Amirkabir Journal of Mechanical Engineering

Amirkabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 4) (2021) 585-588
DOI: 10.22060/mej.2020.18018.6712

Dynamic analysis of cylindrical sandwich shell with orthogonal stiffeners using high-order theory

R. Azar Afza[1], K. MalekzadehFard[2], M. Golaghapour Kami[3], A. R. Pourmoayed[4*]

[1] Department of Mechanical Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran
[2] Department of Aerospace Engineering, Malek Ashtar University of Technology, Tehran, Iran
[3] Department of Mechanical Engineering, Babol Noshirvani University of Technology, Tehran, Iran
[4] Department of Mechanical Engineering, University of Khatamul-Anbiya Air Defense, Tehran, Iran

ABSTRACT: In this paper, free and forced vibrations of a cylindrical sandwich shell with orthogonal stiffeners using high-order theory were analyzed. The sandwich structure is consists of two orthotropic composite face sheets and a flexible foam core and longitudinal and environmental stiffeners. The face sheets and core are perfectly glued together and there is no relative displacement between them at the interfaces. To analyze this shell under simply supported boundary conditions, the face sheets' displacements are based on Kant's third-order theory and in the core, the second Frostig's model is used. The Rayleigh-Ritz method to solve free vibration and the assumed modes method to analyze forced vibration were used. In the forced vibrations section, sinusoidal loading is applied uniformly and radially to the shell. The vibrations of the stiffened sandwich shell are simulated with Abaqus software. Finally, the effect of various parameters as length to radius ratio, thickness to radius ratio, core thickness to total thickness, structure and material of face sheets and core on the vibration response of the structure has been investigated. To validate, the results of free and forced vibrations obtained from the present analysis were compared with the results of other references and Abaqus software.

Review History:

Received: Feb. 29, 2020
Revised: Jun. 29, 2020
Accepted: Aug. 18, 2020
Available Online: Sep. 07,2020

Keywords:

Free vibrations
Forced vibrations
Sandwich shell
Orthogonal stiffeners
High-order theory

1- Introduction

The use of sandwich structures has been increasing in various industries such as aerospace, road transport, marine and construction structures in the last three decades. The main reason for this is the outstanding features of sandwich panels such as high strength to weight ratio, excellent corrosion and fatigue resistance, the possibility of using composite face sheets and core with directional properties and good performance at high temperatures. However, one of the ways to further increase the strength to weight ratio of these structures is to use longitudinal and environmental stiffeners. Among these, one of the most widely used sandwich structures is cylindrical panels with thin and thick composite face sheets that in the hulls of many industrial structures such as airplanes, missiles, shuttles, submarines, etc are used. A sandwich structure, whether beam, sheet or shell, consists of two face sheets and a flexible softcore. Malekzadeh et al. [1] using first-order shear theory in the analysis of flexible core sandwich panels showed when the face sheets are thin, relatively good results were calculated. The buckling analysis of sandwich plates using first-order shear theory by Frostig are investigated [2]. Salimi et al. [3] studied vibration analysis of composite cylindrical shell reinforced with circumferential rib.

According to the studies, it has been observed that so far no research has been done on the issue of free and forced vibrations of a cylindrical sandwich shell with a flexible core and orthogonal stiffeners with thick face sheets and all stress components. In this paper, for the face sheets improved high-order theory and for the core, the second Frostig's model is used. The top and bottom face sheets are thick, and displacement field such as third-order polynomials and all stress components were considered. Furthermore, the term $(1 + z / R)$ is considered in the relationships related to the core stress resultants, which is a very important term in the analysis of cylindrical sandwich panels. Also, in this research, the transient dynamic response of the stiffened composite sandwich cylindrical shell with simply supported boundary conditions under the sinusoidal load applied to the shell is investigated.

2- Methodology

The Rayleigh–Ritz method is used to solve the free vibration problem. This method is based on the minimum potential energy. According to the principle of minimum potential energy, from all the displacement fields that satisfy the boundary conditions of the problem, that the field in equilibrium equations is true, potential energy of the entire system also is minimized. According to the Rayleigh-Ritz method, in order that potential energy, which is a function of the coefficients {d}, to be minimal, the derivatives of the total energy potential with respect to the coefficients used in the

*Corresponding author's email: pourmoayed@mut.ac.ir

Copyrights for this article are retained by the author(s) with publishing rights granted to Amirkabir University Press. The content of this article is subject to the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4.0 International (CC-BY-NC 4.0) License. For more information, please visit https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode.

displacement field must be zero. Therefore, the derivative is taken from the energy potential function of the whole system with respect to the mentioned coefficients and equate to zero.

To investigate the dynamic response, the results of the analysis of free vibrations (i.e., natural frequencies and shape of modes) were used. Finally, the changes in shell displacement in the three directions x, y and z in terms of time, using the Mathematica software based on the assumed modes method were calculated.

Given that conventional theories are not able to predict the effects of precise shear deformations along with the thickness of the face sheets and the core, it is necessary to provide a high-order analytical model that can take into account the effects of core flexibility. For this purpose, in this article, the higher-order model of the sandwich panel has been used. The displacements fields in face sheets, u, v, w in the direction of x , q and z , respectively are explained as follows:

$$\begin{aligned} u_i(x,\theta,z,t)&=u_0^i(x,\theta,t)+z_i u_1^i(x,\theta,t)+z_i^2 u_2^i(x,\theta,t)+z_i^3 u_3^i(x,\theta,t)\\ v_i(x,\theta,z,t)&=v_0^i(x,\theta,t)+z_i v_1^i(x,\theta,t)+z_i^2 v_2^i(x,\theta,t)+z_i^3 v_3^i(x,\theta,t)\\ w_i(x,\theta,z,t)&=w_0^i(x,\theta,t)+z_i w_1^i(x,\theta,t)+z_i^2 w_2^i(x,\theta,t) \end{aligned} \tag{1}$$

Based on the second Frostig's model, the displacement field components of the core layer are derived as:

$$\begin{aligned} u_c(x,\theta,z,t)&=u_0^c(x,\theta,t)+z_c u_1^c(x,\theta,t)+z_c^2 u_2^c(x,\theta,t)+z_c^3 u_3^c(x,\theta,t)\\ v_c(x,\theta,z,t)&=(1+\frac{z_c}{R})v_0^c(x,\theta,t)+z_c v_1^c(x,\theta,t)+z_c^2 v_2^c(x,\theta,t)+z_c^3 v_3^c(x,\theta,t)\\ w_c(x,\theta,z,t)&=w_0^c(x,\theta,t)+z_c w_1^c(x,\theta,t)+z_c^2 w_2^c(x,\theta,t) \end{aligned} \tag{2}$$

The displacement field of external Stiffeners assuming to follow the external face sheet with Eq. (3) are calculated [4].

$$\begin{aligned} u_s&=u_t(x,\theta,0,t)-z_s\frac{\partial w_t(x,\theta,0,t)}{\partial x} \quad ,\\ v_s&=v_t(x,\theta,0,t)(1-\frac{z_s}{R_t})-\frac{z_s}{R_t}\frac{\partial w_t(x,\theta,0,t)}{\partial \theta}\\ w_s&=w_t(x,\theta,\frac{h_t}{2},t) \quad , \quad z_s=\frac{d_s+h_t}{2} \end{aligned} \tag{3}$$

3- Results and Discussion

The number of modes $(m\times n)$ intended for obtaining the answer, for a sandwich shell with simply supported boundary conditions, (21×31) are considered. The considered numbers m and n must be such that we converge to the answer. The excitation duration is assumed to be 0.02 seconds, then the structure enters the free vibrations with certain initial conditions. The analyzed shell has 6 rings and 8 stringers that are evenly distributed throughout the shell. The loading in this paper, sinusoidally (12 sin (400t)) on the outer surface of the sandwich shell on a rectangular surface from an angle of 0 to $\pi/4$ in the circumferential direction and also from $8L/9$ to L along the cylinder is applied. In Table 1, the results of the present analysis with the results of [5] were compared. Maximum error with [5] is about 4%. In Fig. 1, the radial displacement resulting from the harmonic loading in the middle of the cylinder for both cases the analytical and Abaqus software is shown. As can be seen, the results of the analytical code and the Abaqus software are well matched.

Table 1. Comparison of sandwich shell results with thick face sheets without stiffeners

m	n	Pourmoayed et al. [5]	Present Study	Error %
1	1	465.02	483.90	4.06
1	2	375.06	382.71	2.04
1	3	496.95	516.02	3.84
2	3	680.6	671.27	1.37

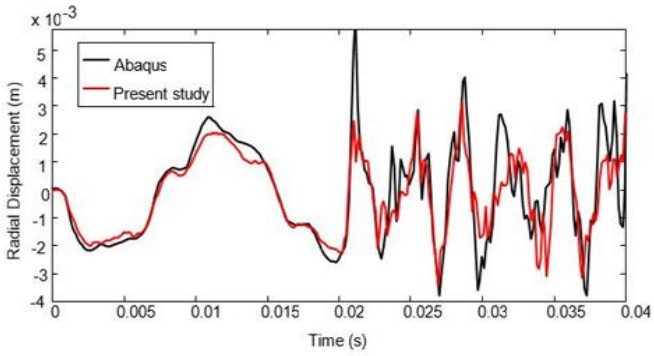


Fig. 1. Comparison of time response (radial displacement) in the middle of the cylinder

4- Conclusions

In this study, the response to free and forced vibrations of composite sandwich shell under sinusoidal loading were investigated. Sandwich shell high-order theory was used to derive the relationships. Rayleigh–Ritz method to solve free vibrations and assumed modes method for forced vibrations are used. In order to validate the results, in addition to comparing the results with references, the stiffened shell is modeled in finite element software and the Abaqus results with the analytical results in different cases are compared. The following are some of the important findings of this study:

· With the increasing of length to radius ratio (L/R), the natural frequencies decreased. Changing L/R at smaller values of n, makes a greater difference in natural frequencies.

· Whatever the height-to-width ratio of the stringer (d/b) furthered, the natural frequencies of the shell are higher. Of course, this ratio should not be so large that the stringer becomes a thin plate.

·Assuming the thickness of the face sheets is constant, with increasing of the core thickness, the values of the natural frequencies are increased. This process is reasonable due to the increase in the stiffness of the sandwich shell with increasing core thickness.

· By increasing the angle of the fibers in the face sheets from 0 to 90 degrees, the values of base natural frequencies initially increased to a certain angle value and then decreased. In fact, at angles of 0 and 90 degrees, we see the lowest values of natural frequencies. This results in forced vibrations under sinusoidal excitation of the amplitudes in the structure are greater when the angle of the fibers in the face sheets is 0 or 90 degrees.

· With increasing number of longitudinal and environmental stiffeners, the amount of displacement and consequently the amount of stress decreases regularly.

· In response to the forced vibrations of the stiffened sandwich shell under sinusoidal stimulation, the phenomenon of beating is observed. hence, the response amplitude alternately first increased and then decreased.

References

[1] K. MalekzadehFard, M.Gholami, F. Reshadi, M. Livani, Free vibration and buckling analyses of cylindrical sandwich panel with magneto rheological fluid layer, Journal of Sandwich Structures and Materials, 20 (6) (2015) 1-27.

[2] Y. Frostig, Buckling of sandwich panels with a flexible core-highorder theory, International Journal of Solids and Structures, 35(3) (1998) 183–204.

[3] H. Salimi, M. Noorabadi, J. Eskandari Jam, Vibration analysis of composite cylindrical shell reinforced with circumferential rib, Tabriz Journal of Mechanic, 46(2) (2016) 167-172 (in Persian).

[4] M. Bagheri, A. A. Jafari, M. Sadeghifar, Multi-objective optimization of ring stiffened cylindrical shells using a genetic algorithm, Journal of Sound and Vibration, 330 (2011) 374–384.

[5] A. R. Pourmoayed, K. Malekzadeh Fard, M. Shahravi, Vibration analysis of a cylindrical sandwich panel with Fflexible core using an improved higher-order theory, Modares Mechanical Engineering, 17(3) (2016) 227-238 (in Persian).

HOW TO CITE THIS ARTICLE

R. Azar Afza, K. MalekzadehFard, M. Golaghapour Kami, A.R. Pourmoayed, Dynamic analysis of cylindrical sandwich shell with orthogonal stiffeners using high-order theory, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 4) (2021) 585-588.

DOI: 10.22060/mej.2020.18018.6712

This page intentionally left blank

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک، دوره ۵۳، شماره ویژه ۴، سال ۱۴۰۰، صفحات ۲۴۷۳ تا ۲۴۹۲
DOI: 10.22060/mej.2020.18018.6712

تحلیل دینامیکی پوسته ساندویچی با تقویت‌کننده‌های متعامد با استفاده از تئوری مرتبه بالا

رضا آذر افزا[۱]، کرامت ملک‌زاده فرد[۲]، میثم گل‌آقاپورکامی[۳]، علیرضا پورموید[۴*]

۱- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران
۲- دانشکده هوافضا، دانشگاه صنعتی مالک اشتر، تهران، ایران
۳- دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی نوشیروانی، بابل، ایران
۴- دانشکده مکانیک، دانشگاه پدافند هوایی خاتم‌الانبیاء (ص)، تهران، ایران

خلاصه: در این مقاله ارتعاشات آزاد و اجباری پوسته استوانه‌ای ساندویچی مرکب با تقویت‌کننده‌های متعامد با استفاده از تئوری مرتبه بالا مورد تحلیل قرار گرفته است. سازه ساندویچی مذکور از دو رویه کامپوزیتی ارتوتروپیک و یک هسته انعطاف‌پذیر از جنس فوم و تقویت‌کننده‌های طولی و محیطی تشکیل شده است. رویه‌ها و هسته کاملاً به یکدیگر چسبیده می‌باشند و جابجایی نسبی بین آن‌ها در محل اتصال وجود ندارد. جهت تحلیل این پوسته تحت شرایط مرزی دو سر ساده، جابجایی رویه‌ها بر مبنای تئوری مرتبه سوم کانت و در هسته از مدل دوم فروستیگ استفاده شده است. از روش ریلی ریتز جهت حل ارتعاشات آزاد و روش مودهای فرض شده جهت تحلیل ارتعاشات اجباری استفاده شده است. در بخش ارتعاشات اجباری بارگذاری سینوسی به صورت یکنواخت و شعاعی بر پوسته اعمال می‌گردد. شبیه‌سازی ارتعاشات پوسته ساندویچی تقویت‌شده با نرم‌افزار آباکوس انجام شده است. در نهایت اثر پارامترهای مختلف از جمله نسبت طول به شعاع، نسبت ضخامت به شعاع، ضخامت هسته به ضخامت کل، ساختار و جنس رویه‌ها و هسته بر پاسخ ارتعاشی سازه مورد بررسی قرار گرفته است. صحه‌گذاری نتایج ارتعاشات آزاد و اجباری به‌دست‌آمده از تحلیل حاضر با نتایج دیگر مراجع و نرم‌افزار آباکوس مقایسه گردید.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۸/۱۲/۱۰
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۰۹
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۶/۱۷

کلمات کلیدی:
ارتعاشات آزاد
ارتعاشات اجباری
پوسته ساندویچی
تقویت‌کننده‌های متعامد
تئوری مرتبه بالا

۱- مقدمه

استفاده از سازه‌های ساندویچی به طور روزافزون در صنایع مختلف از جمله: هوافضا، حمل و نقل جاده‌ای، دریایی و سازه‌های ساختمانی در سه دهه اخیر گسترش یافته است. دلیل اصلی این موضوع ویژگی‌های برجسته پانل‌های ساندویچی از قبیل نسبت مقاومت به وزن زیاد، مقاومت عالی در برابر خوردگی، خستگی، امکان استفاده از رویه‌های کامپوزیتی و هسته با خواص جهت‌دار و عملکرد مناسب در دمای بالا می‌باشد. با این وجود یکی از راه‌های افزایش بیشتر نسبت استحکام به وزن این سازه‌ها استفاده از تقویت‌کننده‌های طولی و محیطی می‌باشد. در این بین یکی از پرکاربردترین سازه‌های ساندویچی، پانل‌هایی استوانه‌ای با رویه‌هایی نازک و ضخیم کامپوزیتی بوده که در بدنه بسیاری از سازه‌های صنعتی مانند هواپیماها، موشک‌ها، شاتل‌ها، زیردریایی‌ها و ... مورد استفاده قرار می‌گیرند. یک سازه ساندویچی اعم از تیر، ورق یا پوسته، متشکل از دو رویه و یک هسته نرم انعطاف‌پذیر می‌باشد. رویه‌ها را معمولاً از ورق‌های مستحکم فلزی و یا ورق‌های چندلایه کامپوزیتی می‌سازند. هسته‌ها نیز غالباً از پلیمرهای سبک، فوم‌ها و یا سازه‌های لانه‌زنبوری ساخته می‌شوند. به منظور بالابردن نسبت استحکام به وزن پوسته، راه‌های متعددی وجود دارد که از جمله آن‌ها می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:

استفاده از مواد مرکب (کامپوزیت)، استفاده از تقویت‌کننده‌های طولی و محیطی، انتخاب جنس پوسته از موادی که این شرایط را

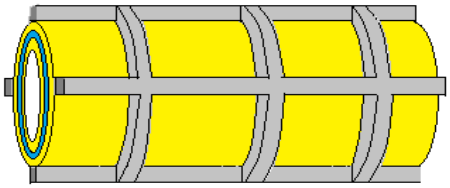
* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: pourmoayed@mut.ac.ir

حقوق مؤلفین به نویسندگان و حقوق ناشر به انتشارات دانشگاه امیرکبیر داده شده است. این مقاله تحت لیسانس آفرینندگی مردمی (Creative Commons License) در دسترس شما قرار گرفته است. برای جزئیات این لیسانس، از آدرس https://www.creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/legalcode دیدن فرمائید.

دارا می‌باشند مانند آلیاژهای با نسبت استحکام به وزن بالا، استفاده ترکیبی از سه روش فوق.

روشی که در این پژوهش مورد توجه قرار گرفته استفاده هم‌زمان از مواد مرکب (کامپوزیت) و تقویت‌کننده‌های متعامد (طولی و محیطی) می‌باشد. در میان نیازهای مطرح‌شده برای طراحی یک سازه بهینه، مواردی چون وزن کم، استحکام و سفتی بالا و توانایی بهره‌وری خوب و کارکرد مطمئن را می‌توان نام برد. همه این موارد به طور قابل‌ملاحظه‌ای با انتخاب مواد و فناوری‌های ساخت سازه ارتباط دارند. دانش خصوصیات ارتعاشی پوسته‌های کامپوزیتی، هم برای درک عمومی مبانی رفتار این پوسته‌ها و هم به منظور فهم کاربردهای صنعتی آن‌ها بسیار مهم است. در ارتباط با مفهوم کاربرد صنعتی، بایستی فرکانس‌های طبیعی پوسته به منظور جلوگیری از اثر تشدید شناخته شوند. اهمیت پیشگویی دقیق پاسخ ارتعاشی به طور فزاینده‌ای در طراحی سازه‌های هوافضایی کامپوزیتی رو به رشد است. به‌طورکلی، تئوری‌های ورق و پوسته کامپوزیتی شامل تئوری‌های تک لایه معادل [۱] (تئوری کلاسیک ورق‌های چندلایه و تئوری تغییر شکل برشی چندلایه) و تئوری الاستیسیته سه‌بعدی (تئوری عمومی الاستیسیته سه‌بعدی و تئوری لایه‌گون) می‌باشد. تئوری‌های تک‌لایه معادل، مجموعه لایه‌های کامپوزیتی را به صوت یک تک لایه معادل فرض نموده و روابط سینماتیکی جابجایی را برای آن در نظر می‌گیرند. این نوع تئوری‌ها مسئله سه‌بعدی را به یک مسئله دوبعدی تبدیل می‌نمایند. در مقابل تئوری‌های سه‌بعدی هستند که هر لایه را به صورت یک جسم سه‌بعدی جداگانه فرض می‌نمایند. مدل لایه گون به علت وابسته‌بودن تعداد توابع مجهول به تعداد لایه‌های لمینیت دارای دقت خوبی در محاسبه فرکانس‌های طبیعی می‌باشد. استفاده از تئوری‌های تک لایه معادل اغلب نتایج غیردقیقی در تحلیل پانل‌های ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر در جهت عمودی می‌دهند [۲]. ملک‌زاده و همکاران [۳] نشان دادند استفاده از تئوری مرتبه اول برشی در تحلیل پانل‌های ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر هنگامی که رویه‌ها نازک می‌باشند، نتایج نسبتاً خوبی را ارائه می‌دهد. فروستیگ تحلیل کمانش ورق ساندویچی را با استفاده از تئوری مرتبه اول برشی بررسی نمود [۴]. بیگلری و جعفری [۵] به منظور تحلیل استاتیکی و ارتعاشی پوسته ساندویچی دو انحنایی یک تئوری سه لایه ترکیبی ارائه نمودند. در این مدل از تئوری دانل در رویه‌ها استفاده شده و تغییرات تنش‌ها در هسته سازه به شکل خطی فرض شده است. کررا[1] با استفاده از تئوری زیگزاگ الگویی برای مدل‌سازی ورق‌ها و پوسته‌ها ارائه داد [۶]. گارگ[2] با استفاده از تئوری ساندرز به بررسی ارتعاشات آزاد پوسته ساندویچی دو انحنایی پرداخت [۷]. زارعی و همکاران به بررسی ارتعاشات آزاد استوانه کامپوزیتی مشبک دوار با تکیه‌گاه‌های مختلف با استفاده از بسط سری فوریه پرداختند آن‌ها معادلات مربوط به آنالیز ارتعاشی را بر مبنای تئوری ساندرز استخراج و با استفاده از بسط سری فوریه تبدیل استوکس فرکانس ارتعاشات پوسته استوانه‌ای را تعیین نمودند [۸]. با توجه به نقایص تئوری‌های فوق، هنگامی‌که تمام مؤلفه‌های تنش بخواهند در نظر گرفته شود، محققین از تئوری‌های بهبودیافته مرتبه بالا استفاده می‌نمایند. در این زمینه می‌توان به تحقیقات محققانی همانند فروستیگ و تامسون[3] [۹] و ملک‌زاده و همکاران [۱۰] اشاره نمود. رحمانی و همکارانش [۱۱] ارتعاشات آزاد یک پوسته استوانه‌ای ساندویچی با هسته انعطاف‌پذیر را بر مبنای تئوری مرتبه بالای ورق‌ها بررسی کردند. آن‌ها میدان جابجایی در هسته را با فرض یکنواختی تنش‌های برشی در جهت ضخامت و با استفاده از روابط الاستیسیته به دست آوردند و برای رویه‌ها از تئوری کلاسیک پوسته‌ها استفاده کردند. کاگاوا[4] [۱۲] ارتعاشات غیرمحوری متقارن پوسته‌های استوانه‌ای ساندویچی را با استفاده از تئوری برشی تک لایه معادل مرتبه اول و روش حل ناویر را مورد بررسی قرار داد. رحیمی و همکارانش [۱۳]، یک روش تحلیلی جهت بررسی رفتار ارتعاشی پوسته‌های استوانه‌ای تقویت‌شده تحت شرایط مرزی مختلف ارائه نمودند. سلیمی و همکارانش [۱۴]، ارتعاشات آزاد پوسته استوانه‌ای کامپوزیتی تقویت‌شده با ریب محیطی تحت شرایط مرزی یک سرگیردار و دوسرگیردار را با روش تحلیلی و المان محدود بررسی نمودند و نتایج دو روش را با هم مقایسه نمودند. زارعی و همکاران [۱۵]، ارتعاشات آزاد پوسته‌های کامپوزیتی استوانه‌ای و مخروطی تقویت‌شده تحت شرایط مرزی مختلف را بررسی نمودند و معادلات مربوطه را بر اساس تئوری دانل استخراج نموده و اثرات تغییرات پارامترهای هندسی و تغییر در زاویه بین تقویت‌کننده‌ها را بر فرکانس‌های طبیعی مورد بررسی قرار دادند. شاهقلیان و همکارانش [۱۷ و ۱۶]، به بررسی عددی و تجربی ارتعاشات آزاد ورق‌های کامپوزیتی

1 Carrera
2 Garg
3 Frostig, Thomsen
4 Kagawa



شکل ۱. پوسته استوانه‌ای ساندویچی با تقویت‌کننده‌های متعامد

Fig. 1. Sandwich cylindrical shell with orthogonal stiffeners

مشبک پرداختند و اثرات تقویت‌کننده‌های طولی و عرضی را بر استحکام پوسته‌های کامپوزیتی مورد بررسی قرار داده و نوع سطح مقطع بهینه را برای تقویت‌کننده‌ها مشخص نمودند.

با توجه به تحقیقات انجام‌گرفته، ملاحظه می‌شود تاکنون تحقیقی که مسئله ارتعاشات آزاد و اجباری پوسته ساندویچی استوانه‌ای با هسته انعطاف‌پذیر و تقویت‌کننده‌های متعامد که دارای رویه‌های ضخیم و تمام مؤلفه‌های تنش در نظر گرفته شده باشد، پرداخته نشده است. در این مقاله برای رویه‌ها از تئوری مرتبه بالای ارتقاء یافته و برای هسته از مدل دوم فروستیگ استفاده شده است. رویه‌های بالا و پایین ضخیم، میدان جابجایی به صورت چندجمله‌ای درجه سه و تمام مؤلفه‌های تنش در نظر گرفته شده‌اند. علاوه بر این در روابط مربوط به منتجه‌های تنش هسته ترم(z/R+1) که ترم خیلی مهمی در تحلیل پانل ساندویچی استوانه‌ای شکل می‌باشد در نظر گرفته شده است.

۲- معادلات حاکم

۲- ۱- مدل هندسی مورد مطالعه

شکل۱، مدل هندسی مورد مطالعه در این تحقیق را که از یک پانل ساندویچی استوانه‌ای ضخیم که از دو رویه مواد مرکب لایه‌ای و تقویت‌کننده‌های متعامد طولی و محیطی تشکیل شده است، نشان می‌دهد. ضخامت رویه‌های بالایی و پایینی و هسته به ترتیب برابر با مقادیر ثابت h_t، h_b و h_c می‌باشد. شعاع‌های میانی رویه‌های بالا، پایین و هسته به ترتیب برابر R_t، R_b و R_c می‌باشد. طول پوسته استوانه‌ای L و ضخامت کل h می‌باشد.

۲- ۲- میدان جابجایی رویه‌ها و هسته

با توجه به این که تئوری‌های متداول قادر به پیش‌بینی اثرات تغییر شکل‌های برشی دقیق در راستای ضخامت رویه‌ها و هسته نمی‌باشند، ارائه یک مدل تحلیلی مرتبه بالا که قادر به لحاظ‌کردن اثرات انعطاف‌پذیری هسته باشد، ضروری است. به همین منظور در این مقاله مدل مرتبه بالای پانل ساندویچی مورد استفاده قرار گرفته است. جابجایی‌های u,v,w رویه‌ها در جهت محورهای x، θ و z مطابق با تئوری مرتبه سوم کانت، به صورت رابطه (۱) می‌باشند.

$$\begin{aligned}
u_i(x,\theta,z,t) &= u_0^i(x,\theta,t) + z_i u_1^i(x,\theta,t) + \\
v_i(x,\theta,z,t) &= v_0^i(x,\theta,t) + z_i v_1^i(x,\theta,t) + \\
w_i(x,\theta,z,t) &= w_0^i(x,\theta,t) + z_i w_1^i(x,\theta,t) - \\
&) + z_i^2 u_2^i(x,\theta,t) + z_i^3 u_3^i(x,\theta,t) \\
&+ z_i^2 v_2^i(x,\theta,t) + z_i^3 v_3^i(x,\theta,t) \\
&t) + z_i^2 w_2^i(x,\theta,t)
\end{aligned} \tag{۱}$$

که در آن $i=t,b$ می‌باشد.

میدان جابجایی هسته مطابق با مدل دوم فروستیگ با رابطه (۲) در نظر گرفته می‌شود.

$$\begin{aligned}
u_c(x,\theta,z,t) &= u_0^c(x,\theta,t) + z_c u_1^c(x,\theta,t) + z_c^2 u_2^c(x,\theta,t) + z_c^3 u_3^c(x,\theta,t) \\
v_c(x,\theta,z,t) &= (1+\frac{z_c}{R}) v_0^c(x,\theta,t) + z_c v_1^c(x,\theta,t) + z_c^2 v_2^c(x,\theta,t) + z_c^3 v_3^c(x,\theta,t) \\
w_c(x,\theta,z,t) &= w_0^c(x,\theta,t) + z_c w_1^c(x,\theta,t) + z_c^2 w_2^c(x,\theta,t)
\end{aligned} \tag{۲}$$

۲- ۳- میدان جابجایی تقویت‌کننده‌ها

میدان جابجایی تقویت‌کننده‌های بیرونی با فرض تبعیت از رویه بیرونی با روابط (۳) محاسبه می‌گردد.

$$\begin{aligned}
u_s &= u_t(x,\theta,0,t) - z_s \frac{\partial w_t(x,\theta,0,t)}{\partial x} \quad , \\
w_s &= w_t(x,\theta,\frac{h_t}{2},t) \quad , \quad z_s = \frac{d_s + h_t}{2} \\
v_s &= v_t(x,\theta,0,t)(1-\frac{z_s}{R_t}) - \frac{z_s}{R_t}\frac{\partial w_t(x,\theta,0,t)}{\partial \theta}
\end{aligned} \tag{۳}$$

که در آن d_s ارتفاع تقویت‌کننده‌ها، و z_sفاصله سطح میانی رویه بیرونی تا سطح میانی تقویت کننده‌ها می‌باشد.

۲-۴- روابط کرنش- جابجایی رویه‌ها و هسته

روابط سینماتیک برای رویه‌ها طبق رابطه (۴) می‌باشد:

$$\varepsilon^i_{xx}=\frac{\partial u_i}{\partial x}\quad,\quad \varepsilon^i_{x\theta}=\frac{1}{R_i}\frac{\partial u_i}{\partial \theta}+\frac{\partial v_i}{\partial x}$$
$$\varepsilon^i_{\theta\theta}=\frac{1}{R_i}\frac{\partial v_i}{\partial \theta}+\frac{w_i}{R_i}\quad,\quad \varepsilon^i_{z\theta}=$$
$$,\quad \varepsilon^i_{zz}=\frac{\partial w_i}{\partial z}\quad,\quad \varepsilon^i_{xz}=\frac{\partial u_i}{\partial z}+\frac{\partial w_i}{\partial x} \tag{۴}$$
$$\frac{1}{R_i}\frac{\partial w_i}{\partial \theta}+\frac{\partial v_i}{\partial z}-\frac{v_i}{R_i}$$

با قراردادن میدان جابجایی رویه‌ها (روابط (۱)) در روابط کرنش رویه‌ها (روابط (۴))، کرنش‌ها بر حسب میدان جابجایی مطابق روابط (۵) به دست می‌آیند.

$$\varepsilon^i_{xx}=u^i_{0,x}+z_i u^i_{1,x}+z_i^2 u^i_{2,x}+z_i^3 u^i_{3,x}\quad,$$
$$\varepsilon^i_{\theta\theta}=\left[\frac{1}{R_i}\begin{pmatrix} v^i_{0,\theta}+z_i v^i_{1,\theta}+z_i^2 v^i_{2,\theta}\\ +z_i^3 v^i_{3,\theta}+w^i_0+z_i w^i_1+z_i^2 w^i_2\end{pmatrix}\right]$$
$$\varepsilon^i_{zz}=w^i_1+2z\,w^i_2\quad,\quad \gamma^i_{x\theta}=v^i_{0,x}+z_i v^i_{1,x}+z_i^2 v^i_{2,x}+ \tag{۵}$$
$$z_i^3 v^i_{3,x}+[\frac{1}{R_i}(u^i_{0,\theta}+z_i u^i_{1,\theta}+z_i^2 u^i_{2,\theta}+z_i^3 u^i_{3,\theta})]$$
$$\gamma^i_{xz}=(w^i_{0,x}+z_i w^i_{1,x}+z_i^2 w^i_{2,x})+(u^i_1+2z_i u^i_2+3z_i^2 u^i_3)$$
$$\gamma^i_{\theta z}=\left[\frac{1}{R_i}\begin{pmatrix} w^i_{0,\theta}+z_c w^i_{1,\theta}+z_i^2 w^i_{2,\theta}\\ -v^i_0-z_i v^i_1-z_i^2 v^i_2-z_i^3 v^i_3\end{pmatrix}\right]+(v^i_1+2z_i v^i_2+3z_i^2 v^i_3)$$

و روابط سینماتیک برای هسته طبق رابطه (۶) نوشته می‌شود:

$$\varepsilon^c_{xx}=\frac{\partial u_c}{\partial x}\ ,\ \varepsilon^c_{x\theta}=\frac{1}{1+\frac{z_c}{R_c}}\frac{1}{R_c}\frac{\partial u_c}{\partial \theta}+\frac{\partial v_c}{\partial x}\quad,$$
$$\varepsilon^c_{zz}=\frac{\partial w_c}{\partial z}\quad,\quad \varepsilon^c_{xz}=\frac{\partial u_c}{\partial z}+\frac{\partial w_c}{\partial x} \tag{۶}$$
$$\varepsilon^c_{\theta\theta}=\frac{1}{1+\frac{z_c}{R_c}}(\frac{1}{R_c}\frac{\partial v_c}{\partial \theta}+\frac{w_c}{R_c})\ ,\ \varepsilon^c_{z\theta}=\frac{1}{1+\frac{z_c}{R_c}}(\frac{1}{R_c}\frac{\partial w_c}{\partial \theta}-\frac{v_c}{R_c})+\frac{\partial v_c}{\partial z}$$

با قراردادن میدان جابجایی هسته (روابط (۲)) در روابط کرنش‌های هسته (روابط (۶))، کرنش‌ها بر حسب میدان جابجایی مطابق روابط (۷) به دست می‌آیند.

$$\varepsilon^c_{xx}=u^c_{0,x}+z_c u^c_{1,x}+z_c^2 u^c_{2,x}+z_c^3 u^c_{3,x}\quad,$$
$$\varepsilon^c_{\theta\theta}=\frac{1}{(1+\frac{z_c}{R_c})}\left[\frac{1}{R_c}\begin{pmatrix}(1+\frac{z_c}{R_c})v^c_{0,\theta}+z_c v^c_{1,\theta}+z_c^2 v^c_{2,\theta}\\ +z_c^3 v^c_{3,\theta}+w^c_0+z_c w^c_1+z_c^2 w^c_2\end{pmatrix}\right] \tag{۷}$$
$$\varepsilon^c_{zz}=w^c_1+2z\,w^c_2\quad,\quad \gamma^c_{x\theta}=(1+\frac{z_c}{R_c})v^c_{0,x}+z_c v^c_{1,x}+z_c^2 v^c_{2,x}$$
$$\gamma^c_{xz}=(w^c_{0,x}+z_c w^c_{1,x}+z_c^2 w^c_{2,x})+(u^c_1+2z\,u^c_2+3z_c^2 u^c_3)$$
$$\gamma^c_{\theta z}=\frac{1}{(1+\frac{z_c}{R_c})}\left[\frac{1}{R_c}\begin{pmatrix} w^c_{0,\theta}+z_c w^c_{1,\theta}+z_c^2 w^c_{2,\theta}-(1+\frac{z_c}{R_c})v^c_0\\ -z_c v^c_1-z_c^2 v^c_2-z_c^3 v^c_3\end{pmatrix}\right]+(\frac{v^c_0}{R_c}+v^c_1+2z_c v^c_2+3z_c^2 v^c_3)$$

۲-۵- روابط تنش- کرنش رویه‌ها و هسته

روابط تنش- کرنش برای لایه kام کامپوزیت ارتوتروپیک طبق رابطه (۸) تعریف می‌شود [۱۸]:

$$\begin{Bmatrix}\sigma_{xx}\\ \sigma_{\theta\theta}\\ \sigma_{zz}\\ \tau_{x\theta}\\ \tau_{xz}\\ \tau_{\theta z}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} & Q_{14} & 0 & 0\\ Q_{12} & Q_{22} & Q_{23} & Q_{24} & 0 & 0\\ Q_{13} & Q_{23} & Q_{33} & Q_{34} & 0 & 0\\ Q_{14} & Q_{24} & Q_{34} & Q_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} & Q_{56}\\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{56} & Q_{66}\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon_{xx}\\ \varepsilon_{\theta\theta}\\ \varepsilon_{zz}\\ \gamma_{x\theta}\\ \gamma_{xz}\\ \gamma_{\theta z}\end{Bmatrix} \tag{۸}$$

روابط تنش- کرنش برای هسته ایزوتروپ طبق رابطه (۹) تعریف می‌شود [۱۸]:

$$\begin{Bmatrix}\sigma^c_{xx}\\ \sigma^c_{\theta\theta}\\ \sigma^c_{zz}\\ \tau^c_{x\theta}\\ \tau^c_{xz}\\ \tau^c_{\theta z}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0\\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0\\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & C_{44} & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{55} & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}\end{Bmatrix}\begin{Bmatrix}\varepsilon^c_{xx}\\ \varepsilon^c_{\theta\theta}\\ \varepsilon^c_{zz}\\ \gamma^c_{x\theta}\\ \gamma^c_{xz}\\ \gamma^c_{\theta z}\end{Bmatrix} \tag{۹}$$

$$Q_{11}=C_{11}\,c^4+2(C_{12}+C_{44})s^2\,c^2+C_{22}\,s^4\quad,\quad Q_{12}=C_{12}(s^4+c$$
$$Q_{13}=(C_{13}\,c^2+C_{23}\,s^2)\quad,\quad Q_{14}=(C_{11}-C_{12}-2C_{44})s\,c^3+(C_1$$
$$Q_{22}=C_{11}\,s^4+2(C_{12}+2C_{44})s^2\,c^2+C_{22}\,c^4\quad,\quad Q_{23}=(C_{13}\,s^2+ \tag{۱۰}$$
$$Q_{24}=(C_{11}-C_{12}-2C_{44})s\,c^3+(C_{12}-C_{22}+2C_{44})c\,s^3\quad,\quad Q$$
$$Q_{34}=(C_{13}-C_{32})s\,c\quad,\quad Q_{55}=C_{55}\,c^2+C_{66}s^2$$
$$Q_{44}=(C_{11}-2C_{12}+C_{22}-2C_{44})s^2\,c^2+C_{44}(s^4+c^4)\quad,\quad Q_{56}$$

که درایه‌های ماتریس سفتی به صورت روابط (۱۱) محاسبه می‌گردند:

$$C_{11}=\frac{E_1(1-\upsilon_{23}\upsilon_{23})}{\Delta}\quad,\quad C_{12}=\frac{E_1(\upsilon_{21}-\upsilon_{31}\upsilon_{23})}{\Delta}\quad,\quad C_{13}=\frac{E_1(\upsilon_{31}-\upsilon_{21}\upsilon_{32})}{\Delta}$$
$$C_{22}=\frac{E_1(1-\upsilon_{31}\upsilon_{13})}{\Delta}\quad,\quad C_{23}=\frac{E_1(\upsilon_{32}-\upsilon_{12}\upsilon_{31})}{\Delta}\quad,\quad {}_{33}$$
$$C_{44}=G_{12}\quad,\quad C_{55}=G_{13}\quad,\quad \Delta=(1-\upsilon_{21}\upsilon_{12}-\upsilon_{23}\upsilon_{32} \tag{۱۱}$$
$$C_{33}=\frac{E_1(1-\upsilon_{12}\upsilon_{21})}{\Delta}$$
$$-\upsilon_{13}\upsilon_{31}-2\upsilon_{21}\upsilon_{13}\upsilon_{32})\quad,\quad C_{66}=G_{23}$$

که در روابط (۱۱)، E_{ij}ها مدول یانگ و v_{ij}ها ضرایب پواسون

هستند که مستقل از هم نیستند و با روابط زیر به هم مرتبطند:

$$\frac{\upsilon_{12}}{E_{11}}=\frac{\upsilon_{21}}{E_{22}} \qquad \frac{\upsilon_{13}}{E_{11}}=\frac{\upsilon_{31}}{E_{33}} \qquad \frac{\upsilon_{23}}{E_{22}}=\frac{\upsilon_{32}}{E_{33}} \tag{۱۲}$$

در روابط (۱۰)، $c=\cos\theta$, $s=\sin\theta$ و θ زاویه چرخش الیاف[1] در هر لایه هستند. جهت مثبت قراردادی زاویه θ، چرخش به صورت ساعت‌گرد نسبت به راستای مرجع زاویه الیاف، یعنی جهت مثبت محور x است.

۲-۶- شرایط سازگاری جابجایی‌ها

در این مقاله تقویت‌کننده‌ها به صورت ایده‌آل به رویه بیرونی و رویه‌ها به صورت ایده‌آل به هسته چسبیده‌اند. به عبارت دیگر شرایط پیوستگی جابجایی‌ها در فصل مشترک‌ها برقرار است. بنابراین هر سه مؤلفه جابجایی رویه بالایی با تقویت‌کننده‌ها و هسته در فصول مشترک، با هم برابرند. این شرایط برای فصل مشترک رویه پایینی با هسته نیز برقرار است. به این ترتیب، شرایط پیوستگی جابجایی در فصل مشترک هر یک از رویه‌ها با هسته مطابق روابط (۱۳) تعریف می‌گردد:

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} u_t\big|_{z_t=\frac{-ht}{2}}=u_c\big|_{z_c=\frac{h_c}{2}}, \\ u_b\big|_{z_b=\frac{h_b}{2}}=u_c\big|_{z_c=\frac{-h_c}{2}}, \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_t\big|_{z_t=\frac{-ht}{2}}=v_c\big|_{z_c=\frac{h_c}{2}} \\ v_b\big|_{z_b=\frac{h_b}{2}}=v_c\big|_{z_c=\frac{-h_c}{2}} \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} w_t\big|_{z_t=\frac{-ht}{2}}=w_c\big|_{z_c=\frac{h_c}{2}}, \\ w_b\big|_{z_b=\frac{h_b}{2}}=w_c\big|_{z_c=\frac{-h_c}{2}}, \end{bmatrix} \end{cases} \tag{۱۳}$$

با استفاده از معادلات سازگاری (۱۳)، روابط میان پارامترهای وابسته جابجایی در هسته میانی مطابق روابط (۱۴) استخراج می‌شوند:

$$\begin{cases} u_2^c=\dfrac{8(u_0^b+u_0^t)+4(h_b u_1^b-h_t u_1^t)}{4h_c^2}+\dfrac{2(h_b^2u_2^b+h_t^2u_2^t)+(h_b^3u_3^b-h_t^3u_3^t)-16u_0^c}{4h_c^2} \\ u_3^c=\dfrac{8(u_0^t-u_0^b)-4(h_t u_1^t+h_b u_1^b)}{2h_c^3}+\dfrac{2(h_t^2u_2^t-h_2^2u_2^b)-(h_t^3u_3^t+h_b^3u_3^b)-8h_c u_1^c}{2h_c^3} \\ v_2^c=\dfrac{8(v_0^b+v_0^t)+4(h_b v_1^b-h_t v_1^t)}{4h_c^2}+\dfrac{2(h_b^2v_2^b+h_t^2v_2^t)+(h_b^3v_3^b-h_t^3v_3^t)-16v_0^c}{4h_c^2} \\ v_3^c=\dfrac{8(v_0^t-v_0^b)-4(h_t v_1^t+h_b v_1^b)}{2h_c^3}+\dfrac{2(h_t^2v_2^t-h_2^2v_2^b)-(h_t^3v_3^t+h_b^3v_3^b)-8\frac{h_c}{R_c}v_0^c-8h_c v_1^c}{2h_c^3} \\ w_1^c=\dfrac{8(w_0^t-w_0^b)-4(h_t w_1^t+h_b w_1^b)+2(h_t^2w_2^t-h_b^2w_2^b)}{8h_c} \\ w_2^c=\dfrac{8(w_0^t+w_0^b)+4(h_b w_1^b-h_t w_1^t)+2(h_t^2w_2^t+h_b^2w_2^b)-16w_0^c}{4h_c^2} \end{cases} \tag{۱۴}$$

1 Fibres orientation

با توجه به رابطه (۱۴) به دست آمده ۱۱ مجهول هسته به ۵ مجهول $u_0^c,u_1^c,v_0^c,v_1^c,w_0^c$ تقلیل می‌یابند. بنابراین در تحلیل پوسته ساندویچی استوانه‌ای تقویت‌شده یک انحنایی فوق می‌بایست ۲۷ مجهول به شرح زیر را به دست آورد:

$$\{d\}=\begin{Bmatrix} u_0^b,v_0^b,w_0^b,u_0^t,v_0^t,w_0^t,u_1^b,v_1^b,w_1^b,u_1^t,v_1^t,w_1^t,u_2^b,v_2^b, \\ w_2^b,u_2^t,v_2^t,w_2^t,u_3^b,v_3^b,u_3^t,v_3^t,u_0^c,u_1^c,v_0^c,v_1^c,w_0^c \end{Bmatrix}^T \tag{۱۵}$$

۲-۷- انرژی جنبشی پوسته ساندویچی

انرژی جنبشی رویه‌ها و هسته پوسته ساندویچی با رابطه (۱۶) بیان می‌شود:

$$K_i=\sum_{i=t,b,c}\int_{\frac{-h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}}\int_0^L\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}\rho_i R_i(\dot{u}_i^2+\dot{v}_i^2+\dot{w}_i^2)\,d\theta dx\,dz \tag{۱۶}$$

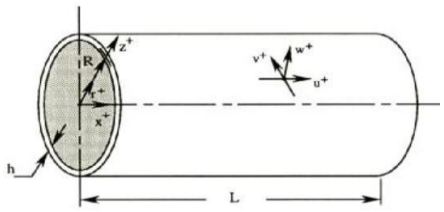
که در آن ρ_i چگالی لایه iام می‌باشد.

جهت انجام محاسبات انتگرال برای رویه‌ها، میدان جابجایی رویه‌ها در رابطه (۱۶) قرار داده می‌شود.

$$\begin{aligned} K_i &= -\sum_{i=t,b,c}\iint_{A_i}\int_{\frac{-h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}}\frac{1}{2}\rho_i\begin{bmatrix}(\dot{u}_0^i+z_i\dot{u}_1^i+z_i^2\dot{u}_2^i+z_i^3\dot{u}_3^i)^2 \\ +(\dot{v}_0^i+z_i\dot{v}_1^i+z_i^2\dot{v}_2^i+z_i^3\dot{v}_3^i)^2 \\ +(\dot{w}_0^i+z_i\dot{w}_1^i+z_i^2\dot{w}_2^i)^2\end{bmatrix}dz_i\,dA_i \\ &= \sum_{i=t,b}\begin{pmatrix}\iint_A(I_0^i\,\dot{u}_0^{i\,2}+2I_1^i\dot{u}_0^i\dot{u}_1^i+I_2^i\dot{u}_1^{i2} \\ +2I_2^i\dot{u}_0^i\dot{u}_2^i+2I_3^i\dot{u}_1^i\dot{u}_2^i+I_4^i\dot{u}_2^{i\,2} \\ +2I_3^i\dot{u}_0^i\dot{u}_3^i+2I_4^i\dot{u}_1^i\dot{u}_3^i \\ +2I_5^i\dot{u}_2^i\dot{u}_3^i+I_6^i\dot{u}_3^{i2})dA_i\end{pmatrix}+ \\ &\begin{pmatrix}\iint_A(I_0^i\,\dot{v}_0^{i\,2}+2I_1^i\dot{v}_0^i\dot{v}_1^i+I_2^i\dot{v}_1^{i2} \\ +2I_2^i\dot{v}_0^i\dot{v}_2^i+2I_3^i\dot{v}_1^i\dot{v}_2^i+I_4^i\dot{v}_2^{i\,2} \\ +2I_3^i\dot{v}_0^i\dot{v}_3^i+2I_4^i\dot{v}_1^i\dot{v}_3^i \\ +2I_5^i\dot{v}_2^i\dot{v}_3^i+I_6^i\dot{v}_3^{i2})dA_i\end{pmatrix}+ \\ &\begin{pmatrix}\iint_A(I_0^i\,\dot{w}_0^{i\,2}+2I_1^i\dot{w}_0^i\dot{w}_1^i+I_2^i\dot{w}_1^{i2} \\ +2I_2^i\dot{w}_0^i\dot{w}_2^i+2I_3^i\dot{w}_1^i\dot{w}_2^i+I_4^i\dot{w}_2^{i\,2})dA_i\end{pmatrix}\end{aligned} \tag{۱۷}$$

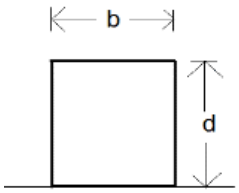
که در آن:

$$(I_0^i,I_1^i,I_2^i,I_3^i,I_4^i,I_5^i,I_6^i)=\int_{\frac{-h_i}{2}}^{\frac{-h_i}{2}}\rho_i(1,z_i,z_i^2,z_i^3,z_i^4,z_i^5,z_i^6)dz_i \tag{۱۸}$$



شکل ۲. دستگاه مختصات و جهات مثبت آن بر روی پوسته استوانه‌ای

Fig. 2. The coordinate system and its positive directions on the cylindrical shell



شکل ۳. مقطع تقویت‌کننده‌های رینگ و استرینگر

Fig. 3. Ring and stringer cross section

۲-۸- انرژی کرنشی پوسته‌ی ساندویچی

انرژی کرنشی رویه‌های بالایی، پایینی و هسته‌ی پوسته ساندویچی با رابطه (۱۹) بیان می‌شود:

$$U_i = \sum_{i=t,b,c} \int_{-\frac{h_i}{2}}^{\frac{h_i}{2}} \int_0^L \int_0^{2\pi} \frac{1}{2} R_i (\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \sigma_{\theta\theta}\varepsilon_{\theta\theta} + \sigma_{zz}\varepsilon_{zz} + \tau_{xz}\gamma_{xz} + \tau_{x\theta}\gamma_{x\theta} + \tau_{\theta z}\gamma_{\theta z})\, d\theta dx dz \quad (۱۹)$$

۲-۹- شرایط مرزی

شرط مرزی مورد مطالعه در این مقاله، شرط تکیه‌گاه دو سر ساده[1] می‌باشد که مطابق رابطه (۲۱) تعریف می‌شوند. برای ارضای شرایط مورد نظر ضرایب بردار d به صورت سری‌های فوریه دوگانه طبق رابطه (۲۰) تعریف شوند [۱۸]:

$$\begin{bmatrix} u_i^j \\ u_0^c \\ u_1^c \\ v_i^j \\ v_0^c \\ v_1^c \\ w_l^j \\ w_0^c \end{bmatrix} = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \begin{bmatrix} u_i^{j,mn}\cos(\alpha x)\cos(n\theta) \\ u_0^{c,mn}\cos(\alpha x)\cos(n\theta) \\ u_1^{c,mn}\cos(\alpha x)\cos(n\theta) \\ v_i^{j,mn}\sin(\alpha x)\sin(n\theta) \\ v_0^{c,mn}\sin(\alpha x)\sin(n\theta) \\ v_1^{c,mn}\sin(\alpha x)\sin(n\theta) \\ w_l^{j,mn}\sin(\alpha x)\cos(n\theta) \\ w_0^{c,mn}\sin(\alpha x)\cos(n\theta) \end{bmatrix}, \quad i = 0,1,2,3 \quad : \quad (۲۰)$$

$$x = 0 \;\&\; x = L \;\Rightarrow\; N_{xxi} = M_{xxi} = v_i = w_i = 0 \quad (۲۱)$$

که در آن m تعداد نیم موج‌ها در جهت x و n تعداد نیم موج‌ها در جهت θ می‌باشد.

$u_i^{j,mn}, u_0^{c,mn}, u_1^{c,mn}, v_i^{j,mn}, v_0^{c,mn}, v_1^{c,mn}, w_l^{j,mn}, w_0^{c,mn}$ ضرایب زمانی هستند که باید تعیین شوند.

۲-۱۰- محاسبه انرژی تقویت‌کننده‌ها

تقویت‌کننده‌هایی که در این تحقیق مورد بررسی قرار گرفته‌اند، همگی دارای مقطع مستطیلی، ارتفاع آن‌ها d و ضخامت آن‌ها b می‌باشد (شکل۳). این مقادیر با اندیس r متعلق به تقویت‌کننده‌های محیطی و با اندیس s متعلق به تقویت‌کننده‌های طولی می‌باشند.

۲-۱۱- انرژی پتانسیل کرنشی تقویت‌کننده‌های محیطی (رینگ)

انرژی کرنشی رینگ را می‌توان به چند بخش تقسیم نمود که با روابط (۲۲) تا (۲۵) تعریف می‌شوند:

- انرژی کرنشی ناشی از خمش حول محوری موازی با محور z [۱۹]:

$$U_{1ri} = \int_0^{2\pi} \frac{E_{ri} I_{zri}}{2} \frac{1}{(R+\bar{z}_{ri})} \left[\frac{1}{(R+\bar{z}_{ri})} \frac{\partial^2 u_{ri}}{\partial\theta^2} + \frac{\partial w_{ri}}{\partial x} \right]^2 d\theta \quad (۲۲)$$

- انرژی کرنشی ناشی از خمش حول محوری موازی با محور x [۱۹]:

$$U_{2ri} = \int_0^{2\pi} \frac{E_{ri} I_{xri}}{2} \frac{1}{(R+\bar{z}_{ri})^3} \left[\frac{\partial^2 v_{ri}}{\partial\theta^2} + w_{ri} \right]^2 d\theta \quad (۲۳)$$

- انرژی کرنشی ناشی از کشش یا فشار محوری در رینگ [۱۹]:

$$U_{3ri} = \int_0^{2\pi} \frac{E_{ri} A_{ri}}{2} \frac{1}{(R+\bar{z}_{ri})} \left[\frac{\partial v_{ri}}{\partial\theta} - w_{ri} \right]^2 d\theta \quad (۲۴)$$

1 Simply Support

- انرژی کرنشی ناشی از پیچش در رینگ [۱۹]:

$$U_{4rj}=\int_0^{2\pi}\frac{G_{ri}J_{ri}}{2}\frac{1}{(R+\bar{z}_{ri})}\left[-\frac{\partial^2 v_{ri}}{\partial x\partial\theta}+\frac{1}{(R+\bar{z}_{ri})}\frac{\partial u}{\partial\theta}\right]^2 d\theta \qquad (۲۵)$$

در روابط (۲۲) تا (۲۵)، اندیس ri به معنای تقویت‌کننده محیطی (رینگ) iام است. $I_{xri}(x)$ و $I_{zri}(x)$ به ترتیب ممان اینرسی دوم سطح مقطع رینگ حول محورهایی هستند که از مرکز سطح مقطع رینگ عبور کرده و با محورهای x و z موازی باشند. $A_{ri}(x)$ مساحت مقطع و $J_{ri}(x)$ سفتی پیچشی رینگ می‌باشد. در نهایت $\bar{z}_{ri}(x)$ نیز خروج از مرکز رینگ بوده که برای رینگ خارجی مقدار آن مثبت و برای رینگ داخلی مقدارش منفی است که مقادیر آن‌ها با رابطه (۲۶) تعریف می‌شوند [۱۹]:

$$I_{xri}(x)=\frac{b_{ri}^3 d_{ri}(x)}{12}\quad,\quad I_{zri}(x)=\frac{b_{ri}d_{ri}^3(x)}{12}\quad,\quad A_{ri}(x)=b_{ri}d_{ri}(x)$$
$$\bar{z}_{ri}(x)=\pm\frac{h_t+d_{ri}(x)}{2}\quad, \qquad (۲۶)$$
$$J_{ri}(x)=\frac{1}{3}\left[1-\frac{192b_{ri}}{\pi^5 d_{ri}(x)}\times\sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty}\frac{1}{n^5}\tanh\left(\frac{n\pi d_{ri}(x)}{2b_{ri}}\right)\right]b_{ri}^3 d_{ri}(x)$$

انرژی پتانسیل کل یک رینگ، مجموع چهار انرژی ذکرشده بالا می‌باشد که با رابطه (۲۷) نشان داده شده است:

$$U_{rj}=U_{1rj}+U_{2rj}+U_{3rj}+U_{4rj} \qquad (۲۷)$$

۲-۱۲- انرژی جنبشی رینگ

انرژی جنبشی رینگ از رابطه (۲۸) به دست می‌آید [۱۹]:

$$Tr_i=\frac{1}{2}\rho r_i\int_0^{2\pi}\left\{\begin{array}{l}Ar_i\left[\left(\frac{\partial ur_i}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial vr_i}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial wr_i}{\partial t}\right)^2\right]\\+(Ixr_i+Izr_i)\left(\frac{\partial^2 wr_i}{\partial t\partial x}\right)^2\end{array}\right\}(R+zr_i)d\theta \qquad (۲۸)$$

۲-۱۳- انرژی کرنشی تقویت‌کننده طولی (استرینگرها)

انرژی کرنشی استرینگر را می‌توان به چند بخش تقسیم نمود که با روابط (۲۹) تا (۳۲) تعریف می‌شوند:

انرژی کرنشی ناشی از خمش حول محوری موازی با y [۱۹]:

$$U_{1sj}=\int_0^L\frac{E_{sj}I_{ysj}(x)}{2}\left[\frac{\partial^2 w_{sj}}{\partial x^2}\right]^2 dx \qquad (۲۹)$$

انرژی کرنشی ناشی از خمش حول محوری موازی با z [۱۹]:

$$U_{2sj}=\int_0^L\frac{E_{sj}I_{zsj}(x)}{2}\left[\frac{\partial^2 v_{sj}}{\partial x^2}\right]^2 dx \qquad (۳۰)$$

انرژی کرنشی ناشی از کشش یا فشار محوری در استرینگر [۱۹]:

$$U_{3sj}=\int_0^L\frac{E_{sj}A_{sj}(x)}{2}\left[\frac{\partial u_{sj}}{\partial x}\right]^2 dx \qquad (۳۱)$$

انرژی کرنشی ناشی از پیچش در استرینگر [۱۹]:

$$U_{4sj}=\int_0^L\frac{G_{sj}J_{sj}(x)}{2R^2}\left[\frac{\partial w_{sj}}{\partial x\partial\theta}\right]^2 dx \qquad (۳۲)$$

در روابط (۲۹) تا (۳۲)، اندیس sj به معنای استرینگرj ام می‌باشد. $I_{zsj}(x)$ و $I_{ysj}(x)$ به ترتیب ممان دوم سطح مقطع حول دو محور عمود بر هم هستند. $A_{sj}(x)$ مساحت مقطع است که در طول استرینگر می‌تواند متغیر باشد و $J_{sj}(x)$ سفتی پیچشی استرینگر بوده و در طول آن متغیر است. در نهایت $\bar{z}_{sj}(x)$ نیز خروج از مرکز استرینگر بوده که برای استرینگر خارجی مقدار آن مثبت و برای استرینگر داخلی مقدار آن منفی می‌باشد و می‌تواند در طول استرینگر متغیر باشد که مقادیر آن‌ها با رابطه (۳۳) تعریف می‌شوند [۱۹].

$$I_{zsj}(x)=\frac{b_{sj}^3 d_{sj}(x)}{12}\quad,\quad I_{ysj}(x)=\frac{b_{sj}d_{sj}^3(x)}{12}$$
$$,\quad A_{sj}(x)=b_{sj}d_{sj}(x) \qquad (۳۳)$$
$$\bar{z}_{sj}(x)=\pm\frac{h_t+d_{sj}(x)}{2}\quad,\quad J_{sj}(x)=\frac{1}{3}\left[1-\frac{192b_{sj}}{\pi^5 d_{sj}(x)}\times\sum_{n=1,2,3,\dots}^{\infty}\frac{1}{n^5}\tanh\left(\frac{n\pi d_{sj}(x)}{2b_{sj}}\right)\right]b_{sj}^3 d_{sj}(x)$$

انرژی پتانسیل کل یک استرینگر، مجموع چهار انرژی ذکرشده بالا می‌باشد که با رابطه (۳۴) نشان داده شده است:

$$U_{sj}=U_{1sj}+U_{2sj}+U_{3sj}+U_{4sj} \qquad (۳۴)$$

۲-۱۴- انرژی جنبشی استرینگر

انرژی جنبشی استرینگر از رابطه (۳۵) به دست می‌آید[۱۹]:

$$Ts_j=\frac{1}{2}\rho s_j\int_0^L\left\{\begin{array}{l}As_j\left[\left(\frac{\partial us_j}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial vs_j}{\partial t}\right)^2+\left(\frac{\partial ws_j}{\partial t}\right)^2\right]\\+(Iys_j+Izs_j)\left(\frac{\partial ws_j}{\partial t\partial x}\right)^2\end{array}\right\}dx \qquad (۳۵)$$

۲-۱۵- تشکیل تابع پتانسیل انرژی

اکنون با داشتن انرژی‌های پتانسیل و جنبشی برای پوسته ساندویچی و تقویت‌کننده‌ها، می‌توان تابع پتانسیل انرژی را مطابق رابطه (۳۶) تشکیل داد که در آن Nr تعداد رینگ‌ها و Ns تعداد استرینگرها می‌باشد:

$$P=\sum(T_{shells}-U_{shells})+\sum_{i=1}^{Nr}(T_{ri}-U_{ri})+\sum_{j=1}^{Ns}(T_{sj}-U_{sj}) \qquad (۳۶)$$

۲-۱۶- حل مسئله

برای حل مسئله از روش ریلی- ریتز استفاده می‌شود. این روش بر اساس انرژی پتانسیل کمینه استوار است. طبق اصل انرژی پتانسیل کمینه، از میان کلیه میدان‌های جابجایی که شرایط مرزی مسئله را ارضا می‌کند، آن میدانی که در معادلات تعادل صدق می‌کند، انرژی پتانسیل کل سیستم را نیز کمینه می‌کند. بر اساس روش ریلی- ریتز برای اینکه انرژی پتانسیل که تابعی از ضرایب {d} است، حداقل باشد بایستی مشتقات پتانسیل انرژی کل نسبت به ضرایب بکاررفته در میدان جابجایی صفر گردند. بنابراین از تابع پتانسیل انرژی کل سیستم نسبت به ضرایب مذکور مشتق گرفته و مساوی صفر قرار می‌دهیم (رابطه (۳۷)):

$$\frac{\partial P}{\partial d[i]}=0\ ,\ i=1,2,3,...,27 \qquad (۳۷)$$

رابطه (۳۷)، ۲۷ معادله با ۲۷ مجهول (ضرایب {d}) دارد که پس از مرتب و ساده‌سازی می‌توان آن را به صورت رابطه ماتریسی (۳۸) نوشت:

$$[[K]-\omega^2[M]]\ d=0 \qquad (۳۸)$$

که در آن K ماتریس سفتی و M ماتریس جرم سازه هستند. درایه‌های ماتریس K شامل ابعاد هندسی و خصوصیات فیزیکی سازه است. برای به دست فرکانس‌های طبیعی سازه. باید دترمینان ضرایب را برابر صفر قرار داد.

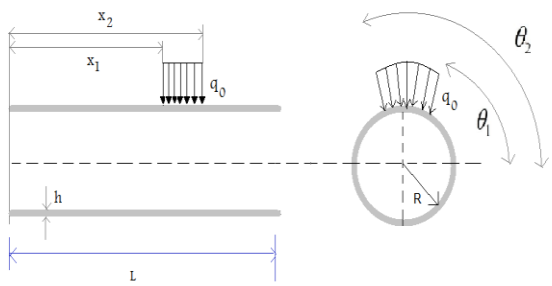
$$\left|K-\omega^2M\right|=0 \qquad (۳۹)$$

از رابطه (۳۹) فرکانس‌های طبیعی به ازای هریک از مودهای (m,n) به دست خواهد آمد. با جایگذاری فرکانس‌های به‌دست‌آمده در رابطه (۳۷) شکل مودها به دست می‌آیند.

۳- ارتعاشات اجباری پوسته ساندویچی تقویت‌شده

تحقیقات نشان می‌دهد که در بسیاری از موارد در صنعت ممکن است سازه استوانه‌ای ساندویچی مرکب تحت تحریک‌های خارجی سینوسی گذرا قرار گیرد. به همین دلیل لازم است در طراحی سازه‌های ساندویچی مرکب مورد نظر، پاسخ دینامیکی سازه مورد بررسی قرار گیرد. در این بخش پاسخ دینامیکی گذرای پوسته استوانه‌ای ساندویچی مرکب تقویت‌شده با شرایط مرزی دوسر ساده تحت بار سینوسی که بر روی پوسته وارد می‌شود، مورد بررسی قرار گرفته است. برای بررسی پاسخ دینامیکی، از نتایج تحلیل ارتعاشات آزاد (یعنی فرکانس‌های طبیعی و شکل مودها)، که در بخش قبل محاسبه شد، استفاده شده است. در نهایت تغییرات جابجایی پوسته در سه جهت x، θ و z برحسب زمان، با استفاده از نرم‌افزار متمتیکا و بر اساس روش مودهای فرضی محاسبه می‌گردند. در اینجا لازم است برای توضیح صورت مسئله، دو مشخصه بار سینوسی موردنظر تشریح شود:

- محل اعمال بار سینوسی و ابعاد سطح اعمال بار روی پوسته



شکل ۴. نحوه توزیع مکانی بارگذاری خارجی روی پوسته

Fig. 4. Spatial distribution of external loading on the shell

- تغییرات مقدار بار برحسب زمان

۳-۱- محل اعمال بار سینوسی و ابعاد سطح اعمال بار روی پوسته

فرض می‌شود بار سینوسی $f(t)$ بر یک سطح مستطیلی، در نقطه دلخواه از سطح پوسته استوانه‌ای با شعاع R و طول L، به صورت فشار یکنواخت اعمال می‌شود (شکل ۴).

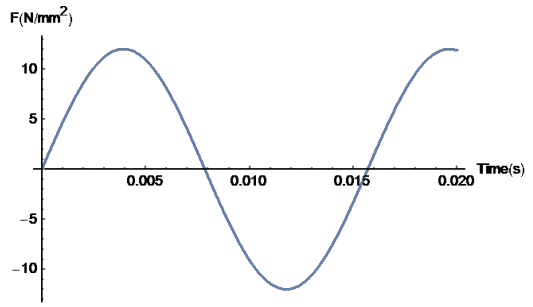
۳-۲- تغییرات مقدار بار برحسب زمان

فرض می‌شود که بار وارده بر سطح، به صورت فشار سینوسی متغیر با زمان به صورت $f(t) = A\sin(\omega t)$ وارد می‌شود؛ که مقادیر A و ω به طور دلخواه تعیین می‌شوند. در مثال‌های حل‌شده در این پژوهش مقدار بارگذاری ۱۲sin(۴۰۰t) در نظر گرفته شده است. نمودار تحریک سینوسی برحسب زمان در شکل ۵ نشان داده شده است.

۳-۳- معادلات حاکم بر ارتعاشات اجباری و پاسخ دینامیکی گذرای سازه ساندویچی

از تحلیل ارتعاشات آزاد سازه، ماتریس‌های جرم (M)، سفتی (K) و همچنین مقادیر ویژه (ω_i) و بردارهای ویژه (Δ_i)، به دست می‌آیند. جهت حل ارتعاشات اجباری در ابتدا می‌بایست بردارهای ویژه را نسبت به ماتریس جرم سازه مطابق رابطه (۴۰) نرمالایز نمود.

$$a_i^2\,\Delta_i^T.M.\Delta_i = 1 \qquad \Delta_i\big|_{Normalized} = a_i\,\Delta_i \tag{۴۰}$$



شکل ۵. تغییرات نیرو تحریک خارجی برحسب زمان برای ۰/۰۲ ثانیه

Fig. 5. Changes in external excitation force over time for seconds 0.02

بطوریکه Δ_i بردار ویژه شکل مود iام می‌باشد.

با استفاده از روش تقریبی مودهای فرضی به حل ارتعاشات اجباری پرداخته می‌شود. در حالت کلی معادله ارتعاشی بدون دمپر به صورت رابطه (۴۱) می‌باشد:

$$M\,\ddot{X} + K\,X = F\,,\ F = \{f_1(t), f_2(t), ..., f_{27}(t)\}^T \tag{۴۱}$$

ازآنجایی‌که بارگذاری به طور کاملاً شعاعی بر سطح رویه بیرونی اعمال می‌گردد، آنگاه بردار نیرو را می‌توان از کار انجام‌شده توسط نیرو طبق رابطه (۴۲) تشکیل داد:

$$Wf(t) = \int_{L1}^{L2}\int_{\theta 1}^{\theta 2} f(x,\theta,t)\,w_t(x,\theta,z)dx\,d\theta \qquad f_i(t) = \frac{\partial Wf(t)}{\partial d[i]}\ ,\quad i = 1,2,3,...,27 \tag{۴۲}$$

لازم به ذکر است درایه‌های معادل با تصویر نیرو در راستاهای u و v در بردار نیرو برابر صفر می‌باشند، چون نیرو در آن راستاها مؤلفه و تصویری ندارد. با ادامه روند حل به روش مودهای فرضی و پیش‌ضرب و پس‌ضرب‌نمودن بردارهای ویژه در ماتریس‌های جرم و سفتی رابطه (۴۳) به دست می‌آید:

$$\Delta_i^T\,M\,\Delta_i\,\ddot{T}[t] + \Delta_i^T\,K\,\Delta_i\,T[t] = \Delta_i^T\,F \tag{۴۳}$$

و نهایتاً با ساده‌سازی معادله حرکت به صورت رابطه (۴۴) در می‌آید:

$$\ddot{T}_{mn}[t] + \omega_{mn}^2 T_{mn}[t] = \Delta_{mn}^T\,F \tag{۴۴}$$

با درنظرگرفتن شرایط اولیه صفر برای مکان و سرعت رابطه (۴۵) به دست می‌آید:

$$T_{mn}[0] = T'_{mn}[0] = 0 \tag{۴۵}$$

پس از اتمام دوره تحریک، زمانی که پوسته وارد ارتعاشات آزاد می‌شود شرایط مکانی و سرعت پوسته در آخرین لحظه اعمال بارگذاری همان شرایط اولیه برای ارتعاشات آزاد پوسته می‌گردد. بنابراین شرایط اولیه ارتعاشات آزاد به صورت رابطه (۴۶) می‌باشد:

$$T_{mn}[t_f] = T_{mn}[0_{free}] \qquad T'_{mn}[t_f] = T'_{mn}[0_{free}] \tag{۴۶}$$

جدول ۱. مشخصات تقویت‌کننده‌ها

Table 1. Specifications of stiffeners

مشخصه	مقدار	واحد	مشخصه	مقدار	واحد	مشخصه	مقدار	واحد
مدول الاستیک	۲۰۰	GPa	/ تعداد رینگ استرینگر	۸/۶	-	چگالی	۷۸۲۳	kg/m^3
ضریب پواسون	۰/۲۹	-	پهنا	۰/۰۰۲	متر	نوع تقویت‌کننده	بیرونی	

جدول ۲. خواص مکانیکی رویه‌ها و هسته در پوسته ساندویچی

Table 2. Mechanical properties of face sheets and core in sandwich shell

	پارامترها (واحد)	مقادیر	پارامترها (واحد)	مقادیر
خواص هسته فوم پی وی سی	E_1(GPa)	۰/۱۰۶۳	ρ(kg/m^3)	۱۳۰
	E_2(GPa)	۰/۱۰۶۳	G_{12}(GPa)	۰/۰۵
	E_3(GPa)	۰/۱۰۶۳	G_{13}(GPa)	۰/۰۵
	ν	۰/۳۲	G_{23}(GPa)	۰/۰۵
خواص رویه‌ها	E_1(GPa)	۲۴/۵۱	ρ(kg/m^3)	۱۸۰۰
	E_2(GPa)	۷/۷۷	ν_{12}	۰/۰۷۸
	E_3(GPa)	۷/۷۷	ν_{13}	۰/۰۷۸
	G_{23}(GPa)	۱/۳۴	ν_{23}	۰/۴۹
	G_{12}(GPa)	۳/۳۴	G_{13}(GPa)	۳/۳۴

در رابطه (۴۶)، t_f زمان برداشتن بارگذاری از سطح پوسته می‌باشد. معادله دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات آزاد سازه با شرایط اولیه معین به صورت زیر می‌باشد که این معادله باید به ازای هر شکل مود یک بار حل شود.

$$\ddot{T}_{mn}[t]+\omega_{mn}^2 T_{mn}[t]=0 \tag{۴۷}$$

بدین ترتیب ترم زمانی پاسخ به ازای هر شکل مود با حل معادله دیفرانسیل معمولی فوق برای شرایط اولیه صفر به دست خواهد آمد. سپس باید با یک انتقال محور زمان پاسخ ارتعاشات آزاد به انتهای محور زمان ارتعاشات اجباری طبق رابطه (۴۸) بچسبد.

$$t_{free}=t-t_f \tag{۴۸}$$

همان‌طور که پیش‌تر اشاره گردید مقادیر فرکانس‌های طبیعی و شکل مودهای نرمالایز شده از حل ارتعاشات آزاد در رابطه فوق قرار می‌گیرند. در حالتی که نیرو به صورت کاملاً یکنواخت در بازه دلخواه از L_1 تا L_2 و از θ_1 تا θ_2 به استوانه اعمال می‌گردد، می‌توان بخش زمانی و مکانی نیرو را به صورت رابطه (۴۹) در نظر گرفت:

جدول ۳. خواص هندسی رویه‌های بکار رفته در پوسته‌های ساندویچی[۹۰/هسته/۹۰]

Table 3. Geometric properties of the face sheets used in sandwich shells[90/core/90]

	پارامترها (واحد)	مقادیر
رویه‌های نازک	h_c/h	۰/۸
	R_c(m)	۰/۳
	L(m)	۰/۹
	h_t(m)	۰/۰۰۳
	h_b(m)	۰/۰۰۳
رویه‌های ضخیم	h_c/h	۰/۸
	R_c(m)	۰/۳
	L(m)	۰/۹
	h_t(mm)	۱۲
	h_b(mm)	۱۲

$$f(x,\theta,t)=Q(x,\theta)g(t)=1\times A\sin(\omega t) \quad , \quad L_1<x<L_2,\ \theta_1<\theta<\theta_2 \qquad (۴۹)$$

نیرو به صورت شعاعی به سطح خارجی رویه بالایی پوسته اعمال می‌گردد. برای ساده‌ترشدن محاسبات، فرض می‌شود که مقدار بار یکنواخت و برابر با واحد باشد ($Q(x,\theta)=1$)، با مشخص‌شدن ترم‌های زمانی هر شکل مود، پاسخ زمانی سازه بر طبق رابطه (۵۰) به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} u_i(x,\theta,t)&=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}T_{mn}[t](u_0(x,\theta)+z_i\,u_1(x,\theta)+z_i^2u_2(x,\theta))\\ ,\quad v_i(x,\theta,t)&=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}T_{mn}[t](v_0(x,\theta)+z_i\,v_1(x,\theta)+z_i^2v_2(x,\theta))\\ w_i(x,\theta,t)&=\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}T_{mn}[t](w_0+z_i\,w_1(x,\theta)+z_i^2w_2(x,\theta)) \end{aligned} \qquad (۵۰)$$

۴- اعتبارسنجی تئوری حاضر

نتایج به‌دست‌آمده از تحلیل حاضر با نتایج به‌دست‌آمده از دیگر مقالات و همچنین از نرم‌افزار المان محدود آباکوس صحه‌گذاری شده است. در شبیه‌سازی المان محدود (نرم‌افزار آباکوس) از المان C3D8R (که یک المان مکعبی ۸ گره‌ای است) برای هسته و تقویت‌کننده‌ها، از المان S8R (که این نوع المان معادل با تئوری مرتبه بالا می‌باشد) برای رویه‌های کامپوزیتی، برای تحلیل ارتعاشات آزاد از حلگر Lanczos و برای تحلیل ارتعاشات اجباری و یافتن پاسخ زمانی از دینامیک ضمنی[1] استفاده شده است. همچنین برای اعمال شرایط پیوستگی بین رویه بالا با تقویت‌کننده‌ها و هسته و نیز بین رویه پایین و هسته از تکنیک تای استفاده شده است.

۴-۱- مقایسه نتایج ارتعاشات آزاد برای پوسته ساندویچی بدون تقویت‌کننده و با تقویت‌کننده‌های متعامد

با استفاده از حل تحلیلی، یک کد در نرم‌افزار متمتیکا نوشته شده و نتایج به دست آمده‌اند. جهت صحت‌سنجی، نتایج با مراجع و نرم‌افزار المان محدود (آباکوس) مقایسه شده‌اند. برای تحلیل ارتعاشات آزاد، مشخصات تقویت‌کننده‌های محیطی (رینگ) و طولی (استرینگر) در جدول ۱ و خواص مکانیکی و مشخصات هندسی پوسته استوانه‌ای به ترتیب در جدول ۲ و ۳ داده شده‌اند. رویه‌های کامپوزیت پلی‌استر/شیشه و هسته از جنس فوم پی وی سی[2] با نام HEREX C70 می‌باشد.

در جدول ۴ نتایج تحقیق حاضر برای پوسته ساندویچی با رویه‌های ضخیم با خواص مکانیکی و مشخصات هندسی مطابق با جداول ۲ و ۳ و لایه چینی [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰] با نتایج تحلیلی مرجع [۱۸]و تئوری مرتبه اول برشی مقایسه شده‌اند. همان طور که ملاحظه می‌شود، نتایج تحقیق حاضر با ماکزیمم خطای ۴ درصد با نتایج مرجع [۱۸] همخوانی دارد.

همچنین در جدول ۵ نتایج پوسته ساندویچی با تقویت‌کننده‌های متعامد (۶ رینگ و ۸ استرینگر) با نتایج آباکوس مقایسه شده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج از هم‌پوشانی خوبی برخوردار هستند که دلیل بر صحت نتایج می‌باشد.

به منظور دقت و درستی تئوری حاضر بخصوص هنگامی که ضخامت رویه‌ها زیاد می‌شود بر اساس خواص مکانیکی جدول ۱ و مشخصات هندسی جدول ۲، نتایج حاضر با نتایج نرم‌افزار آباکوس برای پوسته استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های ضخیم بدون تقویت‌کننده، در

1 Implicit Dynamic
2 PVC

جدول ۴. مقایسه نتایج پوسته ساندویچی با رویه‌های ضخیم بدون تقویت‌کننده با لایه چینی [۰/۹۰/۰/هسته/۰/۹۰/۰] با مرجع [۱۸]

Table 4. Comparison of sandwich shell results with thick face sheets without stiffeners with layers [0/90/0/Core/0/90/0]

m	n	مرجع [۱۸]	آباکوس [۱۸]	درصد خطا	تئوری مرتبه اول برشی [۱۸]	درصد خطا	تحقیق حاضر	درصد خطا
۱	۱	۴۶۵/۰۲	۴۵۲/۸۲	۲/۶۲	۵۱۵/۲۶	۱۲/۱۱	۴۸۳/۹۰	۴/۰۶
۱	۲	۳۷۵/۰۶	۳۶۴/۶۸	۲/۷۷	۴۱۷/۱۷	۱۵/۵۸	۳۸۲/۷۱	۲/۰۴
۱	۳	۴۹۶/۹۵	۴۸۵/۵۶	۲/۳	۵۴۸/۴۸	۱۱/۴۷	۵۱۶/۰۲	۳/۸۴
۲	۳	۶۸۰/۶	۶۶۷/۱۷	۱/۹۷	۷۵۲/۸۴	۱۱/۳۸	۶۷۱/۲۷	۱/۳۷

جدول ۵. مقایسه نتایج تحقیق حاضر با نتایج نرم‌افزار آباکوس برای حالت رویه‌های نازک با تقویت‌کننده‌های متعامد

Table 5. Comparison of the results of the present study with the results of Abaqus software for thin face sheets with orthogonal stiffeners

m	n	آباکوس	تحقیق حاضر	درصد خطا
۱	۱	۴۱۶	۴۱۲/۷۱۴	۰/۷۸
۱	۲	۲۹۱	۲۸۴/۴	۲/۲۷
۱	۳	۳۹۵	۴۰۱/۷۶۴	۱/۷۱
۱	۴	۵۸۱/۵۱	۵۸۱/۰۳۴	۰/۰۸
۱	۵	۷۷۱/۸	۷۹۱	۲/۴۸
۲	۱	۸۷۹/۹۲	۸۸۱/۵۹۸	۰/۱۹
۲	۲	۵۸۱/۲۲	۵۹۹/۷۶۳	۳/۱۹
۲	۳	۵۴۸/۶۴	۵۶۴/۰۴۸	۲/۸۱
۲	۴	۶۶۲/۴۱	۷۶۳/۸۱۷	۱/۷۲
۲	۵	۸۲۳/۹۹	۸۴۸/۱۹۴	۲/۹۳

جدول ۶ مقایسه شده‌اند. همان‌طور که نشان داده شده نتایج با هم تطابق خوبی دارند.

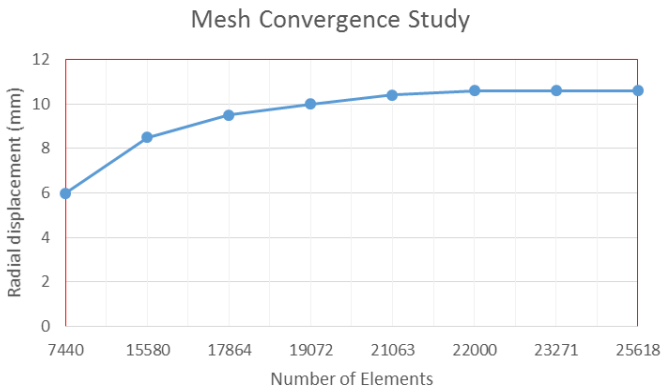
۴-۲- مقایسه نتایج ارتعاشات اجباری تحت تحریک سینوسی گذرا

تعداد مودهای درنظرگرفته‌شده (m×n) برای به‌دست‌آوردن جواب، برای پوسته ساندویچی با تکیه‌گاه دوسر ساده (۳۱×۲۱) در نظر گرفته شده است. تعداد m و n درنظرگرفته‌شده باید به حدی باشد که به جواب همگرا شویم. مدت زمان تحریک ۰/۰۲ ثانیه در نظر گرفته شده است و پس از آن سازه وارد ارتعاشات آزاد با شرایط اولیه معین (همان شرایط نهایی پوسته در ارتعاشات اجباری) می‌گردد. پوسته مورد تحلیل دارای ۶ رینگ و ۸ استرینگر می‌باشد که به‌صورت یکنواخت در کل پوسته توزیع گردیده‌اند. بارگذاری در این مقاله به صورت سینوسی sin۱۲(t۴۰۰) نیوتن بر میلی‌متر مربع بر سطح خارجی پوسته ساندویچی بر سطح مستطیلی از زاویه صفر تا ۴/ π در راستای محیطی و نیز از L۸/۹ تا L در طول استوانه اعمال می‌گردد. در مطالعات پارامتری صورت‌گرفته ابعاد سطح بارگذاری‌شده و شدت بار تغییر ثابت بوده و صرفاً محل سطح بارگذاری‌شده در راستای طول استوانه جابجا شده است. به جهت بهتردیده‌شدن نتایج، بخصوص در ارتعاشات آزاد نمودارهای حاصل از نرم‌افزار آباکوس و کد تحلیلی متمتیکا به صوت مجزا ترسیم گشته‌اند. جهت همگرایی پاسخ دینامیکی، تعداد مش‌ها و المان‌ها باید در نرم‌افزار آباکوس مشخص شوند. شکل ۶ همگرایی پاسخ دینامیکی را برحسب المان‌ها نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است در تعداد ۲۳۲۷۱ المان پاسخ دینامیکی همگرا شده است.

جدول ۶. مقایسه نتایج تئوری حاضر با نتایج نرم‌افزار آباکوس برای پوسته استوانه‌ای ساندویچی با رویه‌های ضخیم بدون تقویت‌کننده

Table 6. Comparison of the results of the present theory with the results of Abaqus software for sandwich cylindrical shells with thick face sheets without stiffeners

m	n	آباکوس	تحقیق حاضر	درصد خطا
۱	۱	۴۳۰/۰۸	۴۱۶/۵۶۲	۳/۱۴
۱	۲	۳۴۷/۰۵	۳۲۷/۷۷	۵/۵۵
۱	۳	۵۲۰/۲۰	۵۰۰/۹۱۷	۰/۲۶
۱	۴	۷۱۶/۳۱	۷۲۴/۶۴۹	۱/۱۶
۱	۵	۹۴۱/۸۲	۹۵۷/۸۵	۱/۷۰
۲	۱	۹۰۵	۸۹۷/۳۵۴	۰/۸۴
۲	۲	۶۳۸/۶۵	۶۲۵/۰۲۴	۲/۱۳
۲	۳	۶۵۱/۹۷	۶۴۳/۶۶۶	۱/۲۷
۲	۴	۸۰۱/۸	۸۰۵/۳۷۹	۰/۴۴
۲	۵	۹۹۷	۱۰۱۳/۳۶	۱/۶۴



شکل ۶. نمودار مطالعه همگرایی و حساسیت از مش در نرم‌افزار آباکوس

Fig. 6. Convergence and sensitivity study of mesh in Abaqus software

شکل ۷ جابجایی شعاعی حاصل از بارگذاری هارمونیک وارد برای پوسته استوانه‌ای با شرایط مرزی دو سر ساده در دو نقطه واقع بر فصل مشترک رویه بیرونی و هسته استوانه برای دو حالت تحلیلی و نرم‌افزار آباکوس را نشان می‌دهند. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج کد تحلیلی و نرم‌افزار آباکوس با هم تطابق خوبی دارند.

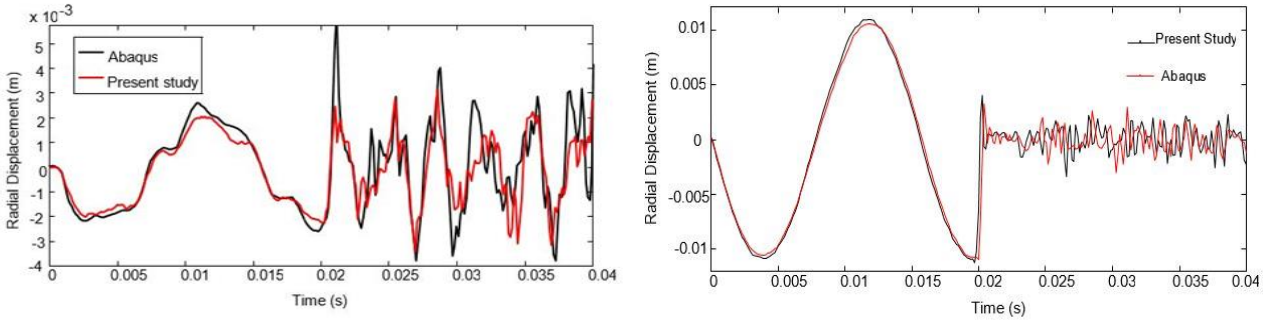
۵- مطالعه پارامتری

۵-۱- بررسی اثر شماره موج محیطی (n) و طولی (m) بر فرکانس‌های طبیعی

در پوسته‌هایی که شکل سازه به صورت استوانه‌ای شکل می‌باشد کمترین مقدار فرکانس طبیعی عموماً و اکثراً در شکل مودهای محیطی بالاتر اتفاق می‌افتد؛ یعنی با افزایش عدد موج محیطی n، مقدار فرکانس طبیعی در ابتدا کاهش می‌یابد و از یک مقدار مشخص به بعد با افزایش عدد موج مقدار فرکانس طبیعی افزایش می‌یابد که این روند تغییر رفتار را می‌توان در شکل ۸ مشاهده کرد.

۵-۲- بررسی اثر نسبت طول به شعاع میانی هسته L/Rc بر فرکانس طبیعی

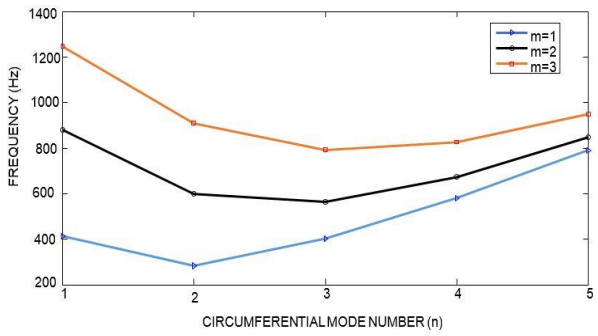
در این قسمت به بررسی تأثیر نسبت طول به شعاع میانی هسته بر فرکانس طبیعی برای چهار شکل مود اول سیستم پرداخته می‌شود. همان‌طور که در شکل ۹ مشاهده می‌شود. با افزایش نسبت طول به شعاع میانی هسته به دلیل کاهش سفتی پوسته ساندویچی تقویت‌شده، مقدار چهار فرکانس طبیعی اول پوسته برحسب هرتز کاهش می‌یابد و این موضوع برای دیگر شکل مودها نیز برقرار است.



الف ب

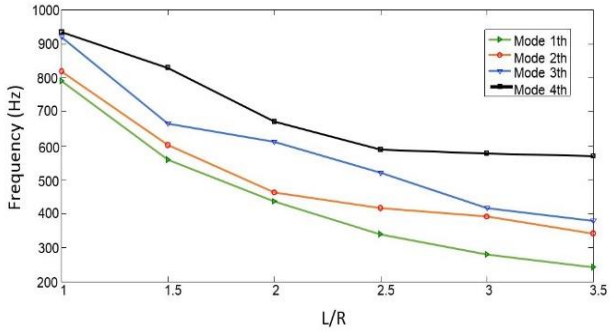
شکل ۷. مقایسه پاسخ زمانی پوسته (جابجایی شعاعی) با شرایط مرزی دو سر ساده در دو نقطه واقع در محل الف- وسط استوانه ب- مرکز بارگذاری (h=۰/۰۳ ,m L=۰/۹ ,m R=۰/۳ m)

Fig. 7. Comparison of shell dynamic response (radial displacement) with simply supported boundary conditions at two points located at the A-middle of the cylinder B- center of loading



شکل ۸. فرکانس‌های طبیعی به ازای مقادیر مختلف m و n

Fig. 8. Natural frequencies for different values of m and n



شکل ۹. تأثیر نسبت طول به شعاع بر فرکانس‌های طبیعی

Fig. 9. The effect of length to radius ratio on natural frequencies

۵-۳- تأثیر زاویه الیاف رویه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی بر اساس تئوری حاضر

در این بخش به بررسی زاویه الیاف رویه‌های کامپوزیتی بر فرکانس طبیعی پوسته پرداخته می‌شود. ترتیب لایه چینی به‌صورت [θ/هسته/$-\theta$] می‌باشد. تأثیر زاویه الیاف بر فرکانس طبیعی برحسب هرتز در شکل ۱۰ برای چهار شکل مود اول آورده شده است. همان‌طور که در شکل ۱۰ مشاهده می‌شود فرکانس طبیعی پایه پوسته برای مودهای محیطی=n۱ و =n ۲با افزایش زاویه الیاف، به دلیل افزایش سفتی پوسته در ابتدا افزایش می‌یابد و بعد از یک مقدار معین از زاویه الیاف، با بیشتر شدن زاویه الیاف به دلیل کاهش سفتی پوسته مقدار فرکانس طبیعی کاهش می‌یابد؛ اما در شماره مودهای محیطی=n۳ و =n ۴با افزایش زاویه الیاف فرکانس‌های طبیعی افزایش‌یافته و در زاویه الیاف ۹۰ درجه این مودها دارای بالاترین فرکانس می‌باشند.

۵-۴- اثر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پوسته بر فرکانس‌های طبیعی

شکل ۱۱ اثر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل پوسته بر فرکانس طبیعی برای چهار شکل مود اول را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود. با افزایش ضخامت هسته به دلیل افزایش سفتی پوسته مقدار فرکانس طبیعی برحسب هرتز افزایش می‌یابد. به‌عبارت‌دیگر، با افزایش ضخامت هسته میانی و مقیدبودن آن میان دو رویه، باعث بالارفتن ممان اینرسی مقطع و سفتی خمشی پوسته

جدول ۷. مقادیر نسبت‌های مختلف ارتفاع به عرض سطح مقطع

Table 7. Different values of height to width ratios of cross section

شماره حالت	عرض b(mm)	ارتفاع d(mm)
۱	۱۲	۱۲
۲	۸	۱۸
۳	۶	۲۴
۴	۴	۳۶

جدول ۸. نسبت‌های مختلف ارتفاع به عرض استرینگرها

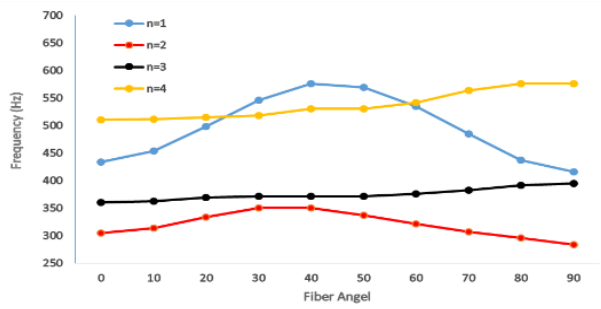
Table 8. Different ratios of height to width stringers

شماره حالت	b(mm)	d(mm)
۱	۱۲	۱۲
۲	۱۸	۸
۳	۲۴	۶
۴	۳۶	۴

جدول ۹. تأثیر نسبت‌های مختلف ارتفاع به عرض استرینگرها بر فرکانس‌های طبیعی

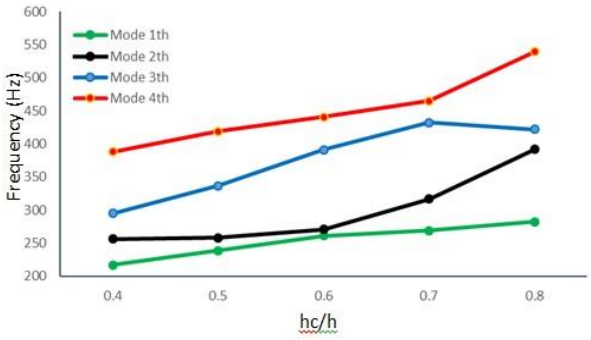
Table 9. The effect of height-to-width different ratios of stringers on natural frequencies

n	حالت ۱	حالت ۲	حالت ۳	حالت ۴
۱	۳۹۶/۰۳۶	۳۹۴/۲۸۸	۳۹۳/۶۰۹	۳۹۳/۴۸۷
۲	۲۷۸/۳۲۹	۲۷۵/۳۱۳	۲۷۳/۸۲۲	۲۷۲/۶۲۷
۳	۳۵۸/۳۹	۳۵۵/۷۶۷	۳۵۴/۲۸	۳۵۲/۹
۴	۴۵۹/۵۲۲	۴۵۷/۹۴۶	۴۵۷/۲۲۹	۴۵۶/۵۲۸
۵	۶۷۶/۲۴۸	۶۷۴/۵۰۲	۶۷۳/۲۰۸	۶۷۱/۸۷۷



شکل ۱۰. تأثیر زاویه الیاف بر فرکانس طبیعی

Fig. 10. Effect of fiber angle on natural frequency



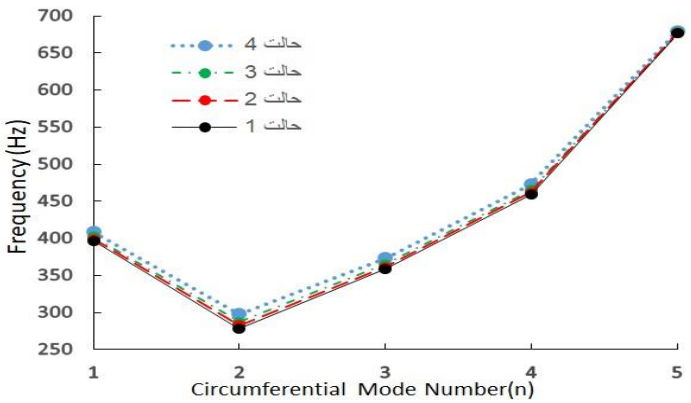
شکل ۱۱. اثر نسبت ضخامت هسته به ضخامت کل بر فرکانس‌های طبیعی

Fig. 11. Effect of core thickness to total thickness ratio on natural frequencies

می‌گردد و اثر ضخامت زیاد هسته میانی به اثرات انعطاف‌پذیری آن غلبه می‌کند و در نتیجه فرکانس طبیعی اول برای پوسته ساندویچی افزایش می‌یابد.

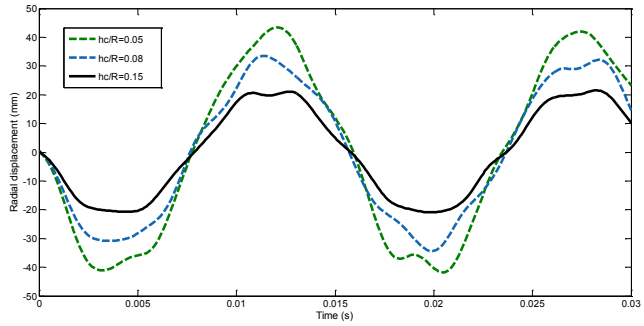
۵-۵- بررسی اثر نسبت ارتفاع به عرض مقطع استرینگرها بر فرکانس‌های طبیعی

در این مقاله تمام تقویت‌کننده‌ها دارای مقطع مستطیلی هستند؛ اما موضوع این قسمت تأثیر نسبت ارتفاع استرینگر به عرض آن بر فرکانس‌های طبیعی است. بدین منظور مقادیر مختلفی برای b و d در نظر گرفته شد با این قید که سطح مقطع و نتیجتاً جرم تقویت‌کننده مقداری ثابت بماند. مقادیر مختلف مطابق جدول ۷ برای عرض و ارتفاع استرینگر منظور شدند تا مقدار فرکانس طبیعی برای آن‌ها با هم مقایسه شود. مشخصات پوسته و جنس تقویت‌کننده‌ها مطابق با جدول ۱، ۲ و ۳ می‌باشند. شکل ۱۲ اثر نسبت ارتفاع به عرض مقطع



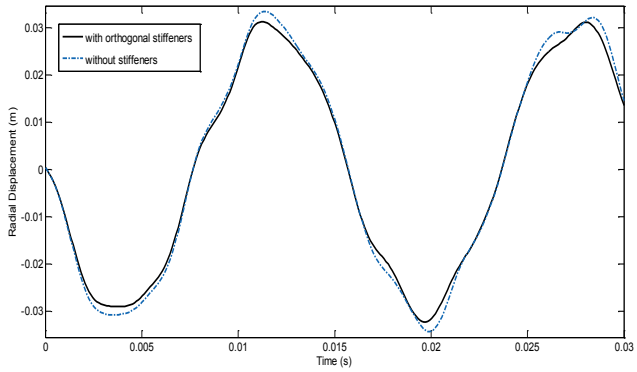
شکل ۱۲. تأثیر نسبت ارتفاع به عرض مقطع استرینگرها بر فرکانس‌های طبیعی

Fig. 12. The effect of height-to-width ratio of stringers on natural frequencies



شکل ۱۳. تأثیر نسبت ضخامت هسته به شعاع بر جابجایی شعاعی یک نقطه در وسط استوانه در فصل مشترک رویه بالایی و هسته

Fig. 13. The effect of core thickness to radius ratio on the radial displacement of a point in the middle of a cylinder at the interface of the upper face and the core



شکل ۱۴. مقایسه جابجایی شعاعی پوسته ساندویچی در حالت‌های بدون تقویت‌کننده و با تقویت‌کننده‌های متعامد

Fig. 14. Comparison of radial displacement of sandwich shell in cases without stiffeners and with orthogonal stiffeners

استرینگرها بر فرکانس‌های طبیعی را برای $m=1$ و nهای مختلف نشان می‌دهد.

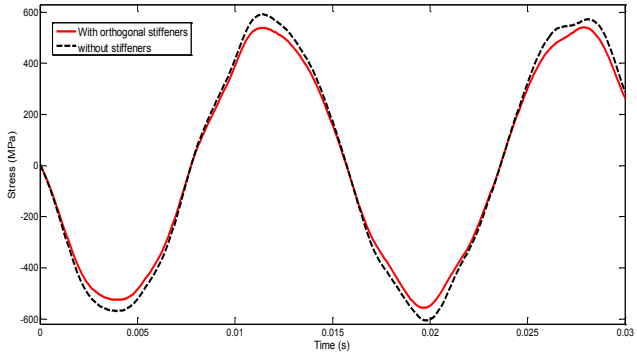
همان‌طور که از شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، حالت ۱ دارای کمترین فرکانس‌های طبیعی و حالت ۴ بیشترین مقدار برای فرکانس‌های طبیعی را دارا است و این اختلاف در فرکانس طبیعی پایه که مهم‌ترین فرکانس است، بیشتر است. در شکل ۱۱ نسبت d/b بزرگ‌تر یا مساوی ۱ بود.

جدول ۸ مقادیر مختلف دیگری را برای ارتفاع و عرض نشان می‌دهد بطوریکه این بار نیز با فرض ثابت‌بودن سطح مقطع، نسبت d/b کوچک‌تر یا مساوی ۱ است. در این حالت‌ها به جهت نزدیک‌بودن فرکانس‌ها، مقایسه آن‌ها در جدول ۹ نشان داده شده است.

مطابق با جدول ۹ حالت اول بیشترین فرکانس پایه و حالت چهارم کمترین فرکانس پایه را دارا است. با توجه به شکل ۱۲ و جدول ۹ نتیجه می‌شود، هرچه ارتفاع استرینگر از عرض آن بیشتر باشد، فرکانس‌های طبیعی پوسته تقویت‌شده و بخصوص فرکانس پایه آن افزایش خواهد یافت. البته میزان این افزایش نسبت نباید تا حدی باشد که منجر به نازک‌شدن بیش از حد تقویت‌کننده و تبدیل‌شدن آن به یک ورق بسیار نازک شود زیرا که این ورق نازک خود دارای فرکانس طبیعی پایینی بوده و قبل از ارتعاش پوسته خود تقویت‌کننده به ارتعاش خواهد افتاد.

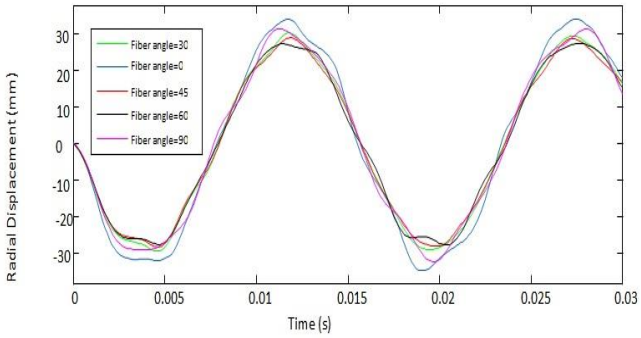
۵-۶- اثر نسبت ضخامت هسته به شعاع بر پاسخ زمانی

شکل ۱۳ اثر نسبت ضخامت هسته به شعاع پوسته بر پاسخ زمانی پوسته در اثر بارگذاری در وسط استوانه را نشان می‌دهد. مدت



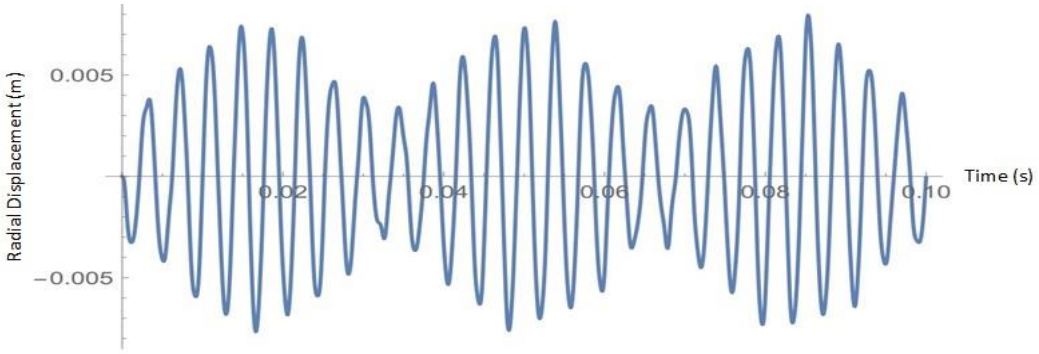
شکل ۱۵. تغییرات تنش $\sigma_{\theta\theta}$ پوسته ساندویچی در حالت‌های بدون تقویت‌کننده و با تقویت‌کننده‌های متعامد

Fig. 15. Sandwich shell stress changes in non-stiffened and orthogonal siffeners



شکل ۱۶. تأثیر زاویه الیاف رویه‌ها بر جابجایی شعاعی پوسته ساندویچی تقویت‌شده برای لایه چینی $[-\theta / core / \theta]$

Fig. 16. Effect of face sheets fiber angle on radial displacement of stiffened sandwich shell



شکل ۱۷. مشاهده پدیده ضربان در ارتعاشات اجباری پوسته ساندویچی

Fig. 17. The beating phenomenon in the forced vibrations of the sandwich shell

زمان تحریک ۰/۰۳ ثانیه در نظر گرفته شده است. همان‌طور که مشاهده می‌گردد، با افزایش ضخامت هسته از میزان جابجایی شعاعی پوسته کاسته می‌شود. وقتی نسبت ضخامت هسته به شعاع برابر ۰/۰۵ است مقدار ماکزیمم جابجایی شعاعی هسته ۴۲ میلی‌متر و وقتی این نسبت به ۰/۱۵ می‌رسد مقدار جابجایی ماکزیمم برابر با ۲۱ میلی‌متر می‌گردد. مقدار کاهش جابجایی در اثر افزایش ضخامت هسته برابر با ۵۰ درصد است. با توجه به افزایش قابل‌توجه اینرسی مقطع و سفتی خمشی پوسته این کاهش قابل پیش‌بینی می‌باشد و روند کاهشی منطقی به نظر می‌رسد.

۵-۷- اثر تقویت‌کننده‌های متعامد بر تنش محیطی و جابجایی شعاعی

به منظور بررسی اثر تقویت‌کننده‌های متعامد بر پاسخ دینامیکی سازه پوسته ساندویچی با مشخصات جدول‌های ۱، ۲ و ۳ با رویه‌های نازک را یک بار با تقویت‌کننده‌های متعامد و بار دیگر بدون آن‌ها با فرض ثابت بودن بقیه پارامترها، تحت بار سینوسی واقع در مرکز استوانه بررسی می‌شود. در شکل ۱۴ و ۱۵ به ترتیب پاسخ زمانی و تغییرات تنش برحسب زمان برای ۰/۰۳ ثانیه تحریک آورده شده است. ملاحظه می‌گردد که با افزودن تقویت‌کننده‌ها مقادیر ماکزیمم تنش و خیز پوسته به ترتیب ۸/۱ و ۶/۲ درصد کاهش می‌یابد.

۵-۸- اثر زاویه الیاف بر پاسخ زمانی

شکل ۱۶ تغییرات جابجایی شعاعی برحسب زمان برای پنج زاویه مختلف تحت بارگذاری در وسط استوانه را نشان می‌دهد. همان‌طور

که ملاحظه می‌شود، در صورتیکه زاویه الیاف صفر یا ۹۰ درجه باشد، پوسته رفتار نرم‌تری از خود نشان می‌دهد و مقاومت پوسته در برابر تغییر شکل کمتر و جابجایی آن‌ها بیشتر می‌باشد. این را می‌توان از فرکانس طبیعی پایه پوسته نیز پی برد زیرا در حالت صفر و ۹۰ درجه پوسته دارای فرکانس طبیعی پایه کمتری می‌باشد.

۵-۹- پدیده ضربان

در اثر اعمال بار سینوسی به پوسته، پدیده ضربان اتفاق می‌افتد. پدیده ضربان، نوعی نوسان است که در آن دامنه نوسان ابتدا افزایش می‌یابد، سپس به‌طور منظم کاهش می‌یابد و این افزایش و کاهش به‌طور متناوب ادامه می‌یابد. اگر نمودار تغییرات دامنه ارتعاش در جهت شعاعی برای فرکانس تحریک ۱۶۰۰ رادیان بر ثانیه که نزدیک به فرکانس طبیعی پایه سیستم ۱۷۷۸ رادیان بر ثانیه است را تا زمان‌های خیلی بزرگ‌تر از پریود طبیعی پوسته رسم کنیم، قادر به مشاهده این پدیده خواهیم بود (شکل ۱۷).

۶- نتیجه‌گیری

در این تحقیق پاسخ ارتعاشات آزاد و اجباری پوسته استوانه‌ای ساندویچی مرکب تحت بارگذاری سینوسی مورد بررسی قرار گرفت. برای استخراج روابط از تئوری مرتبه بالای پوسته‌های ساندویچی استفاده شد. جهت حل ارتعاشات آزاد روش ریلی ریتز و برای ارتعاشات اجباری روش مودهای فرضی به کار گرفته شده است. در تئوری حاضر تمامی مؤلفه‌های تنش مطابق با الاستیسیته سه‌بعدی وارد گردیده است و درنتیجه برخلاف تئوری‌های مرتبه پایین‌تر دیگر نیازی به استفاده از ضرایب تصحیح نمی‌باشد. جهت صحت‌سنجی نتایج علاوه بر مقایسه نتایج با مراجع، پوسته استوانه‌ای ساندویچی تقویت‌شده در نرم‌افزار المان محدود مدل‌سازی شده و نتایج مدل‌سازی در حالات مختلف با نتایج تحلیلی مقایسه شده‌اند. در زیر به تعدادی از نتایج مهم این تحقیق اشاره می‌شود:

- با افزایش نسبت L/R (نسبت طول به شعاع) فرکانس‌های طبیعی کاهش می‌یابند. تغییر L/R در مقادیر کوچک‌تر n، تفاوت بیشتری در فرکانس‌های طبیعی ایجاد می‌کند.
- هر چه نسبت ارتفاع به عرض استرینگر (d/b) بیشتر باشد فرکانس‌های طبیعی پوسته بیشتر است. البته نباید این نسبت به حدی بزرگ شود که استرینگر به یک ورق نازک تبدیل شود.
- با افزایش ضخامت هسته با فرض ثابت‌بودن ضخامت رویه‌ها مقادیر فرکانس‌های طبیعی افزایش می‌یابد. این روند به دلیل افزایش سفتی پوسته ساندویچی با افزایش ضخامت هسته منطقی می‌باشد.
- با افزایش زاویه الیاف در رویه‌ها از صفر تا ۹۰ درجه مقادیر فرکانس‌های طبیعی پایه در ابتدا تا یک مقدار زاویه مشخصی افزایش می‌یابد و سپس کاهش پیدا می‌کند. در واقع در زوایای صفر و ۹۰ درجه شاهد کمترین مقادیر فرکانس‌های طبیعی هستیم. همین امر موجب می‌شود در ارتعاشات اجباری تحت تحریک سینوسی دامنه‌های خیز در سازه هنگامی که زوایای الیاف در رویه‌ها صفر یا ۹۰ درجه است بیشتر باشند.
- با افزایش تعداد تقویت‌کننده‌های طولی و محیطی مقادیر جابجایی‌ها و به تبع مقادیر تنش‌ها به طور منظم کاهش می‌یابد.
- در پاسخ ارتعاشات اجباری پوسته ساندویچی تقویت‌شده تحت تحریک سینوسی پدیده ضربان مشاهده می‌گردد؛ یعنی دامنه پاسخ به‌طور متناوب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

مراجع

[1] R. Vinson, The behavior of sandwich structures of isotropic and composite materials, New York: Technomic, 1999.

[2] Y. Frostig, O. T. Thomsen, Non-linear thermal response of sandwich panels with a flexible core and tempe-rature dependent mechanical properties, Composites Part B: Engineering, 39 (1) (2008) 84–165.

[3] K. MalekzadehFard, M.Gholami, F. Reshadi, M. Livani, Free vibration and buckling analyses of cylindrical sandwich panel with magneto rheological fluid layer, Journal of Sandwich Structures and Materials, 20 (6) (2015) 27-1.

[4] Y. Frostig, Buckling of sandwich panels with a flexible core-highorder theory, International Journal of Solids and Structures, 3)35) (1998) 204–183.

[5] H. Biglari, A. A. Jafari, Static and free vibration analyses of doubly curved composite sandwich panels with soft core based on a new three-layered mixed theory, Journal of Mechanical Engineering Science, 11)224) (2010) -2332 2349.

[6] E. Carrera, On the use of Murakami's Zig-Zag function in the modeling of layered plates and shells, Computers and Structures, 7)82) (2004) 554-541.

[7] A. K. Garg, R. K. Khare, T. Kant, Higher-order closed-form solutions for free vibration of laminated composite and sandwich shells, Journal of Sandwich Structures and Materials, 3)8) (2006) 235-205.

[8] M. Zarei, G. H. Rahimi, Free vibration analysis of rotating grid stiffened composite cylindrical shells, Modares Mechanical Engineering, 9)16) (2016) 185–175 (in Persian).

[9] Y. Frostig, O. T. Thomsen, High-order free vibration of sandwich panels with a flexible core, International Journal of Solids and Structures, 5)41) (2004) 1724–1697.

[10] k. Malekzadeh Fard, M. Livani, A. veisi, M. Gholami, Improved high-order bending analysis of double curved sandwich panels subjected to multiple loading conditions, Latin American Journal of Solids and Structures, 12)11) (2014) 2307-2284.

[11] O. Rahmani, S. M. R. Khalili, K. Malekzadeh, Free vibration response of composite sandwich cylindrical shell with flexible core, Composite Structures, 5)92) (2010) 1281-1269.

[12] Y. Kagawa, Non-Axially Symmetric vibrations of sandwich cylindrical shells, Journal of Sound and Vibration, 1)7) (1968) 48-39.

[13] G. H. Rahimi, M. Hemmatnezhad, R. Ansari, Prediction of vibrational behavior of grid-stiffened cylindrical shells, Journal of Advance in Acoustics and Vibration, 73 (2014).

[14] H. Salimi, M. Noorabadi, J. Eskandari Jam, Vibration analysis of composite cylindrical shell reinforced with circumferential rib, Tabriz Journal of Mechanic, 2)46) (2016) 172-167 (in Persian).

[15] M. Zarei, G.H. Rahimi, Free vibration analysis of grid stiffened composite conical shells, Journal of Science and Technology of Composites, 1)4) (2017) 8-1.

[16] D. Shahgholian, A. Ghanadi, G. Rahimi, Experimental and numerical investigation of the free vibration of composite sandwich plate with lattice core, Modares Mechanical Engineering, 10)17) (2017) 8-1 (in Persian).

[17] D. Shahgholian, V. tahani, G. Rahimi, Experimental and numerical investigation of the effect of longitudinal and horizontal ribs on flexural behavior of grid stiffened composite plate, Journal of Science and Technology of Composites, 4)3) (2017) 342-333.

[18] A. R. Pourmoayed, K. Malekzadeh Fard, M. Shahravi, Vibration analysis of a cylindrical sandwich panel with Fflexible core using an improved higher-order theory, Modares Mechanical Engineering, 3)17) (2016) 238-227 (in Persian).

[19] M. Bagheri, A. A. Jafari, M. Sadeghifar, Multi-objective optimization of ring stiffened cylindrical shells using a genetic algorithm, Journal of Sound and Vibration, 330 (2011) 384–374.

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

R. Azar Afza, K. MalekzadehFard, M. Golaghapour Kami, A.R. Pourmoayed, Dynamic analysis of cylindrical sandwich shell with orthogonal stiffeners using high-order theory, AmirKabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 4) (2021) 2473-2492.

DOI: 10.22060/mej.2020.18018.6712

این صفحه عمداً خالی است