین مسیر بین مبدأ و مقصد ثبت می‌شود.

شکل ۶ (ت) کوتاهترین مسیر بین دو سلول گره را از بین گره‌های کاندید نشان می‌دهد. مسیر نهایی سلول‌های ضلع بین دو سلول درشت اولیه در شکل ۶ (ث) نشان داده شده‌است.

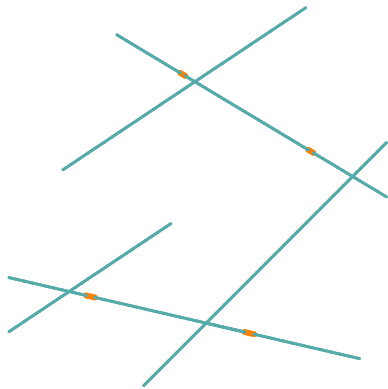
انطباق مسیره‌ها و همچنین تداخل مسیره‌ها با یکدیگر باعث ایجاد خطا در محاسبه توابع پایه می‌شود. در الگوریتم ارائه‌شده از تداخل مسیره‌ها (به‌طور کامل) و از انطباق مسیره‌ها (تا حد امکان) جلوگیری می‌شود. پس از تعیین مسیر سلول‌های ضلع بین هر دو سلول درشت همسایه، سلول‌های ریزمقیاس اطراف مسیر تعیین‌شده که حداقل یک گره مشترک با این مسیر دارند از لیست سلول‌های کاندید برای تعیین سایر مسیره‌ها حذف می‌شوند. بدین ترتیب مسیره‌های ایجادشده با یکدیگر تداخل نخواهند داشت. در شبکه‌های بی‌سازمان با توجه به اینکه تعداد سلول‌های درشت همسایه از تعداد وجوه سلول گره



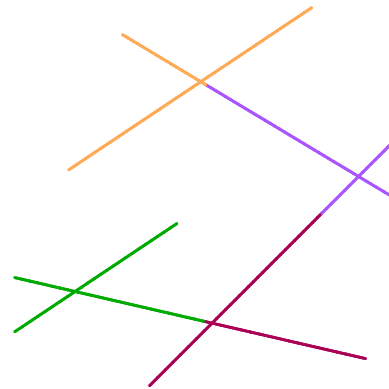
(ب) شبکه درشت دوگانه در دامنه ماتریس



(الف) شبکه درشت اولیه در دامنه ماتریس



(د) شبکه درشت دوگانه در شبکه شکافها

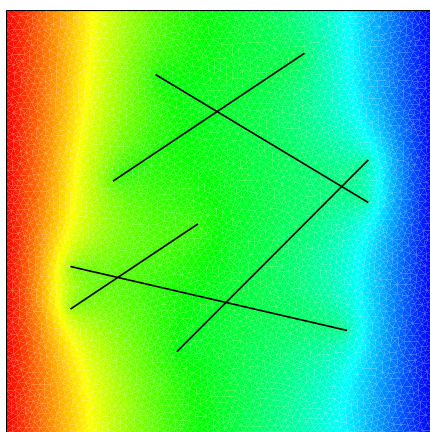


(ج) شبکه درشت اولیه در شبکه شکافها

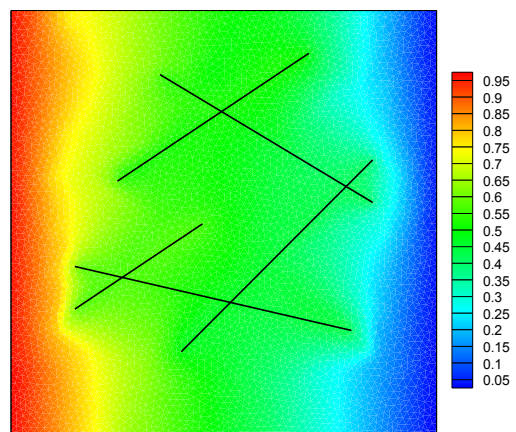
شکل ۸. نمایش شبکه‌های درشت مقیاس اولیه و دوگانه در دامنه ماتریس و شکافها

Fig. 8. Primal and dual coarse grids in the matrix and fracture domains

a) Primal coarse grid in the matrix domain, (b) dual coarse grid in the matrix domain, (c) primal coarse grid in the fracture networks, (d) dual coarse grid in the fracture networks



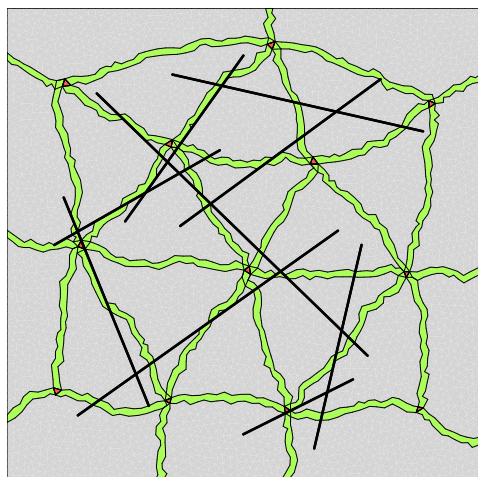
(ب)



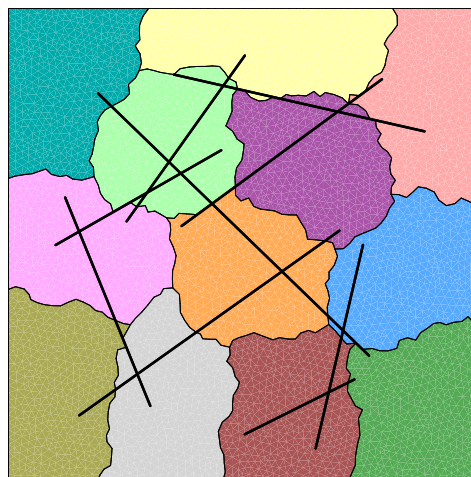
(الف)

شکل ۹. میدان فشار بدست آمده از (الف) روش حجم محدود چندمقیاسی، (ب) روش ریزمقیاس

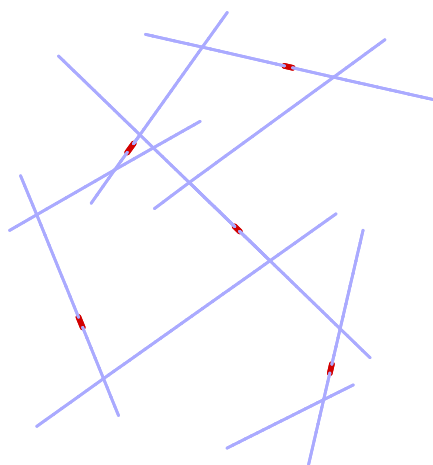
Fig. 9. Pressure contours obtained by the (a) MSFV method, (b) fine reference solution



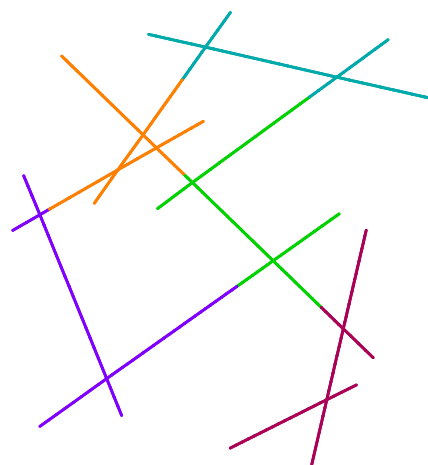
(ب) شبکه درشت دوگانه در دامنه ماتریس



(الف) شبکه درشت اولیه در دامنه ماتریس



(د) شبکه درشت دوگانه در شبکه شکافها



(ج) شبکه درشت اولیه در شبکه شکافها

شکل ۱۰. نمایش شبکه‌های درشت مقیاس اولیه و دوگانه در دامنه ماتریس و شکافها

Fig. 10. Primal and dual coarse grids in the matrix and fracture domains

a) Primal coarse grid in the matrix domain, (b) dual coarse grid in the matrix domain, (c) primal coarse grid in the fracture networks, (d) dual coarse grid in the fracture networks

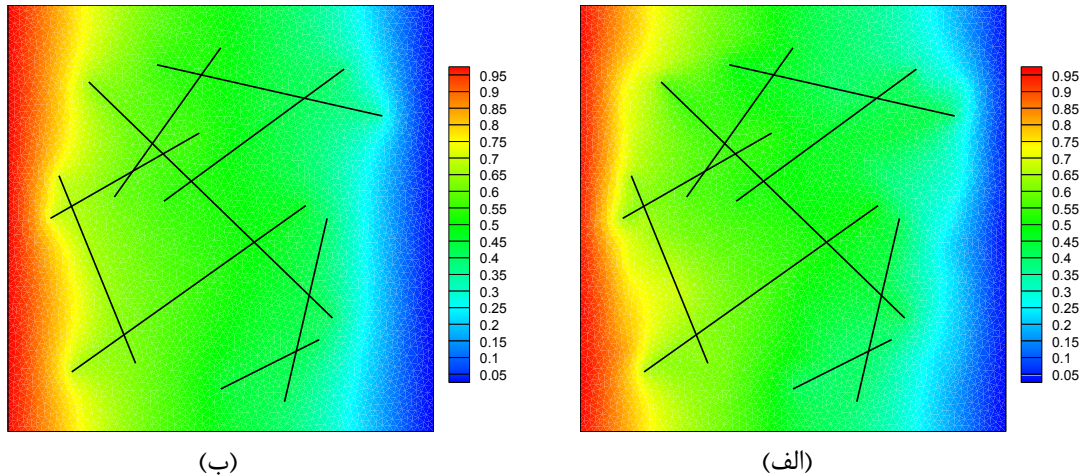
(P_r) و راست $(P_r = 0)$ اعمال می‌شود و مرزهای بالا و پایین نفوذناپذیر هستند. شبکه ریز مقیاس شامل شامل ۱۰۱۸۰ سلول ماتریس و ۱۹۶ سلول شکاف می‌باشد، درحالی‌که شبکه درشت مقیاس از ۱۲ سلول ماتریس و ۴ سلول شکاف تشکیل شده‌است. شبکه‌های درشت اولیه در دامنه ماتریس و شکاف به ترتیب در شکل‌های ۸ (الف) و ۸ (ج) و شبکه‌های درشت دوگانه برای ماتریس و شکاف در شکل‌های ۸ (ب) و ۸ (د) نشان داده شده‌است.

میدان فشار بدست‌آمده از روش حجم محدود چندمقیاسی و حل ریزمقیاس به ترتیب در شکل‌های ۹ (الف) و ۹ (ب) نشان داده شده‌است.

در رابطه فوق، p فشار و زیر نویس‌های ms و f به ترتیب برای روش حجم محدود چندمقیاسی و روش ریزمقیاس در نظر گرفته شده‌اند. همچنین $\|x\|_2$ نرم اقلیدسی برای بردار x می‌باشد.

۴-۱- مسئله اول: محیط متخلخل شکاف‌دار با میدان نفوذپذیری همگن در دامنه ماتریس

اولین مسئله یک ناحیه با ابعاد $1 \times [m] \times [m]$ شامل ۵ شکاف می‌باشد. مقدار نفوذپذیری شکافها 10^2 مرتبه بزرگتر از مقدار دامنه ماتریس است $(k_r = 1000 * k_m)$. شرایط دریکله بر مرزهای چپ $(= 1)$



شکل ۱۱. میدان فشار بدست آمده از (الف) روش حجم محدود چندمقیاسی، (ب) روش ریزمقیاسی
Fig. 11: Pressure contours obtained by the (a) MSFV method, (b) fine reference solution

فشار ریزمقیاس قابل قبول می‌باشد.

۳-۴- مسئله سوم: محیط متخلخل شکافدار با میدان نفوذپذیری بسیار ناهمگن در دامنه ماتریس

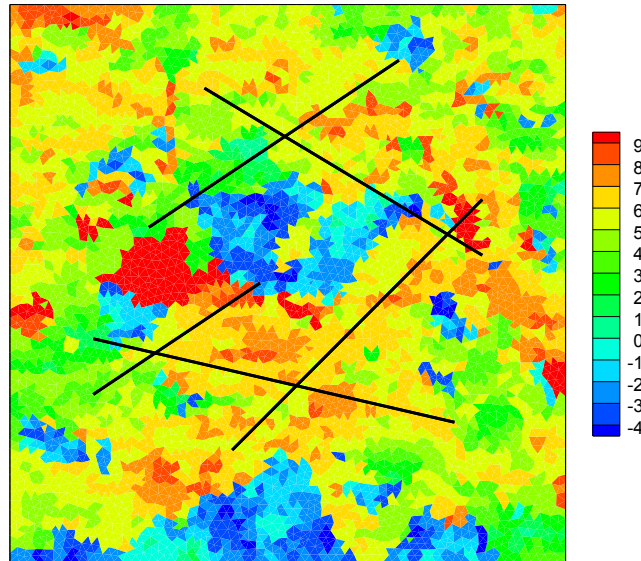
یکی از مسائل چالش برانگیز برای روش حجم محدود چندمقیاسی، میدان‌های نفوذپذیری بسیار ناهمگن با ساختار کانال‌گونه است. در مراجع مختلف نشان داده شده است که برای این‌گونه مسائل، میدان فشار محاسبه شده با استفاده از روش حجم محدود چندمقیاسی دارای قله‌های فشاری غیرفیزیکی است [۲۳]. یک مثال شناخته شده از مدل مخزن با میدان نفوذپذیری کانال‌گونه، ۳۵ لایه زیرین مسئله SPE۱۰ است [۳۶]. شکل ۱۲ لگاریتم طبیعی میدان نفوذپذیری در دامنه ماتریس را که از هشتاد و چهارمین لایه از مسئله SPE۱۰ استخراج شده است، نشان می‌دهد. این میدان نفوذپذیری بسیار ناهمگن است. ابعاد مسئله، شبکه ریزمقیاس، شرایط مرزی و شبکه شکاف‌ها مشابه مسئله اول است. مقدار نفوذپذیری شکاف‌ها 10^5 در نظر گرفته شده است.

شبکه‌های درشت اولیه و دوگانه در دامنه ماتریس در شکل ۱۳ نشان داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که در برخی از سلول‌های درشت اولیه، سلول‌های گره در نواحی با نفوذپذیری پایین قرار گرفته‌اند. همچنین در امتداد برخی از مرزهای شبکه درشت دوگانه، نفوذپذیری دارای تغییرات شدید است. شبکه‌های درشت

روش حجم محدود چندمقیاسی میدان فشار را با خطای نسبی $e_p = 1.58 \times 10^{-2}$ پیش‌بینی می‌کند. همانطور که مشاهده می‌شود، روش حجم محدود چندمقیاسی با استفاده از شبکه‌های درشت اولیه و دوگانه تولیدشده در دامنه ماتریس و شکاف، حل ریزمقیاس را با دقت قابل قبولی بدست آورده است.

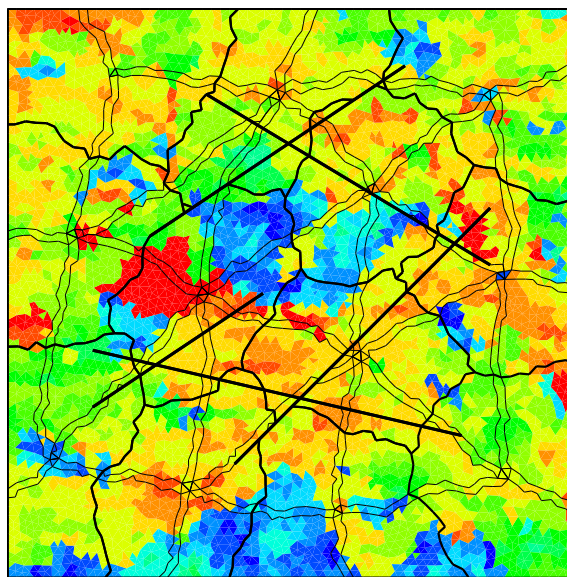
۲-۴- مسئله دوم: محیط متخلخل شکافدار با میدان نفوذپذیری همگن در دامنه ماتریس

دومین مسئله مورد بررسی هندسه و شرایط مرزی مشابه مسئله اول دارد. دامنه شامل ۹ شکاف می‌باشد. هر دو دامنه ماتریس و شکاف همگن بوده و مقدار نفوذپذیری شکاف‌ها ۱۰۰۰ برابر مقدار دامنه ماتریس است. شبکه ریزمقیاس شامل ۱۰۲۲۶ سلول ماتریس و ۳۰۶ سلول شکاف می‌باشد. شبکه درشت مقیاس از ۱۲ سلول ماتریس و ۵ سلول شکاف تشکیل شده است. شبکه‌های درشت اولیه و دوگانه در دامنه ماتریس در شکل‌های ۱۰ (الف) و ۱۰ (ب) و در دامنه شکاف‌ها در شکل‌های ۱۰ (ج) و ۱۰ (د) نشان داده شده است. شکل‌های ۱۱ (الف) و ۱۱ (ب) به ترتیب میدان فشار بدست آمده از روش حجم محدود چندمقیاسی و حل ریزمقیاس را نشان می‌دهند. روش حجم محدود چندمقیاسی میدان فشار را با خطای نسبی $e_p = 1.48 \times 10^{-2}$ محاسبه می‌کند. مشاهده می‌شود که توزیع فشار بدست آمده از روش حجم محدود چندمقیاسی در مقایسه با میدان



شکل ۱۲. لگاریتم طبیعی میدان نفوذپذیری دامنه ماتریس

Fig. 12. The natural logarithm of permeability field in the matrix domain

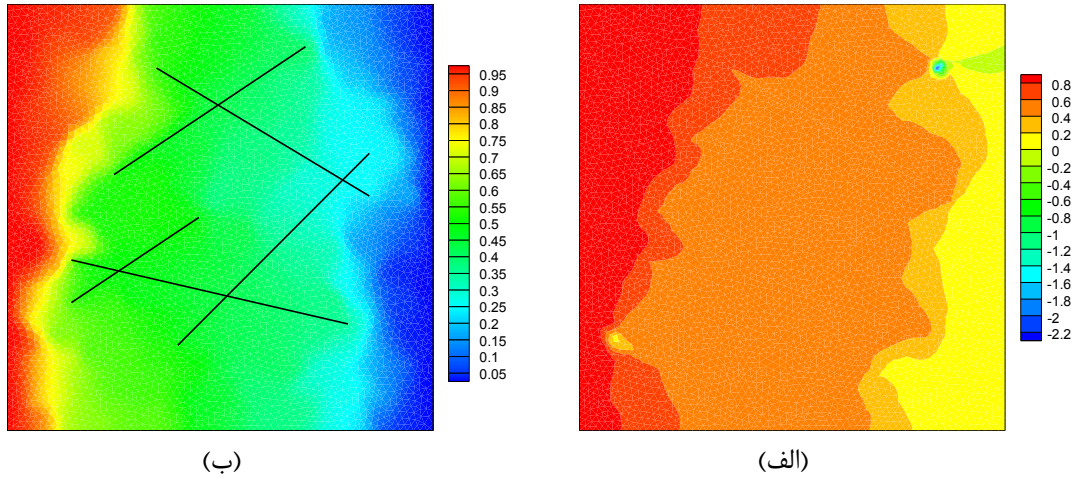


شکل ۱۳. شبکه‌های درشت اولیه و دوگانه استاندارد تولیدشده در دامنه ماتریس

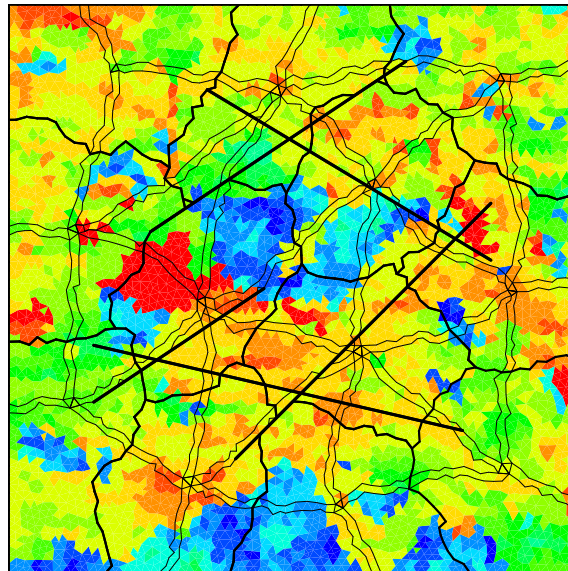
Fig. 13. Standard primal and dual coarse grids in the matrix domain

شبکه درشت دوگانه تطبیقی بر اساس تغییرات محلی میدان نفوذپذیری تولید شده است. در شکل ۱۵ مرزهای شبکه درشت اولیه استاندارد و شبکه درشت دوگانه تطبیقی بر روی میدان نفوذپذیری دامنه ماتریس نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۱۵ مشاهده می‌شود، در شبکه درشت دوگانه تطبیقی از قرارگیری سلول‌های گره در نواحی با نفوذپذیری پایین و همچنین از تغییرات شدید نفوذپذیری

اولیه و دوگانه در دامنه شکاف‌ها مشابه مسئله اول است. میدان فشار بدست آمده از روش حجم محدود چندمقیاسی و حل ریزمقیاس به ترتیب در شکل‌های ۱۴ (الف) و ۱۴ (ب) نشان داده شده است. همانطور که در شکل ۱۴ (الف) مشاهده می‌شود، میدان فشار چندمقیاسی دارای قله‌های غیرفیزیکی است. برای کاهش خطای فشار چندمقیاسی و رفع قله‌های غیرفیزیکی،



شکل ۱۴. میدان فشار بدست آمده از (الف) روش حجم محدود چندمقیاسی، (ب) حل ریزمقیاس
 Fig. 14. Pressure contours obtained by the (a) MSFV method, (b) fine reference solution



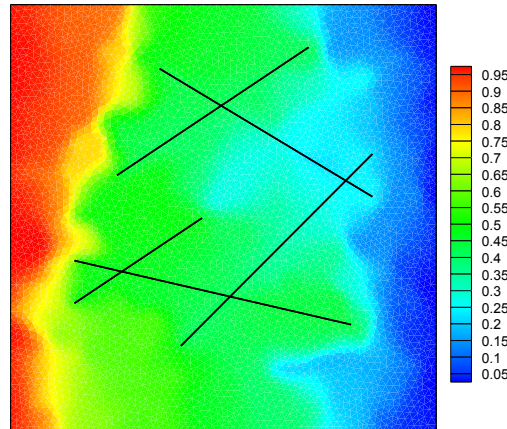
شکل ۱۵. شبکه‌های درشت اولیه استاندارد و دوگانه تطبیقی تولید شده در دامنه ماتریس
 Fig. 15. Standard primal and adapted dual coarse grids in the matrix domain

درشت دوگانه تطبیقی حذف شده‌اند.

۵- نتیجه‌گیری

در این مقاله روش حجم محدود چندمقیاسی برای مدل‌سازی شکاف‌های گسسته در شبکه‌های بی‌سازمان توسعه داده شده‌است. نوآوری این پژوهش، به‌کارگیری شبکه‌های بی‌سازمان تطبیقی در محیط متخلخل شکاف‌دار است. الگوریتم‌هایی برای تولید شبکه‌های

در امتداد مسیر سلول‌های ضلع تا حد امکان جلوگیری شده‌است. روش حجم محدود چندمقیاسی با استفاده از شبکه درشت دوگانه تطبیقی، میدان فشار را با خطای نسبی $e_p = 7/91 \cdot 10^{-2}$ پیش‌بینی می‌کند. میدان فشار بدست آمده از روش حجم محدود چندمقیاسی با استفاده از شبکه درشت بی‌سازمان تطبیقی در شکل ۱۶ نشان داده شده‌است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، نوسان‌های غیرفیزیکی موجود در میدان فشار چندمقیاسی با استفاده از شبکه



شکل ۱۶. میدان فشار بدست آمده از روش حجم محدود چندمقیاسی با استفاده از شبکه درشت دوگانه تطبیقی
Fig. 16. Multiscale finite volume pressure solution using adaptive dual coarse grid

مراجع

- [1] J. Noorishad, M. Mehran, An upstream finite element method for solution of transient transport equation in fractured porous media, *Water Resources Research*, (3)18 596-588 (1982).
- [2] L. Li, S.H. Lee, Efficient field-scale simulation of black oil in a naturally fractured reservoir through discrete fracture networks and homogenized media, *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, 758-750 (2008) (04)11.
- [3] H. Hajibeygi, D. Karvounis, P. Jenny, A hierarchical fracture model for the iterative multiscale finite volume method, *Journal of Computational Physics*, (24)230 8743-8729 (2011).
- [4] A. Moïnfar, A. Varavei, K. Sepehrnoori, R. T. Johns, Development of an efficient embedded discrete fracture model for 3D compositional reservoir simulation in fractured reservoirs, *SPE Journal*, 303-289 (2014) 19.
- [5] Y. Efendiev, S. Lee, G. Li, J. Yao, N. Zhang, Hierarchical multiscale modeling for flows in fractured media using generalized multiscale finite element method, *GEM-International Journal on Geomathematics*, (2015) (2)6 162-141.
- [6] M. Karimi-Fard, L.J. Durlofsky, K. Aziz, An efficient discrete fracture model applicable for general purpose reservoir simulators, in: *SPE Reservoir Simulation Symposium*, *SPE Journal*, 236-227 (2004) 9.

درشت مقیاس بی‌سازمان تطبیقی ارائه شده است. تطبیق شبکه‌های درشت مقیاس بی‌سازمان بر اساس تغییرات محلی میدان نفوذپذیری، باعث بهبود قابل توجه نتایج حل چندمقیاسی در میدان‌های نفوذپذیری بسیار ناهمگن می‌شود. سلول‌های شبکه درشت مقیاس به گونه‌ای تولید می‌شوند که از تغییرات شدید مقادیر نفوذپذیری در امتداد مرزهای آن و همچنین از قرارگرفتن گره‌های شبکه درشت مقیاس در نواحی با نفوذپذیری پایین جلوگیری شود. الگوریتم‌های ارائه شده برای تولید شبکه‌های درشت مقیاس، از گراف معادل شبکه بی‌سازمان استفاده می‌کنند. بنابراین، این الگوریتم‌ها برای سایر المان‌ها (غیر مثلثی) و همچنین شبکه‌های سه‌بعدی قابل اجرا هستند. روش حجم محدود چندمقیاسی با استفاده از شبکه‌های بی‌سازمان تولیدشده، برای شبیه‌سازی مسئله‌های مختلف در محیط متخلخل شکاف‌دار با میدان‌های نفوذپذیری همگن و ناهمگن به کار گرفته شده است. نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد روش ارائه شده بدون استفاده از روش‌های تکرار برای کاهش خطا، حل ریزمقیاس را با دقت بالایی پیش‌بینی می‌کند. همچنین برای مسئله با میدان نفوذپذیری به شدت ناهمگن، نشان داده شده است که با استفاده از شبکه‌های بی‌سازمان تطبیقی می‌توان نوسان‌های غیرفیزیکی مشاهده شده در میدان فشار چندمقیاسی را از بین برد. در پایان نتیجه می‌شود روش حجم محدود چندمقیاسی با استفاده از روش‌های تولید شبکه بی‌سازمان ارائه شده، قابلیت توسعه و به کارگیری برای شبیه‌سازی مخازن با مقیاس واقعی را دارد.

- 2006, pp. 8-1.
- [17] S. Lee, C. Wolfsteiner, H. Tchelepi, Multiscale finite-volume formulation for multiphase flow in porous media: black oil formulation of compressible, three-phase flow with gravity, *Computational Geosciences*, (2008) (3)12 366-351.
- [18] I. Lunati, P. Jenny, Multiscale finite-volume method for density-driven flow in porous media, *Computational Geosciences*, 350-337 (2008) (3)12.
- [19] M. Presho, M. Hill, A conservative generalized multiscale finite volume/element method for modeling two-phase flow with capillary pressure, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, (113026 (2020).
- [20] C. Wolfsteiner, S.H. Lee, H.A. Tchelepi, Well modeling in the multiscale finite volume method for subsurface flow simulation, *Multiscale Modeling & Simulation*, (3)5 917-900 (2006).
- [21] P. Jenny, I. Lunati, Modeling complex wells with the multi-scale finite-volume method, *Journal of Computational Physics*, 702-687 (2009) (3)228.
- [22] H. Hajibeygi, G. Bonfigli, M.A. Hesse, P. Jenny, Iterative multiscale finite-volume method, *Journal of Computational Physics*, 8621-8604 (2008) (19)227.
- [23] I. Lunati, M. Tyagi, S.H. Lee, An iterative multiscale finite volume algorithm converging to the exact solution, *Journal of Computational Physics*, -1849 (2011) (5)230 1864.
- [24] H. Zhou, H.A. Tchelepi, Operator-based multiscale method for compressible flow, *SPE Journal*, (2008) 13 273-267.
- [25] Y. Wang, H. Hajibeygi, H.A. Tchelepi, Algebraic multiscale solver for flow in heterogeneous porous media, *Journal of Computational Physics*, 303-284 (2014) 259.
- [26] O. Møyner, K.A. Lie, The multiscale finite volume method on unstructured grids, *SPE Journal*, (2014) 19 831-816.
- [27] O. Møyner, K.A. Lie, A multiscale restriction-smoothed basis method for high contrast porous media represented on unstructured grids, *Journal of Computational Physics*, 71-46 (2016) 304.
- [7] V. Reichenberger, H. Jakobs, P. Bastian, R. Helmig, A mixed-dimensional finite volume method for two-phase flow in fractured porous media, *Advances in water resources*, 1036-1020 (2006) (7)29.
- [8] S. Geiger-Boschung, S.K. Matthäi, J. Niessner, R. Helmig, Black-oil simulations for three-component, three-phase flow in fractured porous media, *SPE journal*, (02)14 354-338 (2009).
- [9] R. Ahmed, M.G. Edwards, S. Lamine, B.A. Huisman, M. Pal, Control-volume distributed multi-point flux approximation coupled with a lower-dimensional fracture model, *Journal of Computational Physics*, -462 (2015) 284 489.
- [10] T.Y. Hou, X.-H. Wu, A multiscale finite element method for elliptic problems in composite materials and porous media, *Journal of computational physics*, (1997) (1)134 189-169.
- [11] P. Jenny, S. Lee, H.A. Tchelepi, Multi-scale finite-volume method for elliptic problems in subsurface flow simulation, *Journal of Computational Physics*, (1)187 67-47 (2003).
- [12] Z. Chen, T. Hou, A mixed multiscale finite element method for elliptic problems with oscillating coefficients, *Mathematics of Computation*, 576-541 (2003) (242)72.
- [13] I. Sokolova, M.G. Bastisya, H. Hajibeygi, Multiscale finite volume method for finite-volume-based simulation of poroelasticity, *Journal of Computational Physics*, 379 324-309 (2019).
- [14] P. Jenny, S.H. Lee, H.A. Tchelepi, Adaptive fully implicit multi-scale finite-volume method for multi-phase flow and transport in heterogeneous porous media, *Journal of Computational Physics*, 641-627 (2006) (2)217.
- [15] H. Hajibeygi, P. Jenny, Multiscale finite-volume method for parabolic problems arising from compressible multiphase flow in porous media, *Journal of Computational Physics*, 5147-5129 (2009) (14)228.
- [16] I. Lunati, P. Jenny, A multiscale finite-volume method for three-phase flow influenced by gravity, in: *Proceedings of XVI international conference on computational methods in water resources (CMWR XVI)*, Copenhagen, Denmark,

- [32] A.P. Giotis, K.C. Giannakoglou, An unstructured grid partitioning method based on genetic algorithms, *Advances in Engineering Software*, 138-129 (1998) (2)29.
- [33] P. Korošec, J. Šilc, B. Robič, Solving the mesh-partitioning problem with an ant-colony algorithm, *Parallel computing*, 801-785 (2004) (6-5)30.
- [34] P. Liu, C. F. Wang, A bubble-inspired algorithm for finite element mesh partitioning, *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, 794-770 (2013) (7)93.
- [35] F. Glover, M. Laguna, *TabuSearch* Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, (1997).
- [36] M.A. Christie, M.J. Blunt, Tenth SPE comparative solution project: A comparison of upscaling techniques, *SPE Reservoir Evaluation & Engineering*, (2001) (4)4 317-308.
- [28] S. Bosma, H. Hajibeygi, M. Tene, H.A. Tchelepi, Multiscale finite volume method for discrete fracture modeling on unstructured grids (MS-DFM), *Journal of Computational Physics*, 164-145 (2017) 351.
- [29] T. Sandve, E. Keilegavlen, J. Nordbotten, Physics-based preconditioners for flow in fractured porous media, *Water Resources Research*, 1373-1357 (2014) (2)50.
- [30] M. Tene, M.S. Al Kobaisi, H. Hajibeygi, Algebraic multiscale method for flow in heterogeneous porous media with embedded discrete fractures (F-AMS), *Journal of Computational Physics*, 845-819 (2016) 321.
- [31] S. Shah, O. Møyner, M. Tene, K.-A. Lie, H. Hajibeygi, The multiscale restriction smoothed basis method for fractured porous media (F-MsRSB), *Journal of Computational Physics*, 57-36 (2016) 318.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

Z. Mehrdoost, *Multiscale simulation of flow in fractured porous media using unstructured grids*, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(7) (2021) 4133-4152.

DOI: [10.22060/mej.2020.18399.6809](https://doi.org/10.22060/mej.2020.18399.6809)

