نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر

نشریه مهندسی مکانیک امیرکبیر، دوره ۵۳، شماره ویژه ۵، سال ۱۴۰۰، صفحات ۳۲۴۱ تا ۳۲۵۶
DOI: 10.22060/mej.2020.18235.6775

تحلیل عددی مرز تمایز زبری سطح و موانع دیواری در جریان آرام فشار- محرک درون ریزمجراهای ناصاف

محمد مهدی فخاری، سید علی میربزرگی*

گروه مهندسی مکانیک–تبدیل انرژی، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران

خلاصه: در مقاله حاضر، جریان آرام فشار–محرک درون ریزمجرایی متشکل از دو صفحه موازی تخت با دیواره‌های ناصاف شبیه‌سازی شده است. ناصافی‌های سطح دیواره‌ها دارای پروفیل سینوسی به ارتفاع نسبی $۰\leq h/H\leq ۰/۱۵$ می‌باشد. معادلات حاکم با استفاده از روش حجم محدود در یک شبکه غیریکنواخت با تعامد حداکثر خطوط شبکه در مجاورت مرزهای ناصاف و در دستگاه مختصات عمومی دوبعدی حل شده‌اند. در اولین گام، ناصافی‌های سطح یک دیواره، به دو دسته "زبری سطح" و "موانع دیواری" تقسیم‌بندی شده است. سپس مرز تمایز زبری سطح از موانع دیواری با تعریف و به‌کارگیری دو معیار کیفی و کمی تعیین شده است. بر اساس معیار کیفی، هنگامی که ناصافی‌های سطح از نوع زبری سطح است، توزیع فشار در خط مرکزی همانند ریزمجرای کاملاً صاف، خطی است. اما هنگامی که ناصافی‌های سطح از نوع موانع دیواری است، توزیع فشار در خط مرکزی نوسانی است. در معیار کمی، متوسط نیروهای قائم و برشی در مجاورت سطح ناصاف با دقت محاسبه و با هم مقایسه می‌شوند. بر اساس نتایج، در جریان آرام درون ریزمجراهای تخت ناصاف، مرز تمایز زبری سطح و موانع دیواری ($h/H|_{cr}$) برابر مقدار ۰/۰۴۲ می‌باشد که مستقل از Δp و Re است.

تاریخچه داوری:
دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۲۱
بازنگری: ۱۳۹۹/۰۳/۰۳
پذیرش: ۱۳۹۹/۰۵/۲۸
ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۸/۰۶

کلمات کلیدی:
جریان آرام فشار– محرک
ریزمجرای صفحه‌ای
ناصافی سطح دیواره
زبری سطح
موانع دیواری

۱- مقدمه

امروزه ساخت ابزارهای ریز، بهانه کافی برای تحقیقات علمی در زمینه سیستم‌های ریزسیالی[1] و ریزالکترومکانیکی[2] فراهم نموده است. این سیستم‌ها در زمینه‌های مختلف مهندسی نظیر درمان‌های بیولوژیکی، تحلیل‌های شیمیایی و خنک‌کاری دستگاه‌های الکترونیکی کاربرد دارند. یکی از اجزای اساسی این گونه ریزابزارها در حوزه سیالات، ریزمجراها[3] هستند. به طور کلی، مجراهایی با طول مشخصه بین ۱ تا ۲۰۰ میکرومتر، ریزمجرا نامیده می‌شوند [۱-۴].

ناصافی سطح[4] یکی از ویژگی‌های اغلب ناخواسته سطح دیواره‌ها است. ناصافی سطح به صورت میانگین انحرافات هندسه از مقدار ایده‌آل آن (متوسط فرورفتگی‌ها و برجستگی‌ها) در جهت بردار نرمال یک سطح تعریف می‌شود [۵]. با این تعریف همواره دیواره‌های یک مجرا دارای ناصافی سطح ناشی از مشکلات تکنیکی در ساخت و یا چسبندگی ذرات روی دیواره‌ها می‌باشد و امکان وجود یک مجرای با دیواره کاملاً صاف تقریباً غیرممکن می‌باشد. هنگامی که ارتفاع ناصافی‌های سطح خیلی کمتر از طول مشخصه مجرا (ارتفاع مجرا) است، به آن "زبری سطح[5] " گفته می‌شود. اما در مواقعی که ارتفاع ناصافی‌های سطح از مرتبه ارتفاع ریزمجرا هستند، اتلاق واژه "زبری سطح" به آنها درست به نظر نمی‌رسد. در این حالت لازم است ناصافی‌های روی دیواره را با عنوان "موانع دیواری[6] " مورد خطاب قرار داد و جریان در مجرا با موانع دیواری را همانند نظیرش در مجاری همگرا- واگرا تحلیل نمود. موانع دیواری چه در جریان ریزمقیاس و چه در جریان بزرگ‌مقیاس همواره تأثیرگذار هستند و در مقاله حاضر به آن پرداخته نمی‌شود؛ هرچند به منظور تعیین مرز بین زبری سطح از موانع دیواری، به‌طور موردی بررسی می‌شود.

مشاهدات تجربی در جریان‌های بزرگ مقیاس آرام نشان داده

1 Microfluidics
2 Micro Electro Mechanical System (MEMS)
3 Microchannels
4 Surface ruggedness
5 Surface roughness
6 Wall blocks

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: samirbozorgi@birjand.ac.ir

است که زبری سطح (ناصافی با ارتفاع نسبی خیلی کم) تأثیر بسیار ناچیزی دارد و قابل چشم‌پوشی است. برای مثال در جریان فشار- محرک کاملاً توسعه‌یافته بین دو صفحه موازی، ضریب اصطکاک (f) مستقل از زبری سطح دیواره است و همواره فقط تابع عدد رینولدز (Re)[1] می‌باشد ($f = 24/Re$).

اما آنچنان که از مطالعات تجربی در جریان‌های ریزمقیاس [۶-۱۰] برداشت می‌شود، در ریزمجراها به دلیل نسبت سطح به حجم بالا، اثر زبری بر جریان آرام هنوز قابل بررسی است. لذا در مقاله حاضر از مطالعات عددی جریان آرام درون ریزمجراها به عنوان مطالعات مرتبط یاد می‌شود که شرح برخی از آنها در زیر آمده است.

کرو و همکاران [۱۱] جریان داخل یک ریزمجرا بین دو صفحه موازی با ناصافی‌های مختلف (۰/۰۱≤h/H≤۰/۰۵۳) به صورت مجموعه‌ای از قله‌های مخروطی سه‌بعدی را به صورت عددی و با استفاده از روش المان محدود بررسی کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که ناصافی‌ها اثر قابل توجهی بر افت فشار (Δp) جریان دارد و با ازدیاد ارتفاع ناصافی‌ها، fRe تقریباً به صورت خطی افزایش می‌یابد.

ژانگ و همکاران [۱۲] جریان داخل یک ریزمجرا بین دو صفحه موازی با ناصافی‌های مختلف را به صورت عددی و با استفاده از روش المان محدود بررسی کردند. آنها اثر Re، ارتفاع ناصافی‌ها (۰/۰۱≤h/H≤۰/۰۴) و پروفیل هندسی ناصافی‌ها (ناصافی‌ها به شکل نیم دایره‌ای، مثلثی و مستطیلی) را بر Δp جریان بررسی کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که با ازدیاد Re و ارتفاع ناصافی‌ها، fRe افزایش می‌یابد که این افزایش برای ناصافی‌های مستطیلی شکل ناچیز می‌باشد.

داراپیا و کندلیکار [۱۳] جریان داخل یک مجرا ($250\mu m \le h/H \le 750\mu m$) با سطح مقطع مستطیلی با ناصافی‌های سینوسی شکل (۰/۰۱۸<h/H≤۰/۲) را به صورت عددی و با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت بررسی کردند. بر اساس نتایج آنها، با ازدیاد ارتفاع ناصافی‌ها در بازه ۰/۰۱۸<h/H<۰/۰۳۶۴، مقدار f افزایش می‌یابد. اما هنگامی که ارتفاع نسبی ناصافی‌ها در بازه ۰/۰۴۵۴<h/H≤۰/۲ باشد، با ازدیاد ارتفاع ناصافی‌ها، رفتار f کاملاً متفاوت و غیر یکنواخت می‌باشد. البته آنها هیچ توضیحی درباره این تغییر رفتار با ارتفاع نسبی ناصافی‌ها را ارائه نداده‌اند.

یانگ و همکاران [۱۴] اثر ناصافی‌های مخروطی شکل را بر جریان داخل ریزمجراهای با سطح مقطع مستطیلی (۰<h/H≤۰/۲۷۵) و دایره‌ای (۰<h/Dh≤۰/۲۲۵) به کمک نتایج تجربی مدل‌سازی بررسی کردند. آنها روابطی برای پیش‌بینی Δp نسبی، f و fRe برای جریان آرام درون ریزمجراها با سطوح ناصاف ارائه کردند. بر اساس نتایج آنها، با ازدیاد ارتفاع ناصافی‌ها، Δp و f افزایش می‌یابد.

خراطی کوپایی و زارع [۱۵] تأثیر الگوهای دیواره (موازی و همگرا- واگرا) با ناصافی‌های سینوسی شکل (۰/۰۴<h/H≤۰/۴) را بر جریان سیال درون مجراهای ($250\mu m \le h/H \le 750\mu m$) با سطح مقطع مستطیلی شکل به صورت عددی و با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت بررسی کردند. نتایج آنها نشان می‌دهد که با ازدیاد ارتفاع ناصافی، Δp و ضریب انتقال حرارت جریان افزایش می‌یابد. اما این افزایش در ارتفاع‌های زیاد ناصافی (۰/۲۸<h/H≤۰/۴)، برای الگوی همگرا- واگرا شدیدتر می‌باشد.

در تمامی مطالعات پیشین، مرز اتلاق دو اصطلاح "زبری سطح" و "موانع دیواری" برای ناصافی‌ها در جریان آرام فشار- محرک درون ریزمجراها مشخص نشده است. به عبارت دیگر در به‌کارگیری واژه‌ای مناسب برای ناصافی‌های سطح، دقت کافی صورت نگرفته است؛ به طوریکه ناصافی‌های خیلی بزرگ نیز زبری تلقی شده است. به عنوان مثال در مطالعه خراطی کوپایی و زارع [۱۵] ارتفاع ناصافی‌ها به قدری بزرگ است که یک جریان در حضور موانع دیواری را تداعی می‌نماید؛ حال آنکه نویسندگان از آن به عنوان زبری یاد کرده‌اند. لازم به ذکر است که تعیین مرز بین دو اصطلاح "زبری سطح" و "موانع دیواری" به سه دلیل، بسیار مهم است: نخست اینکه در ریزمجراها طول مشخصه (ارتفاع) بسیار کم است و لذا ناصافی‌های نسبی می‌توانند هم در اندازه زبری سطح و هم در اندازه موانع دیواری دسته‌بندی شوند. دوم اینکه اگر ناصافی سطح خیلی کوچک و در اندازه زبری باشد، جریان سیال نهایتاً با یک دیواره موازی خودش در تماس است؛ حال آنکه اگر ناصافی سطح بزرگ و در اندازه موانع دیواری باشد، جریان سیال با یک دیواره‌ای که بعضاً بر مسیر خودش عمود است روبرو می‌شود. سوم اینکه در بحث زبری، تنش غالبی که از سمت دیواره‌ها به درون سیال نفوذ می‌کند از نوع تنش برشی است؛ حال آنکه در بحث موانع دیواری، تنش غالب نفوذکننده به درون جریان از نوع قائم است. لذا اولین هدف در مقاله حاضر، تعیین مرز بین دو اصطلاح "زبری سطح" و "موانع دیواری" برای ناصافی‌های درون یک ریزمجرا

1 Reynolds (Re) Number

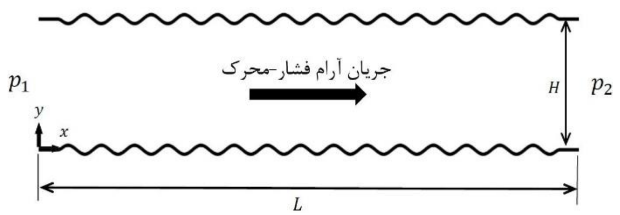
با جریان آرام فشار- محرک می‌باشد. سپس اثر زبری سطح دیواره‌ها بر جریان آرام فشار- محرک درون یک ریزمجرا مورد بررسی دقیق قرار می‌گیرد. چنانچه این مرز به درستی تعیین نگردد، احتمال اینکه موانع دیواری به عنوان زبری تلقی شوند، بسیار زیاد است؛ کاری که در صورت وقوع نتایج غیرقابل‌انتظاری را در پی دارد. بنابراین کمترین کمکی که تشخیص مرز مورد نظر به بحث جریان‌های فشار- محرک می‌کند این است که مانع از ارائه گزارش‌های غلط می‌شود. قابل ذکر است که در مقاله حاضر، بررسی‌ها شامل ناصافی‌های در حد موانع دیواری نمی‌باشد.

۲- بیان مسئله

در مقاله حاضر، یک جریان آرام فشار- محرک دوبعدی بین دو صفحه موازی (به عنوان یک ریزمجرا) با ناصافی سطح سینوسی شکل (به عمق واحد) شبیه‌سازی می‌شود. در واقع این ناصافی‌ها ناشی از مشکلات تکنیکی در ساخت و یا چسبندگی ذرات روی دیواره‌های ریزمجراها می‌باشند. شماتیک مسئله در شکل ۱ نشان داده شده است که در آن ارتفاع ریزمجرا H، طول ریزمجرا $L = ۱۰\ H$ و میانگین حسابی ناصافی نسبی[۱] $۰ \le h/H \le ۰/۱۵$ است. $p_۱$ فشار در ورودی و $p_۲$ فشار در خروجی ریزمجرا می‌باشد. با توجه به $p_۱>p_۲$، جهت جریان فشار- محرک در راستای مثبت x برقرار خواهد شد.

۳- معادلات حاکم و شرایط مرزی

در این بخش معادلات ناویر- استوکس[۲] حاکم بر جریان آرام فشار- محرک دو بعدی یک سیال نیوتنی درون یک ریزمجرا برای وضعیت تراکم‌ناپذیر و دائم ارائه می‌گردد. در استخراج این معادلات،



شکل ۱. شماتیک یک جریان آرام فشار- محرک دو بعدی درون یک ریزمجرا با ناصافی‌های سطح سینوسی شکل

Fig. 1. Schematic of a two-dimensional laminar pressure-driven flow within a microchannel with sinusoidal surface ruggednesses

فرض‌هایی از جمله: تبعیت سیال مایع از مدل محیط پیوسته (عدد نادسن[۳] کوچکتر از ۰/۰۰۱) و چشم‌پوشی از اثرات گرانشی و شناوری در نظر گرفته شده است.

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vu)}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) \qquad (۲)$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}=-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right) \qquad (۳)$$

شرایط مرزی مسئله در جدول ۱ آورده شده است. لازم به ذکر است که در شرط مرزی فشار، n جهت عمود بر دیواره ریزمجرا می‌باشد.

جدول ۱. شرایط مرزی معادلات حاکم بر مسئله

Table 1. Boundary conditions of the governing equations

مرز ورودی ریزمجرا	$p=p_{in},\ \ \frac{\partial u}{\partial x}=0,\ \ v=0$
مرز خروجی ریزمجرا	$p=0,\ \ \frac{\partial u}{\partial x}=0,\ \ \frac{\partial v}{\partial x}=0$
دیواره‌های بالا و پایین ریزمجرا	$\frac{\partial^2 p}{\partial n^2}=0,\ \ u=0,\ \ v=0$

۴- داده‌های ورودی

در مطالعه حاضر، فرض می‌شود که سیال عامل آب است. چگالی و لزجت آن به ترتیب برابر $۱۰۰۰\ kg/m^۳$ و $۱/۰۰۲\times۱۰^{-۳}\ Pa.s$ در محاسبات در نظر گرفته شده است.

در حل عددی حاضر، $p_۲=۰$ و $p_{in}=p_۱$ فرض می‌شود. مقدار p_{in} از رابطه $U_{avg}=\frac{p_{in}-p_{out}}{12\mu L}H^2$ برای جریان بین دو صفحه موازی تعیین می‌شود که در آن U_{avg} با توجه به Re تجویزی ($Re=\frac{\rho U_{avg}D_h}{\mu}$) معلوم می‌گردد. برای ریزمجرا با دیواره‌های ناصاف نیز می‌توان از این رابطه به منظور تعیین p_{in} استفاده نمود؛ اما باید توجه داشت که به دلیل ناصاف‌بودن دیواره‌ها، Re نهایی از Re تجویزی متفاوت خواهد بود. در مقاله حاضر، معیار مقایسه یکسان‌بودن افت فشارها است (نه Re نهایی). با این وجود همواره Re نهایی چک می‌شود تا در محدوده جریان آرام قرار داشته باشد. لازم به ذکر است که در تمامی محاسبات، $D_h=H_۲$ و U_{avg} سرعت متوسط ورودی می‌باشد.

1 The Ra relative ruggedness
2 Navier-Stokes
3 Knudsen number

۵- روش حل عددی

در این مقاله، معادلات حاکم و شرایط مرزی مربوطه در دو بعد و با استفاده از روش حجم محدود با متغیرهای هم‌مکان در یک شبکه غیریکنواخت با تعامد حداکثر خطوط شبکه در مجاورت مرزها حل می‌شوند. طرح سیمپل[1] ارتباط میدان‌های سرعت و فشار را برقرار می‌کند و برای ممانعت از بروز احتمالی توزیع فشار شطرنجی، در محاسبه جرم عبوری در محل وجوه حجم‌های کنترل از طرح میان‌یابی رای- چو[2] استفاده شده است. ارزیابی توأم جملات پخش و جابه‌جایی در محل وجوه حجم‌های کنترل با استفاده از طرح هیبرید انجام شده است. سیستم معادلات جبری حاصل به روش تکرار ضمنی جایگزینی جهات[3] با استفاده از الگوریتم ماتریس سه قطری[4] حل می‌شوند. میزان هم‌گرایی برنامه به اندازه‌ای است که باقی‌مانده بی‌بعدشده حل هر یک از معادلات به ۱×۱۰^{-۱۶} نزول می‌کند؛ در حالیکه کلیه محاسبات عددی دارای دقت مضاعف می‌باشند. لازم به ذکر است که تمامی مراحل تولید شبکه و حل مسئله جریان با برنامه نویسی در محیط نرم‌افزار فرترن انجام شده است.

۵-۱- اعتبارسنجی روش عددی

به منظور اعتبارسنجی روش حل عددی، جریان آرام فشار- محرک بین دو صفحه موازی با دیواره‌های کاملاً صاف شبیه‌سازی شده است. fRe به عنوان یکی از کمیت‌های مهم جریان مورد بررسی قرار گرفته و نتایج حل عددی با داده‌های تجربی کاکاک و همکاران [۱۶] در Re های مختلف در جدول ۲ مقایسه شده است. بر اساس نتایج تجربی کاکاک و همکاران [۱۶]، برای جریان کاملاً توسعه‌یافته بین دو صفحه موازی، $fRe = ۲۴$ می‌باشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، انطباق بسیار خوبی بین نتایج عددی و تجربی وجود دارد.

جدول ۲. مقایسه نتایج عددی و تجربی

Table 2. Comparison of numerical and experimental results

Re	fRe عددی	fRe تجربی [۱۶]	درصد خطا
۰/۰۰۱	۲۳/۹۷۹۴	۲۴	۰/۰۸۵۸
۰/۱	۲۳/۹۷۹۴۹	۲۴	۰/۰۸۵۴
۱۰	۲۳/۹۷۹۶۳	۲۴	۰/۰۸۴۹

1 SIMPLE scheme
2 The interpolation scheme of Rhie-Chow
3 Alternative Direction Implicit (ADI)
4 Tridiagonal Matrix Algorithm (TDMA)

۵-۲- تولید شبکه

به منظور بررسی دقیق اثرات ناصافی سطح، بدیهی است که حوزه جریان در مجاورت این سطوح باید از پیچ و تاب‌های روی سطح دیواره تبعیت نماید. لذا در حل عددی لازم است که یک شبکه منحنی‌الخط منطبق بر مرز[5] تولید شود. به‌علاوه حل معادلات جریان در این شبکه، که لزوماً تعامد خطوط را در پی ندارد، مستلزم تولید حلگری از جریان است که در دستگاه مختصات عمومی عمل نماید.

از آنجا که در شبکه تولیدشده اصل تعامد خطوط در همه جای ناحیه کاملاً رعایت نمی‌شود، لازم است در الگوریتم محاسباتی، حین حل معادلات انتقال، جملات ناشی از پخش نامتعامد[6] نیز در هر تکرار محاسبه گردد. محاسبه چنین جملاتی زمان اجرای برنامه را بالا می‌برد و لذا داشتن شبکه‌ای با خطوط کاملاً متعامد می‌تواند صرفه‌جویی قابل توجهی در محاسبات عددی به وجود آورد. اما از طرف دیگر تولید یک شبکه کاملاً متعامد چه به روش جبری و چه به روش حل معادلات دیفرانسیلی چنان پرهزینه می‌شود که اغلب همان شبکه غیرمتعامد ترجیح داده می‌شود.

با این وجود، داشتن شبکه‌ای با اضلاع متعامد حداقل در کنار مرزها از دو جهت مفید است. اول اینکه در صورت بزرگ‌شدن نسبت منظری[7] سلول‌ها، خطای محاسبه جملات پخش نامتعامد در کنار مرزها کم شده و احتمال واگرایی محاسبات کاهش می‌یابد. زیرا در غیر این صورت، انعکاس شرایط مرزی در کل حوزه توأم با خطا انجام می‌شود. دوم اینکه در محاسبه گرادیان کمیات در جهت عمود بر دیوار، نیازی به استفاده از مشتقات زنجیره‌ای نیست. محاسبه عددی مشتقات کنار دیوارها اغلب به طور یک‌طرفه انجام می‌شود. لذا در حضور گرادیان‌های شدید کمیات، خطاهای محاسبه مشتقات در کنار دیوارها خیلی زود رشد کرده و موجب واگرایی برنامه عددی می‌شوند. بنابراین شبکه‌ای که در آن خطوط شبکه همه جا بر مرزها عمود هستند، کارآمدتر می‌باشد و تولید آن ارزش صرف وقت و هزینه را دارد.

با توجه به مطالب فوق، ناحیه نزدیک دیواره که گرادیان متغیرها در آن شدید می‌باشد، توسط روش هذلولوی[8] شبکه‌بندی شده است.

5 Body-fitted curvilinear grid
6 Non-orthogonality diffusion
7 Aspect ratio
8 Hyperbolic

خاصیت این روش، ایجاد تعامد ۱۰۰٪ خطوط شبکه در مجاورت مرزها می‌باشد. دستگاه معادلات مولد شبکه به روش هذلولوی به صورت ذیل می‌باشد [۱۷].

$$g_1.g_2 = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta = 0 \quad (۴)$$

$$|g_1 \times g_2| = x_\xi y_\eta - y_\xi x_\eta = A \quad (۵)$$

با استفاده از معادله (۴) تعامد خطوط شبکه برقرار می‌شود. معادله (۵) نیز اندازه مساحت سلول شبکه را نشان می‌دهد. لازم به ذکر است که این دستگاه معادلات غیرخطی است و باید از یک روش خطی‌سازی استفاده نمود. همچنین از آنجایی که دستگاه هذلولوی است، باید از روش پیمایشی[1] استفاده شود که برای این فرمولبندی، پیمایش زمان در جهت η خواهد بود. بنابراین دستگاه معادلات مولد به صورت زیر بیان می‌شود:

$$x_\eta = -\frac{A}{(x_\xi)^2 + (y_\xi)^2} y_\xi \quad (۶)$$

$$y_\eta = \frac{A}{(x_\xi)^2 + (y_\xi)^2} x_\xi \quad (۷)$$

که در آن A از معادله زیر به دست می‌آید.

$$A = \mathrm{b}\sqrt{(x_\xi)^2 + (y_\xi)^2}\, e^{-c(1-\eta)} \quad (۸)$$

که در آن b و c مقادیر ثابت می‌باشند. برای حل معادلات (۶) و (۷) از گسسته‌سازی مرکزی برای مشتق‌های ξ و روش گسسته‌سازی پس‌رو برای مشتق‌های η استفاده شده است. همچنین برای جلوگیری از نوسان جواب، عبارت مرتبه چهارم مستهلک کننده‌ای به طرف راست معادلات اضافه می‌شود؛ این کار باعث می‌شود که شبکه درهم پیچیده ایجاد نشود.

برای تولید شبکه در نواحی دور از دیواره‌ها که در آنها گرادیان متغیرها کم می‌باشد و به منظور ایجاد تعامد حداکثر در خطوط شبکه، از روش بیضوی اصلاح شده[2] استفاده شده است. دستگاه معادلات مولد شبکه به روش بیضوی به صورت ذیل می‌باشد [۱۸].

$$a x_{\xi\xi} - 2b x_{\xi\eta} + c x_{\eta\eta} = -J^2 (\mathrm{P} x_\xi + \mathrm{Q} x_\eta) \quad (۹)$$

$$a y_{\xi\xi} - 2b y_{\xi\eta} + c y_{\eta\eta} = -J^2 (\mathrm{P} y_\xi + \mathrm{Q} y_\eta) \quad (۱۰)$$

1 Marching method
2 Modified elliptic

که در آن:

$$a = x_\eta^{\ 2} + y_\eta^{\ 2} \quad (۱۱)$$

$$b = x_\xi x_\eta + y_\xi y_\eta \quad (۱۲)$$

$$c = x_\xi^{\ 2} + y_\xi^{\ 2} \quad (۱۳)$$

$$J = x_\xi y_\eta - x_\eta y_\xi \quad (۱۴)$$

در معادلات فوق، P و Q توابع کنترل شبکه به منظور تنظیم توزیع نقاط شبکه در مرز مشترک دو شبکه هذلولوی و بیضوی می‌باشند. از آنجایی که فاصله نقاط مشخص است، مقدار Q در محاسبات صفر می‌باشد. تابع $P(\xi,\eta)$ به منظور کنترل تعامد کامل خطوط شبکه بیضوی بر شبکه هذلولوی، با استفاده از روش اصلاح سورلی[3] [۱۹] به صورت زیر و توسط روابط (۱۵) تا (۱۸) تعریف می‌شود: ابتدا در هر گام زمانی m، زاویه تقاطع میان یک خط ثابت= ξ و مرز مشترک دو شبکه هذلولوی و بیضوی از ضرب نقطه‌ای بردار مماس بر خط ثابت= ξ ، یعنی r_η ، و بردار مماس بر مرز مشترک، یعنی r_η، توسط معادله (۱۵) محاسبه می‌شود:

$$\alpha^m = \cos^{-1}\left(\frac{r_\eta . r_\xi}{|r_\eta||r_\xi|}\right) \quad (۱۵)$$

سپس اصلاح $\Delta \mathrm{P}^m$ مورد نیاز برای اولین خط ثابت= η شبکه بیضوی به‌دست می‌آید:

$$\Delta \mathrm{P}^m(\xi, \eta = 0\ or 1) = \tan^{-1}\left(\frac{\alpha^m - \pi/2}{\pi/2}\right) \quad (۱۶)$$

و پس از آن، اصلاح $\Delta \mathrm{P}^m$ مورد نیاز برای نقاط درون شبکه بیضوی توسط معادله (۱۷) به‌دست می‌آید:

$$\Delta \mathrm{P}^m(\xi,\eta) = \Delta \mathrm{P}^m(\xi,0) e^{-a\eta} + \Delta \mathrm{P}^m(\xi,1) e^{-b(1-\eta)} \quad (۱۷)$$

بعد از طی این روند، موقعیت گره‌های داخلی شبکه از نقطه نظر بهترین وضعیت تعامد توسط معادله (۱۸) پیدا می‌شود.

$$\mathrm{P}^{m+1}(\xi,\eta) = \mathrm{P}^m(\xi,\eta) + \Delta \mathrm{P}^m(\xi,\eta) \quad (۱۸)$$

برای حل معادلات بیضوی (معادلات ۹ تا ۱۴) به روش تکرار،

3 Sorli

احتیاج به یک حدس اولیه می‌باشد. با وجود آن‌که جواب همواره مستقل از حدس اولیه است، این حدس روی نرخ همگرایی جواب تأثیر قابل ملاحظه‌ای می‌گذارد. در واقع هرچه این حدس به جواب نهایی مسأله نزدیک‌تر باشد، سرعت همگرایی نیز بیشتر می‌گردد. بنابراین توسط روش جبری درونیابی نهایی[1] [۱۷] یک شبکه اولیه تولید می‌شود. معادلات مولد شبکه به این روش به صورت ذیل می‌باشد.

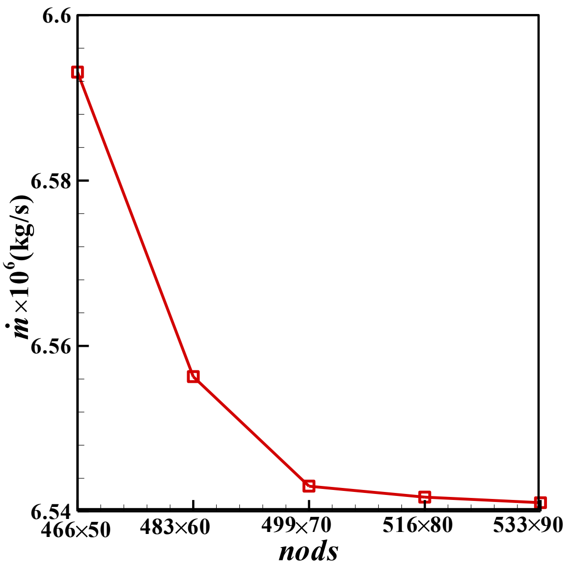
$$x(\xi,\eta)=(1-\xi)x_l(\eta)+\xi x_r(\eta)+(1-\eta)x_b(\xi)+\eta x_t(\xi)-(1-\xi)(1-\eta)x_b(0)-(1-\xi)\eta x_t(0)-(1-\eta)\xi x_b(1)-\xi\eta x_t(1) \quad (۱۹)$$

$$y(\xi,\eta)=(1-\xi)y_l(\eta)+\xi y_r(\eta)+(1-\eta)y_b(\xi)+\eta y_t(\xi)-(1-\xi)(1-\eta)y_b(0)-(1-\xi)\eta y_t(0)-(1-\eta)\xi y_b(1)-\xi\eta y_t(1) \quad (۲۰)$$

که در آن b، r، l و t به ترتیب نمایانگر مرزهای چپ، راست، پایین و بالای کل ریزمجرا (ناحیه حل) می‌باشند.

ریزشدگی شبکه در راستای y در نزدیکی دیواره‌ها با ضریب تراکم ۱/۰۶، می‌تواند جزئیات جریان در کنار دیواره‌های ناصاف را به درستی استخراج نماید. پارامترهای کیفیت شبکه‌های تولیدشده برای تمامی ناصافی‌ها دارای مقادیر ۹/۸ ≥ نسبت منظری[2] ≥ ۱ و ۰/۳۸ ≥کشیدگی سلول[3] ≥ ۰ می‌باشند. همچنین به منظور بررسی استقلال نتایج حل از شبکه، دبی جرمی جریان فشار- محرک بین دو صفحه موازی کاملاً صاف مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج محاسبه‌ی دبی جریان بر حسب تعداد گره‌های شبکه در شکل ۲، بیانگر این حقیقت است که با افزایش تعداد گره‌ها، دبی‌های محاسبه‌شده‌ی جریان بر واحد عمق، $\dot m=\int_0^H \rho u(y)dy$ ، به دبی جریان یکنواخت متناظر با $\Delta p=8Pa$ ($\dot m=\frac{\rho\Delta pH^3}{12\mu L}=6.52977\times10^{-6}kg/s$) نزدیکتر می‌شوند. در نتیجه، استفاده از شبکه با تعداد نقاط ۵۱۶×۸۰ می‌تواند یک حل قابل قبول و مستقل از نقاط شبکه را فراهم نماید. برای سایر ناصافی‌ها نیز شبکه مورد نظر با همین اندازه انتخاب شده است. یک نمونه شبکه غیریکنواخت تولیدشده در شکل ۳ برای ریزمجرا با ناصافی نسبی h/H=۰/۰۴۱ نمایش داده شده است، در

1 Transfinite interpolation (TFI)
2 Aspect ratio
3 Skewness



شکل ۲. نتایج حاصل از بررسی استقلال شبکه

Fig. 2. Results of grid independence study

حالی که به منظور وضوح بیشتر، تعداد گره‌های کمتری نمایش داده شده است.

۶- نتایج عددی

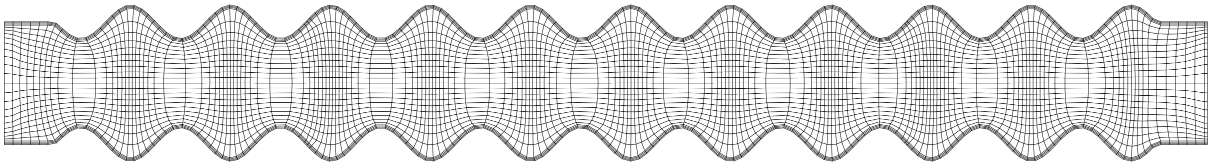
در مقاله حاضر، جریان آرام فشار- محرک درون ریزمجراهای با ناصافی نسبی $0\le h/H\le 0.15$ مورد بررسی قرار می‌گیرد. همانطور که در مقدمه مقاله بیان شد، هدف اصلی تعیین مرز اتلاق زبری سطح از موانع دیواری، یعنی $h/H|_{cr}$ ، می‌باشد.

۶-۱- معیارهای تشخیص زبری سطح از موانع دیواری

برای تشخیص زبری سطح از موانع دیواری می‌توان دو معیار کیفی و کمی را به صورت زیر بنا نمود.

۶-۱-۱- معیار کیفی:

در این معیار، اثرپذیری توزیع فشار در خط مرکزی ریزمجرا از ناصافی سطح دیواره‌ها، بررسی و ارزیابی می‌شود. هرگاه سیال در مجاورت یک سطح ناصاف جریان یابد، فشار آن در مجاورت سطح ناصاف دستخوش تغییرات شده و متفاوت از فشار دوردست می‌شود. بدیهی است اگر ارتفاع ناصافی‌های دیواره از یک حدی کوچکتر باشد، این تغییرات فشار فقط محدود به نواحی کنار دیواره‌ها است؛ بدین معنی که توزیع فشار فقط در کنار دیواره‌ها نوسانی است که خود



شکل ۳. نمونه شبکه غیریکنواخت، h/H =۰/۰۴۱

Fig. 3. A typical non-uniform mesh, h/H=0.041

به واسطه نوسانی‌بودن پروفیل ناصافی دیواره می‌باشد؛ حال آنکه در خط مرکزی ریزمجرا کماکان توزیع فشار خطی است. در این حالت باید ناصافی مورد نظر را یک زبری سطح خطاب نمود. اما اگر ارتفاع ناصافی‌ها از یک حدی زیادتر باشد، اثرات ناصافی‌های سطح علاوه بر توزیع فشار سیال در مجاورت دیواره‌ها، روی توزیع فشار در خط مرکزی ریزمجرا نیز قابل مشاهده خواهد بود؛ بدین معنا که هر دو دیواره ناصاف، در واقع یک ریزمجرای همگرا- واگرا تشکیل داده‌اند و به دلیل تغییرات نوسانی سرعت محوری، توزیع فشار در خط مرکزی هم نوسانی خواهد بود. در این حالت، ریزمجرای مورد نظر دیگر یک ریزمجرای بین دو صفحه موازی تلقی نمی‌شود و باید ناصافی مورد نظر را یک مانع دیواری خطاب نمود.

۶-۱-۲- معیار کمی:

در معیار کمی، متوسط نیروهای قائم و برشی در مجاورت سطح ناصاف با دقت محاسبه و برای مقادیر مختلف ناصافی نسبی با هم مقایسه می‌شوند. در هر ناصافی نسبی که نیروی قائم بیشتر از نیروی برشی باشد، آن ناصافی به عنوان مانع دیواری تلقی می‌شود و بالعکس زبری سطح نامیده می‌شود. به عبارت دیگر اگر ناصافی‌ها از نوع موانع دیواری باشد، نیروی سطحی غالبی که از سمت دیواره‌ها به سیال وارد می‌شود از نوع قائم خواهد بود و اگر ناصافی دیواره از نوع زبری سطح باشد، نیروی سطحی غالب از نوع برشی است.

به منظور استخراج عبارتی برای معیار کمی باید به جملات نیرویی در معادلات اندازه حرکت کنار دیواره توجه ویژه نمود. نیروهای سطحی وارد بر سیال شامل نیروهای قائم و نیروهای برشی (مماسی) هستند. بدین منظور معادلات (۲) و (۳) به ترتیب به صورت معادلات

$$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vu)}{\partial y}=\underbrace{\underbrace{-\frac{\partial p}{\partial x}}_{\text{pressure force}}+\underbrace{\mu\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right)}_{\text{frictional force}}}_{\text{surface force}} \tag{۲۱- الف}$$

$$\frac{\partial(\rho uu)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vu)}{\partial y}=\underbrace{\underbrace{-\frac{\partial p}{\partial x}+\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}}_{\text{normal force}}+\underbrace{\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}}_{\text{shear force}}}_{\text{surface force}} \tag{۲۱- ب}$$

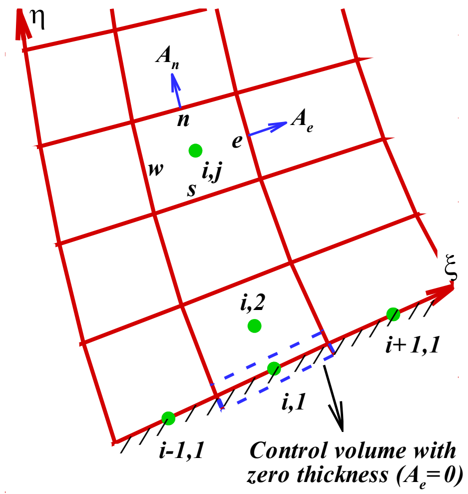
$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}=\underbrace{\underbrace{-\frac{\partial p}{\partial y}}_{\text{pressure force}}+\underbrace{\mu\left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}\right)}_{\text{frictional force}}}_{\text{surface force}} \tag{۲۲- الف}$$

$$\frac{\partial(\rho uv)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho vv)}{\partial y}=\underbrace{\underbrace{-\frac{\partial p}{\partial y}+\mu\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}}_{\text{normal force}}+\underbrace{\mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}}_{\text{shear force}}}_{\text{surface force}} \tag{۲۲- ب}$$

(۲۱) و (۲۲) بازنویسی می‌شود:

که در آن دسته‌بندی نیروهای سطحی به دو صورت بیان شده است. مشاهده می‌شود در معادله‌های (۲۱-ب) و (۲۲-ب) بخشی از نیروی اصطکاکی به عنوان نیروی قائم در کنار نیروی فشاری قرار گرفته است. این کار مؤید این معناست که همه مؤلفه‌های تانسور تنش اصطکاکی، از نوع تنش برشی نیستند بلکه شامل تنش‌های قائم نیز می‌باشند [۲۰] که در مقاله حاضر تفکیک و به جمله گرادیان فشار اضافه شده است. باید توجه داشت که در جریان‌های بزرگ مقیاس کاملاً توسعه‌یافته حتی در مجراهای زبر، بخش اصطکاکی نیروی قائم $\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ و $\mu\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}$ به ترتیب در مقایسه با نیروی فشاری ($-\frac{\partial p}{\partial x}$ و $-\frac{\partial p}{\partial y}$) بسیار کوچک و قابل صرف‌نظر می‌باشد. اما در جریان‌های ریزمقیاس[1] که ناصافی دیواره‌ها بعضاً از مرتبه موانع دیواری است، از این بخش از نیروی قائم نمی‌توان در مقایسه با نیروی قائم فشاری صرف‌نظر کرد. لذا در این معیار، نیروی قائم مد نظر قرار می‌گیرد (نه فقط نیروی فشاری). حال از مجموع برداری جملات $\left[\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial p}{\partial x}\right]$ و $\left[\mu\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}-\frac{\partial p}{\partial y}\right]$ به منظور محاسبه نیروهای قائم (F_N) و از مجموع برداری جملات $\left[\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right]$ و $\left[\mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\right]$ به منظور محاسبه نیروهای برشی (FS)، روی یک حجم کنترل دلخواه مطابق شکل ۴ به صورت زیر انتگرال گرفته

1 Microfluidics



شکل ۴. حجم کنترل دلخواه به مرکز (i,j) داخل ناحیه و حجم کنترل دلخواه به مرکز (i,۱) به ضخامت صفر روی دیواره پایینی

Fig. 4. An arbitrary control volume to the center of (i,j) inside the domain and an arbitrary control volume to the center of (i,1) with zero thickness on the bottom wall

$$F_{Ni,j}=\int\left[\left(\mu\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}-\frac{\partial p}{\partial x}\right)\hat{i}+\left(\mu\frac{\partial^2 v}{\partial y^2}-\frac{\partial p}{\partial y}\right)\hat{j}\right]d\forall\Bigg|_{i,j} \quad \text{(۲۳- الف)}$$

$$F_{Si,j}=\int\left(\mu\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\hat{i}+\mu\frac{\partial^2 v}{\partial x^2}\hat{j}\right)d\forall\Bigg|_{i,j} \quad \text{(۲۳- ب)}$$

می‌شود:

که در آن $\hat{i}$ و $\hat{j}$ به ترتیب بردارهای یکه در راستای x و y است.

$$F_{Ni,j}=\left\{\begin{aligned}&\left[\mu\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_e-\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_w\right]A_{ex}+\mu\left[\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_n-\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_s\right]A_{nx}-(p_e-p_w)A_{ex}-(p_n-p_s)A_{nx}\right]\hat{i}\\&+\left[\mu\left[\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_e-\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_w\right]A_{ey}+\mu\left[\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_n-\left(\frac{\partial v}{\partial y}\right)_s\right]A_{ny}-(p_e-p_w)A_{ey}-(p_n-p_s)A_{ny}\right]\hat{j}\end{aligned}\right\}\Bigg|_{i,j} \quad \text{(۲۴- الف)}$$

$$F_{Si,j}=\left\{\begin{aligned}&\left[\mu\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_e-\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_w\right]A_{ey}+\mu\left[\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_n-\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_s\right]A_{ny}\right]\hat{i}\\&+\left[\mu\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_e-\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_w\right]A_{ex}+\mu\left[\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_e-\left(\frac{\partial v}{\partial x}\right)_w\right]A_{nx}\right]\hat{j}\end{aligned}\right\}\Bigg|_{i,j} \quad \text{(۲۴- ب)}$$

در صورت تعامد خطوط شبکه با سازمان، حاصل معادلات (۲۳) به صورت زیر خواهد بود:

که در آن n، w، e و s به ترتیب معرف وجوه شرقی، غربی، شمالی و جنوبی حجم کنترل است. به‌علاوه A_{ex} و A_{ey} به ترتیب تصاویر مساحت وجه شرقی حجم کنترل (A_e) در راستاهای x و y و همچنین A_{nx} و A_{ny} به ترتیب تصاویر مساحت وجه شمالی حجم کنترل (A_n) در راستاهای x و y می‌باشد.

مطابق شکل ۴، برای یک سطح کنترل (حجم کنترل به ضخامت صفر) دلخواه روی دیواره پایینی (i,j=۱) که در آن $(A_e)_{i,1}=0$ است، در معادلات (۲۴) اولاً عبارت‌های مربوط به وجه s حذف می‌شود؛ ثانیاً

$$F_{Ni,1}=\left\{\left[\mu\frac{\partial u}{\partial x}A_{nx}-pA_{nx}\right]\hat{i}+\left[\mu\frac{\partial v}{\partial y}A_{ny}-pA_{ny}\right]\hat{j}\right\}\Bigg|_{i,1} \quad \text{(۲۵- الف)}$$

$$F_{Si,1}=\left\{\left[\mu\frac{\partial u}{\partial y}A_{ny}\right]\hat{i}+\left[\mu\frac{\partial v}{\partial x}A_{nx}\right]\hat{j}\right\}\Bigg|_{i,1} \quad \text{(۲۵- ب)}$$

وجه n منطبق بر گره مرکزی (i,j=۱) است. در این صورت معادلات به صورت زیر ساده می‌شود:

از آنجا که تصویر نیروهای فوق در راستای افقی x مورد نظر می‌باشد، معادله‌های (۲۶-الف) و (۲۶-ب) به ترتیب نیروی قائم در

$$F_{N,xi,1}=\left\{\mu\frac{\partial u}{\partial x}A_{nx}-pA_{nx}\right\}\Bigg|_{i,1} \quad \text{(۲۶- الف)}$$

$$F_{S,xi,1}=\mu\frac{\partial u}{\partial y}A_{ny}\Bigg|_{i,1} \quad \text{(۲۶- ب)}$$

راستای افقی ($F_{N,x}$) و نیروی برشی در راستای افقی ($F_{S,x}$) را برای دیواره پایینی نشان خواهد داد.

مقادیر $\frac{\partial u}{\partial x}$ و $\frac{\partial u}{\partial y}$ در معادلات (۲۶) به طور مستقیم قابل محاسبه نیست. لذا این معادلات به صورت زیر در دستگاه مختصات عمومی

$$F_{N,xi,1}=\left\{\mu\left(\frac{\partial u}{\partial\xi}\xi_x+\frac{\partial u}{\partial\eta}\eta_x\right)A_{nx}-pA_{nx}\right\}\Bigg|_{i,1} \quad \text{(۲۷- الف)}$$

$$F_{S,xi,1}=\left\{\mu\left(\frac{\partial u}{\partial\xi}\xi_y+\frac{\partial u}{\partial\eta}\eta_y\right)A_{ny}\right\}\Bigg|_{i,1} \quad \text{(۲۷- ب)}$$

بازنویسی می‌شود:

که در آن ξ و η راستاهای مماس و عمود بر دیواره می‌باشد. حال به منظور مقایسه مقادیر این دو نیرو در مقادیر ناصافی‌های مختلف، (h/H) لازم است از مقادیر متوسط آنها در طول ریزمجرا به صورت زیر استفاده نمود:

$$\overline{F_{N,x}}=\frac{2}{L_c}\int_{i=1}^{i=I_{max}}F_{N,xi,1}d\xi_{i,1} \quad \text{(۲۸- الف)}$$

$$\overline{F_{S,x}}=\frac{2}{L_c}\int_{i=1}^{i=I_{max}}F_{S,xi,1}d\xi_{i,1} \quad \text{(۲۸- ب)}$$

که در آن Lc طول کل قوس دیواره و i=۱ و $i=I_{max}$ به ترتیب بیانگر ابتدا و انتهای ریزمجرا می‌باشد. لازم به ذکر است که سمت راست معادلات (۲۸-الف و ب) در ۲ ضرب شده است تا اثرات هر دو دیواره لحاظ گردد. درست همانگونه که در معیار کیفی اثرات هر دو دیواره روی توزیع فشار در خط مرکزی بررسی می‌شود.

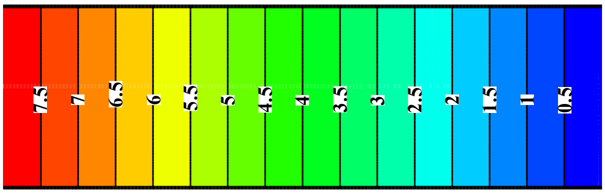
۶-۲- تعیین $h/H|_{cr}$ در جریان داخلی آرام فشار- محرک

در این بخش، یک جریان آرام فشار- محرک با $\Delta p=8$ Pa درون ریزمجرای شکل (۱) شبیه‌سازی می‌شود. به منظور تعیین $h/H|_{cr}$، ناصافی نسبی (h/H) دیواره از مقدار صفر (برای دیواره کاملاً صاف) تا مقدار ۰/۱۵ تغییر می‌کند. اما جهت اختصار، نتایج معیار کیفی فقط برای دو ناصافی نسبی کم (h/H=۰/۰۲) و زیاد (h/H=۰/۱۵) گزارش می‌شود، در حالیکه نتایج معیار کمی برای تمامی ناصافی‌های نسبی، مورد بررسی و تحلیل قرار می‌گیرد. در پایان، استقلال نتایج از مقدار افت فشار جریان بررسی می‌شود.

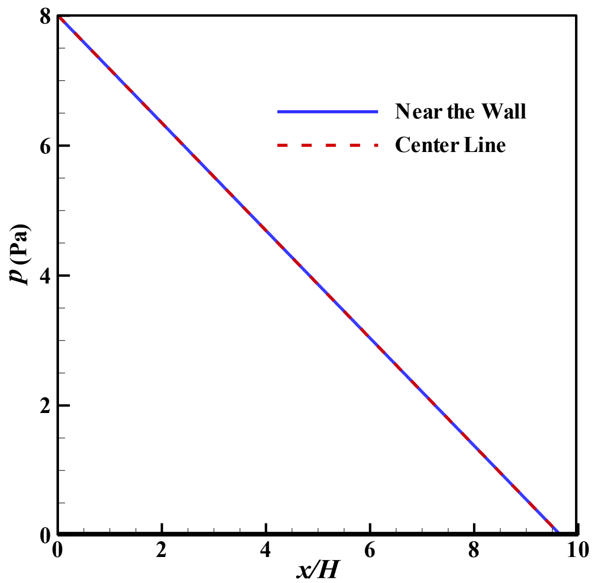
* معیار کیفی

شکل ۵ توزیع فشار درون ریزمجرای مورد نظر با دیواره‌های کاملاً صاف را نشان می‌دهد. در شکل ۵-الف، خطوط همتراز میدان فشار درون این ریزمجرا نمایش داده شده است. مشاهده می‌شود که فشار در طول ریزمجرا کاهش می‌یابد. اگر این توزیع فشار در خط مرکزی بر حسب طول ریزمجرا رسم شود، شکل ۵-ب حاصل می‌گردد. مشاهده می‌شود که این افت فشار به صورت خطی از مقدار p_{in} در ورودی تا مقدار صفر در خروجی اتفاق می‌افتد. با توجه به اینکه در عرض ریزمجرا فشار تغییر نمی‌کند، این افت خطی در کنار دیواره‌ها نیز صادق و یکسان می‌باشد.

در شکل ۶، توزیع فشار در ریزمجرای مورد نظر در حالی رسم شده است که دیواره‌های آن دارای ناصافی نسبی کم h/H=۰/۰۲ می‌باشد. در شکل ۶-الف، خطوط همتراز میدان فشار درون این ریزمجرا نشان داده شده است. در اینجا نیز همانند شکل ۵-الف، فشار در طول ریزمجرا کاهش می‌یابد؛ با این تفاوت که در کنار دیواره ناصاف، خطوط همتراز فشار کاملاً متفاوت شده است. به عبارت دیگر، برخلاف ریزمجرای با دیواره کاملاً صاف، در یک x/H ثابت، توزیع فشار در کنار دیواره با نظیرش در خط مرکزی ریزمجرا متفاوت است. برای درک بهتر توزیع فشار در این ریزمجرای ناصاف، شکل ۶-ب استخراج شده است. همانطور که مشاهده می‌شود، ناصافی دیواره، توزیع فشار در کنار دیواره را تحت تأثیر قرار داده و به حالت نزولی- نوسانی تبدیل نموده است. این در حالی است که تغییرات فشار در خط مرکزی ریزمجرا هنوز خطی می‌باشد. به عبارت دیگر، اثر ناصافی‌های نسبی کم، به خط مرکزی ریزمجرا نفوذ نکرده است.



(الف)

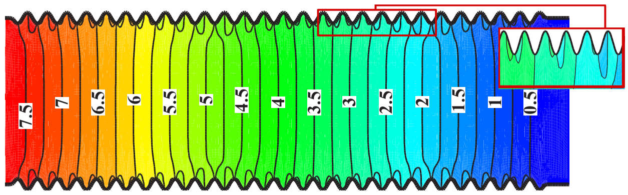


(ب)

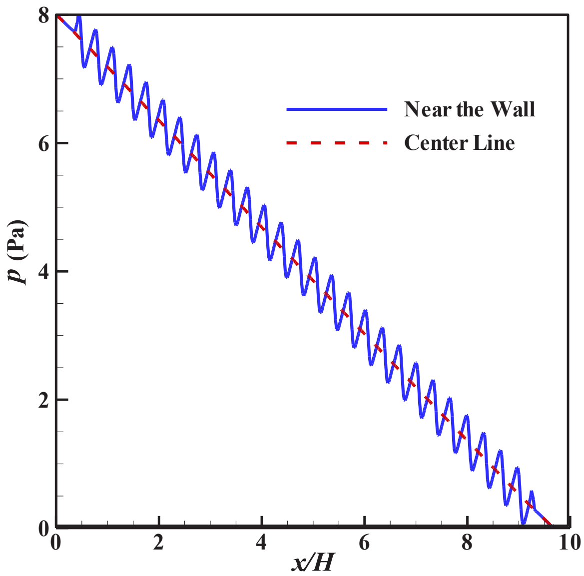
شکل ۵. توزیع فشار در طول ریزمجرای با دیواره‌های کاملاً صاف
الف) خطوط همتراز میدان فشار در طول ریزمجرا
ب) توزیع فشار در نزدیکی دیواره و خط مرکزی ریزمجرا

Fig. 5. Distribution of pressure along the microchannel with perfectly smooth walls a) Pressure field contours along the microchannel b) Pressure distribution near the wall and the centerline of the microchannel

در شکل ۷، توزیع فشار در ریزمجرای مورد نظر در حالی رسم شده است که دیواره‌های آن دارای ناصافی نسبی زیاد h/H=۰/۱۵ می‌باشد. خطوط همتراز میدان فشار در طول ریزمجرا در شکل ۷-الف نشان داده شده است. در اینجا نیز همانند شکل ۶-الف، فشار در طول ریزمجرا کاهش می‌یابد؛ با این تفاوت که علاوه بر کنار دیواره ناصاف، در خط مرکزی ریزمجرا نیز خطوط همتراز فشار کاملاً تحت تأثیر قرار گرفته است. به عبارت دیگر، در یک x/H ثابت، تغییرات فشار علاوه بر کنار دیواره‌ها، حتی در خط مرکزی نیز زیاد و قابل مشاهده می‌باشد. برای درک بهتر توزیع فشار در این ریزمجرای ناصاف، شکل ۷-ب استخراج شده است. همانطور که در این شکل مشاهده می‌شود، فشار در طول ریزمجرا علاوه بر کنار دیواره‌ها، در خط مرکزی ریزمجرا نیز



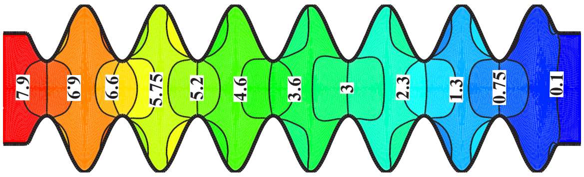
(الف)



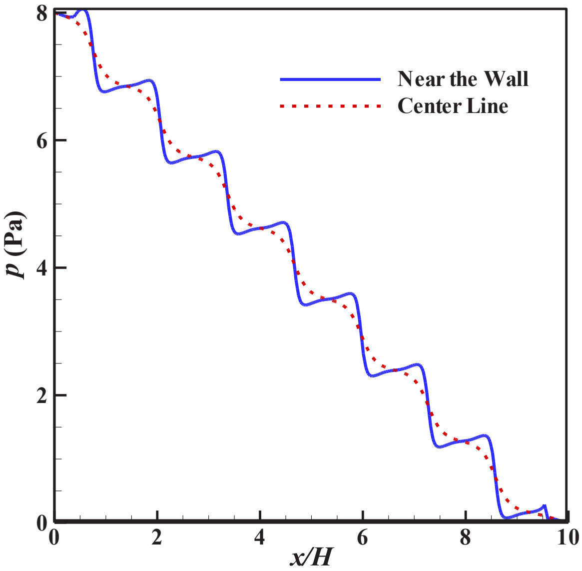
(ب)

شکل ۶. توزیع فشار در طول ریزمجرا با دیواره‌های با ناصافی نسبی کم
الف) h/H =۰/۰۲ خطوط همتراز میدان فشار در طول ریزمجرا
ب) توزیع فشار در نزدیکی دیواره و خط مرکزی ریزمجرا

Fig. 6. Distribution of pressure along the microchannel with walls with the small relative ruggedness of h/H=0.02
a) Pressure field contours along the microchannel
b) Pressure distribution near the wall and the centerline of the microchannel



(الف)



(ب)

شکل ۷. توزیع فشار در طول ریزمجرا با دیواره‌های با ناصافی نسبی زیاد
الف) h/H =۰/۱۵ خطوط همتراز میدان فشار در طول ریزمجرا
ب) توزیع فشار در نزدیکی دیواره و خط مرکزی ریزمجرا

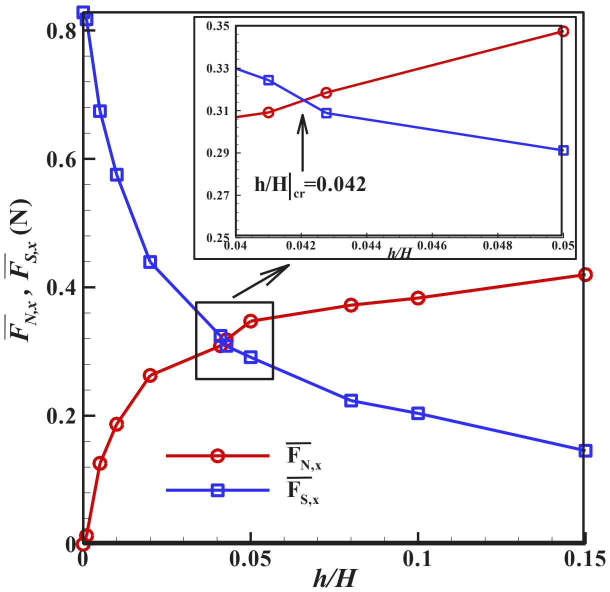
Fig. 7. Distribution of pressure along the microchannel with walls with the high relative ruggedness of h/H=0.15
a) Pressure field contours along the microchannel
b) Pressure distribution near the wall and the centerline of the microchannel

به صورت نوسانی از مقدار فشار ورودی تا مقدار فشار خروجی ریزمجرا کاهش می‌یابد؛ یعنی اثر ناصافی‌های نسبی زیاد، به عمق ریزمجرا نیز نفوذ کرده است. به عبارت دیگر، با این مقدار از ناصافی، در واقع دیواره‌ها یک ریزمجرای همگرا- واگرا را شکل داده‌اند و دیگر اتلاق دو صفحه موازی برای آن صحیح نیست. در این حالت نیروی پسای موجی ناشی از ناصافی‌های دیواره آنقدر زیاد شده است که توزیع فشار در مرکز ریزمجرا از حالت خطی خارج گردیده است. بنابراین در اینجا باید ناصافی دیواره را از نوع موانع دیواری تلقی نمود.

مقایسه نتایج جریان فشار- محرک در دو حالت فوق نشان می‌دهد که هنگامی که ارتفاع ناصافی نسبی زیاد است، اتلاق واژه زبری برای آنها صحیح نمی‌باشد و باید به آن موانع دیواری گفته شود. اما هنگامی که این ارتفاع نسبی کم باشد، اتلاق واژه زبری برای آن مناسب است و می‌توان ارتفاع ناصافی نسبی آن را با ε/H نمایش داد.

*** معیار کمی**

همان‌طور که پیش از این بیان شد، به کمک معیار کمی نیز می‌توان مرز زبری سطح از موانع دیواری را به طور دقیق‌تر مشخص کرد. در شکل ۸ تغییرات $\overline{F_{N,x}}$ و $\overline{F_{S,x}}$ بر حسب ناصافی‌های مختلف نمایش داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که با ازدیاد ارتفاع ناصافی‌های سطح، نیروهای برشی ($\overline{F_{S,x}}$) در حال کاهش

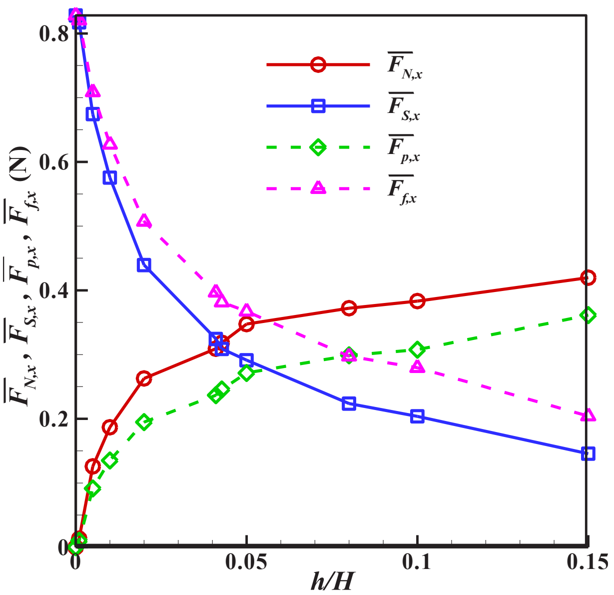


شکل ۸. تغییرات $\overline{F_{N,x}}$ و $\overline{F_{S,x}}$ بر حسب h/H

Fig. 8. Variations of $\overline{F_{N,x}}$ and $\overline{F_{S,x}}$ in terms of h/H

هستند؛ در حالیکه نیروهای قائم ($\overline{F_{N,x}}$) رشد می‌کنند. نمودارهای این دو نیرو در h/H=۰/۰۴۲ یکدیگر را قطع می‌کنند. به عبارت دیگر در h/H<۰/۰۴۲ نیروی برشی از نیروی قائم بیشتر است و در h/H>۰/۰۴۲ این وضعیت معکوس می‌شود. بنابراین ناصافی نسبی $h/H|_{cr}$ = ۰/۰۴۲ مرز بین زبری سطح و موانع دیواری می‌باشد و ناصافی‌های سطح بزرگتر از این مقدار به عنوان موانع دیواری و ناصافی‌های کوچکتر از آن به عنوان زبری سطح تلقی می‌گردد و باید آن را با ε/H نشان داد. لازم به ذکر است که این مرز تمایز، عدم رفتار یکنواخت f را در بازه‌های ۰/۰۱۸<h/H<۰/۰۳۶۴ و ۰/۰۴۵۴<h/H≤۰/۲ که پیش از این در مطالعه دارایبا و کندلیکار [۱۳] مشاهده شده است را توجیه می‌نماید.

در شکل ۹ تغییرات متوسط نیروهای فشاری ($\overline{F_{p,x}}$) و اصطکاکی ($\overline{F_{f,x}}$) در راستای x بر حسب ناصافی‌های مختلف نمایش داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که با ازدیاد ارتفاع ناصافی‌های سطح، همانند رفتار $\overline{F_{S,x}}$ ، نیروهای اصطکاکی ($\overline{F_{f,x}}$) در حال کاهش هستند؛ در حالیکه همانند رفتار $\overline{F_{N,x}}$، نیروهای فشاری ($\overline{F_{p,x}}$) رشد می‌کنند. همچنین همان‌طور که مشاهده می‌شود، اگر تغییرات $\overline{F_{p,x}}$ و $\overline{F_{f,x}}$ به عنوان تعیین‌کننده مرز زبری سطح و موانع دیواری قرار می‌گرفت، مقدار نادرست h/H=۰/۰۷۹ به عنوان این مرز به دست می‌آمد. نکته قابل برداشت دیگر از شکل ۹ این است که نیروهای



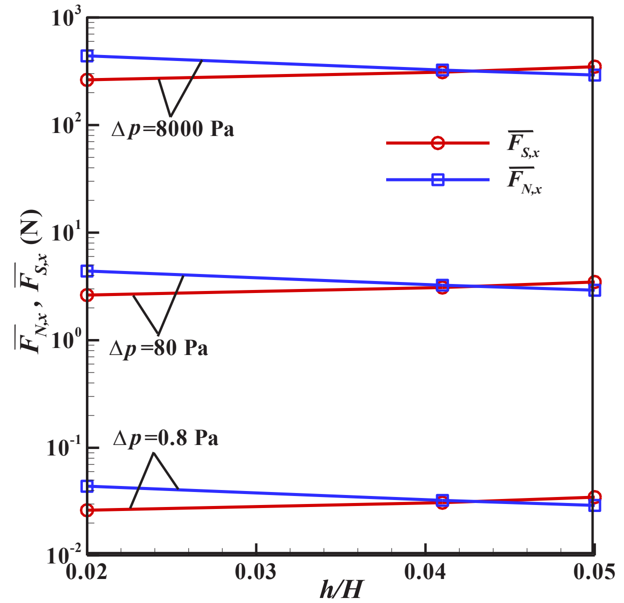
شکل ۹. تغییرات $\overline{F_{N,x}}$ و $\overline{F_{S,x}}$ در مقایسه با تغییرات $\overline{F_{p,x}}$ و $\overline{F_{f,x}}$ بر حسب h/H

Fig. 9. Variations of $\overline{F_{N,x}}$ and $\overline{F_{S,x}}$ compared to changes of $\overline{F_{p,x}}$ and $\overline{F_{f,x}}$ in terms of h/H

فشاری بخش اعظمی از نیروهای قائم را تشکیل می‌دهند.

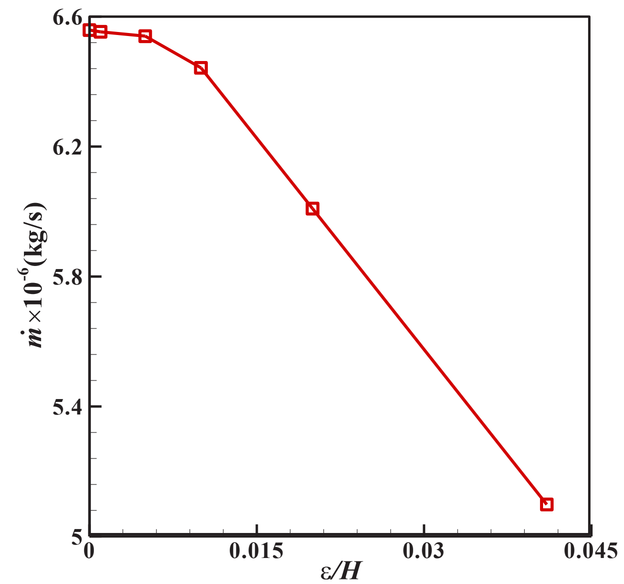
به طور کلی باید گفت که به دلیل مقایسه متوسط نیروهای قائم و برشی به جای متوسط نیروهای فشاری و اصطکاکی، علاوه بر تعیین دقیق مرز بین زبری سطح و موانع دیواری، اصلاح یک ذهنیت مرسوم و غلط نزد بعضی از خوانندگان درباره تانسور تنش اصطکاکی (τ) است. مجدداً لازم به ذکر است که همه مؤلفه‌های تانسور تنش اصطکاکی، از نوع تنش برشی نیستند، بلکه شامل تنش‌های قائم نیز می‌باشند. بنابراین نباید اصطلاح مرسوم و غلط تنش برشی را برای τ به کار برد بلکه باید آن را به عنوان تنش لزجتی ناشی از حرکت نامگذاری کرد [۲۰].

به منظور بررسی اثر مقدار افت فشار بر مقدار $h/H|_{cr}$ ، نتایج مربوط به محل تقاطع $\overline{F_{N,x}}$ و $\overline{F_{S,x}}$ برای Δpهای مختلف در شکل ۱۰ رسم شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، در هر سه Δp مورد بررسی، محل تقاطع منحنی‌های $\overline{F_{N,x}}$ و $\overline{F_{S,x}}$ با تقریب خیلی خوب در عدد ۰/۰۴۲ است به این معنا که $h/H|_{cr}$ مستقل از Re می‌باشد. به عبارت دیگر، با ازدیاد Δp مقادیر نیروهای $\overline{F_{N,x}}$ و $\overline{F_{S,x}}$ به یک نسبت بزرگتر شده‌اند؛ به طوریکه محل تقاطع منحنی‌های آنها ($h/H|_{cr}$) جابه‌جا نشده است که این نتیجه در نوع خودش نسبتاً جالب است. لازم به ذکر است که بازه Δp مورد بررسی متناظر



شکل ۱۰. تغییرات $\overline{F_{N,x}}$ و $\overline{F_{S,x}}$ بر حسب h/H در Δpهای مختلف

Fig. 10. Variations of $\overline{F_{N,x}}$ and $\overline{F_{S,x}}$ in terms of h/H at different Δp



شکل ۱۱. تغییرات دبی جرمی ($\dot{m}$) بر حسب ε/H Δp=8Pa

Fig. 11. Variations of mass flow rate ($\dot{m}$) in terms of ε/H, Δp=8Pa

با ۰/۰۰۱≤h/H≤۱۰ برای ریزمجرای با دیواره‌های کاملاً صاف می‌باشد.

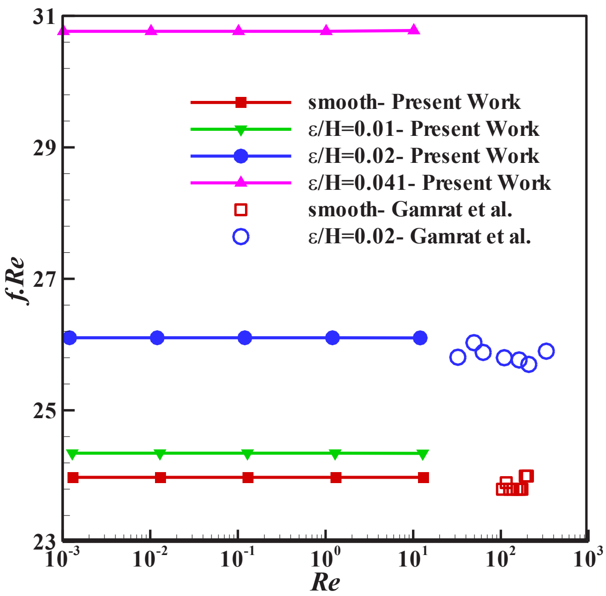
۶-۳- بررسی اثر زبری سطح بر جریان درون ریزمجراها

در این بخش، یک جریان آرام فشار- محرک درون ریزمجرای دو بعدی با زبری سطح ۰/۰۰۱≤ε/H≤۰/۰۴۱ مورد بررسی قرار می‌گیرد و موضوع تأثیر زبری بر دینامیک جریان آرام به عنوان یکی از اهداف این مقاله بررسی می‌شود. قابل ذکر است که موانع دیواری چه در جریان ریزمقیاس و چه در جریان بزرگ‌مقیاس همواره تأثیرگذار هستند و در مقاله حاضر به آن پرداخته نمی‌شود.

در شکل ۱۱ تغییرات دبی جرمی ($\dot{m}$) بر حسب ε/H برای Pa ۸= Δp نمایش داده شده است. همان طور که مشاهده می‌شود، با ازدیاد ε/H ، $\dot{m}$ کاهش می‌یابد. این امر بدان علت است که هرچند ارتفاع زبری‌های سطح در ریزمجراها بسیار ناچیز است، اما با این وجود، با ازدیاد ارتفاع زبری سطح، سطح عبور جریان در ریزمجرا کاهش می‌یابد و در نتیجه موجب کاهش $\dot{m}$ می‌شود. به عبارت دیگر، زبری سطح ناچیز حدود µm ۰/۴۱ موجب کاهش $\dot{m}$ به میزان ۲۲/۳٪ نسبت به حالت نظیرش در ریزمجرای با دیواره‌های کاملاً صاف می‌شود.

در شکل ۱۲ تغییرات f_{Re} بر حسب Re برای ε/Hهای مختلف نمایش داده شده است. نتایج عددی کار حاضر نشان می‌دهد که fRe با ازدیاد ε/H افزایش می‌یابد اما مستقل از Re می‌باشد. مشابه این رفتار نیز در نتایج تجربی گامرات و همکاران [۶] مشاهده می‌شود. آنها اثر ناصافی‌های سطح مختلف (۰/۰۲≤h/H≤۰/۰۸) را بر جریان فشار- محرک درون ریزمجراهای صفحه‌ای به صورت تجربی بررسی کردند. همان‌طور که در شکل ۱۲ مشاهده می‌شود، انطباق بسیار خوبی بین نتایج عددی این مقاله و نتایج تجربی برای حالت‌های دیواره‌ی کاملاً صاف و زبری سطح ۰/۰۲= ε/H وجود دارد.

در شکل ۱۳ تغییرات نسبت $C^*=f_{Re}/(f_{Re})_{smooth}$ بر حسب Re برای زبری‌های نسبی مختلف نمایش داده شده است. به منظور مقایسه با نتایج تجربی موجود، زبری نسبی به صورت ε/D_h گزارش می‌شود. نتایج عددی کار حاضر نشان می‌دهد که نسبت C^* با ازدیاد ε/D_h افزایش می‌یابد اما مستقل از Re می‌باشد. مشابه این رفتار نیز در نتایج تجربی پاپاتسکی و همکاران [۸]، کهل و همکاران [۲۱] و هسیه و همکاران [۲۲] مشاهده می‌شود. در این مطالعات تجربی، اثر ناصافی‌های مختلف سطح بر جریان فشار- محرک درون ریزمجراهای با سطح مقطع مستطیلی بررسی شده است. لازم به ذکر است که با توجه به تعریف نسبت C^*، مقدار این پارامتر مستقل



شکل ۱۲. تغییرات fRe بر حسب Re برای ε/Hهای مختلف

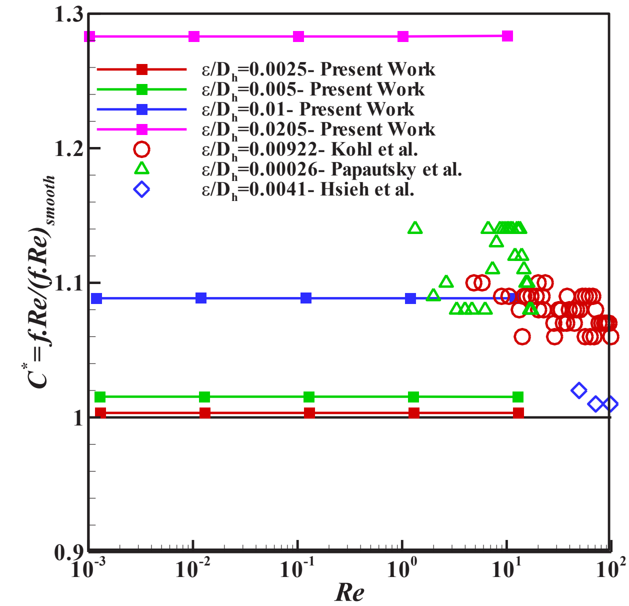
Fig. 12. Variations of fRe in terms of Re for different ε/H

از شکل سطح مقطع مجرا می‌باشد. بنابراین نتایج جریان بین دو صفحه موازی و جریان درون ریزمجرای با سطح مقطع مستطیلی قابل مقایسه می‌باشند.

شکل‌های ۱۱ تا ۱۳ نشان می‌دهد که نه تنها موانع دیواری بلکه زبری سطح نیز بر دینامیک جریان فشار- محرک آرام درون ریزمجراها مؤثر است. همچنین مطالعات تجربی پیشین نیز مؤید این تأثیر می‌باشند که در این مقاله به منظور راستی‌آزمایی نتایج عددی به کار شده است. بنابراین می‌توان برای جریان آرام فشار- محرک درون یک ریزمجرا بین دو صفحه موازی در حضور زبری سطح، یک رابطه برای f_{Re} بر حسب پارامترهای مؤثر تعریف کرد. نتایج عددی نشان‌داده‌شده در شکل ۱۲ حاکی از آن است که f_{Re} مستقل از Re می‌باشد. بنابراین رابطه کلی زیر که شبیه رابطه کلاسیک بدون درنظرگرفتن زبری سطح است، ارائه می‌شود.

$$fRe = 24\left[1 + a\frac{\varepsilon}{H} + b\left(\frac{\varepsilon}{H}\right)^2 + \ldots + c\left(\frac{\varepsilon}{H}\right)^k\right] \quad (۲۹)$$

در رابطه فوق اثر زبری سطح توسط یک چندجمله ای مرتبه k مدل می‌شود. در نهایت با برازش منحنی کلی بر داده‌های عددی موجود، می‌توان رابطه زیر را به صورت یک تابع چند جمله‌ای مرتبه دوم بر حسب زبری نسبی تعریف کرد:



شکل ۱۳. تغییرات نسبت C*=fRe/(fRe)smooth بر حسب Re برای ε/D_hهای مختلف

Fig. 13. Variations of the ratio of C*=fRe/(fRe)smooth in terms of Re for different ε/D_h

$$fRe = 24\left[1 + \frac{\varepsilon}{H} + 144.4\left(\frac{\varepsilon}{H}\right)^2\right] \quad (۳۰)$$

Adjusted R^2=0.9962

لازم به ذکر است که رابطه (۳۰) برای زبری سطح $0 \le \varepsilon / H \le 0.041$ و $1.02\times10^{-2} < Re < 13.06$ معتبر می‌باشد.

۷- نتیجه‌گیری و جمع‌بندی

در مطالعه حاضر، مرز تمایز زبری سطح و موانع دیواری در جریان آرام فشار- محرک بین دو صفحه موازی تخت به صورت عددی بررسی و تعیین شده است، در حالی که ناصافی‌های سطح دیواره دارای پروفیل سینوسی و ارتفاع نسبی $۰\le h/H \le ۰/۱۵$ می‌باشد. در ابتدا با استفاده از روش‌های دیفرانسیلی هذلولوی و بیضوی، یک شبکه غیریکنواخت با تعامد حداکثر خطوط شبکه در مجاورت مرزهای ناصاف ایجاد شده و سپس معادلات حاکم بر جریان با استفاده از روش عددی حجم محدود در دستگاه مختصات عمومی دو بعدی حل شده‌اند.

تنها هنگامی می‌توان به ناصافی‌های یک سطح "زبری سطح" گفت که ارتفاع ناصافی‌های سطح خیلی کمتر از طول مشخصه مجرا (ارتفاع مجرا) باشد. اما در مواقعی که ارتفاع ناصافی‌های سطح از

مرتبه خود ارتفاع ریزمجرا هستند، اتلاق واژه "زبری سطح" به آنها درست به نظر نمی‌رسد. در این حالت بهتر است ناصافی‌های روی دیواره را با عنوان "موانع دیواری" مورد خطاب قرار داد. مرز اتلاق زبری سطح از موانع دیواری با تعریف و به‌کارگیری دو معیار کیفی و کمی مشخص شد. بر اساس معیار کیفی، هنگامی که ناصافی‌های سطح از نوع زبری سطح است، توزیع فشار در خط مرکزی همچنان همانند ریزمجرای کاملاً صاف خطی است. اما هنگامی که ناصافی‌های سطح از نوع موانع دیواری است، توزیع فشار در خط مرکزی نوسانی خواهد بود. همچنین در معیار کمی، متوسط نیروهای قائم و برشی در مجاورت سطح ناصاف با دقت محاسبه و برای مقادیر مختلف ناصافی نسبی با هم مقایسه می‌شوند. بر اساس نتایج، مرز تمایز زبری سطح و موانع دیواری ($h/H|_{cr}$) برابر مقدار ۰/۰۴۲ می‌باشد که مستقل از Δp و Re است.

در نهایت، با مشخص‌شدن بازه زبری سطح، دینامیک یک جریان آرام فشار- محرک درون ریزمجرای دو بعدی با زبری سطح $\varepsilon/H \leq$۰/۰۴۱ $\leq$۰/۰۰۱ مورد بررسی قرار گرفت. با توجه به نتایج به‌دست‌آمده، برخلاف جریان فشار- محرک آرام درون مجراهای بزرگ مقیاس، تأثیر زبری سطح بر جریان آرام درون ریزمجراها ناچیز نبوده و موجب افزایش ضریب اصطکاک و کاهش دبی جریان می‌شود. به طور مثال، زبری سطح ناچیز حدود ۰/۴۱ μm، موجب کاهش $\dot{m}$ به میزان ۲۲/۳٪ نسبت به حالت نظیرش در ریزمجرای با دیواره‌های کاملاً صاف می‌شود. همچنین نتایج عددی کار حاضر نشان می‌دهد که f_{Re} با ازدیاد ε/H افزایش می‌یابد اما مستقل از Re می‌باشد. در پایان، یک رابطه برای f_{Re} به صورت یک تابع چندجمله‌ای مرتبه دوم بر حسب زبری نسبی تعریف شد.

علائم انگلیسی

A	مساحت سلول، m^2
a, b, c, k	مقادیر ثابت
D_h	قطر هیدرولیکی، m
F	نیرو، N
f	ضریب اصطکاک
g_1, g_2	بردارهای پایه در دستگاه مختصات عمومی
H	ارتفاع ریزمجرا، m
h	ارتفاع ناصافی سطح، m
i, j	شماره‌های گره مرکزی سلول در راستاهای ξ و η
$\hat{i}, \hat{j}$	بردارهای یکه در راستاهای x و y
L	طول ریزمجرا، m
m	گام زمانی
$\dot{m}$	دبی جرمی، kg/s
n	راستای عمود بر دیواره ریزمجرا
P, Q	توابع کنترل تعامد و فواصل خطوط شبکه در مرز شبکه هذلولوی
p	فشار، N/m^2
r	بردار مکان
Re	عدد رینولدز
u, v	مؤلفه‌های x و y سرعت، m/s
$\forall$	حجم سلول، m^3
x, y	مختصات دستگاه کارتزین

علائم یونانی

α	زاویه خطوط شبکه در مرز شبکه هذلولوی، rad
ξ و η	مختصات منطبق بر مرز
μ	لزجت، $N.s/m^2$
ρ	چگالی، kg/m^3

زیرنویس

۱, ۲	ورودی و خروجی ریزمجرا
b, t, r, l	مرزهای پایین، بالا، راست و چپ هندسه
cr	مقدار مشخصه تمایز
e, w, n, s	وجوه شرقی، غربی، شمالی و جنوبی حجم کنترل
f	اصطکاکی
i,j	شماره گره مرکزی در راستاهای ξ و η
in, out	ورودی و خروجی ریزمجرا
N	قائم
p	فشاری
S	برشی (مماسی)
x, y	مختصات دستگاه دکارتی

مراجع

[1] S.G. Kandlikar, W.J. Grande, Evolution of microchannel flow passages--thermohydraulic performance and fabrication technology, Heat transfer engineering, 24(1) (2003) 3-17.

[2] S. Mehendale, A.M. Jacobi, R. Shah, Fluid flow and heat transfer at micro-and meso-scales with application to heat exchanger design, (2000).

[3] S. Kandlikar, D. Li, S. Colin, S. Garimella, M.R. King, Heat transfer and fluid flow in minichannels and microchannels, second ed., Butterworth-Heinemann, 2014.

[4] D. Li, Electrokinetics in microfluidics, Elsevier, 2004.

[5] J.T. Black, R.A. Kohser, DeGarmo's materials and processes in manufacturing, John Wiley & Sons, 2017.

[6] G. Gamrat, M. Favre-Marinet, S. Le Person, R. Baviere, F. Ayela, An experimental study and modelling of roughness effects on laminar flow in microchannels, Journal of Fluid Mechanics, 594 (2008) 399-423.

[7] Y. Hu, C. Werner, D. Li, Influence of three-dimensional roughness on pressure-driven flow through microchannels, J. Fluids Eng., 125(5) (2003) 871-879.

[8] I. Papautsky, J. Brazzle, T. Ameel, A.B. Frazier, Laminar fluid behavior in microchannels using micropolar fluid theory, Sensors and actuators A: Physical, 73(1-2) (1999) 101-108.

[9] H.S. Park, J. Punch, Friction factor and heat transfer in multiple microchannels with uniform flow distribution, International Journal of Heat and Mass Transfer, 51(17-18) (2008) 4535-4543.

[10] V. Kumar, M. Paraschivoiu, K.D.P. Nigam, Single-phase fluid flow and mixing in microchannels, Chemical Engineering Science, 66(7) (2011) 1329-1373.

[11] G. Croce, P. D'agaro, C. Nonino, Three-dimensional roughness effect on microchannel heat transfer and pressure drop, International Journal of Heat and Mass Transfer, 50(25-26) (2007) 5249-5259.

[12] C. Zhang, Y. Chen, M. Shi, Effects of roughness elements on laminar flow and heat transfer in microchannels, Chemical Engineering and Processing: Process Intensification, 49(11) (2010) 1188-1192.

[13] V. Dharaiya, S. Kandlikar, A numerical study on the effects of 2d structured sinusoidal elements on fluid flow and heat transfer at microscale, International journal of heat and mass transfer, 57(1) (2013) 190-201.

[14] S. Yang, B. Yu, M. Zou, M. Liang, A fractal analysis of laminar flow resistance in roughened microchannels, International Journal of Heat and Mass Transfer, 77 (2014) 208-217.

[15] M. Kharati-Koopaee, M. Zare, Effect of aligned and offset roughness patterns on the fluid flow and heat transfer within microchannels consist of sinusoidal structured roughness, International Journal of Thermal Sciences, 90 (2015) 9-23.

[16] S. Kakaç, R.K. Shah, W. Aung, Handbook of single-phase convective heat transfer, (1987).

[17] M. Farrashkhalvat, J. Miles, Basic Structured Grid Generation: With an introduction to unstructured grid generation, Elsevier, 2003.

[18] K.A. Hoffmann, S.T. Chiang, Computational fluid dynamics for engineers, Engineering Education System Wichita, KS, 1993.

[19] K. Sørli, Generation of Structured and Adaptive Grids by Solving Elliptic Partial Differential Equations, (1996).

[20] R.L. Panton, Incompressible flow, Fourth ed., John Wiley & Sons, 2013.

[21] M. Kohl, S. Abdel-Khalik, S. Jeter, D. Sadowski, An experimental investigation of microchannel flow with internal pressure measurements, International journal of heat and mass transfer, 48(8) (2005) 1518-1533.

[22] S.-S. Hsieh, C.-Y. Lin, C.-F. Huang, H.-H. Tsai, Liquid flow in a micro-channel, Journal of Micromechanics and Microengineering, 14(4) (2004) 436.

برای ارجاع به این مقاله از عبارت زیر استفاده کنید:

M. M. Fakhari, S. A. Mirbozorg, Numerical analysis of distinction boundary of surface roughness and wall blocks in laminar pressure-driven flow within the rugged microchannels, Amirkabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 5)(2021) 3241-3256.

DOI: 10.22060/mej.2020.18235.6775