

شبیه‌سازی عددی امواج هلمبو در جریان گرانشی نفوذی با استفاده از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ

صادق رستمی ده‌جلالی، احسان خواصی*، پارسا نظمی

استادیار، دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه زنجان، زنجان، ایران

تاریخچه داوری:

دریافت: ۱۳۹۹/۰۷/۲۴

بازنگری: ۱۳۹۹/۰۹/۱۵

پذیرش: ۱۳۹۹/۱۰/۰۵

ارائه آنلاین: ۱۳۹۹/۱۰/۳۰

کلمات کلیدی:

جریان گرانشی نفوذی

عدد ریچاردسون

ضخامت لایه برشی

ضخامت لایه چگالی

ناپایداری هلمبو

خلاصه: جریان‌های گرانشی، جریان‌هایی با اهمیت و نقش گسترده در مطالعات اتمسفری و اقیانوسی هستند. جریان چگال هنگامی ایجاد می‌شود که یک سیال با چگالی متفاوت درون سیالی دیگر به حرکت درآید. اگر سیال با چگالی معین وارد محیط لایه‌بندی‌شده، شود، به‌گونه‌ای که چگالی آن از لایه‌های زیرین کمتر و از لایه‌های بالایی بیشتر باشد جریان گرانشی از نوع نفوذی است. ناپایداری‌های کلون-هلمهولتز و هلمبو در سطح تماس این جریان‌ها دیده می‌شود. پارامترهای تعیین‌کننده در نوع ناپایداری عدد ریچاردسون موضعی و نسبت ضخامت لایه برشی به لایه چگالی است. در این پژوهش شبیه‌سازی عددی دوبعدی ناپایداری هلمبو با دیدگاه اویلری-اویلری در جریان گرانشی نفوذی درون کانال، بررسی شده‌است. برای انجام این شبیه‌سازی از کد اپن‌فوم و با توجه به آشفتگی بودن جریان از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ برای مدل‌سازی آشفتگی استفاده شده‌است. نتایج به‌دست‌آمده نشان می‌دهد، با افزایش چگالی جریان نفوذی مقدار عدد ریچاردسون کاهش و نسبت ضخامت لایه برشی به لایه چگالی افزایش می‌یابد. هم‌چنین با افزایش چگالی، مقدار فرکانس امواج هلمبو ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد. علاوه بر این، مقدار طول موج امواج هلمبو با افزایش چگالی جریان نفوذی زیاد می‌شود ولی در عدد موج امواج، رفتار عکس دیده می‌شود. سرعت فاز امواج هلمبو نیز، روند مشخصی با تغییرات چگالی ندارد.

۱- مقدمه

جریان گرانشی موجود، جریان گرانشی نفوذی^۲ گفته می‌شود. در همه موارد گفته‌شده، مشخص شده‌است که ناپایداری‌ها در سطح تماس جریان‌های سیال (سطح تماس دو لایه با چگالی متفاوت) ایجاد می‌شوند [۲]. از جمله این ناپایداری‌ها، امواج هلمبو^۳ هستند که به دلیل محدودیت‌های زیادی که برای ایجادشان وجود دارد، به نسبت امواج کلون-هلمهولتز^۴ بسیار کمتر مشاهده می‌شوند، اما به هر حال پدیده‌ای تأثیرگذار در زمینه جریان‌های ژئوفیزیکی هستند و در عکس‌ها و مشاهدات راداری اتمسفر مشاهده می‌شوند.

یکی از ویژگی‌های مهم امواج هلمبو که در امواج کلون-هلمهولتز

اکثر جریان‌های ژئوفیزیکی^۱ که بر روی سطح زمین اتفاق می‌افتند، به‌طور اجتناب‌ناپذیری دارای لایه‌بندی چگالی هستند. جریان‌های گرانشی بر اثر جریان دو سیال با چگالی‌های متفاوت ایجاد می‌شوند. اختلاف چگالی می‌تواند ناشی از اختلاف دما، اختلاف غلظت، حضور ذرات معلق و یا عوامل دیگر باشد [۱]. حال، یک شرایط پیچیده‌تر زمانی رخ می‌دهد که جریان چگال در یک سیال محیطی غیر یکنواخت (لایه‌بندی‌شده) انتشار یابد در این حالت، به

2 Intrusive Gravity Current (IGC)

3 Holmboe

4 Kelvin-Helmholtz

1 Geophysical

* نویسنده عهده‌دار مکاتبات: khavasi@znu.ac.ir



برشی^{۱۲} به ضخامت لایه‌ی چگالی^{۱۳}، آر^{۱۴}، معرفی کرد. نتایج تحقیقات او نشان داد که برای اعداد ریچاردسون کمتر از ۰/۲۵ ناپایداری‌ها همواره، از نوع امواج کلوین-هلمهولتز است، اما برای اعداد ریچاردسون بزرگ‌تر از ۰/۲۵، برخلاف معیار مایلز-هوارد، جریان می‌تواند ناپایدار باشد. اگر نسبت ضخامت چگالی به ضخامت سرعت به اندازه‌ی کافی کوچک و برای اعداد ریچاردسون بیش از ۰/۲۵ گونه‌های ناپایدار دیگری ظاهر می‌شوند. قبل از هزل [۷]، هلمبو [۸] به صورت تئوری این گونه‌ها را کشف کرد که به نام خود او نام‌گذاری شده‌اند. این گونه ناپایدار در واقع، دو موج در حال حرکت هستند که نرخ رشد یکسان ولی جهت انتشار مخالف دارند. این امواج بر خلاف امواج کلوین-هلمهولتز که ایستا هستند، سرعت فاز غیرصفر دارند.

امواج هلمبو در دو حالت متقارن و نامتقارن ایجاد می‌شوند. اگر پروفیل‌های سرعت و غلظت هم مرکز باشند (محل نقطه‌ی عطفشان یکی باشد) گونه‌های هلمبو به صورت دو گونه ناپایدار با نرخ رشد یکسان، سرعت فاز یکسان ولی در جهات مخالف ایجاد می‌شوند که به این گونه‌های ناپایدار، حالت هلمبوی متقارن می‌گویند [۹].

اما در صورتی که پروفیل‌های سرعت و غلظت هم‌مرکز نباشند نرخ رشد دو گونه ناپایدار هلمبو متفاوت خواهد بود. این عدم تقارن باعث می‌شود که نرخ رشد یکی از گونه‌های هلمبو بیشتر و این گونه بر جریان حاکم شود. به این نوع ناپایداری نامتقارن اصطلاحاً یک-طرفی^{۱۵} نیز می‌گویند. با توجه به این‌که در طبیعت و تحقیق‌های آزمایشگاهی، ایجاد پروفیل‌های متقارن خیلی مشکل است و معمولاً پروفیل‌ها نامتقارن می‌شوند، بنابراین، در اغلب موارد در تحقیق‌های آزمایشگاهی به‌جای ناپایداری هلمبوی متقارن پدیده‌ی یک‌طرفی مشاهده می‌شود [۹].

خودکار^{۱۶} و همکاران [۱۰]، با استفاده از روش شبیه‌سازی عددی مستقیم، جریان گرانشی نفوذی منتشرشونده در محیط لایه‌بندی شده دو لایه‌ای را در دو حالت متقارن و نامتقارن بررسی کرده‌اند. آن‌ها نتایج خود را با تحقیق‌های آزمایشگاهی به‌دست‌آمده توسط ساترلند^{۱۷} و همکاران [۱۱] و چونگ^{۱۸} و همکاران [۱۲]، مقایسه کرده و

قابل مشاهده نیست؛ این است که باریکه‌هایی^۱ از سیال لایه‌بندی شده را به سیال بالایی و پایینی پرتاب می‌کند [۳]. در این پدیده، سیال اختلاطی در نوک موج هلمبو ایجاد می‌شود و در نهایت به‌صورت یک باریکه از سیال به لایه‌ی بالایی (یا پایینی) پرتاب می‌شود. پدیده پرتاب سیال عامل اصلی اختلاط در امواج هلمبوست. این پدیده باعث می‌شود که با وجود کم‌بودن نرخ رشد امواج هلمبو نسبت به کلوین-هلمهولتز، در نهایت میزان اختلاط در امواج هلمبو قابل مقایسه با امواج کلوین-هلمهولتز باشد [۱۱].

تاریخچه غنی تحقیق در مورد حرکت جریان‌های نفوذی حداقل به تحقیقات هولیر^۲ و هاپرت^۳ [۴] و بریتر^۴ و سیمپسون^۵ [۵] بر می‌گردد که آن‌ها انتشار این جریان‌ها را در میان سطح مشترک‌های باریک تیز^۶ مطالعه کرده‌اند. هولیر و هاپرت [۴] جریان‌های تحتانی و سطحی منتشرشونده داخل محیط‌های لایه‌بندی شده دو لایه‌ای را با فرض این‌که جلوی سطح مشترک جریان نفوذی بدون اغتشاش باقی می‌ماند، بررسی کرده‌اند.

اما برای بررسی ناپایداری سطح تماس و عوامل مؤثر بر آن، در جریان‌های گرانشی نفوذی دارای لایه‌بندی، در دهه‌ی سوم قرن بیستم تیلور^۷ و گلدشتاین^۸، معادله دیفرانسیلی با استفاده از تئوری پایداری خطی، که بعدها به نام معادله تیلور-گلدشتاین معروف شد، به‌دست آوردند. با استفاده از معادله تیلور-گلدشتاین نشان داده شده‌است که جریان دارای لایه‌بندی پیوسته، در صورتی پایدار می‌باشد که عدد ریچاردسون^۹ که در واقع نسبت محلی نیروی شناوری به اینرسی است، همه‌جا بزرگ‌تر از ۰/۲۵ باشد. این معیار به نام معیار مایلز-هوارد^{۱۰} معروف است [۶]. بعدها، نشان داده شد که استفاده از عدد ریچاردسون به‌تنهایی برای بررسی ناپایداری در جریان‌های دارای لایه‌بندی کافی نیست. هزل^{۱۱} [۷] در تحلیلی با استفاده از تئوری پایداری خطی، پارامتر دیگری به نام نسبت ضخامت سرعت لایه‌ی

- 1 Plume
- 2 Holyer
- 3 Huppert
- 4 Britter
- 5 Simpson
- 6 Sharp thin interfaces
- 7 Taylor
- 8 Goldstein
- 9 Richardson number
- 10 Miles -Howard
- 11 Hazel

- 12 Velocity shear layer thickness
- 13 Density layer thickness
- 14 R
- 15 One-sidedness
- 16 Khodkar
- 17 Sutherland
- 18 Cheong

مقطع ثابت بررسی شده است و هر دو نوع از امواج هلمبو (مقتارن و نامقتارن) مشاهده شده اند و نتایج به دست آمده از اندازه گیری های تجربی با نتایج تحلیلی مقایسه شده اند. هم چنین تأثیر عوامل مختلف مانند عدد ریچاردسون را بر شکل گیری امواج، مورد مطالعه قرار داده اند. تدفورد^۹ و همکاران [۱] با بررسی امواج هلمبو به صورت تجربی در جریان تبدلی^{۱۰} از طریق یک کانال نسبتاً طولانی با یک مقطع مستطیلی و مقایسه ی آن با نتایج تحلیلی، یک مطالعه دقیق از امواج هلمبو با بررسی سرعت فاز، طول موج، عدد موج و غیره انجام دادند. کارپنتر و همکاران [۳] نیز با شبیه سازی عددی مستقیم کانال گفته شده در کار تدفورد و همکاران [۵] مقایسه ای بین دو روش آزمایشگاهی و عددی انجام داده اند.

یانگ^{۱۱} و همکاران [۱۷]، با بررسی جریان های گوشه ای حاوی نمک، درون کانال، با استفاده از روش سرعت سنجی تصویر ذرات^{۱۲} پروفیل های سرعت و چگالی را به دست آورده و با نتایج تئوری پایداری خطی مقایسه کرده و پدیده یک طرفی را، در این جریان ها مشاهده کردند.

خواص^{۱۳} و فیروزآبادی^{۱۴}، به صورت تئوری [۱۸] و تجربی [۱۹] به بررسی ناپایداری های سطح تماس در جریان چگال حاوی ذرات پرداختند. آن ها با استفاده از تحلیل پایداری خطی در دو دیدگاه زمانی و مکانی اثر پارامترهای مختلف بر روی ناپایداری جریان را مطالعه کردند. آن ها نتیجه گرفتند که در هر دو دیدگاه، با افزایش شیب بستر و افزایش عدد رینولدز جریان ناپایدارتر می شود.

در پژوهش صالحی پور^{۱۵} و همکاران [۲۰] با استفاده از شبیه سازی عددی مستقیم کانال، و با مطالعه ی اختلاط آشفتگی ناشی از امواج هلمبو در اعداد رینولدز بالا، به این نتیجه رسیدند که عدد رینولدز نه تنها بر روی فاز گذار به آشفتگی؛ بلکه بر روی خواص طیفی آشفتگی لایه بندی شده و خواص اختلاط آن نیز تأثیرگذار است. در واقع، ویژگی ها و ساختارهای آشفتگی، در جریان های حساس به امواج هلمبو با جریان هایی که امواج کلونین-هلمهولتز در آن موجود است، به طور کامل متفاوت است.

سازگاری نتایج به دست آمده را تصدیق کردند. خودکار و همکاران [۱۰]، مطالعات پارامتری پیش بینی شده را با نتایج شبیه سازی مستقیم عددی به صورت دوبعدی مقایسه کرده و مطابقت خوبی با تمامی خواص جریان از جمله سرعت های منتشرشونده جریان نفوذی و جریان های برگشتی و ضخامت آن ها یافتند.

جریان های گرانشی تولید شده به صورت رهاسازی توده^۱ (منظور رها کردن توده ای از سیال غلیظ تر در سیال محیطی به طور ناگهانی است) با عمق های جزئی و حرکت در راستای جریان محیطی لایه بندی شده دولایه ای که در طول یک شیب صعودی انتشار می یابند، توسط مارلئو^۲ و همکاران [۱۳]، بررسی گردیده است. آن ها دریافتند که سرعت اولیه پیشانی جریان گرانشی با نتایج شین^۳ و همکاران [۱۴]، در حالت جریان های با عمق جزئی در محیط های دولایه ای سازگاری دارد. آن ها هم چنین نشان دادند که سرعت جریان گرانشی به سرعت اغتشاش میان سطحی بستگی دارد.

در تحقیق ژو^۴ و ونایاگومورثی^۵ [۱۵]، بررسی دینامیک جریان گرانشی نفوذی مقتارن، حول یک مانع مستطیلی با اندازه های مختلف و با استفاده از روش شبیه سازی گردابه های بزرگ صورت گرفته است و اعتبارسنجی نتایج با داده های تجربی و نتایج شبیه سازی عددی مستقیم^۶ انجام شده است. بر اساس نتایج این تحقیق، ارتفاع مانع به طور قابل توجهی بر رفتار جریان پایین دست تأثیر می گذارد، در حالی که به نظر می رسد عرض مانع فقط تأثیر اندکی دارد. هم چنین دریافتند که در موانع بلند، برخلاف موانع کوتاه، امواج کلونین-هلمهولتز ایجاد می شوند.

اسمیت^۷ و همکاران [۱۶] با شبیه سازی عددی مستقیم جریان لایه بندی شده در یک کانال، به این نتیجه رسیدند که در امواج هلمبو، اختلاط با افزایش اختلاف چگالی، افزایش می یابد. هم چنین با بررسی امواج کلونین-هلمهولتز و مقایسه ی آن با هلمبو، دریافتند که امواج کلونین-هلمهولتز سریع تر از امواج هلمبو با هم ترکیب می شوند.

در پژوهش ژو و لورنس^۸ [۹]، ناپایداری هلمبو در یک مدل آزمایشگاهی از جریان تبدلی بر روی یک مانع، درون یک کانال با

9 Tedford
10 Exchange
11 Yang
12 Particle Image Velocimetry (PIV)
13 Khavasi
14 Firoozabadi
15 Salehipour

1 Lock exchange
2 Marleau
3 Shin
4 Zhou
5 Venayagamoorthy
6 Direct Numerical Simulation (DNS)
7 Smith
8 Lawrence

قرار گرفته است و جنبه‌های زیادی از این پدیده مد نظر قرار گرفته و آزموده شده است، اما این نوع ناپایداری در جریان‌های گرانشی نفوذی مورد مطالعه قرار نگرفته است. هم‌چنین، همان‌طور که گفته شد، جریان‌های چگال از اهمیت زیادی در مطالعه پدیده‌های اقیانوسی، اتمسفری و زمین‌شناسی برخوردارند. ضمناً، امواج هلمبو نسبت به امواج کلون-هلمولتز کمتر مشاهده می‌شوند و برای مشاهده این امواج، در جریان گرانشی نفوذی، در ابتدای امر، ملزم به شناخت فیزیک حاکم بر مسئله هستید. بررسی ناپایداری هلمبو در جریان‌های گرانشی نفوذی در محیط لایه‌بندی شده و در سطوح صاف، شبیه شرایط هندسه‌ی کار حاضر، تاکنون بررسی نشده است؛ بنابراین، انگیزه کار حاضر مطالعه عددی ناپایداری هلمبو با دیدگاه اوپلری- اوپلری^۴ در جریان گرانشی نفوذی درون کانال به روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، شناخت بهتر این پدیده و بررسی اثرگذاری عوامل مختلف بر آن است. نتایج پژوهش حاضر با نتایج به‌دست‌آمده توسط خودکار و همکاران [۱۰] که به روش شبیه‌سازی عددی مستقیم انجام گرفته است، مقایسه و صحت‌سنجی انجام خواهد شد.

۲- مسئله مورد بررسی

در پژوهش حاضر، شبیه‌سازی عددی جریان گرانشی نفوذی میان‌لایه‌ای به روش رهاسازی توده در یک کانال دوبعدی به طول ۶ متر و ارتفاع ۱۰ سانتی متر مطابق شکل ۱ انجام شده است. صفحات بالا و پایین دیوار فرض شده است. هم‌چنین به دلیل عدم وجود ورودی و خروجی در این نوع مسائل، صفحات سمت چپ و راست کانال نیز از نوع دیوار انتخاب شده است. بنابراین تنها رابطه‌ی (۱)، به عنوان شرط مرزی در نظر گرفته شده است:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

که Ψ کمیت مورد نظر (p و C و C_2) است. علاوه بر این، برای سرعت شرط عدم لغزش^۵ در نظر گرفته شده است.

در سمت چپ کانال سیال با چگالی ρ_c که دارای میانگین چگالی سیال‌های محیطی ρ_u و ρ_l است، به وسیله مانع جداکننده نگه داشته شده است. این مانع در فاصله‌ی ۳ متری واقع شده است.

حالت متقارن ساده در جریان‌های گرانشی نفوذی، متناظر

با بررسی یک کانال متشکل از دو مایع قابل امتزاج (مایع سنگین در زیر قرار دارد) با استفاده از روش شبیه‌سازی عددی مستقیم در حالت دوبعدی توسط زاگ وزکین^۱ و همکاران [۲۱]، امواج هلمبو و کلون-هلمولتز مشاهده شدند. بنابراین در سطح مشترک جریان‌های قابل امتزاج نیز ناپایداری ایجاد می‌شود. در بررسی موجود، مشاهده گردید که امواج هلمبو با شکل‌گیری یک موج در حال حرکت در سطح مشترک توسط گردابه‌های ایجاد شده در دو لایه‌ی حل، تشکیل می‌شوند.

پارکر^۲ و همکاران [۲۲]، با استفاده از تئوری پایداری خطی و در نظر گرفتن پارامترهای مختلف از جمله لزجت که معمولاً در گذشته حذف شده است، دریافتند که در مقادیر خیلی کوچک آر نیز، امواج هلمبو مشاهده می‌شوند و به آن امواج هلمبوی لزج گویند.

با وجود این که انجام آزمایش‌ها نقش مهمی در فهم جریان گرانشی ایفا می‌کنند، اما به دلیل پیچیدگی این‌گونه جریان‌ها مطالعات تجربی اجازه بررسی جزئیات جریان به‌خصوص در فصل مشترک و ناحیه نزدیک دیوار را نمی‌دهد. از این رو استفاده از روش شبیه‌سازی عددی می‌تواند در این امر مؤثر باشد.

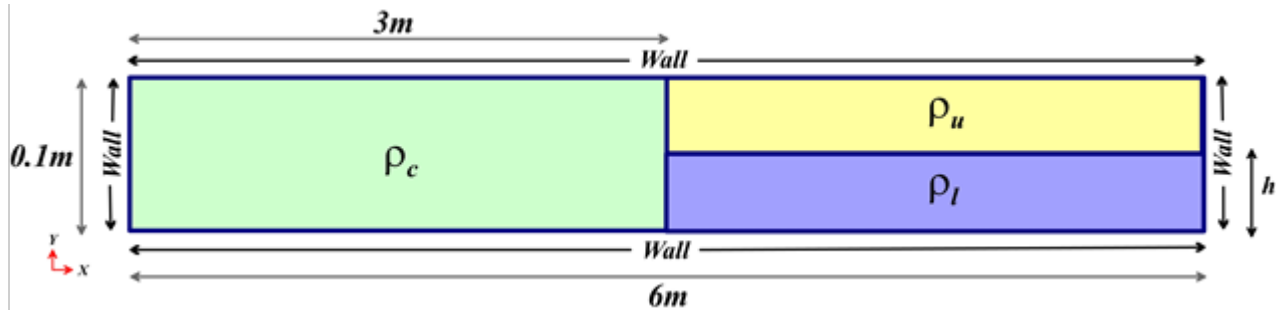
از آنجایی که در روش‌های شبیه‌سازی عددی، مدل میانگین‌گیری رینولدز^۳ برای حرکت کلی سیال بینش خوبی نسبت به فرآیندهای فیزیکی موجود در جریان می‌دهد، اما نمی‌تواند جزئیات (پدیده‌های سطحی) را به تصویر بکشد بنابراین انتخاب مناسبی محسوب نمی‌گردد. روش شبیه‌سازی عددی مستقیم نیز علی‌رغم دقیق بودن و به‌تصویر کشیدن تمامی جزئیات، نیازمند دستگاه‌های پیشرفته بوده و زمان و هزینه محاسباتی بسیار بالایی دارد. هم‌چنین با توجه به این که کارهای عددی انجام شده در بررسی ناپایداری هلمبو عمدتاً به روش شبیه‌سازی عددی مستقیم انجام شده است؛ به همین دلیل کار حاضر از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ استفاده کرده است که هم جزئیات جریان به‌خوبی نمایش داده شود و تحلیل گردد؛ و هم این که زمان محاسباتی آن نسبت به روش شبیه‌سازی عددی مستقیم کمتر بوده و مقرون به صرفه‌تر است.

همان‌طور که بیان شد، ناپایداری هلمبو در جریان‌های برشی دارای لایه‌بندی، توسط محققان متعددی مورد مطالعه و بررسی

1 Zagvozkin
2 Parker
3 Reynolds Averaged Navier-Stokes (RANS)

4 Eulerian-Eulerian

5 $u_{wall} = 0$



شکل ۱. طول ابعاد و شمای کلی هندسه کانال شبیه‌سازی شده به صورت دو بعدی

Fig. 1. Dimensions length and schematic of the simulated channel geometry in two dimensions

بنابراین دامنه محاسباتی دارای طول بی‌بعد ۶۰، ارتفاع ۱ و طول مانع ۳۰ است.

همان‌طور که گفته شد، پارامتر آر و عدد ریچاردسون از پارامترهای موثر در تحلیل ناپایداری هستند که به ترتیب در روابط (۴) و (۵) نشان داده شده‌اند [۲۴]:

$$R = \frac{\delta_v}{\delta_\rho} \quad (4)$$

$$J = \frac{2\Delta\rho g \delta_v}{\rho_0 \Delta U^2} \quad (5)$$

که آر نسبت ضخامت لایه برشی به لایه چگالی و J عدد ریچاردسون، δ_v و δ_ρ به ترتیب نشانگر ضخامت لایه برشی و چگالی، $\Delta\rho$ اختلاف چگالی، g شتاب گرانش، ρ_0 چگالی مرجع و ΔU اختلاف سرعت است.

۳- معادلات حاکم

روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ یکی از روش‌های معتبر عددی برای حل جریان سیال است. روش متوسط‌گیری رینولدز به عنوان روشی معتبر در حل جریان سیال شناخته می‌شود، با وجود این، کاربرد آن در جریان‌های وابسته به زمان، اطلاعات مناسبی را درباره رفتار سیال به دست نمی‌دهد. روش شبیه‌سازی عددی مستقیم نیز با وجود داشتن دقت بالا، مشکلات متعددی در حل هندسه با حالت‌های پیچیده داشته و در بعضی موارد، استفاده از آن ناممکن است [۲۵].

با حالتی است که چگالی سیال نفوذی با میانگین چگالی دو لایه محیطی برابر باشد. حال اگر علاوه بر شرط چگالی در حالت متقارن ساده، ارتفاع سیال‌های محیطی نیز برابر باشد، حالت متقارن دوگانه^۱ نامیده می‌شود. حالت‌های نامتقارن پیچیده‌تر متناظر با حالت‌های مختلف چگالی و ارتفاع است.

با توجه به ارتفاع سیال‌های محیطی، جریان نفوذی می‌تواند متقارن و یا نامتقارن باشد. در همه شبیه‌سازی‌های عددی، عدد رینولدز^۲، بزرگ‌تر از ۱۰۰۰ است، که نشان می‌دهد اثر لزجت قابل صرف‌نظر کردن است و هم‌چنین تضمین‌کننده آشفته‌بودن جریان می‌باشد [۲۳]. در این شبیه‌سازی که به صورت اوپلری-اوپلری است، فرض بوزینسک^۳ برقرار بوده و سیال از نوع نیوتونی و جریان دوبعدی و تراکم‌ناپذیر است. بنابراین در معادلات حاکم از مختصه‌ی عمق در همه‌ی روابط صرف‌نظر شده است.

جهت فهم بهتر و نمایش نتایج از اعداد بی‌بعد موجود در روابط (۲) و (۳) استفاده شده است:

$$x^* = \frac{x}{x_{ref}} \quad (2)$$

$$t^* = \frac{t}{t_{ref}} \quad (3)$$

که در معادلات بالا x^* و t^* به ترتیب بیانگر مکان و زمان بی‌بعد شده بوده و $x_{ref} = H$ و $t_{ref} = H / \sqrt{g'H}$ تعریف می‌گردد.

1 Doubly Symmetric
2 Reynolds ($Re = \sqrt{g'H.H} / \nu$)
3 Boussinesq approximation

زمان، p فشار، ρ_w و ν_w چگالی و لزجت سیال محیطی (آب)، C و C_2 برابر غلظت جریان چگال و غلظت محیط پیرامون، δ_{2i} دلتای کرونیکر، ξ و ξ_{SGS} به ترتیب برابر ضریب نفوذ مولکولی و ضریب نفوذ زیر شبکه و k_{ij} برابر تانسور نرخ کرنش هستند. همچنین جهت جاذبه در خلاف جهت y یا $i = 2$ است. تفاوت چگالی بین دو مایع دلیل اصلی تحریک جریان‌های گرانشی است. گرانش کاهش یافته اولیه g' برای توصیف این تفاوت می‌باشد که برابر $g' = g\beta$ است که در آن $\beta = (\rho_{max} - \rho_w) / \rho_w$ و همچنین $C = (\rho - \rho_w) / (\rho_{max} - \rho_w)$ چگالی سیال‌های سبک و سنگین که به ترتیب آب و آب نمک هستند، کم (۲/۱ درصد) می‌باشد. محققان دیگری نیز بارها این تقریب را در محاسبات خود به کار برده‌اند [۲۸]. با توجه به این فرض، اثرات تغییرات چگالی در معادله اندازه حرکت، فقط در ترم گرانش اعمال می‌شود.

برای معادله‌ی (۷) u_{SGS} از مدل لزجت آشفته محلی سازگار با دیواره^۵ محاسبه شده و معادلات بسته می‌شوند [۲۹]. تنها معادله‌ی باقی‌مانده، معادله‌ی غلظت است. مقدار عدد اشمیت^۶ مولکولی برای جریان گل‌آلود حدود ۷۰۰ می‌باشد، ولی بر اساس نتایج اویبی و همکاران [۲۸] مقدار این پارامتر در صورتی که از مرتبه یک یا بالاتر انتخاب شود تأثیر چندانی بر نتایج شبیه‌سازی ندارد، بنابراین در این معادله مقدار عدد اشمیت ۱ در نظر گرفته می‌شود. در نتیجه تنها کمیت باقی‌مانده برای بستن معادلات ξ_{SGS} است. از آن‌جا که قبلاً لزجت گردابه‌ای^۷ توسط مدل لزجت آشفته محلی سازگار با دیواره محاسبه شده، برای محاسبه‌ی ξ_{SGS} می‌توان از رابطه‌ی (۱۰) استفاده کرد:

$$\xi_{SGS} = \frac{u_{SGS}}{Sc_{SGS}} \quad (10)$$

از آن‌جا که در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ لازم است که جملات معادلات با دقت هرچه بیشتر گسسته شوند، تا از قابلیت‌های مدل عددی بیش‌ترین استفاده انجام شود، سعی شده‌است

در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ با اعمال یک فیلتر مکانی بر معادلات، گردابه‌های بزرگ حل شده و اثر گردابه‌های کوچک بر روی جریان مستقیماً مدل می‌شود. در این تحقیق از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ استفاده شده‌است. فیلترهای رایج در محاسبات این روش، شامل فیلتر جعبه‌ای^۱، فیلتر گاوسی^۲ و فیلتر قطع طیفی^۳ است. در این پژوهش از فیلتر جعبه‌ای استفاده شده‌است. مطابق نتایج عددی لیلی^۴ [۲۶]، می‌توان با تقریب خوبی بیان نمود که اگر فرض شود عرض فیلتر، به اندازه کافی کوچک باشد (تا میدان سرعت را در حد مناسب فیلتر نماید)، شبکه‌بندی با فواصل گره‌های برابر نیمی از عرض فیلتر، نتایج قابل قبولی را ارائه می‌نماید.

معادلات نهایی حاکم بر این جریان به شکل فیلترشده، معادلات پیوستگی، اندازه حرکت و غلظت در شکل فیلترشده هستند که به صورت زیر معرفی می‌شوند [۲۷]:

$$\frac{\partial u_j}{\partial x_j} = 0 \quad (6)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \nu_w \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(2u_{SGS} S_{ij} \right) - \frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial x_i} - g'(C + C_2) \delta_{2i} \quad (7)$$

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u_j \frac{\partial C}{\partial x_j} = \xi \frac{\partial^2 C}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\xi_{SGS} \frac{\partial C}{\partial x_j} \right) \quad (8)$$

$$\frac{\partial C_2}{\partial t} + u_j \frac{\partial C_2}{\partial x_j} = \xi \frac{\partial^2 C_2}{\partial x_j \partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\xi_{SGS} \frac{\partial C_2}{\partial x_j} \right) \quad (9)$$

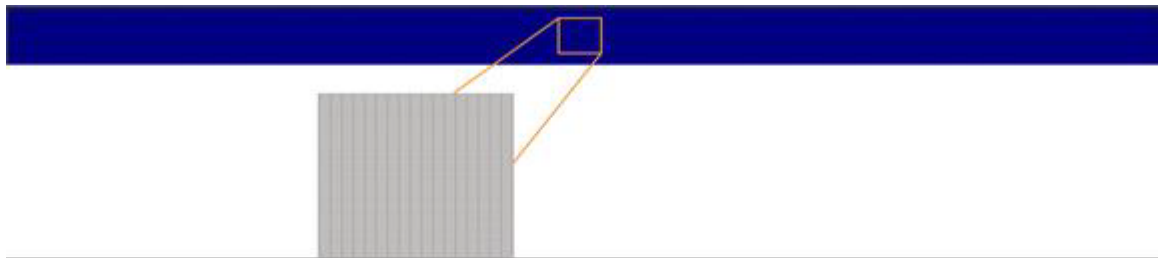
باید توجه شود که برای سادگی معادلات، علامت خط روی کمیت‌های فیلتر شده حذف شده‌است و تمامی کمیت‌های موجود از نوع فیلترشده هستند. در این شبیه‌سازی برای مشاهده بهتر محل پیشانی جریان چگال در مواجهه با جریان محیطی لایه‌بندی شده از دو معادله غلظت استفاده شده‌است. معادله (۸)، معادله غلظت مورد استفاده در جریان چگال اصلی است، در صورتی که معادله (۹)، معادله غلظت جریان محیطی است. در این معادلات u سرعت، t

- 1 Box filter
- 2 Gaussian filter
- 3 Sharp spectral filter
- 4 Lilly

5 Wall-Adapting Local Eddy-Viscosity (WALE)
6 Schmidt
7 Eddy viscosity

جدول ۱. جزئیات تقسیم‌بندی و تعداد سلول‌ها در شبکه‌بندی مورد استفاده
Table 1. Details of division and number of cells used for mesh

تقسیم‌بندی در راستای x	تقسیم‌بندی در راستای y	تقسیم‌بندی در راستای z	تعداد کل سلول‌ها
۱۳۵۰	۲۷۰	۱	۳۶۴۵۰۰



شکل ۲. شبکه‌بندی دامنه محاسباتی
Fig. 2. Mesh of computational domain

۴- اعتبارسنجی مدل عددی

هندسه عمومی مسئله در این مدل‌سازی، یک کانال دوبعدی شبیه‌سازی شده است «به شکل ۱ مراجعه کنید». چراکه خواصی و فیروزآبادی [۱۹] به صورت آزمایشگاهی و هایق^۸ و لورنس [۳۱] نیز به صورت تئوری اثبات کردند که ناپایداری هلمبولت، دوبعدی است. از آنجایی که ارتفاع سیال‌های محیطی تعیین‌کننده نوع جریان (متقارن یا نامتقارن) خواهند بود، اعتبارسنجی هرکدام در دو بخش مجزا بررسی شده و نتایج به دست آمده با نتایج شبیه‌سازی عددی مستقیم خودکار و همکاران [۱۰]، مقایسه و تحلیل خواهد شد.

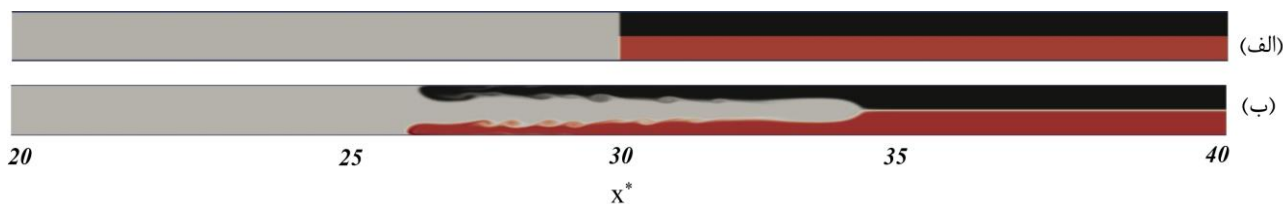
برای شبکه‌بندی هندسه از یک شبکه سازمان‌یافته استفاده شده است. برای به دست آوردن تعداد شبکه محاسباتی و طول هرسلول در راستاهای مختلف از مقاله پلمارد^۹ و همکاران [۳۲]، استفاده شده است. بر اساس این مقاله، در شبیه‌سازی‌های به روش گردابه‌های بزرگ، بزرگ‌ترین مقیاس اندازه مش با رابطه $H/16$ و کوچک‌ترین آن که باید بیشتر از مقیاس طولی کولموگروف^{۱۰} باشد با رابطه $(H/2)Re^{-3/4}$ به دست می‌آید. بنابراین با توجه به مقادیر Re و H در مسئله حاضر، از شبکه‌بندی موجود در جدول ۱ استفاده می‌شود که در شکل ۲ شماتیکی از آن ارائه شده است.

که دقت گسسته‌سازی تا جای ممکن بالا باشد. برای گسسته‌سازی ترم‌های دیورژانس در معادلات از روش‌های گوس خطی^۱، گوس کوئیک^۲، گوس خطی محدود شده^۳ و گوس ال یو اس تی^۴ و برای گسسته‌سازی ترم‌های لاپلاسین در معادلات از روش گوس خطی اصلاح‌شده، استفاده شده است. برای ترم گرادیان نیز از روشی که توسط پیر و همکارانش [۳۰] ارائه شده، بهره گرفته شده است و برای گسسته‌سازی زمانی از روش اویلر استفاده شده است. تمامی معادلات تا رسیدن به خطای نسبی 10^{-7} حل شده‌اند.

برای حل مسئله حاضر از کد اپن فوم^۵ که کدی با منبع باز^۶، مخصوص محیط لینوکس^۷ و به زبان ++C می‌باشد، استفاده شده است. از آنجا که حلگر معادلات (۸) و (۹) در محیط این کد وجود ندارد، حلگر جدید با افزودن کد حل معادله‌ی غلظت به اپن فوم حاصل شده و حلگر موجود در محیط اپن فوم توسعه داده شده است. امکان تغییر کد در محیط اپن فوم از مزایای این نرم‌افزار است که اجازه‌ی تغییرات آسان را در اختیار کاربر قرار می‌دهد.

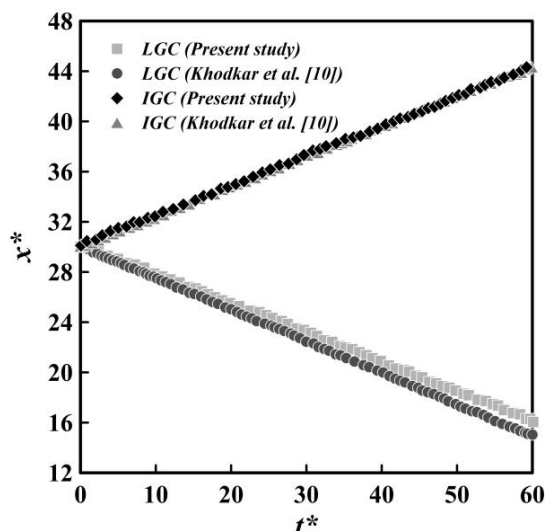
8 Haigh
9 Pelmard
10 Kolmogorov

1 Gauss linear
2 Gauss QUICK
3 Gauss limited linear
4 Gauss LUST
5 OpenFOAM
6 Open source
7 Linux operating system



شکل ۳. سیر حرکتی جریان گرانشی نفوذی متقارن دوگانه برای $C = 0.5$ و $h^* = 0.5$ برای زمان‌های بی‌بعد: الف) صفر، ب) ۲۰

Fig. 3. Dual symmetric intrusive gravity current motion for $C = 0.5$ and $h^* = 0.5$ for dimensionless times a) ۰ and b) ۲۰



شکل ۴. نمودار مقایسه‌ی نتایج محل پیشانی جریان نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین در حالت متقارن دوگانه با خودکار و همکاران [۱۰]

Fig. 4. Comparison diagram of the results of the head location of the intrusive current and the reverse current in the bottom wall in the dual symmetric type with the Khodkar et al. [۱۰]

افزایش هزینه و زمان محاسباتی می‌شود، در حالی که مقصود استفاده از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، کاهش هزینه و زمان محاسباتی است.

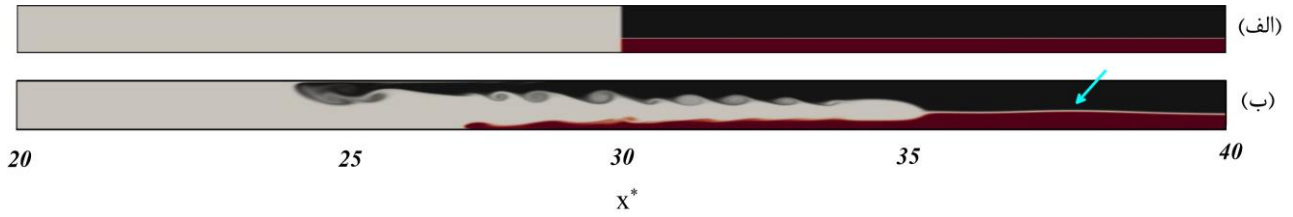
تعیین صحیح ارتفاع اولین سلول به معنای اعمال صحیح پروفیل سرعت و سایر توابع دیواره خواهد بود؛ که برای جریان‌های با شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مقادیر بیشینه آن، در محدوده زیرلایه لزج باید کمتر از ۱۰ باشد [۳۲]. مقادیر بیشینه ارتفاع اولین سلول برای شبکه‌بندی بیان شده در جدول ۱ کمتر از ۱۰ و میانگین آن نیز کوچک‌تر از ۱ است که گویای این است که شبکه‌بندی برای شبیه‌سازی مناسب بوده و به خوبی می‌تواند زیرلایه‌ی لزج^۲ را شبیه‌سازی کند.

از طرفی به جهت اینکه در سرتاسر کانال شبیه‌سازی شده‌ی مسئله حاضر جریان حضور دارد و با مسائلی که فقط جریان در کف کانال منتشر می‌شود، متفاوت است، بنابراین تعداد سلول‌ها در راستای عمودی از اهمیت بیشتری برخوردار است. نتایج به‌دست‌آمده از این نوع شبکه‌بندی مطابق نتایج خودکار و همکاران [۱۰] بوده که در ادامه کیفیت آن با استفاده از تعیین صحیح ارتفاع اولین سلول^۱ بررسی می‌شود.

درباره‌ی بررسی کیفیت شبکه‌بندی یاد شده، باید به این نکته توجه داشت که در روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ، از روش استقلال از شبکه استفاده نمی‌شود، چراکه با ریزکردن شبکه‌ی محاسباتی به سمت روش شبیه‌سازی عددی مستقیم نزدیک می‌شویم که باعث

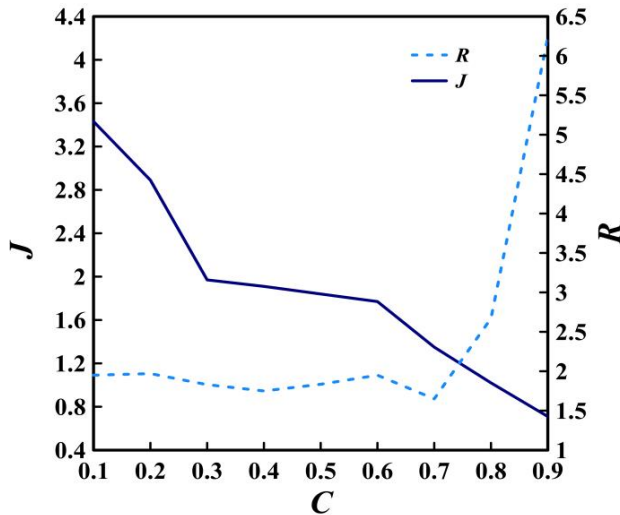
2 Viscos sub-layer

1 γ^+



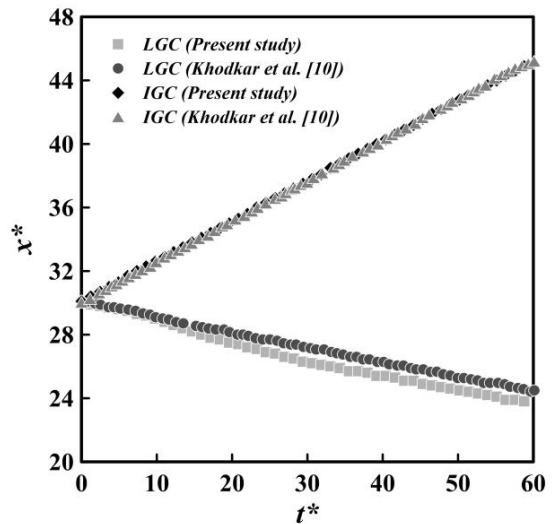
شکل ۵. سیر حرکتی جریان گرانشی نفوذی نامتقارن برای $C = 0.5$ و $h^* = 0.3$ برای زمان‌های بی‌بعد: الف) صفر، ب) ۲۰

Fig. 5. Asymmetric intrusive gravity current motion for $C = 0.5$ and $h^* = 0.3$ for dimensionless times a) 0 and b) 20



شکل ۷. مقادیر متوسط آر و عدد ریچاردسون در چگالی‌های مختلف جریان نفوذی

Fig. 7. Mean values of J and R at different intrusive current densities



شکل ۶. نمودار مقایسه‌ی نتایج محل پیشانی جریان نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین در حالت نامتقارن با خودکار و همکاران [۱۰]

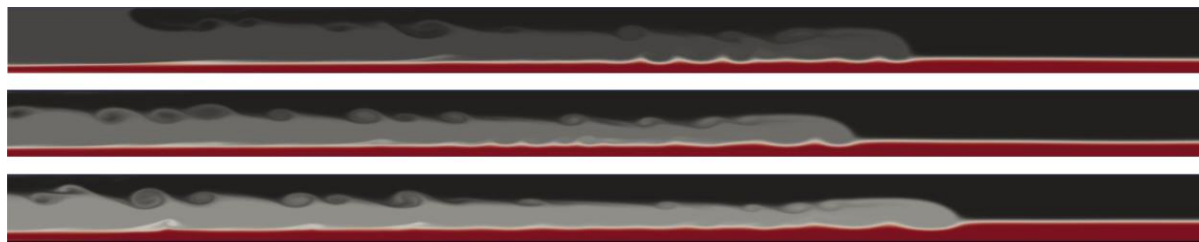
Fig. 6. Comparison diagram of the results of the head location of the intrusive current and the reverse current in the bottom wall in the dual asymmetric type with the Khodkar et al. [10]

محل اندازه‌گیری پیشانی جریان، 0.001 است. با اعمال شبیه‌سازی در هندسه کار حاضر و استخراج محل پیشانی جریان نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین برای حالت جریان نفوذی متقارن دوگانه و مقایسه آن با نتایج خودکار و همکاران [۱۰] مطابقت خوبی بین نتایج مشاهده می‌شود (شکل ۴). چراکه میانگین و حداکثر اختلاف نسبی نتایج موجود با نتایج خودکار و همکاران [۱۰] برای جریان نفوذی به ترتیب 0.5 و 0.8 درصد و برای جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین نیز به ترتیب برابر $3/5$ و 5 درصد است که نشان از تطابق قابل قبول دارد.

در شبیه‌سازی حالت نامتقارن، چگالی سیال نفوذی، میانگین

در شبیه‌سازی حالت متقارن دوگانه، چگالی سیال نفوذی، میانگین چگالی سیال‌های محیطی و ارتفاع سیال‌های محیطی با هم برابر است. شکل ۳ سیر حرکت جریان نفوذی در حالت $C = 0.5$ و $h^* = 0.5$ را برای زمان‌های بی‌بعد صفر و ۲۰ در کار حاضر را نشان می‌دهد. در این حالت سرعت جریان‌های برگشتی در دیواره‌های بالا و پایین برابر بوده و سطح مشترک سیال‌های محیطی در جلوی جریان گرانشی نفوذی صاف و یکنواخت است.

برای اعتبارسنجی روش عددی از نتایج به‌دست‌آمده توسط خودکار و همکاران [۱۰] برای محل پیشانی جریان نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین استفاده شده‌است که مقدار چگالی آن در



شکل ۸. سیر حرکتی جریان گرانشی نفوذی نامتقارن در چگالی‌های مختلف در زمان بی بعد ۴۹ به فاصله‌ی ۱/۵ متر از کانال (از بالا به پایین چگالی بین $0.1 < C < 0.3$ تغییر می‌کند)

Fig. 8. Asymmetric infiltration gravitational flow at different densities at dimensionless time ۴۹ at a distance of ۱,۵ m from the channel (from top to bottom the density varies between $0.1 < C < 0.3$).

بررسی دو پارامتر آر و عدد ریچاردسون، شانس حضور امواج هلمبو با افزایش چگالی جریان نفوذی و نحوه‌ی شکل‌گیری امواج مورد بررسی قرار می‌گیرد. علاوه بر این، در ادامه، تأثیر افزایش چگالی جریان نفوذی، بر روی ویژگی‌های امواج هلمبو نظیر طول موج، عدد موج، سرعت فاز و فرکانس امواج بررسی می‌شود.

قبل از ورود به بحث اصلی، بیان این نکته حائز اهمیت است که در مقایسه بین نتایج تئوری پایداری خطی و عددی (کار حاضر)، تفاوت‌هایی بین نتایج این دو روش مشاهده شد. گرچه در بسیاری از موارد پیش‌بینی تئوری با روند مقادیر عددی تطابق داشت. در تئوری پایداری خطی، همان‌گونه که از نام آن پیداست، از ترم‌های غیرخطی صرف‌نظر می‌شود. در حالی که در واقعیت، پدیده‌ها از جمله امواج سطح تماس و برهم‌کنش بین آن‌ها، غیرخطی هستند. در بررسی عددی، حضور دیواره‌های جانبی از جمله عواملی هستند که می‌توانند روی امواج سطح تماس تأثیرگذار باشند، در حالی که در تئوری این عوامل در نظر گرفته نمی‌شوند.

۵-۱- بررسی آر و عدد ریچاردسون

با محاسبه‌ی مقادیر متوسط آر و عدد ریچاردسون، در حالت‌هایی که در آن $0.1 < C < 0.9$ و $h^* = 0.3$ است، شکل ۷ ترسیم می‌شود که نکات حائز اهمیتی در شکل وجود دارد که در ادامه بیان می‌شود. همان‌گونه که مشاهده می‌گردد با افزایش چگالی جریان نفوذی (کاهش اختلاف چگالی) مقدار عدد ریچاردسون کاهش و پارامتر آر افزایش می‌یابد که این نتایج منطبق بر نتایج خواصی و فیروزآبادی است که چه براساس تئوری پایداری خطی [۱۸] و چه براساس نتایج آزمایشگاهی [۱۹]، بیان کردند که با افزایش اختلاف

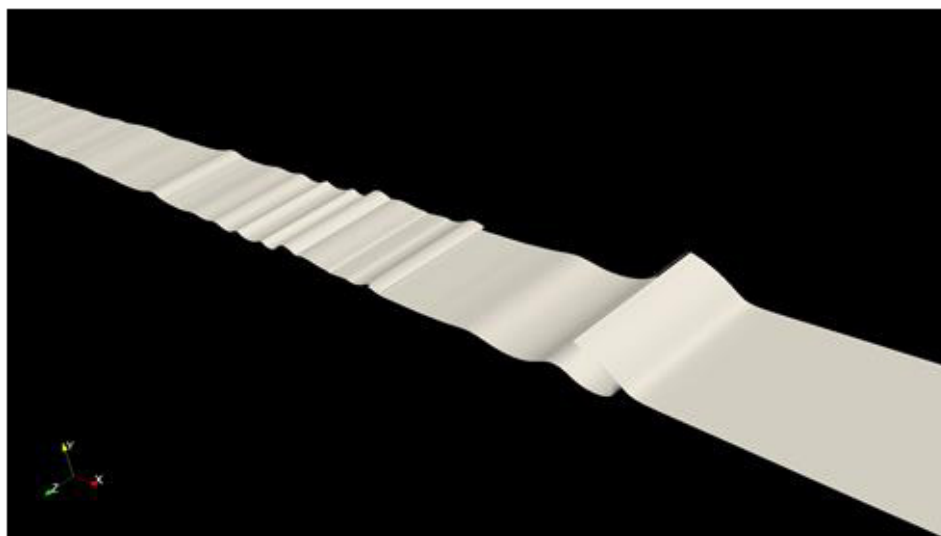
چگالی سیال‌های محیطی بوده و ارتفاع سیال‌های محیطی با هم متفاوت است. شکل ۵، کار حاضر را برای این نوع جریان، در حالتی که در آن $C = 0.5$ و $h^* = 0.3$ است، در زمان‌های بی بعد صفر و ۲۰ را نشان می‌دهد. در این حالت، سرعت‌های پیشانی جریان‌های گرانشی منتشرشونده به سمت چپ در طول دیواره‌های بالا و پایین متفاوت است. تفاوت دیگری که این حالت با حالت متقارن دارد این است که در طول سطح مشترک جداکننده دو سیال چگال محیطی، جریان نفوذی پیش‌رونده باعث تشکیل یک موج می‌شود که با پیکانه آبی رنگ در شکل ۵-ب مشخص است و به‌طور قابل ملاحظه‌ای سریعتر از جریان نفوذی حرکت می‌کند [۱۰].

شکل ۶ مقایسه‌ی محل پیشانی جریان نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین را در حالت نامتقارن به تصویر می‌کشد. با مقایسه نتایج بدست‌آمده و نتایج خودکار و همکاران [۱۰]، مانند حالت قبل میانگین اختلاف نسبی موجود به ترتیب ۰/۴ و ۴ درصد و همچنین حداکثر آن نیز ۰/۶ و ۶/۵ درصد است که خبر از تطابق خوب نتایج به‌دست‌آمده می‌دهد.

بنابراین با توجه به نتایج به‌دست‌آمده در هر دو حالت متقارن و نامتقارن، می‌توان از صحت نتایج شبیه‌سازی شده اطمینان یافت. پس از اعتبارسنجی نتایج به‌دست‌آمده به روش اویلری-اویلری، در ادامه، به بررسی نتایج به‌دست‌آمده از شبیه‌سازی‌های انجام‌شده پرداخته می‌شود.

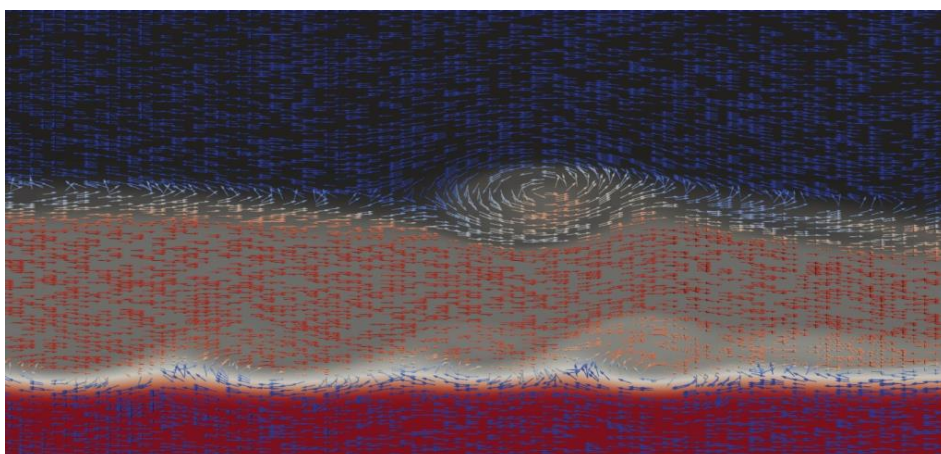
۵- نتایج

اختلاف چگالی (به معنی اختلاف چگالی بین جریان نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین)، می‌تواند عاملی تأثیرگذار بر روی ناپایداری در جریان سیال باشد؛ بنابراین، در این بخش ابتدا با



شکل ۹. سطح مشترک بین جریان گرانشی نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین در حالت $C = 0.2$

Fig. 9. The interface between the intrusive gravity current and the reverse current in the bottom wall with threshold $C = 0.2$



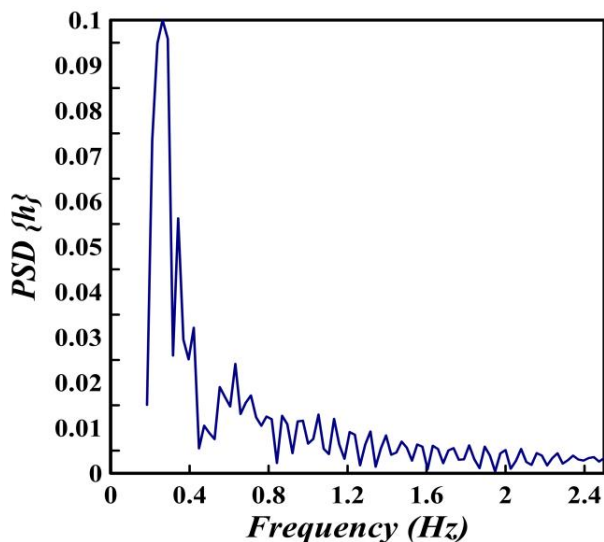
شکل ۱۰. بردارهای سرعت و محل سطح مشترک بین جریان گرانشی نفوذی و جریان‌های برگشتی در دیواره‌های بالا و پایین در حالت $C = 0.2$

Fig. 10. The velocity vectors and interface between the intrusive gravity current and the reverse currents in the upper and lower walls for $C = 0.2$

براین اساس، می‌توان گفت که اختلاف چگالی یا اختلاف غلظت، بر روی رفتار امواج هلمبو تأثیر گذار است.

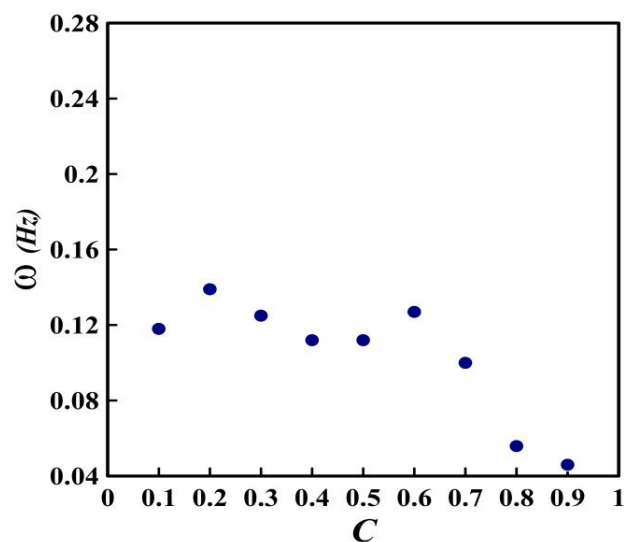
کاهش شانس حضور امواج هلمبو، با افزایش چگالی جریان نفوذی را می‌توان این‌گونه توجیه کرد: موج هلمبو در شرایطی به وجود می‌آید که عدد ریچاردسون زیاد باشد [۲۸]، یعنی اگر نسبت نیروی شناوری به نیروی اینرسی قابل توجه باشد موج هلمبو ظاهر می‌شود. بنابراین با توجه به این که افزایش چگالی جریان نفوذی، افزایش نیروی اینرسی و کاهش نیروی شناوری را به دنبال دارد، این کاهش، در کار حاضر

چگالی، عدد ریچاردسون موضعی افزایش می‌یابد که این امر خود منجر به تشکیل امواج هلمبو بیشتر و قوی‌تر می‌شوند. البته باید به این نکته نیز توجه داشت که با کاهش مقدار عدد ریچاردسون، در چگالی‌های بالا ($C > 0.8$)، شانس حضور امواج هلمبو کاهش می‌یابد [۳۳] ولی با توجه به این که مقدار پارامتر آر از مقدار بحرانی آن (هزل [۷]) با استفاده از تئوری پایداری خطی عدد ۲ را برای آر بحرانی به دست آورد) زیاده‌تر و مقادیر عدد ریچاردسون نیز بزرگتر از ۰/۲۵ است، بنابراین این امواج در این مقادیر C نیز ظاهر می‌شوند.



شکل ۱۲. طیف فرکانسی برای حالت $C = 0.2$

Fig. 12. Frequency spectrum for $C = 0.2$



شکل ۱۱. مقادیر متوسط فرکانس امواج هلمبو در چگالی‌های مختلف جریان گرانشی نفوذی

Fig. 11. The average value of the frequency of Holmboe waves at different densities of intrusive gravity current

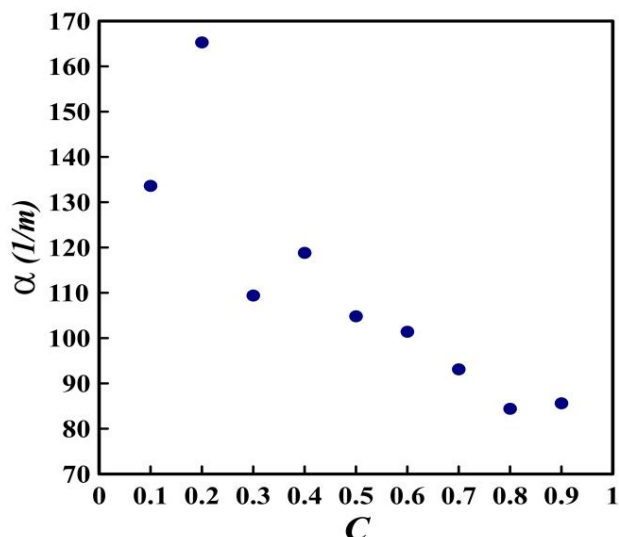
نامتقارن در سطح تماس بین جریان گرانشی نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین ظاهر می‌شوند. ضمناً در پژوهش‌های قبلی گزارش شده بود [۱] که سیال اختلاطی در نوک موج هلمبو جمع می‌شود و از طریق یک باریکه به لایه بالایی پرتاب می‌شود. پدیده پرتاب سیال که از ویژگی‌های امواج هلمبو و عامل اصلی اختلاط جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین با جریان گرانشی نفوذی است، در شبیه‌سازی‌های حاضر نیز مشاهده شد. قابل ذکر است که تصادفی بودن این پدیده در تحقیق آزمایشگاهی هاگ و ایوی [۳۳] گزارش شده است. در واقع آنچه در روند فرآیند پرتاب سیال مشخص است، این است که موج هلمبو به یک حالت بیشینه دامنه می‌رسد، سپس فرآیند پرتاب اتفاق می‌افتد و در نهایت این موج رو به اضمحلال می‌رود.

در شکل ۹ سطح مشترک بین جریان گرانشی نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین در حالت $C = 0.2$ نمایان است. همان‌طور که مشاهده می‌شود امواج هلمبو در سطح مشترک ایجاد شده است. این امواج، مدتی پس از ایجادشان از بین می‌روند. امواج هلمبو در فواصل مختلف از یکدیگر به صورت قطاری در طول کانال ایجاد و مضمحل می‌شوند. هم‌چنین، گاهی دو یا سه موج هلمبو باهم ترکیب می‌شوند و حجم زیادی از سیال جریان برگشتی به جریان گرانشی نفوذی پرتاب می‌شود.

قابل توجه است.

همان‌گونه که گفته شد، امواج هلمبو در جریان‌های با شدت لایه‌بندی زیاد (اختلاف چگالی زیاد) ایجاد می‌شوند. به‌طور فیزیکی، اثر افزایش شدت لایه‌بندی بر تغییر نوع ناپایداری را می‌توان این‌گونه توضیح داد: وجود برش در سطح تماس، باعث ایجاد رتیسیتی^۱ در هر دو لایه می‌شود، برای شدت لایه‌بندی کم، یعنی عدد ریچاردسون کوچک، شدت برش زیاد و اختلاف چگالی کم است، بنابراین چرخش‌های ایجادشده در هر لایه به یکدیگر پیوسته و تشکیل امواج ایستا و چشم‌گره‌ای، که به امواج کلون-هلمهولتز معروفند، را می‌دهد. اما وقتی شدت لایه‌بندی زیاد باشد، یعنی عدد ریچاردسون بزرگ، مانند حالت قبل، به‌علت وجود تنش برشی، چرخش‌ها در هر دو لایه ایجاد می‌شوند، اما اختلاف چگالی زیاد، مانع از چرخش کامل لایه‌ها شده و اجازه پیوستن این قطار رتیسیتی‌های ایجادشده در دو لایه را نمی‌دهد، و در هر لایه این رتیسیتی‌ها به حرکت خود ادامه می‌دهند، و امواج هلمبو را شکل می‌دهند.

هم‌چنین در شکل ۸ نیز که برای چگالی‌های مختلف (از بالا به پایین چگالی جریان نفوذی افزایش می‌یابد و بین $0.1 < C < 0.3$) تغییر می‌کند و چگالی جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین برابر با $C_p = 1$ (است) آورده شده است، مشاهده می‌گردد که امواج هلمبوی

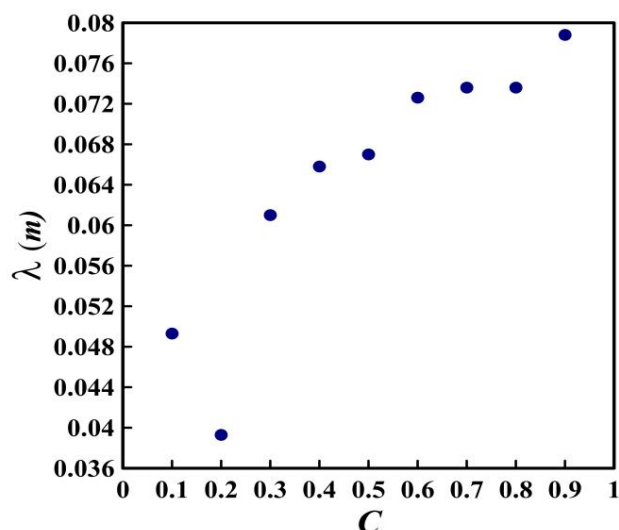


شکل ۱۴. مقادیر متوسط عدد موج امواج هلمبو در چگالیهای مختلف جریان گرانشی نفوذی

Fig. 14. The average value of the wave number of Holmboe waves at different densities of intrusive gravity current

نفوذی در مقاطع مختلف از کانال، شکل ۱۱ رسم می‌شود. نحوه به‌دست‌آوردن فرکانس بدین‌گونه بوده‌است که تعداد امواج هلمبویی که از ایستگاه‌های مختلف کانال در بازه‌ی زمانی ۳۸ ثانیه‌ای عبور می‌کنند، شمارش شده و فرکانس ایستگاه‌های مختلف برآورد می‌شود و در ادامه متوسط فرکانس ایستگاه‌های موردنظر به عنوان متوسط فرکانس هر حالت در نظر گرفته می‌شود. با افزایش چگالی از $C = 0.1$ تا $C = 0.9$ ، فرکانس امواج از 0.118 هرتز تا 0.046 هرتز تغییر می‌کند. از جمله نکاتی که در شکل ۱۱ وجود دارد، این است که با افزایش چگالی جریان نفوذی، مقدار فرکانس امواج ابتدا افزایش، سپس کاهش می‌یابد که این اتفاق در دو محل از این شکل اتفاق می‌افتد. بیشترین افزایش فرکانس، زمانی اتفاق می‌افتد که چگالی جریان نفوذی $C = 0.2$ است، این افزایش در شکل ۱۱ مشخص است که به معنی، تعداد بیشتر امواج هلمبو در حالت $C = 0.2$ نسبت به سایر حالت‌ها است. همچنین اگر مقدار فرکانس، در طول کانال برای یک حالت از شکل ۱۱ بررسی شود، روند افزایشی فرکانس در ایستگاه‌های مختلف با روند افزایشی موجود در نتایج تدفورد و همکاران [۱] مطابقت دارد که این نتیجه در شکل ۸ نیز قابل مشاهده است.

همان‌طور که در بخش ۱-۵ بیان شد، با افزایش چگالی جریان نفوذی مقدار عدد ریچاردسون کاهش و شانس حضور امواج هلمبو کم می‌شود که این نتیجه در روند کلی شکل ۱۱ نیز قابل شهود



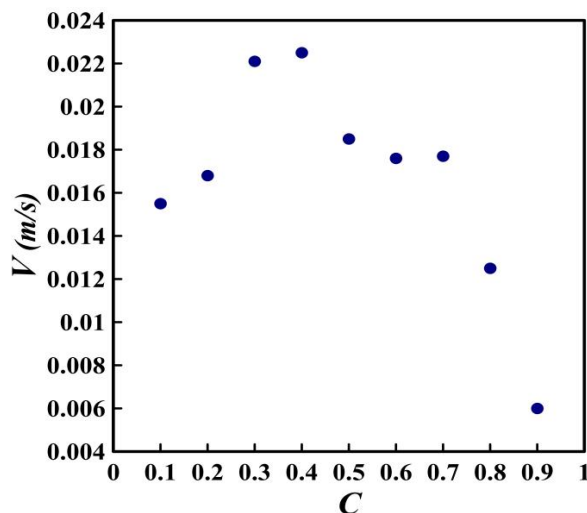
شکل ۱۳. مقادیر متوسط طول موج امواج هلمبو در چگالی‌های مختلف جریان گرانشی نفوذی

Fig. 13. The average value of the wave length of Holmboe waves at different densities of intrusive gravity current

شکل ۱۰ بردارهای سرعت و محل سطح مشترک بین جریان گرانشی نفوذی و جریان‌های برگشتی در دیواره‌های بالا و پایین را در حالت $C = 0.2$ به تصویر می‌کشد. همان‌طور که مشاهده می‌شود در سطح مشترک بین جریان گرانشی نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین، امواج هلمبو و در سطح مشترک بین جریان گرانشی نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی بالا، امواج کلوین-هلمهولتز پدیدار می‌شوند. در هر دو حالت یک ناحیه‌ی با ورتیسیتی بالا ایجاد می‌گردد. امواج هلمبو آهسته‌تر از سیال مجاور حرکت می‌کنند، بنابراین جریان گرانشی نفوذی به‌طور پیوسته از بالای قله‌ی امواج عبور می‌کند و ناحیه‌ی با ورتیسیتی بالا در سمت بادپناه امواج قرار می‌گیرد. یکی از تفاوت‌های موجود، همان‌گونه که در شکل قابل مشاهده است، ابعاد ناحیه‌ی اثرگذاری امواج هلمبو نسبت به امواج کلوین-هلمهولتز می‌باشد که کوچک‌تر است. همچنین خطوط جریان در ناحیه‌ی با ورتیسیتی بالا، زمانی که موج کلوین-هلمهولتز ایجاد می‌شود، بسته هستند.

۵-۲- بررسی فرکانس امواج هلمبو

در این بخش با به‌دست‌آوردن متوسط فرکانس امواج هلمبو در یک بازه‌ی زمانی ۳۸ ثانیه‌ای در چگالی‌های مختلف جریان گرانشی



شکل ۱۵. مقادیر متوسط سرعت فاز امواج هلمبو در چگالی‌های مختلف جریان گرانشی نفوذی

Fig. 15. The average value of the phase velocity of Holmboe waves at different densities of intrusive gravity current

از حالت $C = 0.2$ ، می‌توان این نتیجه را گرفت که کاهش عدد ریچاردسون افزایش مقدار طول موج امواج هلمبو را به همراه دارد. این نتیجه منطبق بر نتایج ژو و لورنس [۹] و خواصی و فیروزآبادی [۱۹] که افزایش طول موج امواج هلمبو را با کاهش عدد ریچاردسون گزارش کرده‌اند. هم‌چنین مطابق انتظار، عدد موج (شکل ۱۴) رفتار عکس از خود نشان می‌دهد.

۴-۵- بررسی سرعت فاز امواج هلمبو

در این بخش، متوسط سرعت فاز امواج هلمبو توسط شکل ۱۵ در چگالی‌های مختلف جریان گرانشی نفوذی ارائه می‌گردد. همان‌گونه که مشاهده می‌شود امواج هلمبو در $C = 0.4$ بیشترین سرعت (0.0225 متر بر ثانیه) و در $C = 0.9$ (0.006 متر بر ثانیه) کمترین سرعت را دارند. با کاهش چگالی تا $C = 0.4$ ، سرعت فاز به مقدار ۳۷۵٪ افزایش می‌یابد.

در بررسی روند کلی نمودار نیز مشاهده می‌گردد که با افزایش عدد ریچاردسون، ابتدا سرعت فاز امواج زیاد و سپس کم می‌شود و روند مشخصی وجود ندارد. این نتیجه توسط خواصی و فیروزآبادی [۱۹] و ژو و لورنس [۹] به صورت آزمایشگاهی گزارش شده‌است؛ ولی نتایج تئوری پایداری خطی [۱۸] نشان می‌دهد، سرعت فاز موج هلمبو با عدد ریچاردسون همواره روندی افزایش دارد که با توجه به دلایلی که در ابتدای بخش نتایج به آن اشاره شد قابل توجیه است.

است. به عبارت دیگر با کاهش عدد ریچاردسون از تعداد امواج هلمبو کاسته می‌شود.

طیف فرکانسی برای حالت $C = 0.2$ ، با استفاده از تبدیل فوریه سریع^۱ به دست می‌آید که در شکل ۱۲ نشان داده شده‌است. در بررسی این طیف، مقدار 0.25 هرتز برای فرکانس غالب، در یک ایستگاه برآورد می‌گردد. درحالی‌که متوسط فرکانس برای این حالت در ایستگاه‌های مختلف مقدار 0.14 هرتز است.

۳-۵- بررسی طول و عدد موج امواج هلمبو

شکل ۱۳ حاصل بررسی سطح تماس بین جریان گرانشی نفوذی و جریان برگشتی در دیواره‌ی پایین در چگالی‌های مختلف جریان نفوذی است که نشان‌دهنده‌ی متوسط طول و عدد موج امواج هلمبو است. میانگین طول موج امواج هلمبو در شبیه‌سازی‌های انجام‌شده، $6/5$ سانتی‌متر است. تدفورد و همکاران [۱] مقدار 10 سانتی‌متر را برای طول موج امواج هلمبو به دست آوردند. البته ایشان امواج هلمبوی متقارن را بررسی کرده‌اند (یعنی در هر دو لایه موج هلمبو به وجود آمده‌است). با توجه به شکل ۱۳ اشاره به چند نکته حائز اهمیت است که در ادامه بیان می‌شود.

همان‌گونه که در بخش ۱-۵ نیز گفته شد، با کاهش اختلاف چگالی مقدار عدد ریچاردسون کاهش می‌یابد؛ و با توجه به شکل ۱۳ به غیر

1 Fast Fourier Transform (FFT)

۶- نتیجه گیری

عکس دیده شد. سرعت فاز امواج هلمبو نیز، روند مشخصی (کاهش یا افزایش) با تغییرات چگالی نداشت و این نتیجه منطبق بر نتایج آزمایشگاهی، ولی متفاوت از دیدگاه تئوری پایداری خطی بود. علاوه بر این، امواج هلمبو در $C = 0.4$ بیشترین سرعت (0.225 متر بر ثانیه) و در $C = 0.9$ (0.06 متر بر ثانیه) کمترین سرعت را دارند. اضافه کردن موانع در بستر و بررسی نحوه تغییر رفتار جریان و ناپایداری‌های سطح تماس و شبیه‌سازی جریان گرانشی نفوذی حاوی ذره و مطالعه مسیر حرکت ذرات در محیط لایه‌بندی شده، می‌تواند از پیشنهاد‌های مطالعاتی در ادامه‌ی مسیر باشد. هم‌چنین مطالعه‌ی اثر تغییرات دما بر ناپایداری‌های سطح تماس در جریان گرانشی با استفاده از اعمال نیروی شناوری ایجاد شده از گرادیان دمایی و بررسی ناپایداری‌های سطح تماس در حالت سیال غیرنیوتنی نیز می‌تواند مفید واقع شود.

فهرست علائم

علائم انگلیسی

C	غلظت جریان چگال
C_2	غلظت جریان محیطی
g	شتاب گرانشی، m/s^2
H	ارتفاع کانال، m
h	ارتفاع سیال محیطی در دیواره‌ی پایین قبل از برداشتن دریچه، m
J	عدد ریچاردسون
p	فشار، Pa
R	ضخامت سرعت لایه‌ی برشی به ضخامت لایه‌ی چگالی
Re	رینولدز
S_{ij}	تانسور نرخ کرنش، $1/s$
Sc	عدد اشمیت
t	زمان، s
U	سرعت، m/s
u	میدان سرعت در نماد تانسوری، m/s
V	سرعت فاز امواج هلمبو، m/s
x	مؤلفه طول، m
y	مؤلفه ارتفاع، m
z	مؤلفه عمق، m

علائم یونانی

α	عدد موج امواج هلمبو، $1/m$
β	ثابت چگالی
λ	طول موج امواج هلمبو، m
Δ	اختلاف
δ	دلتای کرونیگر

با مروری بر تحقیقات گذشته، مشخص شد که ناپایداری هلمبو در جریان‌های گرانشی نفوذی، تاکنون به صورتی که در این پژوهش مورد مطالعه واقع شده است، مورد بررسی قرار نگرفته است. به همین دلیل، در این تحقیق، با توجه به اهمیت جریان‌های چگال و نقش مهم آن‌ها در پدیده‌های ژئوفیزیکی و اتمسفری و هم‌چنین نقش مؤثر ناپایداری هلمبو بر روی رفتار این جریان‌ها، ناپایداری هلمبو در جریان گرانشی نفوذی مورد مطالعه قرار گرفت. به این منظور، این ناپایداری به صورت عددی و با استفاده از روش شبیه‌سازی گردابه‌های بزرگ مورد بررسی قرار گرفت.

تأثیر تغییر چگالی جریان گرانشی نفوذی بر ویژگی‌های امواج هلمبو مورد بررسی قرار گرفت و مشاهده شد که با افزایش چگالی جریان نفوذی، مقدار عدد ریچاردسون کاهش و پارامتر آر افزایش می‌یابد که چه براساس تئوری پایداری خطی و چه براساس نتایج آزمایشگاهی، این نتیجه مورد تأیید است. علاوه بر این، مشاهده گردید که با کاهش مقدار عدد ریچاردسون، در چگالی‌های بالا ($C > 0.8$)، شانس حضور امواج هلمبو کاهش می‌یابد ولی با توجه به این که مقدار پارامتر آر از مقدار بحرانی آن زیادت و مقادیر عدد ریچاردسون نیز بزرگ‌تر از 0.25 است، بنابراین این امواج در این مقادیر C نیز ظاهر می‌شوند. براین اساس، می‌توان گفت که اختلاف چگالی یا اختلاف غلظت، بر روی رفتار امواج هلمبو تأثیرگذار است.

با بررسی بردارهای سرعت و محل سطح مشترک بین جریان گرانشی نفوذی و جریان‌های برگشتی در دیواره‌های بالا و پایین در حالت $C = 0.2$ ، یک ناحیه‌ی با ویژگی‌های بالا در محل ناپایداری‌های ایجاد شده، مشاهده گردید. از تفاوت‌های موجود، کوچک‌تر بودن ابعاد ناحیه‌ی اثرگذاری امواج هلمبو نسبت به امواج کلونین-هلمهولتز است. در ادامه‌ی بررسی ویژگی‌های امواج هلمبو با تغییرات چگالی جریان گرانشی نفوذی، مشاهده شد که با افزایش چگالی از $C = 0.1$ تا $C = 0.9$ ، فرکانس امواج از 0.118 هرتز تا 0.46 هرتز تغییر می‌کند. علاوه بر این، بیشترین افزایش فرکانس، زمانی اتفاق می‌افتد که چگالی جریان نفوذی $C = 0.2$ است. هم‌چنین، افزایش مقدار طول موج امواج هلمبو با افزایش چگالی جریان نفوذی مشاهده گردید. ضمناً میانگین طول موج امواج هلمبو در شبیه‌سازی‌های انجام شده، $6/5$ سانتی‌متر محاسبه شد. مطابق انتظار، در عدد موج امواج، رفتار

- stratified shear layers, Geofysiske Publikasjoner, (1962) 24 113-67.
- [9] D.Z. Zhu, G.A. Lawrence, Holmboe's instability in exchange flows, Journal of Fluid Mechanics, 409-391 (2001) 429.
- [10] M.A. Khodkar, M. Nasr-Azadani, E. Meiburg, Intrusive gravity currents propagating into two-layer stratified ambients: Vorticity modeling, Physical Review Fluids, 044302 (2016) (4)1.
- [11] B.R. Sutherland, P.J. Kyba, M.R. Flynn, Intrusive gravity currents in two-layer fluids, Journal of Fluid Mechanics, 353-327 (2004) (1)514.
- [12] H. Cheong, J. Kuenen, P. Linden, The front speed of intrusive gravity currents, Journal of Fluid Mechanics, 552 1 (2006).
- [13] L.J. Marleau, M.R. Flynn, B.R. Sutherland, Gravity currents propagating up a slope in a two-layer fluid, Physics of Fluids, 036601 (2015) (3)27.
- [14] J. Shin, S. Dalziel, P. Linden, Gravity currents produced by lock exchange, Journal of Fluid Mechanics, 1 (2004) 521.
- [15] J. Zhou, S.K. Venayagamoorthy, Numerical simulations of intrusive gravity currents interacting with a bottom-mounted obstacle in a continuously stratified ambient, Environmental Fluid Mechanics, 209-191 (2017) (2)17.
- [16] W. Smyth, J. Carpenter, G. Lawrence, Mixing in symmetric Holmboe waves, Journal of physical oceanography, (6)37 1583-1566 (2007).
- [17] A. Yang, E. Tedford, G. Lawrence, Nonsymmetric Holmboe instabilities in arrested salt-wedge flows, (2018).
- [18] E. Khavasi, B. Firoozabadi, Linear spatial stability analysis of particle-laden stratified shear layers, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 246 (2019) (6)41.
- [19] E. Khavasi, B. Firoozabadi, Experimental study on the interfacial instability of particle-laden stratified shear flows, Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering, 193 (2018) (4)40.
- [20] H. Salehipour, C.-c. Caulfield, W. Peltier, Turbulent mixing due to the Holmboe wave instability at high Reynolds number, Journal of Fluid Mechanics, (2016) 803

ضخامت لایه‌ی برشی، m	δ_v
ضخامت لایه‌ی چگالی، kg/m^3	δ_ρ
لزجت سینماتیکی، m^2/s	ν
ضریب نفوذ مولکولی، m^2/s	ξ
چگالی، kg/m^3	ρ
چگالی مرجع، kg/m^3	ρ_0
مؤلفه‌ی مورد نظر	Ψ
فرکانس امواج هلمبو، Hz	ω
زیرنویس	
مؤلفه‌ی سیال نفوذی	c
مؤلفه‌ی محل پیشانی	f
شمارنده	i
شمارنده	j
مؤلفه‌ی سیال برگشتی در دیواره‌ی پایین	l
مؤلفه‌ی حداکثر	max
مؤلفه‌ی زیرشبکه	SGS
مؤلفه‌ی سیال برگشتی در دیواره‌ی بالا	u
آب	w
بالانویس	
مؤلفه‌ی بی‌بعد	*
مؤلفه‌ی کاهش‌یافته	'

مراجع

- [1] E.W. Tedford, R. Pieters, G. Lawrence, Symmetric Holmboe instabilities in a laboratory exchange flow, Journal of fluid mechanics, 153-137 (2009) 636.
- [2] S. Ortiz, J.-M. Chomaz, T. Loiseleux, Spatial holmboe instability, Physics of Fluids, 2597-2585 (2002) (8)14.
- [3] J. Carpenter, E. Tedford, M. Rahmani, G. Lawrence, Holmboe wave fields in simulation and experiment, Journal of fluid mechanics, 205 (2010) 648.
- [4] J.Y. Holyer, H.E. Huppert, Gravity currents entering a two-layer fluid, Journal of Fluid Mechanics, 767-739 (1980) (4)100.
- [5] R. Britter, J. Simpson, A note on the structure of the head of an intrusive gravity current, Journal of Fluid Mechanics, 466-459 (1981) 112.
- [6] L.N. Howard, Note on a paper of John W. Miles, Journal of Fluid Mechanics, 512-509 (1961) (4)10.
- [7] P. Hazel, Numerical studies of the stability of inviscid stratified shear flows, Journal of Fluid Mechanics, (1)51 61-39 (1972).
- [8] J. Holmboe, On the behavior of symmetric waves in

- Prediction of particles deposition in a dilute quasi-steady gravity current by Lagrangian markers: effect of shear-induced lift force, *Scientific Reports*, 17-1 (2020) (1)10.
- [28] S.K. Ooi, G. Constantinescu, L. Weber, Numerical simulations of lock-exchange compositional gravity current, *Journal of Fluid Mechanics*, 361 (2009) 635.
- [29] F. Nicoud, F. Ducros, Subgrid-scale stress modelling based on the square of the velocity gradient tensor, *Flow, turbulence and Combustion*, 200-183 (1999) (3)62.
- [30] A. Peer, A. Gopaul, M. Dauhoo, M. Bhuruth, A new fourth-order non-oscillatory central scheme for hyperbolic conservation laws, *Applied Numerical Mathematics*, (5)58 688-674 (2008).
- [31] S. Haigh, G. Lawrence, Symmetric and nonsymmetric Holmboe instabilities in an inviscid flow, *Physics of fluids*, 1468-1459 (1999) (6)11.
- [32] J. Pelmar, S. Norris, H. Friedrich, LES grid resolution requirements for the modelling of gravity currents, *Computers & Fluids*, 270-256 (2018) 174.
- [33] A.M. Hogg, G. Ivey, The Kelvin-Helmholtz to Holmboe instability transition in stratified exchange flows, *Journal of Fluid Mechanics*, 362-339 (2003) 477.
- 621-591.
- [21] T. Zagvozkin, A. Vorobev, T. Lyubimova, Kelvin-Helmholtz and Holmboe instabilities of a diffusive interface between miscible phases, *Physical Review E*, 023103 (2019) (2)100.
- [22] J.P. Parker, C.-c.P. Caulfield, R.R. Kerswell, The viscous Holmboe instability for smooth shear and density profiles, *Journal of Fluid Mechanics*, (2020) 896).
- [23] Z. He, L. Zhao, T. Lin, P. Hu, Y. lv, H.-C. Ho, Y.-T. Lin, Hydrodynamics of gravity currents down a ramp in linearly stratified environments, *Journal of Hydraulic Engineering*, 04016085 (2017) (3)143.
- [24] M.E. Negretti, S.A. Socolofsky, G.H. Jirka, Linear stability analysis of inclined two-layer stratified flows, *Physics of Fluids*, 094104 (2008) (9)20.
- [25] M. Mahdinia, B. Firoozabadi, M. Farshchi, A.G. Varnamkhasti, H. Afshin, Large eddy simulation of Lock-Exchange flow in a curved channel, *Journal of Hydraulic Engineering*, 70-57 (2012) (1)138.
- [26] D.K. Lilly, A proposed modification of the Germano subgrid-scale closure method, *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, 635-633 (1992) (3)4.
- [27] A. Koohandaz, E. Khavasi, A. Eyvazian, H. Yousefi,

چگونه به این مقاله ارجاع دهیم

S. Rostami Dehjalali, E. Khavasi, P. Nazmi, Numerical simulation of Holmboe waves in intrusive gravity current using LES method, *Amirkabir J. Mech Eng.*, 53(7) (2021) 4261-4278.

DOI: [10.22060/mej.2021.19129.6954](https://doi.org/10.22060/mej.2021.19129.6954)



