

## مدل سازی هندسی نیروهای برش در فرآیند فرزکاری با ابزار فرز انگشتی با لبه های برنده تحت زاویه تنظیم ۴۵ درجه

غلامرضا جوزدانی، سید احسان میر محمدصادقی\*

گروه مکانیک، واحد خمینی شهر، دانشگاه آزاد اسلامی، خمینی شهر، اصفهان، ایران

### تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۱/۰۸

بازنگری: ۱۳۹۹/۰۴/۲۰

پذیرش: ۱۳۹۹/۰۸/۲۴

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۰۹/۰۵

### کلمات کلیدی:

نیروهای ماشین کاری

پارامترهای برش

فرزکاری

مدل سازی هندسی

ضرایب نیرویی برش و لبه

**خلاصه:** تعیین نیروهای ماشین کاری به منظور محاسبه توان و گشتاور لازم برای براده برداری و انتخاب مناسب ابزار، تجهیزات و پارامترهای برش (نرخ پیشروی، عمق برش، سرعت برش) برای ماشین کاری هندسه و جنس موردنظر پیش از انجام فرآیند از اهمیت قابل توجهی برخوردار است. تحلیل نیروهای ماشین کاری برای تعیین مقادیر نیروها به دلیل کاهش هزینه های انجام آزمایش های متعدد تجربی ضروری به نظر می رسد. در این پژوهش مؤلفه های نیروهای فرزکاری، و با فرز انگشتی با دو لبه برنده مورب تحت زاویه تنظیم اصلی ۴۵ درجه به روش مدل سازی هندسی با محاسبه ضرایب نیرویی برش و لبه پیش بینی گردید. همچنین برای اولین بار طرح مقطع برش قطعه به گونه ای در نظر گرفته شد تا خطای محاسباتی گردی نوک اینسرت های برش حذف گردد. به منظور جلوگیری از تأثیر متقابل پارامترها از تغییر همزمان سرعت برش با نرخ پیشروی اجتناب گردید و تعداد ۸ آزمایش با نرخ های پیشروی متفاوت ولی با سرعت برش یکسان انجام شد. مقایسه منحنی نیروهای مدل شده با نتایج به دست آمده از دینامومتر تطابق قابل قبولی را نشان می دهد. با افزایش نرخ پیشروی به نسبت افزایش نیروها مقدار اختلاف نیروی پیش بینی و تجربی کاهش می یابد.

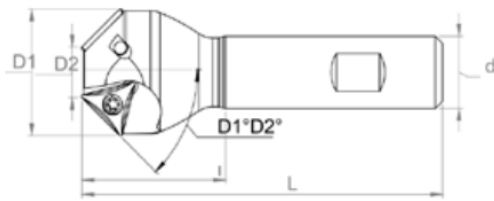
### ۱- مقدمه

برای تحلیل فرآیند ماشین کاری نیاز به حجم و زمان زیاد محاسبات برای این نوع تحلیل ها داشته و به خصوص برای فرآیند ماشین کاری با نرخ کرنش زیاد، بسیار زمان بر و پرهزینه می باشد. روش های تحلیلی دیگری نیز برای محاسبه نیروهای برش در فرآیند ماشین کاری وجود دارند که محاسبه دقیق آن ها بستگی زیادی به محاسبه دقیق اصطکاک در فرآیند برش دارد. به دلیل پیچیدگی و غیرخطی بودن اصطکاک، در فرآیند ماشین کاری و تشکیل لبه های برنده با میزان سایش مختلف [۲]، و یا منظور نمودن خطاهای هندسی، تغییر شکل های الاستیک ابزار و قطعه کار و یا پدیده انباشت ضخامت براده که در هر دوران ابزار در اثر گرم شدن و بازیابی الاستیک براده از دوران های قبلی ابزار به وجود می آید [۳]، باعث می شوند نتایج محاسبات در این روش ها چندان، دقیق حاصل نشوند. مدل برشی که بیشتر برای این حالت

پیش بینی نیروهای ماشین کاری به منظور تعیین توان، گشتاور لازم و انتخاب ابزار، تجهیزات و پارامترهای مناسب برش (شامل نرخ پیشروی، عمق برش و سرعت برش) به منظور دستیابی به شرایط بهتر براده برداری از اهمیت ویژه ای برخوردار است. از آنجایی که یکی از ویژگی های هندسه فرآیند فرزکاری این است که سطح مقطع براده، ثابت نبوده و با دوره تناوب گردش تیغه فرز تغییر می کند، لذا نیاز به مدلی می باشد که بتوان با آن در هر لحظه به پیش بینی نیروها پرداخت. مدل های برشی گوناگونی عموماً برای این منظور استفاده می شوند. یکی از روش های محاسبه نیروهای برش، تحلیل های اجزاء محدود با نرم افزارهای مربوطه می باشد [۱]. استفاده از روش اجزاء محدود

\* نویسنده عهده دار مکاتبات: e.mirmohammadsadeghi@iaukhsh.ac.ir





(ب)



(الف)

شکل ۱. ابزارگیر فرز انگشتی ساخت شرکت اسموکس

Fig. 1. The end milling holder made by Smoxh company

جدول ۱. مشخصات هندسی ابزار فرز انگشتی مورد استفاده برای آزمایش‌های تجربی

Table 1. Geometric specifications of milling tool used for experimental tests

متمم زاویه تنظیم اصلی	قطر کوچک	قطر بزرگ	طول ابزار	قطر دنباله‌ی ابزار
$\beta = D1^\circ D2^\circ$	$D2$ (mm)	$D1$ (mm)	$L$ (mm)	$d$ (mm)
۴۵	۱۰	۳۱	۱۰۰	۲۰

فرزکاری در سه راستا براساس مدل‌سازی هندسی صورت پذیرد. ضرایب نیرویی مخصوص برش و لبه برای هر مؤلفه نیرو را می‌توان با استفاده از معادلات مکانیک برش و یا آزمایش‌های ماشین‌کاری به دست آورد. پیش‌بینی ضرایب نیرویی بر مبنای مکانیک برش متعامد نیاز به دانستن پارامترهای اصلی، همچون جنس قطعه کار، تنش برشی، زاویه صفحه برش و ضریب اصطکاک می‌باشد [۶]. برای شرایط پیچیده‌تر، ضرایب نیرویی یا بر اساس پایگاهی از داده‌ها شامل مقادیر ماشین‌کاری اولیه از آزمون‌های تراش متعامد و محاسبه پارامترهای نیروهای برش به دست می‌آیند [۷]، و یا به صورت تجربی توسط روش برازش کمترین مربعات شناسایی شده‌اند [۸]. در صورتی که دستیابی به ضرایب نیرویی به صورت تحلیلی مقدور نباشد می‌توان ضرایب نیرویی را به صورت نیمه تجربی به دست آورد. این کار از طریق کمینه‌سازی اختلاف بین نیروهای اندازه‌گیری شده و نیروهای پیش‌بینی شده، با توجه به زوایای درگیری ابزار و قطعه کار انجام می‌شود. این مدل پیش‌بینی نیروها، بر اساس مکانیزم‌های تغییر شکل براده در سطح تماس ابزار و قطعه کار یا همان سطح براده استوار است به گونه‌ای که با انجام آزمایش‌های مختلف و با داشتن تنش فشاری و ضریب اصطکاک سطح براده و سطح آزاد ابزار، مقادیر نیروها و جهت‌های آن‌ها در طول عملیات فرزکاری پیش‌بینی می‌گردند. این دانش، طراحی هندسه ابزار و شرایط برش را برای جلوگیری از پدیده

استفاده می‌شود از نوع مدل‌سازی هندسی بوده که نیروی برش را با سطح مقطع براده تغییر شکل نیافته و نیروی لبه را که ناشی از نیروی شکافنده (شخم) و نیروی اصطکاک در لبه برنده ابزار می‌باشد با طول لبه درگیر ابزار و قطعه کار متناسب در نظر می‌گیرد [۴]. در مدل موردنظر، ثابت‌های تناسب، همان ضرایب نیرویی برش و لبه بوده که بستگی به هندسه ابزار، شرایط برش و خصوصیات جنس قطعه کار دارند. به‌طور کلی دو روش مدل‌سازی تحلیلی نیروی برش در فرآیند ماشین‌کاری در پژوهش‌ها مورد بررسی قرار گرفته است. در گروه نخست، اثرات مکانیزم‌های برش در شکل‌گیری براده بر روی سطح براده ابزار و همچنین اثرات ناشی از مکانیزم اصطکاک و شخم بر روی سطح آزاد ابزار در نظر گرفته می‌شوند که منجر به یک ضریب نیرویی مخصوص برای هر کدام از مؤلفه‌های نیرو (مماسی، شعاعی و محوری) می‌شود [۵]. در مدل‌های گروه دوم، اثرات برش و شخم به صورت جداگانه توسط ضرایب نیروی برش و ضرایب نیروی لبه برنده توصیف می‌شوند. به دلیل اینکه این ضرایب نیرویی به صورت نسبی مستقل از ضخامت براده میانگین هستند، این مدل برای کارهای تحلیلی مناسب‌تر بوده [۶]، و تحت عنوان مدل‌سازی هندسی طبقه‌بندی می‌گردند، هر چند که تعداد ضرایب نیرویی مورد نیاز برای شناسایی، دو برابر ضرایب نیرویی مربوط به مدل‌های گروه اول است. در این پژوهش سعی بر آن است که محاسبات مؤلفه‌های نیروی

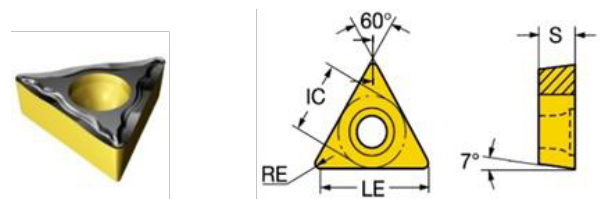
جدول ۲. مشخصات فنی اینسرت ساخت شرکت سندویک.

Table 2. Technical specifications of insert made by Sandvik company.

پارامتر	مقدار یا مشخصه
قطر دایره محاطی	۹/۵۲۵ میلی‌متر
شعاع گوشه اینسرت	۰/۷۹۴ میلی‌متر
طول مؤثر لبه برنده	۱۵/۶۹۸ میلی‌متر
ضخامت اینسرت	۳/۹۶۹ میلی‌متر
زاویه آزاد اینسرت	۷ درجه
درجه‌بندی	۴۳۲۵

و دینامومتر کیستلر<sup>۲</sup> استفاده گردید. شکل ۱ و جدول ۱ مشخصات هندسی ابزار گیر با تیغه‌های اینسرتی ساخت شرکت اسموکس<sup>۳</sup> استفاده شده را نشان می‌دهد.

خصوصیات اینسرت های مورد استفاده ساخت شرکت سندویک<sup>۴</sup> در شکل ۲ و جدول ۲ نمایش داده شده‌اند. در جدول ۲ مشخصات هندسی، جنس و پوشش اینسرت های برش، برای زاویه تنظیم اصلی  $\kappa = 45^\circ$  آورده شده است.



شکل ۲. اینسرت، ساخت شرکت سندویک<sup>۵</sup>.

Fig. 2. Insert made by Sandvik<sup>5</sup> company

سایش خراشان و شکست ابزار، امکان پذیر می‌سازد [۸، ۹].

در این پژوهش با استفاده از معادلات مدل سازی هندسی، ضمن محاسبه ضرایب نیرویی برش و لبه، با مدل نمودن قطعه کار و ابزار فرز انگشتی با لبه‌های برنده با زاویه تنظیم  $45^\circ$  درجه، نیروهای برش در یک عمق برش ثابت، با تغییر دادن مقدار نرخ پیشروی به ازای هر لبه برنده، پیش‌بینی و با نیروهای تجربی مقایسه گردید. در این پژوهش برای اولین بار با حذف اثر شعاع نوک ابزار در درگیری ابزار با قطعه کار خطای محاسباتی ناشی از گرد بودن نوک ابزار حذف گردید و نتایج دقیق‌تری در پیش‌بینی نیروهای برش به روش مدل سازی هندسی به دست آمد.

## ۲- روش تحقیق

در این بخش، مواد و تجهیزات بکار رفته، نحوه اجرای آزمایش‌ها، روش مدل سازی و چگونگی اجرای مدل در برنامه متلب بیان می‌گردد.

### ۲-۱ ابزار و تجهیزات مورد استفاده

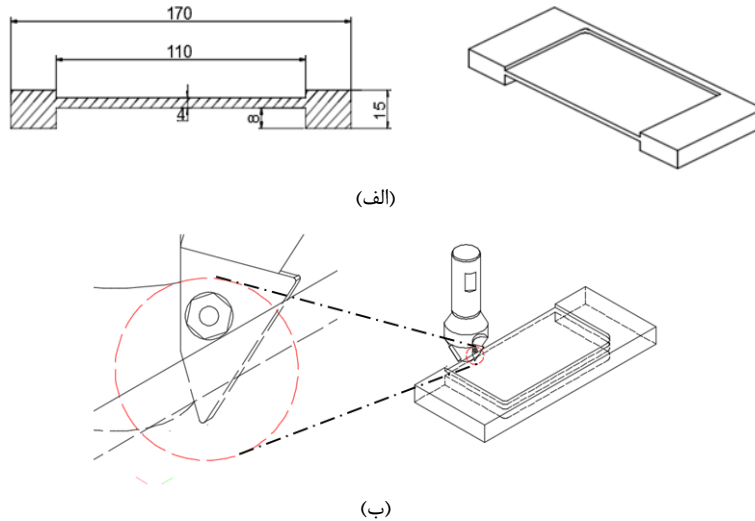
برای انجام آزمایش‌ها از دستگاه فرز ساخت ماشین سازی تبریز<sup>۱</sup>

2 Kistler 9265B

3 Smoxh HF45 TC16D10-31W20L100Z02

4 Sandvik TCMT16 T308

1 MACHINE SAZI TABRIZ FP4M



شکل ۳. (الف) شماتیک مقطع طراحی شده قطعه کار. (ب) نمای سه بعدی درگیری ابزار با قطعه کار.

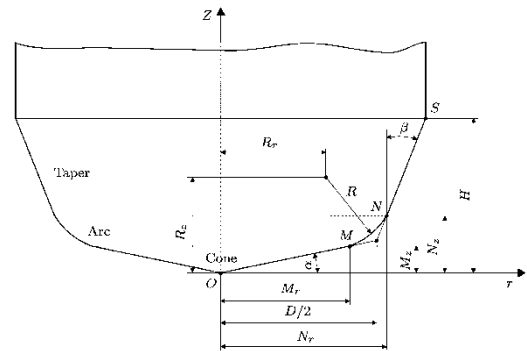
Fig. 3. (A) Schematic of the designed section of the workpiece. (B) 3D view of tool engagement with workpiece.

در شکل ۴ مدل تعمیم یافته از هندسه بیرونی تیغه فرز توسط انجین<sup>۱</sup> و آلتینتاش<sup>۲</sup> و گرادیسک<sup>۳</sup> ارائه شده است [۱۰-۱۲]. این مدل مانند روش به کاررفته در برنامه های طراحی و ساخت به کمک کامپیوتر، مدل تعمیم یافته ابزار برش را با استفاده از هفت پارامتر هندسی  $D, R, R_r, R_z, \alpha, \beta, H$  توصیف می نماید.

این پارامترها مستقل از یکدیگر بوده و تنها تحت تأثیر قیدهای هندسی برای تضمین دستیابی به شکل موردنظر می باشند. برای نمونه، تیغه فرزهای انگشتی ساده، سرکروی<sup>۴</sup> و سر قوسی<sup>۵</sup> دارای مقادیر زیر می باشند:

$$\begin{aligned} \{D, R, R_r, R_z, \alpha, \beta, H\} &= \{D, 0, 0, 0, 0, 0, H\} && \text{تیغه فرز انگشتی ساده} \\ \{D, R, R_r, R_z, \alpha, \beta, H\} &= \{D, D/2, 0, D/2, 0, 0, H\} && \text{تیغه فرز انگشتی سرکروی} \\ \{D, R, R_r, R_z, \alpha, \beta, H\} &= \{D, R, D/2 - R, R, 0, 0, H\} && \text{تیغه فرز انگشتی سر قوسی} \end{aligned}$$

زاویه  $(\beta)$  در شکل ۴ متمم زاویه تنظیم  $(\kappa)$  می باشد [۱۲]. در شکل ۵ سطح مقطع براده لحظه ای تغییر شکل نیافته عبارت است از حاصل ضرب ضخامت براده تغییر شکل نیافته  $(h(\phi, \kappa))$  که تابعی است از زاویه درگیری لحظه ای ابزار با قطعه کار و زاویه تنظیم ابزار  $(\kappa)$  می باشد، در عرض براده لحظه ای  $(db = dz / \sin \kappa)$



شکل ۴. هندسه کلی تیغه فرز انگشتی. خط چین ها سه ناحیه هندسی را از هم جدا می کنند [۱۲].

Fig. 4. The general geometry of the end milling. Dashes separate three geometric regions [12].

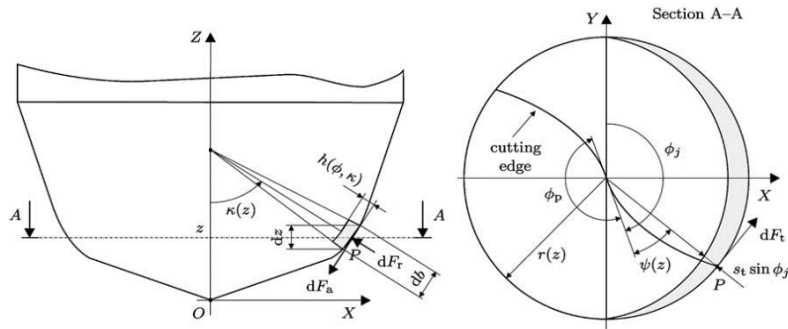
نوک اینسرت ها در آزمایش های انجام شده حذف گردیده است؛ که در نتیجه با انجام این عمل، دقت محاسبات بهبود پیدا نمود.

### ۲-۳- مدل سازی هندسی نیروهای فرز کاری

از آنجایی که هدف از این پژوهش مقایسه بین نیروهای تجربی استخراج شده از طریق آزمایش های ماشین کاری با نیروهای پیش بینی به روش مدل سازی هندسی می باشد، لذا در این بخش، روند مدل سازی موردنظر آورده شده است.

### ۲-۳-۱- هندسه کلی تیغه فرز انگشتی

- 1 Engin
- 2 Altintas
- 3 Gradisek
- 4 Ball nose
- 5 Bull nose



شکل ۵. سطح مقطع براده، زاویه تنظیم و نیروهای برش دیفرانسیلی در نقطه P [۱۲].

Fig. 5. Chip cross section, adjustment angle and differential cutting forces at point P [12].

با ضرب ماتریس تبدیل (۳) در معادلات (۲) روابط (۴) و (۵)

حاصل می‌شوند [۱۲].

$$\begin{bmatrix} dF_{x,j}(\phi_j \cdot z) \\ dF_{y,j}(\phi_j \cdot z) \\ dF_{z,j}(\phi_j \cdot z) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos \phi_j & -\sin \kappa \sin \phi_j & -\cos \kappa \sin \phi_j \\ \sin \phi_j & -\sin \kappa \cos \phi_j & -\cos \kappa \cos \phi_j \\ 0 & \cos \kappa & -\sin \kappa \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dF_{t,j}(\phi_j \cdot z) \\ dF_{r,j}(\phi_j \cdot z) \\ dF_{a,j}(\phi_j \cdot z) \end{bmatrix} \quad (۴)$$

$$\begin{bmatrix} Fx(\phi) \\ Fy(\phi) \\ Fz(\phi) \end{bmatrix} = \frac{f_t}{2} \begin{bmatrix} -K_{tc} \sin 2\phi & -2K_{rc} \sin^2 \phi & -2K_{ac} \sin^2 \phi \\ 2K_{tc} \sin^2 \phi & -K_{rc} \sin 2\phi & -K_{ac} \sin 2\phi \\ 0 & -2K_{ac} \sin \phi & 2K_{rc} \sin \phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{bmatrix} \quad (۵)$$

$$+ \begin{bmatrix} -K_{te} \cos \phi & -K_{re} \sin \phi & -K_{ae} \sin \phi \\ K_{te} \sin \phi & -K_{re} \cos \phi & -K_{ae} \cos \phi \\ 0 & -K_{ae} & K_{re} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \\ B_3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Fx \\ Fy \\ Fz \end{bmatrix} = \frac{f_t}{\phi_p} \begin{bmatrix} C_3 A_1 & (C_2 - C_1) A_2 & (C_2 - C_1) A_3 \\ -(C_2 - C_1) A_2 & C_3 A_2 & C_3 A_3 \\ 0 & -C_5 A_3 & C_5 A_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{tc} \\ K_{rc} \\ K_{ac} \end{bmatrix} \quad (۶)$$

$$+ \frac{1}{\phi_p} \begin{bmatrix} -C_4 B_1 & C_5 B_2 & C_5 B_3 \\ -C_5 B_1 & -C_4 B_2 & -C_4 B_3 \\ 0 & 2C_1 B_3 & -2C_1 B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K_{te} \\ K_{re} \\ K_{ae} \end{bmatrix}$$

ثوابت A و B که در معادلات (۵) ظاهر شده‌اند به ترتیب مربوط به

نیروهای برش و لبه بوده و قابل محاسبه از روابط (۱۰) و (۱۱) خواهند بود. چنانچه مجموع نیروهای لحظه‌ای بر بازه درگیری لبه برنده ابزار با قطعه کار ( $\phi_p = \frac{2\pi}{N}$ ) تقسیم گردد و ضرایب نیرویی برش و لبه از یکدیگر تفکیک شود، ضرایب ثابت دیگری مانند C در معادلات (۶) به دست می‌آیند که مربوط به بازه درگیری ابزار بوده و طبق

نیروهای لحظه‌ای مماسی ( $dF_t$ )، شعاعی ( $dF_r$ ) و محوری ( $dF_a$ ) (وارد بر ابزار نیز تحت عنوان معادلات مدل‌سازی هندسی تعریف می‌شوند [۱۱]).

$$\begin{cases} dF_t = K_{tc} \cdot h(\phi, \kappa) \cdot db + K_{te} \cdot ds \\ dF_r = K_{rc} \cdot h(\phi, \kappa) \cdot db + K_{re} \cdot ds \\ dF_a = K_{ac} \cdot h(\phi, \kappa) \cdot db + K_{ae} \cdot ds \end{cases} \quad (۱)$$

در معادلات (۱)، پارامترهای  $K_{tc}$ ،  $K_{rc}$  و  $K_{ac}$ ، به ترتیب ضرایب نیرویی برش مماسی، شعاعی، محوری و  $K_{te}$ ،  $K_{re}$  و  $K_{ae}$  ضرایب نیرویی لبه مماسی، شعاعی و محوری می‌باشند. همچنین  $ds$  طول دیفرانسیلی درگیری ابزار با قطعه کار می‌باشد. حال اگر به جای  $h(\phi, \kappa)$  در هر لحظه مقدار آن را ( $h(\phi, \kappa) = ft \cdot \sin \phi_j \sin \kappa$ ) قرار دهیم روابط (۲) حاصل می‌شود [۱۲].

$$\begin{cases} dF_{t,j}(\phi_j \cdot z) = K_{tc} \cdot ft \cdot \sin \phi_j \sin \kappa \cdot db(z) + K_{te} \cdot ds(z) \\ dF_{r,j}(\phi_j \cdot z) = K_{rc} \cdot ft \cdot \sin \phi_j \sin \kappa \cdot db(z) + K_{re} \cdot ds(z) \\ dF_{a,j}(\phi_j \cdot z) = K_{ac} \cdot ft \cdot \sin \phi_j \sin \kappa \cdot db(z) + K_{ae} \cdot ds(z) \end{cases} \quad (۲)$$

روابط (۲) نشان می‌دهد که نیروی ماشین‌کاری لحظه‌ای در هر راستا به دو نیروی برش و لبه تقسیم می‌شوند که نیروی برش وابسته به مقدار نرخ پیشروی ( $f_t$ ) و نیروی لبه تابع طول درگیری ابزار با قطعه کار می‌باشد. حال اگر بخواهیم این نیروها را روی محورهای کارترین تصویر کنیم باید معادلات مذکور را در ماتریس تبدیل زیر ضرب نماییم [۱۲].

$$\begin{bmatrix} -\cos \phi_j & -\sin \kappa \sin \phi_j & -\cos \kappa \sin \phi_j \\ \sin \phi_j & -\sin \kappa \cos \phi_j & -\cos \kappa \cos \phi_j \\ 0 & \cos \kappa & -\sin \kappa \end{bmatrix} \quad (۳)$$

جدول ۳. مقادیر سرعت پیشروی دستگاه و نرخ پیشروی ابزار و لبه برنده برای هر آزمایش.

Table 3. The values of the machine feed speed and feed rate of the tool and the cutting edge for each test.

آزمایش	$V_f$ (mm/min)	$f$ (mm/rev)	$f_t$ (mm/rev-tooth)
۱	۸	۰/۰۲	۰/۰۱
۲	۱۲	۰/۰۳	۰/۰۱۵
۳	۱۶	۰/۰۴	۰/۰۲
۴	۲۰	۰/۰۵	۰/۰۲۵
۵	۲۵	۰/۰۶۲۵	۰/۰۳۱۲۵
۶	۳۱/۵	۰/۰۷۸۵	۰/۰۳۹۳۷۵
۷	۴۰	۰/۱	۰/۰۵
۸	۵۰	۰/۱۲۵	۰/۰۶۲۵

$$K_{re} = \frac{2\pi}{N(B_2^2 + B_3^2)} \cdot \left[ \frac{B_2(C_5 F_{xe} - C_4 F_{ye})}{C_4^2 + C_5^2} + \frac{B_3 F_{ze}}{2C_1} \right]$$

$$K_{ae} = \frac{2\pi}{N(B_2^2 + B_3^2)} \cdot \left[ \frac{B_3(C_5 F_{xe} - C_4 F_{ye})}{C_4^2 + C_5^2} - \frac{B_2 F_{ze}}{2C_1} \right]$$

در معادلات (۸) مشاهده می‌گردد ضرایب نیروهای مماسی متأثر از نیروها در راستای Z نمی‌باشند. همچنین، عبارتهای  $K_{ac}$  و  $K_{ae}$  را می‌توان از روی ضرایب نیرویی  $K_{re}$  و  $K_{rc}$  صرفاً با تغییر علامت  $F_{z*}$  و جابجا نمودن  $A_2$  و  $A_3$  همچنین  $B_2$  و  $B_3$  به دست آورد. در معادلات (۹)، ثوابت درگیری C، عبارتهای مربوط به زوایای درگیری را شامل می‌شوند که معادلات پارامتری مربوط به آنها به صورت زیر است.

$$C_1 = \frac{1}{2} \phi \left| \frac{\phi_{ex}}{\phi_{st}} \right>, C_2 = \frac{1}{4} \sin 2\phi \left| \frac{\phi_{ex}}{\phi_{st}} \right>, C_3 = \frac{1}{4} \cos 2\phi \left| \frac{\phi_{ex}}{\phi_{st}} \right>, \quad (9)$$

$$C_4 = \sin \phi \left| \frac{\phi_{ex}}{\phi_{st}} \right>, C_5 = \cos \phi \left| \frac{\phi_{ex}}{\phi_{st}} \right>$$

$\phi_{ex}$  زاویه ورود ابزار به قطعه کار و  $\phi_{st}$  زاویه خروج ابزار از قطعه کار می‌باشد. ثوابت A و B نیز به صورت زیر قابل محاسبه می‌باشند.

$$A_1 = \int_{z_1}^{z_2} dz, A_2 = \int_{z_1}^{z_2} \sin \kappa(z) dz, A_3 = \int_{z_1}^{z_2} \cos \kappa(z) dz \quad (10)$$

معادلات (۹) قابل محاسبه می‌باشند. همان‌طور که از معادلات (۶) ملاحظه می‌شود نیروهای برش و لبه از یکدیگر مجزا شده و می‌توان گفت معادلات نیروهای میانگین فرزکاری برای هر لبه‌ی برنده‌ی ابزار به صورت تابعی از  $f_t$  بیان شده‌اند [۱۲].

$$F_* = F_{*c} \cdot f_t + F_{*e} \quad (7)$$

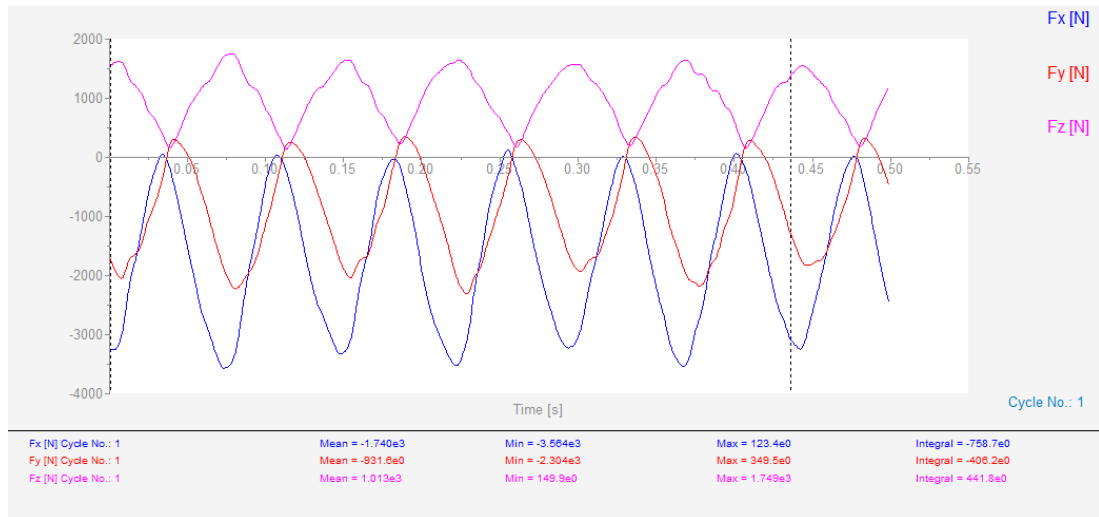
مقادیر  $F_{*c}$  و  $F_{*e}$  که به ترتیب میانگین نیروهای برش و لبه برای هر راستا می‌باشند را می‌توان به صورت تجربی از روی نتایج آزمایش‌های فرزکاری انجام شده در نرخ‌های پیشروی مختلف اما زوایای درگیری ورودی و خروجی ثابت به دست آورد.  $F_{*c}$  و  $F_{*e}$  به ترتیب متناظر با شیب و عرض از مبدأ خطوط مستقیمی هستند که وابستگی نیروهای برش میانگین اندازه‌گیری شده را به نرخ پیشروی تخمین می‌زنند. حال، با مساوی قرار دادن بخش‌های متناظر معادلات (۶) و (۷)، ضرایب نیرویی نیمه تجربی برش و لبه مطابق با معادلات پارامتری (۸) به دست می‌آیند [۱۲].

$$K_{tc} = \frac{2\pi}{NA_1} \cdot \frac{C_3 F_{xc} - (C_2 - C_1) F_{yc}}{C_3^2 + (C_2 - C_1)^2}$$

$$K_{rc} = \frac{2\pi}{N(A_2^2 + A_3^2)} \cdot \left[ \frac{A_2((C_2 - C_1) F_{xc} + C_3 F_{yc})}{C_3^2 + (C_2 - C_1)^2} - \frac{A_3 F_{zc}}{C_5} \right]$$

$$K_{ac} = \frac{2\pi}{N(A_2^2 + A_3^2)} \cdot \left[ \frac{A_3((C_2 - C_1) F_{xc} + C_3 F_{yc})}{C_3^2 + (C_2 - C_1)^2} + \frac{A_2 F_{zc}}{C_5} \right]$$

$$K_{te} = \frac{-2\pi}{NB_1} \cdot \frac{C_4 F_{xe} + C_5 F_{ye}}{C_4^2 + C_5^2} \quad (8)$$



شکل ۶. نمودار خروجی دینامومتر برای نرخ پیشروی ۰/۰۶۲۵ میلی‌متر بر هر دور یک لبه برنده.

Fig. 6. Dynamometer output diagram for the cutting-edge feed rate of 0.0625 mm per revolution.

جدول ۴. مقادیر نیروهای میانگین تجربی.

Table 4. Experimental average forces values.

$F_z$ (N)	$F_y$ (N)	$F_x$ (N)	آزمایش
۳۵۹/۷	۳۵۶/۵	۵۸۹/۷	۱
۴۴۸	۴۵۶	۷۸۱	۲
۵۰۷/۹	۵۲۵	۸۸۴/۷	۳
۵۷۱/۸	۵۶۳	۹۵۶/۴	۴
۶۲۶	۵۹۷	۱۰۶۸	۵
۷۶۹/۷	۷۶۸	۱۳۵۲	۶
۹۰۸/۱	۸۸۸/۸	۱۵۸۹	۷
۱۰۱۳	۹۳۱/۶	۱۷۴۰	۸

نیروی اصطکاک روی فصل مشترک ابزار و براده از کل نیروی برش با افزایش نرخ پیشروی کاهش می‌یابد [۱۳]. با در نظر گرفتن وابستگی نیروهای میانگین به نرخ پیشروی و با دو فرض مذکور و در نظر گرفتن عمق بار و هندسه ابزار مشخص و ثابت، ولی نرخ‌های پیشروی متفاوت، می‌توان ضرایب نیرویی (برش و لبه) را که برای یافتن نیروهای برش لازم است [۱۴]، با مساوی‌قراردادن معادلات نیروهای میانگین برش و لبه با نیروهای اندازه‌گیری شده متناظر با آن‌ها به دست آورد. این مدل می‌تواند منحنی مؤلفه‌های نیروی برش، متناسب با تغییرات محلی ضخامت براده تغییر شکل نیافته در فرزکاری برای هر زاویه دلخواه چرخش تیغه‌فرز را محاسبه نموده و نتایج را در سه راستای محورهای متعامد نشان دهد [۱۵]. کاربرد روش حداقل مربعات برای

$$B_1 = \int_{z_1}^{z_2} ds(z) \quad B_2 = \int_{z_1}^{z_2} \sin \kappa(z) ds(z) \quad B_3 = \int_{z_1}^{z_2} \cos \kappa(z) ds(z) \quad (11)$$

مدل فوق [۱۲]، بر مبنای تناسب خطی نیروهای برشی با سطح مقطع براده تغییر شکل نیافته استوار است. مدل خطی نیروهای برشی، برآیند دو پدیده زیر را در نظر می‌گیرد:

۱- برش براده: در این فرض، اندازه نیروهای برشی متناسب با سطح مقطع براده تغییر شکل نیافته در نظر گرفته می‌شود.

۲- اصطکاک لبه برنده ابزار: بر طبق این فرض، نیروی برش، متناسب با طول لبه برش ارزیابی می‌شود.

با اندازه‌گیری پارامترهای فرآیند مدل‌سازی و تحلیل آن‌ها برای عملیات فرزکاری جهت پیش‌بینی نیروهای برش، می‌توان گفت سهم



جدول ۵. مقادیر نیروهای میانگین برش و لبه ابزار.

Table 5. Average values of cutting and edge forces of the tool.

$F_{ze}$ (N)	$F_{zc}$ $\left(\frac{\text{N}\cdot\text{rev}\cdot\text{tooth}}{\text{mm}}\right)$	$F_{ye}$ (N)	$F_{yc}$ $\left(\frac{\text{N}\cdot\text{rev}\cdot\text{tooth}}{\text{mm}}\right)$	$F_{xe}$ (N)	$F_{xc}$ $\left(\frac{\text{N}\cdot\text{rev}\cdot\text{tooth}}{\text{mm}}\right)$
۲۵۱/۲۳۹۷	۱۲۶۱۶	۲۹۷/۲۱۲۹	۱۱۲۶۵	۴۱۷/۳۳۷۳	۲۲۲۰۴

جدول ۶. مقادیر ثابت‌های C

Table 6. Values of C constants

$C_5$	$C_4$	$C_3$	$C_2$	$C_1$
-۲	.	.	.	$\frac{\pi}{2}$

حداقل سه سیکل کامل گردش ابزار برای اندازه‌گیری نیروهای میانگین می‌باشد. مقادیر نیروهای میانگین تجربی اندازه‌گیری شده  $F_x$ ،  $F_y$  و  $F_z$  برای هرکدام از نرخ‌های پیشروی در جدول ۴ به تفکیک آورده شده‌اند.

با داشتن نیروهای میانگین تجربی از جدول ۴ و نرخ‌های پیشروی مختلف ( $f_t$ ) از جدول ۳، مقادیر نیروهای میانگین برش و لبه ابزار با استفاده از معادله (۷) و تشکیل دستگاه معادلات (۱۲) به دست می‌آیند [۱۲].

$$\begin{bmatrix} F_{*1} \\ F_{*1} \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{*n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ft_1 & 1 \\ ft_2 & 1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ ft_n & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} F_{*c} \\ F_{*e} \end{bmatrix} \quad (12)$$

حل دستگاه معادلات (۱۲) از روش کمترین مربعات به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{bmatrix} F_{*c} \\ F_{*e} \end{bmatrix} = \left( \begin{bmatrix} ft_1 & 1 \\ ft_2 & 1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ ft_n & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} ft_1 & 1 \\ ft_2 & 1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ ft_n & 1 \end{bmatrix} \right)^{-1} \begin{bmatrix} ft_1 & 1 \\ ft_2 & 1 \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ ft_n & 1 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} F_{*1} \\ F_{*1} \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{*n} \end{bmatrix} \quad (13)$$

مقادیر میانگین به دست آمده برای نیروهای برش و لبه ابزار با حل معادلات (۱۳) در جدول ۵ گردآوری شده‌اند.

یافتن مقادیر نیروهای برش و لبه در مدل‌سازی‌های تحلیلی [۱۶]، زمانی است که تعداد مجهولات بیشتر از تعداد معادلات موجود باشند.

۲-۳-۲- محاسبه مؤلفه‌های نیروهای میانگین برش ( $F_{zc}$  و  $F_{yc}$  و  $F_{xc}$ ) و لبه ابزار ( $F_{ze}$  و  $F_{ye}$  و  $F_{xe}$ )

برای یافتن نیروهای میانگین برش ( $F_{*c}$ ) و لبه ( $F_{*e}$ ) ابتدا باید نیروهای میانگین تجربی از طریق آزمایش‌های فرزکاری استخراج گردند از این رو بعد از نصب و تنظیم قطعه کار همراه با دینامومتر روی دستگاه فرز، برای ابزار، سرعت دورانی ثابت ۴۰۰ دور بر دقیقه با سرعت‌های پیشروی ( $V_f$ ) مختلف، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰، ۲۵، ۳۱/۵، ۴۰ و ۵۰ میلی‌متر بر دقیقه به ترتیب برای ۸ آزمایش در نظر گرفته شد. از آنجایی که در حل معادلات (۱۳) برای به دست آوردن نیروهای برش و لبه، نرخ پیشروی باید بر اساس میلی‌متر بر دور به ازای یک لبه برنده ( $f_t$ ) باشد، لذا با توجه به تعداد لبه‌های برنده ابزار (۲ لبه برنده)، سرعت‌های پیشروی مطابق با جدول ۳ تبدیل گردیدند.

برای هر آزمایش سه نیرو در جهت X، Y و Z در قالب یک نمودار، توسط دینامومتر استخراج گردید. هر آزمایش در بازه زمانی ۰/۵ ثانیه انجام گرفت و نیروهای میانگین با توجه به قابلیت‌های نرم‌افزار داینور ۱ اندازه‌گیری گردیدند. در شکل ۶ نمودار استخراج شده برای نرخ پیشروی ۰/۰۶۲۵ میلی‌متر بر دور به ازای یک لبه برنده تیغه‌فرز نشان داده شده است.

هدف از انتخاب بازه زمانی ۰/۵ ثانیه برای انجام هر آزمایش، ثبت



جدول ۷. معادلات ثابت‌های  $A$  و  $B$   
**Table 7. Equations of  $A$  and  $B$  constants.**

$B_3$ (mm)	$B_2$ (mm)	$B_1$ (mm)	$A_3$ (mm)	$A_2$ (mm)	$A_1$ (mm)	$ds(z)$ (mm)
$B_3 = \tan \beta \cdot Z \left  \frac{Z_2}{Z_1} \right $	$B_2 = Z \left  \frac{Z_2}{Z_1} \right $	$B_1 = \frac{1}{\cos \beta} \cdot Z \left  \frac{Z_2}{Z_1} \right $	$A_3 = \sin \beta \cdot Z \left  \frac{Z_2}{Z_1} \right $	$A_2 = \cos \beta \cdot Z \left  \frac{Z_2}{Z_1} \right $	$A_1 = \left  \frac{Z_2}{Z_1} \right $	$\frac{dz}{\cos \beta}$

جدول ۸. مقادیر ثابت‌های  $A$  و  $B$   
**Table 8. The values of  $A$  and  $B$  constants.**

$B_3$ (mm)	$B_2$ (mm)	$B_1$ (mm)	$A_3$ (mm)	$A_2$ (mm)	$A_1$ (mm)	$Z_2$ (mm)	$Z_1$ (mm)	$\beta^\circ$
۴	۴	$4\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}$	۴	۴	.	۴۵

جدول ۹. مقادیر ضرایب نیرویی  
**Table 9. Values of force coefficients.**

$K_{tc}$ ( $\frac{\%}{\text{mm}^2}$ )	$K_{te}$ ( $\frac{\%}{\text{mm}}$ )	$K_{re}$ ( $\frac{\%}{\text{mm}}$ )	$K_{rc}$ ( $\frac{\%}{\text{mm}^2}$ )	$K_{ae}$ ( $\frac{\%}{\text{mm}}$ )	$K_{ac}$ ( $\frac{\%}{\text{mm}^2}$ )
۵۶۳۲/۳	۷۷/۵۳۱۹	-۱۵۹/۴۳۲۶	۴۳۴۷/۳	-۱۱۳/۳۴۸۹	-۱۱۳۵۳

۲-۳-۴- مدل‌سازی مؤلفه‌های نیروهای فرزکاری در برنامه متلب بعد از به‌دست‌آوردن ضرایب نیرویی برش و لبه، برنامه لازم برای پیش‌بینی نیروهای فرزکاری با توجه به پایگاهی از داده‌ها، شامل زاویه تنظیم ( $\beta = 45^\circ$ )، عمق بار ( $Z$ )، نرخ پیشروی به ازای یک لبه برنده در هر دور ( $f_t$ )، ضرایب نیرویی و بازه درگیری ابزار (صفر تا  $180^\circ$  درجه با گام  $0.1^\circ$  درجه)، عرض براده لحظه‌ای ( $db = \frac{dz}{\sin k}$ )، طول درگیری لحظه‌ای ابزار با براده ( $ds = db$ ) به کمک معادلات (۲) و (۴) در نرم‌افزار متلب، نوشته شد که با اجرای آن، نمودارهای نیروهای پیش‌بینی در سه راستای  $X$  و  $Y$  و  $Z$  برای هر کدام از نرخ‌های پیشروی ترسیم گردید. در شکل ۷ روند برنامه‌نویسی در نرم‌افزار متلب آورده شده است.

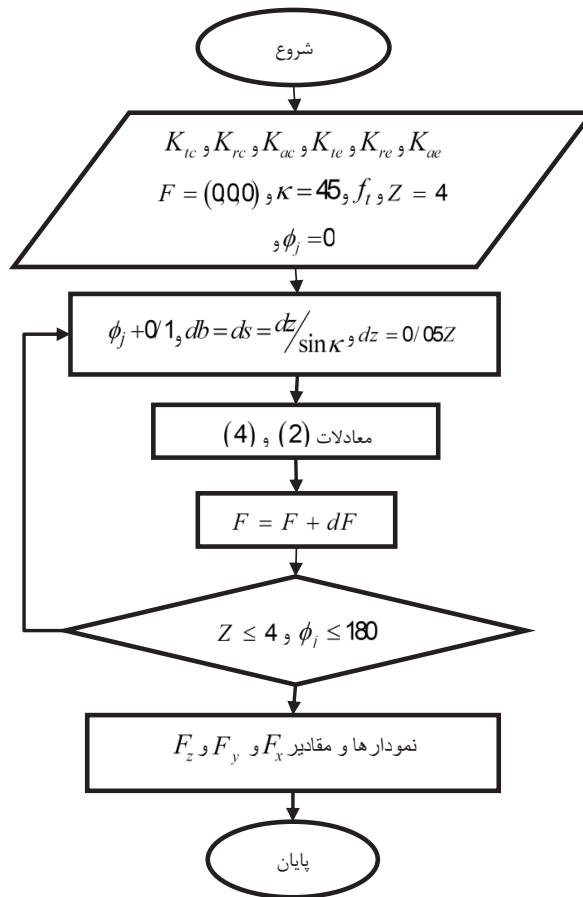
### ۳- نتایج و بحث

بعد از استخراج نیروهای تجربی به کمک دینامومتر و نیروهای

مقادیر عددی ثابت‌های  $C$  نیز با حل معادلات (۹) در جدول ۶ مرتب گردیده‌اند. با توجه به معادلات (۱۰) و (۱۱) و لحاظ نمودن زاویه  $\beta$  به جای  $K$  ثابت‌های  $A$  و  $B$  را می‌توان مانند جدول ۷ نوشت. با قراردادن  $\beta = 45^\circ$  مقادیر محاسبه‌شده ثابت‌های  $A$  و  $B$  در جدول ۸ آورده شده‌اند.

### ۲-۳-۳- محاسبه ضرایب نیرویی برش و لبه

با یافتن نیروهای برش و لبه مندرج در جدول ۵، به تفکیک برای هر راستا به روش حل، از طریق کمترین مربعات و مقادیر جداول ۶ و ۸ به ترتیب مربوط به ثابت‌های  $C$  و  $A$  و  $B$ ، محاسبات ضرایب نیرویی نیمه تجربی برش و لبه در سه جهت مماسی، شعاعی و محوری به کمک معادلات (۸) انجام پذیرفت و در جدول ۹ مرتب گردید.



شکل ۷. روند اجرای برنامه در متلب

Fig. 7. The process of implementing the program in MATLAB

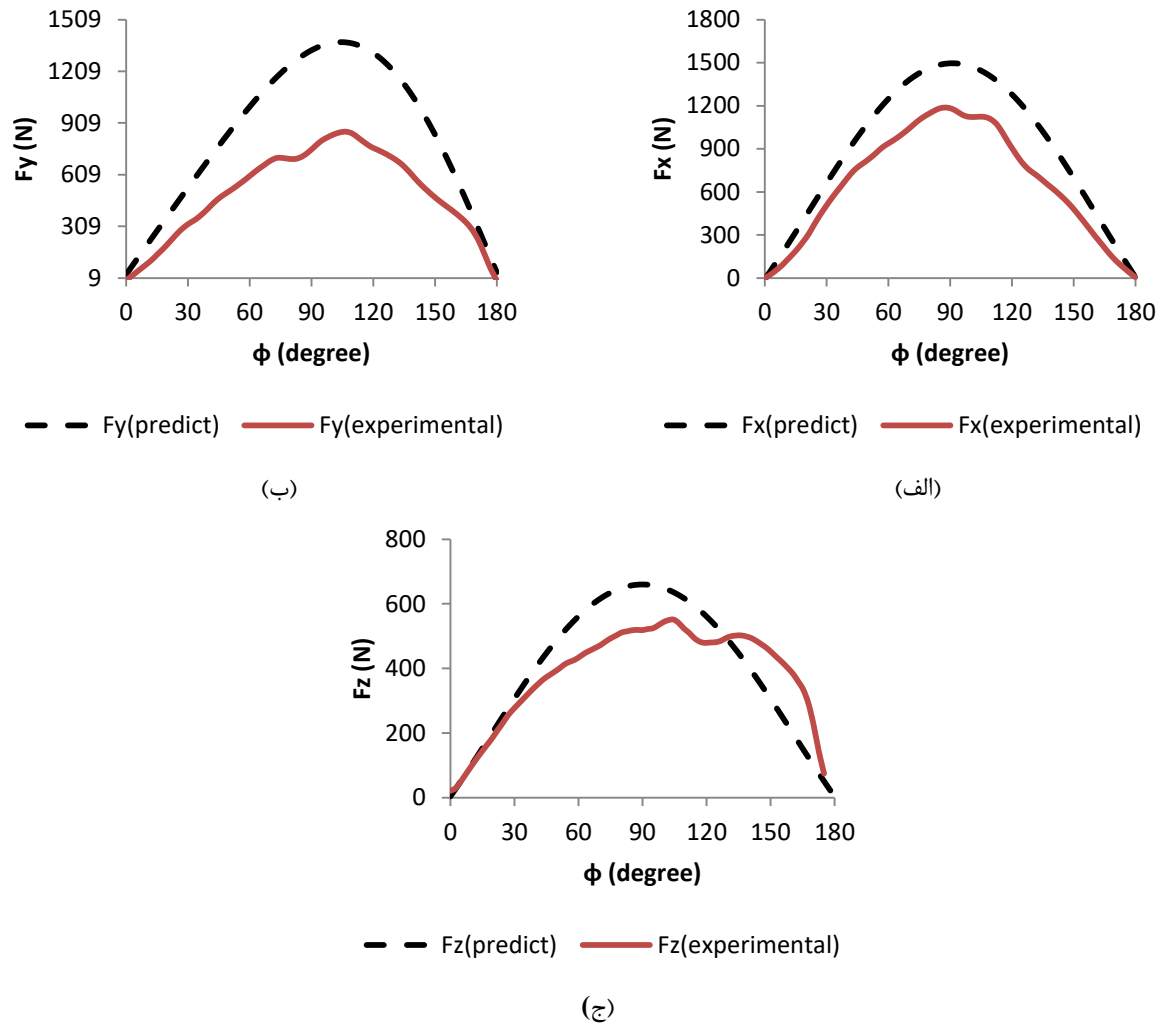
بیشتر است. دلیل آن افزایش نرخ پیشروی بوده که به تبع آن نیروهای ماشین کاری نیز افزایش یافته است.

با توجه به مقایسه نیروهای تجربی و پیش‌بینی در نرخ پیشروی  $0.0625$  میلی‌متر بر دور به ازای یک لبه برنده در شکل ۱۰ مشاهده می‌گردد که در نرخ پیشروی بالاتر به نسبت افزایش پیشروی، نیروهای فرزکاری افزایش نمی‌یابد. دلیل آن، کاهش سهم نیروی اصطکاک بین ابزار و براده از کل نیروی برش است. از طرف دیگر با افزایش نرخ پیشروی سرعت براده برداری افزایش یافته در نتیجه انقباض براده کاهش می‌یابد. این عامل باعث می‌شود ضخامت لایه براده برداری و همچنین نیروی برش افزایش غیرمعمول نداشته باشد [۱۳]. تجمع پلیسه‌ها در هر دور گردش ابزار باعث افزایش سطح مقطع قطعه هنگام براده برداری می‌گردد که این رخداد قابل حذف و یا محاسبه نخواهد بود؛ زیرا پلیسه‌ها حین عملیات براده برداری موجب افزایش لحظه‌ای و اتفاقی (غیرقابل پیش‌بینی) سطح مقطع

مدل شده با استفاده از معادلات مدل‌سازی هندسی در نرم‌افزار متلب، به مقایسه بین آن‌ها در یک نیم سیکل ( $180^\circ$  درجه) پرداخته شد. به‌عنوان نمونه، شکل‌های ۸، ۹ و ۱۰، نمودارهای مقایسه‌ای بین نیروهای تجربی و پیش‌بینی، برای سه نرخ پیشروی  $0.01$ ،  $0.025$  و  $0.0625$  میلی‌متر به ازای یک لبه برنده در هر دور ابزار را نشان می‌دهند.

با توجه به مقایسه نیروهای تجربی و پیش‌بینی در نرخ پیشروی  $0.01$  میلی‌متر بر دور به ازای یک لبه برنده در شکل ۸ مشاهده می‌گردد که ماکزیمم نیروهای براده برداری در میانه نیم سیکل اتفاق افتاده است زیرا ضخامت براده تغییر شکل نیافته در این محدوده بیشترین مقدار خود را دارد.

با توجه به مقایسه نیروهای تجربی و پیش‌بینی در نرخ پیشروی  $0.025$  میلی‌متر بر دور به ازای یک لبه برنده در شکل ۹ مشاهده می‌شود که مقادیر نیروها در هر سه راستا نسبت به آزمایش قبلی



شکل ۸. مقایسه نتایج به دست آمده از دینامومتر و پیش‌بینی مدل، برای  $\pm 0.1$  میلی‌متر بر هر دور یک لبه برنده.

$F_x$  (الف)،  $F_y$  (ب) و  $F_z$  (ج)

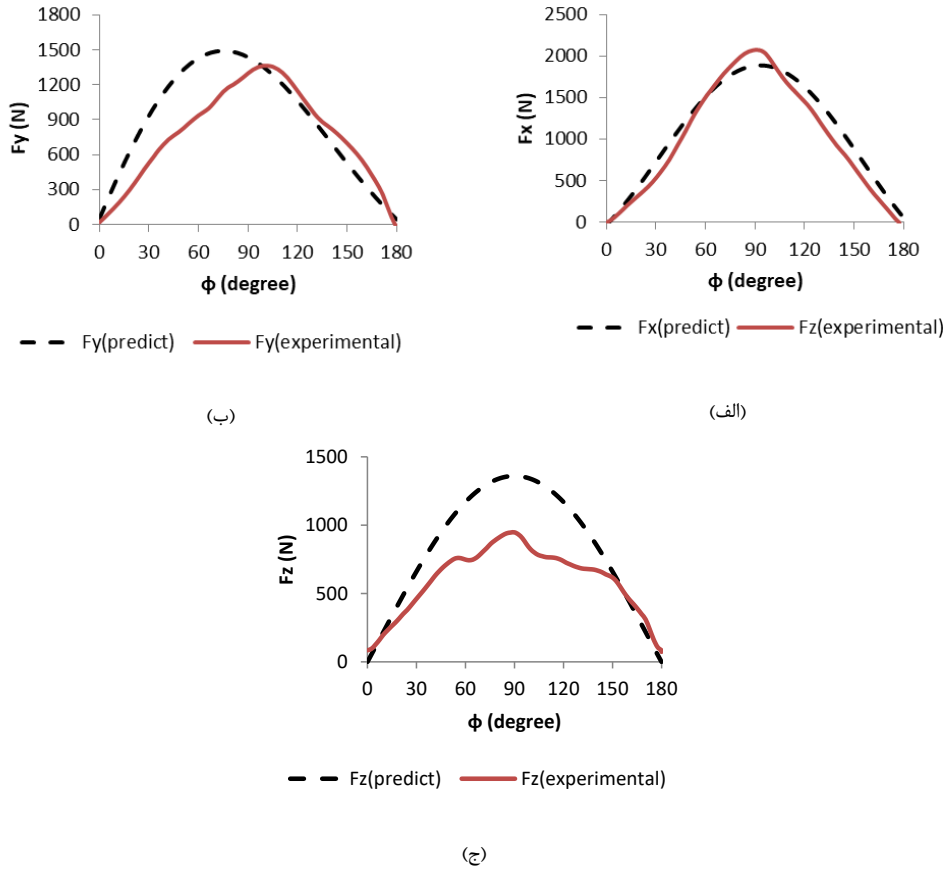
Fig. 8. Comparison of dynamometer and predicting model results for cutting edge feed rate of 0.01 mm per revolution.

(a)  $F_x$ , (b)  $F_y$  and (c)  $F_z$

چسبیده به لبه قطعه کار در جلویی‌ترین قسمت ابزار اتفاق می‌افتد، لذا فشار وارد از طرف ابزار در راستای پیشروی بیشتر از کناره‌های ابزار در حال ماشین‌کاری می‌باشد. این پدیده باعث می‌شود اختلاف بین نیروی تجربی و پیش‌بینی مدل در میانه نیم سیکل (حوالی ماکزیمم نیرو) بیشتر گردد. به همین دلیل، بیشترین خطای مدل، تقریباً در ماکزیمم مقدار منحنی نیرو اتفاق می‌افتد. جدول ۱۰ مقادیر ماکزیمم نیروی تجربی و پیش‌بینی را به همراه درصد اختلاف آن‌ها نشان می‌دهد.

جدول ۱۱ مقادیر میانگین نیروهای تجربی و پیش‌بینی را به همراه

براده در بازه زمانی خاص می‌گردند به طوری که در لحظه‌ای بعد ممکن است براده جمع شده جدا گردد لذا این پدیده ناخواسته‌ی تغییرات لحظه‌ای غیریکنواخت در سطح مقطع براده، باعث تغییرات لحظه‌ای نیروهای تجربی خواهد شد. با بررسی مقایسه‌ای منحنی نیروهای پیش‌بینی و تجربی در یک نیم سیکل چرخش ابزار (برای یک لبه برنده) در شکل‌های ۸ تا ۱۰ مشخص می‌گردد که هر چه منحنی به میانه بازه درگیری (صفر تا ۱۸۰ درجه) نزدیک شود، اختلاف بین منحنی پیش‌بینی مدل و منحنی تجربی به دلیل تجمع بیشتر پلیسه‌ها افزایش می‌یابد. از آنجایی که بیشترین تجمع ناخواسته پلیسه‌های



شکل ۹. مقایسه نتایج به دست آمده از دینامومتر و پیش‌بینی مدل، برای  $0.025$  میلی‌متر بر هر دور یک لبه برنده.

$F_x$  (الف)،  $F_y$  (ب) و  $F_z$  (ج)

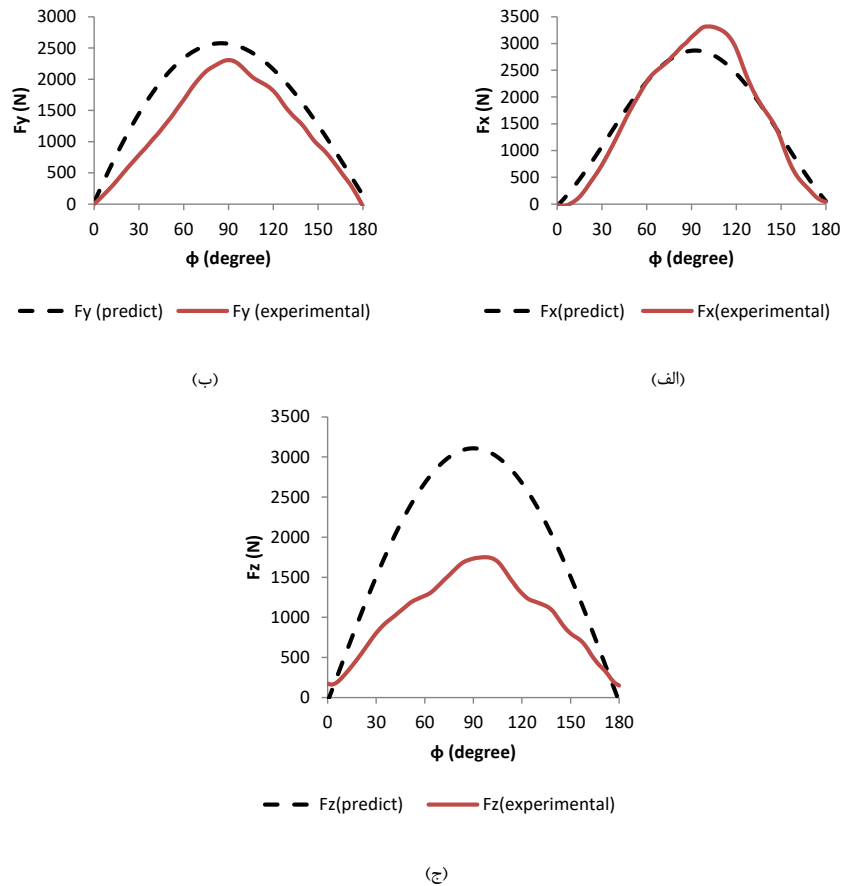
Fig. 9. Comparison of dynamometer results and predicting model results for cutting edge feed rate of  $0.025$  mm per revolution.

(a)  $F_x$ , (b)  $F_y$  and (c)  $F_z$

جدول ۱۰. مقادیر ماکزیمم نیروهای تجربی و پیش‌بینی با درصد خطا بین آن‌ها.

Table 10. Maximum values of experimental and predictive forces with error percentage between them.

$\frac{\Delta F_z}{F_z}$			$\frac{\Delta F_y}{F_y}$			$\frac{\Delta F_x}{F_x}$			آزمایش
$F_{z(pre)}$ (درصد)	$F_{z(pre)}$	$F_{z(exp)}$	$F_{y(pre)}$ (درصد)	$F_{y(pre)}$	$F_{y(exp)}$	$F_{x(pre)}$ (درصد)	$F_{x(pre)}$	$F_{x(exp)}$	
۱۶/۳	۶۵۸/۸۹	۵۵۱/۲۷	۳۷/۶	۱۳۷۷/۴۵	۸۵۸/۳۹	۲۰/۸	۱۴۹۸/۹۴	۱۱۸۶/۷۷	۱
۵/۹	۸۹۱/۵۷	۸۳۸/۳۰	۲۵	۱۴۶۸/۵۶	۱۱۰۰/۳۱	۱/۶	۱۶۲۴	۱۵۹۸/۱۲	۲
۲۴/۶	۱۱۲۵/۸۷	۸۴۸/۶۳	۱۹/۷	۱۵۸۰/۱۵	۱۲۶۹/۱۵	۱۰/۴	۱۷۵۷/۲۷	۱۹۳۹/۹۴	۳
۳۰/۳	۱۳۵۸/۹۶	۹۴۶/۵۳	۸/۵	۱۴۸۹/۹۵	۱۳۶۱/۹۴	۱۰	۱۸۸۶/۴۲	۲۰۷۳/۸۵	۴
۴۱/۳	۱۶۵۰/۳۱	۹۶۷/۱	۲۴/۸	۱۸۲۴/۱۰	۱۳۷۰/۹۷	۳	۲۰۰۶/۲۳	۲۰۶۶/۴۱	۵
۳۶	۲۰۲۹/۰۷	۱۲۹۸/۳۴	۳۸	۱۹۸۰/۳۶	۱۲۲۷/۶۶	۷/۳	۲۲۶۲/۳۰	۲۴۲۸/۷۱	۶
۲۶/۸	۲۱۳۳/۱۷	۱۵۵۹/۸۱	۸/۴	۲۱۴۱/۴۸	۱۹۵۹/۴۷	۱۱/۴	۲۶۴۱/۹۷	۲۹۴۳/۴۸	۷
۴۳/۸	۳۱۰۷/۱۰	۱۷۴۴/۳۸	۱۰/۵	۲۵۷۳/۴۰	۲۳۰۲/۳۷	۱۵/۷	۲۸۶۶/۹۸	۳۳۱۷/۷۵	۸



شکل ۱۰. مقایسه نتایج به دست آمده از دینامومتر و پیش‌بینی مدل، برای  $0.0625$  میلی‌متر بر هر دور یک لبه برنده.

(الف)  $F_x$ ، (ب)  $F_y$  و (ج)  $F_z$

Fig. 10. Comparison of dynamometer results and predicting model results for cutting edge feed rate of 0.0625 mm per revolution.

(a)  $F_x$ , (b)  $F_y$  and (c)  $F_z$

جدول ۱۱. مقادیر میانگین نیروهای تجربی و پیش‌بینی با درصد خطا بین آن‌ها.

Table 11. Average values of experimental and predictive forces with error percentage between them.

$\frac{\Delta F_z}{F_z}$		$\frac{\Delta F_y}{F_y}$		$\frac{\Delta F_x}{F_x}$		آزمایش			
$F_{z(pre)}$ (درصد)	$F_{z(exp)}$	$F_{y(pre)}$ (درصد)	$F_{y(exp)}$	$F_{x(pre)}$ (درصد)	$F_{x(exp)}$				
۷/۴	۳۶۲/۳۸	۳۵۹/۷	۵۲/۸	۷۵۷/۶	۳۵۶/۵	۳۴/۶	۹۰۲/۷۳	۵۸۹/۷	۱
۸/۶	۴۹۰/۳۶	۴۴۸	۴۳/۵	۸۰۷/۷	۴۵۶	۱۹/۴	۹۶۹/۳۷	۷۸۱	۲
۲۷/۲	۶۱۹/۲۲	۵۰۷/۹	۳۸/۵	۸۶۹/۱	۵۲۵	۱۴/۷	۱۰۳۸/۳۷	۸۸۴/۷	۳
۱۷/۹۷	۷۴۷/۴۲	۵۷۱/۸	۳۱/۲	۸۱۹/۴۷	۵۶۳	۶/۴	۱۰۲۲/۲۸	۹۵۶/۴	۴
۳۱/۰۳	۹۰۷/۶۷	۶۲۶	۴۰/۴	۱۰۰۳/۲۵	۵۹۷	۹/۴	۱۱۸۰/۱	۱۰۶۸	۵
۳۱	۱۱۱۶	۷۶۹/۷	۲۹/۵	۱۰۸۹/۱	۷۶۸	۱/۶	۱۳۳۰/۱	۱۳۵۲	۶
۲۲/۶	۱۱۷۴/۲۴	۹۰۸/۱	۲۴/۵	۱۱۷۷/۸۱	۸۸۸/۸	۷/۳	۱۴۷۹/۹۳	۱۵۸۹	۷
۳۲/۸	۱۹۲۳/۴۱	۱۰۱۳	۳۴/۱	۱۴۱۵/۳	۹۳۱/۶	۴/۹	۱۶۵۸/۲۵	۱۷۴۰	۸

درصد اختلاف آن‌ها نشان می‌دهد.

### فهرست علائم

علائم انگلیسی	
دور ابزار، rpm	$N$
سرعت پیشروی میز فرز، $\text{mm}/\text{min}$	$V_f$
نرخ پیشروی ابزار در یک دور، $\text{mm}/\text{rev}$	$f$
نرخ پیشروی هر لبه برنده به ازای یک دور، $\text{mm}/\text{rev.tooth}$	$f_t$
نیروهای لحظه‌ای برش و لبه در راستاهای مماسی، شعاعی و محوری.	$dF_{t,r,a}$
نیروهای لحظه‌ای برش و لبه در راستاهای X، Y و Z	$dF_{x,y,z}$
تعداد لبه‌های برنده ابزار	$T$
نیروی میانگین ماشین‌کاری در راستای معین (Z,Y,X) برای هر آزمایش، N	$F_*$
نیروی مماسی لحظه‌ای، N	$F_t$
نیروی شعاعی لحظه‌ای، N	$F_r$
نیروی محوری لحظه‌ای، (N)	$F_a$
نیروهای میانگین برش در راستای Y,X و Z	$F_{*c}$
نیروهای میانگین لبه در راستای Y,X و Z	$F_{*e}$
ضریب نیروی برش مماسی، $\text{N}/\text{mm}^2$	$K_{tc}$
ضریب نیروی لبه مماسی، $\text{N}/\text{mm}$	$K_{te}$
ضریب نیروی برش شعاعی، $\text{N}/\text{mm}^2$	$K_{rc}$
ضریب نیروی لبه شعاعی، $\text{N}/\text{mm}$	$K_{re}$
ضریب نیروی برش محوری، $\text{N}/\text{mm}^2$	$K_{ac}$
ضریب نیروی لبه محوری، $\text{N}/\text{mm}$	$K_{ae}$
ضخامت لحظه‌ای براده، mm	$h$
عمق بار کلی، mm	$Z$
عرض دیفرانسیلی براده تغییرشکل نیافته، mm	$db$
طول دیفرانسیلی لبه برنده، mm	$ds$
علائم یونانی	
زاویه درگیری ابزار با براده در لحظه z آم برحسب درجه	$\phi_j$
زاویه ورود ابزار برحسب درجه	$\phi_{st}$
زاویه خروج ابزار برحسب درجه	$\phi_{ex}$
زاویه تنظیم برحسب درجه	$\kappa$
متمم زاویه تنظیم اصلی برحسب درجه	$\beta$
زیرنویس	
برش	$c$
لبه	$e$
مماسی	$t$

### ۴- نتیجه‌گیری

در این پژوهش با استفاده از مدل‌سازی هندسی، نیروهای برش در فرآیند فرز‌کاری با ابزار فرز انگشتی با لبه برنده تحت زاویه تنظیم اصلی  $\kappa = 45^\circ$  پیش‌بینی گردید. از مقایسه نتایج مدل پیش‌بینی و نتایج تجربی موارد زیر قابل استنباط است.

۱- با روش تحلیل نیروهای برش به روش مدل‌سازی هندسی می‌توان با داشتن مقدار نرخ پیشروی برحسب میلی‌متر بر دور به ازای هر لبه برنده، نیروهای ماشین‌کاری را با درصد خطای کمی پیش‌بینی نمود.

۲- با توجه به نمودارهای تجربی و پیش‌بینی مشاهده می‌گردد که با افزایش نرخ پیشروی مقادیر نیروهای ماشین‌کاری در هر سه راستا افزایش می‌یابد. این پدیده وابستگی نیروهای ماشین‌کاری به نرخ پیشروی را نشان می‌دهد. همچنین ملاحظه می‌شود مقدار نیرو در راستای محور x بیشتر از دو راستای دیگر است و این امر به دلیل حرکت پیشروی میز در راستای x می‌باشد.

۳- در نرخ پیشروی بالاتر به نسبت افزایش پیشروی، نیروهای فرز‌کاری افزایش نمی‌یابد. دلیل آن، کاهش سهم نیروی اصطکاک بین سطح ابزار و براده از کل نیروی برش است. از طرفی با افزایش نرخ پیشروی سرعت براده برداری افزایش یافته در نتیجه انقباض براده کاهش می‌یابد. این عامل باعث می‌شود ضخامت لایه براده برداری و همچنین نیروی برش افزایش غیرمعمول نداشته باشد.

۴- تجمع پلیسه‌ها در هر دور گردش ابزار، گاهی باعث افزایش سطح مقطع براده برداری می‌گردد که این رخداد قابل حذف و یا محاسبه نخواهد بود؛ زیرا پلیسه‌ها حین عملیات براده برداری موجب افزایش لحظه‌ای و اتفاقی (غیرقابل پیش‌بینی) سطح مقطع براده در لحظاتی می‌گردند به طوری که در لحظه‌ای بعد ممکن است براده چسبیده شده جدا گردد لذا این پدیده ناخواسته در سطح مقطع براده باعث تغییرات لحظه‌ای نیروهای تجربی خواهند شد.

۵- بیشترین اختلاف بین مقادیر نیروی تجربی و پیش‌بینی مدل در میانه نیم سیکل نزدیک ماکزیمم نیرو می‌باشد. این امر به دلیل تجمع بیشتر براده چسبیده به لبه قطعه کار در جلوی ابزار در اثر فشار ابزار در راستای پیشروی می‌باشد.

- Machine Tools and Manufacture, 1072-1059 (1996) (9)36.
- [8] G. Yucesan, Y. Altintas, Prediction of ball end milling forces, ASME Journal of Engineering for Industry (1) 118 103-95 (1996).
- [9] T. Bailey, e. al, Generic simulation approach for multi-axis machining, Manufacturing Science and Engineering, 642-624 (2002) (3)124.
- [10] S. Engin, Y. Altintas, Mechanics and dynamics of general milling cutters.: Part I: helical end mills, International Journal of Machine Tools and Manufacture, (2001) (15)41 2212-2195.
- [11] S. Engin, Y. Altintas, Mechanics and dynamics of general milling cutters.: Part II: inserted cutters, International Journal of Machine Tools and Manufacture, (2001) (15)41 2231-2213.
- [12] J. Gradišek, M. Kalveram, K. Weinert, Mechanistic identification of specific force coefficients for a general end mill, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 414-401 (2004) (4)44.
- [13] G. Yucesan, Q. Xie, A.E. Bayoumi, Determination of process parameters through a mechanistic force model of milling operations, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 641-627 (1993) (4)33.
- [14] I.G. Euan, E. Ozturk, N.D. Sims, Modeling Static and Dynamic Cutting Forces and Vibrations for Inserted Ceramic Milling Tools, Procedia CIRP, 569-564 (2013) 8.
- [15] S. Campocasso, J.P. Costes, G. Fromentin, S. Bissey-Breton, G. Poulachon, A generalised geometrical model of turning operations for cutting force modelling using edge discretisation, Applied Mathematical Modelling, (21)39 6630-6612 (2015).
- [16] R. Kountanya, C. Guo, D. Viens, Time-averaged and Instantaneous Mechanistic Models using Artificial Force Synthesis in Helical End Milling, Procedia Manufacturing, 749-737 (2017) 10.

شعاعی	$r$
محوری	$a$
ورود	$st$
خروج	$ex$

## مراجع

- [1] M. Aydın, U. Köklü, Analysis of flat-end milling forces considering chip formation process in high-speed cutting of Ti6Al4V titanium alloy, Simulation Modelling Practice and Theory, 102039 (2020) 100.
- [2] L. Zhou, B. Deng, F. Peng, M. Yang, R. Yan, Semi-analytic modelling of cutting forces in micro ball-end milling of NAK80 steel with wear-varying cutting edge and associated nonlinear process characteristics, International Journal of Mechanical Sciences, 105343 (2020) 169.
- [3] S. Wojciechowski, M. Matuszak, B. Powalka, M. Madajewski, R.W. Maruda, G.M. Królczyk, Prediction of cutting forces during micro end milling considering chip thickness accumulation, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 103466 (2019) 147.
- [4] F. Koenigsberger, A.J.P. Sabberwal, An investigation into the cutting force pulsations during milling operations, International Journal of Machine Tool Design and Research, 33-15 (1961) (1)1.
- [5] S. Jayaram, S.G. Kapoor, R.E. DeVor, Estimation of the specific cutting pressures for mechanistic cutting force models, International Journal of Machine Tools and Manufacture, 281-265 (2001) (2)41.
- [6] E. Budak, Y. Altintas, E.J.A. Armarego, Prediction of Milling Force Coefficients From Orthogonal Cutting Data, Manufacturing Science and Engineering, (2)118 224-216 (1996).
- [7] P. Lee, Y. Altintaş, Prediction of ball-end milling forces from orthogonal cutting data, International Journal of

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

G. R. Juzdani, S. E. Mirmohammadsadeghi, Mechanistic modeling of cutting forces in milling process by end milling with cutting edges with adjustment angle of 45 degree, AmirKabir J. Mech. Eng., 53(Special Issue 4) (2021) 2703-2718.

DOI: [10.22060/mej.2020.18159.6753](https://doi.org/10.22060/mej.2020.18159.6753)





